

CEBİR, ÖĞRENCİLERE NİÇİN ZOR GELMEKTEDİR?

WHY DO STUDENTS HAVE DIFFICULTY WITH ALGEBRA?

Yüksel DEDE*, Ziya ARGÜN**

ÖZET: Cebir, öğrencilerin anlamakta zorlandıkları bir derstir. Öğrencilerin, cebirsel kavramları ve konuları anlamadaki yetersizliklerini etkileyen bir çok faktör olabilir. Bu çalışmada, cebirin öğrenciler tarafından anlaşılmasını zorlaştıran nedenler üzerinde durulmuştur.

Anahtar sözcükler: Cebir öğretiminin önemi, cebir öğrenimindeki zorluklar, cebir öğretimindeki engeller

ABSTRACT: Algebra is a difficult object for students to be comprehended. There may be many causes which effect the student's inadequateness in understanding algebraic concepts and subjects. In this study we consider the causes which makes it difficult for students to learn algebra.

Keywords: Importance of algebra teaching, difficulties in algebra learning, obstacles in algebra teaching

GİRİŞ

Cebir, bugün çok farklı işlevleri üstlenmektedir. Cebir'in işlevlerinden bir kaçını şu şekilde sıralayabiliriz: Cebir bir dildir, cebir bir problem çözme aracıdır cebir bir düşünce aracıdır, cebir bir okul dersidir. Cebir'in bu kadar farklı işlevinin olması, cebirin ne olduğuna ilişkin yapılan tanımların da değişiklik göstermesine neden olmaktadır. Örneğin, cebir bir dil olarak düşünüldüğü zaman, Sutherland ve Rojano'ya göre (Akt: Lee, 1995), matematikteki veya başka disiplinlerdeki fikirleri açıklamak için kullanılan matematiğin bir dili olarak görülebilir. Eğer bir okul dersi olarak düşünülürse o zaman cebire, öğrencilerin denklemleri çözebilme ve sembollerini anlayabilme çabası olarak bakılabilir (Lee, 1995). Kısacası cebir, hayatın her alanında ken-

disini hissettirmektedir. Bu durum ise, cebirin kişiler (öğrenciler) tarafından öğrenilmesinin bir ihtiyaç olduğunu gündeme getirmektedir. Ancak, öğrenciler cebiri, aritmetiksel işlemleri yapmak, okumak ve yazmak gibi öğrenilmesi gereken öncelikli bir ihtiyaç olarak görmeyebilirler. Bu durum, öğrenciler için, ileri matematik derslerinin anlaşılmasına, üniversite ve bir çok kariyerli iş için kapıların kapanmasına neden olabilir (Williams, 1997). Oysa cebir, yukarıda bahsedilen tüm bu işler için "kapı açıcı" konumdadır (Choike, 2000; Maccini ve Hughes, 2000). Lacampagne (1995), "cebir matematiğin dilidir. O, tam manasıyla öğrenilmesi durumunda, ileri matematiksel konular için kapılar açar. O, öğrenilememesi durumunda üniversite ve teknolojiye dayalı kariyer kapılarını kapatır ..." demiştir (s.12). Ulusal Eğitim Süreçlerini Değerlendirme (NAEP) projesi altında, Amerika'daki 7-11. sınıflardaki öğrencilerin matematiksel bilgi düzeylerini belirlemek üzere yapılan araştırmanın sonuçları, ortaokul öğrencilerinin temel cebir ve geometri kavramlarının bazılarına sahip olduklarını fakat bu bilgilerini, kavramlar arasındaki ilişkileri kavrayamadıkları için problem çözümlerinde kullanamadıklarını ortaya çıkarmıştır (Brown ve diğer., 1988). Bu sonuçlar, yalnızca bu çalışmayla sınırlı değildir. Bir çok ülkede yapılan benzer çalışmalarda da benzer sonuçlar elde edilmiştir (Kieran, 1992). Ayrıca, Lee (1996) de, cebirin matematiğin geniş bir kültürünü içine alan bir mini kültür oldu-

