



**Makale
(Article)**

Gerçek Anlamda Olmayan Projeksiyonlar

Murat Cem URAZ*, **İbrahim YILMAZ****

*Öğr. Gör., Adnan Menderes Üniversitesi Atça Meslek Yüksek Okulu Aydın/TÜRKİYE
**Doç. Dr., Afyon Kocatepe Üniversitesi Harita Mühendisliği Böl., Afyonkarahisar/TÜRKİYE
cemuraz@adu.edu.tr, iyilmaz@aku.edu.tr

Özet

Bu çalışmada, harita projeksiyonları, harita projeksiyonlarında deformasyon analizleri, deformasyon gösterim çeşitleri, nicel analiz ve nicel analizlerin yorumlanması için projeksiyonların görselleştirilmesi konuları ele alınmıştır. Harita projeksiyonlarında deformasyon analizleri için farklı yöntemler olan Tissot endikatrisi, renk metodu yöntemi ve eş deformasyon eğrileri yöntemi kullanılarak deformasyonların görselleştirilmesi sağlanmıştır. Uygulamada gerçek anlamda olmayan (pseudo) projeksiyonlar seçilmiştir. Özellikle dünya haritalarının ve büyük kıta parçalarının gösteriminde kullanılan; bazı harita projeksiyonlarının deformasyon görselleştirilmesi gerçek anlamda olmayan sinüzoidal projeksiyon gibi yaygın olarak kullanılan projeksiyonlarda incelenmiştir. Seçilen her bir harita projeksiyonu için $15^{\circ} \times 15^{\circ}$ coğrafi grid ağı oluşturulmuştur. Harita projeksiyonlarındaki grid noktalarında, minimum uzunluk deformasyonu b , maksimum uzunluk deformasyonu a , paralel boyunca uzunluk deformasyonu k , meridyen boyunca uzunluk deformasyonu h , alan deformasyon değeri p , maksimum açı deformasyonu ω ve koordinat değerleri hesaplanmıştır.

Anahtar Kelimeler: Kartografya, Harita projeksiyonları, Gerçek anlamda olmayan projeksiyonlar, Deformasyon analizi

PSEUDO PROJECTIONS

Abstract

In this work, we discussed these topics; map projections, deformation analysis' in map projections, deformation presentation types, quantitative analysis and visualization of projections for interpretation of quantitative analysis. Tissot indicatrix, colors method, isograms method which are different methods for deformation analysis in map projections are used. Visualizations of deformations are provided. In practice, pseudo projections which aren't be in real terms are preferred. Sinuzoidal projection which is generally used in representation of world maps and large part of continent is examined. For each selected map projections a $15^{\circ} \times 15^{\circ}$ geographical grid network is formed. Grid points in map projections, the minimum linear distortion b , the maximum linear distortion a , linear distortion along the parallel k , linear distortion along the meridian h , the areal distortion value p , maximum angular distortion ω and coordinate values have calculated.

Keywords : Cartography, Map projection, Pseudo projection, Deformation analysis

Bu makaleye atf yapmak için

Uraz M. C., Yılmaz İ., " Gerçek Anlamda Olmayan Projeksiyonlar" Harita Teknolojileri Elektronik Dergisi 2013, 5(2) 29-49

How to cite this article

Uraz M. C., Yılmaz İ., " Pseudo Projections" Electronic Journal of Map Technologies, 2013, 5 (2) 29-49

1. GİRİŞ

Harita projeksiyonlarının amacı yer yüzünün veya bir gezegenin tanımlanmış referans yüzeyi üzerine, belirli koordinat sistemine göre düzlem yada düzleme açılabilen yüzeylere belirli matematiksel bağıntılar yardımı ile aktarılmasıdır. Orijinal yüzeydeki özelliklerin değişime uğramadan projeksiyon yüzeyine aktarılması olanaksızdır. Ancak orijinal yüzeydeki bazı büyüklüklerin (uzunluk, alan ve açı) korunarak düzleme aktarılması mümkündür. Öte yandan projeksiyonu yapılan yüzeyin değişik elemanlarının deformasyonlarının bilinmesi, haritadan alınan büyüklüklerin orijinal değerlerinden farklılığının bilinmesi bakımından önemlidir [1,2].

Harita projeksiyonları farklı amaçlar için tasarlanmış olduğundan, farklı özelliklere sahiptir. Örneğin, Türkiye sınırları içinde küçük bir sahanın düzleme aktarılması istenirse, Türkiye için uygun bir projeksiyon ve sahanın büyüklüğüne göre başka bir projeksiyon özelliği ön plana çıkabilmektedir. Düzlem üzerine aktarılan objelerin nasıl ve ne şekilde değişime uğrayacağı, değişime uğradığı miktar ve deformasyon büyüklükleri literatürde geçen her projeksiyon için farklıdır. Bir projeksiyon yüzeyine göre silindirik, düzlem ve konik biçimde sınıflandırıldığı gibi yüzey konuma göre de, normal konumlu, eğik konumlu ve transversal konumlu olarak sınıflandırılmaktadır. Ayrıca projeksiyonlar barındıkları deformasyona göre, uzunluk, alan ve açı koruyan olmaları bakımından da sınıflandırılmaktadır.

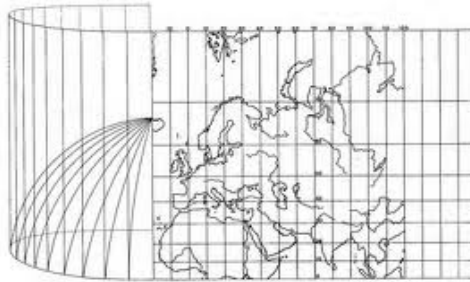
Haritası yapılacak bir bölge de, bölgenin ve haritanın amacı ve üretilecek haritanın ölçeğine göre uygun harita projeksiyonu seçimi oldukça önemlidir. Büyük ölçekli haritalarda meydana gelen deformasyonlar yerkürenin alanı ile karşılaştırıldığında oldukça küçüktür. Ancak, haritanın ölçeği küçüldükçe yeryüzünün küreselliğinden kaynaklanan hatalar oldukça büyük değerlerde gerçekleşmektedir ve düzleme aktarılan bilgilerin büyük ölçüde sapmasına neden olabilmektedir. Bazı projeksiyonlar özelliklerine göre haritada görselliği ön plana çıkarırken başka bir projeksiyon ölçek veya uzunluk gibi sayısal bir büyüklüğü koruduğundan matematiksel olarak hesap edilirler.

Gerçek anlamda olmayan projeksiyonlar yer yüzünün tamamının gösterilmesi amacıyla geliştirilmiştir. Bu çalışmada, yer yüzünün gerçek anlamda olmayan projeksiyonlarla gösterimi, deformasyon hesaplarının detaylıca incelenmesi deformasyon gösteriminde eş deformasyon eğrilerinin görselleştirilmesi, renk metodu yöntemi ile deformasyonun görselleştirilmesi ve yorumlanması ve deformasyonların analizi konusu incelenmiştir.

2. HARİTA PROJEKSİYONLARI

2.1 Harita Projeksiyonları ile ilgili Temel Kavramlar ve Matematiksel Esaslar

Harita projeksiyonu kavramı, referans yüzeyine indirgenmiş yeryüzü bilgilerinin bir harita düzlemine aktarılmasını sağlayan matematiksel kuralları ve yöntemleri inceler [3]. Bir başka ifadeyle, harita projeksiyonu, üç boyutlu yeryüzünün matematiksel dönüşümlerle iki boyutlu düzlemde temsil edilmesi işlemine denir (Şekil 1).



Şekil 1. Küresel yüzeyden düzleme dönüşüm

Harita projeksiyonları üç boyutlu küre yüzeyinden iki boyutlu düzlemlere aktarılırken matematiksel dönüşümler kullanılır. Harita projeksiyonunda kullanılan matematiksel bağıntılar fonksiyonel olarak tanımlanmıştır. Meridyen ve paraleller de bu eşitliklere göre düzleme aktarılırlar. Bu amaçla düzlem üzerine (x, y) dik koordinatları kullanılır. Coğrafi koordinatların fonksiyonları ise enlem ve boylam için (φ , λ) ifadeleri kullanılır. Gerçek anlamı projeksiyonların normal konumlu düzlem koordinatlarla coğrafi koordinatlar arasındaki bağıntı,

$$m = f(\varphi), \alpha = f(\lambda), x = f(\varphi), y = f(\lambda) \quad (1)$$

şeklinde dir. Gerçek anlamda olmayan projeksiyonların düzlem koordinatlarla coğrafi koordinatlar arasındaki bağıntı ise,

$$m = f_1(\varphi, \lambda), \alpha = f_2(\varphi, \lambda), x = f_3(\varphi, \lambda), y = f_4(\varphi, \lambda) \quad (2)$$

şeklinde ifade edilir.

