



PROBLEM KURMA TEMELLİ PROBLEM ÇÖZME ÖĞRETİMİNİN PROBLEMI ANLAMA BAŞARISINA ETKİSİ

EFFECT OF A PROBLEM POSING BASED PROBLEM SOLVING INSTRUCTION ON UNDERSTANDING PROBLEM

Osman CANKOY*, Sıtkıye DARBAZ**

ÖZET: Bu çalışmanın amacı, problem kurma temelli problem çözme öğretimi ve geleneksel problem çözme öğretimi alan öğrencilerin matematik problemini anlama başarısı açısından karşılaştırılmasıdır. Seçkisiz yöntemle deney (n = 28) ve kontrol (n = 25) gruplarına ayrılan çalışma grubunu, KKTC'deki Lefkoşa İlçesi, merkezi bir ilkokulun 3. sınıfında okuyan 53 öğrenci oluşturmuştur. Araştırma deneysel olup, araştırmanın verileri, deney ve kontrol gruplarına uygulanan ön testler sonrasında deney grubuna uygulanan 10 haftalık problem kurma temelli problem çözme öğretimi sonucunda, deney ve kontrol gruplarına uygulanan son testler ve 3 ay sonrasında deney ve kontrol gruplarına uygulanan gecikmeli son testler sonucunda elde edilmiştir. Deney grubu uygulanan problemi anlama testinin tüm boyutlarında (problemi yeniden ifadelendirme, görselleştirme, niteliksel akıl yürütme) kontrol grubundan çok daha üst düzeyde başarı sergilemesi yanında deney grubu özellikle niteliksel akıl yürütmenin gerekli olduğu sorularda kontrol grubundan çok daha üst düzeyde beceri sergilemiştir.

Anahtar Sözcükler: problem kurma öğretimi, matematik problemini anlama, problem çözme

ABSTRACT: The aim of this study is to explore mathematical problem understanding performances of students. 53 third-grade students from an urban elementary school in Nicosia in the Turkish Republic of Northern Cyprus were the participants. After conducting the pre-Understanding Problem (UP) Test, the experimental group (n = 28) has followed a problem posing based problem solving instruction for 10 weeks, whereas the control group (n = 25) has followed a traditional problem solving instruction. A 10 week period was followed by a 3 month recess. Then post- and delayed- post UP tests were conducted respectively to both of the groups. The results indicate that the experimental group students were better than the control group students in terms of UP scores in all dimensions (rephrasing, visualizing and qualitative reasoning). The difference between the two groups was the greatest in sub-dimension in which qualitative reasoning was emphasized.

Key Words: problem posing instruction, understanding of mathematical problems, problem solving

1. GİRİŞ

Bilim ve teknolojinin her geçen gün gelişmesi ile birlikte, bireylerin geçmişe göre daha eğitilmiş ve daha donanımlı olmaları kaçınılmaz bir gerçektir. Ancak bu durumu “daha çok bilgiye sahip olunması gerekir” biçiminde ele almak çok doğru değildir. Bunun yerine, sadece bilimsel ve teknik konuları anlamada değil, daha kaliteli yaşamımıza olanak tanınması bağlamında ele alındığı zaman, günümüzde ve gelecekte daha iyi problem çözen bireylere ihtiyaç duyduğumuzu söylemek yerinde olur (Lester, 1994). Problem çözme birçok alanda ve birçok nedenden dolayı önemli olduğundan özellikle matematiksel problem çözme hemen hemen tüm matematik öğretim programlarının merkezinde gösterilmektedir (Jitendra, Griffin, Buchman, & Sczesniak, 2007; Kayan ve Çakıroğlu, 2008; NCTM, 1989, 1991, 2000, 2004; Polya, 1957; Schoenfeld, 1987a, 1989). Matematiksel problem çözenin öğretim programlarının merkezinde yer almasının en önemli nedenlerinden bazıları, genelde öğrenmeyi, özelde ise matematiği anlamayı ve matematiksel düşünmeyi olumlu yönde etkilemesidir (NCTM, 2000; Polya 1973; Schoenfeld, 1985).

Yapılan bir çok araştırma problem çözme ve problem kurmanın birbirine bağlı olduğunu ve birbirini desteklediğini göstermiştir (Kilpatrick, 1987; Lowrie, 2002; Silver, 1995; Stoyanova, 2005; Stoyanova & Ellerton, 1996). Problem kurmanın, öğrencilerin problem çözme becerilerinin gelişmesinde büyük bir öneme sahip olduğu sıklıkla vurgulanmaktadır (Akay, 2006; English, 1998; NCTM, 1989, 1991, 2000; Perrin, 2007; Silver, 1994; Silver ve Cai, 1996). Bu bağlamda bu çalışmada problem kurma temelli problem çözme öğretimi üzerinde durulmaktadır. Problem kurma belirli koşullar altında öğrencilerin problem oluşturmasını (yazmasını) içerebileceği gibi halihazırda üzerinde

* Doç. Dr. Osman Cankoy, Atatürk Öğretmen Akademisi, KKTC, e-posta: osman.cankoy@aoa.edu.tr

**9 Eylül İlkokulu, Lefkoşa-KKTC, e-posta: stdarbaz@yahoo.com.tr

çalışılan problemlerin değiştirilerek bunlardan yeni problemler oluşturulmasını da kapsamaktadır (Silver, 1994).

Problem kurma, problem çözme becerilerine katkı yapması yanında aynı zamanda öğrencilerin kavramsal algılarını, tutumlarını ve düşünme biçimlerini de gözlemeye olanak tanınması açısından önemli bir ölçme aracı olarak da kullanılabilir (English, 1997a, Lowrie, 1999). Matematik öğretim ortamlarında özellikle küçük yaşta öğrenciler çoğu zaman öğretimi (ortamı) sıkıcı, anlaşılmaz, ya da kendisiyle ilgili bulmayabilir. Bu durum, öğrencilerin motivasyonunu olumsuz yönde etkileyebileceği gibi, öğrenme, etkili ve kalıcı olmayabilir. Problem kurma temelli bir matematik öğretiminde öğrenciler kendi hayatları ve deneyimleri ile öğretimi birleştirme fırsatı bulmakta, yürütülen sınıf tartışmaları ve grup çalışmaları öğrencilere kendilerini daha rahat ifade etme olanağı tanımakta ve böylece öğrenme ve kavram gelişimi daha etkili olmaktadır (Chang, 2007; Lowrie, 2002; McCrone, 2005). Problem kurmayı başarabilen öğrencilerde matematiğe karşı sempati artar, korku azalır ve problemleri gözlerinde büyütmezler (Altun, 2001).

Tüm avatajlarına karşın, esas amacın çok iyi problem kuran değil, çok iyi problem çözen bireyler yetiştirmek olduğunu unutmamak gerekir. Problem çözme faktörlerin başında birçok eğitimci *problemi anlamayı* göstermektedir (Cai, 2003; Jitendra, Griffin, Buchman, & Sczesniak, 2007; Garderen & Montague, 2003; Karataş & Güven, 2004; Mayer, 1982; Polya, 1957, 1973; Stoyanova, 2005). Örneğin Mayer (1982) ve Karataş ve Güven (2004) matematik problemlerini çözümedeki zorlukların daha çok problemi anlama ve denklem oluşturma aşamalarından kaynaklandığını ifade etmektedirler. Problemi anlamayan birey, doğal olarak problemi çözmek için uygun bir strateji kullanamaz, problemi çözemez, neyi niçin yaptığını açıklayamaz, hatta problemi çözmek için uğraşmaz. Böylece matematiğe karşı olumsuz bir tutum da geliştirebilir. Bu sebeplerden dolayı bu çalışmada, *problem kurma temelli problem çözme* öğretiminin problemi anlamaya etkisi incelenmiştir. İlgili araştırmalar ve eğitimcilerin önerileri göz önünde bulundurulduğunda bu çalışmada problemi anlamayı geliştirmek ve ortaya çıkarabilmek için, problemi anlama; *problemi ifadelendirme* (Karataş & Güven, 2004; Polya, 1957, 1973), *problemi görselleştirme* (Garderen ve Montague, 2003; Polya, 1957, 1973) ve *problemle ilgili niteliksel akıl yürütme* (Barlow ve Cates, 2006; Brown ve Walter, 1990, 1993; Cankoy, 2003; Cankoy & Tut, 2005; Cai, 2003; Schoenfeld, 1985) biçiminde üç alt boyutta incelenmiştir.

