

## TEKNOLOJİK DEĞİŞMENİN ÜRETİM FONKSİYONLARI ÇERÇEVESİNDE ANALİZİ

Doç. Dr. Ahmet M. GÖKÇEN\*

### 1 — Üretim Fonksiyonu - Teknoloji İlişkisi

Herhangi bir mal ve hizmetin üretimi üretim faktörlerinin bu gayeyi gerçekleştirecek bir biçimde bir araya gelmesine bağlıdır. Şayet üretim meydana geliyorsa, bu üretimle, bu üretimi meydana getirecek girdiler (faktörler) arasında fonksiyonel bir bağlantı vardır. Çıktılarla girdiler arasındaki bu fonksiyonel bağlantı matematik olarak üretim fonksiyonu adı altında gösterilir. Üretim fonksiyonu; üretim faktörleri miktar ve karışım şekli ile üretim hacmi arasında bağlantı kuran bir fonksiyon olup, genel olarak şöyle gösterilebilir;

$$Y=f(X_1, X_2, \dots, X_n)$$

Burada, Y üretim hacmi,  $X_1, \dots, X_n$  üretime katılan faktör miktarları, f ise üretim hacmi ile üretime katılan faktör miktarları arasındaki fonksiyonel ilişkiyi gösterir. Y üretimi sadece kapital (K) ve emek (L) kullanılarak meydana getirildiği varsayırsa, üretim fonksiyonu

$$Y=f(K, L)$$

şeklinde gösterilir.

\* İ.Ü. İktisat Fakültesi öğretim üyesi.

Üretimle üretim faktörleri arasındaki bağlantı teknik bağlantıdır. Yani, üretime katılan emek ve kapital birimleri ile üretim hacmi arasındaki bağlantının mahiyeti «teknik» dir. Faktörlerin hangi oranda bir araya getirileceğini teknoloji belirler. Teknoloji değişirse, faktörler arasındaki oranlar, dolayısıyla üretim fonksiyonu da değişir (1).

## 2 — Teknoloji : Tarif ve Genel Açıklamalar

Teknoloji, en basit tarifi ile, üretime katılan üretim faktörleri ile üretim hacmi arasındaki ilişkidir. Buna göre Teknoloji «belli kaynaklardan belli bir zamanda elde edilen üretim» (2) olup bu anlamda teknoloji üretilen mallardan ibarettir (3). Teknoloji tarifi içine daha açık bir şekilde üretilen mallarla birlikte kullanılan makine ve teçhizat, emek ve yöneticilik kabiliyeti de sokulabilir. Daha geniş bir şekilde ise üretilen mallar, üretimde kullanılan üretim faktörleri yanında toplumun sosyo kültürel ve psikolojik varlığı da içine alır (4). Bununla beraber iktisatçılar çoğu kez teknolojiyi, üretim faktörlerini ve bunlar arasındaki birleşim oranlarını gösteren bir üretim fonksiyonu olarak ele alırlar,

$$Y=f(K, L)$$

şeklinde gösterilen üretim fonksiyonu aynı zamanda bir teknolojiyi de belirler. Diğer bir deyimle herhangi bir maldan Y miktarında üretim yapmak için, ne kadar kapital (K) ve ne kadar emek (L) gerekli olduğunu ve bu iki faktörün ne oranda (K/L) birleşeceğini gösteren bir üretim fonksiyonu, aynı zamanda üretim teknolojisini de belirler. Üretim fonksiyonunun değişmesi ile teknoloji de değişir. Aynı üretim miktarını elde etmek için çoğu kez farklı emek-sermaye oranlarına sahip birden çok kullanılabilir teknikler vardır. Bu

(1) Necati Mumcu; «Mikroekonomik Analize Giriş» İ.Ö. İktisat Fakültesi Yayın No: 405 İstanbul, 1979. s. 84.

(2) R.G.D. Allen; «Macro-Economic Theory» Düzeltilmiş Üçüncü Baskı, Macmillan and Co. Ltd. London, 1970. s. 236.

(3) Vural Savaş; «Kalkınma Ekonomisi», İ.İ.T.İ.A. Nihâd Sayar Yayın ve Yardım Vakfı Yayını No: 315/547. İstanbul. 1970. s. 160.

(4) ibid. s. 160.

## Teknolojik Değişmenin Üretim Fonksiyonları Çerçevesinde Analizi

durumda bir teknikten diğerine geçiş(ex-ante ve/veya ex-post olarak) mümkündür ve uygulanan teknolojinin değişmesi anlamına gelir. Belli kaynaklardan belli bir zamanda elde edilen üretim miktarının artması teknolojik değişme ile mümkündür (5). Basit anlamıyla teknolojik değişme teknolojideki ilerleme olup, üretim fonksiyonunun yukarıya doğru kaymasıyla ortaya çıkar. Nitekim Solow'a göre teknolojik ilerleme üretim fonksiyonundaki sıçramalar olup, bunun sonucunda daha az faktör kullanılarak aynı miktarda veya daha fazla üretim yapılabilmesi mümkün hale gelmektedir (6). Üretim miktarındaki artış, kullanılan üretim faktörleri miktarının artmasından, yada teknolojik değişme ile üretim fonksiyonunun yukarıya doğru kaymasından ileri gelebilir. Böylece üretim miktarındaki artışlardan, şayet faktör miktarlarındaki artışlarla izah edilemeyen kısım varsa, veya faktör miktarlarındaki artışa atfedilen kısım çıktıktan sonra geriye kalan bir "artık" (residual) kısım varsa, bu, teknolojik değişmenin etkisini gösterecektir. Diğer bir deyimle bu kısım teknolojik değişmenin sonucu üretim fonksiyonunun yukarıya kayması ile elde edilmektedir (7).

Üretim fonksiyonu içinde teknolojik değişmeyi diğer faktörlerden ayrı olarak göstermek istediğimiz zaman üretim fonksiyonunu şu şekilde yazabiliriz.

$$Y = f(K, L, t)$$

Burada t; zaman içinde meydana gelen teknolojik değişmeyi gösterir (8).

### 3 — Teknolojik Değişme Çeşitleri

#### a — Tarafsız (Nötr) Teknolojik Değişme

Bir mal ve iki faktörden meydana gelen bir üretim fonksiyonu

$$Y = f(K, L)$$

(5) R.G.D. Allen; Age. s. 236.

(6) R. Solow; «The Production Function and The Theory of Capital», *Review of Economic Studies*, 1955 s. 101-108.

(7) R. Solow, «Technical Change and the Aggregate Production Function», *The Economics of Technological Change* (ed. Nathan Rosenberg) Penguin Book, s. 344-361.

(8) *ibid.* s. 345.

üretim teknolojisini gösterdiği gibi aynı zamanda  $Y$  üretimini elde etmek için kullanılacak kapital ve emek miktarını da gösterecektir. Aynı  $Y$  üretimini elde etmek için, değişik kapital ve emek birleşimleri kullanılabiliriyorsa üretici, rasyonel bir teknik tercihle elindeki faktör miktarlarına bağlı olarak ve üretimini en az masrafla sağlayacak kapital-emek birleşimini seçecektir. Bunun teorik şartları ise faktör fiyatları oranının faktörlerin marjinal fiziki produktivite oranına eşit olmasıdır (9). Bu da eş ürün eğrisinin toplam masraf doğrusuna teğet olduğu noktadır. Bu noktada faktör fiyatları doğrusunun eğimi ile eş-ürün eğrisinin eğimi birbirine eşit olur.

