

## KOMPOZİT EĞRİSEL KİRİŞLERDE KESİT ÇARPILMASI GÖZETİLEREK NORMAL VE KAYMA GERİLMELERİNİN KARIŞIK SONLU ELEMANLARLA ANALİZİ

Umit N. ARIBAS (ORCID: 0000-0002-9703-9467)<sup>1,\*</sup>

<sup>1</sup>*Istanbul Okan Üniversitesi, Mühendislik Fakültesi, İnşaat Mühendisliği Bölümü, İstanbul, TÜRKİYE*

*Geliş / Received: 12.09.2019  
Kabul / Accepted: 26.11.2019*

### ÖZ

Bu çalışmada, karışık sonlu eleman analizi ile kompozit eğrisel kirişlerin kesit çarpılması gözetilen normal ve kayma gerilmeleri incelenmiştir. İki düğüm noktalı eğrisel sonlu elemanlar yirmi dört adet bölge değişkenine sahiptir. Bünye bağıntıları, üç boyutlu elastisite kuramından ortotropik kompozit çubuklar için türetilmiş, kuple etkiler ve Poisson oranları gözetilmiştir. Karışık sonlu eleman formülasyonuna kesit çarpılması gözetilen burulma rijitliğinin yerdeğiştirme tabanlı sonlu eleman formülasyonu entegre edilmiştir. Normal gerilmelerin hesabında ilgili kesitin karışık sonlu eleman analizinden elde edilen eğrilikleri kullanılmıştır. Kayma gerilmeleri ise karışık sonlu eleman analizi sonucu eksenel dönme açısı ve çarpılma fonksiyonu kullanılarak yer değiştirme tabanlı sonlu elemanlarla elde edilmiştir. Kompozit bir kirişin boyutsuz normal ve kayma gerilmeleri literatür ile kıyaslanmıştır. Kompozit dairesel bir kirişin normal ve kayma gerilmeleri SOLID186 elemanların sonuçları ile karşılaştırılmıştır. Kompozit eğrisel kirişlerde malzeme sabitleri oranının, kesit geometrisi ve takviye kalınlığının en büyük normal ve kayma gerilmeleri ve tabakalar arası normal gerilmeler üzerindeki etkisi incelenerek literatüre kazandırılmıştır.

**Anahtar kelimeler:** gerilme, çarpılma, kompozit, eğrisel kiriş, karışık sonlu eleman

## THE ANALYSIS OF NORMAL AND SHEAR STRESSES ON COMPOSITE CURVED BEAMS CONSIDERING THE CROSS-SECTIONAL WARPING VIA MIXED FINITE ELEMENT FORMULATION

### ABSTRACT

In this study, the cross-sectional warping included through-thickness normal/shear stresses of composite curved beams are investigated using curved mixed finite elements. The mixed finite elements have twenty-four field variables. The Poisson's ratios and coupling effects are taken into account in the constitutive equations. The determination of warping included torsional rigidity using the displacement type finite elements on the cross-section is inserted into the mixed finite element formulation. The normal stress is determined using the curvatures on the respective cross-section. The shear stress is determined using displacement type finite elements based on warping function and axial rotations. The non-dimensional normal/shear stresses of composite straight beams are compared with the results available in the literature. Next, the normal/shear stresses of a composite curved beam are compared with the results of SOLID186 elements (ANSYS 17.1). Finally, the influences of material constants, cross-sectional properties on the stresses of composite curved beams are investigated.

**Keywords:** stress, warping, composite, curved beam, mixed finite element

\*Corresponding author / Sorumlu yazar. Tel.: +90 216 677 16 30; e-mail / e-posta: umit.aribas@okan.edu.tr

## 1. GİRİŞ

Kompozitlerin arzu edilen performans ve verimi geleneksel malzemelere kıyasla daha iyi sağlayabilmeleri dolayısıyla yapısal mekaniği üzerine çalışmalar yoğunlaştırmıştır [1–4]. Tabakalı kirişlerin doğal frekansları ve burkulma yükleri anizotropik hacimden indirgenmiş bünye bağıntılarıyla elde ederek geleneksel metotla karşılaştırmıştır [5]. Kayma deformasyonunun, tabaka sayısının ve malzeme sabitlerinin dik açılı tabakalı kirişlerin eğilme davranışına etkisi incelenmiştir [6]. İzotropik tabakalı kirişlerde kayma açısı düzeltme faktörü hesaplanmış ve ortotropik tabakalı Timoshenko kirişler incelemiştir [7]. Sonlu elemanlarla kompozit kirişlerde kayma deformasyon parametresi ve kuple terimler üzerinde malzeme doğrultusunun ve tabakalanmanın etkisi incelenmiştir [8]. Kompozit kirişlerin statik analizinde karışık en küçükkareler sonlu eleman ve deplasman bazlı sonlu eleman modelleri karşılaştırılmıştır [9]. Mikro tabakalı kompozit kirişlerin statik, titreşim ve burkulma analizleri için Ritz fonksiyonları önerilmiştir [10]. eğilme-burulma kuple etkilerine sahip kompozit kirişler incelenmiştir [11].

