Trend Oluşturulmasına İlişkin Bazı Sorunlar (*)

Mehmet Genceli

I. Giriş

Olayların belirli bir zaman dönemi içinde eşit aralıklarla yapılan istatistik gözlemlerinin sıralanması ile zaman serileri elde edilir. İstatistik yöntemlerinin yoğun olarak uygulandığı İktisat, İşletmecilik, Psikoloji ve diğer bilim dallarında gerek mikro gerekse makro açıdan gereksinme duyulan zaman serileri analizi, etkin bir tahmin ve tahlil aracıdır. Örneğin sınai üretimdeki gelişmelerin, satışlardaki değişmelerin, milli gelirdeki artışların incelenmesi zaman serilerinin analizini oluşturmaktadır.

Bu incelemede amacımız zaman serilerinin analizinin bir kısmını meydana getiren trend fonksiyonlarından bazılarının ana hatlarını ortaya koymak, parametrelerini yorumlamak ve fonksiyonların seçimindeki etkenleri incelemek olacaktır.

II. Zaman serilerinin yapısı

Bir zaman serisinin verileri çok çeşitli ve birbirinden farklı olan iktisadi, siyasi, sosyal ve diğer etkenlerin karşılıklı etki ve tepkilerine bağlıdır. Zaman içinde bu etkenlerin bağıl önemlerinin değişmesi, yeni etkenlerin söz konusu olması, zaman serilerindeki düzensizliklere neden olur (1).

Zaman serilerinin analizindeki ana amaç,olayın geçmişteki verilerinden faydalanılarak gelecek için tahminlerde bulunmak olarak belirlenirse (2),tutarlı sonuçlara ulaşmanın ilk koşulunun zaman serilerindeki dalgalanma ve düzensizlikleri ortaya koymak ve bunları çeşitli gruplar altında toplamak olduğu (3) ortaya çıkar.

---

* Bu makalenin hazırlanmasında değerli kürsü arkadaşım Ass. Kayıhan Özoğuz'un olumlu katkıları olmuştur. Kendisine teşekkürü bir borç bilirim.

Klasik modele (4) göre bir iktisadi zaman serisinin verileri aşağıdaki dört bileşenden oluşur:

a) Trend : T
b) Konjonktür değişmeleri : K
c) Mevsimlik dalgalanmalar : M
d) Tesadüfi veya geçici etkenler : A

Model, bir zaman serisinin Y ile gösterilen verilerinin bu dört bileşenin çarpımı (5) olduğunu varsayar:

$$Y = T \times K \times M \times A$$

Bu çarpımda trend değerinin mutlak, diğer üç bileşenin ise bağıl değer, yani yüzde esasına göre olduğuna da değinilmelidir (6).

Zaman serilerindeki bu bileşenler arasından trend belki de en önemlisidir. Bir zaman serisinde iktisadi olayların uzun bir süre içindeki yapısal eğilimini gösteren trendin (7) matematik fonksiyonlar ile ifadesinin başlıca iki nedeni olduğu ileri sürülebilir :

a) Trendden sapmalar ölçülerek konjonktür değişmelerinin, mevsimlik dalgalanmaların, geçici amillerin etkileri araştırılmak istenebilir (8),
b) Gelecek için tahminler yapabilmek, trend fonksiyonlarını birbirleri ile karşılaştırabilmek amacıyla trendin kendisi incelenir.

Trend hesaplanmasında çeşitli yöntemler arasında en fazla uygulanan en küçük kareler yöntemidir (9). Ancak bu yöntem bazı sorunları da beraberinde getirmektedir:

1) Trend oluşturulmasında hangi fonksiyon tipi seçilecek, bu seçişte hangi etken veya etkenler rol oynayacaktır,

2) Trend fonksiyonlarının parametreleri nasıl yorumlanacaktır?

Birbirleri ile ilişkili olan bu sorunlardan birincisinin cevabı aslında ikincisinin bilinmesine bağlıdır. Bu bakımdan, başlıca trend fonksiyonlarından en çok kullanılanlara değinilerek önce ikinci soruna eğilmek, sonra da birinci sorunu incelemek daha yararlı olacaktır.

III. Başlıca trend fonksiyonları :

Trend fonksiyonları, niteliklerine göre, başlıca üç grup altında toplanabilir :

1) Polinomlar
2) Üstel fonksiyonlar
3) Gelişme eğrileri

1) Polinomlar: İktisadi zaman serilerinin hesaplarında polinomlar kullanıldığı hallerde üç tip söz konusu olmaktadır :

a) Birinci dereceden doğru
b) İkinci dereceden parabol
c) Üçüncü dereceden, iki dönüm noktalı kübik parabol.

Polinomlar içinde doğru (10) ve parabol yaygınlıkla kullanılmakta, buna karşın üçüncü dereceden kübik parabol ile uygulamaya çok az yer verilmektedir (11).

Diğer taraftan,

$$Y = a + bX \; cX^2$$

şeklindeki parabolde ele alınan devreye ait ortalama değişmenin ne olduğu hususunda bir tanım yoktur (12). Ortalama değişmenin saptanmasındaki bu güçlük her zaman birimindeki değişmenin, birinci dereceden trend fonksiyonunun aksine, birbirinden farklı olması, diğer bir deyişle trendin gittikçe artan veya gittikçe azalan hadlerde seyretmesidir.

Bu güçlüğe rağmen, yıllık verilerden oluşan bir paraboldeki ortalama değişmenin

$$b + 2c \,.\, \frac{\Sigma \; X}{n}$$

olduğu gösterilebilir.

Fonksiyonun herhangi bir t yılındaki değişmesini ölçmek için t yılına ait türevi almak yeterlidir :

$$Y_t = a + bX_t + cX_t^2$$

$$\frac{dY_t}{dX_t} = b + 2cX_t$$

Paraboldeki her yıla ilişkin değişme farklı olduğundan, ortalama değişme, değişmelerin aritmetik ortalaması olacaktır.

$$\frac{\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{dY_i}{dX_i}\right)}{n} = \frac{\sum_i (b + 2cX_i)}{n}$$

$$= \frac{n \cdot b}{n} + \frac{2c\sum X_i}{n}$$

$$= b + 2c \cdot \frac{\sum X_i}{n}$$

Buna karşılık hesaplarda kısa yol tercih edildiği takdirde $\sum_i X_i = 0$ olacağından, [1] ifadesi

$$\frac{\sum_i \frac{dY_i}{dX_i}}{n} = b \qquad (2)$$

haline dönüşecektir.

Örneğin Türkiye'nin 1960 - 71 yılları arasındaki petrol tüketimine ikinci dereceden bir trend fonksiyonu uygulayalım/:

TABLO : 1

Türkiye'nin 1960 - 71 yılları arasındaki petrol tüketimi (ton)

Yıllar	X	Petrol tüketimi Y	Trend değerleri : Y'	Y—Y'
1960	— 11	1.727.394	1.464.086	+ 263.308
1961	— 9	2.038.273	2.003.900	+ 34.373
1962	— 7	2.679.276	2.568.451	— 110.825
1963	— 5	3.054.954	3.157.736	— 102.782
1964	— 3	3.710.692	3.771.755	— 61.063
1965	— 1	4.125.209	4.410.509	— 285.300
1966	+ 1	4.820.544	5.073.998	— 253.454
1967	+ 3	5.844.599	5.762.222	+ 82.377
1968	+ 5	6.506.233	6.475.180	+ 31.053
1969	+ 7	7.127.998	7.212.873	— 84.875
1970	+ 9	7.713.603	7.975.300	— 261.697
1971	+ 11	9.289.698	8.762.463	+ 527.235
	X=0	58.638.473	58.638.473	0

Kaynak : Mehmet Genceli, «Türkiye'nin petrol talebi» İktisat ve Maliye, Haziran 1973, s. 106

Tablo 1'deki verilere göre en küçük kareler yöntemi ile hesaplanmış trend fonksiyonu

$$Y = 4.739.161{,}80-331.744{,}43X-3.091{,}84X^2$$

orijin: 31.12.1965 $X = 1/2$ yıl $S^2_{Y.XX} = 245792$ ton

olarak bulunmuş ve bu denklem yardımıyla hesaplanan trend değerleri de aynı tablonun dördüncü sütununda verilmiştir.