2.2 Harita Projeksiyonlarının Sınıflandırılması

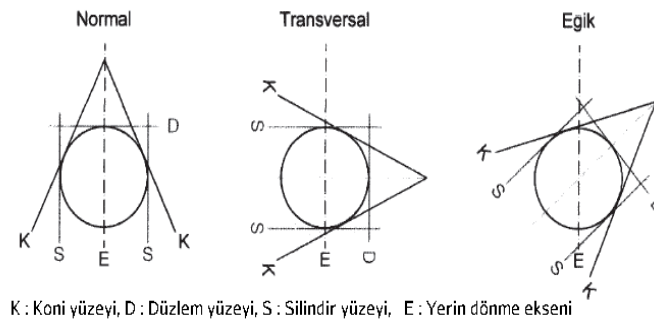
Yeryüzünü temsil etmek üzere kabul edilen referans yüzeyleri düzleme açılabilen yüzeyler olmadıklarından, yeryüzünü deformasyonsuz olarak harita düzlemine aktarmak mümkün değildir. Ancak belli özelliklerin korunması mümkündür. Projeksiyonlarda belirli doğruların uzunlukları, alanlar veya diferansiyel anlamda açılar korunabilir. Bu üç özelliğin üçünün de sağlanması ya da tüm doğruların uzunluklarının korunması mümkün değildir [1,2]. Projeksiyonlar seçilen yüzeylere, projeksiyon yüzeyinin konumuna göre ve deformasyona göre sınıflandırılırlar.

2.2.1 Projeksiyonların yüzeyinin konumuna göre sınıflandırma

Projeksiyonlar yüzeyin konumuna göre 3 grupta sınıflandırılırlar.

1. Normal konumlu projeksiyonlar
2. Transversal konumlu projeksiyonlar
3. Eğik konumlu projeksiyonlar

Eğik, Transversal ve Normal konumlu projeksiyonlar Şekil 2 de gösterilmiştir.



Şekil 2. Normal, transversal ve eğik konumlu projeksiyonlar

2.2.2 Projeksiyonların yüzeylerine göre sınıflandırma

Düzleme açılabilme özelliğine sahip koni, silindirik ve düzlem (azimutal) projeksiyon yüzeyleri kullanılır. Farklı amaçlar için seçilen yüzey projeksiyonu üç grupta incelenir (Şekil 3).

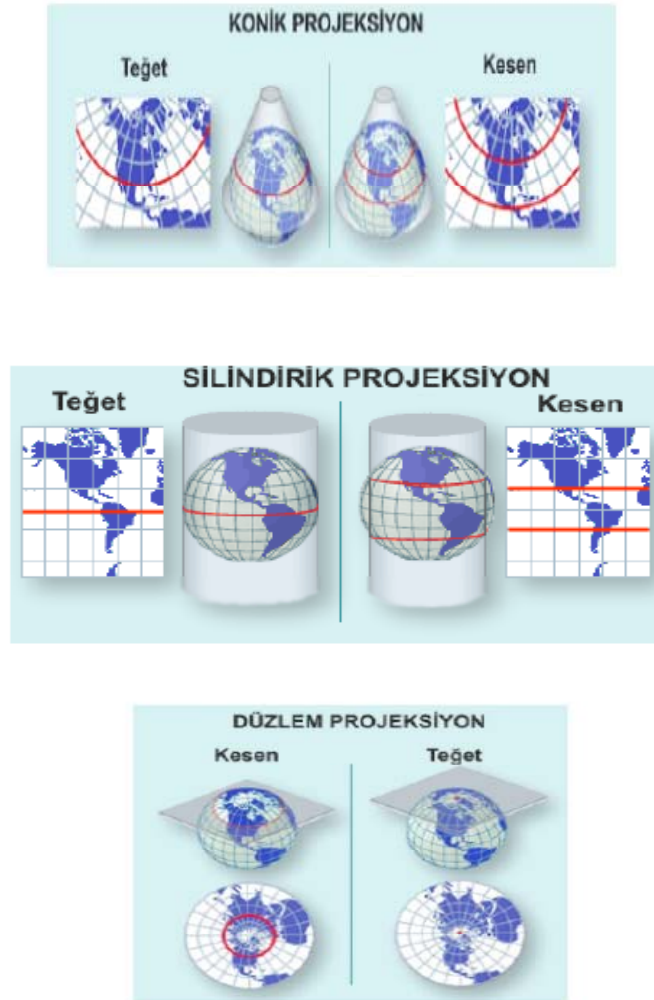
1. Silindirik projeksiyonlar
2. Düzlem projeksiyonlar
3. Konik projeksiyonlar

2.2.3 Projeksiyonlarda oluşan deformasyonlara göre sınıflandırma

Yeryüzünü ifade etmek üzere kabul edilen referans yüzeyleri küre ya da elipsoid düzleme açılabilir yüzeyler olmadıklarından, yeryüzünü deformasyonsuz olarak harita düzlemine aktarmak mümkün değildir. Ancak belli özelliklerin korunması mümkündür. Projeksiyonlarda ya belli doğruların uzunlukları, ya alanlar ya da diferansiyel anlamda açılar korunabilir. Bu üç özelliğin üçünün de sağlanması mümkün değildir. Dolayısıyla harita projeksiyonları bu anlamda üçe ayrılırlar;

1. Alan koruyan projeksiyonlar
2. Uzunluk koruyan projeksiyonlar
3. Açık koruyan projeksiyonlar

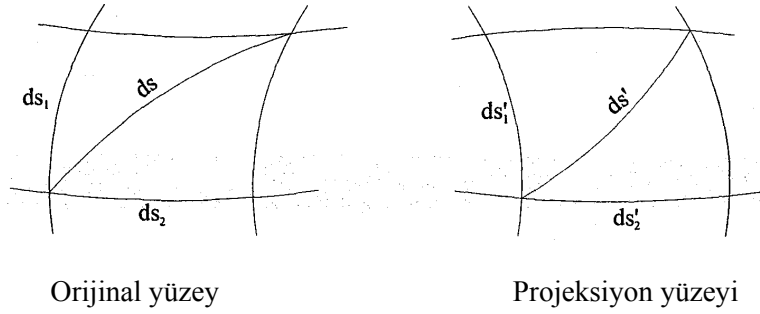
şeklinde sıralanabilir.



Şekil 3. Normal Konik, Silindirik ve Düzlem projeksiyonlar

2.3 Harita Projeksiyonlarında Deformasyonlar

Yeryüzünün sahip olduğu eğri yüzey düzlem üzerine aktarılırken bazı bozulmaları da beraberinde getirecektir. Uzunluk, açı ve alan deformasyonu olarak nitelendirilen bu bozulmalardan dolayı projeksiyona aktarımda orijinal yüzey üzerindeki noktalar arasındaki ilişkilerde değişir (Şekil 4). Orijinal yüzey üzerindeki ds diferansiyel uzunluğu, df diferansiyel alanı ve α açısı projeksiyon düzlemine aktarıldıklarında ds' , df' ve α' değerlerini almışlarsa bunların orijinal yüzey değerleri ile karşılaştırılması sırasıyla, uzunluk, alan ve açı deformasyonlarını gösterir [4].



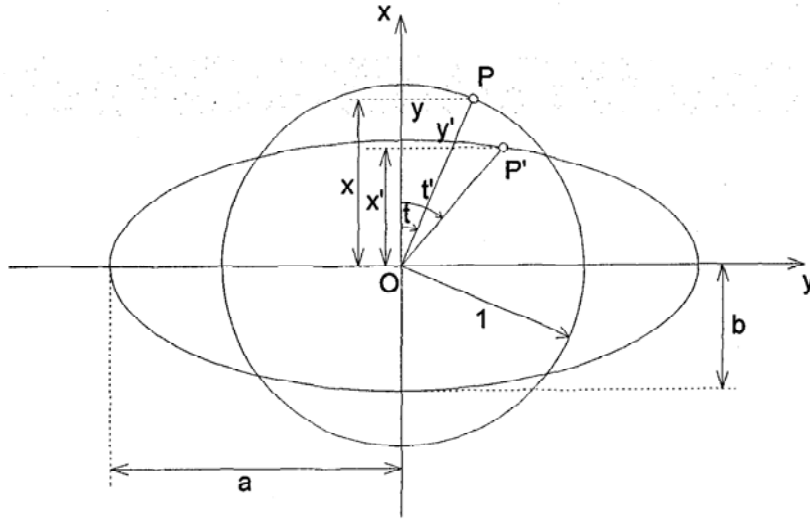
Şekil 4. Uzunluk deformasyon yönleri

Uzunluk deformasyonu noktadan noktaya değişebildiği gibi aynı zamanda bir noktada çeşitli yönlerde de değişir. Diferansiyel anlamda küçük bir alanda ds köşegen uzunluğu projeksiyon düzlemine aktarıldığında ds' olacaktır. Şekil 4 den yararlanarak,