Üretim fonksiyonu değiştikçe, buna bağlı olarak uygulanan teknoloji de değişecektir. Söz konusu üretim fonksiyonunda teknolojik değişimleri eş-ürün eğrilerinin orijine yaklaşım uzaklaşması veya kapital ve emek miktarlarının ölçüldüğü eksenlere yaklaşım uzaklaşması ile göstermek mümkündür. Şayet teknolojik değişim faktör produktivite oranını artırarak aynı miktardaki üretimi her iki faktörden de daha az kullanarak meydana getiriyorsa, bu tür teknolojik değişime "tarafsız" (nötr) teknolojik değişim adı verilir. Tarafsız teknolojik değişimde her iki faktörün marjinal produktivitesi aynı oranda artar. Diğer bir deyimle "eğer teknolojik değişimler faktörlerin üretime katılma oranlarını ve faktörlerarası marjinal ikame hadlerini değiştirmeden ve ölçüğe göre verim derecesini etkilemeden, aynı faktör girdisi ile daha çok üretim sağlanmasına sebep oluyorsa bu hale "tarafsız teknoloji değişim" denilir» (10).

$$Y = A K^{\alpha} L^{\beta}$$

şeklinde yapılan Cobb-Douglas üretim fonksiyonunda  $A$ 'nın değişmesi olarak kabul edilir. Bu fonksiyonda  $\alpha$  ve  $\beta$  sırasıyla kapitalin ve emeğin Produktivite elastikiyetini göstermektedir. ve

$$\alpha = \frac{\partial Y}{\partial K} \frac{K}{Y} \quad \beta = \frac{\partial Y}{\partial L} \frac{L}{Y} \quad \text{dir.}$$

(9) Yüksel Ülken; «Fiyat Teorisi» Cilt II. Faktör Piyasası İ.Ü. İkt. Fak. Yayını No: 407 İstanbul, 1978 s. 140.

(10) Ahmet Kılıçbay; «ekonometrik Metodlar ve Araştırma» İ.Ü. İşletme Fak. No: 52, İst. 1975, s. 312.

## Teknolojik Değişmenin Üretim Fonksiyonları Çerçevesinde Analizi

Faktörler arasındaki marjinal ikame haddi (MİH)

$$MİH = \frac{\frac{\partial Y}{\partial K}}{\frac{\partial Y}{\partial L}} = \frac{\alpha}{\beta} \frac{L}{K} \text{ veya } \frac{\beta}{\alpha} \frac{K}{L}$$

Dikkat edilirse yukarıdaki formülde A'nın yeri yoktur. Başka bir ifade ile A, marjinal ikame haddini değiştirmeden üretimi (Y) artırabilir ve bu sonucu doğrudan teknolojik değişme de «tarafsız»dır. Tarafsız teknolojik değişimde faktör fiyatları değişmediği halde faktörlerin produktiviteyi arttığı için eş ürün eğrisi orijine doğru yaklaşmıştır (11). Bu tür teknolojik değişme sonucunda, kullanılan üretim faktörlerinin oram değişmemektedir.

### b — Faktör Kullanım Miktarını Değiştiren Teknolojik Değişme

Teknolojik değişme sadece tarafsız (nötr) ve faktör oranlarını değiştirmeyen bir biçimde meydana gelmeyebilir. Aksine, kapitali veya emeği daha çok kullanan bir durumda da olabilir. Şayet faktör fiyatları değişmediği halde, teknolojik değişme, belli bir üretime ulaşmak için eskisine oranla daha çok kapital ve daha az emek kullanılması sonucunu doğuruyorsa bu tür teknolojik değişmelere «kapital-yoğun» veya «emek tasarruf edici» teknolojik değişmeler adı verilir. Bu tip teknolojik değişmeler kapitalin marjinal produktivitesini emeğin marjinal produktivitesinden daha çok artırır. Bu durumda aktivite kolu kapitalin ölçüldüğü eksene doğru yaklaşacaktır. Diğer taraftan teknolojik değişme sonucunda, belli üretime ulaşmak için daha çok emek ve daha az kapital kullanmak durumu söz konusu olursa, bu tür teknolojik değişmelere de «emek-yoğun» veya «kapital tasarruf edici» teknolojik değişmeler adı verilir. Bu durumdaki teknolojik değişme emeğin marjinal produktivitesini kapitalin marjinal produktivitesinden daha çok artırır. Aktivite kolu da emeğin ölçüldüğü eksene doğru yaklaşır. Teknolojik değişme faktörün marjinal produktivitesi ve dolayısıyla talebine de tesir eder. Çünkü faktörün marjinal produktivitesindeki artışla o faktöre olan talep artışı arasında doğru yönlü ilişki vardır. Bunun içindir ki kapitalin marjinal produktivitesini artıran bir teknolojik değiş-

(11) M. Blaug; «A Survey of The Theory of Process-Innovations», Ed. N. Rosenberg, A.g.e., s. 88.

me kapitalin talebini arttırıcı, buna mukabil emek talebini azaltıcıdır. Onun içindir ki bu teknolojik değişmelere «emek azaltıcı» teknolojik değişmeler adı verilir (12).

Bir işletme açısından hangi tür teknoloji tercihinin yapılacağı, mevcut faktör miktarlarına ve faktörlerin fiyatlarına göre tayin edilecektir. Teknolojik değişme kaptialı veya emeği nisbi olarak daha ucuz hale getiriyorsa, faktörler arasında ikame konusunu da gündeme getirir (13).

Şayet faktörler arasında ikame imkanı varsa, faktörlerin birleşim oram faktör fiyatları oranına eşit hale gelir. Faktörler arası ikame imkanının mevcut olduğu durumda aktivitelerin doğrusal veya konveks birleşimi de söz konusu olur.

Cobb-Douglas üretim fonksiyonu ile tarafsız olmayan teknolojik gelişmeyi şu şekilde göstermek mümkündür.

$$Y = A K^{\alpha} L^{\beta}$$

Fonksiyonunda;

$$\alpha = \frac{aY}{aK} \frac{K}{Y} \text{ ve } \beta = \frac{aY}{aL} \frac{L}{Y}$$

Parametreleri, teknolojik gelişme sonunda

i — Yalnız biri

ii — veya her ikisinin birden fakat farklı oranlarda değişmesi halinde tarafsız olmayan teknolojik gelişme söz konusu olur. Çünkü, söz konusu üretim fonksiyonunda  $\alpha$ , kapitalin prodüktivite elastikliği  $\beta$  ise emeğin prodüktivite elastikliğidir. Daha öncede söylediğimiz gibi, prodüktivite elastikliklerini de değiştiren teknoloji, onlardan yalnız birini veya ikisini farklı oranda değiştirmişse teknolojik gelişme taraflıdır.

(12) Vural Savaş; A.g.e., s. 390.

(13) R.G.D. Allen; A.g.e., s. 109.

## Teknolojik Değişmenin Üretim Fonksiyonları Çerçevesinde Analizi

Buna göre  $\alpha/\beta$  oranının büyümesi kaptial-yoğun teknolojiye geçişi,  $\alpha/\beta$  oranının düşmesi ise, emek yoğun teknolojiye geçişi ifade eder.

### c — İçerilmemiş (Disembodied) ve İçerilmiş (Embodied) Teknolojik Değişme

#### i — İçerilmemiş (disembodied) Teknolojik Değişme

Yatırım malına dönüştürülmemiş (14) ve kişileşmemiş (15) teknolojik değişme olarak da adlandırılan bu tür teknolojik değişme de üretim artışı zamanın geçmesi ile bütün üretim faktörleri üzerinde olumlu etkiler meydana getirerek onların verimliliklerinin artması şeklinde ortaya çıkar (16).

