

RASCH MODELİ MADDE PARAMETRELERİNİ KULLANARAK EN YÜKSEK OLABİLİRLİK YÖNTEMİYLE YETENEĞİN KESTİRİLMESİ

Fitnat Kaptan*

ABSTRACT: In this study, the estimation of ability was worked on. Rasch modeling, which belongs to latent trait theory alternativated to classical theory, item parameters and Function of Maximum Likelihood Estimation were used.

I prepared and used the programme which is estimated the ability. This programme was written in Basic Programme Languages. The result of this study were agreed with those of before study in literature.

KEY WORDS: Estimation of ability, Rasch Modeling, Maximum Likelihood Estimation.

ÖZET: Bu araştırmada, yeteneğin kestirilmesi üzerinde çalışılmıştır. Klasik Test Teorisine alternatif olarak ortaya atılan, Örtük Özellikler Kuramı kapsamındaki Rasch Modeli madde parametreleri ile, en yüksek olabirlik fonksiyonu kullanılmıştır. Bu yaklaşımla yeteneği kestiren bir bilgisayar programı, araştırmacı tarafından BASIC dili kullanılarak yazılmış, uygulanmış ve literatür ile uyumlu sonuçlar elde edilmiştir.

ANAHTAR SÖZCÜKLER: Yeteneğin kestirilmesi, Rasch Modeli, en yüksek olabirlik kestirimi.

1. Giriş

Ölçme, herhangi bir niteliği gözlemek ve gözlem sonuçlarını sayılarla ya da başka sembollerle ifade etmektir (Turgut, 1983:12). Ölçme konusu özellikler, başarı, yetenek ilgi ya da tutum olabilir.

Objektif ölçme araçları ile ilgili olarak çeşitli teoriler geliştirilmiştir. Bunlardan başlıca ikisi; **Klasik Test Teorisi Ve Örtük Özellikler Kuramı**'dır (Latent Trait Theory).

Klasik Test Teorisi, üzerinde çalışılan gruba bağımlı test ve madde istatistikleri verir. Örtük Özellikler Kuramı ve buna bağlı modeller (Rasch Modeli, İki Parametrelili ve Üç Parametrelili Logistik Model), uygulandıkları gruba bağımlı olmayan, ancak belli bir kuramsal dağılım varsayımına dayanan madde ve test istatistikleri verir.

Wright (1967: s 87) bir ölçmenin objektif olabilmesi için aşağıdaki koşulların sağlanması gerektiğini belirtmektedir:

• Ölçme aracının ölçeklenmesi, gruptan bağımsız olmalıdır.

• Ölçülen özellikler, kullanılan ölçme aracından bağımsız olarak ölçeklenebilmelidir.

Rasch modeli, Örtük Özellikler Kuramı çerçevesinde bir modeldir ve aşağıdaki sayılılar üzerine kurulmuştur (Thorndike: 1982, Rasch:1960, 1966):

• Ölçülen yetenek, ölçeklemenin yapıldığı grupta normal dağılım gösterir.

• Aynı yeterlik düzeyinde, testlerdeki maddelerin cevaplandırılma olasılıkları birbirinden bağımsızdır (local independence).

• Testi oluşturan tüm maddeler tek boyutlu bir yeterliği ölçmektedir (unidimensionality).

• Testteki maddelerin cevaplandırılmasında, şansla doğru cevabı bulma olasılığı sıfırdır.

Bir çok kaynakta Rasch modeli sayılıları arasında, testteki maddelerin ayrıcalık değerleri bir (1) değerinde olması gerektiği, söylenmekle birlikte, bu koşulu sağlayan maddelerin kolay elde edilememesi, bu sayılıya rağmen elde edilen maddelerle de modele uygun ölçmeler yapılabileceği bazı araştırmalarda gösterilmiştir (Curry, Bashow ve Rentz: 1978).

Araştırmacılar söz konusu çalışmalarında bir testteki maddelerin ayrıcalık değerlerinin eşitliği sayılısını model ile ilgili diğer sayılılara uygunluk sağlayarak ihlal ettiklerinde elde edilen yetenek tahminlerinin de kararlı ölçüler verebileceğini göstermişlerdir.

Rasch modelinde madde güçlüğü ve yetenek düzeyi ölçeklenirken maddelerin uygulandığı gruptan elde edilen ham puan frekansları ve madde puanları kullanılmaktadır. Testteki her madde için güçlük ölçüsü, testten alınabilecek her puan için de yetenek düzeyi tahmini elde edilmektedir. Rasch modeli ile ölçekleme yapılabilmesi için, testten 0 (sıfır) puan alanlar ile tam puan alanlar analizden çıkarılmaktadır.