Bu çalışmada problemi anlamayı geliştireceği düşünülen *problem kurma temelli problem çözme öğretimi* Polya'nın (1957) dört adımlık problem çözme modelinin üstbilis (metacognitive) becerilerinin kullanıldığı tartışma ortamları çevresinde öğrencilerin problem kurması ve kurulan problemleri çözüp yeni problemler kurmaları şeklinde zenginleştirilmesi biçiminde ele alınmıştır (Schoenfeld, 1985, 1987a). Bu bağlamda bu çalışmada esas hedeflenen, *problem kurma temelli problem çözme öğretimi* sırasında nasıl bir yol izlendiğini ve bu yöntemin öğrencilerin matematik problemlerini anlama başarılarını nasıl etkilediğini ortaya koyarak bu konuda temelde öğretmen ve öğretmen adaylarına ışık tutmaktır.

1.1. Araştırmanın Problemi

Bu araştırmanın amacı problem kurma temelli problem çözme öğretiminin matematik problemlerini anlama üzerindeki etkisini incelemektir.

Bu amaçla aşağıdaki alt problemler;

- 1) Problem kurma temelli problem çözme öğretimi ortamında yer alan öğrencilerle geleneksel matematik öğretimi ortamında yer alan öğrencilerin matematik problemlerini anlama testinden elde ettikleri puanlar arasında anlamlı bir fark var mıdır?
- 2) Problem kurma temelli problem çözme öğretimi ortamında yer alan öğrencilerle geleneksel matematik öğretimi ortamında yer alan öğrencilerin matematik problemlerini ifadelendirme alt testinden elde ettikleri puanlar arasında anlamlı bir fark var mıdır?

- 3) Problem kurma temelli problem çözme öğretimi ortamında yer alan öğrencilerle geleneksel matematik öğretimi ortamında yer alan öğrencilerin matematik problemini görselleştirme alt testinden elde ettikleri puanlar arasında anlamlı bir fark var mıdır?
- 4) Problem kurma temelli problem çözme öğretimi ortamında yer alan öğrencilerle geleneksel matematik öğretimi ortamında yer alan öğrencilerin matematik problemiyle ilgili niteliksel akıl yürütme alt testinden elde ettikleri puanlar arasında anlamlı bir fark var mıdır?
şeklinde düzenlenmiştir.

2. YÖNTEM

2.1. Araştırma Modeli

Araştırmanın deneysel deseni *tekrarlı ölçümlere sahip tek faktörlü desendir*. Bu desende, bağımlı değişkenler üzerinde etkisi incelenen tek bir faktör (bağımsız değişken) yer almaktadır. Bu araştırmanın bağımsız değişkeni, deney grubu için problem kurma temelli problem çözme öğretimi, kontrol grubu için ise geleneksel problem çözme öğretimidir. Araştırmanın bağımlı değişkenleri ise; öğrencilerin matematik problemini anlama, ifadelendirme, görselleştirme ve problemle ilgili niteliksel akıl yürütme puanlarıdır. Bağımlı değişkenlere ilişkin tekrarlı ölçümler söz konusudur. Tekrarlı ölçümler, *deneysel işlem öncesi, deneysel işlemten hemen sonra ve deneysel işlemten uzunca bir zaman sonra* olmak üzere üç farklı zamanda gerçekleştirilmiştir.

2.2. Çalışma Grubu

Araştırmanın çalışma grubunu oluşturmak için öncelikle KKTC’de Lefkoşa İlçesi’nde bulunan 18 ilkokuldan bir tanesi seçkisiz yöntemle belirlenmiştir. Daha sonra bir önceki yılın Türkçe ve Matematik karne notları göz önünde bulundurularak, belirlenen ilkokuldaki, altmış altı 3. sınıf öğrencisi eşleme sonrası, her birinde 33 öğrenci olacak biçimde, seçkisiz yöntemle deney ve kontrol gruplarına ayrılmıştır. Ön-test veya sonestleri kurallara uygun biçimde işaretlemeyen veya öğretimlerde sınıfta bulunmayan 13 öğrenci verilerin çözümlenmesi aşamasında elenerek istatistiksel çözümlenmelere dâhil edilmemiştir. Bu bağlamda çalışma grubu, deney grubunda 28 (14 kız, 14 erkek), kontrol grubunda 25 (12 kız, 13 erkek) öğrenci ile son şeklini almıştır. Çalışma grubunda yer alan öğrenciler, sosyo ekonomik düzeyleri orta olan ailelerin çocuklarından oluşmaktadır.

2.3. Veri Toplama Araçları

Araştırmada gereksinim duyulan verilerin toplanması için National Council of Teachers of Mathematics (NCTM, 2000) standartlarından yararlanılarak araştırmacılar tarafından “Problemi İfadelendirme (Pİ)”, “Problemi Görselleştirme (PG)” ve “Problemlle İlgili Niteliksel Akıl Yürütme (PAY)” alt boyutlarından oluşan “Problemi Anlama (PA) Testi” geliştirilmiştir. Veri toplama araçlarındaki problemler, öğrencilerin soru hakkındaki düşüncelerinin daha açık irdelenebilmesi açısından uzun cevaplı olarak tasarlanmıştır. PA testinde yer alan sorular en çok iki adımda çözülebilen ve doğal sayılarda çarpma veya bölme ile sınırlı sözel matematik problemlerinden oluşmuştur. Geçerlik ve güvenilirlik amacıyla toplam 20 sorudan oluşan PA testi 10’ar soruluk iki test halinde ve iki ayrı günde hedef kitledeki öğrencilere benzer özellik gösteren 70 öğrenciye, deneysel çalışma başlamadan önce uygulanmıştır. Onar soruluk her bir testin cevaplanması için öğrencilere 30’ar dakikalık süreler verilmiştir. Testlerin süreleri ve uygulanış biçim çalışma grupları için de aynı şekilde ele alınmıştır. Tablo 1’de veri toplama araçları ilgili özet bilgi verilmektedir.

Tablo 1’de belirtilen alt boyutlarla ilgili soruların cevaplanmasında, öğrenci alt boyutta belirtilen beceriyi *oldukça sıradışı bir biçimde ve doğru* olarak ortaya koymuşsa (3), *eksiksiz ve doğru* olarak ortaya koymuşsa (2), *bazı eksiklik ve hatalarla* ortaya koymuşsa (1), *tamamen yanlış bir biçimde ortaya koynuş* ya da *herhangi bir çaba sarfetmemişse* (0) biçiminde puanlanmıştır. Buna göre, bir öğrencinin PA testinden alabileceği puan 0 ile 60 arasında değişmektedir. PA testi 10 yıldan fazla öğretmenlik tecrübesi olan 3 ilkokul öğretmeni tarafından yukarıda sözünü ettiğimiz bir puanlama anahtarı çerçevesinde bağımsız olarak puanlanmış ve çoklu puanlayıcı güvenilirliğine (inter-rater

consistency) bakılmıştır (Shavelson & Webb, 1991). Buna göre tam hemfikir olma durumu (percent exact agreement) ortalama yüzde 43, bir puan sapmayla hemfikir olma durumu ise (percent agreement within one score point) ortalama yüzde 82 olarak hesaplanmıştır.