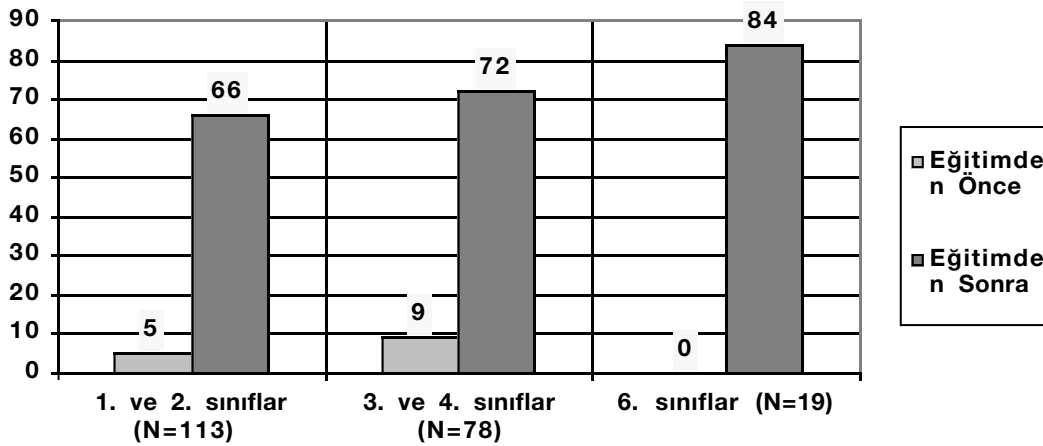
* Dr., Gazi Üniversitesi, Gazi Eğitim Fakültesi, OFMAE, Matematik Eğitimi ABD., Ankara.

** Prof. Dr., Gazi Üniversitesi, Gazi Eğitim Fakültesi, OFMAE, Matematik Eğitimi ABD., Ankara.

ğunu belirterek, öğrencilerin eski kültürden (aritmetik) bu yeni kültüre (cebir) geçerken zorlandıklarını söylemektedir. O'na göre, kendisini bu yabancı kültürün (cebir) içinde bulan öğrenciler “kültürel şok” olarak adlandırılabilir bir ortama girmektedirler. Bu durum ise, matematik müfredatı içinde oldukça fazla öneme sahip olan cebirin, öğrenciler tarafından ortaokuldan başlayarak üniversiteye kadar endişe ve korkuya neden olan ve anlaşılmasında büyük zorlukların çekildiği bir ders olarak görülmesine neden olmaktadır (Fillooy ve Rojana, 1989; Graham ve Thomas, 2000; Herscovics ve Linchevski, 1994; Kieran, 1996; Macgregor ve Stacey, 1997a; Macgregor ve Stacey, 1997b; Wagner, 1981a; Wagner, 1981b).

Ülkemizde de, öğrencilerin cebiri anlama düzeylerini belirlemek üzere yapılan araştırma sonuçlarında da, yukarıda bahsedilen araştırma sonuçlarına benzer veriler elde edilmiştir. Milli Eğitim Bakanlığı'na bağlı Eğitimi Araştırma ve Geliştirme Daire Başkanlığı (EARGED) (1996) tarafından, içinde cebir müfredatının da bulunduğu bir araştırma raporu hazırlanmıştır. Araştırma raporu sonuçları, öğrencilerden bazılarının cebirsel sözel ifadeler içeren problemleri, aritmetik işlemler kullanarak çözmelerine rağmen birinci dereceden denklemlerin çözümlerini bulamadıklarını ve cebirsel ifadeleri anlamakta belirli zorluklara sahip olduklarını ortaya çıkarmıştır. Ersoy ve Erbaş (1998) tarafından yapılan