Kompozit kirişlerde gerilmeler literatürde yaygın olarak incelenmiştir. Klasik tabakalı plak teorisi elastisite teorisi ile karşılaştırılarak limitleri incelenmiştir [12]. Simetrik sonlu kompozitlerde gerilmeler için sonlu eleman metodu geliştirilmiştir [13]. Keyfi kompozitlerde gerilmeler için Reissner varyasyonel prensibinden geliştirilen [14] ve serbest uçtaki gerilme alanları için teoriler [15] önerilmiştir. Eksenel şekil değiştirme altında sonlu kompozitlerde gerilme ve deplasmanlar sonlu farklar çözüm teknikleri ile elde edilmiştir [16]. Sonlu eleman analizi ile bünye bağıntılarından elde edilen kayma gerilmelerinden parabolik kayma gerilmesi dağılımı hesaplanmıştır [17]. Kompozit kirişlerde çarpılma gözetilen kayma gerilmeleri üzerinde yüklemenin, kesitin ve tabakalanmanın etkisini incelenmiştir [18]. Kompozit kirişlerin eğilme davranışı üzerinde şekil değiştirme, kayma deformasyonu ve tabaka sayısının etkisini yüksek mertebeden kayma deformasyon teorisi geliştirerek incelenmiştir [19]. Dik açılı tabakalı kompozit kirişlerin kayma gerilmelerinin bünye bağıntıları kullanılarak elde edildiği trigonometrik kayma deformasyon teorisi önerilmiştir [20]. Kompozit kirişlerde normal ve kayma gerilmeleri çok tabakalı kompozit yapı modeli kullanılarak elde edilmiştir [21]. Kompozit kirişlerin yapısal davranışında zigzag teorisi ile birinci ve üçüncü dereceden kayma deformasyon teorileri karşılaştırılmış, normal/kayma gerilmeleri kiriş ortasında ve mesnette elde edilmiştir [23]. İki bölge değişkenli çubuk elemanlarla kompozit kirişlerde normal gerilmeler elde edilmiştir [22]. Farklı kayma deformasyon teorilerinin keyfi tabakalı kompozit kirişlerde normal/kayma gerilmeleri karşılaştırılmıştır [8]. Carrera bileşik fonksiyonu ile tabakalı kompozitlerin normal/kayma gerilmeleri elde edilmiştir [24]. Kompozit kirişlerin normal ve kayma gerilmeleri için normal ve kayma deformasyon teorisi geliştirilmiştir [25]. Dik açılı kompozit kirişlerin kesit boyunca normal ve kayma gerilmeleri için yüksek mertebeden kayma deformasyon teorisi önerilmiştir [26]. Trigonometrik serilere bağlı analitik çözüm kullanarak kompozit kirişlerde, açıklığın, tabakalanmanın ve malzeme parametrelerinin gerilmeler üzerindeki etkisi incelenmiştir [27]. Dört bilinmeyenli kayma ve normal deformasyon teorisi kullanarak kompozit kirişlerde tabakalanmanın, tabaka açısının ve açıklığın gerilmeler üzerindeki etkisi incelenmiştir [28]. Yüksek mertebeden kayma deformasyon teorisine dayalı karışık sonlu elemanlarla kompozit kirişlerin normal/kayma gerilmeleri elde edilmiştir [29]. Carrera bileşik fonksiyonu ve sonlu eleman metodu kullanarak izotropik T kirişin üç boyutlu gerilme dağılımını incelenmiştir [30].

Kompozit eğrisel kirişlerin düzlem içi yükleme altında normal/kayma gerilmelerine dair çalışmalar da literatürde mevcuttur; Kompozit eğrisel kirişlerin normal/kayma gerilmeleri için elastisite tabanlı bir metot geliştirilmiştir [31]. Dik-açılı tabakalı eğrisel kirişlerde gerilme ve deplasmanlar yüksek mertebeden teori kullanılarak ısısal ve mekanik yükler altında incelenmiştir [32]. Tabakalı kompozit eğrisel derin kirişlerin gerilmeleri üzerinde tabaka açısının, mesnet koşullarının ve açıklığın etkisi hibrit bir yaklaşım önerilerek incelenmiştir [33]. Sabit eğrilik ve kalınlıklı tabakalı eğrisel kirişlerde gerilme analizi için yüksek mertebe kiriş modeli geliştirilmiştir [34]. Dik-açılı tabakalı silindirik kirişlerin deplasman ve gerilmeleri yarı analitik bir analiz metodu kullanılarak incelenmiştir [35].

Eğrisel kirişler düzlem dışı yükleme durumunda burulmaya ve çarpılmaya maruz kalırlar. Keyfi tabakalı kompozit kirişlerin Saint Venant burulma problemi, sayısal olarak çarpılma veya Prandtl gerilme fonksiyonları ile ele alınabilir. Tam elastik kompozit kirişlerin üç boyutlu Saint Venant burulma çözümü için bir sonlu eleman metodu önerilmiştir [36]. Keyfi kompozit kirişlerin burulma rijitliği hibrit sonlu elemanlar yaklaşımı ile incelenmiştir [37]. Simetrik kompozit kirişlerin burulma problemi için Saint Venant teorisini genişletilerek yüksek mertebeden kiriş teorisi önerilmiştir [38]. Ortotropik Saint Venant kirişlerinin kayma merkezi ve burulma ilişkisi incelenmiştir [39]. Kompozit kirişlerin Saint Venant problemi için çarpılma fonksiyonuna dayalı sonlu eleman formülasyonu önerilmiştir [40]. Burulma etkisindeki kompozit kirişlerin elastik dengesi sonlu elemanlar metodu kullanılarak incelenmiştir [41]. ortotropik kompozit ve fonksiyonel dereceli keyfi kesitlerin burulma rijitliği ve en büyük kayma gerilmeleri hibrit sonlu elemanlar yaklaşımı ile hesaplanmıştır [42]. Kompozit kesitlerin çarpılma etkisi dahil edilmiş burulma rijitliği ilgili detaylı literatür bilgisi [43]'da bulunmaktadır. Eğrisel kompozit kirişlerde gerilmeleri daha hassas elde edebilmek için çarpılma etkisinin gözetilmesi

*KOMPOZİT EĞRİSEL KİRİŞLERDE KESİT ÇARPILMASI GÖZETİLEREK NORMAL VE KAYMA GERİLMELERİNİN KARIŞIK SONLU ELEMANLARLA ANALİZİ*

gerekmektedir. Literatürde kompozit eğrisel kirişlerin düzlem dışı yüklenme durumunda çarpılma etkisi gözetilen normal ve kayma gerilmelerinin analizi yazarın bilgisi dahilinde bulunmamaktadır.

Bu çalışmanın amacı, kompozit eğrisel kirişlerde kesit çarpılmasını gözeterek normal ve kayma gerilmelerinin karışık sonlu elemanlarla incelenmesidir. Ortotropik kompozit çubukların bünye bağıntıları üç boyutlu elastisite kuramından indirgenmiştir. Kompozit kesitte çarpılmayı gözeterek burulma rijitliğinin yer değiştirme tabanlı sonlu eleman formülasyonu karışık sonlu eleman formülasyonuna entegre edilmiştir. Kompozit kesitteki normal gerilme hesabında ilgili kesitin eğrilikleri kullanılmıştır. Kayma gerilmesi hesabında ise karışık sonlu eleman analizinden elde edilen eksenel dönme ve çarpılma fonksiyonuna dayalı yer değiştirme tabanlı sonlu elemanlar kullanılmıştır. Dik-açılı simetrik sandviç kirişin normal ve kayma gerilmeleri, literatürde yüksek mertebeden zigzag ve 3-D elastisite teorilerinin sonuçlarıyla karşılaştırılmıştır. Eğrisel bir kompozit kirişin kesitinde ve kiriş boyunca normal ve kayma gerilmelerinin dağılımı SOLID186 elemanların (ANSYS 17.1) gerilmeleriyle karşılaştırılmıştır. Kesit ve takviye kalınlıklarının ve malzeme sabitleri oranının kompozit eğrisel kirişlerin gerilmeleri üzerindeki etkisi incelenerek literatüre kazandırılmıştır.