$$\frac{ds_1'}{ds} = h \quad (3)$$

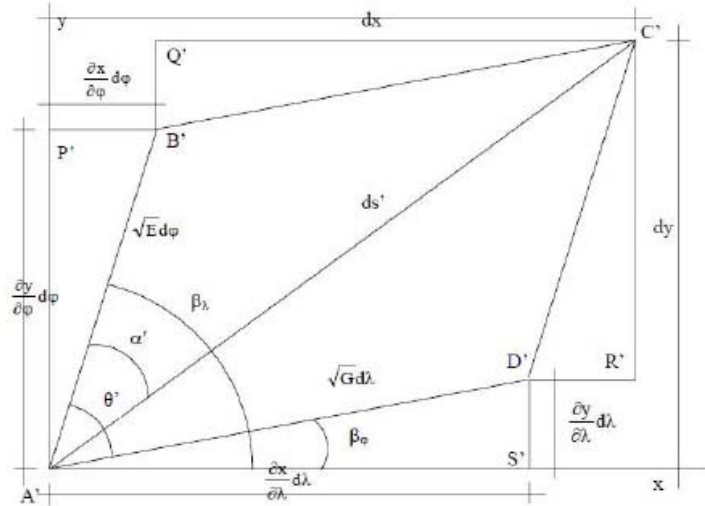
$$\frac{ds_2'}{ds} = k \quad (4)$$

h meridyen (Kuzey-Güney doğrultusu), yönündeki uzunluk deformasyonu katsayısı, k paralel daireler yönündeki (Doğu-Batı doğrultusu) uzunluk deformasyonudur. Uzunluk deformasyonu sadece uzunluk elemanının yönüne bağlı olmayıp, aynı zamanda orijinal yüzeydeki ve projeksiyon yüzeyindeki doğrultularda çakışık değildir. Bundan dolayı orijinal yüzeyde birbirine dik olan her hangi iki uzunluk elemanı projeksiyon yüzeyine dik olarak izdüşürülemez. Projeksiyonları deformasyonlar açısından ayrıntılı olarak inceleyen Nicolas Auguste Tissot'a göre hem orijinal yüzeyde hem de projeksiyon yüzeyinde birbirine dik olan en az iki doğrultu vardır. Bu yönlerden birinde uzunluk deformasyonu maksimum (a), diğerinde minimum (b) değerdedir. Bu yönlere ana deformasyon yönleri denir. Gerçek anlamlı projeksiyonlarda meridyenlerin ve paralellerin izdüşümleri birbirine dik olduğundan bu yönler ile ana deformasyon yönleri birbirine çakışıktır. $h > k$ ise $h = a, k = b$; $h < k$ ise $h = b, k = a$ olur. Orijinal yüzeyde oluşturulan sonsuz küçük dairenin projeksiyon yüzeyinde izdüşümü elipstir. Bu elips "Deformasyon Elipsi" ya da "Tissot Endikatrisi" olarak adlandırılır (Şekil 5).



Şekil 5. Küre üzerinde daire ve deformasyon elipsi

a ve b değerleri de deformasyon elipsinin büyük ve küçük yarı eksenleridir. Herhangi bir yönde $r=1$ ise, projeksiyon bu yönde uzunluk koruyor demektir. Özellikle $h=1$ ise meridyen uzunluğu korunan projeksiyonlardan söz edilir [1,2].



Şekil 6. Sonsuz derecede küçük olan dörtgenin düzleme izdüşümü

yay uzunluğu hesabından, A noktasında meridyen elemanın uzunluğu,

$$ds_m = R \cdot d\varphi \quad (5)$$

Burada R , kürenin yarıçapını ifade etmektedir. Aynı şekilde paralel elemanın uzunluğu,

$$ds_p = R \cdot \cos\varphi \cdot d\lambda \quad (6)$$

şeklinde ifade edilir. Ayrıca, ABCD dörtgeninin köşelerindeki açıların dik açılar olmasından dolayı, AC köşegen elemanın uzunluğunu pisagor bağıntısından (7) ve (8) formüllerine göre hesaplanabilir.

$$ds^2 = ds_m^2 + ds_p^2 \quad (7)$$

$$ds = \sqrt{(R^2 \cdot d\varphi^2 + R^2 \cdot \cos^2 \varphi \cdot d\lambda^2)} \quad (8)$$

Şekil 3.6 da görüldüğü gibi r yarıçaplı daire üzerindeki herhangi bir P noktasının deformasyon elipsi üzerindeki karşılığı P' olur. OP yarı çapının x eksenini ile yaptığı açı t ile ifade edilirse, projeksiyon düzlemindeki karşılığı t' olur. Doğrultu deformasyonu (t'-t) Şekil 5 de görülmektedir. OP ve OP' doğrultuları koordinatlar yardımı ile yazılırsa,

$$\tan t = \frac{y}{x} \quad (9)$$

$$\tan t' = \frac{y'}{x'} \quad (10)$$

eşitlikleri yazılır. x ve y yönündeki deformasyonları dikkate alınarak,

$$y' = a y \quad (11)$$

$$x' = a x \quad (12)$$

şeklinde yazılır. Buradan (9) ve (10) eşitlikleri yerine konur ve her iki doğrultu değeri orantılanırsa,

$$\frac{\tan t'}{\tan t} = \frac{\sin t' \cos t}{\cos t' \sin t} = \frac{a}{b} \quad (13)$$

elde edilir. Pay ve paydaların bir kere toplanıp çıkarılması ile,

$$\frac{\tan t' - \tan t}{\tan t + \tan t'} = \frac{\sin t' \cos t - \cos t' \sin t}{\cos t' \sin t' + \cos t \sin t} = \frac{a-b}{b+a} = \frac{\sin(t'-t)}{\sin(t'+t)} \quad (14)$$

ifadesi elde edilir. Bu ifadenin düzenlenmesi ile doğrultu deformasyonu bulunur.

$$\sin(t' - t) = \frac{a-b}{b+a} = \sin(t' + t) \quad (15)$$

Buna göre maksimum doğrultu deformasyonu,

$$\sin \omega = \frac{a-b}{a+b} \quad (16)$$

olur. Bulunan bu iki sonuç iki doğrultunun farkı olarak elde edildiğinden, iki katının alınması durumunda açı deformasyonu bulunur. Açı deformasyonu,

$$w = 2\omega \quad (17)$$

olur. F orijinal yüzeydeki alan, F' ise F değerine karşılık gelen projeksiyon yüzeyindeki alan olarak kabul edilirse,

$$P = \frac{F'}{F} \quad (18)$$

İfadesi alan deformasyonu katsayısını verecektir. F' yerine a, b yarı çaplı elipsin alanı, F yerine r =1 yarı çaplı dairenin alanı yazılırsa alan deformasyonu aşağıdaki eşitlik ile elde edilir.

$$P = \frac{ab\pi}{1\pi} = ab \quad (19)$$

Orijinal yüzeydeki (s) ve projeksiyon yüzeyindeki (s') sonsuz küçük iki uzunluk elemanının oranı ele alınırsa, bu iki elemanın oranı uzunluk deformasyonunu vermektedir.

$$r = \frac{s'}{s} \quad (20)$$

Buradan anlaşıldığı üzere uzunluk deformasyonu bir oran olup, sadece noktadan noktaya değişmemekte, aynı zamanda bir noktada çeşitli yönlerde de değişmektedir. Başka bir ifade ile, uzunluk deformasyonu hem noktanın konumuna, hem de yöne bağlıdır. Orijinal yüzey üzerinde böyle bir s uzunluk elemanı bir nokta etrafında döndürülürse sonsuz küçük bir daire oluşur. Buna karşılık s uzunluk elemanının projeksiyon yüzeyindeki izdüşümü s' bir daire çizmez. Burada uzunluk deformasyonu sonsuz değişik değer alabilir. Bunlardan bazıları önemlidir [1].

2.3.1 Alan Deformasyonu

A'B'C'D' gibi küçük bir dörtgenin alanı,

$$P.h.k = \text{Sin}\theta' \quad (21)$$

yazılabilir. Sonuç olarak aynı zamanda,

$$P = a.b \quad (22)$$

de yazılabilir. Buradaki P parametresi özel uzunluk deformasyonları ile aynı birimde tanımlanır. Bu nedenle *alan deformasyonu* olarak ifade edilir.

2.3.2 Açı Deformasyonu

Konform özelliğe sahip bir haritada tüm noktalarda,

$$a = b \quad (23)$$

eşitliği sağlanır.

2.3.3 Uzunluk Deformasyonu

Meridyen yönünde uzunluk deformasyon katsayısı, h paralel daireler yönünde uzunluk deformasyonu katsayısı, k olmak üzere,

$$h = 1.0 \quad (24)$$

$$k = 1.0 \quad (25)$$

ifadelendirilir. Uzunluk koruyan haritalar genellikle dünya haritaları, büyük kıta parçalarının gösterildiği atlaslarda kullanılır.

3. HARİTA PROJEKSİYONLARINDA DEFORMASYONLAR

Harita projeksiyonlarında deformasyon analizleri grafik anlamlı olabildiği gibi matematiksel analizleri içerebilmektedir. Grafik analizler deformasyon miktarını görsel olarak gösterimini sağlarken matematiksel analizler nicel olarak bir analiz sağlar. Pratikte ise matematiksel değerlerin görsel modeli kullanılmaktadır.

3.1 Nicel Analizler

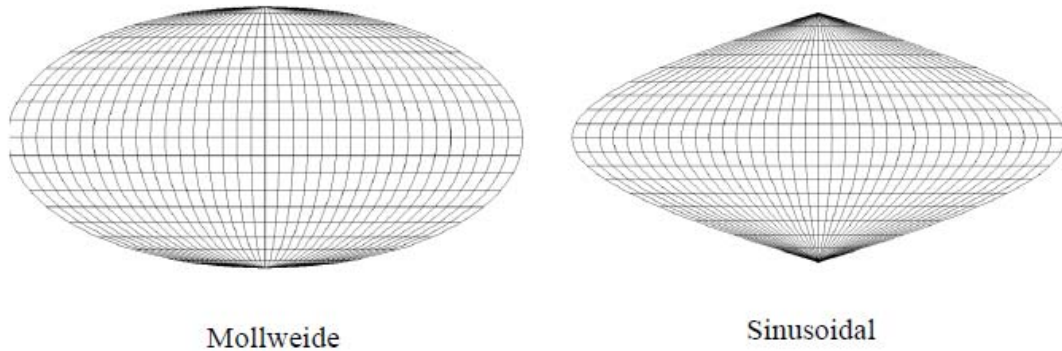
Bir harita projeksiyonunun deformasyon değerleri hesaplandıktan sonra bu değerleri yorumlamak, projeksiyonun deformasyon karakteristiğini anlamada ve buna bağlı olarak uygun projeksiyon seçimi aşamasında oldukça önemli bir yere sahiptir [8].