araştırmanın sonuçları da, cebir öğretiminin ülkemizde oldukça problemlili olduğunu göstermektedir. Bu çalışmaya göre, sosyo- ekonomik düzeyi düşük seviyede olan bir bölgede bulunan bir okuldaki ilköğretim 7.sınıf öğrencilerinin 26 sorudan oluşan cebir testi sorularına verdikleri doğru cevap sayılarının ortalaması 2,1 olarak bulunmuştur. Yine Ersoy ve Erbaş (2002) tarafından yapılan başka bir çalışmada da, öğrencilerin temel cebir, özellikle de denklem (eşitlik) kurma ve çözmedeki başarısı ve buna bağlı olarak karşılaştıkları güçlükler araştırılmıştır. Araştırma sonuçları, öğrencilerin cebir öğrenimiyle ilgili zorluklara sahip olduklarını ve bu zorlukları giderici çalışmaların yapılması gerektiğini göstermektedir. Benzer şekilde, Dede, Yalın ve Argün (2002) tarafından yapılan çalışmanın sonuçları da, öğrencilerin cebirin temel kavramı olan değişken kavramının nasıl ve ne şekilde kullanılabileceğini anlamadıklarını göstermektedir. Yine bu araştırmanın sonucuna göre, öğrencilerin veri tabloları, örüntüler ve bunlar arasındaki ilişkileri, görmede ve anlamada oldukça zorlandıkları tespit edilmiştir. Bu durum ise, cebir öğretiminde karşı karşıya kalınan olumsuz durumun büyüklüğünü bütün açıklığıyla ortaya koymaktadır. Aşağıda, cebirin öğrenciler tarafından zor ve anlaşılmaz bir ders olarak görülmesine neden olduğu düşünülen faktörler üzerinde durulacaktır:



Şekil 1: Bir sömestirlik eğitimden önce ve sonra $8+4=\square+5$ sorusuna doğru cevap veren öğrencilerin oranı ve sınıf seviyeleri (Carpenter ve diğer., 2000)

2. CEBİR'İN ANLAŞILMASINDAKİ ENGELLER

Cebir'in öğrenciler tarafından anlaşılmasının nedenleri 3 maddede toplanabilir. Bunlar ("Reconceptualising School Algebra," 1997):

- i) Cebir'in yapısı (epistemological obstacle)
- ii) Öğrencilerin zihinsel gelişimleri ve hazır bulunuşluk düzeyleri (psycho-genetic obstacle)
- iii) Cebir'in öğretimindeki eksiklikler (didactical obstacles).

i) Cebir'in Yapısı

Cebir'in öğrencilere zor gelmesinin nedenlerinden birincisi, cebirin yapısıdır. Cebir'in yapısı ise iki boyutta ele alınabilir. Bunlar, cebirin dili ve cebirin içeriğidir.

a) Cebir'in Dili: Cebir, söz dizimi (syntactic) yönüyle güçlü fakat anlam (semantic) yönüyle zayıf bir dile sahiptir. Cebir'in anlamsal yönü, bir içerikte kullanılan sembol ve onun temsil ettiği anlamı içermektedir. Cebir'in söz-dizimsel yönü ise, bir içerikte kullanılan sembolün yalnızca matematiksel rolünü göstermektedir. (Wagner, 1981b). Cebir'in öğrencilere zor gelmesi, cebirin bu anlamsal yönünün zayıflığından kaynaklanabilir (Philipp, 1992). Ayrıca, Herscovics ve Booth da, bu konuyla ilgili olarak, "öğrencilerin cebiri anlamakta zorlandıkları görülmektedir. Bu zorlukların bazıları, öğrencilerin cebirsel sembolleri ve kavramları anlamadaki problemleri, bazıları ise cebirsel mantığa sahip olamayışları ve bu öğrencilerin çoğunun cebirin ne olduğu ve cebiri öğrenmedeki maksatlarının ne olabileceği hakkında fikirlerinin olmamasıdır" demişlerdir (Akt: Redden ve Pegg, 1990).

b) Cebir'in İçeriği: Cebir'in içeriğinin ne olduğunun belirlenmesi için, cebirin tarihsel gelişim sürecinin ortaya konması gerekmektedir. Cebir'in tarihsel gelişim süreci üç basamakta incelenebilir. Bunlar:

