

## İLKÖĞRETİM ÖĞRENCİLERİ EŞİT İŞARETİNİ NASIL ALGILAMAKTADIRLAR?

### HOW THE ELEMENTARY SCHOOL STUDENTS WOULD PERCEIVE EQUAL SIGN?

Hakan YAMAN\*, Zülbiye TOLUK\*\*, Sinan OLKUN\*\*

**ÖZET:** Bu araştırmanın amacı, ilköğretim 2, 3, 4, 5 ve 6. sınıf öğrencilerinin eşitlik kavramı ve eşit işaretini nasıl algıladıklarını incelemektir. Araştırma Bolu ili Merkez ilçesinde sosyo-ekonomik düzeyi orta seviyede olan bir ilköğretim okulunda uygulanmıştır. Toplanan veriler betimsel analiz metodu kullanılarak analiz edilmiştir. Sonuç olarak; öğrencilerin eşit işaretini bir “ilişkisel sembol” olarak değil daha çok bir “işlem işareti” olarak algıladıkları ortaya çıkmıştır. Ayrıca araştırmamızda bu algıların matematik eğitimi açısından doğurguları tartışılacaktır.

**Anahtar Sözcükler:** eşitlik kavramı, eşit işareti, ilköğretim, cebir

**ABSTRACT:** The purpose of this study was to investigate how the 2, 3, 4, 5 and 6th graders would perceive the equality symbol and the concept of equality. Ten students (2 from each class) selected from Anadolu elementary school located in a middle socio economic status of the Bolu province. The data were analyzed using the descriptive analysis method. Result showed that the students perceived the equal symbol as “an operation symbol” rather than “a relational symbol”. Implications for mathematics education were discussed.

**Keywords:** equality concept, equal sign, elementary school, algebra

#### 1. GİRİŞ

Cebirdeki en önemli kavram yanlışlarından biri öğrencilerin, eşit işaretinin bir işlem anlamına geldiğini düşünmeleridir (Perso, 1992). Eşitlik fikrini temsil edecek sembol diğer semboller gibi matematikçiler tarafından seçilmiştir. Diğer sembollerde olduğu gibi bu seçimin mantıksal bir sebebi yoktur. Eşit

işareti “=” sembolü ile gösterilir ve hesaplama anlamına gelmez. Ancak bu işaretin temsil ettiği eşitlik ilişkisi, aritmetikte ve ileride cebirde kullanılan temel matematiksel ilişkilerden biridir.

National Council of Teacher of Mathematics (NCTM, 2000), ilköğretim seviyesi için konulan cebirsel içeriğin bir parçası olarak eşitlik düşüncesinin gelişiminin desteklenmesini ve eşit işaretinin bir işlem sembolü olarak anlaşılmasının giderilmesini önermektedir. Türkiye’deki ilköğretim matematik programına bakıldığında eşitlik kavramının oluşmasına yardımcı olacak etkinliklerin çok fazla olmadığı görülmektedir (Güleryüz, 2001). Eşit işareti daha çok toplama, çıkarma, çarpma, bölme gibi işlemlerin sonuçlarını veren bir işaret olarak ele alınmaktadır. Bu da öğrencilerin eşit işaretinin anlamını yani eşitlik kavramını oluşturmalarını zorlaştırabilir. Eşit işaretinin ne anlama geldiğinin söylenmesi de bir çok öğrenci için, bu işaretin kullanımını tam olarak anlamada yeterli olmayabilir.

Yapılan araştırmalar öğretmenlerin, öğrencileri ile birlikte eşit işaretini sık sık kullanmalarına rağmen, eşitlik kavramı ve eşit işareti hakkında öğrencilerin ne algıladıkları üzerine pek düşünmediklerini göstermektedir (Falkner, Levi ve Carpenter, 1999). Birçok öğretmen için  $8+4=\square+5$  sorusu önemsiz gibi görülebilir. Fakat bu sorunun hiç de ilginç olmadığını düşünen bir altıncı sınıf öğretmenin sınıfında yapılan araştırmada öğrencilerin hepsi de kutu veri-

\* Arş.Gör., Abant İzzet Baysal Üniversitesi, Eğitim Fakültesi, İlköğretim Bölümü, Matematik Eğitimi ABD

\*\* Yard.Doç.Dr., Abant İzzet Baysal Üniversitesi, Eğitim Fakültesi, İlköğretim Bölümü, Matematik Eğitimi ABD