İçerilmemiş teknolojik gelişme, yatırım ve birikim olgularından bağımsız olarak, mevcut sermaye stoku ve işgücünün etkinliğinin, yani belli bir input bileşiminden elde edilen output miktarının zaman içinde sürekli olarak artması şeklinde tanımlanabilir» (17). Onun için bu tür teknolojik değişme yatırımlardan ve dolayısıyla sermaye stokundaki ve emek gücündeki artıştan bağımsız olarak düşünülür. Sanki «cennetten düşen bir meyva gibi» (18) (manna from heaven) eski yeni bütün sermayeyi ve emeği etkileyen bir teknolojik değişmedir. Belli bir maliyeti yoktur ve zamanın geçmesi ile ortaya çıkar. İçerilmemiş teknolojik değişmeler genellikle organizasyon, yönetim, eğitim, araştırma vs. alanlarında meydana getirilen iyileştirmelere tekabül eder. Bunun sonucunda faktörlerin ve bu arada emeğin kalitesi ve dolayısıyla produktivitesi yükselir. Bu tür teknolojik değişmenin eski yatırımlarda da kendini hissettirmesinin sebebi, bu makinaları kullanan emeğin, burada çalışmakla elde ettikleri tecrü-

(14) Vural Savaş, A.g.e., s. 404.

(15) Tuncer Bulutay; «İktisadi Büyüme Modelleri Üzerine Açıklamalar ve Eleştiriler A.Ü.S.B.F. Yayını No: 341 Ankara 1972, s. 50.

(16) R.G.D. Allen; A.g.e., s. 236.

(17) Yılmaz Akyüz; «Sermaye, Bölüşüm, Büyüme», A.Ü. Siyasal Bilgiler Fakültesi Yayını No: 400, Ankara 1977, s. 433.

(18) Edward Shapiro; «Macroeconomic Analysis», İkinci Baskı. Harcourt Brace and World, Inc, New York, 1970 s. 495 ve R.G.D. Allen A.g.e., s. 240.

beden ileri gelmektedir. Eski makina ve techizatta meydana gelen teknolojik aşınma da içerilmemiş bu tür teknolojik ilerlemelerle bertaraf edilebilir (19).

Bu tür teknolojik gelişme de emek teorik olarak homojen kabul edilir. Çünkü teknolojik gelişmeden, yaş, tecrübe ve eğitim seviyeleri gözetilmeksizin bütün işçiler eşit ve benzer bir şekilde yararlana- caktadırlar. Aynı şekilde kapital stoku için de homojen olduğuna dair varsayım yapılır. Çünkü burada da yaş ve şekli gözönüne alınmadan bütün kapital birimleri söz konusu teknolojik gelişmeden eşit ve benzer bir şekilde istifade edecektir (20).

İçerilmemiş teknolojik değişme faktörlerin bütününe tesir ederek onların verimliliklerini artırır. Zaten bunun için bu tür teknolojik değişmelere içerilmemiş (disembodied) teknolojik değişme denmektedir. Bu durum üretim fonksiyonu ile göstermek mümkündür;

$$Y = F(K, L, t)$$

Fonksiyonunda t zaman faktörünü göstermektedir. Bu genel fonk- sionun t değişkenin (zamana) göre türevi şöyledir.

$$\frac{dy}{dt} = \frac{aY}{aK} \frac{dK}{dt} + \frac{aY}{aL} \frac{dL}{dt} + \frac{aY}{at}$$

Buna göre üretimin değişmesi

a — Faktörlerin marjinal produktivitelerine, (yani;  $aY/aK$ ,  $aY/aL$ ) ve bunların zaman içindeki artışlarına (yani;  $dK/dt$ ,  $dL/dt$ ) bağlıdır.

b — Bunların dışında üretime zamanın (t) doğrudan tesiri vardır;  $aY/at$  zamanın, üretim faktörlerine bağlı olmadan Y yi arttırdığı ifade eder ve teknolojik değişme trendini gösterir. Bu

(19) N. Kaldor, J. A. Mirrlees; «A New Model of Economic Growth». Review of Economic Studies, 1961 Vol. 29. s. 174 ve devamı.

(20) E. Shapiro; «Macroeconomic Analysis» İkinci Baskı, Harcourt Brace and Word. Inc. New York 1970. s. 495.



## Teknolojik Değişmenin Üretim Fonksiyonları Çerçevesinde Analizi

teknolojik değişme faktörlere sinmemiş onlar tarafından içerilmemiştir. Bu sebepten bu tip teknolojik değişmelere yatırıma dönüştürülmemiş-içerilmemiş (disembodied) teknolojik değişme denmektedir. Böylece t nin büyümesi faktörlerarası ikame haddini değiştirmeden üretim fonksiyonunun yukarıya doğru kaymasına sebep olmaktadır.

### ii — İçerilmiş (embodied) Teknolojik Değişme

Kişileşmiş ve yatırım malına dönüştürülmüş teknolojik değişme de denilen bu tür teknolojik değişmede üretim artışının yeni yatırımlarla gerçekleştirildiği kabul edilmekte ve teknolojik değişmenin yeni yatırımlar tarafından temsil edildiği ve bu yatırımların en yeni teknolojiyi de kavradığı varsayılmaktadır. Böylece yatırıma dönüştürülmüş teknolojik değişme sermayeden soyutlanmamış olup, aksine sermaye tarafından adeta emilmiş durumdadır. Söz konusu teknolojik gelişme, yeni kapital malların da ve yeni tecrübe edinmiş veya yeni eğitilmiş emek gücünde kendini gösterir. Bunun için yeni kapital mallarında veya yeni eğitilmiş veya tecrübe kazanmış emek gücünde, bu tür teknolojik gelişme daha etkili olduğundan bunların da üretime katkıları diğerlerine oranla daha yüksek olacaktır (21).

Yatırım malına dönüştürülmüş teknolojik değişme kapital faktörünü artık «homojen» bir unsur olarak ele almaz. Çünkü her bir yeni makina en yüksek teknolojik bilgiyi temsil ettiğinden kendisinden daha önce yapılmış diğer bütün makinalara nisbetle daha yüksek verimliliğe sahiptir. Bundan dolayı kapital uzun zaman homojen kalmaz. Yatırım malına dönüştürülmüş, içerilmiş teknolojik değişme, yeni makinaları eskilerine oranla daha verimli hale getirmektedir (22). Böylece teknolojik değişme yeni ve daha verimli bir kapital malını meydana getiriyorsa; «belli bir devrenin kapital malları daha önceki devrenin kapital mallarından ayrı olacaktır. Bu ayrılık şekil ve tip yönünden olabileceği gibi, daha önemlisi «verimlilik» yönünden bir ayrılık da olabilecektir» (23). Buna göre her kapital malı yapıldığı yılın teknolojik gelişmelerinin etkisini taşıyacak-

(21) ibid. s. 495.

(22) R.G.D. Allen; A.g.e.,s. 237.

(23) Vural Savaş; A.g.e., s. 404.

tır (24). Bu durumda kapital mallarını tek bir kapital stoku içinde ifade etmek mümkün değildir. Aksine kapital stoku yapıldıkları yıllara göre gruplandırılarak ve her yıl ait grubu ayrı olarak ele alınmaktadır. Böylece kapital stoku farklı yapılış yılını ihtiva eden ve dolayısıyla her bir yıla ait sermayenin verimlilikleri de farklı olan «heterojen» bir stok durumundadır. Sermaye stokunu yapılış yıllarına göre gruplandıran ve her bir yıla ait grubu ayrı ele alan bu tür kapital modeline «Yapılış Yılı Modeli» (Vintage Modeli) adı verilir. Bu modelde kapital stoku, biraz önce de söylendiği gibi çeşitli yaşlardan meydana gelmektedir. Teknolojik gelişmeden dolayı da her bir yaş grubuna (Vintage) ait kapital kendinden öncekinden daha fazla prodüktiftir.

İçeriilmiş teknolojik değişimin ortaya çıkması için içerilmemiş teknolojik değişimde olduğu gibi zamanın geçmesi yetmeyip, yatırımların yapılması gerekmektedir. Diğer bir deyimle yenilikler gerçek hayata yatırımlar vasıtasıyla taşınmaktadır (25). Solow'un deyişiyle «yatırımlar kapital stokunda meydana getirdiği artışla beraber modernleşme anlamına da gelmektedir» (26). Bu görüşte net yatırım yerine brüt, yada gayri safi yatırım daha önemlidir. Çünkü eskisinin yeni ile değişimi yeni teknolojiyi getirebilir.