3.2 Görsel Analizler

Harita projeksiyonlarında deformasyonlar, denklemleri verilen eşitliklerden hesaplanırlar. Sayısal değerlerle ifade edilen deformasyon ölçülerinin yorumlanmasında görsel analizler kullanılabilir. Görselleştirme yöntemleri genel olarak harita projeksiyonunun deformasyonu hakkında genel bilgi verme amaçlı kullanılır.

3.2.1 Grid ağı gösterimi

Bazen basılmış bir haritanın üzerinde herhangi bir projeksiyon bilgisi bulunmamasından dolayı projeksiyonunun tanımlanması neredeyse imkansızdır. Haritalardan daima oluşturuldukları projeksiyon hakkında bir bilgi barındırması beklenmektedir. Kullanılan harita projeksiyonu tanımlanırken, eğer mümkünse, herhangi bir ölçüm yapmadan harita üzerindeki grid ağının görünümüyle, kullanılan projeksiyonun konik, silindirik, düzlem ya da diğer sınıflara ait bir projeksiyon olup olmadığı konusunda kullanıcıda bir ön yargının oluşması önemlidir. Projeksiyon sınıfı tanımlanabilirse haritanın sahip olduğu deformasyon karakteristikleri hakkında yorum yapılabilir [5]. Bazı projeksiyonlara ait grid ağı Şekil 7 de verilmiştir.



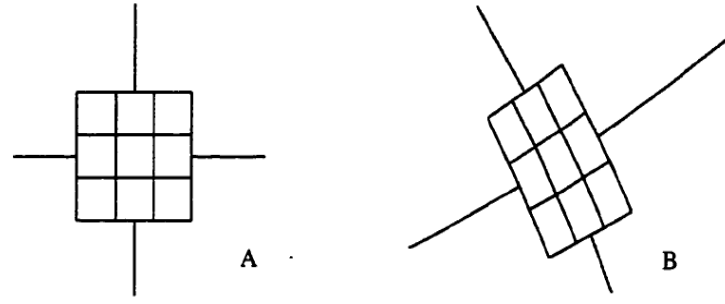
Şekil 7. Bazı projeksiyonlara ait grid ağları

3.2.2 Tissot endikatrişi

Harita projeksiyonlarındaki deformasyonları karakterize etmek için kullanılan bir yöntemdir. Tissot endikatrişi haritaların, uzunluk, alan ve açılal deformasyonlarını birer elips şeklinde ifadelendirir. Tek bir elips, endikatriş olarak adlandırılır ve deformasyon oluşan nokta da, elipsin merkezi deformasyon noktası olacak şekilde orantılanır. Genellikle harita düzleminde meydana gelen deformasyonun mekansal değişimini gösterir.

3.2.3 Grid kareler metodu

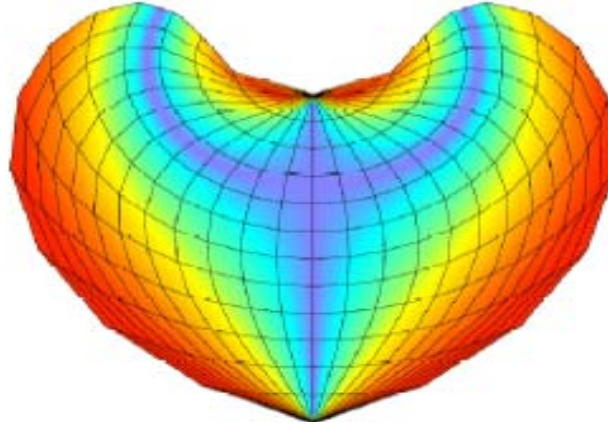
Grid kareler metodu, paralel ve meridyenlerin kesişim noktalarına merkezlenmiş 3x3 vektör gridlerden oluşmaktadır. Uzunluk koruyan silindirik projeksiyonundaki orijinal grid kareleri ve projeksiyondan sonraki durumları Şekil 9 da gösterilmiştir.



Şekil 8. Grid kareler metodu

3.2.4 Renk metodu

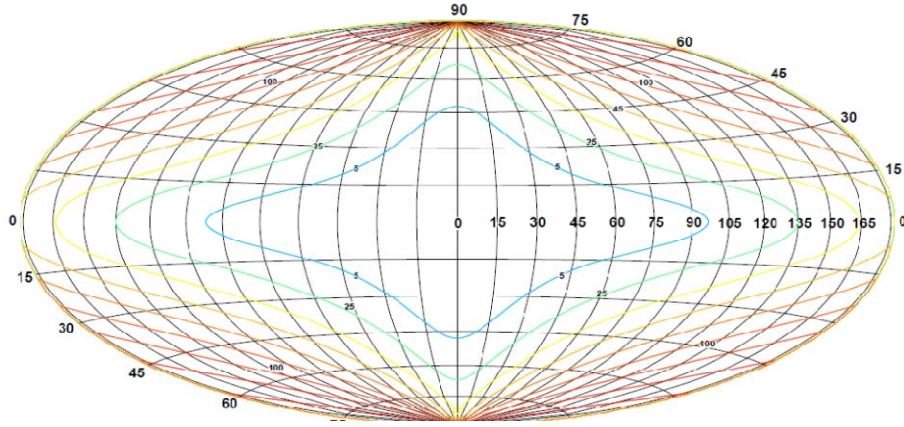
Bu deformasyon görselleştirme metodu, ilk olarak Clarke (1995) tarafından geliştirilmiştir. Bu gösterim metodunda kullanılacak görsel değişkenler, renk, doygunluk ve yoğunluk değerlerini içermektedir. **HSI** (Hue, Saturation, Intensity) ya da **RGB** (Red, Green, Blue) kombinasyonları kullanılarak daha kompleks gösterimlerde kullanılabilir [8].



Şekil 9. Bonne Projeksiyonunda açı deformasyon değerlerinin renk metodu ile gösterimi

3.2.5 Eşdeformasyon eğrileri

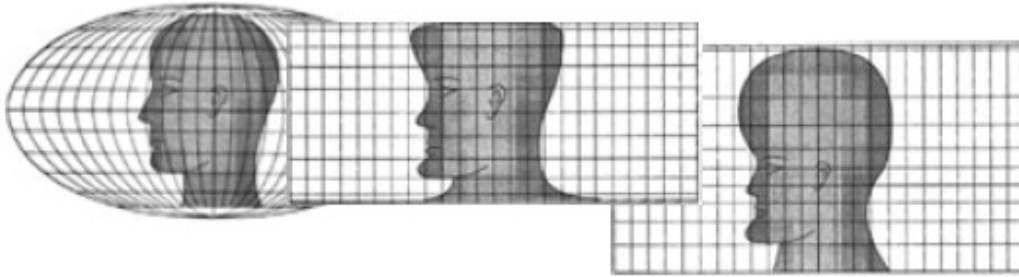
Eşdeformasyon eğrileri ile deformasyonların görselleştirilmesi [10, 11] tarafından projeksiyon düzlemine aktarılan verilerde meydana gelen deformasyonların analizi konusunda çalışma yapılmıştır. Eşdeformasyon eğrileri, ölçek değişiminin veya açısal deformasyonun büyüklüğü ve dağılımının gösterilmesi için etkili yöntemlerden biridir. Verilen bir değişkene göre eşitliği gösteren eğrilerin kullanımı, Tissot endikatrixinden sonra en çok kullanılan deformasyon gösterim yöntemidir [8].



Şekil 10. Hammer- Aitoff Projeksiyonunda maksimum açı deformasyonunun eşdeformasyon eğrileri ile gösterimi

3.2.6 Bilinen şekiller metodu

Herhangi bir objenin düzlem üzerine, yani projeksiyon yüzeyine aktarılması işlemidir. Bu yöntemle projeksiyondan sonra ortaya çıkan deformasyonlar, kartografik deneyimi olmayan herhangi bir kullanıcı tarafından dahi anlık olarak yorumlanabilir. Bu metot, iyi bir yorumlama aracı olarak kullanılabilmesine rağmen, değerlendirme için uygun bir yöntem değildir [6].



Şekil 11. Mollweide projeksiyonunda çizilmiş bir insan kafası figürünün alan koruyan silindirik projeksiyon ve Mercator projeksiyonundaki görünümü

4. GERÇEK ANLAMDA OLMAYAN PROJEKSİYONLAR

Gerçek bir yüzey kullanılmadan da harita projeksiyonları geliştirilmiştir. Bu gruba giren projeksiyonlar gerçek yüzeyli harita projeksiyonlarından esinlenerek yada başka bir deyişle o projeksiyona itibar edilerek geliştirilmiştir [3].

Gerçek anlamda olmayan projeksiyonların özellikleri,

- Projeksiyonlarda genellikle oval ve elips benzeri bir gösterim kullanılarak yer küreselliğinin hissedilmesi sağlanır.
- Paralel dairelerin izdüşümleri de paralel veya paralele yakın olması istenir. böylelikle enleme bağlı hareketlerin kavranabilmesi kolay olabilmektedir.
- Alan koruma özelliği yada alan deformasyonunun az olması istenir.