Denklemdeki 331.744,43 tonluk artış 6 aylık olduğundan yıllık artış 331.744,43.2 = 663.488,86 ton olacak ve bu miktar [2] formülüne göre ele alınan 12 yıllık devredeki ortalama değişmeye eşit olacaktır.

[2] formülünü kanıtlamak için yıllık trend artışlarının aritmetik ortalamasını hesaplayarak bunun b'ye eşit olduğunu göstermek yeterli olabilir :

TABLO: II

Trend değerleri : Y'_t	Farklar: $Y'_t - Y'_{t-1}$
1.464.086	-
2.003.900	539814
2.568.451	564551
3.157.736	589285
3.771.755	614019
4.410.509	638754
5.073.998	663489
5.762.222	688224
6.475.180	712958
7.212.873	737693
7.975.300	762427
8.762.463	787163
58.638.473	7298377 : 11 = 663.488,81 ton

Tablo II'deki farklar ortalaması 663.488,81 ton b'ye eşit olduğundan [2] formülü kanıtlanmış olmaktadır.

Diğer taraftan [1] formülünün de geçerliliği araştırılmak istendiği takdirde, bu kere trend fonksiyonunun hesabında uzun yol tercih edilmeli veya kısa yoldan he -

saplanan trend fonksiyonunda orijin değişikliği yapılmalıdır.

Bu amaçla aşağıdaki verilere ikinci dereceden bir trend fonksiyonu uygulayalım :

TABLO: III

YILLAR	X	Y	XY	X^2Y	X^2	X^4	Y_t	Y_t Y_{t-1}
1964	0	83	0	0	0	0	84	-
1965	1	60	60	60	1	1	62	- 22
1966	2	54	108	216	4	16	44	- 18
1967	3	21	63	189	9	81	30	- 14
1968	4	22	88	352	16	256	20	- 10
1969	5	13	65	325	25	625	14	- 6
1970	6	13	78	468	36	1296	12	- 2
	21	266	462	1610	91	2275	266	- 72:6=- 12

$$Y = 84 - 24X + 2X^2$$

orijin : 30.6.1964 X = 1 yıl

Uzun yoldan hesaplanan bu trend fonksiyonundaki ortalama değişmeyi bulmak için [1] formülünün uygulanmasıyla

$$b + 2c.\frac{\sum X}{n} = - 24 + 2.2\frac{21}{7} = - 12$$

bulunur. Bu sonuç ta yukarıdaki tablonun son sütununda bulunan sonuç ile aynı olduğundan [1] formülünün geçerliliği kanıtlanmış olmaktadır.

Aynı problem için [2] formülünün geçerliliği de incelenmek istenirse, 1967 yılını orijin alarak $X_o = 1967 = 3$, $x = X - X_o$; $x = X - 3$ dönüşümü ile

$$Y_o = 84 - 24(x+3) + 2(x+3)^2$$

$$Y = 84 - 12x + 2x^2$$

orijin : 30.6.1967 x= 1 yıl

trend denklemi elde edilir .

Bu şekilde [1] ve [2] formülleri amprik olarak test edilmiş bulunmaktadır.

Ancak, bir zaman serisinde bazen olayların niteliği itibariyle mutlak değişmelerden ziyade bağıl değişmeler önemli olmakta, bu nedenle de bağıl değişmeler incelenmek istenmektedir. Örneğin milli gelirin mutlak artışı yerine bağıl artışı ile ilgilenilir veya fiatlar genel seviyesindeki değişmeler gene bağıl olarak açıklanmaktadır : "... fiatlar genel seviyesi beş yılda sadece % 19 arttığı halde..." (13).

Bağıl değişmeler söz konusu olunca, veriler o r a n cinsinden ifade olunacak ve mutlak değişmelerden çok, artış veya azalış oranları öncelik kazanacaktır. Bu nedenle de bağıl değişmelerin söz konusu olduğu zaman serilerinde mutlak değişmeleri ele alan polinomlar yerine verilerin logaritmalarını kullanan logaritmik trend fonksiyonları daha uygundur (14). Verilerin trend değerleri asli cinsten ifade edilmek istendiği takdirde de logaritmik fonksiyonlar biçimine dönüştürülecektir.

2) Üstel fonksiyonlar: logaritmik trend değerleri yerine asli değerlerin fonksiyonel ifadesi

olan üstel fonksiyonun derecesi bağıl değişme oranına bağlıdır. Bağıl değişme oranının aşağı yukarı sabit olduğu, diğer bir deyişle mutlak verilerin birbirinden çok farklı olmasına rağmen oranlarının sabit kaldığı durumlar için, bu özelliği yansıtan

$$\log Y = A + BX = \log a + X \log b \qquad [3]$$

şeklindeki birinci dereceden logaritmik trend fonksiyonu kullanılması daha doğrudur.

Bu tür fonksiyon tipine uyan zaman serilerinde trend değerleri arasındaki oran sabit olduğundan (15), söz konusu değerler, b'nin $b > 1$ veya $0 < b < 1$ olmasına göre, artan veya azalan bir geometrik diziyi gerçekleyeceklerdir.

[3] ifadesindeki logaritmik trend fonksiyonu da asli trend değerleri cinsinden

$$Y = a \cdot b^X$$

olarak üstel fonksiyon cinsinden gösterilebilir (16).

Diğer taraftan, İktisat, Demografi ve İşletmecilik'te çok kullanılan

$$K_n = K_o \ (1+r)^n$$

bileşik faiz formülü de geometrik artışa dayandığından $Y = K_n$, $K_o = a$, $(1+r) = b$ ve $n = X$ konmak suretiyle üstel fonksiyon

$$K_X = K_o \ (1+r)^X$$

bileşik faiz formülü cinsinden yazılabilir. Buna göre, r, zaman birimi başına düşen ortalama azalış veya artış oranıdır. Bu oran da ele alınan dönem boyunca sabit olduğundan aynı zamanda dönem süresindeki ortalama artış veya azalış oranını vermekte ve genellikle yüzde olarak ifade edilmektedir.

Birinci dereceden üstel fonksiyona uyan veriler yarı logaritmik grafikler üzerinde bir doğru meydana getirecekler veya olaya diğer açıdan bakılırsa, yarı logaritmit grafik üzerinde bir doğru oluşturan zaman serilerinin birinci dereceden logaritmik trend tipine uyacakları söylenebilecektir.

Bu nedenle de uygun trend denkleminin saptanmasına yardımcı olmak üzere veriler gerek aritmetik gerekse yarı logaritmik ölçekli grafiklere çizilerek genel durum hakkında bir fikir edinmelidir.