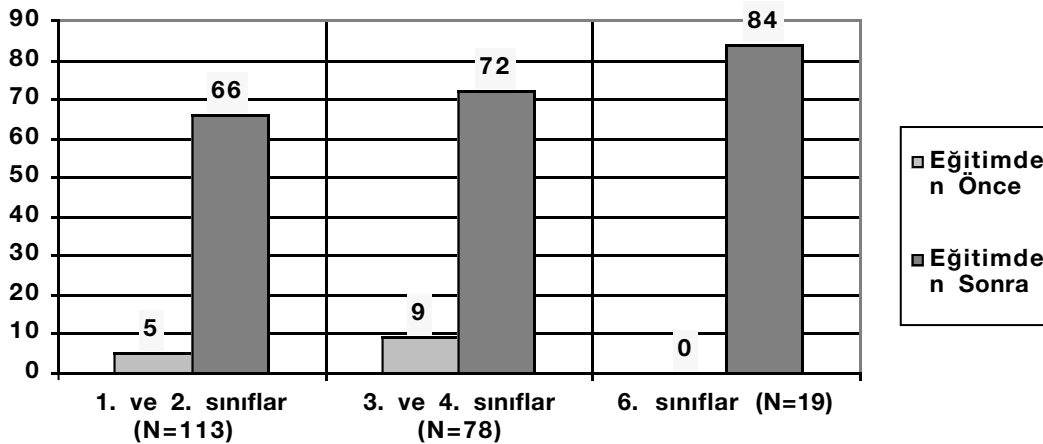
ne 12 gelmesi gerektiğini söylemişlerdir. Benzer yanılgılara diğer altıncı sınıf öğrencilerinin de sahip oldukları gözlenmiştir. Öğretmen; “Başka bir cevabı olan var mı?” diye sorduğunda öğrencilerinden sadece biri kutuya 7 gelmesi gerektiğini söyleyip, nedenini de şöyle açıklamıştır: “Cevap 7’dir. Çünkü eşit işaretinin her iki tarafında aynı miktarı bulmak zorundayız. Bu eşit işaretinin anlamıdır.” Aynı soru için bir başka öğrenci “Miktar eşit işaretinin her iki yanında da aynı olmalıdır. (Elleri ile göstererek) Bir tahterevalli gibi!” demiştir (Falkner ve diğer., 1999). Öğrencilerin,  $8+4=\square+5$  sorusuna 12 veya 17’yi cevap olarak vermesi, onların eşitlik kavramını ve eşit işaretini sınırlı bir şekilde algıladıklarını göstermektedir. Burada öğrenciler, eşit işaretinden hemen sonraki sayının cevap olduğunu ya da bütün sayıların toplanacağını düşünmüşlerdir.

Eşit işaretinin anlamını öğrencilerin farklı algılaması, araştırmacıları öğrencileri yanlış anlamalarıyla yüzleştirip onlara yardım etmeye yöneltmiştir. Bir araştırmada eşit işaretinin doğru anlamlandırılmasını sağlamak ve öğrencilerin öğrenmesini güçlendirmek için doğru ve yanlış sayı cümleleri verilmiştir (Carpenter, Levi ve Farnsworth, 2000). Bu sayı cümlelerinin doğruluğu üzerine yapılan tartışmalar sonucunda Şekil 1’de de görüldüğü gibi çocukların anlamasını-

da önemli değişiklikler ve problem çözümlerinde düzelmeler saptanmıştır.

Bir çok araştırmacı, çocukların eşit işaretini ilişkisel bir sembol olarak değil “soldan sağa bir eylem belirten” bir sembol olarak gördüklerini bulmuştur (Behr, Erlwenger ve Nichols, 1980; Carpenter ve Levi, 2000; Carpenter ve diğer., 2000; Falkner ve diğer., 1999). Böylece,  $\square=a+b$  gibi durumlarla karşılaşan öğrencilerden bazıları bunları çözmeyi reddetmekte ya da iki veya daha fazla terimin solda, sonucun sağda olduğu bir biçime dönüştürmeye çalışmaktadırlar. Çocukların bu türde verilen problemleri reddetmesinin sebebi, eşit işaretini “soldan sağa bir eylem belirten” fakat sol tarafta iki terim verilmedikçe hiçbir şey yapmayan bir işlem olarak görmelelerinden kaynaklanmaktadır. Bir başka deyişle, çocuklara göre eşit işareti örneğin toplama yapmayı sonra sonucu sağ tarafa koymayı söyler (Behr ve diğer., 1980).

Çocukların eşitlik hakkındaki kavram yanılgılarının nedenlerini araştıran Carpenter ve Levi (2000) öğrencilerin  $a+b=$  şeklinde olmayan durumlarla karşılaştıklarında ne tür tartışmalara girdiklerini gözlemlemişlerdir. Örneğin; bir öğrenciye  $2=1+1$ ’ in doğru olup olmadığı sorulduğunda öğrenci “Emin değilim. Ters yazılmış. - Bir artı bir- diğer tarafta... Fakat... Sanıyorum doğru.” şeklinde açıklamıştır. Bu da öğrencile-



**Şekil 1:** Bir sömestirlik eğitimden önce ve sonra  $8+4=\square+5$  sorusuna doğru cevap veren öğrencilerin oranı ve sınıf seviyeleri (Carpenter ve diğer., 2000)

rin derslerde bu tür geleneksel olmayan durumlarla fazla karşılaşmadıklarını göstermektedir. Türkiye'deki İlköğretim Matematik Programı'nda (Güleryüz, 2001) eşitlik kavramına bir ilişkisel sembol olarak yaklaşılması benzer araştırmaların Türkiye'de de yapılması gerekliliğini ortaya çıkarmaktadır.

Bu çalışmada, ilköğretim 2, 3, 4, 5 ve 6. sınıf öğrencilerinin eşitlik kavramı ve eşit işaretini nasıl algıladıkları, ayrıca çocukların eşit işaretini bir ilişkisel sembol olarak mı yoksa bazı şeyleri yapan bir işaret olarak mı algıladıkları incelenmektedir. Bunun yanında farklı sınıf seviyelerindeki öğrenciler seçilerek, öğrencilerin eşitlik kavramı ve eşit işaretini algılamalarının yaşlara göre bir farklılık gösterip göstermediğine bakılmaktadır.

## 2. YÖNTEM

### 2.1 Katılımcılar

Araştırma Bolu ili Merkez ilçesinde sosyo-ekonomik düzeyi orta seviyede olan bir ilköğretim okulunun 2, 3, 4, 5 ve 6. sınıfların birer şubesinde uygulanmıştır. Her bir sınıf seviyesindeki öğrencilerden 2 tanesi, öğretmenlerinin yardımıyla

ortalama başarı düzeyinde olacak şekilde seçilmiştir. Böylece araştırmaya 5 sınıf seviyesinden 2'şer olmak üzere toplam 10 öğrenci katılmıştır.