şeklinde sıralanabilir. Yer kürenin tamamının gösterilmesinde değişik yaklaşımlar kullanılmaktadır. Bu yaklaşımlar üç şekildedir.

a) Planiglob Gösterim: Eskiden sık kullanılan ancak günümüzde nadiren rastlanan bu gösterim biçimi yan yana iki daireden oluşur. Her iki daire bir yarı kürenin gösterimini kapsar. Nicolisi'nin (1660) Globular Projeksiyonu'nda ekvator, orta meridyen ve dairesel sınır meridyenleri uzunluk koruyan olarak gösterilir. Bu şekilde dairesel olan diğer meridyen ve paralel dairelerinde konumları sabitleşmiş olur [7,1,2].

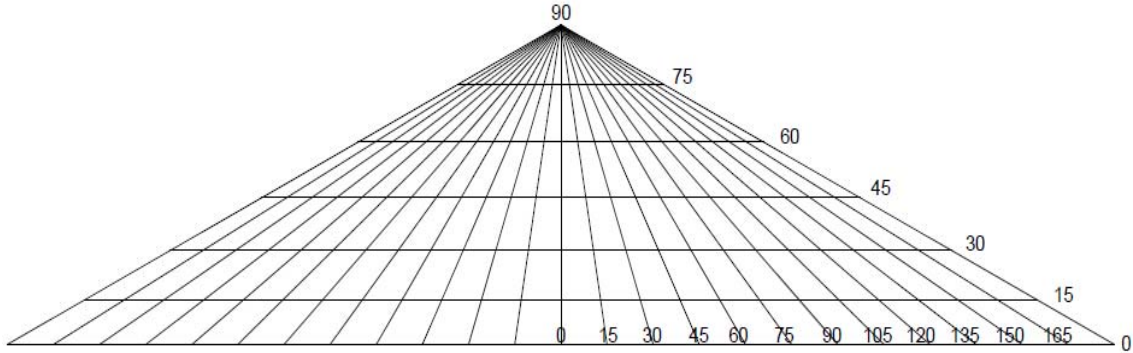
b) Planisfer Gösterim: Planisfer gösterimde yeryüzü tek parça olarak gösterilir. Genellikle eliptik biçimde olup, bazen de kutupların doğru parçası olarak gösterildiği şekiller planisfer gösterimler olarak düşünülebilir. Bu tür projeksiyonlar arasında genel olarak alan koruyan ve her hangi bir elemanı korumayan projeksiyonlar ön plana çıkar. Gerçek anlamda olmayan projeksiyonların çoğunluğu planisfer gösterim özelliğine sahiptir [1,2].

c) Kesikli (Parçalı) Gösterim: Planisfer gösterimlerde orta meridyenden uzaklaştıkça deformasyonlar çok fazla artar. Bu probleme bir çözüm olarak tek bir orta meridyen yerine bir çok orta meridyen kullanılabilir. Bu durumda coğrafi ağın uygun yerlerinden parçalanması gerekir. Bu tür projeksiyonlar kesikli projeksiyonlar ya da kutupsal projeksiyonlar olarak adlandırılır [7,1,2].

5. UYGULAMA

5.1 Collignon Projeksiyonu

Gerçek anlamda olmayan (pseudo) alan koruyan silindirik bir projeksiyondur. Fransız Edouard tarafından 1865 yılında geliştirilmiştir. Meridyenler kuzey kutbunda kesişen eşit aralıklı doğru parçalarıdır. Paraleller eşit aralıklı olmayan orta meridyene dik doğru parçalarıdır. Kuzey kutbu nokta şeklinde olan projeksiyonun güney kutbu ise doğru şeklinde gösterilmiş olup ekvatorun 1.41 katı uzunluğunda doğru parçası şeklindedir (Şekil 13).



Şekil 12. Collignon projeksiyonu coğrafi pafta ağı

Orta meridyene göre simetri vardır. 15° 51' kuzey enlemi boyunca ölçek korunur. Projeksiyon Eşitlikleri,

$$Y = 2R(\lambda - \lambda_0) \frac{\sqrt{1 - \sin\phi}}{\sqrt{\pi}} \quad (26)$$

$$X = \sqrt{\pi}R[1 - (\sqrt{1 - \sin\phi})] \quad (27)$$

Yukarıda verilen Collignon projeksiyonu eşitlikleri kullanılarak deformasyonlar incelenmek istenirse

$R = 1$ kabulü ve $\lambda_0 = 0$ olduğundan,

$$\frac{\partial y}{\partial \varphi} = -\lambda \frac{\cos \varphi}{\sqrt{\pi} \sqrt{1 - \sin \varphi}} \quad (28)$$

$$\frac{\partial x}{\partial \varphi} = \sqrt{\pi} \frac{\cos \varphi}{2\sqrt{1 - \sin \varphi}} \quad (29)$$

$$\frac{\partial y}{\partial \lambda} = 2 \frac{\sqrt{1 - \sin \varphi}}{\sqrt{\pi}} \quad (30)$$

$$\frac{\partial x}{\partial \lambda} = 0 \quad (31)$$

elde edilir. Denklemin kısmi türevleri alınmalıdır. Elde edilen kısmi türevler kullanılarak paralel daireler doğrultusundaki uzunluk deformasyon katsayısı,

$$K = \frac{1}{R \cos \varphi} \sqrt{\left(\frac{\partial x}{\partial \lambda}\right)^2 + \left(\frac{\partial y}{\partial \lambda}\right)^2} \quad (32)$$

Meridyen doğrultusundaki uzunluk deformasyonu,

$$h = \frac{1}{R} \sqrt{\left(\frac{\partial x}{\partial \varphi}\right)^2 + \left(\frac{\partial y}{\partial \varphi}\right)^2} \quad (33)$$

alan deformasyonu için de,

$$P = \frac{1}{R \cos \varphi} \left(\frac{\partial x}{\partial \varphi} \frac{\partial y}{\partial \lambda} - \frac{\partial x}{\partial \lambda} \frac{\partial y}{\partial \varphi} \right) \quad (34)$$

Maksimum açı deformasyonu ise,

$$\omega = 2 \arctan \left(\frac{h^2 + k^2}{4p} - \frac{1}{2} \right) \quad (35)$$

eşitliğinden elde edilir. Maksimum ve minimum uzunluk deformasyonu katsayıları,

$$K = \sqrt{h^2 + k^2 + 2p} \quad (36)$$

$$L = \sqrt{h^2 + k^2 - 2p} \quad (37)$$

olmak üzere,

$$a = \frac{K+L}{2} \quad (38)$$

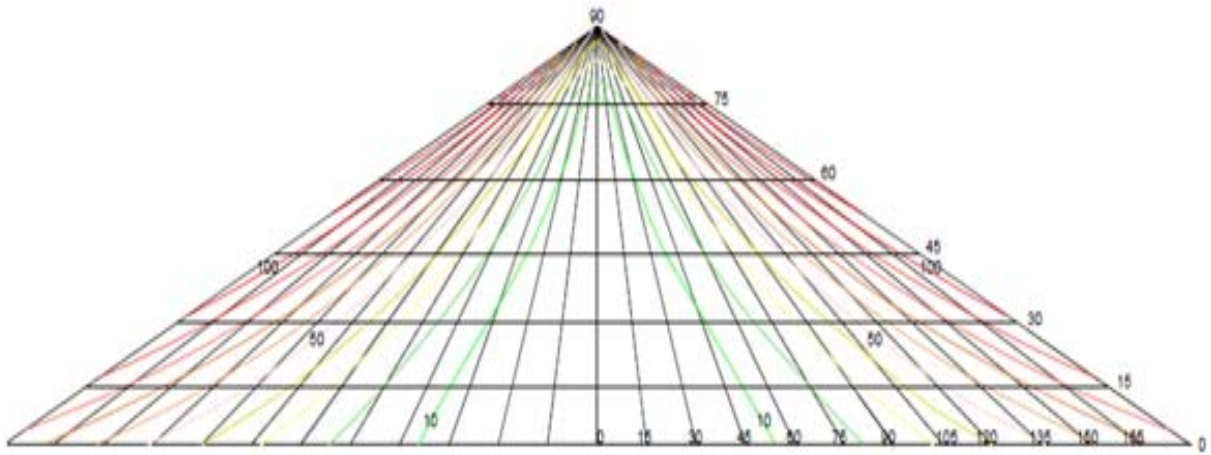
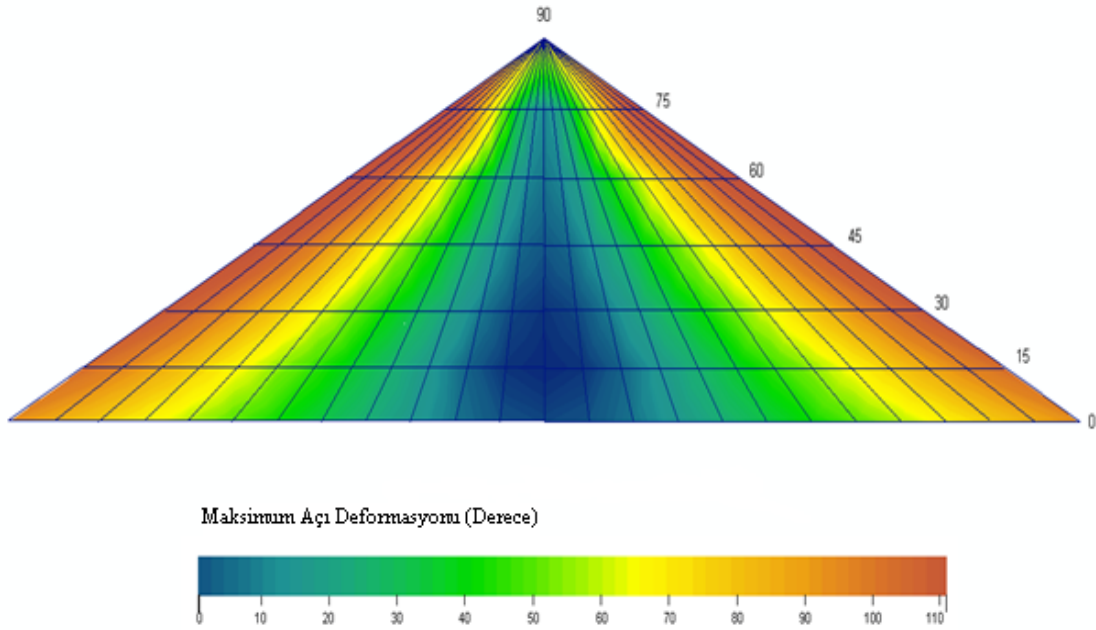
$$b = \frac{K-L}{2} \quad (39)$$

