

ÖĞRENCİLERİN DEĞİŞKEN KAVRAMINA VERMİŞ OLDUKLARI ANLAMLAR VE YAPILAN HATALAR

THE MEANING OF THE CONCEPT VARIABLE THAT STUDENTS GAVE FOR AND THE ERRORS THEY MADE

Yasin SOYLU*

ÖZET: Matematik öğretiminin en önemli sorunlarının başında temel kavramların öğrenilmesi ve öğretilmesi gelmektedir. Bundan dolayı öğretmenlerin, anlaşılması ve öğrenilmesi zor olan kavramları öğrencilere daha özenli bir biçimde kavratmaları gerekmektedir. Bu kavramlardan biride değişken kavramıdır. Buna rağmen, değişken kavramı öğrenciler tarafından genelde soyut, yaşama ilgisi olmayan bir kavram olarak görülmekte bu durum ise bu kavrama karşı olumsuz tutumların gelişmesini ve genel bir başarısızlık sonucunu doğurmaktadır. Bu problemin en önemli sebeplerinden biriside; değişken kavramının gösteriminde kullanılan harf sembollerinin, farklı kullanımlarından kaynaklanmaktadır. Çünkü bulunduğu matematiksel içeriğe ve bu içerikte yüklendiği göreve göre, değişken kavramının tanımında da değişiklikler olabilmektedir. Bu çalışmanın amacı; değişken kavramındaki öğrencilerin öğrenme güçlüklerinin ve hatalarının tespit edilmesidir. Bu çalışmanın örneklemini, Atatürk Üniversitesi Ağrı Eğitim Fakültesi İlköğretim Fen Bilgisi Öğretmenliği Anabilim Dalında 70 ikinci sınıf öğrencisi oluşturmaktadır. Öğrencilerin kağıtlarının incelenmesinden ve yapılan mülakatlardan elde edilen sonuçlar, öğrencilerin değişken kavramının farklı kullanımları hakkında yetersiz ve eksik kavrayışa sahip olduklarını göstermiştir.

Anahtar Kelimeler: Değişken kavramı, harf sembolleri, öğrenme güçlüğü, harfler

ABSTRACT: Learning and teaching of basic concepts has become the most important problems of teaching mathematics. Therefore it is necessary for teachers to have the students to comprehend more elaborately the subjects having difficult to understand and learn. One of these concepts is variable concept. In spite of this, the concept of variable is generally considered as being abstract, irrelevance to the daily life by the students and this causes to a negative attitude in response to this concept and generally a failure among them. One of the most important reason of this problem is originated from different usage of literal symbols used in the representation of concept of variable. Because, the definition of the concept of variable may change according to the mathematical context and its function in that context. The aim of this study is to establish the students' learning difficulties and their errors in the concept of variable. The samples of this research consist of totally 70 students from Atatürk University Agri Education Faculty, Primary Science Teaching Department. According to the results obtained from the exam papers of the students and the interviews showed that these students have inadequate and lack information about usage of different literal symbols in the concept of variable.

Key Words: Concept of variable, literal symbol, learning difficulties, errors.

1. GİRİŞ

Değişken kavramı, matematiğin önemli kavramlarından birisidir ve matematik müfredatının tamamını etkileyebilmektedir. Ancak, bu kadar önemli bir konumda olmasına rağmen öğreniminde ve öğretiminde pek çok problemlerin olduğu görülmektedir. Bu sıkıntıların aşılabilmesi için değişken kavramının anlamının/anlamlarının ve öğretimine yönelik önerilen modellerin bilinmesi gerekmektedir. Çünkü değişken kavramı, farklı matematiksel içeriklerde farklı anlamlar kazanmasından dolayı bir kelime veya bir cümle ile ifade edilebilecek, tanımlanabilecek bir kavram değildir. Bulduğu matematiksel içeriğe ve bu içerikte yüklendiği göreve göre, değişken kavramının tanımında da değişiklikler olabilmektedir. Dolayısıyla, değişken kavramının öğretiminde bu noktanın göz ardı edilmemesi önemli hale gelmektedir (Dede, 2005).