Tablo 1*Problemi Anlama Testi ve Alt Boyutları İle İlgili Maddeler ve Örnekler*

Ana Boyut	Alt Boyut	Örnek Soru	Alt Boyutta Kullanılan Soru Numaraları
İfadelenendirme	Problemi yeniden ifadelendirme	Soru 16: Aşağıdaki problemi kendi kelimelerinizle anlamını bozmadan değiştirerek yeniden yazınız. <i>87 kalem 3 kutuya eşit olarak yerleştirmek istiyoruz. Her kutuya kaç kalem düşer?</i>	9, 16
	Sayı cümleleri oluşturma	Soru 8: Aşağıdaki problemi çözmek için gereken işlemi sayılarla yazınız. <i>Öğretmenimiz 125 kalem sınıfımızda bulunan 25 öğrenciye eşit olarak paylaşmak istiyor. Her birimize kaç kalem düşer?</i>	8, 13
Görselleştirme	Problemi anlatan şekil çizme	Soru 1: Damla kantin sırasında baştan 3. sondan ise 6. sıradadır. Bu durumu gösteren bir şekil çiziniz.	1, 3, 4, 6, 7, 20
	Tablo veya grafiklerden yararlanma	Soru 15: Aşağıdaki problemi çözmek için verilen bilgileri bir tabloya yerleştiriniz. <i>Bir sınıfta bulunan 20 öğrenciden 6'sı elma, yarısı muz seviyor. Kaç öğrenci üzüm seviyor?</i>	15, 19
Nitelsel Akıl Yürütme	Fazla veya eksik bilgiyi saptama	Soru 2: Aşağıdaki problemi çözmek için bir bilgiye daha ihtiyaç vardır. Bu bilgi ne olabilir? Yazınız. <i>Tanesini 3 YTL'den aldığım çikolatalara kaç para ödedim?</i>	2, 12
	Gizli bilgiyi saptama	Soru 18: Aşağıdaki problemi işlem yapmadan çözebileceğimiz gizli bir bilgi verilmiştir. Gizli bilgiyi bulup yazınız. <i>Ulus'un 8 kitabı vardır. Ulus'un kitaplarının 2 katının yarısı kaç tanedir?</i>	5, 18
	Mantıksallığı irdeleme	Soru 10: Aşağıdaki problemde mantıksız olan bir bilgi vardır. Bu bilgiyi bulup neden mantıksız olduğunu yazınız. <i>Kemal 3 yaşında, annesi ise Kemal'in yaşının 2 katı yaşındadır. Kemal ile annesinin yaşları toplamı kaçtır?</i>	10, 14
	Alt problemleri saptama	Soru 11: Aşağıdaki problem kaç işlem adımı kullanılarak çözülebilir? İşlemleri sayılarla yazınız. <i>Sağ cebimde 9 tane, sol cebimde bunun 3 katı kadar şeker vardır. Tüm şekerlerim kaç tanedir?</i>	11, 17

Sözü edilen 3 öğretmenin her soruya verdikleri puanların ortalaması esas puan kabul edilerek analizler gerçekleştirilmiştir. Bu uygulama sonunda ölçeğin güvenilirliğinin sınanması amacı ile Cronbach Alfa iç-tutarlılık katsayıları da hesaplanmıştır. Onar soruluk iki testin güvenilirlik katsayıları sırasıyla .82 ve .92 olarak hesaplanmıştır. Veri toplama araçlarının kapsam geçerliğini saptamak için iki matematik eğitimci ve üç tecrübeli matematik öğretmeninden oluşan 5 kişilik bir gruba

araştırmanın amacı, veri toplama araçları, çalışma gruplarının özellikleri ve soruların ne ölçmek istediği yazılı olarak verilmiş ve görüşleri irdelenmiştir. Tüm uzmanlar veri toplama araçlarının amaca uygun bir format ve içerikte olduğunu ortaya koymuştur. PA testinin öntest, son test ve gecikmeli son test puanlamalarında sözü edilen üç ilkökul öğretmeninden yararlanılarak tüm analizler ortalama puanlar kullanılarak gerçekleştirilmiştir.

2.3.1. Problemi İfadelenme (Pİ) Alt Testi

Bir matematik problemini anlamayı ortaya çıkaran göstergelerden biri olarak düşünülen problemi yeniden ifade etme becerisini ortaya çıkarmak için PA testi içerisinde 1) problemi kendi cümleleri ile yeniden ifade edebilme ve 2) probleme ait sayı cümlelerini oluşturabilme alt boyutları şeklinde toplam 4 soruluk (her alt boyutta 2 soru) Pİ-testi kullanılmıştır ($\alpha=.61$). Bir öğrencinin Pİ alt testinden alabileceği puan 0 ile 12 arasında değişmektedir.

2.3.2. Problemi Görselleştirme (PG) Alt Testi

Bir matematik problemini anlamayı ortaya çıkaran göstergelerden biri olarak düşünülen bir başka boyut problemi görselleştirmektir. Bu bağlamda PA testi içerisinde 1) problemi anlatan şekil çizibilme ve 2) tablo ve grafiklerden yararlanma alt boyutları şeklinde 8 soruluk PG-testi kullanılmıştır ($\alpha=.64$). Bir öğrencinin PG alt testinden alabileceği puan 0 ile 24 arasında değişmektedir.

2.3.3. Problemlerle İlgili Niteliksel Akıl Yürütme (PAY) Alt Testi

Bu çalışmada bir matematik problemini anlamayı ortaya çıkaran göstergelerden biri olarak düşünülen son boyut problemle ilgili niteliksel akıl yürütmedir. Bu amaçla PA testi içerisinde 1) problemle ilgili fazla veya eksik bilgiyi saptama, 2) problemle ilgili gizli bilgiyi saptama, 3) problemdeki mantıksallığı irdeme ve 4) problemle ilgili alt problemleri saptama alt boyutları şeklinde 8 soruluk PAY-testi kullanılmıştır ($\alpha=.67$). Bir öğrencinin PAY alt testinden alabileceği puan 0 ile 24 arasında değişmektedir.

2.4. Araştırma Süreci

PA öntest uygulamasından sonra deney grubuna, National Council of Teachers of Mathematics (NCTM, 2000) standartlarından faydalanılarak araştırmacılar tarafından modüler olarak geliştirilmiş ve her modülün, öğrenciler tarafından kurulan problemleri genel anlamda problem çözme aşamalarının uygulanacağı biçimde öğrencilerin çözmeleri ve tartışmalar neticesinde çözülen problemden yeni problemler uyarlamayı içeren *Problem Kurma Temelli Problem Çözme Öğretimi* uygulanmıştır. Deney grubuna 10 hafta boyunca, haftada dört ders saati (1 ders saati = 40 dk) olmak üzere her biri ikişer ders saatinden, toplam 20 modül uygulanmıştır. Bu süre zarfında kontrol grubu, öğretmenin yoğun olarak aktif olduğu ve problem çözme aşamalarında rutin problem çözme yollarının irdelendiği, geleneksel yolla matematik öğretimine devam etmiştir. On haftalık öğretim sonucunda PA testinin öntest uygulaması ve öntest uygulamasından 3 ay sonra ise kalıcılığı ortaya koymak amacıyla gecikmeli son test deney ve kontrol gruplarına uygulanmış ve analizler gerçekleştirilmiştir. Sınıfçı eğitimlerde PA testi soruları kullanılmamıştır.