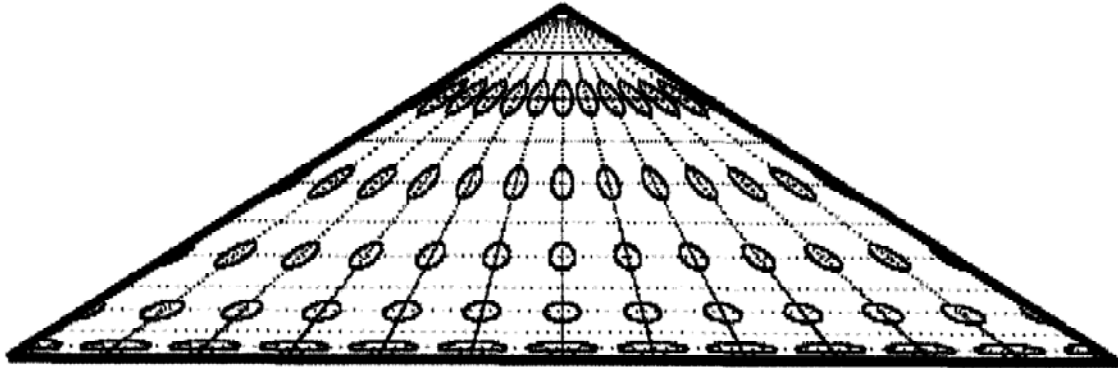
şeklinde elde edilir [9,1,2].

Çizelge 2. Collignon projeksiyonu deformasyon katsayıları

N. No	ϕ°	λ°	y (m)	x (m)	h (m)	k (m)	a (m)	b (m)	P (m)	ω°
1	0	0	0	0	0.8862	1.1284	1.1284	0.8862	1	1.67973
2	15	15	0.2543	0.2465	1.008	1.0057	1.0865	0.9204	1	0.79047
3	30	45	0.6267	0.5191	1.2135	0.9213	1.3229	0.7559	1	9.18906
4	45	75	0.7994	0.8132	1.5073	0.8636	1.6244	0.6156	1	28.5489
5	60	105	0.7569	1.1237	1.8602	0.826	1.9711	0.5073	1	56.3539
6	75	135	0.4908	1.4453	2.2401	0.8048	2.3417	0.4271	1	85.0069

Collignon projeksiyonuna ait eşitlikler ve deformasyonlar 15° lik enlem ve boylam değerleri hesaplanarak Çizelge 2 de verilmiştir.

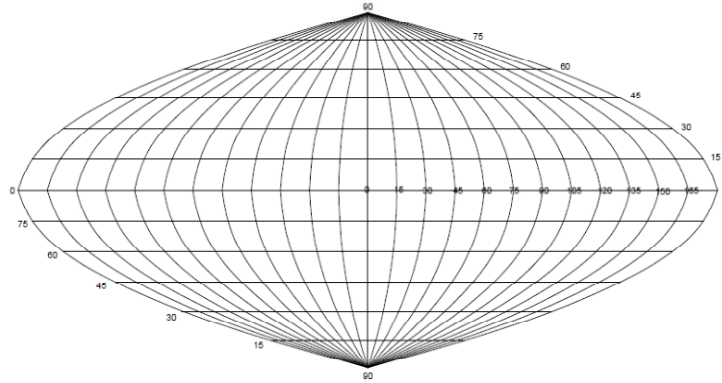
**Şekil 13.** Collignon projeksiyonuna ait maksimum açı deformasyonu eşdeformasyon eğrileri**Şekil 14.** Collignon projeksiyonuna ait maksimum açı deformasyonu renk metodu yöntemi



Şekil 15. Collignon projeksiyonuna ait deformasyon elipsleri

5.2 Craster Projeksiyonu

Gerçek anlamda olmayan alan koruyan bir projeksiyondur. Orta meridyen, ekvatorun yarı uzunluğunda doğru parçasıdır. Diğer meridyenler orta meridyene doğru konkav kutuplarda kesişen eşit aralıkta paraboloidlerdir. Paraleller eşit aralıkta değillerdir ekvatora doğru aralıkları azalır (Şekil 17).



Şekil 16. Craster Parabolik Projeksiyonu coğrafi pafta ağı

Projeksiyon eşitlikleri,

$$y = \sqrt{\frac{3}{\pi}} R\lambda(2\cos\left(\frac{2\varphi}{3}\right) - 1) \quad (40)$$

$$x = \sqrt{3\pi} R\sin\left(\frac{\varphi}{3}\right) \quad (41)$$

36° 46' kuzey ve güney enlemleri boyunca ölçek korunur. 1929 yılında İngiliz John Evelyn Craster tarafından sunulmuş, 1934 de Charles H. Deetz ve O.S. Adams tarafından geliştirilmiştir. Putnins P₄ projeksiyonu olarak da anılır [10,1,2]. Craster parabolik projeksiyonu eşitlikleri kullanılarak deformasyonları incelenmek istenirse R = 1 kabulü ve λ₀ = 0 olduğundan,

$$\frac{\partial y}{\partial \varphi} = \frac{4R\lambda\sin\left(\frac{2\varphi}{3}\right)}{\sqrt{3\pi}} \quad (42)$$

$$\frac{\partial x}{\partial \varphi} = \sqrt{\frac{\pi}{3}} \cos\left(\frac{\varphi}{3}\right) \quad (43)$$

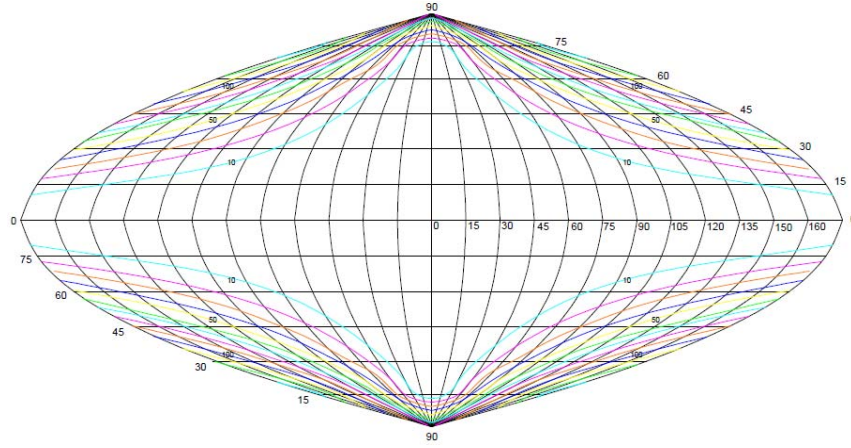
$$\frac{\partial y}{\partial \lambda} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{\pi}} (2\cos\left(\frac{2\varphi}{3}\right) - 1) \quad (44)$$

$$\frac{\partial x}{\partial \lambda} = 0 \quad (45)$$

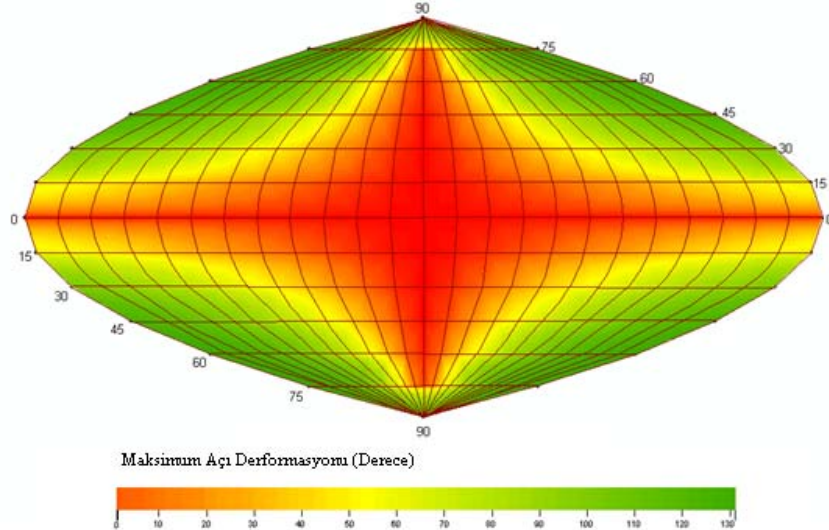
dir. Meridyen doğrultusundaki deformasyon katsayısı (33), paralel daireler doğrultusundaki uzunluk deformasyonu katsayısı (32), alan deformasyonu katsayısı da (34) eşitliklerinden hesaplanacaktır. Minimum ve maksimum uzunluk deformasyon katsayıları (36), (37), (38), (39) eşitliklerinden elde edilir. Maksimum açı deformasyonu ise (35) eşitliğinden hesaplanır [9,11,1,2]. Craster Parabolik projeksiyonuna ait eşitlikler ve deformasyonlar 15° lik enlem ve boylam eğrileri hesaplanarak Çizelge 3 de verilmiştir.