Değişken kavramı, ilkokuldan-üniversiteye kadar devam eden matematikteki öğrenim hayatının en önemli kavramlardan birisidir (Hirsch & Lappan, 1989). Bu yönü ile matematikteki diğer kavramların oluşturulmasında önemli bir yeri olduğu söylenebilir. Cebirsel yorum ve düşüncenin oluşabilmesi cebirin önemli temel kavramlardan değişken ve denklem kavramlarının anlaşılmasına bağlıdır (Knuth et al 2005). Değişken kavramının anlaşılması cebirin ve ileri matematiksel kavramların öğrenilebilmesi için zorunludur (Schoenfeld ve Arcavi,1988).

Denklem kavramının anlaşılması ve denklemlerin çözüm kümelerinin bulunması ileri matematik kavramlarının anlaşılmasına zemin hazırlar. Ancak her düzeydeki öğrencilerin cebirsel denklemleri çözerken zorlandıkları görülmektedir. Bu zorluklar, cebirsel ifadelerin sadeleştirilememesi, aritmetikten cebire geçişteki zorluklar, denklemlerin doğru bir şekilde yorumlanamaması ve cebirsel sözel problemlerin denklem olarak yazılamaması gibi nedenlerden kaynaklanmaktadır (Dede, 2004).

Daha önce değişken kavramı ile ilgili yapılan çalışmalarda öğrencileri tanıma testleri, öğrencilerle yapılan video kayıtları ve bu görüşmelerin analizleri üzerinde yoğunlaşmış farklı bölümlerdeki öğrencilerin sözel ifadeleri değişkene, değişkenleri de sözel ifadelere dönüştürmede zorluk yaşadıkları gösterilmiştir. Buna paralel olarak Rosnick'in yaptığı çalışmada öğrencilerin bu zorluklarının denklemlerde kullanılan harflerin yanlış anlaşılmasından kaynaklandığı görülmektedir (Rosnick 1981).

"Üniversitedeki öğrencilerin sayısı profesörlerin sayısının altı katıdır" ifadesinde öğrencilerin sayısını S ve profesörlerin sayısını da P değişkeni ile göstererek bu ifadeyi bir denkleme dönüştürünüz örneğine Massachusetts Üniversitesinde mühendislik fakültesine yeni başlayan 150 öğrencinin %37 sinin tamamı $S=6P$ doğru denklemin yerine $6S=P$ denklemini yazdığı görülmektedir (Clement, Lochhead and Monk, 1981).

Öğrenci-Profesör sorusunda $6S=P$ yanlış cevabı yazan öğrenciler yapılan röportajlardan S yi öğrencilerin sayısına karşılık gelen değişkenden ziyade öğrencileri temsil eden bir harf olarak S yi düşünmüşlerdir. Öğrenciler $6S=P$ denkleminde, P yi profesörler ve S yi de öğrenciler olarak düşünerek her bir profesör için altı öğrenci vardır şeklinde ifade etmişlerdir (Rosnick, 1981). Bu örnekte de görüldüğü gibi denklemlerdeki değişkenlerin anlamları öğrenciler tarafından tam olarak anlaşılamamaktadır.

Yapılan araştırmalar, çoğu 13-14 ve 15 yaşlarındaki öğrencilerin harfli sembolleri bir varlığın kendisi ve bu varlığı temsil eden etiket olarak düşündüklerini göstermiştir (Küchemann, 1978). Ayrıca 15 yaşına kadar öğrencilerin çoğunluğunun genelleştirilmiş sayılar veya bilinmeyen cebirsel harflerin yorumlanmasında zorluklar yaşadıkları görülmüştür (Macgragor and Stacey, 1997).