* Yrd. Doç. Dr. Fitnat Kaptan, Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi, Sınıf Öğretmenliği Bölümü Öğretim Üyesi

2. En Yüksek Olabilirlik Fonksiyonu Yaklaşımı ile Yeteneğin Kestirilmesi

Ölçülmeye çalışılan tek boyutlu özellik (yetenek) Θ ile gösterilsin. Madde parametreleri ile birlikte her bireyin cevap dağılımını gösteren vektöre U_i densin

$$U_i = \begin{cases} 1 & \text{Cevabın doğru olması hali} \\ 0 & \text{Cevabın yanlış olması hali} \end{cases}$$

Θ yetenek düzeyindeki bireyin i maddesini cevaplama fonksiyonu şöyle yazılır:

$$\begin{aligned} P(U_i|\Theta) &= P(U_i=1|\Theta).P(U_i=0|\Theta) \\ &= P_i U_i (1-P_i)^{1-U_i} \\ &= P_i U_i Q_i^{1-U_i} \end{aligned}$$

$Q_i=1-P_i$ olarak tanımlanmıştır. Bir birey n maddeden oluşan bir testi cevapladığında Θ yetenek düzeyinin şartlı en yüksek olabilirlik kestirim fonksiyonu (maximum likelihood estimation function) aşağıdaki gibi yazılmaktadır.

$$\begin{aligned} L(U_1, U_2, \dots, U_n | \Theta) \\ = P(U_1 | \Theta) P(U_2 | \Theta) \dots P(U_n | \Theta) \end{aligned}$$

$$L(U_1, U_2, \dots, U_n | \Theta) = \prod_{i=1}^n P_i U_i Q_i^{1-U_i}$$

Bu eşitlikte $U_i=1$ olduğunda $Q_i^{1-U_i}=1$ ve $U_i=0$ olduğunda ise $P_i U_i=1$ olmaktadır.

Kullanılan madde tepki kuramı modeli Rasch modeli olduğunda P_i ve Q_i terimleri şöyle tanımlanmaktadır (Hambleton, Swaminathan, 1985):

$$\begin{aligned} P_i &= \exp D(\Theta - b_i) / [1 + \exp D(\Theta - b_i)] \\ Q_i &= 1 / [1 + \exp D(\Theta - b_i)] \\ \Theta &: \text{Kestirilecek değişken (yetenek)} \\ b_i &: \text{Rasch madde güçlük indeksi} \\ D &: \text{Ölçekleme sabiti} \end{aligned}$$

Olabilirlik fonksiyonunun doğal logaritması alındığında çarpma terimi yerine toplama terimi geleceğinden bu fonksiyon:

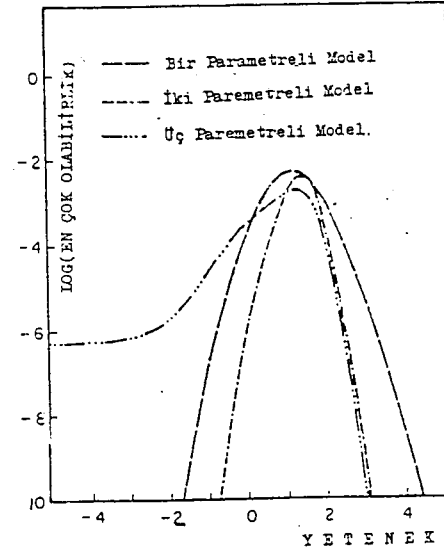
$$\ln L(U|\Theta) = \sum_{i=1}^n [U_i \ln P_i + (1-U_i) \ln Q_i]$$

şekline girmektedir.

Bu fonksiyonun Θ ya göre türevi alınıp sıfıra eşitlendiğinde, fonksiyonun maksimum (en yüksek olabilir) değerini aldığı Θ değeri bulunmuş olur.

$$d/d\Theta[\ln L(U|\Theta)] = 0$$

Olabilirlik fonksiyonunun doğal logaritmasının Θ değerlerine göre değişimi bir (Rasch), iki ve üç parametrelili modele göre incelenip grafiği çizildiğinde Şekil 1'deki gibi eğriler elde edilir ve bu eğrilerin dönüm (maksimum) noktasına ait Θ değeri grafikten de bulunabilir.



Şekil 1: En Yüksek Olabilirlik Fonksiyonu Yaklaşımı ile Yeteneğin Grafik Yöntemle Kestirilmesi

(Alındığı kaynak: Hambleton, Swaminathan, ITEM RESPONSE THEORY s: 78)

3. Yeteneği Kestiren Bilgisayar Programı

Aşağıda verilen programdaki KLASIK.TXT File'ı bireylerin cevap vektörleri, YANGUC.TXT File'ı testteki maddelerin yanıtlarını ve her maddenin Rasch madde güçlük indeksini içerir. Bu File'lar input olarak programa uygun şekilde verildiklerinde, programın çalışması sonucunda her bireyin yeteneğini içeren toplu bir output File olan ABLTY.TXT elde edilir. Buradan her bireyin yeteneği kestirilmiş olur.