## 2. ALAN DENKLEMLERİ ve FORMÜLASYON

Ortotrop malzemenin elastisite matrisi, gerilme ve şekil değiştirme vektörleri sırasıyla  $\mathbf{E}$ ,  $\boldsymbol{\sigma}$  ve  $\boldsymbol{\varepsilon}$  olmak üzere bünye bağıntısı  $\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{E}\boldsymbol{\varepsilon}$  ile tanımlanır. Açıl tabakalanma durumu, dönüştürülmüş bünye bağıntısı  $\bar{\boldsymbol{\sigma}} = \bar{\mathbf{E}}\bar{\boldsymbol{\varepsilon}}$  kullanılarak gözetilmiştir [4]. Burada, dönüştürülmüş matris ve vektörler çizgili terimler ile ifade edilmektedir. Klasik çubuk teorisi kabulleri [44] kullanılarak ortotropik tabakaların bünye bağıntısı  $\bar{\boldsymbol{\sigma}}_L = \bar{\boldsymbol{\beta}}_L \bar{\boldsymbol{\varepsilon}}_L$  elde edilir. Burada,  $t$ ,  $n$ ,  $b$ , Frenet koordinantları olmak üzere  $\bar{\boldsymbol{\sigma}}_L = \{\sigma_t \ \tau_{bt} \ \tau_m\}_L^T$  ve  $\bar{\boldsymbol{\varepsilon}}_L = \{\varepsilon_t \ \gamma_{bt} \ \gamma_m\}_L^T$  sırasıyla indirgenmiş gerilme ve şekil değiştirme vektörlerini,  $\bar{\boldsymbol{\beta}}_L$  indirgenmiş elastisite matrisini ve  $L$  tabaka sayısını ifade etmektedir. Kiriş kesitinde keyfi bir noktada yer değiştirmeler  $u_t^* = u_t + b\Omega_n - n\Omega_b$ ,  $u_n^* = u_n - b\Omega_t$  ve  $u_b^* = u_b + n\Omega_t$ , kiriş eksenindeki yer değiştirmeler  $u_t, u_n, u_b$  ve dönmeler  $\Omega_t, \Omega_n, \Omega_b$  üzerinden kinematik bağıntılarla tariflenmiştir. Bünye bağıntısı kinematik bağıntılar kullanılarak,

$$\begin{Bmatrix} \sigma_t \\ \tau_{bt} \\ \tau_m \end{Bmatrix}_L = \bar{\boldsymbol{\beta}}_L \left\{ \begin{Bmatrix} u_{t,t} \\ u_{b,t} \\ u_{n,t} \end{Bmatrix} + b \begin{Bmatrix} \Omega_{n,t} \\ 0 \\ -\Omega_{t,t} \end{Bmatrix} + n \begin{Bmatrix} -\Omega_{b,t} \\ \Omega_{t,t} \\ 0 \end{Bmatrix} \right\}_L, \quad L = 1, \dots, N \quad (1)$$

Burada, kısmi türev alt indisteki virgül ile ifade edilmektedir. Kompozit kesitteki kuvvetler  $T_t, T_n, T_b$  ve momentler  $M_t, M_n, M_b$ , kesitteki gerilmelerin analitik integrasyonu ile elde edilir [43]. Kuvvetleri ve momentleri içeren bünye bağıntısı matris formda yazılırsa,

$$\begin{Bmatrix} u_{t,t} \\ u_{n,t} \\ u_{b,t} \\ \Omega_{t,t} \\ \Omega_{n,t} \\ \Omega_{b,t} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{C}_m & \mathbf{C}_{mf} \\ \mathbf{C}_{fm} & \mathbf{C}_f \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} T_t \\ T_n \\ T_b \\ M_t \\ M_n \\ M_b \end{Bmatrix} \quad (2)$$

Burada,  $\mathbf{C}$  komplians matrisini,  $\mathbf{C}_{mf}$  ve  $\mathbf{C}_{fm}$  kuple etkileri belirtmektedir. Karışık sonlu eleman formülasyonuna çarpılma etkisi gözetilen burulma rijitliği formülasyonu [40] entegre edilmiştir. İzotropik uzaysal kirişlerin alan denklemleri [45–47] ortotropik kompozitler için genişletilerek yazılırsa,

$$\begin{aligned} -\mathbf{T}_{,s} - \mathbf{q} &= 0 & -\mathbf{C}_{fm}\mathbf{T} - \mathbf{C}_f\mathbf{M} + \boldsymbol{\Omega}_{,s} &= 0 \\ -\mathbf{M}_{,s} - \mathbf{t} \times \mathbf{T} - \mathbf{m} &= 0 & -\mathbf{C}_m\mathbf{T} - \mathbf{C}_{mf}\mathbf{M} + \mathbf{u}_{,s} + \mathbf{t} \times \boldsymbol{\Omega} &= 0 \end{aligned} \quad (3)$$

Burada,  $\mathbf{u}$ ,  $\boldsymbol{\Omega}$ ,  $\mathbf{T}$  ve  $\mathbf{M}$  sırasıyla deplasman, dönme, kuvvet ve moment vektörlerini ifade etmektedir.  $\mathbf{q}$  ve  $\mathbf{m}$  yayılı dış kuvvet ve momenti belirtmektedir. Fonksiyonel, alan denklemleri (3) ve Gâteaux türevi [48] kullanılarak elde edilirse,

U.N. ARIBAS

$$\begin{aligned}
 I(y) = & -[\mathbf{T}_{,s}, \mathbf{u}] - [\mathbf{M}_{,s}, \boldsymbol{\Omega}] + [\mathbf{t} \times \boldsymbol{\Omega}, \mathbf{T}] \\
 & - \frac{1}{2} \left\{ [(\mathbf{C}_m) \mathbf{T}, \mathbf{T}] + [(\mathbf{C}_{mf}) \mathbf{M}, \mathbf{T}] + [(\mathbf{C}_{fm}) \mathbf{M}, \mathbf{T}] + [(\mathbf{C}_f) \mathbf{M}, \mathbf{M}] \right\} \\
 & + [\mathbf{T}, \hat{\mathbf{u}}]_e + [\mathbf{M}, \hat{\boldsymbol{\Omega}}]_e + [(\mathbf{T} - \hat{\mathbf{T}}), \mathbf{u}]_\sigma + [(\mathbf{M} - \hat{\mathbf{M}}), \boldsymbol{\Omega}]_\sigma \\
 & - [\mathbf{q}, \mathbf{u}] - [\mathbf{m}, \boldsymbol{\Omega}]
 \end{aligned} \quad (4)$$