### 2.2 Verilerin Toplanması

Araştırmaya katılan bütün öğrencilerin ailelerinden izin alınmıştır.

Araştırmada, her bir çocukla birer saat olmak üzere bir nitel veri toplama tekniği olan klinik görüşmeler yapılmıştır. Bu görüşmeler kasetlere kaydedilmiştir. Bu görüşmelerde, çocukların eşit işaretini nasıl algıladıklarını ortaya çıkarmak sorular sorulmuştur. Sorular üç bölüme ayrılmıştır ve Tablo I'de görülmektedir.

I. Bölüm'de öğrencilere üç adet sözel problem verilmiştir. II. Bölüm'de ise, yine üç tane soru bu kez sözel problem şeklinde değil, matematiksel sembol şeklinde öğrencilere verilmiştir. II. Bölüm'de sorulan  $a+b=+c$  eşitliğini

öğrenciler yanlış yanıtladıkları zaman, öğrencilerden bu matematiksel cümle ile gösterilen ilişkiyi somut nesnelere (fındıklarla) modellemeleri istenmiştir. III. Bölüm'de ise, 7 adet eşitlik verilip öğrencilerin bu eşitlikleri doğru ve yanlış olarak ayırmaları istenmiştir.

**Tablo 1:**Görüşmelerde öğrencilere sorulan sorular

<b>Bölüm I:</b> Aşağıdaki sözel problemleri çözünüz.		
1) Ahmet'in 2 elması vardı, 5 elma da babası verdi. Toplam kaç elması oldu?		
2) Ahmet'in çantasında bir miktar kalem var. Bekir'in de 6 kalem var. Bekir'e 2 kalemde kardeşi verince Bekir ile Ahmet'in kalemleri eşit sayıda oluyor. Ahmet'in çantasında başlangıçta kaç kalem vardır?		
3) Ahmet'in 8 kalem vardı. 4 tane de öğretmeni verdi. Bekir'e de öğretmeni 3 kalem verince Bekir ile Ahmet'in kalemleri eşit sayıda oldu. Bekir'in başlangıçta kaç kalem vardı?		
<b>Bölüm II:</b> Aşağıdaki sayısal ifadelerde yerine gelmesi gereken sayıları yazınız.		
$2+5= \square$		
$\square =4+3$		
$3+8= \square +5$		
<b>Bölüm III:</b> Aşağıdaki eşitlikleri doğru ve yanlış olarak ayırınız.		
$7+5=12$	$12=7+5$	$7+5=5+7$
$7+5=3+9$	$7+5=7+3+2$	
$7+5=35$	$7+5=2$	

Klinik görüşmelerde, I. ve II. Bölüm'de çocuklardan buldukları çözüme nasıl ulaştıklarını anlatmaları istenmiş, çözümden emin olup olmadıklarını anlamak için de "Öyle mi düşünüyorsun?, Nasıl emin olabiliriz?" gibi sorular sorulmuştur. III. Bölüm'de de çocukların, her bir eşitliği doğru ve yanlış olarak ayırırken, nasıl bu sonuca vardıkları ortaya çıkarılmaya çalışılmıştır. Bu yüzden öğrencilere, her bir eşitlik hakkında düşünürlerken, "Bu eşitlik sence doğru mu?, Öyle mi düşünüyorsun?, Nasıl emin olabiliriz?, (Denklemin yanlış olduğunu söylüyorsa) O halde doğrusu nasıl olur?, Nasıl olmalıydı?, O zaman bu denklemi doğrular kümesine koyabilir miyiz?, O zaman bu denklemi yanlışlar kümesine koyabilir miyiz?" gibi sorular sorulmuştur.

### 2.3 Veri Analizi

Çocukların üç bölümdeki sorulara verdikleri cevapların kaset kayıtları incelenmiş ve bu kayıtlarının deşifresi yapılmıştır. Ayrıca çocukların görüşmelerdeki soruları cevaplama da kullandığı değişik uygulamalar ve araştırmacının almış olduğu notlar analizde kullanılmıştır.

Analiz yöntemi olarak betimsel analiz (Yıldırım ve Şimşek, 2000) yöntemi kullanılmıştır. Analiz iki aşamadan oluşmuştur. Birinci aşamada her bir çocukla yapılan görüşmeler çözümlenmiştir. İkinci aşamada, toplam veri birkaç kez okunduktan sonra, her bir çocuğun eşit işaretini nasıl algıladıkları hakkında çıkarımlarda bulunularak veri içinde bu çıkarımları destekleyecek ya da çürütecek kanıtlar aranmıştır. Her bir öğrenci için bu süreç tamamlandıktan sonra, öğrenciler arasındaki ortak eğilimler ve çocukların eşit işaretini nasıl algıladıkları ortaya çıkarılmıştır.

## 3. BULGULAR VE YORUM

Araştırmada elde edilen bulgular iki bölümde sunulacaktır. Birinci bölümde öğrencilerin, eşitlik durumları içeren sözel ve sembolik ifadelerdeki genel eğilimleri sunulacaktır. İkinci bölümde ise bu eğilimleri temsil eden öğrenci görüşlerine yer verilecektir.