Çizelge 3. Craster parabolik projeksiyonu deformasyon katsayıları

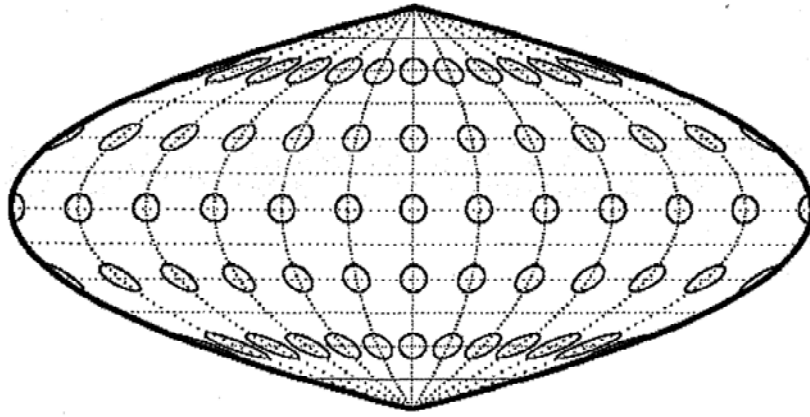
N. No	φ°	λ°	y (m)	x (m)	h (m)	k (m)	a (m)	b (m)	P (m)	ω°
1	0	0	0	0	1.0233	0.9772	1.0233	0.9772	1	0.0609
2	15	15	0.2481	0.268	1.0212	0.9809	1.0359	0.9653	1	0.143
3	30	45	0.6749	0.533	1.0668	0.9923	1.1904	0.8401	1	3.5151
4	45	75	0.9364	0.795	1.3055	1.0117	1.5137	0.6606	1	20.623
5	60	105	0.9529	1.05	1.8112	1.0399	2.0295	0.4927	1	61.12
6	75	135	0.6575	1.297	2.528	1.0782	2.7237	0.3672	1	108.47



Şekil 17. Craster parabolik projeksiyonuna ait maksimum açı deformasyonu eşdeformasyon eğrileri



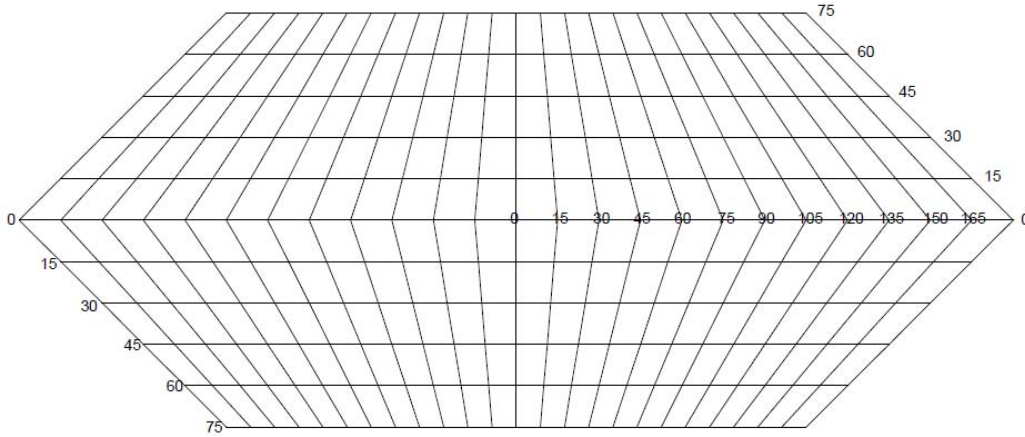
Şekil 18. Craster Parabolik projeksiyonuna ait maksimum açı deformasyonu değerlerinin renk metodu yöntemi ile gösterimi



Şekil 19. Craster parabolik projeksiyonuna ait deformasyon elipsleri

5.3 Eckert I Projeksiyonu

1906 yılında Alman Max Eckert tarafından geliştirilmiştir. Tüm yer kürenin alanını koruyan, gerçek anlamda olamayan silindirik bir projeksiyondur (Şekil 21).



Şekil 20. Eckert I projeksiyonu coğrafi pafta ağı

Orta meridyen ekvatorun yarı uzunluğunda doğru parçasıdır. Kutuplar ekvatorun yarı uzunluğunda doğru parçaları şeklinde gösterilir. Orta meridyen ve ekvatora göre simetri vardır. $47^{\circ}10'$ kuzey ve güney enlemleri boyunca ölçek korunur. Projeksiyon eşitlikleri,

$$y = 2\sqrt{\frac{2}{3\pi}} R\lambda \left(1 - \frac{|\phi|}{3}\right) \quad (46)$$

$$x = 2\sqrt{\frac{2}{3\pi}} R\phi \quad (47)$$

şeklinindedir. Eckert I projeksiyonu eşitlikleri kullanılarak deformasyonlar incelemek istenirse $R = 1$ kabulü ve $\lambda_0 = 0$ olduğundan,

$$\frac{\partial y}{\partial \phi} = -\frac{2\sqrt{2}\lambda}{\sqrt{3\pi^3}} \quad (48)$$

$$\frac{\partial x}{\partial \phi} = 2\sqrt{\frac{2}{3\pi}} \cos\left(\frac{\phi}{3}\right) \quad (49)$$

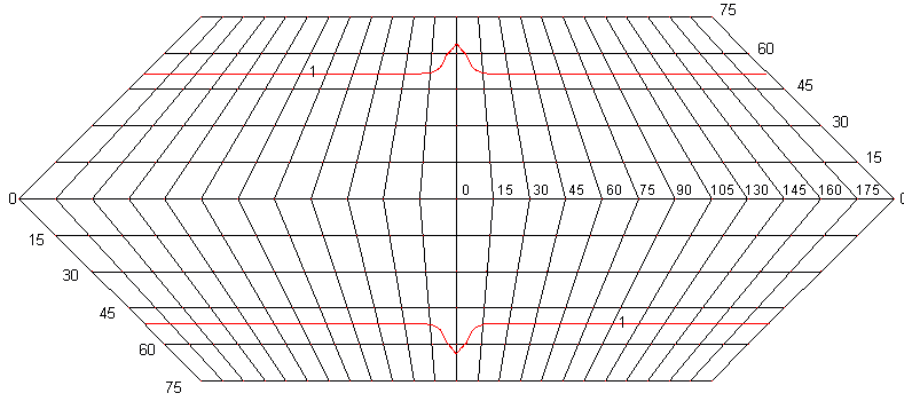
$$\frac{\partial y}{\partial \lambda} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{\pi}} \left(2 \cos \left(\frac{2\varphi}{3} \right) - 1 \right) \quad (50)$$

$$\frac{\partial x}{\partial \lambda} = 0 \quad (51)$$

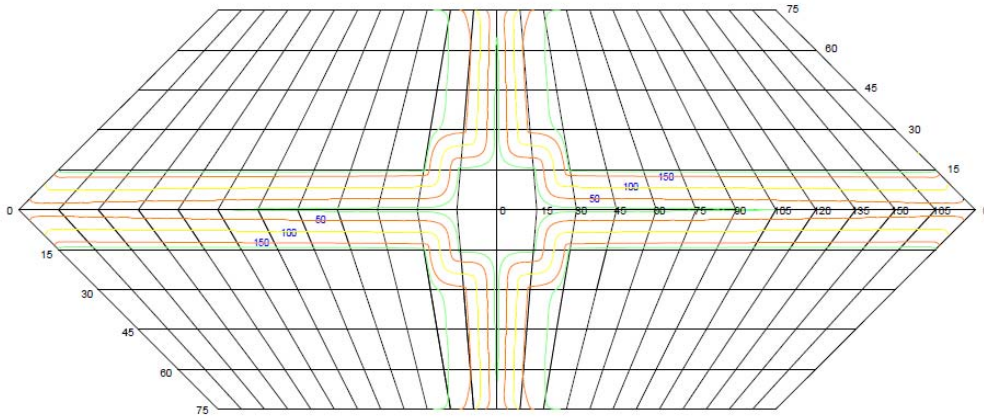
olacaktır. Meridyen doğrultusundaki deformasyon katsayısı (33), paralel daireler doğrultusundaki uzunluk deformasyonu katsayısı (32), alan deformasyonu katsayısı da (34) eşitliklerinden hesaplanacaktır. Minimum ve maksimum uzunluk deformasyon katsayıları (36), (37), (38), (39) eşitliklerinden elde edilir. Maksimum açı deformasyonu ise (35) eşitliğinden hesaplanır [9,11,1,2]. Eckert I projeksiyonuna ait eşitlikler ve deformasyonlar 15° lik enlem ve boylam eğrileri hesaplanarak Çizelge 4 de verilmiştir.