2.5. Deney Grubunda Uygulanan Problem Kurma Temelli Problem Çözme Öğretimi

İlgili literatür gözden geçirildiği zaman (Akay, 2006; Cai, 2003; Chang, 2007; English 1998, 2003; Lowrie, 2002; McCrone, 2005; Polya, 1957; Schoenfeld, 1985; Silver 1995; Stoyanova, 2005, 2003) deney grubunda kullanılmak üzere bu çalışma için araştırmacılar tarafından geliştirilen ve *Problem Kurma Temelli Problem Çözme Öğretimi* olarak isimlendirilen modüler yaklaşım, Şekil 1'de görüldüğü gibi (1) *öğrencilerin problem kurması* ile işe başlayıp, daha sonra (2) *kurulan problemin çözülmesi* ve problemdeki sayı veya kavramları (sözcükleri) değiştirerek (3) *yeni bir problemin kurulması* şeklinde üç aşamalı bir döngü olarak ele alınmıştır. Bu bağlamda Polya'nın (1957) dört adımlı problem çözme modeline problem kurma adımının eklenmesi ve sınıf tartışmaları bağlamında üstbilgi becerilerinin kullanılması yönüne gidilmiştir. Her adımda kurulan problemlerdeki niceliksel ve niteliksel noktalar tartışmalarla irdelenmiş, problem çözme süreçlerinde ise (1) problemi anlama, (2)

strateji kullanımı ve sağlama ve (3) matematiksel dilin kullanımı-iletişim adımlarına yer verilmiştir. Bu çalışmada kullanılan yirmi modüldeki problem kurma etkinliklerinde, bu çalışma için geliştirilen problem kurma biçimlerinin (*Yapboz Şeklinde Problem Kurma, Verilen Yönergeler Doğrultusunda Problem Kurma, Sözcük Ekleyerek Problem Kurma ve Somut Nesne veya Resimlerden Yararlanarak Problem Kurma*) her birine toplam 5'er kez yer verilmiştir. Aşağıdaki paragraflarda belirtilen her problem kurma biçiminde, oluşturulan problemlerin dilbilgisi kurallarına uygunluğu, mantıksallığı ve çözülebilirliği bağlamında eksik, fazla veya gizli bilgiler içerip içermediği tartışıldıktan sonra gerekirse düzeltme ve düzenlemeler yapılır ve problem sınıfta çözülür.



Şekil 1: Problem Kurma Temelli Problem Çözme Öğretimi Modeli

2.5.1. Yapboz Şeklinde Problem Kurma Etkinliği

Bu etkinlikte büyükçe kağıt levhaların üzerine, öğretmen tarafından etkinlik öncesinde, bir matematik problemini oluşturan sözcük veya sayılar yazılır. Daha sonra bu levhalar yazı tahtası üzerine dağınık bir biçimde asılır ve öğrencilerin sınıfta tartışıp levhaları uygun biçimde dizmeleri ve problem oluşturmaları istenir. Öğrenciler etkinlikte bulunurken aynı zamanda dil bilgisi kurallarından yararlanabilecekleri şekilde uyarılırlar. (bkz. Şekil 2).



Şekil 2: "Yapboz" Şeklinde Problem Kurma Etkinliklerinden Bir Örnek

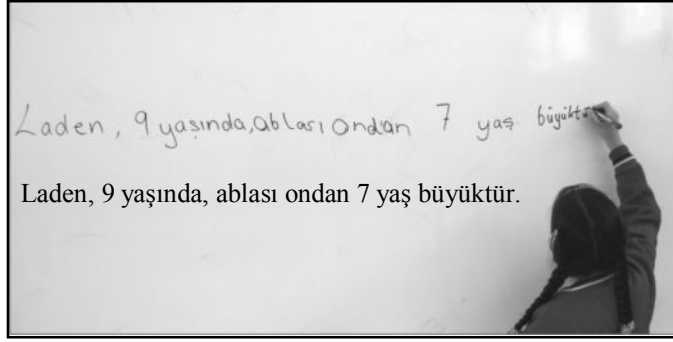
2.5.2. Verilen Yönergeler Doğrultusunda Problem Kurma Etkinliği

Bu etkinlikte öğrenciler öncelikle 4-5'erli gruplara bölünerek her gruptan verilen sayısal ve sözel yönergeler doğrultusunda birer matematik problemini oluşturmaları istenir. Örneğin "doğal sayıların kullanıldığı toplama ve çıkarma işlemleri içeren bir alış-veriş problemi yazınız" gibi. Her grup sırayla problemini tahtaya yazar ve gruplar problemleri eleştirerek bazılarını sınıfta çözerler. Eleştirilerde yönergelere uyulup uyulmadığı dikkate alınır.

2.5.3. Sözcük Ekleyerek Problem Kurma Etkinliği

Bu etkinlikte ise öğretmen tahtaya bir problemin başlangıcı olabilecek bir veya iki sözcük yazar ve daha sonra bunu öğrencilerin sonuçta bir problem oluşabilecek şekilde tamamlamasını ister. Her öğrencinin tahtaya gelerek iki sözcük eklemesi istenir. Öğrencilerin dikkatlerini yoğunlaştırmalarını artırmak için bir öğrencinin aynı problemin oluşturulmasında birden çok tahtaya kalkabileceği uyarısında bulunmaktadır (bkz. Şekil 3). Sözcükler eklendikçe öğretmen problemin

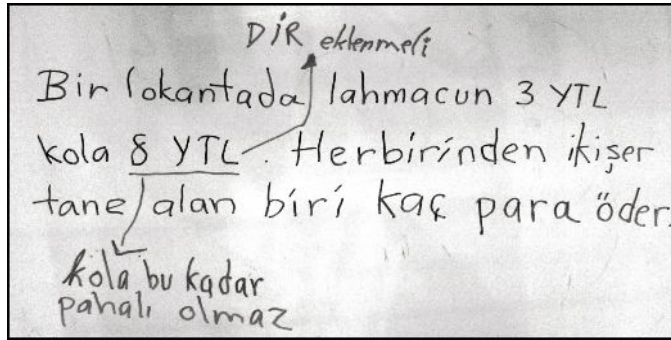
çözülebilir bir duruma gelip gelmediği ile ilgili sınıf tartışması yürütür. Fikirbirliği sağlanması durumunda kurulan problem sınıfça çözülür.



Şekil 3: “Sözcük Ekleyerek” Problem Kurma Etkinliklerinden Bir Örnek

2.5.4. Somut Nesne veya Resimlerden Yararlanarak Problem Kurma Etkinliği

Bu etkinlikte, öğrenciler 4-5'eri gruplara ayrılarak her gruba dağıtılan nesne veya resimlerden yararlanarak bir problem oluşturacakları ifade edilir. Problemi kurmadan önce öğrencilerin yaratıcı düşünme yeteneklerini geliştirmek amacıyla grup üyelerine 10 dakika tartışma fırsatı verildikten sonra ortak bir problem oluşturmaları istenir. Her gruba problemi oluşturduktan sonra kendi aralarında bir grup sözcüsü seçerek onun aracılığıyla problemlerini sınıfa sunmaları istenir. Şekil 4'te bir grup sözcüsünün tahtaya yazdığı bir problemle ilgili iki öğrencinin eleştirileri görülmektedir. Okların ucundaki yorumlar ilgili eleştirilerdir.



Şekil 4: “Somut Nesne veya Resimlerden Yararlanarak” Oluşturulan Bir Problemle İlgili Öğrenci Eleştirilerine Bir Örnek

2.6. Verilerin Analizi

Verilerin analizinde yoğun olarak nicel çözümleme tekniklerinden yararlanılmıştır. PA testinin alt boyutları olan PG, Pİ ve PAY testi puanları arasında anlamlı ilişki (ortalama ilişki, $r = .54, p < .05$) olması sebebiyle, PA testi dışında, analizlerde *tekrarlı ölçümlere sahip tek faktörlü çok değişkenli varyans analizi* kullanılmıştır. PA testi analizinde *tekrarlı ölçümlere sahip tek faktörlü tek değişkenli varyans analizi* kullanılmıştır. İkili karşılaştırmalarda bulunmak amacıyla bağımlı gruplar *t*-testi kullanılmıştır. Bulunan farkların pratik anlamının olup olmadığını belirlemek için etki büyüklüğü (effect size) değerleri de incelenmiştir. Varyans analizlerinde etki büyüklüklerinin (η^2) yorumlanmasında Cohen'in (1988) önerilerinden faydalanılmıştır (0.01: küçük etki büyüklüğü, 0.06: orta düzeyde etki büyüklüğü, 0.14: büyük etki büyüklüğü). Bağımlı gruplar *t*-testi analizinde Cohen'in “*d*” etki büyüklüğü değeri kullanılmıştır (0.2:küçük, 0.3:orta ve 0.5: yüksek etki

büyüklüğü). χ^2 testi için “Cramer ϕ ” etki büyüklüğü değeri dikkate alınmıştır (Hinton, 1996). Tüm sonuçların yorumlanmasında .05 anlamlılık düzeyi kabul edilmiştir.