### 3.1 Genel Eğilimler

Öğrencilerin eşitlik içeren durumlardan sözel ifadelerdeki genel eğilimleri ile sembolik ifadelerdeki genel eğilimleri farklılık göstermiştir. Araştırmaya katılan on öğrenciden sekizi (iki ikinci sınıf öğrencisi hariç) sözel problemlerdeki "eşit sayıda" ifadesinin aynılık, denklik, eşitlik anlamına geldiğini söylerken bazılarının geleneksel ( $a+b=c$ ) biçimde olmayan sembolik ifadelerde bazı kavram yanlışlarına sahip oldukları görülmüştür. Öğrencilerin hepsi  $\square=4+3$  sorusunu çözerken bunun ters yazıldığını söylemişlerdir. Yani öğrenciler eşitliğin bir yön belirttiğini ima etmişlerdir. Klinik görüşmeler devam ettikçe on öğrenciden beşi  $\sim=4+3$ 'ün yazılabileceğini söylemiştir. Geri kalan beş öğrenci ise böyle bir eşitlik yazılamayacağına ısrar etmişlerdir.

Aynı şekilde öğrencilerin  $3+8=\square+5$  sorusunda da sorun yaşadıkları görülmüştür. Öğrencilerden dördü  $\square$  yerine a ile b'nin toplamının geleceğini, üçü ise a, b ve c'nin toplamının geleceğini söylemişlerdir. Geri kalan üç öğrenci ise  $\square$  yerine a ile b'nin toplamını yazmış daha sonra da "5" ten sonra bir "=" daha koyarak hepsini toplamışlardır. Bu soruda bütün öğrenciler sorun yaşamasına rağmen somut materyaller kullanarak soruyu çözmeleri istendiğinde ikinci sınıf öğrencileri hariç bütün öğrenciler (8 öğrenci) birkaç denemeden sonra soruyu doğru yapmışlardır.

Ayrıca verilen doğru ve yanlış eşitliklerde de benzer sorunlar görülmüştür. Burada ilginç olan bir diğer olay da, öğrencilerden altı tanesi  $7+5=5+7$  eşitliğinin doğruluğunu her iki tarafın toplamının eşit olduğunu söyleyerek, üç tanesinin ise her iki tarafta da aynı sayılar var diyerek açıklamalarıdır. İkinci sınıf öğrencilerinden biri ise bu eşitliğin yanlış olduğunu söylemiştir. Öğrenciler genelde diğer eşitliklerin doğru ve yanlışlığını sorun yaşamadan bulmuşlardır. Yalnız geleneksel ( $a+b=c$ ) biçimde olmayan sembolik ifadeleri kabul etmeyen öğrenciler  $12=7+5$  eşitliğine yanlış demişlerdir.

Takip eden bölümlerde öğrencilerle yapılan görüşmeler sonunda yukarıda açıkladığımız bulguları destekleyen deliller sunulmuştur.

### 3.2 Öğrenci Görüşleri

#### 3.2.1 Sözel Problemlerde Eşitlik

##### A- “Eşit sayıda” aynılık, denklik, eşitlik belirtir

I. Bölüm’de öğrencilere içinde eşitlik kavramı geçen sözel problemler verilmiştir. Bu tür problemlerde öğrencilerin zorluk yaşamadığı görülmüştür. Sözel problemlerin içeriklerinin çocuklara, eşitlik kavramının anlamı hakkında yardımcı olduğu gözlenmiştir. Öğrenciler genelde, problemlerde geçen “eşit sayıda” ifadelerini okuduğunda bunun “eşit”, “denk”, “yani aynı”, “ikisinin de aynı” demek olduğunu söylemişlerdir. Beşinci sınıf öğrencisi olan Mustafa, yapılan görüşmede şunları söylemiştir:

*M: ( Soru 2’yi okudu.” Ahmet’in çantasında bir miktar kalem var. Bekir’in de 6 kalem var. Bekir’e 2 kalemde kardeşi verince Bekir ile Ahmet’in kalemleri eşit sayıda oluyor. Ahmet’in çantasında başlangıçta kaç kalem vardır?”) 6 ile 2’yi toplayacağız (6 + 2 = 8 yazdı.)*

*Ö: Bu 8 kalem kimin kalemleri?*

*M: Bekir’in öğretmenim.*

*Ö: Peki bize kimin kalemlerinin sayısını soruyor?*

*M: Ahmet’in*

*Ö: O zaman Ahmet’in kaç kalem var?*

*M: (Soruyu tekrar okudu ve “eşit sayıda”yı gösterdi.) 8 öğretmenim.*

*Ö: Neden 8?*

*M: Öğretmenim kalemleri eşit olduğu için 8, 8.*

Diğer öğrencilerin çoğu bu soruyu Mustafa gibi cevaplamıştır. Fakat cevaplarda beklenmeyen bir kavram yanlışlığı ortaya çıkmıştır. Belli anahtar kelimelerin yanlış işlem seçimine neden olduğu görülmüştür. Soru 2’de “verince” ifadesi geçtiğinden bazı öğrenciler azalma olduğunu varsayıp çıkarma işlemi yapmışlardır. Semih’le

(6. sınıf) yapılan görüşme;

*S: (Soru 2’yi okudu “Ahmet’in çantasında bir miktar kalem var. Bekir’in de 6 kalem var. Bekir’e 2 kalemde kardeşi verince Bekir ile Ahmet’in kalemleri eşit sayıda oluyor. Ahmet’in çantasında başlangıçta kaç kalem vardır?”. Bir müddet düşündü. 6 – 2 = 4 yazdı.)*