***Söz (Rhetorical) Basamağı:** Bu aşamada, bilinmeyi göstermek için özel işaret veya sembollerin kullanımı yoktur.

***Sembol-Söz Karışımı (Syncopated) Cebir Basamağı:** Bu basamakta, bilinmeyen nicelikler için harfler kullanılmıştır. Bu süreç, 3-16. yüz-

yıllar arasında devam etmiş ve 17. yüzyılın başlarına kadar da çok büyük bir değişikliğe uğramamıştır. Bu süreç içinde, cebircilerin uğraşlarının çoğu genel ifadeleri göstermek (ispat) yerine, bilinmeyen nicelikleri göstermek için kullanılan bu harfleri tanımaya yönelik olmuştur (Kieran, 1992). Bu süreçte cebir, ilk defa Harezmi tarafından bir bilim dalı olarak ortaya konmuş ve "El-Cebir" isimli kitabının adı, Avrupa dillerinde bu bilimin isminin algebre veya algebra olarak yerleşmesine neden olmuştur (Akın ve Desay, 1994; Mankiewich, 2000; Stallings, 2000). Ancak, Harezmi'nin çalışmaları da, cebirin söz basamağına daha yakın olup, sembol basamağından uzaktır (Mankiewich, 2000).

***Sembol (Symbolic) Basamağı:** Bu basamak, özellikle 17. yüzyıldan sonra müslüman matematikçilerin, Yunan ve Hintli matematikçilerin eserlerini incelemeleriyle başlamıştır. Ancak, bu aşamada da birkaç özel terimin (plus için p ve minus için m gibi) gösterimi dışında sembol kullanımında büyük bir değişiklik olmamıştır. Sembolik cebir aşamasıyla ilgili asıl büyük değişiklikler, Diophantus'un çalışmalarının Avrupalı matematikçiler tarafından dikkatli bir şekilde incelenmesiyle olmuş ve bilinmeyen nicelikler kadar bilinen nicelikleri göstermek için de semboller kullanılmaya başlanmıştır. Matematikçiler arasında, sembolik cebirin gelişimine katkıda bulunan en önemli kavramın fonksiyon kavramı olduğu kabul edilmektedir. Bağımlı ve bağımsız değişken kavramlarını içeren fonksiyon kavramı, ilk önceleri Euler tarafından girdi-çıkı bağlantılarını gösteren işlemsel bir yapı arz ederken, daha sonraları Dirichlet tarafından reel sayılar arasındaki bire-bir eşlemeyi temsil eden bir kavram ve yüzyıl sonra da Bourbaki tarafından iki küme arasındaki yapısal ilişkileri gösteren bir kavram olarak görülmüştür. Cebirsel semboller bu şekilde, dereceli olarak işlemsellikten yapısallığa doğru bir değişim göstermiştir. (Kieran, 1992; Stallings, 2000) Bu süreç, cebirin içeriğinde bazı değişikliklerin yapılmasına yol açmış ve bu değişiklikler de, cebir kitaplarında ve cebir öğretiminde soyut bir dilin kullanılmasına neden olmuştur (Kieran, 1992). Bu durum, öğrencilerin cebiri anlamakta zorlanmalarının nedenlerinden birisidir.

ii) Öğrencilerin Zihinsel Gelişimleri ve Hazır Bulunuşluk Düzeyleri

Öğrencilere cebirin öğretilmesindeki amaç, yukarıda belirtildiği gibi cebirin işlemsel-yapısal gelişimindeki geçişi yapabilmelerine yardımcı olmaktır. Fakat öğrencilerin büyük çoğunluğu, cebirin yapısal boyutuna geçememektedirler. Dolayısıyla da, cebiri anlamakta zorlanırlar. Öğrencilerin cebirsel kavramları ve yapıları anlayabilmeleri için gerekli bazı ön bilgilere sahip olmaları gerekmektedir. Bunlar:

a) Eşitlik Kavramı: Araştırma sonuçları; öğrencilerin eşitlik kavramını bilmediklerini ortaya koymaktadır (Dede ve diğer., 2002; Ersoy ve Erbaş; 2002; Falkner, Levi ve Carpenter, 1999). Bu durumdaki öğrenciler örneğin; $2 + 2x = 5 + x$ denklemini çözmekte başarısız olacaklar veya $2+5x=?$ şeklindeki bir soruyu; $2+5x = \frac{5x}{5} = \frac{-2}{5}, x = \frac{-2}{5}$ şeklinde yazarak, eşitliğin diğer tarafında herhangi bir sayı olmasına rağmen bir sayı (sıfır) varmış gibi düşünebileceklerdir (Dede ve diğer., 2002).