İki düğüm noktalı eğrisel elemanın bölge değişkenleri lineer şekil fonksiyonları [45] üzerinden tanımlanmıştır. Her düğüm noktasında üç yerdeğiştirme, üç dönme, bir eksenel kuvvet, iki kesme kuvveti, iki eğilme momenti ve bir burulma momenti olmak üzere toplam yirmidört adet değişkene sahiptir. Karışık sonlu elemanlarla elde edilen ilgili kesitin eğrilikleri (2) kullanılarak normal gerilme dağılımı (1) hesaplanmıştır. Kesit çarpılması gözetilen kayma gerilmeleri deplasman bazlı yerdeğiştirme elemanlarıyla [40] hesaplanmıştır,

$$\boldsymbol{\tau} = \alpha \mathbf{G}(\nabla \psi - \mathbf{d}) \quad (5)$$

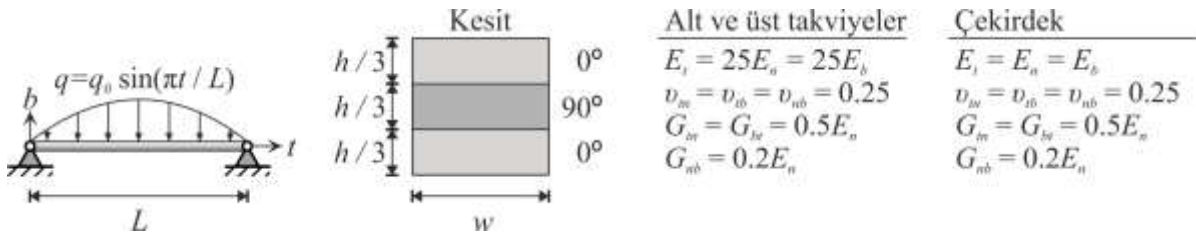
Burada, kayma gerilmesi vektörü  $\boldsymbol{\tau}$ , kesitin eksenel dönme açısı  $\alpha$ , çarpılma fonksiyonu  $\psi$ , kesitteki sonlu elemanların kayma modülü matrisi  $\mathbf{G}$  ve nodal koordinatı  $\mathbf{d} = \{b \quad -n\}^T$  ile ifade edilmektedir.

### 3. SAYISAL SONUÇLAR

Kompozit eğrisel kirişlerde oluşan kesit çarpılması, daha hassas gerilmelerin elde edilmesi için çarpılmanın gözetilmesini gerekli kılmaktadır. Bu çalışmada, kesit çarpılmasını gözetilen burulma rijitliği formülasyonunu içeren karışık sonlu eleman analizinden elde edilen kesit eğrilikleri kullanılarak normal gerilme hesaplanmıştır. Kayma gerilmesi ise eksenel dönme açısı ve çarpılma fonksiyonuna dayalı yer değiştirme tabanlı sonlu elemanlarla hesaplanmıştır. Simetrik dik açılı sandviç kirişin farklı kiriş açıklıklarında kesit gerilmeleri, yüksek mertebeden zigzag teorisi ve 3 D elastisite teorisi kullanılarak elde edilen literatür sonuçlarıyla karşılaştırılmıştır. Kompozit eğrisel bir kirişin normal/kayma gerilmeleri SOLID186 elemanların (ANSYS 17.1) gerilmeleri ile karşılaştırılmıştır. Kompozit kesit boyutlarının, tabaka kalınlığının ve malzeme sabitlerinin kompozit eğrisel kirişlerde gerilmeler üzerindeki etkisi incelenmiştir.

#### Yakınsama Analizi, Dik açılı Simetrik Sandviç Kiriş, Literatür

Bu sayısal çalışmanın amacı, dik açılı simetrik tabakalı kare kesitli sandviç kirişlerin (Şekil 1) kesitlerindeki normal ve kayma gerilmelerinin literatürde yüksek mertebeden zigzag [49] ve 3 D elastisite teorileri [12] ile elde edilen gerilmelerle karşılaştırılmasıdır.



Şekil 1. Yakınsama analizi, dik açılı sandviç kiriş, literatür.

$$\bar{u}_b(t) = \frac{100 E_n w h^3 u_b(t)}{q_0 L^4} ; \quad \bar{\sigma}_t(t, b) = \frac{w \sigma_t(t, b)}{q_0} ; \quad \bar{\tau}_{tb}(t, b) = \frac{w \tau_{tb}(t, b)}{q_0} \quad (6)$$

Boyutsuz deplasman  $\bar{u}_b(L/2)$ , normal gerilme  $\bar{\sigma}_t(L/2, -h/2)$  ve kayma gerilmesi  $\bar{\tau}_{tb}(0, 0)$  denklem (6) ile elde edilmiştir. Sonuçların yakınsama analizi 50, 100, 150, 200, 250 ve 300 sonlu eleman kullanılarak yapılmıştır.  $L/h = 100$  için, 100 sonlu eleman ile elde edilen  $\bar{u}_b(L/2)$ ,  $\bar{\sigma}_t(L/2, -h/2)$  ve  $\bar{\tau}_{tb}(0, 0)$ , 50 sonlu eleman sonuçlarına yüzdesel farkı sırasıyla,  $\% -3.11 \times 10^{-5}$ ,  $\% -1.62 \times 10^{-5}$  ve  $\% -8.12 \times 10^{-6}$  dir. 100 sonlu eleman kullanılarak  $L/h = 4, 10, 20, 50$  ve 100 için  $\bar{u}_b(L/2)$ ,  $\bar{\sigma}_t(L/2, -h/2)$  ve  $\bar{\tau}_{tb}(0, 0)$  literatürde yüksek mertebeden zigzag [49] ve 3-D elastisite teorilerinin [12] sonuçlarıyla karşılaştırılmıştır (Tablo 1 ve 2). Kiriş

**KOMPOZİT EĞRİSEL KİRİŞLERDE KESİT ÇARPILMASI GÖZETİLEREK NORMAL VE KAYMA GERİLMELERİNİN KARIŞIK SONLU ELEMANLARLA ANALİZİ**

açıklığı arttıkça ( $L/h=100$ ), elde edilen sonuçların yüksek mertebeden zigzag ve 3 D elastisite teorilerine yüzdesel farkı  $\bar{u}_b(L/2)$  için sırasıyla %-0.01'e ve %0.26'ya (Tablo 1),  $\bar{\sigma}_i(L/2, -h/2)$  için %-0.18'e (Tablo 2) ve  $\bar{\tau}_{ib}(0,0)$  için sırasıyla %5.56'ya ve %8.15'e azalmaktadır (Tablo 2).

**Tablo 1.** Sandviç kirişte ( $0^\circ, 90^\circ, 0^\circ$ ) açıklık ortasında boyutsuz deplasman  $\bar{u}_b(L/2)$ .  
%Fark = ((Bu çalışma/Literatür) - 1) × 100 .