*Ö: Kaç kalem varmış?*

*S: 4*

*Ö: Neden 4?*

*S: Ahmet’le Bekir’in kaleminin aynı sayıda olması için! (Bekir’in 4 kalem olduğunu buldu. “Eşit sayıda” dediğinden Ahmet’in de 4 diyor.)*

*Ö: Peki neden çıkarma yaptın?*

*S: (Cevap yok. Sessizlik.)*

*Ö: Peki Bekir’in kaç kalem var? Bir daha bakar mısın?*

*S: 6 (Fısıldayarak soruyu okuyor.) 2 kalem daha veriliyor (Düşünüyor.). 8 (Bastırarak söyledi.)*

*Ö: 4’ mü 8’ mi?*

*S: 8*

*Ö: Neden 8? Önceden 4 bulmuştun?*

*S: (Kaşlarını çattı. Kalemi yüzünde gezdiriyor.) Burda verince diyor. Ben burda azalma şey yaptım ... sandım.*

Bu açıklamadan da anlaşıldığı gibi bazı öğrenciler soruyu yanlış anlamalarına rağmen “eşit sayıda” ifadesi geçtiğinden Bekir’in kalemleri kaç taneyse Ahmet’in kalemlerinin de o kadar olması gerektiği görüşüne sahiptirler. Bu bölümdeki 3. soruda da öğrencilerin benzer şemalara sahip oldukları görülmüştür. Aşağıdaki diyalogdan da anlaşılacağı üzere Uğur, Ahmet’in kalemlerinin sayısı ile Bekir’in kalemlerinin sayısının eşit olmadığını görmüş ve eşit olması için Bekir’in kalemlerine ekleme yapılması gerektiğini söylemiştir. Uğur’la (5. sınıf) yapılan görüşme;

*U: (3. soruyu ” Ahmet’in 8 kalem vardı. 4 tane de öğretmeni verdi. Bekir’e de öğretmeni 3 kalem verince Bekir ile Ahmet’in kalemleri eşit*

sayıda oldu. Bekir'in başlangıçta kaç kalemi kaç kalemi vardı?" okudu.  $8 + 4 = 12$  yazdı.)

Ö: Bu kimin kalemi?

U: Ahmet'in

Ö: Peki Bekir'le Ahmet'in kalemleri neymiş? (O söylesin diye bekledim.)

U: Eşit sayıdaymış.

Ö: O zaman Bekir'in kaç kalemi vardır?

U: (Fısıldayarak 3 kalem dedi.) 3 kalemi varmış. Aaa o zaman eşit olmaz. Bekir'in 3 kalemi varsa eşit olmaz. Onun üstüne şey eklenir. Ekleme gerekir. O zaman bu da 12 olur.

Ö: Yap bakalım.

U: Şimdi Ahmet'in 12 kalemi var, Bekir'in 3. Eşit olması için eklemek gerekir. 9 tane ekleriz.

Yapılan bu görüşmelerden öğrencilerin sözel problemlerde işlemi yanlış seçseler de "eşit sayıda" kavramının aynı miktarı gösterdiğini anladıkları görülmüştür.

### 3.2.2 Sembolik İfadelerde Eşitlik

Burada sorulan sorular aslında I. Bölüm'deki sözel problemlerde yapılması gereken işlemlerin sembolik olarak ifade edilmesiydi. İlk soruda geleneksel biçimde olan bir eşitlik ( $2+5=\square$ ) sorulmuştu. Öğrencilerin hiç biri bu soruda hata yapmamıştır.

#### A- Eşitlik bir yön belirtir

İkinci soruda işlemler geleneksel formun ( $a+b=c$ ) dışında verilmiş ve çocuklar bu tip sorulara cevap vermekte zorluk çekmişlerdir. Öğrencilerin hemen hemen hepsi I. Bölüm'deki buna benzer problemi cevaplamalarına rağmen bu soruda sorun yaşamışlardır. Aşağıdaki diyalogdan da görüldüğü gibi soru  $\square=4+3$  şeklinde olmasına rağmen çoğu öğrenci kağıdına  $4+3=7$  şeklinde yazma ihtiyacı duymuştur. Bu da öğretmenlerin derslerde geleneksel biçimde olmayan eşitliklerle ilgili sorulara yer vermediklerine bir delil olarak görülebilir. Mustafa (5. sınıf) ile yapılan görüşme;

M: (Soru kartonunu ters çevirdi ve soruya

baktı. Olmayacağını düşündü.) Nasıl olacak öğretmenim bu?

Ö: İstedığın gibi yapabilirsin? Ne düşünüyorsan onu söyle.

M: 4 ile 3 yanlış tarafta. ( $4 + 3 = 7$  yazdı.)

Ö: (Yazdığıyla soru kartonunu göstererek) Bununla bu aynı mı?

M: Yanlış!

Ö: Şöyle değil mi? ( $\square = 4 + 3$  yazdım kağıdına.)

M: Şimdiii... Buuu, tersinden toplayacağız.

Ö: Nasıl?

M: Öğretmenim burdakini bulacağız şimdi. (Benim yazdığım 'y'yi gösteriyor.)

Ö: Evet.

M: (Çok düşündü ama bir cevap veremedi.)

Ö: Peki şu eşitliklere bak bakalım. ( $2 + 6 = \square$  ve  $\square = 2 + 6$  yazdım.) Bunlar arasında fark var mı?

M: Var.

Ö: Nedir fark?

M: Buraya 6'yı vermişsiniz (1. eşitlikteki eşittirden önce), buraya hiçbir şey vermemişsiniz. (2. eşitlikteki eşittirden önce)

Ö: Bunun sonucu kaç? (2. eşitlik)

M: 6. Hee hayır örtmenim. Şey yok. Değişiklik yok örtmenim. (Toplamayı yanlış yapıyor. Ama ikisinin de sonucunun aynı olduğunu görüdü.)