Teknolojik gelişmenin hızı toplam yatırım hızı ile beraber gelişmektedir (27). Burada yeni yaratılan sermaye yıpranan sermayeden farklıdır. O halde önemli olan net yatırım değil gayri safi yatırımdır (28). Buna göre teknolojik gelişme yeni yatırımlarla gerçekleştirilebilecektir. Böylece, yatırımın büyümeye katkısı fazla olacaktır (29).

---

(24) F. Hahn, R.C.D. Matthews; «The Theory of Economic Growth A Survey» Growth Economics Selected Readings, Penguin Books, Ed. A.K. Sen. İkinci Baskı, 1971, s. 379.

(25) R.M. Solow; «Economic Growth, Economic Growth içinde. Ed. P.M. Gutman Modern Economic Issues, Printice-Itall, inc. 2. baskı. Englewood Cliffs, 1965. s. 108.

(26) R.M. Solow; «Investment and Technical Progress» Reading in The Modern Theory of Economic Growth» Ed. J. Stigitz. H. Uzawa Cambridge Mass MIT pres. 1969.

(27) Edmund Phelps; «The New View of Investment», Quarterly Journal of Economics, LXXVI, N: 4, November 1962.

(28) F.H. Hanh, R.C.D. Matthews; A.g.m., s. 380.

(29) R.M. Solow; «Investment and Technical Progress» A.g.m. s. 164.

## Teknolojik Değişmenin Üretim Fonksiyonları Çerçevesinde Analizi

İçerilmiş teknolojik değişimde sermaye stoku için söylendiği gibi aynı şekilde emek için de homojen olmadığı, aksine emeğin de heterojen birimlerden meydana geldiği söylenebilir. Yani emek de kapital gibi yaş, tecrübe ve eğitim bakımından farklı yaşlardan (Vintages) meydana gelmektedir. Her bir yaş grubu da yaş, tecrübe ve eğitim bakımından diğerlerinden ayırıcı özellikler taşımaktadır. Kapitalde olduğu gibi teknolojik gelişme dolayısıyla, her bir emek grubu kendisinden daha eski (eski Vintages) yaş grubundan daha produktiftir. Diğer bir deyimle yeni eğitilmiş ve tecrübe sahibi olmuş kimseler kendilerinden daha önceki yaşlara (Vintages) ait olanlardan daha fazla produktiftirler (30). Bununla beraber içerilmiş, yatırıma dönüştürülmüş teknolojik değişimin etkisi, çeşitli yaşlardaki (Vintages) makinalar üzerinde, eğitilmiş dahi olsa emeğe nisbetle daha yüksektir. Bunun için genellikle bu tür teknolojik değişim analizleri kapital üzerinde yoğunlaştırılmaktadır. Veya emek bu teknolojik gelişme içine sokulsa dahi, ancak her bir dönemde imal edilmiş olan makinayı kullanan emek olarak, her bir yaştaki kapitalle bir arada ele alınmaktadır (31).

Teknolojik değişmeyi de içine alan bir üretim fonksiyonunu şu şekilde göstermek mümkündür.

$$Y = e^{mt} K^{\alpha} L^{\beta}$$

Burada  $e^{mt}$  logaritmik e tabanına oturan «nötr» teknolojik değişim haddidir. Fonksiyonu logaritmik hale getirirsek;

$$\ln Y = \alpha \ln K + \beta \ln L + mt$$

Bunun t'ye göre türevini alırsak,

$$\frac{1}{Y} \frac{dY}{dt} = \alpha \frac{1}{K} \frac{dK}{dt} + \beta \frac{1}{L} \frac{dL}{dt} + m$$

(30) R.G.D. Allen; A.g.e., s. 237.

(31) ibid s. 254.

Denkleimde  $\alpha, \beta$  ve  $m$  yerine değerleri yazılabilir.

$$\alpha = \frac{\partial Y}{\partial K} \frac{K}{Y}, \quad \beta = \frac{\partial Y}{\partial L} \frac{L}{Y}, \quad m = \frac{1}{y} \frac{\partial Y}{\partial t}$$

olduğundan denklem şu şekli alacaktır.

$$\frac{1}{Y} \frac{dY}{dt} = \left( \frac{\partial Y}{\partial K} \frac{K}{Y} \right) \left( \frac{1}{K} \frac{dK}{dt} \right) + \left( \frac{\partial Y}{\partial L} \frac{L}{Y} \right) \left( \frac{1}{L} \frac{dL}{dt} \right) + \frac{1}{Y} \frac{aY}{at}$$

Burada üretim artışının içerilmiş teknolojik değişmeden ve içerilmemiş teknolojik değişmeden meydana geldiği açıkça görülmektedir. Buna göre içerilmiş teknolojik değişme, üretimdeki verim artışının üretim faktörlerinin teknolojik özelliklerinden meydana gelen değişimin sonucu olarak ortaya çıktığını ifade eder. Bu bakımdan içerilmemiş teknolojik değişimin tersidir. İçerilmemiş teknolojik değişme faktörlerin dışında olduğu halde içerilmiş teknolojik değişme faktörlerin içinde olup onlara sinmiş durumdadır. Denkleminde de görüldüğü gibi denklemin

$$\left( \frac{\partial Y}{\partial K} \frac{K}{Y} \right) \left( \frac{1}{K} \frac{dK}{dt} \right) + \left( \frac{\partial Y}{\partial L} \frac{L}{Y} \right) \left( \frac{1}{L} \frac{dL}{dt} \right)$$

kısmı içerilmiş teknolojik değişmeyi,

$$\frac{1}{Y} \frac{aY}{at}$$

kısmı ise içerilmemiş teknolojik değişmeyi temsil etmektedir. Görüldüğü gibi içerilmemiş teknolojik değişme üretim faktörlerinden bağımsız olarak üretimi etkilediği halde, içerilmiş teknolojik değişme üretim faktörlerine tesir ederek üretimi etkilemektedir.

Burada söz konusu edilmesi gereken diğer bir husus da emek ve sermaye arasında ikame imkanlarının yatırımın durumuna (fabrikanın yapılmasına) göre hangi safhada mevcut olup olmadığıdır. Bu açıdan bakıldığında 3 durum söz konusu olmaktadır. Bunlardan birincisinde faktörler arasındaki ikame hem yatırım yapılmadan (fabrika yapılmadan) önce ve hem de yatırım yapıldıktan sonra mev-

## Teknolojik Değişmenin Üretim Fonksiyonları Çerçevesinde Analizi

cuttur. Diğer bir deyimle hem ex-ante ve hem de ex-post olarak ikame vardır.

İkinci bir durumda ise, ex-ante ikame kabul edildiği halde, ex-post olarak ikamenin mevcut olmadığı kabul edilmektedir. Bu durumda yatırım yapılmadan, fabrika imal edilmeden önce, bu makineyle kaç işçinin çalışacağına serbestce karar verilebilecek, fakat yatırım gerçekleştirildikten, makine imal edildikten sonra, artık bu makineyle çalıştırılacak işçi sayısını değiştirmek mümkün değildir. Onun için bu durumda ex-ante olarak ikame kabul edilmekle beraber ex-post olarak ikamenin olmadığı varsayılmaktadır.

Üçüncü bir durumda ise faktörler arasındaki ikamenin olmadığı hem ex-ante ve hem de ex-post kabul edilmektedir. Diğer bir deyimle, bu durumda faktörler arasında, hem yatırım yapılırken, makine imal edilirken ve hem de yatırım yapıldıktan sonra ikamenin mevcut olmadığı kabul edilmektedir.