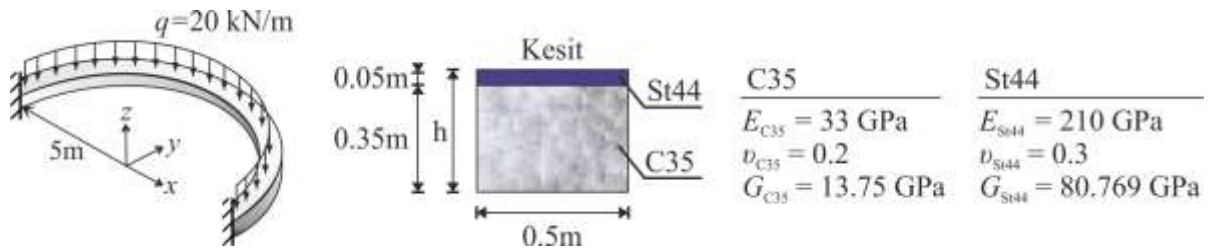
L/h	Bu çalışma	[49]	% Fark <sup>[49]</sup>	[12]	% Fark <sup>[12]</sup>
4	2.4107	2.8886	-16.54	3.0344	-20.55
10	0.8149	0.9329	-12.65	0.9357	-12.91
20	0.5869	0.6176	-4.97	0.6186	-5.12
50	0.5231	0.5270	-0.74	0.5283	-0.99
100	0.5140	0.5140	-0.01	0.5153	-0.26

**Tablo 2.** Sandviç kirişte ( $0^\circ, 90^\circ, 0^\circ$ ) boyutsuz normal  $\bar{\sigma}_i(L/2, -h/2)$  ve kayma gerilmesi  $\bar{\tau}_{ib}(0,0)$ .  
%Fark = ((Bu çalışma/Literatür) - 1) × 100 .

L/h	Bu çalışma	$\bar{\sigma}_i(L/2, -h/2)$				$\bar{\tau}_{ib}(0,0)$				
		[49]	%Fark <sup>[49]</sup>	[12]	%Fark <sup>[12]</sup>	Bu çalışma	[49]	%Fark <sup>[49]</sup>	[12]	%Fark <sup>[12]</sup>
4	10.09	18.26	-44.77	18.82	-46.41	1.91	1.46	30.81	1.43	33.56
10	63.03	73.61	-14.37	73.66	-14.43	4.77	4.32	10.52	4.23	12.88
20	252.14	263.19	-4.20	263.20	-4.20	9.55	8.90	7.30	8.74	9.26
50	1575.85	1587.07	-0.71	1587.07	-0.70	23.87	22.46	6.29	22.05	8.27
100	6303.39	6315.00	-0.18	6315.00	-0.18	47.75	45.23	5.56	44.15	8.15

**Yakınsama Analizi, Kompozit Dairesel Kiriş, ANSYS**

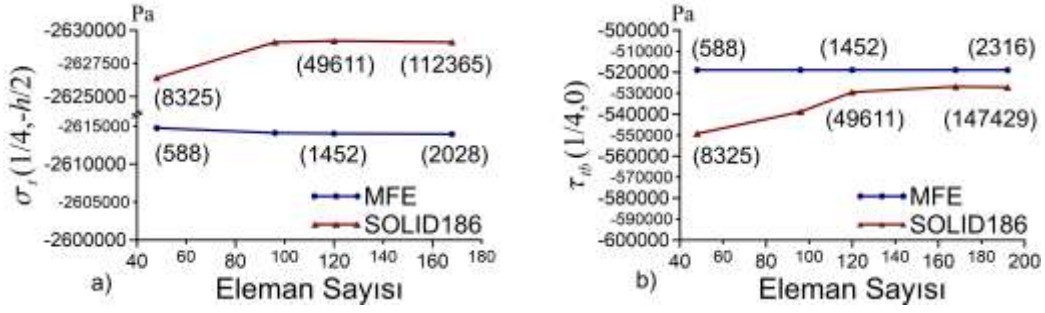
Bu sayısal çalışmanın amacı, çelik takviyeli betonarme daireSEL kirişin kesit çarpılması gözetilen normal ve kayma gerilmelerinin SOLID186 elemanların (ANSYS 17.1) gerilmeleri ile karşılaştırılmasıdır (Şekil 2).



**Şekil 2.** Yakınsama analizi, çelik takviyeli betonarme yarım daire kiriş, ANSYS.

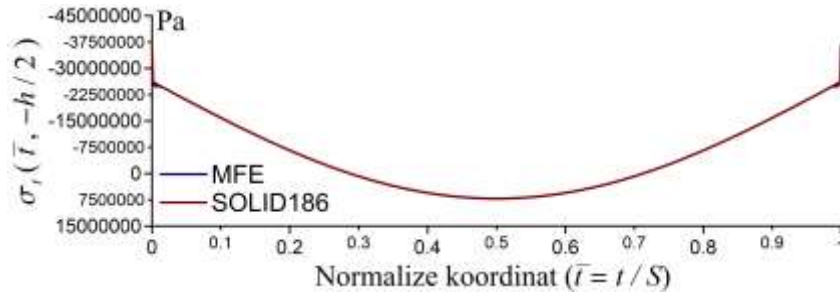
Dairesel kirişin normalize aks koordinatı  $\bar{t} = t/S$ , aks uzunluğu  $S$  üzerinden belirtilmek üzere 48, 96, 120, 168 ve 192 eleman kullanılarak elde edilen  $\sigma_i(1/4, -h/2)$  ve  $\tau_{ib}(1/4, 0)$ , SOLID186 eleman gerilmeleriyle karşılaştırılmıştır (Şekil 3). 120 karışık sonlu eleman kullanılarak elde edilen  $\sigma_i(1/4, -h/2)$  ve  $\tau_{ib}(1/4, 0)$ , 96 karışık sonlu eleman gerilmelerine yüzdesel farkı sırasıyla  $\% -3.04 \times 10^{-3}$  ve  $\% 4.68 \times 10^{-9}$  olmaktadır. Karışık sonlu eleman analizi gerilmelerinin  $\sigma_i(1/4, -h/2)$  ve  $\tau_{ib}(1/4, 0)$ , SOLID186 gerilmelerine 120 eleman için yüzdesel farkı sırasıyla  $\% -0.58$  (Şekil 3a) ve  $\% -1.99$  (Şekil 3b) olmaktadır. 120 karışık sonlu eleman kullanılarak elde edilen kesit çarpılması gözetilen normal gerilme  $\sigma_i$  ve kayma gerilmesi  $\tau_{ib}$ , SOLID186 elemanların sonuçları ile oldukça uyumludur.