b) Değişken Kavramı: Değişken kavramı, cebirin temel kavramıdır (Wagner, 1981a). Bu nedenle, değişken kavramının öğrenciler tarafından anlaşılması, cebirsel kavramların ve konuların anlaşılması için elzemdir. Fakat, yapılan araştırmalar değişken kavramının öğrenciler tarafından anlaşılmasında büyük zorlukların olduğunu ortaya koymaktadır (Macgregor ve Stacey, 1997; Philipp, 1992; Rosnick, 1981; Wagner, 1983). Bu makalenin yazarları tarafından yapılan araştırma sonuçları da, ülkemizdeki öğrencilerin de değişken kavramını anlamakta büyük sıkıntılarının olduğunu ortaya koymaktadır (Dede ve diğer., 2002).

c) Aritmetik İşlem Bilgisi: Öğrencilerin çoğunun, aritmetik işlem bilgilerinde eksiklerinin olduğunu ve bu öğrencilerin cebiri anlamadaki zorluklarının çoğunun da, aritmetik işlem bilgisi eksikliğinden kaynaklandığını ortaya koyan bir çok araştırma mevcuttur. (Gray ve Tall, 1994; Livneh ve Linchevski, 1999; Schappelle ve Philipp, 1999; Slavitt, 1999). Bu araştırmalara göre, öğrencilerin cebirsel işlemleri (yapılar) anlamakta zorlanmalarının nedeni, aritmetiğin temel

kavramı olan sayı kavramını iyi bir şekilde kavrayamadıklarından kaynaklanmaktadır (Wagner, 1983). Öğrencilerin, aritmetikten cebire geçişteki zorluklarının giderilmesi kolay değildir. Bu geçişin sağlanabilmesi, aritmetik kavram bilgisinin sürekliliğinden ziyade yeniden yapılandırılması ile mümkün olabilecektir. ("Reconceptualising School Algebra," 1997).

iii) Cebir'in Öğretimindeki Eksiklikler

Yukarıda belirtilen NAEP projesi çerçevesinde de bahsedildiği gibi, öğrenciler cebirsel kavramların bazılarını sahip olmalarına rağmen, bu bilgilerini problem çözümlerinde kullanamamaktadırlar. Bu noktada, cebirin öğretimindeki eksiklikler ön plana çıkmaktadır. Cebir öğretimindeki eksikliklerin giderilmesi için aşağıdaki hususların göz önüne alınması gerekmektedir (Kieran, 1992):

a) Cebir'in İşlemsel-Yapısal Yönü: Yukarıda belirtildiği gibi soyut matematiksel kavramlar, temel olarak işlemsel ve yapısal kavramlar olmak üzere iki farklı şekilde sınıflandırılabilir. İşlemsel kavramlar, daha soyut matematiksel kavramların öğrenimindeki ilk basamaktır. İşlemsel kavramlardan yapısal kavramlara geçiş her zaman hızlı ve kolay bir şekilde olmamaktadır. Bu geçişin sağlıklı olabilmesi durumunda ancak öğrencilerin matematiksel başarıları artabilir (Kieran, 1992).