### 4 — Tarafsız (Nötr) Teknolojik Değişme Çeşitleri

#### a — Harrod Tipi Tarafsız (Nötr) Teknolojik Değişme

Belli bir faiz haddinde kaptial-hasıla (K/Y) oranını değiştirmeyen fakat emeğe tesir ederek bunların etkinliklerini arttıran teknolojik değişmelere Harrod-tipi tarafsız (nötr) teknolojik değişmeler adı verilir. Bu tür teknolojik değişmede sermaye-Hasıla oranının sabitliği yanında sermayenin marjinal ürününün sabitliği de söz konusu olmaktadır. Çünkü tam-rekabet şartları altında sermayenin marjinal ürünü faiz (ve kar) haddine eşit olduğundan, belli bir faiz haddinde K/Y oranının sabitliği aynı zamanda sermayenin marjinal ürününün sabitliğini de beraberinde getirir. Ancak teknolojik gelişmeler genellikle sermayenin marjinal produktivitesini arttırmaktadır. Teknolojik gelişmeyle beraber sermayenin marjinal produktivitesi artarken sermayenin nisbi payının ( $r$  K/Y) sabit kalabilmesi, sermaye emek (K/L) oranının yükselmesine bağlı olacaktır. Dolayısıyla Harrod tipi tarafsız teknolojik değişme K/L oranının değişmesiyle sağlanır. Söz konusu oranın yükselmesi ise emeğin etkinlik derecesinin yükselmesine bağlı olacaktır. K/L oranı o şekilde yükselecektir ki; sonunda K/Y oranı, yani faktörlerin nisbi payları

aynı kalacaktır. Harrod tipi tarafsız teknolojik değişme emeğin etkinlik derecesini yükselttiğinden bu tür teknolojik değişmeye emek-arttıran (Labour-Augmenting) teknolojik değişme denmektedir (32). Bunu üretim fonksiyonu ile şöyle gösterebiliriz. Üretim fonksiyonu doğrusal ve homojense yani;

$$Y = F(K, L, t)$$

ise Harrod tipi tarafsız teknolojik değişme

$$Y = F(K, \bar{L}) \text{ ve } \bar{L} = \alpha(t) L$$

$\bar{L}$  Yerine değeri konulursa

$$Y = F[K, \alpha(t) L]$$

elde edilir.

Burada  $\alpha(t)$  zamanın pozitif bir fonksiyonu olup, bütün faktörleri etkilemeyip, sadece emeğe tesir ederek onun etkinliğini arttırmaktadır. Bunun için  $\bar{L}$  etkin emek birimleriyle ölçülmüş emeği kapsamaktadır. Fonksiyon; K ve  $\alpha(t) L$ 'de meydana gelecek nisbi artışların üretimde aynı oranda artışa sebep olacağını, «ekonominin üretim kapasitesi yönünden büyüyeceğini, fakat kapitalin marjinal produktivitesinin, genel ifadeyle kârlılık oranının sabit kalacağını göstermektedir» (33).

Harrod tipi tarafsız teknolojik değişme emeğin etkinliğini arttırarak, nüfus artışına benzer bir etki meydana getirir. Belli kapital ve emek miktarı ile elde edilen üretim miktarı, zamanla teknolojinin gelişmesi ve emeğin etkinliğini arttırması ile  $[\bar{L} = \alpha(t)L]$  daha az emek kullanılarak elde edilecektir. Bu haliyle Harrod tipi tarafsız teknolojik değişme nüfus artışına benzetilebilir (34). Nüfus artışı kişi miktarının çoğalmasına, Harrod tipi tarafsız teknolojik değişme ise bir kişinin önceden yapabildiği işin, belirli bir katmı yapı-

(32) ibid, s. 238.

(33) Vural Savaş; A.g.e., s. 396.

(34) F. Hohn, R.C.D. Matthews; A.g.e., s. 381.

## Teknolojik Değişmenin Üretim Fonksiyonları Çerçevesinde Analizi

bilmesini mümkün hale getirir. Diğer bir deyimle, mesela eskiden 2 kişinin yaptığı işi Harrod tipi tarafsız teknolojik gelişmeden sonra bir kişi yapabilir duruma gelir. Onun için bu tür teknolojik değişme, emeğin etkinlik derecesinin artmasıyla aynı anlama gelir.

Harrod tipi tarafsız teknolojik değişmenin, genel olarak zaman içindeki değişmesi  $\frac{d\alpha}{\alpha dt}$  oranında olup sabittir. Teknolojik değişme (m) hızı emeğin etkinlik derecesini sabit bir hızda arttırıyorsa söz konusu teknolojik değişme şu şekilde gösterilebilir.

$$\frac{1}{\alpha} \frac{d\alpha}{dt} = m$$

Burada  $t=0$  iken  $\alpha=1$  dir.

Böylece  $\alpha=e^{mt}$  yazılabilir. Bu durumda Harrod tipi tarafsız teknolojik değişme üretim fonksiyonu ile;

$$Y = F(K, e^{mt} L)$$

şeklinde yazılır. Aynı şekilde

$$\bar{L} = e^{mt} L$$

olur ve buradan

$$Y = F(K, \bar{L})$$

bulunur.

Harrod nötr teknolojik değişme doğrusal homojen üretim fonksiyonunda adam başına terimlerle şu şekilde ifade edilir.

$$Y = F(K, L) \text{ ve } Y = F(K, \bar{L}) \quad \text{fonksiyonlarında}$$

$$y = \frac{Y}{L}, k = \frac{K}{L} \text{ ve } Y = f(k)$$

$$\bar{y} = \frac{Y}{L} = \frac{Y}{L} e^{-mt} = y e^{-mt}$$

$$\bar{k} = \frac{K}{L} = \frac{K}{L} e^{-mt} = k e^{-mt}$$

$\bar{y}$  ve  $\bar{k}$  adam başına üretim ve kapital miktarı  $\bar{y}$  ve  $\bar{k}$  adam başına etkin birimlerle ölçülmüş üretim ve kapital miktarıdır.

Sabit getirili, doğrusal homojen bir ütemi fonksiyonunda Harrod-nötr teknolojik değişme hızı  $m$  iken  $\bar{y} = f(\bar{k})$  ve  $\bar{y} = y e^{-mt}$  ve  $\bar{k} = k e^{-mt}$  olmaktadır. Buna göre sonuç olarak şu neticeye varılmaktadır. Teknolojik gelişme Harrod-nötr ise ölçeğe göre sabit getiri varsa kapitalin marjinal üretimi ( $\partial Y / \partial K$ ) ve üretim-kapital oranı ( $Y/K$ ) sabit kalır.

Harrod tipi tarafsız teknolojik değişmede emek miktarındaki toplam artış iki kaynaktan meydana gelmektedir. Bir taraftan nüfus artışı ( $n$ ) ile miktarı artarken diğer taraftan da teknolojik gelişme ile etkinlik derecesi yükselmektedir. Onun için emek miktarındaki toplam artışın (miktar ve etkinlik olarak) hızı da  $(m+n)$  olacaktır. Harrod tipi nötr teknolojik değişmenin varlığı halinde, üretimin ( $Y$ ) ve sermayenin ( $K$ ) artış hızları, emek miktarındaki nüfus artışıyla meydana gelen artış hızı ( $n$ ) ile teknolojik değişme sonucunda emekte etkinlik olarak meydana gelen artış hızı ( $m$ ) toplamına eşit olacaktır. Ancak böylece  $K/Y$  oranının sabitliği korunabilecektir.