U.N. ARIBAS

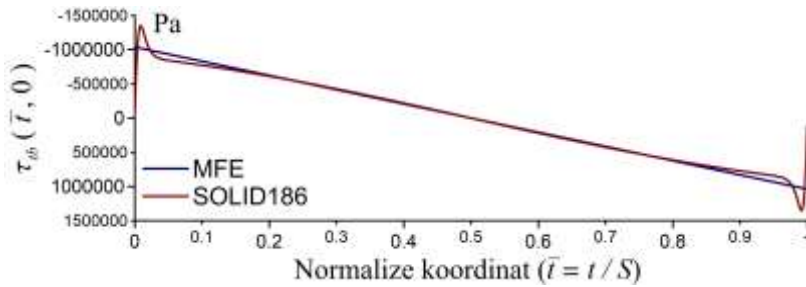


Şekil 3. Yakınsama analizi,  $\sigma_r(1/4, -h/2)$  ve  $\tau_{tb}(1/4, 0)$ ,  $S$ : Dairesel kirişin boyu,  $h$ : Kesit yüksekliği. Parantezli değerler nodal değişken sayısını ifade etmektedir.

120 eleman kullanılarak karışık sonlu elemanlarla ve SOLID186 elemanlarla dairesel kirişin uzunluğu boyunca elde edilen  $\sigma_r(\bar{t}, -h/2)$  ve  $\tau_{tb}(\bar{t}, 0)$  sırasıyla Şekil 4 ve Şekil 5'te verilmiştir.  $0.01\bar{6} \leq \bar{t} \leq 0.98\bar{3}$  aralığında karışık sonlu elemanlarla elde edilen  $\sigma_r(\bar{t}, -h/2)$  SOLID186 elemanlarla elde edilen gerilmeye yüzdesel farkı en fazla %1.7 olmaktadır (Şekil 6a).  $0.11\bar{6} \leq \bar{t} \leq 0.88\bar{3}$  aralığında karışık sonlu elemanlarla elde edilen  $\tau_{tb}(\bar{t}, 0)$  SOLID186 elemanlarla elde edilen gerilmeye yüzdesel farkı en fazla %6.37 olmaktadır (Şekil 6b). Normalize kesit yüksekliği  $\bar{b} = b/h$  olmak üzere  $\bar{t} = 1/6$  kesitinde dağılımı verilen (Şekil 7a) normal gerilmenin  $\sigma_r(1/6, \bar{b})$  en büyük değerinin SOLID186 eleman gerilmesine yüzdesel farkı % -0.78'dir.  $\bar{t} = 1/6$  kesitinde dağılımı verilen (Şekil 7b) kayma gerilmesinin  $\tau_{tb}(1/6, \bar{b})$  en büyük değerinin SOLID186 eleman gerilmesine yüzdesel farkı %3.34'tür.  $\bar{t} = 1/4$  kesitinde kesit dağılımı verilen (Şekil 7c) normal gerilmenin  $\sigma_r(1/4, \bar{b})$  en büyük değerinin SOLID186 eleman gerilmesine yüzdesel farkı % -1.40'tır.  $\bar{t} = 1/4$  kesitinde kesit dağılımı verilen (Şekil 7d) kayma gerilmesinin  $\tau_{tb}(1/4, \bar{b})$  en büyük değerinin SOLID186 eleman gerilmesine yüzdesel farkı % -0.67'dir. Karışık sonlu elemanlarla elde edilen  $\tau_{tb}$  tabakalar arası sürekliliği ve kesit altında ve üstünde sıfır olma koşulunu sağlamaktadır.



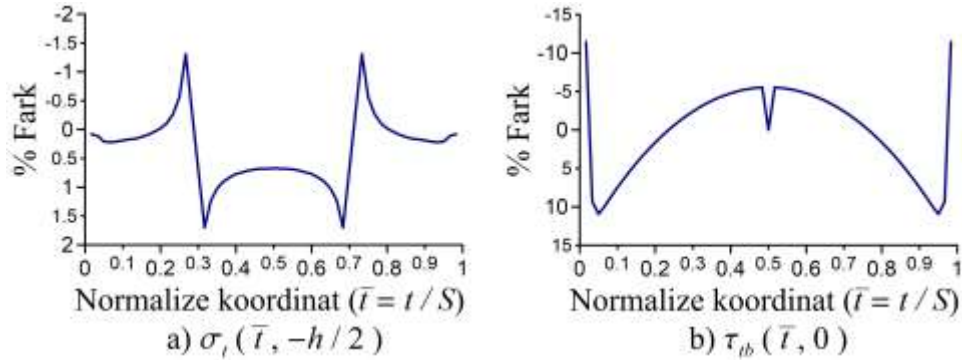
Şekil 4. Dairesel kirişin uzunluğu boyunca normal gerilme  $\sigma_r(\bar{t}, -h/2)$ .



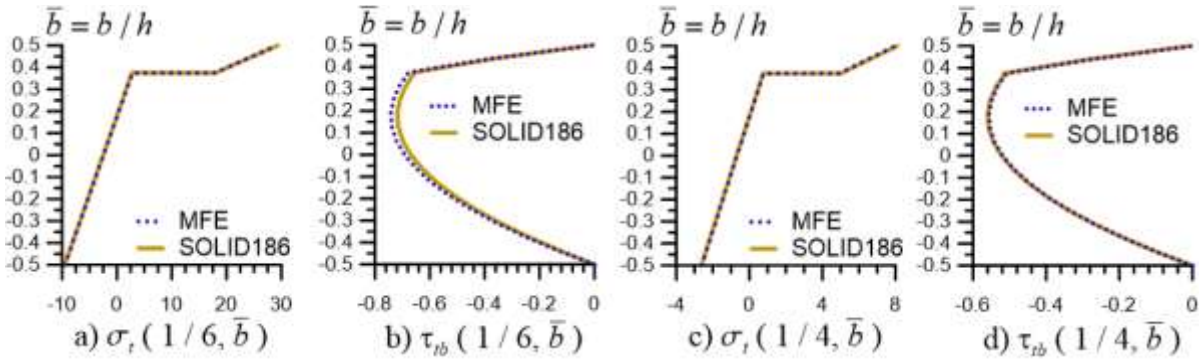
Şekil 5. Dairesel kirişin uzunluğu boyunca kayma gerilmesi  $\tau_{tb}(\bar{t}, 0)$ .