b) Öğrencilerin Bilişsel Gelişimleri ve Davranışları: Cebir'in öğretilmeye başlanacağı yaş ve sınıf düzeyi, ülkelere göre farklılıklar göstermektedir. Cebir öğretimine örneğin; Almanya'da 11 yaşında, İtalya'da 8-11 yaşlarında, Belçika'da ise 12 yaşında küme sembolünün öğretilmesiyle başlanmaktadır. Ülkemizde ise cebir öğretimine, 9 yaşında (3.sınıf) küme sembolünün öğretilmesiyle başlanmaktadır (Ersoy ve Erbaş, 2000). Cebir kavramlarının ve konularının öğretimi Amerika'da ise, 7.sınıftan başlayarak üniversiteye kadar süren bir silsilede öğretilmektedir. Fakat, genellikle 9.sınıf düzeyinde öğretilmeye başlanmaktadır. Ancak, öğrencilerin çoğu daha erken yaşlarda cebir öğrenmeye başlamaktadırlar. NCTM'nin (Ulusal Matematik Öğretmenleri Konseyi) de tavsiyeleri bu yönde-

dir. NCTM'ye göre, 6-8. sınıftaki öğrenciler, “problemleri çözmek için sembol kullanabilme yeteneğine” sahip olmalıdırlar. 3-5. sınıftaki öğrenciler ise, genel kuralları tanımlamak için “kutular, harfler veya başka semboller” kullanabilme yeteneğine sahip olmalıdırlar (Edwards, 2000). Ayrıca, başka araştırma sonuçları da, NCTM'nin bu görüşünü destekler niteliktedir. Bu araştırmaların sonuçları, 7.sınıf öğrencilerinin denklemlerdeki nicelikleri anladıkları zaman denklemlerin temel mantığını anladıklarını, ilkokul öğrencilerinin ise öğretmenlerinin gözetiminde açık uçlu sorular ve nispeten daha zor problemlerin çözümü için cebirsel mantığı kullandıklarını ortaya çıkarmıştır. (Carragher, Schliemann ve Brizuela, 1999). Usiskin (1987) ise, NCTM' nin ve yukarıda bahsedilen araştırma sonuçlarının belirttiği, cebir öğretiminin daha erken yaşlarda (7-8. sınıf) yapılabileceği görüşünün yanlış olduğunu savunmuş ve bu konuya ilişkin “bu dönemdeki öğrenciler ne yapacaklarını gerçekten anlamazlar, problemleri çözseler bile onu ezbere yaparlar. Ayrıca, 9. sınıf öğrencileri sanki problemleri anlayarak çözüyorlar!” demiştir.

c) Kullanılan Yöntem ve Teknikler: Cebir, öğrenciler tarafından yalnızca zor bir ders olarak algılanmamakta, aynı zamanda can sıkıcı bir ders olarak ta görülmektedir. Cebir'in öğretiminde bir çok farklı metot kullanılmasına rağmen hala en yaygın olanı geleneksel metottur. Cebir, yaşamda gerekli olmasına rağmen öğrencilerin çoğu tarafından ezberlenerek öğrenilmeye çalışılmakta ve öğretmenlerin çoğu da kullandıkları öğretim metotlarıyla öğrencileri ezbere öğrenmeye yönlendirmektedirler. Öğretmenlerin, cebiri öğrencilerine anlama ve hatırd tutma düzeylerini en üst düzeye çıkaracak şekilde öğretilmeleri gerekmektedir. (Kitt ve Leitze, 1992).

3. SONUÇ

Bu makalede, öğrencilerin cebiri anlamadaki zorluklarının nedenleri tartışılmıştır Cebir'in öğrenimi/öğretimi üzerine gerek yurt dışında gerekse yurt içinde yapılan çalışmaların sonuçları, öğrencilerin cebiri anlamalarında büyük sıkıntılarının olduğunu göstermektedir. Cebir'in öğ-