## b — Solow tipi tarafsız (Nötr) Teknolojik Değişme

Harrod tipi tarafsız (Nötr) teknolojik değişmenin simetriği gibidir. Yukarıda açıklandığı gibi Harrod tipi tarafsız teknolojik değişme emeğin etkinliğini arttırıcı yönde tesir yaratan, dolayısıyla işgücü biriktiren bir teknolojik gelişmedir. Burada emeğin yerine kapital konduğu zaman Solow tipi tarafsız teknolojik değişme ortaya çıkar. Yani Solow tipi tarafsız teknolojik değişme kapitalin etkinliğini arttıran ve dolayısıyla sermaye biriktiren bir teknolojik gelişmedir. Solow tipi tarafsız teknolojik değişme sabit bir ücret haddin-



## Teknolojik Değişmenin Üretim Fonksiyonları Çerçevesinde Analizi

de, L/Y emek-hasıla oranının sabitliğini öngörür. Aynı zamanda faktörlerin nisbi payları da sabit kalacaktır. Çünkü, ücret haddi (W) ve L/Y oram sabit kaldığından emeğin nisbi yapısı,  $wL/Y$  de sabit kalacaktır. Emeğin nisbi payı değişmeyeceğinden sermayenin de nisbi payı değişmeyecektir.

Solow tipi tarafsız teknolojik değişmeyi üretim fonksiyonu ile şöyle gösterebiliriz. Üretim fonksiyonu doğrusal ve homojen,

$$Y = F(K, L, t)$$

ise, Solow tipi tarafsız teknolojik değişme

$$Y = F(\bar{K}, L) \quad \text{ve}$$

$$\bar{K} = \alpha(t)K$$

K yerine eşit değeri konulursa

$$Y = F[\alpha(t)K, L]$$

elde edilir.

$\alpha(t)$  daha önceki şartları taşımaktadır. Yani  $\alpha(t)$  zamanın pozitif bir fonksiyonudur. Burada sadece kapitale tesir ederek onun etkinliğini arttırmaktadır. Bunun için  $\bar{K}$  etkin birimlerle (efficiency units) ölçülmüş kapitali kapsamaktadır.

Solow tipi tarafsız teknolojik değişme özellikle içerilmiş (embodied) teknolojik değişmeye uygun düşmektedir. "Solow tanımının teknolojik gelişmenin pür sermaye-arttıran olduğunu varsayması, sermayede içerilmiş teknolojik gelişmeye uygun düşmekte ve farklı kalitedeki sermaye mallarının toplulaştırılması (agregasyonu) ancak teknolojik gelişmenin sermaye arttıran (Solow-nötr) olması halinde mümkün olmaktadır. Dolayısıyla bu tanım sermayenin heterojen alındığı Vintage modellerinde kullanışlı bir araç olmaktadır" (35).

(35) Nuri Yıldırım; «Neoklasik İktisadın Teknolojik Gelişme Yaklaşımı» A.Ü.S.B.F. Yayını No: 367 Ankara 1973, s. 35.

c — Hicks Tipi Tarafsız (Nötr) Teknolojik Değişme

Herhangi bir teknolojik değişme üretim faktörleri oranını (K/L) ile sermayenin marjinal ürününün emeğin marjinal ürününe oranını sabit bırakıyorsa, bu tür teknolojik gelişmeye Hicks tipi tarafsız (nötr) teknolojik gelişme denmektedir. Hicks, üretim faktörlerini emek ve kapital olarak iki grupta topladıktan sonra yenilikleri, sabit bir kapital-emek oranında kapitalin marjinal ürününün, emeğin marjinal ürününe oranını arttıran, değiştirmeyen (sabit bırakan) ve azaltan diye sınıflandırmakta ve bunlara da sırasıyla «emek tasarruflu», «tarafsız (nötr)», «kapital tasarruflu» adını vermektedir (36).

Emek tasarruflu yenilikler kapitalin marjinal produktivitesini, emeğin marjinal produktivitesine oranla daha çok arttırmalar; kapital azaltıcı yenilikler ise emeğin marjinal produktivitesini kapitalin marjinal produktivitesinden daha çok arttırmalar, tarafsız yenilikler ise her iki faktörün marjinal produktivitesini aynı oranda artırır (37). Diğer bir deyimle, Kapitalin marjinal produktivitesini arttıran bir teknolojik değişme kapitalin talebini arttırıcı, buna karşılık emek talebini azaltıcı olacaktır. Onun için bu tür teknolojik demeye emek azaltıcı değişme adı verilmektedir (38).

Bu durumu toplu olarak şu şekilde göstermek mümkündür(39); K/L oranı verilmişken, Kapital ve emek arasındaki marjinal ikame haddi (MİH) kapitalin marjinal üretiminin emeğin marjinal üretimi oranına eşittir.

$$MİH = \frac{\frac{aY}{aK}}{\frac{aY}{aL}} = \frac{MP_K}{MP_L} \left\{ \begin{array}{l} \text{artar} \\ \text{değişmez} \\ \text{azalır} \end{array} \right\} \left\{ \begin{array}{l} \text{Teknolojik} \\ \text{Değişme} \end{array} \right\} \left\{ \begin{array}{l} \text{Emek tasarruflu} \\ \text{Hicks nötr} \\ \text{Kapital tasarruflu} \end{array} \right\}$$

(36) J.R. Hick, The Theory of Wages» Mc Millan, London 1963, s. 121-127.

(37) Vural Savaş; A.g.e., s. 291.

(38) M. Blaug; «A Survey of the Theory of Process-Innovations» N. Rosenberg (ed) A.g.e., s. 89.

(39) Kazuo Sato; «Production Functions and Aggregation» Nort-Holland publ. Comp. Amsterdam. 1975, s. XXXII.

## Teknolojik Değişmenin Üretim Fonksiyonları Çerçevesinde Analizi

Hicks tipi nört teknolojik değişme faktörlerin nisbi paylarında da değişme meydana getirmez. Hicks tipi nört teknolojik değişme K/L oranı veri iken bunların fiyatları r/w oranım sabit bırakan bir teknolojik değişme olduğu için, faktörlerin payları oranını da sabit bırakacaktır. Bir başka şekilde söylenirse, «sabit bir sermaye-işgücü oranında, işgücünün gelir payına göre sermayenin gelir payım sabit tutan teknolojik gelişme Hicks anlamında tarafsız teknolojik gelişmedir» (40). Şayet L-tasarruflu teknolojik değişme varsa, emeğin isbi payı aleyhine, K-tasarruflu teknolojik değişmelerde ise kapitalin nisbi payı aleyhine olacağı açıktır. Buna göre denilebilirki; nisbi paylar oranı hangi faktör lehine değişiyorsa teknolojik değişme o faktörü kullanan ve hangi faktör aleyhine değişiyorsa o faktörü tasarruf eden durumdadır. Şayet sabit K/L oranında faktörlerin nisbi payları da teknolojik gelişme sonucunda değişmiyorsa o tip teknolojik değişme de Hicks Nötr olmaktadır.

Hicks tipi tarafsız teknolojik değişme faktörler arasındaki marjinal teknik ikame haddini değiştirmeden her iki faktörün de verimliliğini arttırdığından içerilmemiş teknolojik değişme meydana getirmekte ve üretim fonksiyonunu zaman içinde, olduğu gibi yukarıya doğru kaydırmaktadır. Buna göre bu tip teknolojik değişme girdi katsayılarının aynı oranda azalması sonucunu doğurur.