KOMPOZİT EĞRİSEL KİRİŞLERDE KESİT ÇARPILMASI GÖZETİLEREK NORMAL VE KAYMA GERİLMELERİNİN KARIŞIK SONLU ELEMANLARLA ANALİZİ



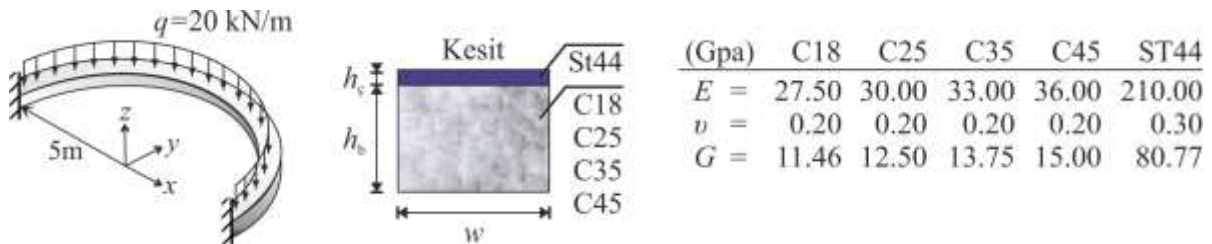
Şekil 6. Dairesel kirişin uzunluğu boyunca  $\sigma_t(\bar{t}, -h/2)$  ve  $\tau_{tb}(\bar{t}, 0)$  gerilmelerinin yüzdesel farkı,  $\% \text{ Fark} = ((\text{MFE}/\text{SOLID186}) - 1) \times 100$ .



Şekil 7. Kesit yüksekliğince  $\sigma_t(\bar{t}, \bar{b})$  ve  $\tau_{tb}(\bar{t}, \bar{b})$  dağılımı.  $S$  : Dairesel kirişin boyu.

Parametrik Analiz, Kompozit Dairesel Kiriş, Normal ve Kayma Gerilmeleri

Bu sayısal çalışmanın amacı, kompozit dairesel kirişlerde (Şekil 8) kesit boyutları, takviye kalınlığı ve malzeme sabitleri oranının, açıklık ortasında  $\bar{t} = t/S = 0.5$  kesit çarpılması gözetilen en büyük çekme gerilmesine  $(\sigma_t)_{\max}$  ve tabakalar arası normal gerilme farkına  $(\sigma_t)_{\text{int}} = (\sigma_t^{\text{St44}})_{\text{int}} - (\sigma_t^k)_{\text{int}}$  ( $k = \text{C18, C25, C35, C45}$ ), ve  $\bar{t} = 0.016$  kesitinde kesit çarpılması gözetilen en büyük kayma gerilmesine  $(\tau_{tb})_{\max}$  etkisi incelenmiştir. Yarım daire kompozit kirişin her bir kesit genişliği  $w = 0.3\text{m}$ ,  $0.5\text{m}$  ve  $0.7\text{m}$  için beton tabakanın kalınlığı  $h_b = 0.35\text{m}$ ,  $0.40\text{m}$  ve  $0.45\text{m}$  seçilerek, her beton tabakasında takviye kalınlığı  $h_\zeta = 0.02\text{m}$ ,  $0.03\text{m}$ ,  $0.04\text{m}$  ve  $0.05\text{m}$  alınarak parametrik analiz yapılmıştır.



Şekil 8. Kompozit dairesel kirişlerde normal ve kayma gerilmelerinin parametrik hesabı.

U.N. ARIBAS

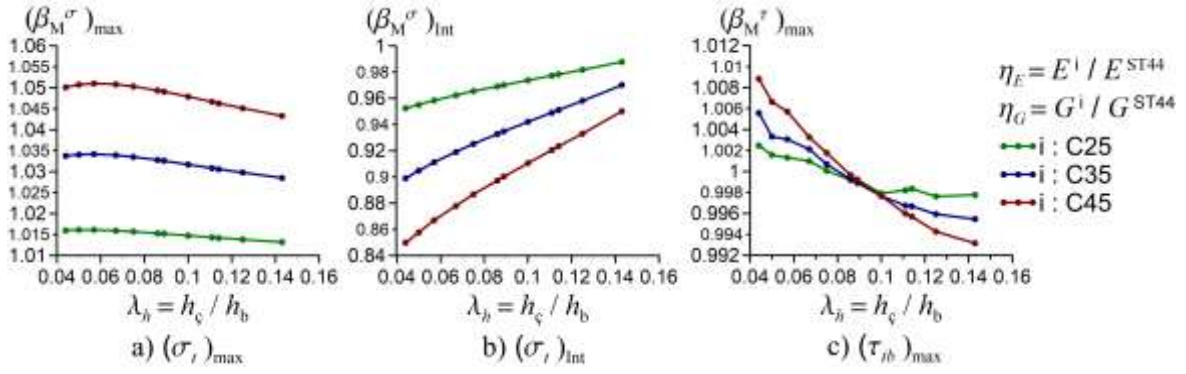
*Malzeme sabiti oranlarının gerilmelere etkisi:* Parametrik analiz kapsamında belirtilen her bir kesit için C18, C25, C35 ve C45 (Şekil 8) beton sınıfları kullanılarak analiz yapılmıştır.  $w=0.3m$  ve C18 için  $\bar{t} = 0.5$ 'te  $(\sigma_t)_{\max}$  ve  $(\sigma_t)_{\text{Int}}$ , ve  $\bar{t} = 0.01\bar{6}$ 'da  $(\tau_{tb})_{\max}$  Tablo 3'te verilmiştir. C18, C25, C35 ve C45 beton sınıfları için sırasıyla  $\eta_E = E^i/E^{\text{ST44}} = 0.1310, 0.1429, 0.1571$  ve  $0.1714$  ve  $\eta_G = G^i/G^{\text{ST44}} = 0.1419, 0.1548, 0.1702$  ve  $0.1857$ 'dir ( $i = \text{C18, C25, C35, C45}$ ). C25, C35, C45 kullanıldığında kesit gerilmeleri  $(\sigma_t)_{\max}$ ,  $(\sigma_t)_{\text{Int}}$  ve  $(\tau_{tb})_{\max}$ , C18 kullanıldığında oluşan gerilmelere normalize edilmiştir (Şekil 9). C25, C35 ve C45 için  $(\beta_M^\sigma)_{\max} = (\sigma_t^i)_{\max} / (\sigma_t^{\text{C18}})_{\max}$  ( $i = \text{C25, C35, C45}$ ),  $\lambda_h = h_\zeta / h_b = 0.044$  için sırasıyla  $(\beta_M^\sigma)_{\max} = 1.01601, 1.03377$  ve  $1.05012$  iken,  $\lambda_h$  arttıkça ( $\lambda_h = 0.143$ ) sırasıyla  $(\beta_M^\sigma)_{\max} = 1.01320, 1.02852$  ve  $1.04329$ 'a azalmaktadır (Şekil 9a). Sabit  $\lambda_h$  için,  $\eta_E$  arttıkça  $(\beta_M^\sigma)_{\max}$  artıyorken,  $(\beta_M^\sigma)_{\text{Int}} = (\sigma_t^i)_{\text{Int}} / (\sigma_t^{\text{C18}})_{\text{Int}}$  azalmaktadır (Şekil 9a-b). C25, C35, C45 beton sınıfları kullanıldığında,  $\lambda_h = 0.044$  için sırasıyla  $(\beta_M^\sigma)_{\text{Int}} = 0.95226, 0.89903$  ve  $0.84977$  iken,  $\lambda_h$  arttıkça ( $\lambda_h = 0.143$ ) sırasıyla  $(\beta_M^\sigma)_{\text{Int}} = 0.98780, 0.97010$  ve  $0.95009$ 'a artmaktadır (Şekil 9b).  $\lambda_h = 0.044$  için  $\eta_G$  artarken  $(\beta_M^\tau)_{\max} = (\tau_{tb}^i)_{\max} / (\tau_{tb}^{\text{C18}})_{\max}$  ( $i = \text{C25, C35, C45}$ ) artıyorken,  $\lambda_h$  arttıkça ( $\lambda_h = 0.143$ )  $\eta_G$  artarken  $(\beta_M^\tau)_{\max}$  azalmaktadır (Şekil 9c).  $\bar{t} = 0.01\bar{6}$ 'da  $\lambda_h = 0.044$  ve  $0.143$  durumlarında kompozit kesitteki kayma gerilmesi dağılımları Şekil 10'da verilmiştir.  $\eta_E$  veya  $\eta_G$  oranının artmasından en fazla  $(\tau_{tb})_{\max}$  etkilenmektedir.