3. BULGULAR

3.1. Uygulama Gruplarının Denkliği

Uygulamada yer alan iki grubun PA-öntest, Pİ-öntest, PG-öntest ve PAY-öntest puanlarına göre birbirlerine denk olup olmadıklarını istatistiksel olarak belirlemek için parametrik bir test olan bağımsız gruplar t-testi analizi uygulanmıştır. Tablo 4’te PA-öntest, Pİ-öntest, PG-öntest ve PAY-öntest puanlarına göre grup denkliklerinin araştırıldığı bağımsız t-testi sonuçları yer almaktadır.

Tablo 2 incelendiğinde Deney ve Kontrol gruplarının PA - öntest, Pİ - öntest, PG - öntest ve PAY - öntest puanları arasındaki farkın anlamlı olmadığı görülmektedir ($p > .05$). Bu durum, her iki grubun PA - öntest, Pİ - öntest, PG - öntest ve PAY - öntest puanları açısından denk olduğunu göstermektedir.

İlk olarak grup ve cinsiyet faktörlerine göre yapılan tekrarlı ölçümlere sahip çoklu varyans analizi sonuçları, cinsiyetin Pİ ($F(1, 51) = 1.256, p = .268, \eta^2 = 0.025$), PG ($F(1, 51) = 1.124, p = .294, \eta^2 = 0.022$) ve PAY ($F(1, 51) = 1.298, p = .268, \eta^2 = 0.035$) testlerinden elde edilen ortalamalar üzerinde anlamlı bir etkisinin olmadığını göstermiştir. Gözlenen etki büyüklüklerinin küçük oluşu, bunun en önemli kanıtı olarak gösterilebilir. Bu sebeple sonuçların analizinde cinsiyet faktörü göz önünde bulundurulmamıştır.

Tablo 2

PA-öntest, Pİ-öntest, PG-öntest ve PAY-öntest Puanlarına Göre Grupların Denkliği

Test	Grup	N	\bar{X}	S	sd	t	p
PA Testi	Deney Grubu	28	19,09	6,334	51	1,315	0,197
	Kontrol Grubu	25	17,11	7,217			
Pİ Tesi	Deney Grubu	28	4,35	1,989	51	1,909	0,061
	Kontrol Grubu	25	3,40	2,289			
PG Testi	Deney Grubu	28	9,08	2,588	51	0,197	0,844
	Kontrol Grubu	25	9,04	3,716			
PAY Testi	Deney Grubu	28	5,66	2,508	51	1,480	0,145
	Kontrol Grubu	25	4,67	3,238			

3.2. Problemi Anlama Testinden Elde Edilen Bulgular

PA testi ortalamaları üzerinde grubun anlamlı bir etkisinin olup olmadığını saptamak amacıyla uygulanan tek değişkenli varyans analizi (ANOVA) sonuçları, grubun PA testi ortalamaları üzerinde anlamlı bir etkisinin olduğunu göstermiştir (Wilks’ $\Lambda = 0.231, F(2, 50) = 83.324, p = .000, \eta^2 = 0.769$). Gruplararası ($F(1, 51) = 23.850, p = .000, \eta^2 = 0.319$) ve grup içi ($F(2, 51) = 134.449, p = .000, \eta^2 = 0.725$) analizler, deney ve kontrol grupları PA puanları arasında anlamlı farklılıklar olduğunu göstermiştir. Deney grubunun ön testten geçirmeli son teste kadar sırasıyla PA testinden $\bar{X} = 19.09, S = 6.334, \bar{X} = 35.21, S = 7.499, \bar{X} = 34.11, S = 8.482$ ortalamalarını elde etmesi, buna karşın kontrol grubunun ise $\bar{X} = 17.11, S = 7.217, \bar{X} = 23.90, S = 5.161$ ve $\bar{X} = 22.68, S = 6.183$ ortalamalarını elde etmesi, deney grubunun tüm ölçümlerde kontrol grubundan daha yüksek ortalamalar elde ettiğini göstermektedir. PA testi alt testleri üzerinde uygulanan MANOVA sonuçları (Wilks’ $\Lambda = 0.225, F(6, 200) = 36.928, p = .000, \eta^2 = 0.526$) Pİ, PG ve PAY alt test puanlarından oluşan doğrusal bileşenden elde edilen puanların gruba bağımlı olarak değiştiğini göstermektedir.

3.2.1. Problemi İfadelenendirme Alt Testinden Elde Edilen Bulgular

Tablo 3'deki sonuçlar ve grup içi analizler ($F(2, 51) = 30.565$, $p = .000$, $\eta^2 = 0.375$) deney ve kontrol grupları Pİ puanları arasında anlamlı farklılıklar olduğunu göstermiştir. Deney grubunun ön testten geçikmeli son teste kadar sırasıyla Pİ testinden $\bar{X} = 4.35$, $S = 1.989$, $\bar{X} = 6.90$, $S = 2.004$, $\bar{X} = 6.78$, $S = 1.988$ ortalamalarını elde etmesi, buna karşın kontrol grubunun ise $\bar{X} = 3.40$, $S = 2.289$, $\bar{X} = 4.82$, $S = 1.502$ ve $\bar{X} = 3.32$, $S = 1.773$ ortalamalarını elde etmesi deney grubunun tüm ölçümlerde kontrol grubundan daha yüksek ortalamalar elde ettiğini göstermektedir.

Tablo 3
Pİ, PG ve PAY Testleri Puanlarının Gruplararası Analizi

Kaynak	Bağımlı Değişken	Sd	Ortalamaların Karesi	F	p	η^2
Grup	Pİ Testi Puanları	1	61.972	23.621	.000	0.317
	PG Testi Puanları	1	30.378	8.536	.005	0.143
	PAY Testi Puanları	1	274.705	25.559	.000	0.334
Hata	Pİ Testi Puanları	51	2.624			
	PG Testi Puanları	51	3.559	-	-	-
	PAY Testi Puanları	51	10.748			

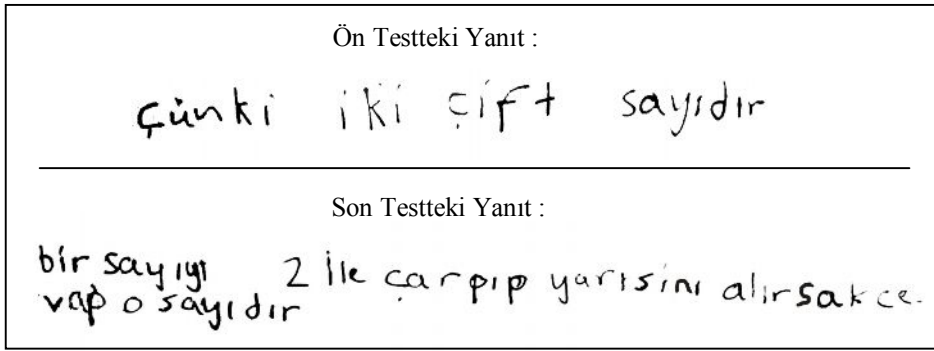
Deney ve kontrol grupları için uygulanan bağımlı gruplar t-testi sonuçları deney grubunda ($t(27) = 0.261$, $p = .796$, $d = 0.045$) son test ve gecikmeli son test puanları arasında anlamlı fark göstermezken, kontrol grubunda ($t(24) = 5.083$, $p = .000$, $d = 0.9$) gecikmeli son test puanlarında bir düşüş yaşandığını ortaya koymaktadır. Etki büyüklüğü (d) değerinin oldukça yüksek olması, düşüşün önemli ölçüde olduğunu da göstermektedir. Pİ testi içerisinde bulunan *problemlerle ilgili sayı cümleleri oluşturma* ($F(1, 51) = 8.133$, $p = .006$, $\eta^2 = 0.138$) ve *problemi öğrencinin kendi cümleleri ile yeniden ifade etmesi* boyutları incelendiğinde, deney ve kontrol grupları ortalamaları arasındaki en büyük farkın, deney grubu lehine *problemi öğrencinin kendi cümleleri ile yeniden ifade etmesi* puanlarından kaynaklandığı görülmektedir ($F(1, 51) = 43.677$, $p = .000$, $\eta^2 = 0.461$). Bu durum etki büyüklüğü değerinin yüksek (Cohen, 1988) olmasından da anlaşılmaktadır.