Küchemann (1981) öğrencilerin cebirsel harfleri yorumlamada ki hatalarını iki ana sebebe dayandırarak sınıflandırdı:

- Öğrencilerin harfleri ihmal etmeleri, harflere keyfi değerler vermeleri veya harfleri bir varlığın isminin yerine kullanmaları
- Denklemlerde harfler genelleştirilmiş sayılar gibi veya özel bilinmeyen sayılar olarak kullanılıyor

Öğrencilerin değişken kavramının öğreniminde yaptıkları hata ve yanlış anlamaları aşağıdaki şekilde sınıflandırmak mümkündür (Dede, Yalın ve Argün, 2002).

- Değişkenin farklı kullanımlarını bilememe,
- Değişkenin genelleme yapmadaki rolünün ve öneminin farkında olamama,

- Değişkenin matematiğin alt bilim dallarındaki temsil yeteneğini bilememe ve yorumlayamama,
- Matematikte daha önceden öğrenilen bilgilerin yanlış transferi,
- Değişken kavramıyla ilgili işlem yapabilme yetersizliği.

Bu araştırma, öğrencilerin değişken kavramlarına vermiş oldukları anlamlar ve bu anlamları anlamada öğrencilerin yaptıkları yanlışların belirlenmesi amacı ile yapılmıştır.

2. YÖNTEM

2.1. Örneklem

Araştırmanın örneklemini, 2005-2006 eğitim-öğretim yılında Atatürk Üniversitesi Ağrı Eğitim Fakültesi İlköğretim Bölümü Fen Bilgisi Öğretmenliği Ana Bilim Dalında okuyan 2. sınıf öğrencilerinden 70 öğrenci oluşturmaktadır. Bu öğrencilerin tamamı Genel Mat I ve Genel Mat II derslerini alan öğrencilerden oluşmaktadır.

2.2. Veri Toplama

İlk önce konu ile ilgili literatür taranarak araştırmada bulguların yorumlanması ve önerilerin sunulmasına kuramsal temel oluşturulmuştur. Daha sonra öğrencilerin denklemlerde kullanılan harflere verdikleri anlamları ve bu anlamlandırmada yapmış oldukları hataları belirlemek amacı ile öğrencilere sekiz sorudan oluşan açık uçlu sorular sorulmuştur. Bu soruların geçerlilik ve güvenilirliğinde herhangi bir problem oluşturmaması için daha önce bu konu ile ilgili yapılan (Dede ve Arğün, 2003, Knuth et al 2005, Rosnick 1981) araştırmalarda kullanılan soruların benzerleri alınmıştır. Öğrencilerin harflere (değişkenlere) anlam verirken yaptıkları hataları daha iyi belirleyebilmek için öğrencilerin sorulara yazılı olarak vermiş oldukları cevapların bazıları aynen alınmış ve bazı öğrencilerle birebir yapılan görüşmelere yer verilmiştir.

3. BULGULAR

Bu bölümde, öğrencilerin sekiz açık uçlu soruya vermiş oldukları cevaplara ve bazı öğrencilerle yapılan mülakatlara yer verilmiştir.

“Merkezi $(a, 0)$ ve yarıçapı r olan çemberin denklemini yazarak bu denklemdeki değişkenleri, sabitleri gösteren harfleri nedenleri ile beraber yazınız” sorusuna 10 öğrenci $(x-a)^2+y^2=r^2$ denkleminde a , x ve y nin değişken r nin sabit olduğu cevabını, 5 öğrenci de denklemde verilen ifadelerin tamamının değişken olduğu cevabını, 31 öğrencide x ve y değişken, a ve r sabit cevabını, geriye kalan 24 öğrencinin bir kısmı soruya hiç dokunmamış bir kısmı da sadece denklemi yorumlayarak değişken ve sabitler hakkında bir fikir beyan etmemişlerdir. Bu soruya örnekteki öğrencilerin çoğunluğu (31) x ve y soruda verilmeyen bilinmeyenler olduğu için değişken, a ve r nin ise soruda verilenler oldukları için sabitler olduklarını söylemişlerdir. Aşağıda bir öğrencinin bu hatalı cevabı ve aynı öğrenci ile yapılan mülakat yer almaktadır.