Aynı şekilde Sena'da (3. sınıf) eşitliğin ters olduğunu söylemiş fakat her iki biçimin de aynı olduğunu söyleyerek işlemi doğru yapmıştır. 6. sınıf öğrencileri de bu soruda aynı yanılgıya düşmüşlerdir. Semih'le (6. sınıf) yapılan görüşme;

S: (Çok duraksadı, bakıyor.) 7 yapıyor. Ama tersten işlem yapılmış.

Ö: Peki doğru mu? Böyle yapılabilir mi?

S: Yapılamaz.

Ö: Neden yapılamaz?

S: Çünkü burada tersten işlem yapılmış.

Ö: Bu ( $\square = 4 + 3$ ) doğru mu? Böyle bir ifade yazılabilir mi?

S: Bence olmaz.

Ö: Neden olmaz?

S: Çünkü bir işlem tersten yapılamaz.

Ö: Doğrusu nasıl olmalı peki?

S: ( $4 + 3 = 7$  yazdı.)

Ö: Peki bununla bunun arasında ne fark var? İkisinde de 7 buldun!

S: Bu şekilde yaptım. (Eliyle sol tarafı “ “ gösterdi. Yani terse doğru gittiğini söylemek istedi.)

Ö: Ne fark etti? İkisi arasında ne fark var?

S: Yanıltma var.

Buradan öğrencilerin eşit işaretini soldan sağa doğru eylem yapan bir işaret olarak algıladıklarını görülmektedir. Yani onlar her zaman sayılar ve işlemin “= işaretinin” solunda, sonucunda “= işaretinin” sağında olması gerektiğini düşünmektedirler.

III. Bölüm’de de öğrencilerin çoğu, geleneksel biçimde olmayan  $12=7+5$  eşitliğinin yanlış olduğunu ifade etmişlerdir. Bazı öğrenciler sonradan, kontrol ederken bunun da doğru olduğunu söylemişlerdir. Mustafa (5. sınıf) ise önce yanlış sonra doğru olduğunu söylemiştir.

Ö: Bu neden yanlış Mustafa?

M: Örtmenim 12’nin üstüne 7 saymışlar.

Ö: Ama neden 7 saymışlar? Eşittir var orada artı 5 öbür tarafta.

M: Doğru.

Ö:  $7 + 5 = 12$  ile ne farkı var?

M: Var örtmenim. Buraya 12’yi vermişler buraya 7’yi vermişler. Buraya 7’yi vermişler buraya 5. ( $12=7+5$  ile  $7+5=12$ )

Ö: Peki ikisi de doğru mu?

M: Evet, doğru.

### B- Eşitlik bir işlemin sonucunu belirtir

Hiçbir öğrenci II. Bölüm’ün 3. sorusunu ( $3+8=\square+5$ ) doğru yapamamıştır. Bu soruda da genel bir yanlış ortaya çıkmıştır. Bu soruda öğrenciler, “= işaretini” bir işlemin sonucu olarak algıladıklarını göstermişlerdir.  $3+8=\square+5$  sorusunda ya 3 ile 8’i toplayıp  $\square$  yerine 11, ya da eşitlikteki tüm sayıları toplayıp 16 yazmışlardır. Bir diğer cevapta  $3+8=11+5=16$  şeklindeydi. Şimdi bu 3 yanlışla ilgili örnekler verelim. Cengizhan (4. sınıf) ile yapılan görüşme;

Ö: Cengizhan bu soruda  $\square$  yerine ne gelmesi lazım?

C: (Kağıdına yazdı.) 11 geldi. Çünkü... (Sessizlik.)

Ö: Yaz bakalım. (Yazdı) Peki eşitlik ne demekti Cengizhan?

C: Eşittir. Bir işlemin sonucunu bulmak. Sayıda toplama falan gördüğümüzde sayıyı ...

Ö: Eşittir bir işlemin sonucunu bulmak mı sadece?

C: Hayır. Bir sayının aaa...Bir sayının öteki sayıya eşit olması.

Ö: Yani şimdi senin 3 fındığın var benim de 3 fındığım var. Eşit mi?

C: Eşit

Ö: Sen dedin ki eşittir bir işlemin sonucudur. Toplama gibi. Burada toplama var mı?

C: Yok ama eşit.

Ö: Eşittir ne demek?

C: Eşittir bir işlemin sonucunu bulmaktır.

Cengizhan için “= işaretinin” bir işlemin sonucunu verdiği ortaya çıkmıştır. O yüzden de eşittir işaretinin solunda  $3+8$  olduğundan yerine 11 yazmıştır. Uğur’da (5. sınıf) aynı şekilde “= işaretinin” toplamının sonucunu verdiğini söylemiştir. Sonra da “ Sadece toplamının sonucunu vermez. Çarpmanın da verir, bölmenin de verir.” demiştir Mustafa (3. sınıf) ile yapılan görüşme;

Ö: Bu soruya bak bakalım. ( $3 + 8 = \square + 5$ )

M: (Okudu sonra da kağıdına yazdı.) 16!

Ö: Emin misin?