3.2.2. Problemi Görselleştirme Alt Testinden Elde Edilen Bulgular

Tablo 3'deki sonuçlar ve grup içi analizler ($F(2, 51) = 121.702$, $p = .000$, $\eta^2 = 0.705$) deney ve kontrol grupları PG puanları arasında anlamlı farklılıklar olduğunu göstermiştir. Deney grubunun ön testten geçikmeli son teste kadar sırasıyla PG testinden $\bar{X} = 9.08$, $S = 2.588$, $\bar{X} = 15.29$, $S = 1.939$, $\bar{X} = 14.86$, $S = 2.103$ ortalamalarını elde etmesi, buna karşın kontrol grubunun ise $\bar{X} = 9.04$, $S = 3.716$, $\bar{X} = 12.88$, $S = 1.868$ ve $\bar{X} = 12.76$, $S = 1.832$ ortalamalarını elde etmesi, grubun, deney grubu lehine anlamlı etkisinin olduğunu göstermektedir. PG testi içerisinde bulunan *problemlerle ilgili şekil çizme* ($F(1, 51) = 17.924$, $p = .000$, $\eta^2 = 0.260$) ve *tablo veya grafiklerden yararlanma* ($F(1, 51) = 2.087$, $p = .155$, $\eta^2 = 0.039$) boyutları incelendiğinde, deney ve kontrol grupları ortalamaları arasındaki en büyük farkın, deney grubu lehine, *problemlerle ilgili şekil çizme* puanlarından kaynaklandığı görülmektedir. Bu durum büyük etki büyüklüğü değerinden ($\eta^2 = 0.260$) de anlaşılmaktadır. Bu boyutta aynı zamanda problemle ilgili çizilen şekillerin resimsel veya şematik olup olmadığına bakıldığında deney grubu öğrencilerinin çizdiği şekillerin %37'sinin resimsel, %63'ünün şematik, diğer yandan kontrol grubu öğrencilerinin çizdiği şekillerin %70'inin resimsel, %30'unun ise şematik olduğu gözlenmiştir ($\chi^2(1, N = 356) = 38.590$, $p = .000$, $\phi = 0.389$).

3.2.3. Problemlerle İlgili Niteliksel Akıl Yürütme Alt Testinden Elde Edilen Bulgular

Tablo 3'deki sonuçlar ve grup içi analizler ($F(2, 51) = 67.018, p = .000, \eta^2 = 0.568$) deney ve kontrol grupları PAY puanları arasında anlamlı farklılıklar olduğunu göstermiştir. Gruplararası analizlerden elde edilen etki büyüklüğü değerine ($\eta^2 = 0.334$) bakıldığında, grubun en çok etkili olduğu değişkenin PAY puanları olduğunu da göstermektedir. Deney grubunun ön testten geçirmeli son teste kadar sırasıyla PAY testinden $\bar{X} = 5.65, S = 2.508, \bar{X} = 13.02, S = 4.165, \bar{X} = 12.46, S = 4.849$ ortalamalarını elde etmesi, buna karşın kontrol grubunun ise $\bar{X} = 4.67, S = 3.238, \bar{X} = 6.19, S = 3.258$ ve $\bar{X} = 6.60, S = 4.010$ ortalamalarını elde etmesi, grubun, deney grubu lehine anlamlı etkisinin olduğunu göstermektedir. PAY testi içerisinde bulunan *fazla veya eksik bilgiyi saptama* ($F(1, 51) = 11.455, p = .001, \eta^2 = 0.183$), *gizli bilgiyi saptama* ($F(1, 51) = 28.705, p = .000, \eta^2 = 0.360$), *mantıksallığı irdeleme* ($F(1, 51) = 20.520, p = .000, \eta^2 = 0.287$), ve *alt problemleri saptama* ($F(1, 51) = 17.265, p = .000, \eta^2 = 0.253$) boyutları incelendiğinde, deney ve kontrol grupları ortalamaları arasındaki en büyük farkın, deney grubu lehine, *gizli bilgiyi saptama* puanlarından kaynaklandığı görülmektedir. Bu durum etki büyüklüğü değerlerinden ($\eta^2 = 0.360$) de anlaşılmaktadır. *Gizli bilgiyi saptama* boyutunda örneğin 18.soruya son testte kontrol grubu öğrencilerinin yaklaşık %60'ı "yanıtız bırakma", %20'si "8 x 2", % 20'si "anlamsız açıklamalar" tepkilerini verirken diğer yandan deney grubu öğrencilerinin %70'i "gizli bilgiyi bulma", %25'si "açıklamasız yanıt", % 5'i ise "anlamsız açıklamalar" tepkilerini vermiştir. Şekil 4'te deney grubundan bir öğrencinin 18.soruya verdiği yanıtlar görülmektedir.



Şekil 4: Soru 18'e Ön ve Son Testte Deney Grubundan Bir Öğrencinin Verdiği Yanıt

4. SONUÇ VE TARTIŞMA

Yapılan analizlerden elde edilen sonuçlara göre problem kurma temelli problem çözme öğretiminin problemi anlama başarısını olumlu yönde etkilediği görülmektedir. Benzer bulgular birçok araştırmacı tarafından da vurgulanmıştır (Silver & Cai, 1993,1996; Stoyanova, 1998). Stoyanova (1998) yaptığı bir araştırma sonucunda özellikle problem kurma temelli matematik öğretimi ile yetiştirilen öğrencilerin problem çözme temelli matematik öğretimine göre yetiştirilen öğrencilerden çok daha iyi problem çözme performansı sergilediğini vurgulamaktadır. Deney grubundaki öğrenci puanlarının gecikmeli son testte çok az düşüşlerle oldukça yüksek olması, problem kurma temelli problem çözme öğretiminin kalıcı izli öğrenmeleri meydana getirdiği yönünde yorumlanabilir (Cai, 2003; Chang, 2007; Jitendra, Griffin, Buchman, & Sczesniak, 2007; Lowrie, 2002).

Analiz sonuçları deney ve kontrol grupları arasında problemi anlama ile ilgili *problemi ifadelendirme*, *problemi görselleştirme* ve *problemlerle ilgili niteliksel akıl yürütme* alt boyutlarının tümünde deney grubu lehine bir farkın olduğunu göstermiştir. Örneğin problemi ifadelendirme alt boyutu içerisinde bulunan problemlerle ilgili sayı cümleleri oluşturma boyutunda deney grubundaki öğrencilerin kontrol grubundaki öğrencilere oranla çok daha yüksek bir başarı elde ettikleri görülmektedir. Benzer bir bulgu ilkökul çocukları üzerinde yaptığı bir araştırmayla Lowrie (2002) tarafından da dile getirilmektedir. Lowrie (2002) problem kurma temelli bir eğitimden geçen

öğrencilerin çok küçük olmalarına karşın problemlerle ilgili sayı ve işlem cümlelerini saptamada oldukça başarılı olduklarını vurgulamaktadır. Bu boyutta deney grubu öğrencileri problemi yeniden ifadelemekte de kontrol grubundan çok daha başarılı olmuştur. Problemi görselleştirme anlamında problemle ilgili şekil çizme boyutunda deney grubu öğrencileri üst düzeyde bir beceri sergilemekle kalmayıp aynı zamanda daha çok uzman problem çözücülerin gösterdiği davranış olan şematik şekiller oluşturma yönüne gitmişlerdir. Bu durum onların daha nitelikli problem çözen durumuna geldiğini göstermektedir (Garderen ve Montague, 2003). Analiz sonuçları deney ve kontrol grupları arasındaki en büyük farkın problemle ilgili niteliksel akıl yürütme alt boyutunda olduğunu göstermiştir. Bu konuda yapılan birçok araştırmanın (Silver, 1994, 1997; Stoyanova; 2005; Xin, 2007) özelde problemi anlama genelde ise problem çözmede kritik düşünme ve niteliksel akıl yürütmenin önemini vurgulaması bu çalışmada elde ettiğimiz bulguyu anlamlı kılmaktadır. Tüm anlama testi içerisinde en zor boyut olarak ortaya çıkan niteliksel akıl yürütme boyutunda özellikle problemlerdeki gizli bilgileri saptamada deney grubunun oldukça yüksek bir performans sergilemesi problem kurma temelli problem çözme öğretiminin problemle ilgili akıl yürütmede, bir başka deyişle üst düzey becerileri geliştirmede (Cai, 2003; Cankoy, 2003; Cankoy & Tut, 2005; English, 1997a, 1998; Lowrie, 1999; Xin, 2007) oldukça etkili olduğunu göstermektedir.