S.1. Merkezi $(a, 0)$ ve yarıçapı r olan çemberin denklemini yazarak bu denklemdaki değişkenleri, sabitleri gösteren harfleri nedenleri ile beraber yazınız.

$$(x-a)^2 + (y-0)^2 = r^2$$

Burada a sabit, r sabit. $\left. \begin{array}{l} \text{çünkü} \\ \text{siz} \\ \text{verdimiz} \\ \text{belli.} \end{array} \right\}$

Denklem sabit,

Şekil 1. Örneklemdaki öğrencilerin 1. soruya vermiş oldukları cevaplardan biri.

Araştırmacı: Bu soruda, x ve y değişken, a ve r sabit cevabını vermişsiniz. Nedenini açıklayabilir misin?

Öğrenci : a ve r yi soruda siz verdiğinizden dolayı bilinen değerler olur. Bundan dolayı a ve r sabitlerdir. x ve y ise soruda verilmediğinden dolayı bilinmeyendir. Dolayısıyla değişken olurlar.

Araştırmacı: Verilen soruda merkez $(x, 0)$ olduğundan dolayı x -ekseni boyunca yarıçapı r olan çemberler elde edilir. Yani a sonsuz değer alır. Buna ne dersin?

Öğrenci : Bilmiyorum belki olabilir. Ama genelde sabitler a, b, c, r gibi harflerle ve değişkenlerde x, y, z gibi harflerle gösteriliyor. Bu yüzden a ve r yi sabitler ve x ve y ise değişken aldım.

" $4n+7$ bu ifadedeki n sembolü neye karşılık gelmektedir?" sorusuna 6 öğrenci özel bir sayıya karşılık geldiğini, 8 öğrenci herhangi bir şeye karşılık geldiğini, 27 öğrenci bir değişkeni ifade ettiğini ve 27 öğrenci ise $4n+7$ ifadesi herhangi bir ifadeye eşit olmadığı için bir şey söylenemez cevabını vermişlerdir. Bu cevap ile ilgili bir öğrenci cevabı şekil 2 deki gibidir.

S.2. $4n+7$ bu ifadedeki n sembolü neye karşılık gelmektedir? yazınız.

n burada hiçbir şey ifade etmiyor. Çünkü ifadede " $=$ ", " $<$ ", " $>$ ", " \geq " gibi eşitlik veya eşitsizlik belirten semboller yok.

$4n+7=?$ \uparrow $\in \mathbb{R}$ gibi bir ifadede n değişken olabilir.

Şekil 2. Örneklemdaki öğrencilerin 2. soruya vermiş oldukları cevaplardan biri.

"Bir üniversitede öğrencilerin sayısı profesörlerin sayısının altı katıdır" bu ifadeyi denklem halinde yazarak bu denklemdaki harflerin anlamlarını belirtiniz" sorusuna 50 öğrenci hem doğru denklemi ($\text{Ö}=6\text{P}$) yazmış hem de Ö harfinin öğrenci sayısını, P harfinin ise profesörlerin sayısını

gösterdiğini yazarak doğru cevap vermişlerdir. 5 öğrenci cevapsız bırakmış, 15 öğrenci ise $6Ö=P$ yanlış denklemini yazarak burada Ö harfinin bir öğrenciyi, P harfinin ise bir profesörü belirttiğini söyleyerek bu üniversitede altı öğrenciye bir profesör düşmektedir cevabını vermişlerdir. Bu cevaplara bir örnek şekil 3 deki gibidir.

S.3. "Bir üniversitede öğrencilerin sayısı profesörlerin sayısının altı katıdır" bu ifadeyi denklem halinde yazarak bu denklemdeki harflerin anlamlarını belirtiniz. (Öğrencileri Ö, profesörleri P harfleri ile adlandırınız)

$P=6Ö$ Burada Ö/öğrenci demektir. P/profesör demektir. Bu üniversitede 6 öğrenciye 1 Profesör düşmektedir. Yani zengin bir üniversite dediğimizde 6 öğrenciye 1 Profesör düşmektedir.