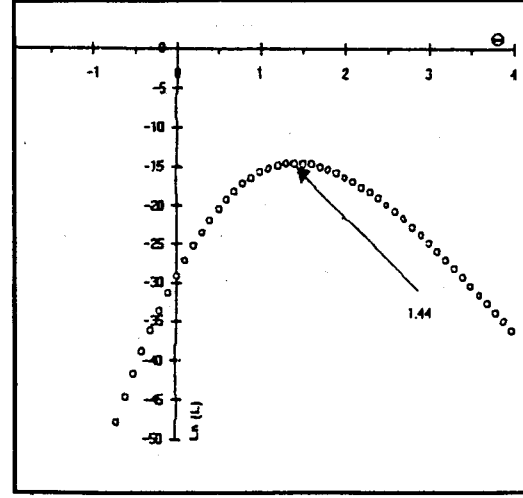
```
REM FITNAT KAPTAN
REM KILNWRP.BAS
CLS
DIM G(50), CY$(50), DY$(50), VY$(50)
10 OPEN "I", #1, "KLASIK.TXT"
OPEN "I", #3, "YANGUC.TXT"
OPEN "O", #2, "ABLTY.TXT"
FOR K = 1 TO 40
INPUT #1, CY$(K)
REM PRINT K, CY$(K)
NEXT K
FOR J = 1 TO 50
INPUT #3, W$
DY$(J) = LEFT$(W$, 1)
G(J) = VAL(MID$(W$, 3, 6))
```

```

REM PRINT J, DY$ (J), G (J)
NEXT J
CLOSE #1
CLOSE #3
FOR L = 1 TO 40
T1 = .000001
H2 = 1E-15
FO = 0
TO = NOT FO
80 REM INPUT "FIRST GUESS"; X
X = 0
IF (X < -19) THEN 9999
GOSUB 8000
PRINT
F (E1 = FO) THEN "The solution is"; X: PRINT #2, SN$, X
NEXT L
9999 END
8000 REM
E1 = FO
REM
8030 X1 = X
GOSUB 8400
IF (ABS (F1) > H2) THEN 8090
PRINT "ERROR-Slope is zero"
E1 = TO
GOTO 8160
8090 D6 = F1 / F2
X = X1 - D6
PRINT X1, F1, F2
IF (ABS (D6) >= ABS (T1 * X)) THEN 8030
REM
8160 RETURN: REM FROM NEWTON'S MET.
8400 TOP = 0
TTOP = 0
FOR K = 1 TO 50
A$ = CY$ (L)
SN$ = LEFT$ (A$, 7)
VY$ (K) = MID$ (A$, 8 + K, 1)
BI = G (K)
D = 1.7
Z = EXP (D * (X - BI))
111 PI = Z / (1 + Z)
TLPI = D / (1 + Z)
T2LPI = -D * D * Z / ((1 + Z) * (1 + Z))
QI = 1 / (1 + Z)
TLQI = -D * Z / (1 + Z)
T2LQI = T2LPI
TFON = TLQI
FON = T2LQI
IF DY$ (K) = VY$ (K) THEN FON = T2LPI: TFON = TLPI
TOP = TOP + FON
TTOP = TTOP + TFON
1010 NEXT K
F1 = TOP
F2 = TOP
RETURN
    
```

Yetenek kestiriminde kullanılan bir yöntem de; grafik yöntemidir. Şekil 1'den görüldüğü gibi her bireyin yeteneği Θ ya karşı $\ln(L)$ grafiği çizilerek elde edilen eğrinin maksimum noktasından da bulunabilir. Bu amaçla her birey için $\Theta \alpha \ln(L)$ grafiği çizilmiş ve hem BASIC programı ile kestirilen, hem de grafikten bulunan yeteneğin

aynı olduğu görülmüştür. Bir birey için $\Theta \alpha \ln(L)$ grafiği Şekil 2'de verilmiştir. Bu birey için hem programdan hem de grafikten kestirilen yetenek 1,44 olarak bulunmuştur (Kaptan:1993).



Şekil 2. Grafik çözümleme yöntemiyle bir bireyin yeteneğinin kestirilmesi

KAYNAKÇA

1. Curry, A.R., W.L. Bashow and R.R.Rentz, (1978), "Invariance of Rash Model Ability Parameter Estimates Over Different Collections of Items.", *Review of Educational Research*, 1986:56.
2. Hambleton, R.K. and H. Swaminathan, (1985), "Item Response Theory", Boston, Kluwer-Nijhoff Publishing.
3. Kaptan, F., (1993), "Yetenek Kestiriminde Adaptive (Bireyselleştirilmiş) Test Uygulaması ile Geleneksel Kağıt-Kalem Testi Uygulamasının Karşılaştırılması", (Yayınlanmamış Doktora Tezi), Ankara, Hacettepe Üniversitesi.
4. Rasch, G., (1960)a, "On General Laws and the Meaning of Measurement in Psychology", *Proceedings of the Foruth Berkley Symposium on Mathematical Statistics and Probability*, University of California Press.
(1960)b, "Probabilistic Models for Some Intelligence and Attainment Tests", *Copenhagen, Danish Institute For Educational Research*. Chp.V.
(1966), "An Item Analysis Which Takes Individual Differences Into Account", *British Journal of Mathematical and Statistical Psychology*, 19.1:49-57.
5. Thorndike, R.L., (1982), *Applied Psychometrics*, Boston, Houghton Mifflin Comp.