Özetle ifade etmek gerekirse, problem kurma temelli bir problem çözme eğitimden geçen öğrencilerin özellikle kendi oluşturdukları problemlerde geçen çözüme yönelik eksik, fazla veya gizli bilgileri saptamaları ve yazdıkları problemin mantıksallığını irdelemeleri, öğrencilerin niteliksel akıl yürütme becerilerini geliştirdiği ve buna bağlı olarak da problemi anlama başarılarını üst düzeye çıkardığı söylenebilir (Brown & Walter, 1990; Garderen ve Montague, 2003; Schoenfeld, 1985). Bir başka deyişle öğrencilerin problemi anlama başarılarının artırılmasında problemin yeniden ifade edilmesi, görselleştirme ve niteliksel akıl yürütmenin etkili olduğu, öğrencilerin bu becerilerinin geliştirilmesinde ise problem kurma temelli problem çözme öğretiminin kullanılmasının öğrencilerin problemi anlama ve doğal olarak problem çözme becerilerini önemli ölçüde ileri götürebileceği sonucuna varılabilir.

4. ÖNERİLER

Bu çalışmada elde edilen bulgular göz önünde bulundurulduğu zaman öğretmenler, öğretmen adayları, öğretmen yetiştiren kurumlar ve eğitim programcıları için birtakım önerilerde bulunulabilir. Herşeyden önce matematik öğretim ortamlarında problem çözme ve problem kurma çalışmalarının birbirini destekler nitelikte öğretimin merkezinde yer alması öğrenmeyi ve problem çözmeyi olumlu etkilediği için dikkate alınmalıdır. Bu yapılırken öğrencilerin büyük ölçüde aktif olabileceği ve kendi yaşantılarını ve deneyimlerini sınıf ortamına taşıyıp problem çözme ve problem kurmada tartışma ortamları çerçevesinde bundan yararlanabilecekleri sınıflar düzenlenmelidir. Bu iş için gerekli olan ders materyalleri öğrenciyi merkeze alan ve daha çok üst düzey akıl yürütme becerilerini sergileyebilecekleri biçimde geliştirilmelidir. Öğretmen yetiştiren kurumlar bu çalışmada ele alınan yöntem ve benzerlerini öğretmen adaylarının benimsemesine olanak tanımalıdır. Benzer çalışmalar problem çözmenin diğer boyutlarında ve niteliksel araştırma tekniklerinin kullanılmasıyla tekrarlanmalıdır.

KAYNAKLAR

- Akay, H. (2006). *Problem kurma yaklaşımı ile yapılan matematik öğretiminin öğrencilerin akademik başarısı, problem çözme becerisi ve yaratıcılığı üzerindeki etkisinin incelenmesi*, Yayınlanmış Doktora Tesi, Gazi Üniversitesi, Ankara.
- Altun, M. (2001). *Matematik Öğretimi*. Bursa: Erkam Matbaası
- Barlow, A. T., & Cates, J. M. (2006). The impact of problem posing on elementary teachers' beliefs about mathematics and mathematics teaching. *School Science and Mathematics*, 106(2), 64-73.
- Brown, S. I., & Walter, M. I. (1990). *The art of problem posing* (2nd ed.). Hillsdale, N.J.: Lawrence Erlbaum Associates.
- Brown, S. I., & Walter, M. I. (1993). *Problem posing: reflection and applications*. Hillsdale, NJ: Erlbaum.

- Cankoy, O. (2003). Kuzey Kıbrıs Türk Cumhuriyeti'ndeki ilköğretim öğretmen adaylarının matematik problemleri zorluk dereceleri ile ilgili algıları. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 25, 26-30.
- Cankoy, O., & Tut, M. A. (2005). High-stakes testing and mathematics performance of fourth graders in north cyprus. *Journal of Educational Research*, 98 (4), 234-243.
- Cai, J. (2003). Singaporean students' mathematical thinking in problem solving and problem posing: an exploratory study. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 34(5), 719-737.
- Chang, N. (2007). Responsibilities of a teacher in a harmonic cycle of problem solving and problem posing. *Early Childhood Education Journal*, 34(4), 265-271.
- Cohen, J. (1988). *Statistical power analysis for the behavioral sciences* (2nd ed.). Hillsdale, NJ: Erlbaum.
- English, L. (1997a) Promoting a Problem-posing Classroom, *Teaching Children Mathematics*, 3, 172-179.
- English, L. D. (1998). Children's problem posing within formal and informal contexts. *Journal for Research in Mathematics Education*, 29(1), 83-106.
- English, L. D. (2003). Problem posing in the elementary curriculum. In F. Lester, & R. Charles (Eds.), *Teaching mathematics through problem solving*. Reston, Virginia: National Council of Teachers of Mathematics.
- Garderen, D. V., & Montague, M. (2003). Visuospatial representation, mathematical problem solving, and students of varying abilities. *Learning Disabilities Research & Practice*, 18(4), 246-254
- Hinton, P.R., 1996. *Statistics Explained*. New York, Routledge.
- Jitendra, A. K., Griffin, C. C., Buchman, A. D., & Sczesniak, E. (2007). Mathematical problem solving in third-grade classrooms. *The Journal of Educational Research*, 100(5), 282-302.
- Karataş, İ., & Güven, B. (2004). 8. sınıf öğrencilerinin problem çözme becerilerinin belirlenmesi: Bir özel durum çalışması. *Milli Eğitim Dergisi*, 163.
- Kayan, F., & Çakıroğlu, E. (2008). İlköğretim matematik öğretmen adaylarının matematiksel problem çözmeye yönelik inançları. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 35, 218-226.
- Kilpatrick, J. (1987) Problem Formulating: where do good problems come from? In A.H. Schoenfeld (Ed.) *Cognitive Science and Mathematics Education*, pp. 123-147. Hillsdale: Lawrence Erlbaum.
- Lester, F.K. (1994). Musing about mathematical problem solving research: 1970-1994. *Journal for Research in Mathematics Education*, 25(6), 660-675.
- Lowrie, T. (1999) Free Problem Posing: Year 3/4 students constructing problems for friends to solve, in J. Truran & K. Truran (Eds) *Making a Difference*, 328-335. Panorama, South Australia: Mathematics Education Research Group of Australasia.
- Lowrie, T. (2002). Designing a Framework for Problem Posing: young children generating open-ended tasks, *Contemporary Issues in Early Childhood*, 3(3), 354-364.
- Mayer, R. E., 1982) The Psychology of Mathematical Problem Solving. In F. K. Lester & Garofalo (Eds), *Mathematical Problem Solving: Issues in Research* (1-13). Philadelphia: Franklin Institute Press.
- McCrone, S. S. (2005). The development of mathematical discussions. An investigation in a fourth-grade classroom. *Mathematical Thinking and Learning*, 7(2), 111-133.
- National Council of Teachers of Mathematics (NCTM). (2004). *Teaching children mathematics*. Retrieved Oct. 16, 2004, from http://my.nctm.org/eresources/article_summary.asp?URI=TCM2005-04-3a&from=B.
- National Council of Teachers of Mathematics (NCTM). (1989). *Curriculum and Evaluation Standards for School mathematics*, Reston, VA: Author.
- National Council of Teachers of Mathematics (NCTM). (1991). *Curriculum and Evaluation Standards for School mathematics*, Reston, VA: Author.
- National Council of Teachers of Mathematics (NCTM). (2000). *Principles and Standards for School Mathematics*, Reston, VA: NCTM.
- Perrin, J. R. (2007). Problem posing at all levels in the calculus classroom. *School Science and Mathematics*, 107(5), 182-188.
- Polya, G. (1957). *How to Solve It?* (2nd ed.). Princeton, N.J.: Princeton University Press.
- Polya, G. (1973). *How to solve it: A new aspect of mathematical method* (2nd ed.). Princeton, NJ: Princeton University Press.
- Schoenfeld, A. H. (1985). *Mathematical problem solving*. Orlando, FL: Academic Press.