Şekil 3. Örneklemdaki öğrencilerin 3. soruya vermiş oldukları cevaplardan biri.

" $f(x)=2x^2+5x+8$ ifadesinin ikinci dereceden fonksiyon olup olmadığı ve olabilecek bütün alternatifleri düşünerek cevaplarınızı yazınız" sorusuna 68 öğrenci ikinci dereceden bir bilinmeyenli fonksiyon cevabını vermişlerdir. Bir öğrencide verilen fonksiyonla ilgili yorum yaparak istenilen cevabı verememiştir. Bir öğrenci ise ilginçtir x^2 nin katsayısına bakarak ikinci dereceden denklem cevabını vermişlerdir.

" $f(x)=2m^2+4m+7$ ifadesinin ikinci dereceden fonksiyon olup olmadığı ve olabilecek bütün alternatifleri düşünerek cevaplarınızı yazınız" sorusuna 33 öğrenci x ve m in değerlerine dikkat etmeden m in en büyük derecesinin 2 olduğunu dolayısıyla ikinci dereceden denklem olduğunu, 36 öğrenci ise fonksiyonun x değişkenine bağlı olduğunu dolayısıyla x in derecesinin sıfır olduğunu ve bundan dolayı da sabit fonksiyon olduğunu yazmışlardır. Yani 36 öğrenci fonksiyonda verilen değişkenin ne olduğunu doğru olarak belirlemişlerdir. Bir öğrenci ise m^2 nin katsayısının 2 olduğunu bundan dolayı da ikinci dereceden bir fonksiyon olduğunu yazmıştır. Aynı öğrenci 3. soruya da aynı hatalı cevabı vermiştir. Bu soru ile ilgili öğrenci cevaplarından biri şekil.4 deki gibidir.

$$S.5. f(x) = 2m^2 + 4m - 7$$

Bu fonksiyon 2. dereceden bir fonksiyondur. Değişken m dir. m in en büyük üssü 2 dir.

Şekil 4. Örneklemdaki öğrencilerin 5. soruya vermiş oldukları cevaplardan biri.

x^2 ve m^2 nin katsayılarına bakarak ikinci dereceden fonksiyon cevabını veren öğrencinin bu sorularla ilgili cevapları şekil 5 deki gibidir.

S.4. $f(x) = 2x^2 + 5x + 8$
 Katsayısı 2 olduğu için 2. dereceden bir fonksiyondur.

$2x^2 + 5x + 8 = 0$ $\Delta = b^2 - 4ac$
 $\Delta = 25 - 4 \cdot 2 \cdot 8$
 $\Delta = -39 < 0$
 Reel kök yoktur.

S.5. $f(x) = 2m^2 + 4m - 7$
 Katsayısı 2 olduğu için 2. dereceden bir fonksiyondur.
 m bir değişken olduğu için
 $\Delta = b^2 - 4ac \Rightarrow \Delta = 16 - 4 \cdot 2 \cdot (-7) \Rightarrow 44$
 $x_1, x_2 = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} \Rightarrow x_1 = \frac{-4 + \sqrt{44}}{4} \Rightarrow \frac{-2 + \sqrt{11}}{2}$
 $x_2 = \frac{-4 - \sqrt{44}}{4} \Rightarrow \frac{-2 - \sqrt{11}}{2}$

S.6. $f(x) = ax^2 + bx + c$
 Katsayısı 2 olduğu için 2. dereceden bir fonksiyondur.
 $a \rightarrow$ Bir sabit sayıdır.
 $x \rightarrow$ Değişken dir.

Şekil 5 Örneklemdaki aynı öğrencilerin 4. ve 5. sorulara vermiş olduğu cevap.