İki faktörlü doğrusal homojen ve sabit getirili bir üretim fonksiyonu ele alalım :

$$Y = F(K, L, t)$$

Burada t zaman faktörüdür. Hicks-nört teknolojik değişme sonucunda üretim fonksiyonu, K ve L değişmeden olduğu gibi yukarı kayacaktır. Bu durumda üretim fonksiyonu şu şekilde yazılabilir.

$$Y = \alpha F(K, L) \quad \text{ve} \quad \alpha = \alpha(t) \quad \text{dir.}$$

Üretim fonksiyonu

$$\frac{1}{\alpha} \frac{d\alpha}{dt} = m$$

(40) Tuncer Bulutay, A.g.e., s. 8.

nisbetinde ve zaman içerisinde içerilmemiş bir teknolojik gelişmenin sonucu olarak yukarıya kaymıştır. Burada faktörlerin marjinal produktivite oranları değişmediği halde her ikisinde marjinal produktivileri içerilmemiş teknolojik değişim sonucunda,  $(d\alpha / \alpha dt)$  nisbetinde «cennetten düşen bir meyve» gibi aynı oranda yükselmiştir. Onun için Hicks-nötr teknolojik değişim hem «kaptial arttıran» ve hem de «emek arttıran» nötr teknolojik değişim durumundadır. Diğer bir deyimle bu tür teknolojik değişim kapital ve emeğin etkinliklerini aynı oranda arttırmıştır. Etkin birimlerle ifade edilen üretim fonksiyonunu şöyle gösterebiliriz.

$$Y = F[\alpha(t) K, \alpha(t) L] \quad \text{ve}$$

$$Y = \alpha(t) F(K, L)$$

Burada  $Y = F(\bar{K}, \bar{L})$

$$\bar{K} = \alpha(t) K,$$

$$\bar{L} = \alpha(t) L$$

$$\frac{1}{\alpha} \frac{d\alpha}{dt} = m$$

veya  
olduğundan

$$\alpha = e^{mt}$$

dir. Buradan da

$$\bar{K} = e^{mt} K,$$

$$\bar{L} = e^{mt} L$$

olur.

Zaman içinde teknolojik değişimin etkisini fonksiyonun zamana göre türevini alarak daha açık olarak da gösterebiliriz.

Nitekim,

$$Y = F(K, L, t)$$

fonksiyonun zamana (t) ye göre türevi şudur.

$$\frac{dY}{dt} = \frac{\partial Y}{\partial K} \frac{dK}{dt} + \frac{\partial Y}{\partial L} \frac{dL}{dt} + \frac{\partial Y}{\partial t}$$

## Teknolojik Değişmenin Üretim Fonksiyonları Çerçevesinde Analizi

Buna göre üretim artışı; faktörlerin marjinal prodüktiviteeleri ( $\frac{\partial Y}{\partial K}$  ve  $\frac{\partial Y}{\partial L}$ ) ile bunların zaman içindeki artışlarına ( $\frac{dK}{dt}$  ve  $\frac{dL}{dt}$ ) ve zamanın doğrudan tesirine ( $\frac{dY}{dt}$ ) bağlıdır. Burada  $\frac{\partial Y}{\partial t}$  teknolojik değişme trendini göstermekte olup, görüldüğü gibi faktörlerden bağımsız bir durumda bulunmaktadır. Onun için bu teknolojik değişmeye yatırım malına dönüştürülmemiş veya içerilmemiş teknolojik değişme denmektedir. Diğer bir deyimle Hicks-nötr teknolojik değişme içerilmemiş bir teknolojik değişme durumundadır.

### 5 — Cobb-Douglas Üretim Fonksiyonu ile Tarafsız (Nötr) Teknolojik Değişmelerin Analizi

$$Y = A K^\alpha L^\beta$$

Şeklinde ifade edilen Cobb-Douglas üretim fonksiyonunda

Y = Toplam üretim

L = Emek Faktörü

K = Kapital faktörü

A = Teknik katsayı

$\alpha$  = Kapitalin prodüktivite elastikiyeti

$\beta$  = Emegin prodüktivite elastikiyetidir.

Burada :  $A = A(t)$  olup  $t=0$  iken  $A(t)=1$  dir.

$$\text{Emeğin marjinal prodüktivitesi} = \frac{\partial Y}{\partial L} = \beta \frac{Y}{L}$$

$$\text{Kapitalin marjinal prodüktivitesi} = \frac{\partial Y}{\partial K} = \alpha \frac{Y}{K}$$

Diğer yandan

$$\text{Emeğin prodüktivite elastikiyeti} = \beta = \frac{\partial Y}{\partial L} \frac{L}{Y}$$

$$\text{Kapitalin prodüktivite elastikiyeti} = \alpha = \frac{\partial Y}{\partial K} \frac{K}{Y}$$

Üretime katılan faktörlerin produktivite elastikiyetlerinin toplamı ( $\alpha + \beta$ ), üretim fonksiyonunun özelliğini tayin eden bir değer olup, bunun değişmesi teknolojik değişmeleri de gösterir.

**a — Ölçeğe göre Sabit Getiri Durumu**

$$\alpha + \beta = 1$$

İse ölçeğe göre sabit getiri durumu söz konusu olmaktadır. Bu durumda üretim hacmi faktörlerdeki artış nisbetine eşit miktarda artar. Sabit getirinin olduğu bir durumda Cobb-Douglas üretim fonksiyonu

$$Y = A K^\alpha L^{1-\alpha}$$

şeklinde ve sadece bir parametre, ( $\alpha$ ) ile yazılabilir.

Teknolojik değişmeyi açık olarak üretim fonksiyonuna sokabiliriz. Bu durumda fonksiyon şu şekilde yazılabilir.

$$Y = e^{\lambda t} K^\alpha L^{1-\alpha}$$

Burada  $e^{\lambda t}$ , Logaritmik e tabanına oturan nötr teknolojik değişmeyi göstermektedir.  $\lambda$  teknolojik değişme haddi olup  $\lambda > 0$  dir.

Her üç tip nötr teknolojik değişmeler Cobb-Douglas üretim fonksiyonuna uyguladığımız zaman şu neticeleri elde ederiz.

**i — Harrod tipi tarafsız teknolojik değişme**

Teknolojik değişme haddi m ise

$$Y = K^\alpha L^{1-\alpha} ; \quad \bar{L} = e^{mt} L$$

Buradan  $Y = K^\alpha (e^{mt} L)^{1-\alpha}$  ve

$$Y = e^{m(1-\alpha)t} K^\alpha L^{1-\alpha}$$

Böylece  $\lambda = m(1-\alpha)$  bulunur.

## Teknolojik Değişmenin Üretim Fonksiyonları Çerçevesinde Analizi

Buna göre Cobb-Douglas üretim fonksiyonunda ölçüğe göre sabit getiri olduğu bir durumda Harrod tipi tarafsız toplam teknolojik gelişme miktarı ( $\lambda$ ), emeğin prodüktivite elastikiyeti ( $1-\alpha$ ) ile teknolojik gelişme sonucunda emekte etkinlik olarak meydana gelen artış hızının ( $m$ ) çarpımına eşit olmaktadır. Yani toplam Harrod tipi tarafsız teknolojik gelişme hızı;

$$\lambda = m (1-\alpha)$$

dır.

ii — Solow tipi tarafsız teknolojik değişme;

Teknolojik değişme haddi  $m$  ise,

$$Y = \bar{K}^{\alpha} L^{1-\alpha} \quad \text{ve} \quad \bar{K} = e^{mt} K$$

Buradan;

$$Y = (e^{mt} K)^{\alpha} L^{1-\alpha}$$

ve

$$Y = e^{m\alpha t} K^{\alpha} L^{1-\alpha}$$

Böylece

$$\lambda = m \alpha$$

bulunur.

Buna göre, Cobb-Douglas Üretim fonksiyonunda ölçüğe göre sabit getiri olduğu bir durumda Solow tipi tarafsız toplam teknolojik gelişme miktarları ( $\lambda$ ), Kapitalin Prodüktivite elastikiyeti ile, teknolojik gelişmeler sonucu kapitalde etkinlik olarak meydana gelen artış hızının ( $m$ ) çarpımına eşit olmaktadır. Yani toplam Solow tipi tarafsız teknolojik gelişme hızı;

$$\lambda = m \alpha$$

dır.

iii — Hicks tipi tarafsız teknolojik değişme:

Teknolojik değişme haddi  $m$  ise,

$$Y = \bar{K}^{\alpha} \bar{L}^{1-\alpha} \quad \text{ve} \quad \begin{aligned} \bar{K} &= e^{mt} K \\ \bar{L} &= e^{mt} L \end{aligned}$$

Buradan;

$$Y = (e^{mt} K)^{\alpha} (e^{mt} L)^{1-\alpha}$$

ve

$$Y = e^{mt} K^{\alpha} L^{1-\alpha}$$

Böylece

$$\lambda = m$$

bulunur.