Aşağıda gösterilen Türkiye'nin kişi başına düşen G.S.M.H rakamlarının yarı logaritmik grafik üzerinde bir doğru oluşturduğundan hareketle söz konusu zaman serisi için logaritmik trend fonksiyonunu bulmaya çalışalım :

TABLO : IV

Türkiye'de kişi başına G.S.M.H*

Yıllar	G.S.M.H (TL)	D.E.I= $\frac{Y_X}{Y_{X-1}}$. 100
1967	2874	104.8
1968	3013	103.1
1969	3108	103.1
1970	3214	103.4
1971	3467	107.8
1972	3621	104.4
1973	3707	102.3
1974	3888	104.8

* 1968 üretim amilleri fiatları ile verilmiştir.
Kaynak: Türkiye Istatistik Yıllığı 1975, D.I.E, Ankara, 1976, s. 376

TABLO: V

Yıllar	X	Y	log Y	X log Y	X^2	log Y'	Y'
1967	-7	2874	3,45849	-24,20943	49	3,45761	2869
1968	-5	3013	3,47900	-17,39500	25	3,47667	2997
1969	-3	3108	3,49248	-10,47744	9	3,49573	3131
1970	-1	3214	3,50705	- 3,50705	1	3,51479	3272
1971	-1	3467	3,53995	- 3,53995	1	3,53385	3419
1972	-3	3621	3,55883	-10,67649	9	3,55291	3572
1973	-5	3707	3,56902	-17,84510	25	3,57197	3732
1974	-7	3888	3,58973	-25,12811	49	3,59102	3899
		26892	28,19455	1,60073	168	28,19455	26891

$$\log Y = a + bX$$

$$a = \frac{\sum \log Y}{n} = \frac{28,19456}{8} = 3,52432$$

$$b = \frac{\sum X \log Y}{X^2} = \frac{1,60073}{168} = 0,0953$$

$$\log \hat{Y} = 3,52432 + 0,00953\ X$$

$$Y = (33\ 44).(1,022)^X$$

orijin: 31.12.1970 X = 1/2 yıl

Problemde log (1+r) = log b = 0,00953, 1+r = 1,022 dir. Buna göre r = 1,022-1 = 0,022 olacaktır. Yıllık artış oranı ise, 2.(0,022) - (0,044).100 - 104,4 ; % 4,4 dür.

Uygulanan trend denklemine göre 1967-74 döneminde, Türkiye'de, 1968 üretim amilleri fiatlarıyla G.S.M.H'nın ortalama olarak yılda % 4,4 arttığı önerilebilir.

Nitekim tablo V'deki logaritmik trend değerleri (17) arasındaki farklar da 0,01906 = 2(0,00953) = 2 logb dir. Bu sayının antilogaritması alınırsa gene 1,044 bulunur.

r = (b-1) ifadesinin zaman birimi başına düşen değişim oranı olduğunu kanıtlamanın diğer bir yolu da verilerin geometrik diziye uygun olduğundan hareketle ($Y'_2 + q \cdot Y'_1$)'den, yıllık artış haddi q'yu bulmaktır.

$$\log Y'_2 - \log Y'_1 = \log q \ ; \ 3,47667 - 3,45761 = 0,01906$$

$$\log q = 0,01906 \ ; \ q = 1,044 \ ; \ q-1 = 0,044 = r$$

Diğer taraftan a parametresi de serinin geometrik ortalamasıdır :

$$a = \sqrt{Y_1 \cdot Y_8}$$

$$\log\ a = \frac{1}{2}(\log Y_1 + \log Y_8)$$

$$\log\ a = \frac{3,45761+3,59103}{2} = \frac{7,04864}{2} = 3,52432$$

Logaritmik trend denklemlerinin polinomlara nazaran hesap güçlükleri olmasına karşın bazı üstünlükleri olduğu da ileri sürülebilir. Örneğin değişim oranları trendinin, mutlak değişmelere ilişkin trende nazaran daha istikrarlı olduğu düşüncesinden hareketle, logaritmik de -

ğerlerle yapılan tahminlerin daha güvenilir olduğu belirtilmektedir (18).

Bu tür fonksiyonların diğer bir faydası da zaman birimin artma yahut azalma oranını temsil eden r değişim yüzdesinin soyut bir gösterge olarak ölçü birimleri farklı olan trendlerin karşılaştırılmasına olanak vermesi, sosyal ve iktisadi değişkenlerin analizinde etkin bir araç olmasıdır (19).

3) Gelişme eğrileri : gelişme eğrilerinin diğer grup trend fonksiyonlarından en önemli ayrıcalıkları, L ile gösterilen bir alt veya üst asimtota limit olmaları ve bazı özel olaylara uygulanabilmelidir. Örneğin nüfusun, üretimin ve satışların uzun süreli (20) trendleri gelişme eğrileri ile temsil edilebilirler (21).

$Y = L + a.b^X$ şeklindeki değiştirilmiş üstel fonksiyon, $Y = L . a^{b^X}$ olarak tanımlanan Gompertz eğrisi ve değiştirilmiş üstel fonksiyonun tersi olan

$$Y = \frac{1}{L + a . b^X} = \frac{L}{1+e^{a+bX}}$$ lojistik eğri veya

Pearl-Reed eğrisi, gelişme eğrileri grubunu meydana getirirler. Özel kullanım yerleri olması nedeniyle bu incelemede gelişme eğrilerine değinilmemiştir (22).

IV) Trend tipinin saptanmasındaki etkenler:

Bir zaman serisinde en uygun trend denkleminin seçimi, herşeyden önce, en uygun kelimesi ile neyin ifade edildiğine ve seçilen fonksiyonun verilere ne derece uyabildiğine bağlıdır (23).

En uygun trend fonksiyonunun saptanmasında probleme iki açıdan yaklaşımda bulunulabilir :

a) Problemi salt matematik açıdan ele alıp matematik sonucu amaç kabul ederek olayların niteliğini göz önüne almamak.

b) Olayların niteliğini de ele alıp, sübjektif yargılara da yer vermek ve trendi temsil eden matematik fonksiyonlardan sadece araç olarak faydalanmak.

Birinci yaklaşım lehinde olanlara göre bulunan sonuçlar objektif matematik yöntemlerle hesaplandıklarından bağıl üstünlük gösterirler ve her türlü tartışmanın dışındadırlar (24).

Yaklaşımın geçerli olup olmadığının tartışması dışında, ortaya çıkan birinci sorun veriler için hesaplanan çeşitli trend fonksiyonları arasından en uygununun nasıl saptanacağı, yani uygunluk kriterinin ne olduğudur.

Trend fonksiyonunun seçimini matematik esasa dayandıran birçok incelemede söz konusu uygunluk kriteri tahminlerin standart hatası $S_{Y.}$ dir.

Buna göre, bir zaman serisinin çeşitli trend fonksiyonları arasında, gerçek değerleri ile teorik değerler arasındaki farkların karelerinin toplamının minimum olduğu fonksiyon, aranılan trend fonksiyonudur.

"Her eğri tipi için gerçek değerlerden teorik değerlerin farkını alarak, bu farkların karelerinin minimum olduğu eğri tipini aradık. Gerçek değerlerden, teorik değerlerin farklarının minimum olduğu eğri tipi, bizim fonksiyonumuzdan en az sapan eğri tipi olduğu için... " (25).

Bazı istatistikçiler ise bu görüşün karşıtı olarak karşılaştırmaların sadece eşit parametreli trend fonksiyonları arasında yapılabileceğini savunmuşlarsa da, uygulamada bu ifade ile çelişkili olarak çeşitli fonksiyonları birbirleri ile karşılaştırarak

$$\sum d^2 = \sum (Y-Y')^2 \text{ minimum}$$

olma ilkesine göre hareket etmişlerdir.

"incelenen zaman serisinin eğilimini en iyi açıklayan doğru veya eğriyi şöylece tarif edebiliriz: Eşit sayıda parametreli fonksiyonlardan teorik değerler ile gerçek değerler arasındaki farkların karelerinin toplamını daha küçük veren fonksiyon o olayın trendini daha iyi temsil eder" (26).

"...Kullanılan denklemler :

$Y = a + bX$; $Y = a + bX + cX^2$; $Y = a.b^X$ şeklinde olsun. Bu denklemlerin kullanılmasıyla elde edilen trend değerlerinin standart sapmaları :

S_1 - Doğru denklemi için inhiraf tip

S_2 - Parabol denklem için inhiraf tip

S_3 - Üstel bir denklem için inhiraf tip

şeklinde elde edilmiş olsunlar.