" $f(x) = ax^2 + bx + c$ ifadesinin ikinci dereceden fonksiyon olup olmadığı olabilecek bütün alternatifleri düşünerek cevaplarınızı yazınız" sorusuna öğrencilerin büyük bir çoğunluğu (55) a , b ve c değerlerine herhangi bir yorum getirmeden bu fonksiyonda değişkenin x olduğunu bu değişkenin en büyük derecesinin iki olduğunu dolayısıyla ikinci dereceden denklem cevabını vermişlerdir. 15 öğrenci ise a , b ve c ifadelerine bağlı olarak değişebileceği yorumunu yapmışlardır. Örneğin $a \neq 0$ ise ikinci dereceden, a , x değişkenini içeriyorsa daha büyük dereceli denklem cevabını vermişlerdir. Benzer yorumlar b ve c ifadeleri içinde aynı yorumlar yapılmıştır. Bu yorumlarla ilgili herhangi iki öğrencinin cevabı aşağıda ki gibidir.

* S.6. $f(x) = ax^2 + bx + c$
 İfadesi 2. dereceden bir fonksiyondur.
 Bu ifade için olabilecek alternatifler;
 x 'e verilen değerlerle olabilecek alternatifler;
 a, b ve c harflerine verilecek değerler yeni alternatifler oluşturur.

* S.6. $f(x) = ax^2 + bx + c$
 İkinci dereceden? Eğer $a = 0$ değeri alırsa fonksiyon = $bx + c$ olur. Bu şekilde fonksiyon birinci dereceden olur.

Şekil 6 Örneklemdaki öğrencilerin 6. soruya vermiş oldukları cevaplardan herhangi ikisi.

" $E = mc^2$ ifadesinin ikinci dereceden fonksiyon olup olmadığı olabilecek bütün alternatifleri düşünerek cevaplarınızı yazınız" sorusuna 9 öğrenci değişkeni belli olmadığından bir şey söylenemeyeceğini, 12 öğrenci bu ifadenin bir formül olduğunu ve formülün değerlerinin belli olduğunu söyleyerek sabit fonksiyon olduğunu ifade etmişlerdir. Ayrıca 14 öğrenci de c değişken olduğundan ifadenin ikinci dereceden denklem olduğunu, 25 öğrenci de c nin ışık hızı olduğunu ve bu değer-

de sabit olduğunu belirterek ifadenin birinci dereceden denklem olduğunu ve 10 öğrenci de verilen ifadede değişken olmadığını ve bundan dolayı fonksiyon olmadığını söylemişlerdir. Bu yorumlarla ilgili öğrenci cevaplarından herhangi ikisi şekil 7 deki gibidir.

* S.8. $E=mc^2$

c = ışık hızı, Einstein: madde ışık hızına ulaştığı zaman enerjiye dönüşür teoreminin formülü.

c sabittir. 1. dereceden fonksiyon.

S.8. $E=mc^2$

Bu fizikte c hızını belirler formülüdür. sabittir.

Şekil 7 Örneklemedeki öğrencilerin 7. soruya vermiş oldukları cevaplardan herhangi ikisi.

$E=mc^2$ ifadesinin bir formül olduğunu dolayısıyla sabit fonksiyon olduğu cevabını veren öğrencilerden biri ile yapılan mülakat aşağıdaki gibidir.

Araştırmacı: Verilen ifadenin bir formül olduğunu söyleyerek sabit fonksiyon olduğunu ifade etmişsin. Nedenini açıklayabilir misin?

Öğrenci: Çünkü formülde verilen harflerin belli anlamları var. Yani ne oldukları belli bundan dolayıdır ki x , y , z gibi değişkenlerle gösterilmiyorlar.

Araştırmacı: Verilen ifadenin sabit olmasını formüldeki harflerin x , y , z gibi değişkenlerle değil de E , m , c gibi harflerle gösterilmesine mi bağlıyorsun.

Öğrenci: Evet buda bir etken.

Araştırmacı: O zaman $Yol=Hız \times Zaman$ formülünde $x=vt$ olmak üzere x değişkeni kullanılmış yani hem formül hem de değişken söz konusu ne dersin.

Öğrenci: Bilmiyorum ama değişkenler genellikle x , y , z gibi sembollerle gösteriliyor.