- Schoenfeld, A. H. (1987a). A brief and biased history of problem solving. In F. R. Curcio (Ed.), *Teaching and Learning: A Problem-Solving Focus* (pp. 27–46). Reston VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- Schoenfeld, A. H. (1989). Explorations of students' mathematical beliefs and behavior. *Journal for Research in Mathematics Education*, 20(4), 338-355.
- Shavelson, R. J., & Webb, N. M. (1991). *Generalizability Theory: A Primer*. Thousand Oaks, CA: Sage.
- Silver, E. & Cai, J. (1993) Mathematical Problem Solving and Problem Posing by Middle School Students, paper presented at the Annual Meeting of the American Education Research Association, Atlanta.
- Silver, E. A. (1994). On mathematical problem posing. *For the Learning of Mathematics*, 14 (1), 19–28.
- Silver, E.A. (1995) The Nature and Use of Open Problems in Mathematics Education: mathematical and pedagogical perspectives, *International Reviews on Mathematical Education*, 27, 67-72.
- Silver, E. A., & Cai, J. (1996). An analysis of arithmetic problem posing by middle school students. *Journal for Research in Mathematics Education*, 27(5), 521–539.
- Silver, E. A. (1997). Fostering creativity through instruction rich in mathematical problem solving and problem posing. *ZDM - Zeitschrift für Didaktik der Mathematik*, 97(3), 75-80.
- Stoyanova, E. & Ellerton, N. F. (1996). A framework for research into students' problem posing. In P. Clarkson (Ed.), *Technology in Mathematics Education* (518–525). Melbourne: Mathematics Education Research Group of Australasia.
- Stoyanova, E. (1998). Problem Posing in Mathematics Classrooms, in A. McIntosh & N. Ellerton (Eds) *Research in Mathematics Education: a contemporary perspective*, 164-185. Edith Cowan University: MASTEC.
- Stoyanova, E. (2005). Problem solving strategies used by years 8 and 9 students. *Australian Mathematics Teacher*, 61(3), 6-11.
- Xin, P. Y. (2007). Word problem solving tasks in textbooks and their relation to student performance. *The Journal of Educational Research*, 100(6), 347-359.

EXTENDED ABSTRACT

Many research findings have shown that mathematical problem solving and problem posing are closely related (Kilpatrick, 1987; NCTM, 2000; Silver, 1995; Stoyanova, 2005) and problem posing is an important instructional strategy contributing to positive problem solving skills (Akay, 2006; English, 1998, 2003; NCTM, 2000; Perrin, 2007).

If a person cannot understand a problem s/he cannot select an appropriate strategy to solve the problem and cannot be aware of what s/he is doing. Sometimes s/he does not even show an attempt to solve the problem. This may also cause to build a negative attitude towards problem solving and mathematics (Karataş & Güven, 2004; Mayer, 1982; Schoenfeld, 1985). Since *understanding of a problem* is very important in solving a problem (Cai, 2003; Jitendra, Griffin, Buchman, & Sczesniak, 2007; Mayer, 1982; Polka, 1957, 1973) in the present study *understanding of problem* performance is explored in both a constructivist problem posing based and a traditional problem solving environments. The problem posing based environment used in this study focuses on children's life experiences and general learning levels. Problems or situations used are closely connected with what students knew and experienced (Chang, 2007; Lowrie, 2002; McCrone, 2005).

In this study Problem Posing Based Problem Solving (PPBPS) instruction which are supposed to improve understanding of mathematical problems are based on Polya's (1957) four steps of problem solving enriched with a fifth step as problem posing in an intense discussion environment where metacognitive skills are emphasized (Schoenfeld, 1987a).

In addition to all virtues of problem posing we should not forget that the main goal is not to produce talented problem posers, instead we need to use problem posing as a means to produce good problem solvers. In the light of the related literature in the present study understanding of a mathematical problem performance is explored in three dimensions, namely; *rephrasing a problem* (Karataş & Güven, 2004; Polya, 1957, 1973), *visualization of a problem* (Garderen & Montague, 2003; Polya, 1957, 1973) and *qualitative reasoning about a problem* (Barlow & Cates, 2006; Brown & Walter, 1990; Schoenfeld, 1985). The scoring of the instrument namely Understanding Problem

(UP) test which was developed by the researchers of this study was as follows: the performance was scored as “3” if the responses were *totally correct and original*, the performance was scored as “2” if the responses were *totally correct but not original*, the performance was scored as “1” if the responses were *partly correct*, the performance was scored as “0” if the responses were *totally wrong or there was no attempt*. The UP test is composed of two 10-item tests each requiring a 30 minute of administration in two different days.

In order to score the UP test three experienced elementary school teachers were trained before administering the test. After a small pilot testing the scorers were asked to score the same test papers independently using a scoring guide based on the scores mentioned above. Inter-rater consistencies have been evaluated by using the methods produced by Shavelson & Webb (1991). Percentage of exact agreement was around 43%, whereas the percentage of agreement within one score point was around 82%. Actual score for each item was generated by taking the average for the three scores. All the analysis was done considering the net scores.

The UP test was administered to 70 third-grade students before administering to the participants for this study and the Alpha reliability of the two 10-item subtests were .82 and .92 respectively. We asked 2 mathematics educators and 3 experienced elementary school teachers to judge the content validity of the test. All the experts concluded that the content and format of the items were consistent with the definition of the variable and the study participants.

53 third-grade students from an urban elementary school in Nicosia in the Turkish Republic of Northern Cyprus were selected as the participants for this study. After administering the pre-UP test, the experimental group (n = 28) has followed PPBPS instruction for 10 weeks, whereas the control group (n = 25) has followed a traditional problem solving instruction. The 10 week period was followed by a 3 month recess. Then post- and delayed- post UP tests were conducted respectively to both of the groups. The results indicate that the experimental group students were better than the control group students in terms of UP scores in all dimensions (rephrasing, visualizing and qualitative reasoning). In rephrasing a problem dimension, experimental group students rephrased problems which were also rich in language where control group students had failed to do so. In visualizing a problem, experimental group students drew more abstract and efficient patterns and shapes where good problem solvers generally do (Garderen & Montague, 2003). On the other hand control group students relied more on concrete or memory images that usually led to the misunderstanding of a problem. The difference between the two groups, favoring the experimental group, was the greatest in the sub-dimension in which qualitative reasoning was emphasized. The experimental group students were better than control group students especially in finding missing or hidden information in a given problem and the contradictions of a problem. Large delayed post-test scores favoring the experimental group students in all dimensions showed that PPBPS instruction also has a retention effect on understanding of a problem behavior.

To summarize, we offer the following recommendations; In learning environments problem solving and problem posing activities should be used in an interdependent manner. Children’s life experiences and general learning levels should be considered and problems or situations should be closely connected with what students knew and experienced. Students should be trained and encouraged to become skilled problem solvers with the ability to conduct qualitative analysis of problems before they perform quantitative solutions. Educational materials developed should focus on improving qualitative reasoning skills. Pre-service and in-service teachers should have the opportunity to view and teach problem solving and problem posing in a more constructivist way. Qualitative research should be conducted focusing on other aspects of problem solving and problem posing at different age groups.