Bu standart sapmaların değerlerinin, $S_3 < S_2 < S_1$ şeklinde olması halinde trend değerini en iyi belirtecek olan denklem tipi ; üstel ($Y = a.b^X$) bir denklem olacaktır. Eğilimin hesap edilmesinde bu denklem tipi kullanılacaktır" (27).

Bu iki görüş çerçevesinde olaya salt matematik açıdan bakarak söz konusu kriteri gerek ve yeter koşul olarak görmek bazı sonuç ve sorunları da ortaya çıkarmaktadır:

Görüşlerdeki ortak nitelik zaman serilerine her türlü fonksiyonun uygulanabilir olması ve bunlar arasından ($\sum d^2$)'yi minimum yapanın trend fonksiyonu olarak seçilmesidir (28). Böylece, Iktisadi İstatistik'te serilerin verilerinin genellikle artma ve azalmanın belirli kurallarına uyduğu ve matematik ifadelerin, bu kuralları, inceleme ve yorumlamaya yaradığı (29) kabul edilmemektedir.

Kriter ile ilgili olarak ortaya çıkan sorun ise çeşitli trend fonksiyonlarına ait standart hatalardan hangilerin karşılaştırılabileceğidir:

a) Eşit sayıda parametreli, ancak farklı nitelikteki fonksiyonlar. Örneğin , $Y = a+bX$; $Y = a.b^X$ gibi (30).

b) Farklı sayıda parametreli ; fakat aynı nitelikteki fonksiyonlar. Örneğin $Y = a + bX$ ile $Y = a+bX+cX^2$ gibi.

Uygulamada genellikle bu iki alternatifin karmaşığına rastlanılmakla beraber, örneğin doğru ve parabol gibi daha çok aynı nitelikte fakat farklı sayıda parametreli fonksiyonlar karşılaştırılmaktadır (31).

Böyle bir sorun ile karşı karşıya bulunmak bizi is-ter istemez en küçük kareler yönteminin ilkelerine it-mektedir.

Bilindiği gibi, en küçük karelerin koşullarından birincisi, gerçek değerler ile teorik değerler arasındaki müspet veya menfi farkların toplamının sıfır, ikincisi i-se farkların karelerinin toplamının minimum olmasıdır :

$$\sum_i d_i = \sum_i (Y_i - Y'_i) = 0$$

$$\sum_i d_i^2 = \sum_i (Y_i - Y'_i)^2 \rightarrow \text{minimum}$$

Ancak, bu koşulların gerçekleşmesinin uygulanan fonksiyon tipine bağlı olduğuna ve uygulanan fonksiyon türünden ifade edilebileceğine de işaret edilmelidir. Örneğin polinomlarda aritmetik farkların toplamı sıfır ve farkların karelerinin toplamı minimum iken, üstel fonksiyonlar için en küçük kareler yöntemi doğrudan doğruya değil, ancak logaritmik olarak uygulanabileceğinden (32)

$$\text{Log } Y = a + bX$$

şeklindeki logaritmik trend fonksiyonu logaritmik farkların toplamının sıfır, logaritmik farkların karelerinin toplamının minimum olma koşullarını gerçeklemektedir:

$$d_i = \sum_i (\log Y_i - \log Y'_i) = \sum_i \left(\log \frac{Y_i}{Y'_i}\right) = 0$$

$$d_i^2 = \sum_i (\log Y_i - \log Y'_i) = \sum_i \left(\log \frac{Y_i}{Y'_i}\right)^2 \rightarrow \text{minim}$$

Yukarıdaki ifadelere göre, tablo V'deki verilere aşağıdaki işlemler uygulanarak kontrol edilebilir.

Y	log Y	log Y'	Y'	Y-Y'	logY-logY'	$\log \frac{Y}{Y'}$	$\frac{Y}{Y'}$	$\frac{Y}{Y'}$ 100
2874	3,45849	3,45761	2869	+ 5	+ 0,00088	0,00087	1,00174	100,17
3013	3,47900	3,47667	2997	+ 16	+ 0,00233	0,00217	1,00534	100,53
3108	3,49248	3,49573	3131	- 23	- 0,00325	0,99667-1	0,99265	99,26
3214	3,50705	3,51479	3272	- 58	- 0,00774	0,99224-1	0,98227	98,22
3467	3,53995	3,53385	3419	+ 48	+ 0,00610	0,00605	1,01404	101,40
3621	3,55883	3,55291	3572	+ 49	+ 0,00592	0,00614	1,01372	101,37
3707	3,56902	3,57197	3732	- 25	- 0,00295	0,99708-1	0,99330	99,33
3888	3,58973	3,59102	3899	- 11	- 0,00129	0,99878-1	0,99718	99,72
26892	28,19455	28,19455	26891	+ 1	0	0		800,00

Tahminlerin standart hatası, genel olarak,

$$S = \sqrt{\frac{\sum d^2}{n}}$$

şeklinde tanımlandığına göre, polinomlara ve üstel fonksiyonlara ilişkin en küçük kareler yönteminin koşullarından, polinomlar için aritmetik farkların, buna karşılık üstel fonksiyonlar için logaritmik farkların söz konusu olduğu görülmektedir. Buna göre de, $Y = a+bX$ ile $Y = a.b^X$ gibi eşit sayıda parametreli fakat farklı türden trend fonksiyonlarının $S_{Y.XX}{}^2$ ve $S_{\log Y.X}$ gibi değişik ölçü birimlerindeki standart hatalarının karşılaştırılması doğru olmamaktadır (33).

Bu güçlüğü ortadan kaldırmak ve üstel fonksiyonlarda da aritmetik farkları kullanabilmek için teorik değerlerin antilogaritmalarını alarak (Y-Y') farkları bulunabilirse de bu yaklaşımın geçerliliği kesin değildir, çünkü $\log Y = a+bX$ trend fonksiyonu için $\sum \log Y = \sum \log Y'$ olmasına karşın, genellikle $\sum Y \neq \sum Y'$ eşitsizliği mevcuttur. Bunun nedeni de, $Y = a+bX$ trend denkleminde, a, $a = \frac{\sum Y}{n} = \frac{\sum Y'}{n}$ olarak aritmetik ortalamayı gerçeklerken, $\log Y = a+bX$ fonksiyonunda, a, $a = \frac{\sum \log Y}{n} = \frac{\sum \log Y'}{n}$ ile geometrik ortalamayı oluşturmakta ve geometrik ortalama da aritmetik ortalamadan daima küçük olacağından, tahminlerin antilogaritmaları alınmak suretiyle hesaplanan (Y-Y') farklarının toplamı sıfır olmamaktadır. Örneğin tablo V'deki sonuçlara göre,

$\sum \log Y = 28{,}19455 = \sum \log Y'$ iken, $\sum Y = 26892$, $\sum Y' = 26891$ dir (34).

Diğer taraftan, uygulamada da rastlandığı gibi, aynı türden fakat farklı sayıda parametreli trend fonksiyonlarının standart hataları, aynı ortalamalara tabi olduklarından, uygunluk kriteri olarak kullanılabilir.

V) Ölçülerdeki farklılık :

Ortaya koymaya çalıştığımız gibi, tahminlerini stan dart hataları ancak, aynı tür trend fonksiyonlarının uygunluğu için bir ölçü olabilir. Bunun sonucu olarak da polinomlarla, üstel fonksiyonların doğrudan karşılaştırılması olanağı bulunmamaktadır.