" $y=e^2$ ifadesinin ikinci dereceden fonksiyon olup olmadığı olabilecek bütün alternatifleri düşünerek cevaplarınızı yazınız" sorusuna 39 öğrenci e nin sabit bir sayı olduğunu dolayısıyla verilen ifadenin sabit bir fonksiyon olduğunu, 10 öğrencide verilen ifadenin bir formül olduğunu dolayısıyla sabit fonksiyon olduğunu ($E=mc^2$ sosundaki gibi), 16 öğrencide verilen ifadede değişken olmadığı için fonksiyon olmadığını ve 5 öğrencide bu soruyu boş bırakmışlardır. Bu soru ile ilgili öğrenci cevaplarından biri şekil 8 deki gibidir.

*S.9. $y = e^z$ denir,
 Bu denkleme e sabit bir sayıdır
 ve büyükten denkleme döşülen
 yoktur ve denklemler ikinci dereceden
 değildir. Hatta bu denklemler bile değildir.
 Esitlikler.

Şekil 8 Örneklemedeki öğrencilerin 8. soruya vermiş oldukları cevaplardan biri.

4. SONUÇ ve ÖNERİLER

Matematik eğitimi ile araştırmalara ve kaynak kitaplara bakıldığında değişken kavramının tek bir tanımdan ibaret olmadığı görülmektedir. Değişken kavramla ilgili farklı tanımlar yapılmıştır. Bu yapılan tanımların daha iyi anlaşılması için özel gayret gösterilmelidir. Çünkü değişken kavramının anlaşılması öğrencilerin daha ileri cebir konularını anlamaları için bir temel oluşturmaktadır. Araştırmadan elde edilen verilere göre farklı durumlarda verilen değişkenlerin öğrenciler tarafından anlaşılması görülmektedir.

Bu araştırmanın bulgular kısmında da verildiği gibi öğrenciler değişken kavramını belli harflerle sınırlandırmıştır. Değişkenleri x, y, z gibi sembollerle, sabit sayıları ise a, b, c, r gibi harflerle özdeşleştirmişlerdir. Bunu öğrencilerle yapılan mülakatlardan daha da iyi anlamaktayız. Ayrıca öğrencilerin değişkeni bir eşitlikle özdeşleştirdiklerini görmekteyiz. $4n+7$ ifadesindeki n 'nin ne anlama geldiği ile ilgili soruda eşitlik olmadığından bir şey söylenemeyeceği cevabı bu sonucun en önemli göstergesidir. Yine örnekleme katılan öğrencilerin çoğunluğu bir formülde verilen ifadelerin değişken olamayacağını söylemeleri öğrencilerin değişken kavramını belli kalıplarla ezberlediklerini göstermektedir. Bu araştırmada ki önemli sonuçlardan biride genelde değişken kavramı ile ilgili araştırmalarla özdeşleşmiş öğrenci-profesör sorusuna öğrenciler $6Ö=P$ yanlış denklemini yazarak burada $Ö$ harfinin bir öğrenciyi, P harfinin ise bir profesörü belirttiğini söyleyerek bu üniversitede altı öğrenciye bir profesör düşmektedir cevabını vererek değişkenin bir çokluğu veya değişen değerleri gösterme yerine bir varlığın etiketi olarak kullanmışlardır. Araştırmadan elde edilen bu sonuç, bu sorunun kullanıldığı araştırmalar, Rosnick 1981, Clement, Lochhead and Monk, 1981, Knuth et al 2005 gibi araştırmaların sonuçları ile paralellik göstermektedir.

Bu araştırmada ayrıca öğrencilerin fonksiyon kavramında problemlerinin olduğu ortaya çıkmıştır. Verilen ifade sabit sayılardan oluşuyorsa fonksiyon olamayacağı belirtilmiştir.