*M: Eminim.*

*Ö: Eşitlik neydi Mustafa?*

*M: İkisi de aynı olduğu için*

*Ö: Şu anda ikisi de aynı mı?*

*M: (Baktı. Aynı olmadığını gördü. Kafa salladı. Sessizlik.)*

Mustafa da “= işaretini” bir işlemin sonucu olarak görmüştür. Ama o eşitliğin sağındaki 5’i herhangi bir şeyle ilişkilendiremediği için bütün sayıları toplamıştır. Tuncay’da (6. sınıf) 3. tip yanılığı göstermiştir.

*T: ( 3 + 8 = 11 + 5 = 16 yazdı.)*

*Ö: Artı 5’ten sonra eşittir var mı soruda? Nereden yazdın bunu?*

*T: Tamam yerine 16 gelmesi lazım.*

Tuncay da “= işaretini” soldaki işlemin sonucu olarak düşünmüş ve yerine 11 yazmış, sonra da 11 ile 5’i toplayıp 16 yazmıştır. Bu soruda öğrenciler cevaplarını verdikten sonra verdikleri cevapları fındıklarla modellemeleri istenmiştir. Mustafa (5. sınıf) fındıklarla modellediğinde - başlangıçta yanlış cevap vermesine rağmen- sorunun cevabını doğru olarak bulmuştur. Bundan sonra Mustafa’ya  $2+4= +1$  ve  $1+3= +2$  eşitlikleri sorulmuştur. Sorulara sırasıyla 6 ve 1 cevabını vermiştir. Sonra “Fındıklarla yapar mısınız?” denildiğinde yine deneme yanılmayla 2 ve 3. denemede bulmuştur. Diğer öğrencilerde buna benzerlikler göstermiştir. Buradan da öğrencilerin somut nesnelere modelleme yapsalar bile, birkaç deneme yapmadan bu tip soruları çözemedikleri görülmüştür.

### C- Eşitliğin her iki yanındaki toplam veya sayılar aynı olmalıdır

Göze çarpan bir diğer özellik de,  $7+5=5+7$  eşitliğinin doğruluğunu bazı öğrencilerin “ $7+5=12$ ,  $5+7=12$  o halde eşit” diyerek; bazı öğrencilerin de “bu tarafta 7 var bu tarafta da, bu tarafta 5 var bu tarafta da” diyerek açıklamalarıdır. Emre (2. sınıf) ile yapılan görüşme;

*Ö: Bu neden doğru?*

*E: 7, 5 daha 12. 5, 7 daha 1,2,3,...,12. Burası da 12 oldu.*

*Ö: Eşit mi birbirine?*

*E: Evet. Yani eşittir.*

Mustafa (3. sınıf) ile yapılan görüşme;

*Ö: Doğru mu bu?*

*M: 7’nin üzerine 5 saydım 12 oldu. 12’nin üzerine 5 saydım 17*

*Ö: Doğru mu?*

*M: Yanlış. Yok yok doğru. Bu 7, 7. Burda 7 var orda da 7 var. Burda 5 var orda da 5 var.*

Bu bulgu öğrencilerin bazılarının hala “= işaretini” bir işlem sembolü olarak gördüklerinin bir delilidir. Çünkü çocuklar hala her iki taraftaki toplamı bulup eşit olup olmadığına bakıyorlar. Diğer taraftan, “= işaretini” ilişkisel bir sembol olarak algılayabilen bazı öğrenciler de miktarın eşit olmasından yola çıkarak işlem yapmadan her iki tarafta da aynı miktarın olduğunu görmüşlerdir.

Öğrenciler genelde diğer eşitliklerin doğru olduğunu söylemişlerdir. ( $7+5=3+9$ ,  $7+5=7+3+2$ ). Bazıları 7, 3 ve 2 ‘yi bir arada toplayamadıkları için son eşitlikte biraz sorun yaşamışlardır.

## 4. TARTIŞMA VE SONUÇ

Eşit işaretinin doğru algılanması ilköğretim öğrencilerinin daha sonra göreceği cebir dersleri için önemli bir temel teşkil etmektedir. Bu çalışmada çeşitli sınıflardan ilköğretim okulu öğrencilerinin eşit işaretini nasıl algıladıkları araştırılmıştır. Bu araştırmanın sonucunda araştırmaya katılan öğrencilerden çoğunun eşit işaretini ilişki ifade eden bir sembol olarak değil, bir işlem sembolü olarak gördükleri ortaya çıkmıştır. Bu sonuç diğer ülkelerde yapılan araştırmalarla tutarlıdır (Behr ve diğer., 1980; Carpenter ve Levi, 2000; Carpenter ve diğer., 2000; Falkner ve diğer., 1999).

Sözel problemlerdeki eşitlik kavramıyla sorun yaşamayan öğrencilerin, eşitlik içeren sem-



bolik ifadelerle karşılaştıklarında bazı kavram yanlışlarına sahip oldukları görülmüştür. Çoğu eşitliği “soldan sağa doğru yapılan bir işlem” olarak görmüş ve  $\square = a+b$  ifadesinin “yanlış” veya “ters” olduğunu söylemiştir. Yapılan görüşmelerde bazı öğrenciler  $\square = 4+3$  ve  $4+3 = \square$  sorularında sonucun 7 olduğunu söyleyip  $\square = a+b$  şeklinde bir ifadenin yazılabileceğini söylemişlerdir.