Bu öneri için, örneğin tablo IV'de verilen Türkiye'de kişi başına G.S.M.H rakamları için hesaplanmış olan :

log Y= 3,52432 + 0,00953

orijin : 31.12.1970 X = 1/2 yıl

logaritmik trend fonksiyonunun $S_{\log Y.X}$ standart hatası ile aynı verilere uygulayacağımız ikinci dereceden bir polinomun $S^2_{Y.YY}$ standart hatasını karşılaştıralım:

$$S^2_{\log Y.X} = \frac{\sum(\log Y-\log Y')^2}{n} \quad \text{veya}$$

$$S^2_{\log Y.X} = \frac{\log^2 Y - a\sum \log Y - b\sum X \log Y}{} \quad \text{dır.}$$

TABLO : VI

Yıllar	X	log Y	log Y'	logY-logY'	$(\log Y-\log Y')^2$	$\log^2 Y$	XlogY
1967	- 7	3,45849	3,45761	0,00088	0,0000007	11,96115	-24,20943
1968	- 5	3,47900	3,47667	0,00233	0,0000054	12,10344	-17,39500
1969	- 3	3,49248	3,49573	- 0,00325	0,0000105	12,19742	-10,47744
1970	- 1	3,50705	3,51479	- 0,00774	0,0000599	12,29940	- 3,50705
1971	1	3,53995	3,53385	0,00610	0,0000372	12,53125	3,53995
1972	3	3,55883	3,55291	0,00592	0,0000350	12,66527	10,67649
1973	5	3,56902	3,57197	- 0,00295	0,0000087	12,73790	17,84510
1974	7	3,58973	3,59102	- 0,00129	0,0000016	12,88616	25,12811
		28,19455	28,19455	0	0,0001590	99,38199	1,60073

$$S^2_{\log Y.X} = \frac{0,0001590}{8} = 0,00001988 \; ; \; S_{\log Y.X} = 0,00447$$

veya

$$S^2_{\log Y.X} = \frac{99,38199-99,366616-0,0152549}{8} = \frac{0,00012}{8} = 0,000015$$

$$S^2_{\log Y.X} = 0,000015 \qquad ; \qquad S_{\log Y.X} = 0,00389 \text{ dır.}$$

Buna karşılık aynı problemin ikinci dereceden bir polinom ile çözülmesi halinde şu sonuçlar elde edilecektir:

TABLO: VII
Türkiye'de kişi başına G.S.M.H* (TL)

Yıllar	X	G.S.M.H.(Y)	XY	X^2	X^2Y	X^4	Y'	Y^2	Y-Y'	$(Y-Y')^2$
1967	- 7	2874	- 20118	49	140286	2401	2866	8259875	+ 8	64
1968	- 5	3013	- 15065	25	75325	625	2996	9078169	+ 17	289
1969	- 3	3108	- 9324	9	27972	81	3133	9659664	- 25	625
1970	- 1	3214	- 3214	1	3214	1	3274	10329796	- 60	3600
1971	1	3467	3467	1	3467	1	3421	12020089	+ 46	2116
1972	3	3621	10863	9	32589	81	3574	13111641	+ 47	2209
1973	5	3707	18535	25	92675	625	3732	13741849	+ 25	625
1974	7	3888	27216	49	190512	2401	3896	15116544	- 8	64
		26892	12360	168	566580	6216	26892	91317627		9592

* 1968 üretim amilleri fiatları ile verilmiştir.
Kaynak : Türkiye Istatistik Yıllığı 1975, D.I.E., Ankara, 1976, s.376

$$Y = 3347{,}0625 + 73{,}571X + 0{,}6875X^2$$

orijin: 31.12.1970 $\quad X = 1/2$ yıl

$$S^2_{Y.XX^2} = \frac{\sum (Y-Y')^2}{n} = \frac{9592}{8} = 1199$$

$$S^2_{Y.XX^2} = 1199 \quad ; \quad S_{Y.XX^2} = 34{,}63 \quad \text{veya}$$

$$S^2_{Y.XX^2} = \frac{\sum Y^2 - a\sum Y - b\sum XY - c\sum X^2Y}{n}$$

$$= \frac{(91317627)-(3347{,}0625)\ (26892)-(73{,}571)\ (12360)\ (0{,}6875)\ (566580)}{8}$$

$$= \frac{91317627 - 90009204{,}75 - 909337{,}56 - 389523{,}75}{8} = \frac{9561{,}94}{8}$$

$$S^2_{Y.XX^2} = 1195{,}2425 \qquad S_{Y.XX^2} = 33{,}57 \text{ dir.}$$

$S^2_{\log Y.X} = 0,00448$ ve $S_{Y.XX}{}^2 = 34,63$ standart hataları karşılaştırıldığı zaman aradaki farkın çok fazla olduğu görülmektedir, çünkü $S_{\log Y.X}$'nin logaritmik bir ölçü olmasına karşılık, $S_{Y.XX}{}^2$ aritmetik bir ölçüdür.

Gerçi, üstel fonksiyonlara ait teorik değerlerin antilogaritmaları alınmak suretiyle dolaylı da olsa bir karşılaştırma olanağı bulunmaktadır. Ancak sonuçların birbirine çok yakın olması halinde bunun geçerli bir ölçü olamayacağı da gözden uzak tutulmamalıdır.

Probleme bu açıdan yaklaşılıp, üstel fonksiyona ait standart hatanın teorik değerlerin antilogaritmalarından hesaplanması istenilirse, aşağıdaki işlemler yapılacaktır.

$Y = (3344).(1,022)^X$
orijin : 31.12.1970 X = 1/2 yıl

$$S'^2_{Y.X} = \frac{\sum (Y-Y')^2}{n} \quad \text{veya}$$

$$S'^2_{Y.X} = \frac{\sum Y^2 - 2a \sum Yb^X + a^2 \sum (b^X)^2}{n}$$

TABLO: VIII

Yıllar	X	Y	Y'	Y-Y'	$(Y-Y')^2$	b^X	Yb^X	$(b^X)^2$
1967	- 7	2874	2869	- 5	25	0,8587081	2467,92725	0,7373796
1968	- 5	3013	2997	- 16	256	0,8969092	2702,38757	0,8044461
1969	- 3	3108	3131	- 23	529	0,9368032	2911,58451	0,8776002
1970	- 1	3214	3272	- 58	3364	0,9784735	3144,81409	0,9574103
1971	1	3467	3419	- 48	2304	1,0220000	3543,2740	1,3561534
1972	3	3621	3572	- 49	2401	1,0674600	3865,2726	1,2430912
1973	5	3707	3732	- 25	625	1,1149400	4133,0825	1,1394708
1974	7	3888	3899	- 11	121	1,1645400	4527,7315	1,044484
		26892	26891	- 1	9625		27296,07418	8,1600356

$$S'^2_{Y.X} = \frac{9625}{8} = 1203,125 \; ; \; S'_{Y.X} = 34,68 \text{ veya}$$

$$S'^2_{Y.X} = \frac{91317627 - 2(3344).(27296,07418) + (11182336)(8,1600356)}{8}$$

$$= \frac{91317627-182556144,115+91248259,8632}{8}$$

$$= \frac{9742,748}{8} = 1217,8435 \; ; \; S'_{Y.X} = 34,89 \text{'dur.}$$

Yukarıdaki hesaplama ve sonuçlardan görüldüğü gibi, parabole ait standart hata $S_{Y.XX}{}^2 = 34,63$, çok az da olsa, üstel fonksiyona ait standart hata $S'_{Y.X} = 34,68$' den küçük çıkmaktadır.

Karşılaştırma sonucunda, parabolün trend denklemi olarak daha uygun olduğu önerilebilirse de, yaklaşımdaki hatalar yorumun geçerliliğine gölge düşürmektedir.Halbuki, uygulamada, parabolik trend denklemleri çok kere üstel fonksiyonlar yerine kullanılmakta, üstel fonksiyonlar gibi doğrusal olmayan ve gittikçe artan veya azalan zaman serilerine uygulanmaktadır (35).