Değişken kavramının genelde matematik, özde ise cebir içindeki yeri ve önemi düşünüldüğü zaman, öğrencilerin değişken kavramındaki hataları da göz önüne alındığında sebep olabileceği olumsuz sonuçları tahmin etmek o kadar zor olmasa gerek. Bu durum göz önüne alınarak, değişken kavramının farklı kullanımları ile ilgili uygulamalara derslerde yer verilmelidir. Değişken kavramı ne kadar iyi kavratılabilir ve öğretilirirse öğrencilere zor gelen bu kavram hem daha kolay

anlaşılır hem de öğrencilerin değişken kavramına bağlı konulardaki başarıları belli bir düzeyde artacaktır.

Araştırmadan elde edilen sonuçlardan da anlaşıldığı gibi öğrencilerin değişken ile sabit arasındaki farkı algılamada problem yaşadıkları görülmektedir. Öğreticilerin, öğrencilerin bu sorunlarını dikkate alarak değişken ile sabit arasındaki farklılığı ortaya koymaları, öğrencilerin değişken kavramını daha iyi anlamalarını kolaylaştırabilir.

Öğrencilerin değişken kavramını belli sembollerle veya harflerle sınırlandırmalarını önlemek için harf sembollerinin farklı kullanımlarının olduğunu ve buldukları duruma göre farklı anlamlar kazanabileceğini yani bir harfin yeri geldiğinde sabit yeri geldiğinde ise değişken olduğu öğrencilere gösterilmelidir.

Son olarak öğretmenlerin, harf sembollerinin, korkulacak birer matematiksel semboller olmadıklarını tam aksine anlaşıldığında matematikte birçok konuda kullanılabilecekleri ve bu kullanımların zevkli birer aktiviteler olduklarını öğrencilerine anlatmanın yollarını aramalıdır. Değişken kavramında öğrencilerin yaptığı hataların ve öğrenme güçlüklerinin giderilmesi ile ilgili bir çalışma yapılabilir.

KAYNAKLAR

- Arcavi, A.ve Schoenfeld, A. (1988).On the meaning of variable. *Mathematics Teacher*. Sept. 420–427.
- Clement, J., Lochhead, J. and Monk, G. (1981). Translation difficulties in Learning Mathematics. *American Mathematical Monthly* 88 April: 286-90.
- Dede, Y., Yalın, H. ve Argün, Z. (2002). İlköğretim 8. sınıf öğrencilerinin değişken kavramının öğrenimindeki hataları ve kavram yanlışları. *UFBMEK* 16-18 Eylül, ODTÜ, Ankara.
- Dede, Y. ve Argün, Z. (2003). Değişken kavramının öğretimi: Harf sembollerinin farklı kullanımları. *Burdur Eğitim Fakültesi Dergisi*.
- Dede, Y. (2004). Öğrencilerin cebirsel sözel problemleri denklem olarak yazarken kullandıkları stratejilerin belirlenmesi, *Matematikçiler Derneği Bilim Köşesi*, <http://www.matder.org.tr>
- Dede, Y. (2005). Değişken kavramı üzerine, *Gazi Üniversitesi Kastamonu Eğitim Dergisi*, vol:13, No:1, S:139.
- Hirsch, C. ve Lappan, G. (1989). Transition to high school mathematics. *Mathematics Teacher* 82, November, 614-618.
- Knuth, E., J., Alibali, M., W., McNeil, N., M., Weinberg, A. and Stephens, A., C. (2005). Middle School Students' Understanding of Core Algebraic Concepts: Equivalence & Variable, *ZDM*, Vol 37(1).
- Küchemann, D. (1978): Children's understanding of numerical variables. - In: *Mathematics in School*, 7(No.4), p. 23-26
- Küchemann, D. (1981). 'Algebra', in K. Hart (ed.), *Children's understanding of mathematics: 11-16*, Murray, London, pp. 102-119.
- Macgregor, M. and Stacey, K. (1997). Students' understanding of algebraic notation: 11-15, *Educational Studies in Mathematics* 33, 1-19.
- Rosnick, P. (1981). Some misconceptions concerning the concept of variable. Are you careful about defining your variables? *Mathematics Teacher*, 74(6), 418-420.
- Schoenfeld, A. And Arcavi, A. (1988). On The Meaning of Variable, *Mathematics Teacher*. September, s. 420-427.