Bir diğer sonuç da, öğrencilerin eşit işaretini bir işlemin sonucu olarak görmeleridir. Onlar için eşit işaretinden önce 2 veya daha fazla sayı ve bir işlem, eşit işaretinden sonra da bir sayı gelmektedir. Bu şekilde düşündüklerinden  $a+b = \square + c$  biçimindeki ifadelerde  $\square$  yerine a ile b'nin toplamını ya da a, b ve c'nin toplamını yazmışlardır. Bazı öğrenciler ise  $\square$  yerine a ile b'nin toplamını yazıp sonra da eşitliğin sonuna bir eşitlik daha koyup c ile toplamışlardır. Öğrenciler somut araçlar kullanarak buldukları sonuçları modellediklerinde birkaç denemeden sonra doğru cevabı bulmuşlardır. Fakat benzer yeni sorular sorulduğunda yine aynı yanlışları göstermişlerdir. Yine birkaç denemeden sonra doğru cevabı bulabilmişlerdir. Bu da öğrencilerin birkaç örnekle veya somut materyaller kullanarak gideremeyecekleri kavram yanlışlarına sahip olduklarını göstermektedir.

Özet olarak öğrencilerin eşitlik sembolü hakkındaki düşünceleri üç ana grupta toplanabilir. Bunlar; “Sözel problemlerdeki ‘eşit sayıda’ ifadesi aynılık, denklik, eşitlik belirtir.”, “Eşitlik kavramı yön belirtir.” ve “Eşitlik kavramı sonuç belirtir.” şeklindedir.

Araştırmaya katılan öğrenciler “eşit sayıda” ifadesinin bir aynılık, denklik belirttiğini söylemişlerdir. Burada öğrencilerden hiç beklemediğimiz bir kavram yanlışlığı karşımıza çıkmıştır. Öğrenciler sözel problemleri çözerken hep bir anahtar kelime aramışlardır. I. Bölüm’ün 2. sorusunda geçen “verince” kelimesinden dolayı bir çok öğrenci bu soruda çıkarma işlemi yapmıştır. Böyle yapmalarının nedeni öğretmenlerin “anahtar kelime” ile işlem seçimini özendir-

meleri olabilir. Bunu yerine öğretmenler öğrencilere gerçek yaşam problemleri vererek onlardan bu durumu modellemelerini isteyebilirler (Greer, 1997). Böyle bir yaklaşımın öğrencilerin doğru işlemi seçme becerilerini geliştirdiği bilinmektedir.

Farklı sınıf seviyelerindeki öğrencilerin de aynı yanlışları göstermiş olmaları, eşitlik kavramını algılamadaki yanlışların öğrencilerin yaşlarına bağlı olmadığını göstermektedir. Fakat öğrencilere birinci sınıftan itibaren farklı sözel problem durumlarının sunulması ve onlardan bu problemleri sembolik ifade (denklem) şeklinde yazmalarının istenmesi öğrencilerin eşitlik kavramını soldan sağa doğru bir eylem belirten işaret yerine bir ilişkisel sembol olarak anlamalarını sağlayabilir. Bu da öğrencilerin ileriki cebir dersleri için daha sağlam bir temelin oluşmasına yardım edecektir.

Yapılan araştırmalar 13 yaşın “eşit işaretini” bir ilişkisel sembol ile bir işlem sembolü olarak görmek arasındaki geçiş dönemi olduğunu göstermektedir (Koehler, 2001; Sisofo, 2000). Bu çalışma 13 yaş öncesi öğrencileri kapsamaktadır. 13 yaş üzerindeki öğrencilerde de bu tür bir çalışma yapıp bu iki çalışma arasında bir karşılaştırma yapılabilir. Ayrıca eşit işaretinin ilişkisel sembol olma özelliğini destekleyen bir programla yapılan eğitimden sonra öğrencilerde ne gibi değişimler olduğu gözlenebilir.

#### KAYNAKÇA

- Behr, M., Erlwenger, S. ve Nichols, E. (1980). How children view the equals sign. *Mathematics Teaching*, (92), 13- 15
- Carpenter, T.P. ve Levi, L. (2000). Developing conceptions of algebraic reasoning in the primary grades. *National Center for Improving Student Learning and Achievement in Mathematics and Science*.
- Carpenter, T.P., Levi, L. ve Farnsworth, V. (2000). Building a foundation for learning algebra in the elementary grades. *National Center for Improving Student Learning and Achievement in Mathematics and Science*.

- Falkner, K.P., Levi, L. ve Carpenter, T.P. (1999). Children's understanding of equality: A foundation for algebra. *Teaching Children Mathematics*, 6 (4), 232-6
- Greer, B. (1997). Modelling reality in mathematics classrooms: The case of word problems. *Learning and Instruction*, Vol.7, No.4, pp. 293-307.
- Gülyüz, H. (2001). *En son değişikliklerle ilköğretim okulu programı*. Ankara: Pegem A Yayıncılık.
- Koehler, J. (11 Aralık 2001). Changing teachers' perceptions and knowledge of algebra: A look at students' understanding and development of equality. <<http://www.math.wisc.edu/weinberg/MathEd/JulieDraft.doc>> (25 Mart 2002).
- National Council of Teachers of Mathematics (NCTM). (2000). <<http://www.nctm.org/standards.htm>> (18 Mayıs 2002)
- Perso, T.F. (1992). *Using diagnostic (conflict) teaching to overcome misconceptions in algebra*. Subiaco W.A.: The Mathematics Association of Western Australia (INC),
- Sisofo, E. (22 Mayıs 2000). Can the instruction of the Davydov Curriculum develop American Children's notion of the "=" symbol as a relational symbol rather than an operational "do something" symbol? <<http://www.ematusov.soeu.edu/educ820.00s/>> (24 Mart 2002).
- Yıldırım A. ve Şimşek H. (2000). *Sosyal bilimlerde nitel araştırma yöntemleri*. Ankara: Seçkin Yayıncılık, 2. Baskı,