Çizelge 4. Eckert I projeksiyonu deformasyon katsayıları

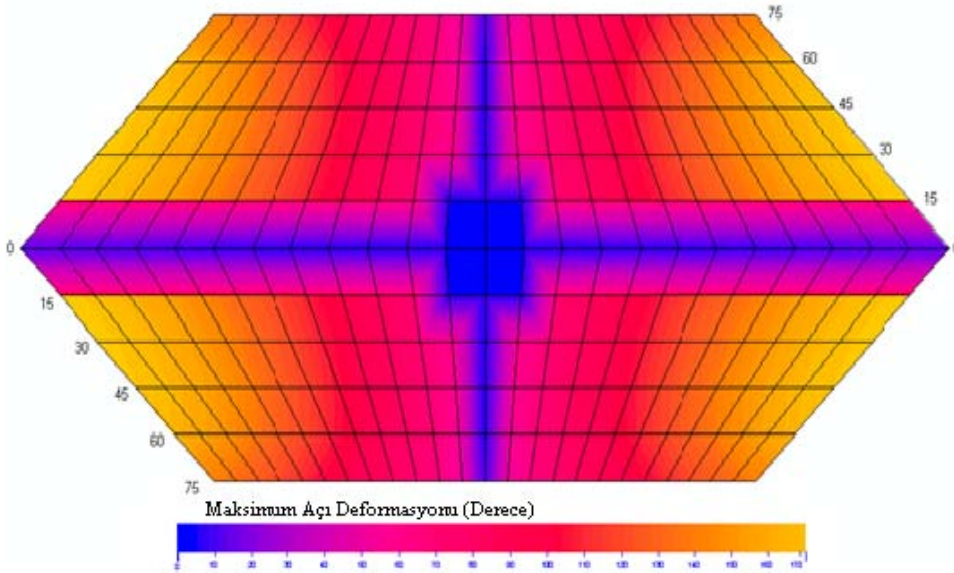
N. No	φ°	λ°	y (m)	x (m)	h (m)	k (m)	a (m)	b (m)	P (m)	ω°
1	0	0	0	0	0.9213	0.9213	0.9213	0.9213	0.8488	0
2	15	15	0.4422	0.2412	0.9245	0.8743	0.9437	0.8536	0.8055	0.2881
3	30	45	0.804	0.4824	13.229	0.8865	13.259	0.0616	0.8168	177.85
4	45	75	1.0854	0.7236	22.014	0.9772	22.036	0.0409	0.9003	179.15
5	60	105	1.2864	0.9648	30.807	1.2284	30.831	0.0367	1.1318	179.45
6	75	135	1.407	1.206	39.601	2.0765	39.656	0.0482	1.9131	179.44



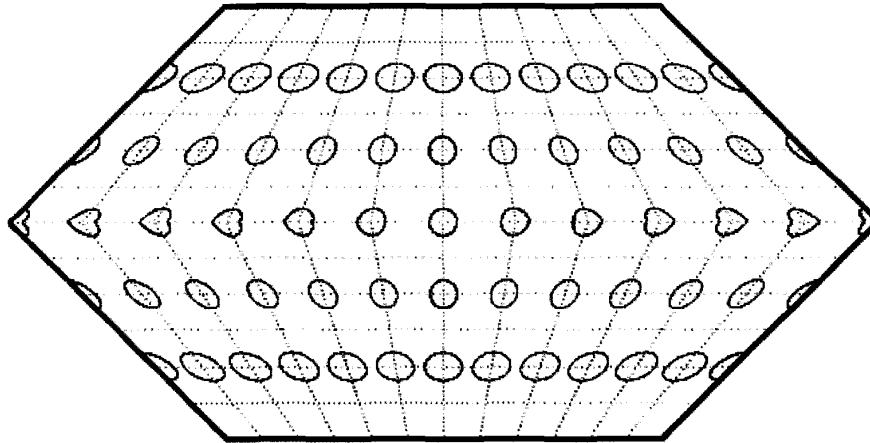
Şekil 21. Eckert I projeksiyonuna ait alan deformasyonu



Şekil 22. Eckert I projeksiyonuna ait maksimum açı deformasyonu eşdeformasyon eğrileri



Şekil 23. Eckert I projeksiyonuna ait maksimum açı deformasyonu değerlerinin renk metodu yöntemi ile gösterimi



Şekil 24. Eckert I projeksiyonuna ait deformasyon elipsleri

6. SONUÇ VE ÖNERİLER

Harita projeksiyonlarının amacı, dünyanın tamamının veya bir kısmının belirli bir koordinat sistemine göre ya da düzleme açılabilen yüzeyler üzerine, matematiksel bağıntılar kullanarak aktarılmasıdır. Üç boyutlu yeryüzünü iki boyutlu bir düzlem üzerine aktarırken mutlaka bozulmalar oluşacaktır. Yani gerçek değerler düzleme aktarılırken değişime uğrar ve bozulmalar oluşur. Ancak özgün yüzeydeki bazı değerleri (alan, uzunluk ve açı) korunarak aktarılabilir. Aktarma sırasında oluşan bozulmaların miktarının da bilinmesi oldukça önemlidir. Bu amaçla Dünya'nın tamamının veya büyük bir kısmının haritası yapılırken, harita projeksiyonuna ait deformasyonların bilinmesi gerekir.

Gerçek anlamlı projeksiyonlarda dünyanın tümü tek pafta halinde gösterildiğinde bazı zorluklar ortaya çıkar. Düzlem projeksiyonlarda yerkürenin ancak bir kısmı, silindirik ve konik projeksiyonlarda tamamı gösterilebilir. Ancak gerçek anlamlı projeksiyonlar, kutup bölgelerinde deformasyonun çok fazla artması ve küreselliğin algılanmasını güçleştirir. Özellikle enleme bağlı konuların doğru kavranabilmesi için,

harita üzerinde paralel dairelerin izdüşümlerinin yatay ve birbirine paralel olması istenir. Bu görünüm silindirik projeksiyonlarla elde edilebilir ancak bu aşamada küreselliğin algılanma gücü ortaya çıkar. Gerçek anlamda olmayan projeksiyonlar yukarıda değinilen sorunları gidermek amacıyla geliştirilmiştir. Özellikle gerçek anlamda olmayan silindirik projeksiyonlar enleme bağılı olayların anlaşılmasında kullanılabilir.

Bu tez çalışmada, temel kaynak olarak alınan literatürlerde geçen ve diğerlerine örnek olabilecek şekilde gerçek anlamda olmayan silindirik, düzlem projeksiyonlar seçilerek 15° aralıklarla coğrafi ağ oluşturulmuş ve uzunluk, açı ve alan bozulmaları bakımından incelenmiştir. Elde edilen deformasyon katsayıları nicel olarak ifadelendirilir ancak bu değerlerin yorumlanması ve hesaplanması uzmanlık gerektiren bir işlemdir. Bu çalışma ile harita kullanıcılarına, projeksiyona ait deformasyonlar hakkında anlık bilgi verilmesi sağlanmıştır. Öte yandan farklı görselleştirme yöntemlerinin kullanılması deformasyonların karşılaştırılması yönünden de önemlidir.

Örneğin Deniz ve hava ulaşımında kullanılan haritalarda alan deformasyonun bir önemi yoktur çünkü güzergâhın belirlenmesi doğru açı ile olacağından harita projeksiyonunun açı koruyan özelliğe sahip olması önemlidir.

7. KAYNAKLAR

1. Uçar, D., İpbüker C., Bildirici, İ. Ö., (2004). Matematiksel Kartografya : Harita Projeksiyonları Teorisi ve Uygulamaları. Atlas Yayın Dağıtım, Yayın No:35.
2. Uçar, D., İpbüker C., Bildirici, İ. Ö., (2004). Kartografik projeksiyonlarda Deformasyon elipslerinin Grafik Görselleştirilmesi, Harita dergisi, Sayı 119, Sayfa 30-44, Harita Genel Komutanlığı, Ankara.
3. Koçak, E. (1999). Harita Projeksiyonları, Zonguldak ISBN-975-7137-10-3.
4. Yerci, M., (2002). Harita Projeksiyonları, Ders Notları, Selçuk Üniversitesi, Konya.
5. Burgayevskiy, L. M., Snyder, J. P. (1995). Map Projections: A Reference Manual. London : Taylor and Francis Ltd.
6. Mulcahy, K. A., (1999). Spatial Data Sets and Map Projections: An Analysis of Distortion, PhD Thesis, The City University of New York.
7. Hake, G., Grünreich, D., (1994). Kartographie, Walter de Gruyter, Berlin.
8. Kırtıoğlu, O.S., (2011). Harita Projeksiyonlarında Deformasyon Analizleri, Yüksek Lisans tezi, Selçuk Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Konya.
9. Francula, N., (1971). Die Vorteilhaftesten Abbildungen in der Atlaskartographie, Dissertation, Rheinischen Friedrich-Wilhelms Universität, Bonn.
10. Snyder, J. P., (1989). An Album of Map Projections, U.S. Geological Survey, University Minnesota, U.S. Geological Survey Professional Paper 1453.
11. Maling, D. H., (1992). Coordinate Systems and Map Projections, 2nd ed. Oxford: Pergamon Press: 100-152.

İnternet Kaynakları

<http://www.mathworks.com/> 05.05.2012

https://www.e-education.psu.edu/natureofgeoinfo/c2_p29.html/ 10.12.2013

<http://www.beyince.net/yazi/projeksiyonlar/> 10.12.2013

http://www.teknolojikarastirmalar.com/pdf/tr/06_0_1_2_67_432.pdf/ 11.11.2013

[http://picsbox.biz/key/plate%20carree%20map%20projection /](http://picsbox.biz/key/plate%20carree%20map%20projection/) 12.12.2013