Bu bakımdan,salt matematik açıdan hareket edilerek, çeşitli trend denklemlerinin birbirleri ile karşılaştırılmaları isteniyorsa karşılaştırma ölçü birimlerinin etkisinde kalmayan bir kritere oturtulmalıdır. Bu kriterin de, korelasyon indeksi :

$$I = \sqrt{\frac{\sigma^2_Y - S^2_Y}{\sigma^2_Y}}$$

olabileceği savunulabilir.Korelasyon indeksi, regresyon için eşit parametreli fakat farklı türden fonksiyonların karşılaştırılmasında kullanılmakla beraber, farklı sayıda parametreli fonksiyonlar için de uygunluk ölçüsü olabilir (36).

Korelasyon indeksi örneğin tablo IV'deki veriler için uygun trend denkleminin saptanmasında bir ölçü olabilir.

$$I = \sqrt{\frac{\sigma^2_Y - S^2_Y}{\sigma^2_Y}}$$

$$I^2_{par} = \frac{115021,25-1199}{115021,25} = \frac{113822,25}{115021,25} = 0,98958 \ ; \ I_{par} = 0,9947$$

$$I^2_{log} = \frac{12,42275-0,00001988}{12,42275} = \frac{12,42273012}{12,42275} \cong 1,0000 \ ; \ I_{log} = 1,0000$$

Yukarıdaki hesaplamalardan görüldüğü gibi, korelasyon indeksi uygunluk kriteri olarak kullanıldığı takdirde, standart hata yaklaşımının aksine, üstel fonksiyon , trend denklemi olarak tercih edilmelidir.

Ancak, söz konusu uygunluk ölçülerinin,yani tahminlerin standart hataşı ve korelasyon indeksinin regresyona ilişkin ölçüler olduğu da hemen belirtilmeli ve zaman serileri için geçerliliklerinin şüpheli olduğuna da değinilmelidir.

Zaman serileri için söz konusu uygunluk ölçüleri - nin yanı sıra amprik denetim ölçüleri daha geçerlidir (37):

a) Trend değerleri arasındaki birinci farklar sabit olduğu takdirde , $Y = a+bX$ şeklindeki doğrusal trend uygundur,

b) Trend değerleri arasındaki ikinci farklar sabit olduğu takdirde, $Y = a+bX+cX^2$, ikinci dereceden parabol kullanılabilir,

c) Logaritmik trend değerleri arasındaki birinci farklar sabit ise birinci dereceden üstel fonksiyon uygulanabilir.

Anlaşılacağı gibi, yukarıdaki kriterler hangi trend fonksiyonun kullanılacağını değil, sadece uygulanan trend tipinin doğruluğunu saptamada birer denetim aracıdır.

Bu ölçülere göre, zaman serilerinde trend tipinin seçiminde yardımcı olabilecek aşağıdaki tablo düzenlenebilir :

TABLO: IX
Denetim Tablosu

Trend tipi	Fark	Miktar
Doğru	$\Delta_1 = Y'_t - Y'_{t-1}$	b
Parabol	$\Delta_2 = (Y'_{t-1} - Y'_t) - (Y'_t - Y'_{t-1})$	2c
Logaritmik	$\log \Delta_1 = (\log Y'_t - \log Y'_{t-1})$	logb

Yıllık fasılalar için hazırlanan bu tablodaki sabit miktarlar, fasılalar 6 ay olduğu takdirde, 2b, 4c ve 2 logb olarak gösterilecektir.

Tablo IV'deki Türkiye'nin G.S.M.H rakamları için

$$\log Y = 3{,}52432 + 0{,}00953\ X$$
$$Y = 3347{,}0625 + 73{,}571\ X + 0{,}6875\ X^2$$

orijin: 31.12.1970 X = 1/2 yıl

olarak belirlenen trend denklemlerinin uygunluğunu kontrol için denetim tablosundan yararlanılabilir :

TABLO: X

Δ_1	Δ_2	$\log \Delta_1$
130	7	0,01906
137	4	0,01906
141	6	0,01906
147	6	0,01906
153	5	0,01906
158	6	0,01906
164		0,01905

Tablo X'daki farklar incelendiğinde, log Δ_1 farklarının sabit olduğu görülmektedir. Buna göre,söz konusu G.S.M.H rakamları için logaritmik trend fonksiyonunun daha uygun olduğu söylenebilir.

Tartışılması gereken en son sorun ise, bütün bu ölçülerin trend seçimindeki sübjektif etkenleri ortadan kaldırmaya yeterli olup olmayacağıdır.

Fikrimizce, aşağıda açıklanmaya çalışılacak nedenlerden dolayı, fonksiyon tipini saptarken sübjektifliğe yer verilmeli ve verilerin niteliği göz önüne alınmalıdır :

a) Söz konusu uygunluk kriterleri hiçbir zaman kesin değildir. Örneğin geometrik artışa uygun olan ve bu nedenle de üstel fonksiyona uyan zaman serilerinin trendi ele alınan dönemin kısa ve değişme oranının küçük olması halinde doğrusal trendi gerçekleyecektir (38).

Buna örnek olarak aşağıdaki problem verilebilir:

TABLO: XI

Yıllar	X	Nüfus(mil)Y	XY	Y'	Δ_1
1965	- 4	1.03	- 4.12	1.024	-
1966	- 3	1.06	- 3.18	1.058	0.034
1967	- 2	1.09	- 2.18	1.092	0.034
1968	- 1	1.12	- 1.12	1.127	0.035
1969	0	1.16	0	1.161	0.034
1970	1	1.19	+ 1.19	1.195	0.035
1971	2	1.23	+ 2.46	1.230	0.035
1972	3	1.27	+ 3.81	1.264	0.034
1973	4	1.30	+ 5.20	1.299	0.035
		10.45	+ 2.06	10.450	

$$Y = 1.1611 + 0.03433\ X$$

orijin : 1969 X = 1 yıl

Problemin çözümü için birinci dereceden doğrusal trend denklemi kullanılmış ve uygunluğunun denetimi için birinci farklar teşkil edilmiştir. Bu farkların sabit ve b'ye eşit olmasından ötürü de kullanılan trend denkleminin uygun olduğu söylenebilecektir.

Diğer taraftan aynı problem için geometrik artışa uygun olup olmadığını denetledikten sonra logaritmik trend fonksiyonunu hesaplayalım :

TABLO : XII

X	Y	artış oranı	log Y	X log Y	log Y'	Y'	log 1
- 4	1,03	-	0,01284	-0,05136	0,01221	1,01	-
- 3	1,06	1,03	0,02531	-0,07593	0,02505	1,05	0,01284
- 2	1,09	1,03	0,03743	-0,07486	0,03791	1,08	0,01286
- 1	1,12	1,03	0,04922	-0,04922	0,05075	1,12	0,01284
0	1,16	1,03	0,06446	0	0,06361	1,16	0,01286
1	1,19	1,03	0,07555	0,07555	0,07645	1,19	0,01286
2	1,23	1,03	0,08991	0,17982	0,08931	1,22	0,01286
3	1,27	1,03	0,10380	0,31140	0,10216	1,26	0,01285
4	1,30	1,02	0,11394	0,45576	0,11501	1,30	0,01285
	10,45		0,57246	0,77116	0,57246	10,39	

$$\log Y = 0{,}06360 + 0{,}01285\,X$$

$$Y = (1{,}158)(1{,}3)^X$$

orijin: 1969 X = 1 yıl

Yukarıdaki hesaplamalardan görüldüğü gibi,söz konusu veriler üstel fonksiyon ile çözülmüş ve bu çözümün de uygun olduğu denetlenmiştir.