renciler tarafından anlaşılmasına ve zor bir ders olarak görülmesine neden olan faktörlerin, öğretmenler tarafından öğretimleri esnasında dikkate alınması gerekmektedir. Cebir öğretimiyle ilgili yukarıda bahsedilen olumsuzlukların giderilebilmesi ve öğrencilerin cebirsel kavramları daha iyi anlayabilmeleri için, günümüzde cebirin geleneksel öğretimine alternatif yeni yaklaşımlar ve modeller geliştirilmektedir. Bunlardan bazıları; elektronik tablolar (spreadsheets) yaklaşımı, fonksiyonel yaklaşım, örüntü (pattern) yaklaşımı ve iki yol (two path) öğretim modelidir. Ayrıca, bu makalenin yazarları tarafından da, genelde matematiksel kavramların özelde de cebirsel kavramların öğretiminde etkili olacağı düşünülen bir öğretim modeli üzerinde çalışılmaktadır. Bu konuyla ilgili araştırma bulguları daha sonra rapor edilecektir. Öğretmenler, cebirin geleneksel öğretimine alternatif olarak ortaya konan bu yeni yaklaşımları takip etmeli ve bu yaklaşımları sınıf ortamlarına taşımalıdırlar. Fakat bu gibi çabaların yerleşmesi için çok uzun bir yolun kat edilmesi gerektiği görülmektedir.

KAYNAKÇA

- Akın, Ö. ve Dosay, M. (1994). *Beş büyük cebir bilgini*. İstanbul: MEB. Basımevi.
- Brown, C. A., Carpenter, T. P., Kouba, V.L., Linquist, M. M., Silver, E.A.ve Swafford, J.O. (1999). Secondary school results for the fourth NAEP mathematics assesment: Algebra, Geometry, Mathematical Methods and Attitudes. *Mathematics Teacher*. 81, 337 - 347.
- Carragher, D., Schliemann, A. ve Brizuela, B. (1999) Bringing out the algebraic character of arithmetic. Paper presented at the ERA Meeting. Montreal, Canada.
- Choike, J. (2000). Teaching strategies for algebra for all. *Mathematics Teacher*. 93(7), 556-560.
- Dede, Y., Yalın, H. İ. ve Argün, Z. (2002). İlköğretim 8. sınıf öğrencilerinin değişken kavramının öğrenimindeki hataları ve kavram yanlışları. *V. Ulusal Fen Bilimleri ve Matematik Eğitimi Kongresi*, 16-18 Eylül, ODTÜ. Ankara.
- EARGED. (1996). *İlköğretim (5+3) matematik programı değ. raporu*: Ankara.
- Edwards, T.G. (2000). Some big ideas of algebra in the middle grades. *Mathematics Teaching in The Middle School*. September, 6(1), 29-35.