Bu sonuca göre Cobb-Douglas üretim fonksiyonunda sabit getiri olduğu bir durumda Hicks tipi toplam tarafsız teknolojik gelişme miktarı ( $\lambda$ ), teknolojik gelişme dolayısıyla emek ve kapitalin etkinliklerinde meydana gelen artışa ( $m$ ) eşit olmaktadır. Yani Hicks tipi toplam tarafsız teknolojik gelişme hızı;

$$\lambda = m$$

dır.

Buna göre  $Y = e^{\lambda t} K^{\alpha} L^{1-\alpha}$  şeklinde yazılan ölçüğe göre sabit getiri şartları altındaki bir Cobb-Douglas üretim fonksiyonunda aynı anda Harrod, Solow ve Hicks tipi nötr teknolojik değişmeyi görmek mümkündür. Burada;

$\lambda = m(1-\alpha)$	Harrod tipi nötr teknolojik değişme
$\lambda = m\alpha$	Solow tipi nötr teknolojik değişme
$\lambda = m$	Hicks tipi nötr teknolojik değişmedir.

Diğer bir şekilde söylemek gerekirse;

$\lambda/1-\alpha$	Harrod tipi nötr teknolojik değişme
$\lambda/\alpha$	Solow tipi nötr teknolojik değişme
$\lambda$	Hicks tipi nötr teknolojik değişmeyi

göstermektedir.



## Teknolojik Değişmenin Üretim Fonksiyonları Çerçevesinde Analizi

### b — Ölçeğe Göre Değişen Getiri Durumu

$$Y = A K^\alpha L^\beta$$

Şeklindeki Cobb-Douglas üretim fonksiyonunda

$$\begin{array}{ll} \alpha + \beta > 1 & \text{ise ölçeğe göre artan getiri} \\ \alpha + \beta < 1 & \text{ise ölçeğe göre azalan getiri söz} \end{array}$$

söz konusu olmaktadır.

### i — Değişir Getiri Durumunda Harrod Tipi Tarafsız Teknolojik Değişme;

Bu durumdaki Cobb-Douglas üretim fonksiyonu ile Harrod tipi teknolojik değişme şu şekilde gösterilebilir.

$$Y = K^\alpha (e^{mt} L)^\beta$$

Buradan

$$Y = e^{m\beta t} K^\alpha L^\beta$$

bulunur. Fonksiyonunun logaritması alınırsa;

$$\ln Y = m\beta t + \alpha \ln K + \beta \ln L$$

elde edilir. Doğrusal hale dönüştürülmüş olan bu fonksiyonun t'ye göre türevi alınarak gelişme hızları bulunabilir.

$$\frac{1}{Y} \frac{dY}{dt} = m\beta + \alpha \frac{1}{K} \frac{dK}{dt} + \beta \frac{1}{L} \frac{dL}{dt}$$

elde edilir. Şayet emeğin artış hızı sabit ve (n) ise yani;

$$\frac{1}{L} \frac{dL}{dt} = n$$

ise ve yukarıdaki eşitlikte yerine konulursa

$$\frac{1}{Y} \frac{dY}{dt} = m\beta + \alpha \frac{1}{K} \frac{dK}{dt} + \beta n$$

$$\frac{1}{Y} \frac{dY}{dt} = (m+n)\beta + \alpha \frac{1}{K} \frac{dK}{dt}$$

Bu ifade teknolojik gelişme (m) ve emek artış hızı (n) iken üretim ve kapital artış hızları arasındaki ilişkiyi doğrusal olarak gösterir.

Cobb-Douglas üretim fonksiyonu için değişir getiri durumunda Harrod nötr teknolojik gelişme ile ilgili olarak şu sonuçlar çıkarılabilir;

Sabit getiri halinde ( $\alpha + \beta = 1$ ), Emek n seviyesinde artarken üretim ve kapital (m+n) seviyesinde artar, yani;

$$\frac{1}{Y} \frac{dY}{dt} < m+n \text{ dir.}$$

Azalan getiri durumunda ( $\alpha + \beta < 1$ ) ise üretim ve kapitaldeki artış, (m+n) den küçük olur. Yani;

$$\frac{1}{Y} \frac{dY}{dt} < m+n \text{ dir.}$$

## ii — Değişir Getiri Durumunda Solow Tipi Tarafsız Teknolojik Değişme

Değişir getiri durumundaki Cobb-Douglas üretim fonksiyonu ile Solow tipi tarafsız Teknolojik değişme şu şekilde gösterilebilir.

$$Y = (e^{mt} K)^{\alpha} L^{\beta}$$

buradan

$$Y = e^{m\alpha t} K^{\alpha} L^{\beta}$$

elde edilir. Bu fonksiyonun e tabanına göre logaritması alınarak doğrusallaştırıldıktan sonra, zamana göre türevi alınarak gelişme hızları bulunabilir.

## Teknolojik Değişimin Üretim Fonksiyonları Çerçevesinde Analizi

$$\ln Y = m\alpha t + \alpha \ln K + \beta \ln L$$

$$\frac{1}{Y} \frac{dY}{dt} = m\alpha + \alpha \frac{1}{K} \frac{dK}{dt} + \beta \frac{1}{L} \frac{dL}{dt}$$

elde edilir.

Şayet kapital artış hızı sabit ve (k) ise yani;

$$\frac{1}{Y} \frac{dK}{dt} = k$$

ise yukarıdaki eşitlik şu şekilde yazılabilir;

$$\frac{1}{Y} \frac{dY}{dt} = m\alpha + k\alpha + \beta \frac{1}{L} \frac{dL}{dt}$$

buradan

$$\frac{1}{Y} \frac{dY}{dt} = (m+k)\alpha + \beta \frac{1}{L} \frac{dL}{dt}$$

elde edilir. Elde edilen bu sonuca göre sabit getiri halinde ( $\alpha + \beta = 1$ )

$$\frac{1}{Y} \frac{dY}{dt} = m+k$$

olacaktır. Diğer bir deyimle, Teknolojik gelişme (m) ve kapital miktarındaki artış (k) seviyesinde iken, ölçeğe göre sabit getiri durumunda üretim miktarlarındaki artış (m+k) oranında olacaktır.

Artan getiri ( $\alpha + \beta > 1$ ) durumunda

$$\frac{1}{Y} \frac{dY}{dt} > m+k$$

olacaktır. Yani üretim artışı hızı (m+k) oranından büyüktür. Azalan getiri ( $\alpha + \beta < 1$ ) durumunda ise  $\frac{1}{Y} \frac{dY}{dt} < m+k$  olacak, böylece üretimdeki artış hızı (m+k) dan düşük kalacaktır.

iii — Değişir Getiri durumunda Hicks tipi tarafsız teknolojik değişme

Bu durumdaki bir üretim fonksiyonunda Hicks tipi tarafsız teknolojik değişme uygulanamaz. Hicks tipi tarafsız teknolojik değişme sadece ölçüğe göre sabit getiri olması halinde kullanılabilir. Zaten Hicks tipi tarafsız teknolojik değişmeye yöneltilen eleştirilerin başında bu durum gelmektedir. Bunun sebebi de sadece doğrusal homojen fonksiyonlarda faktörlerin marjinal verimlilikleri faktörlerin mutlak miktarları ile değil de, oranları tarafından belirlenmesindedir (1). Aynı zamanda ölçüğe göre sabit getiriden vazgeçildiğinde faktörler arasındaki ikame esnekliği kullanışsız hale gelir.

---

(1) M. Blaug; «A Survey of the Theory of Process Innovations.» *Economica*, Feb, 1963 s. 16.