VI. Sonuç:

Ortaya konmaya çalışıldığı gibi, hangi çözümün uygun olduğu sorusunun cevabı için sübjektif yargılar kaçınılmaz olmaktadır.Fonksiyon tipinin tayininde sadece matematik esaslara göre karar verilmemeli, olayın bilinen ve beklenen özellikleri de dikkate alınmalı,yani olay hakkındaki görüş ve hükümler de gözönünde bulundurulmalıdır (39).

Konuya bu açıdan bakıldığı zaman,verilerin niteliği gereği, yani nüfusun geometrik artışa uymasından ötürü, üstel fonksiyon tercih edilmelidir.

İktisadi bir olayı inceleyerek trendini saptamaya çalışan istatistikçi, iktisadi durumun sayısal görünümünü ortaya koymaya çalışmaktadır. İstatistikçi bu işleme çoğu kez sübjektif yargılarını da katacağından , trendi oluşturmaya ilişkin matematik yöntemler, aslında, sübjektif olguları olay dışında bırakmamaktadırlar.

Ele alınan devre içinde, doğru, parabol ve üstel fonksiyonların birbirlerinden çok farklı olmamalarına karşın, söz konusu trendlerle yapılan tahminlerde büyük ayrıcalıklar ortaya çıkmaktadır.Asıl amacımızın da gelecek için tutarlı tahminler yapmak olduğu hatırlanırsa, istatistikçi, bu tahminleri etkileyebilecek bazı değişikliğin olduğu kanısına varırsa, uygunluk kriterinden vazgeçmek pahasına, tahminleri etkileyebilecek bu değişikliği yansıtacak fonksiyon tipini seçmelidir .

Bu sebeplerden ötürü trend analizinde matematiğin objektifliğine güvenmek yeterli olmamaktadır.Nitekim daha önceki kısımlarda gösterilmeye çalışıldığı gibi aynı olay için birden çok trend fonksiyonu hesaplamak ve bunların uygunluğunu denetlemek mümkündür.Amaç, matematik işlemlerin trend fonksiyonlarına uygulanması değil, iktisadi güçlerin etkisini ölçmek, olayın ana hatlarını ortaya koymaktır.

Olaya bu açıdan bakıldığında, iktisatçının sübjektif değer yargıları ile trend fonksiyonlarının oluştu -

rulmasına ilişkin matematik yöntemler bir bütün meydana getirmekte, birbirlerini tamamlamaktadırlar. Söz konusu tamamlayıcılık niteliğinden ötürü verilerin bünyesine inmek ve analiz edilecek olayın mahiyetini kavramak şarttır.

....

Dipnotlar

1) Hamburg Morris, Statistical Analysis for Decision Making, Harcourt-Brace, New York, 1970, s. 540.
2) -, Basic Statistics, Harcourt - Brace, New York, 1974 s.331.
3) Lawrence L.Lapin, Statistics for Modern Business Decisions, Harcourt-Brace, New York, 1974, s. 536.
4) Klasik modelin yanı sıra olasılık modellerine dayanan ekonometrik yöntemler, zaman serilerini sinüs ve cosinüs gibi trigonometrik fonksiyonlar cinsinden ifade eden spektral analiz ve üstel düzeltme (exponential smoothing) gibi yaklaşımlar diğer seçenekleri oluştururlar. Ancak bu incelemede sadece klasik zaman serisi ele alınacaktır.
5) Burada bileşenlerin çarpımları yerine toplamları da alınabilir. Bu alternatife göre Y = T + K + M + A yazılacaktır. Çarpım veya toplam modellerinin geçerliliğini test etmek için çok az amprik çalışma yapılmış ise de çarpım modelinin daha uygun olduğu görüşü çoğunluktadır. Bkz: Merrill W. -Fox Karl, Introduction to Economic Statistics, John Wiley, New York, 1970 s. 456
   Diğer taraftan, K,M ve A daki değişmelerin trend değişmelerine oranı daima aynı yönü izlemediği,yani sabit bulunmadığı için çarpımları almak daha uygundur. Bkz: Cillov Halûk, Istatistik Metodları, Istanbul, 1975, s. 86.
6) Gürtan Kenan, İstatistik ve Araştırma Metodları, Istanbul, 1975, s. 86.
7) Cillov, op. cit., s. 87.
8) Zaman serilerinin incelenmesi için bkz: Cillov, op. cit., s. 128-144.
9) Bazı istatistikçiler, zaman serilerinde normal dağılıma uymayan anormal sapmalar bulunabileceği fikrinden hareketle en küçük karelerin zaman serilerindeki trendler için uygun olmayacağı görüşünü savunmaktadırlar. Bkz : Croxton Frederick, Cowden Dudley and Klein Sidney, Applied General Statistics, Prentice Hall of India, New Delhi, 1969, s.234. Buna rağmen en küçük kareler yöntemi bütün kitaplarda zaman serilerine uygulanmaktadır.
10) Doğru için bkz.: Cillov, op. cit., pp. 99-111

11) Üçüncü derecede trend denkleminin trend fonksiyonu olarak kullanılıp kullanılamayacağına ilişkin görüşler farklıdır. Birçok istatistikçi üçüncü derecede trend denkleminin trend fonksiyonu olarak kullanılabileceğini önermektedir. Bkz.: ibid., s. 99. Gürtan, op. cit., s. 449. Croxton-Cowden-Klein, op. cit, s. 255. Buna karşılık bazı istatistikçiler ise kullanılamayacağı görüşündedirler. Cf.: Tuttle Alva, Elementary Business and Economic Statistics, Mc Graw Hıll, New York, 1957, s. 498. Hamburg da, aritmetik veya logaritmik biçimdeki üçüncü veya daha yüksek derecedeki fonksiyonların, trendin yanı sıra konjonktürü de izlemek eğiliminde olduklarını ve bu yüzden de trendi temsil edemeyeceğini savunmaktadır. Bkz.: Hamburg, Statistical..., s. 562. Fikrimizce burada önemli olan iki dönüm noktasının ne şekilde meydana geldiğidir. Olayın trendini etkileyen önemli bir değişiklik olduğu takdirde devreyi ikiye ayırarak birinci veya ikinci dereceden iki değişik trend uygulamak yerinde olacaktır. Cf.: Cillov, op. cit., s. 99.

12) Paraboldeki a, b, c. parametreleri şöyle tanımlanabilir : a: orijine karşı gelen yani X = 0 olduğu zamana ait trend değeridir ; b, X = 0 için fonksiyonun eğimini vermektedir ; 2c ise fonksiyonun eğiminin zaman birimi başına düşen değişme haddidir: $\frac{d^2 Y_t}{dX^2} = 2c$

c parametresinin işareti de parabolün iç bükey veya dış bükey olduğunu göstermektedir : c > 0 durumunda eğri içbükey, c < 0 durumunda ise dış bükeydir. Cf.: Croxton F.-Cowden D., Applied General Statistics, Prentice - Hall, New York, 1939, s.428 ve Hamburg, op.cit. s. 560.

13) Cillov Halûk, "Fiat artışları nasıl gelişti," Milliyet, 26 Şubat 1977, s.9.

14) Hamburg, op. cit., s. 561.

15) Örneğin Y = a + bX şeklindeki birinci derecedeki bir polinomda b zaman birimi başına düşen değişmeyi gösterir : $Y'_X - Y'_{X-1} = (a + bX) - (a + b(X-1)) = a + bX - a - bX + b = b$. Buna karşılık bağıl değişmeyi hesaplayabilmek için $\frac{Y'_X}{Y'_{X-1}}$ oranını bulmak gereklidir:

$\frac{Y'_X}{Y'_{X-1}} = \frac{a + bX}{a + bX-b}$. Bu da : $\log Y'_X - \log Y'_{X-1} =$

$\log a + X \log b - \log a - X \log b + \log b = \log b$ olacaktır.