- Ersoy, Y. ve Erbaş, K. (1998). İlköğretim okullarında cebir öğretimi: Öğrenmede güçlükler ve öğrenci başarıları. *Cumhuriyetin 75. Yılında İlköğretim, I. Ulusal Sempozyumu, 27-28 Kasım*. Ankara.
- Ersoy, Y. ve Erbaş, K. (2000). Cebir öğretiminde öğrencilerin güçlükleri-II: Yanlırlarla ilgili öğretmen görüşleri. *IV. Ulusal Fen Bilimleri Eğitimi Kongresi, 6-8 Eylül, Hacettepe Ün. Ankara*.
- Ersoy, Y. ve Erbaş, K. (2002). Dokuzuncu sınıf öğrencilerinin eşitliklerin çözümündeki başarıları ve olası kavram yanlışları. *V. Ulusal Fen Bilimleri ve Matematik Eğitimi Kongresi, 16-18 Eylül, ODTÜ. Ankara*.
- Falkner, K., Levi, L. ve Carpenter, T. (1999). Children's understanding of equality: A foundation for algebra. *Teaching Children Mathematics*. December, 232-236.
- Filloy, E. ve Rojana, T. (1989). Solving equations: The transition from arithmetic to algebra. *For The Learning Of Mathematics*, 9(2), 19 - 25.
- Graham, A. ve Thomas, J. (2000). Building versatile understanding of algebraic variables with a graphic calculator. *Educational Studies in Mathematics* 41, 265-282.
- Gray, E. ve Tall, D. (1994). Duality, ambiguity and flexibility: A proceptual view of simple arithmetic. *Journal For Research in Mathematics Education*, 26(2), 115-141.
- Herscovics, N. ve Linchevski, L. (1994). Cognitive gap between arithmetic and algebra. *Educational Studies in Mathematics* 27, 59 - 78.
- Kieran, C. (Ed). (1992). *The learning and teaching of school algebra. Handbook of research on mathematics teaching and learning*. Macmillan Library Reference, New York, 390-419. Grouws, D
- Kieran, C. (1996). The changing face of school algebra. *7th International Con-ress On Mathematical Education*. July, Spain.
- Kitt, N. ve Leitze, R. (1992). Using homemade algebra tiles to develop algebra and prealgebra concepts. *Mathematics Teacher*, 93(6), 462-466, 520.
- Lacampagne, C., Blair, W. ve Kaput, J. (Ed.). (1995). Conceptual framework for the algebra initiative of the national institute on student achievement, curriculum and assesment. *The algebra initiative colloquium*. 2, 237-242: C. Lacampagne.
- Lee, L. (Ed.). (1995). *What is Algebra?* <[http://www.simcalc.umassd.edu/NewWeb site/ EADownloads/Lee.pdf](http://www.simcalc.umassd.edu/NewWeb_site/EADownloads/Lee.pdf)> (2001, September 29).
- Lee, L. (Ed.). (1996). An initiation into algebraic culture through generalization activities. *Approaches To Algebra*. Kluwer Academic Pub., Netherlands, 87-106. N. Bernardz.
- Livneh, D. ve Kinchevski, L. (1999). Sctructure sense: The relationship between algebraic and numerical contexts. *Educational Studies in Mathematics*. 40: 173-196.
- Maccini, P. ve Hughes, C. (2000). Effects of a problem-solving strategy on the introductory algebra performance of secondary students with learning disabilities. *Learning Disabilities Research & Practice*., 15(1), 10-21.
- MacGregor, M. ve Stacey, K. (1997a). Students' understanding of algebraic notation. 11-15. *Educational Studies in Mathematics* 33: 1-19.
- MacGregor, M. ve Stacey, K. (1997b). Ideas about symbolism that students bring to algebra. *The Mathematics Teacher*, 90 (2), 110 -113.
- Mankiewich, R. (2000). *Matematiğin tarihi*. (çev. Gökçen Ezber). İstanbul: Güncel Yayınevi.
- Philipp, R. (1992). The many uses of algebraic variables. *The Mathematics Teacher*, 85 (7), 557-561.
- Reconceptualising School Algebra, Algebra Rationale. (1997). <[http://www.sun.ac.za/ MAT-HED/HED/Rational.pdf](http://www.sun.ac.za/MAT-HED/HED/Rational.pdf)>(Sept.,2001).
- Redden, E. ve Pegg, J. (1990). Procedures for and experiences in introducing algebra in New South Wales. *Mathematics Teacher*, May, 386-391.
- Schappelle, B. ve Philipp, R. (1999). Algebra as generalized arithmetic: Starting with the known for a change. *The Mathematics Teacher*. 92 (4), 310-316.
- Sfard, A. (1995). The development of algebra: confront historical and psychological perspectives.. *Journal Of Mathematical Behavior*. 14, 15-39.
- Stallings, L. (2000). A brief history of algebraic notation. *School Science and Mathematics*, 100 (5), 230-235.
- Usiskin, Z. (1987). Why elementary algebra can, should and must be an eighth-grade course for average students. *Mathematics Teacher*. September, 428-438.
- Wagner, S. (Ed.). (1981a). An analytical framework for mathematical variables. *In Proceedings of The Fift Conference By Of The Psychology of Mathematics Education*. Grenoble, France. 165-170. C. Comti ve G. Vernaud,.
- Wagner, S. (1981b). Conservation of equation and function under transformations of variable. *Journal For Research in Mathematics Education*. 12(2), 107-118.
- Wagner, S. (1983). What are these things called variables?. *Mathematics Teacher*. October, 474 - 478.
- Williams, S. (1997). Algebra: what students can learn. The nature and algebra in the K-14 curriculum. *Proceedings of a National Symposium*, Washington, DC, May 27-28.