16) $Y = a \cdot b^X$; $\log Y = \log a + X \log b$ olacağından [3] ifadesi asli değerler için $Y = a.\ b^X$ olarak ta yazılabilir.

17) Problemde X = 6 ay olduğuna göre yıllık artış oranı (b^2-1) olmalıdır. Ancak Croxton-Cowden - Klein'de serinin tek veya çift hadli olup olmadığına bakılmaksızın (b-1) yıllık artış oranı olarak gösterilmektedir. Cf: Croxton, Cowden - Klein, op. cit., s.259 . Fikrimizce burada da serinin tek veya çift hadli olmasına göre bir ayırım yapılmalıdır. Seri çift hadli ise X = 1/2 yıl olacağından yıllık değişme 2 log b olmalıdır.

18) Mills Frederick, Statistical Methods, Holt - Rinehart and Winston, New York, 1955, s. 358.

19) Göçmençelebi Kemal, Istatistik Metodları, Ankara,1976 s. 213

20) 30 ve daha fazla yıllık trendlerin uzun süreli trendler olarak kabul edilebileceği öne sürülebilir. Cf. : Tuttle Alva, op. cit. s. 408. Ancak uygulamada 30 yıldan daha az yıllık serilerin de uzun süreli olarak kabul edildikleri durumlara da rastlanmaktadır.

21) Gürtan, op. cit., s. 471.

22) Gelişme eğrilerinin ayrıntıları için bkz: Croxton - Cowden-Klein, op. cit., ff.: 262. Mills, op. cit., ff. 751. Neiswanger William Elementary Statistical Methods Mac Millan, New York, 1949, ff.: 535.

23) Peters Charles - Van Voorhis Walter, Statistical Procedures and their Mathematical Bases, Mc Graw Hıll, New York, 1940, s. 425.

24) Neiswanger, op. cit.,s.496.

25) Dolunay Nergis, Talep analizi metodlarıyla Türkiye'de çimento tüketimi üzerine bir istatistik araştırması , Doktora Tezi, Istanbul, 1976, s. 30.

26) Bağırtkan Şemsettin, Satış tahmini tekniklerinin analizi , Doktora tezi, Istanbul, 1974, s. 72. Aynı ifade için bkz.: Kantarcı Münevver,Türkiye'de tekerlek lastiği sanayii üzerinde istatistiksel inceleme, Doktora tezi, Istanbul, 1975, s. 61.

27) Bağırtkan, op. cit., s. 72 ve s. 116. Kantarcı, op. cit. ff.: 62.

28) Örneğin $Y = a \cdot X^b$ şeklindeki geometrik eğri de kullanılabilir. Bu fonksiyondaki bağımsız ve bağımlı de-

ğişkenler geometrik bir diziye uygun olarak değiş - mektedirler. Halbuki trend fonksiyonlarında zamanı temsil eden bağımsız değişken X ancak aritmetik olarak değişebilir. Bu nedenle geometrik eğrinin trend fonksiyonu olarak kullanılması uygun olamamaktadır. Cf.: Göçmençelebi, s. 215.

29) Mills, op. cit., s. 245. Nitekim Cillov da bu görüşe paralel olarak bir ülkenin irat bölünüşünü gösteren serinin grafiğindeki dalgalanmalarını hiperbol ile veya bir kitlenin boylarının dağılmasının normal eğri ile temsil edilebileceğini belirtmektedir. Bkz.: Cillov, İstatistik... s. 98. Dolunay da aynı görüşü kısmen kabul ederek hiperbol ve Gompertz eğrilerinin belirli konular için uygulanabileceğine değinmektedir. Bkz.: Dolunay, op. cit., s. 28.

30) Mills, verilerin belirli bir fonksiyon tipine uymaması halinde çeşitli trend fonksiyonlarının oluşturabileceğine, buna karşılık en uygun olma kriteri olarak belirlenen tahminlerin standart hatalarının karşılaştırmasının ancak eşit parametreli fonksiyonlar için geçerli olduğuna değinmektedir. Bkz.: Mills, op. cit., s. 356. Bu görüşe bazı yönlerden karşı çıkılabilir. Supra. Nitekim Smith-Duncan başka bir uygunluk kriteri yaklaşımında Mills'in fikrine paralel bir görüş ge tirmekle beraber, uygulamada eşit parametreli olma - yan fonksiyonlar karşılaştırmıştır. Bkz.: Smith James G.- Acheson Duncan J., Elementary Statistics and Applications, Mc Graw Hill, New York, 1944, s. 395.

31) Gürtan, op. cit., s. 461, Çömlekçi Necla, Istatistik, Ankara, 1974, s. 259.

32) Croxton - Cowden - Klein, op. cit., s. 257.

33) Cf.: ibid, s. 445.

34) Öneri ile ilgili amprik sonuçlar tarafımızdan şöyle hesaplanmıştır :

$\sum Y = 59080$, $\sum Y' = 59126{,}9$. Dolunay, op. cit., s. 45
$\sum Y = 497$, $\sum Y' = 495.6$, Merrill-Fox, op. cit., s.469.
$\sum Y = 79721$, $\sum Y' = 79320$, Tuttle,op. cit., s. 491. $\sum Y = 10950$,
$\sum Y' = 10128$, Smith-Duncan, op.cit., s. 576. $\sum Y = 6348.1$,
$\sum Y' = 6340{,}1$, Mills (1938), op. cit., s.266.

35) Lapin Lawrence, Statistics for Business Decisions, Harcourt - Brace New York, 1974, s. 560.

36) Cf.: Smith-Duncan, op. cit., s.395.

37) Croxton-Cowden-Klein, op.cit., s. 282-283. Mills (1955), op. cit. s. 356-357.

38) Merrill-Fox, op. cit., s. 470. Cf.: Boot G-Cox Edwin, Statistical Analysis for Managerial Decisions,Mc Graw Hill, 1970 , s. 455.

39) Gürtan, op. cit., s. 461.

Kaynaklar

1) Cillov Halûk , Istatistik Metodları, Istanbul, 1975.
2) Gürtan Kenan, Istatistik ve Araştırma Metodları, Istanbul, 1974.
3) Göçmençelebi Kemal, Istatistik Metodları, Ankara , 1976.
4) Dolunay Nergis, Talep Analizi Metodlarıyla Türkiye Çimento Tüketimi üzerine bir Istatistik Araştırması, Doktora Tezi, Istanbul, 1976.
5) Bağırtkan Şemsettin, Satış Tahmini Tekniklerinin Analizi, Doktora Tezi, Istanbul, 1974.
6) Kantarcı Münevver, Türkiye'de Tekerlek Lastiği Sanayii Üzerinde Istatistiksel İnceleme, Doktora Tezi, Istanbul, 1975.
7) Croxton Frederick - Cowden Dudley, Applied General Statistics, Prentice Hall, New York, 1939.
8) -, Applied General Statistics, Prentice Hall, New York, 1953.
9) Croxton Frederick - Cowden Dudley and Klein Sidney , Applied General Statistics, Prentice Hall of India , New Delhi, 1969.
10) Hamburg Morris, Statistical Analysis for Decision Making, Harcourt - Brace, New York, 1970.
11) Merrill William - Fox Karl A., Introduction to Economic Statistics, John Wiley, New York, 1970.
12) Mills Frederick, Statistical Methods, Henry Hold Co. New York, 1938.
13) -, Statistical Methods, Holt-Rinehart and Winston , New York, 1955.
14) Neiswanger William A., Elementary Statistical Methods, Mac Millan, New York, 1949.
15) Smith James G. - Acheson Duncan J., Elemantary Statistics and Applications, Mc Graw Hill, New York, 1944.
16) Waigh Albert E., Elements of Statistical Methods, Mc Graw Hill, New York, 1943.
17) Lawrence L. Lapin, Statistics for Business Decisions Harcourt-Brace, New York, 1974.