**Tablo 3.** Kompozit dairesel kirişlerde  $\bar{t} = t/S = 0.5$ 'te  $(\sigma_t)_{\max}$  ve  $(\sigma_t)_{\text{Int}}$ ,  $\bar{t} = 0.01\bar{6}$ 'da  $(\tau_{tb})_{\max}$  ( $w = 0.3m$ , C18 ve değerler MPa olarak verilmiştir).

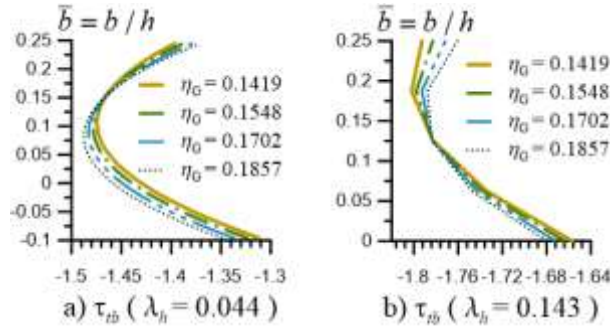
$h_b$ (m)	$h_\zeta$ (m)	$\lambda_h = h_\zeta / h_b$	$(\sigma_t)_{\max}$	$(\sigma_t)_{\text{Int}}$	$(\tau_{tb})_{\max}$
0.45	0.02	0.044	9.322	-35.970	-1.475
0.40	0.02	0.050	11.503	-42.002	-1.650
0.35	0.02	0.057	14.586	-49.737	-1.874
0.45	0.03	0.067	8.516	-26.603	-1.448
0.40	0.03	0.075	10.484	-30.427	-1.622
0.35	0.03	0.086	13.262	-35.121	-1.844
0.45	0.04	0.089	7.949	-20.500	-1.432
0.40	0.04	0.100	9.770	-23.001	-1.603
0.45	0.05	0.111	7.513	-16.177	-1.419
0.35	0.04	0.114	12.332	-25.893	-1.822
0.40	0.05	0.125	9.218	-17.789	-1.588
0.35	0.05	0.143	11.607	-19.481	-1.801



**KOMPOZİT EĞRİSEL KİRİŞLERDE KESİT ÇARPILMASI GÖZETİLEREK NORMAL VE KAYMA GERİLMELERİNİN KARIŞIK SONLU ELEMANLARLA ANALİZİ**



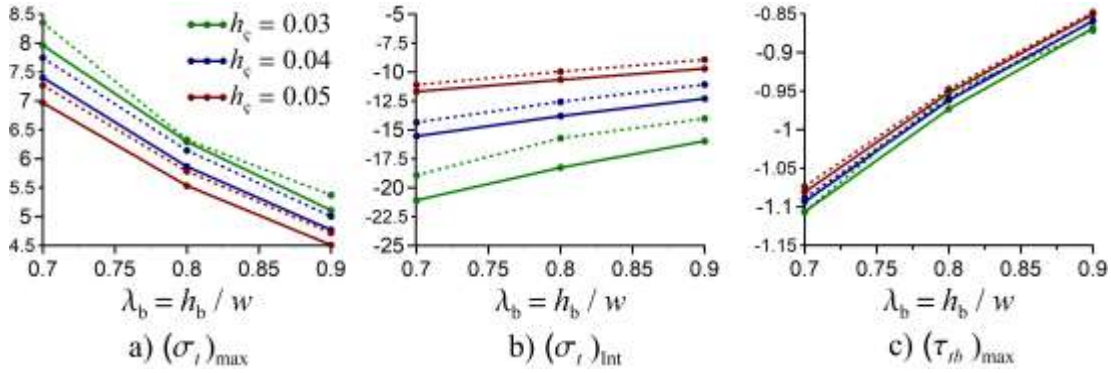
**Şekil 9.** Malzeme sabitlerinin normal ve kayma gerilmelerine etkisi. Yeşil, mavi ve kırmızı çizgiler (a) ve (b)'de sırasıyla  $\eta_E = 0.1429, 0.1571$  ve  $0.1714$ 'ü, (c)'de  $\eta_G = 0.1548, 0.1702$  ve  $0.1857$ 'yi ifade etmektedir.



**Şekil 10.** Kayma modülleri oranının  $\eta_G$  kayma gerilmesi dağılımına etkisi ( $\lambda_h = h_c / h_b$ ).

*Kesit geometrisinin gerilmelere etkisi:* Parametrik analiz kapsamındaki kesitlerde yüksekliğin  $\bar{t} = t/S = 0.5$  'te  $(\sigma_t)_{max}$  ve  $(\sigma_t)_{Int}$ , ve  $\bar{t} = 0.01\bar{b}$  'da  $(\tau_{ib})_{max}$  gerilmelerine etkisi incelenmiştir. Şekil 11'de,  $w = 0.5m$ ,  $h_c = 0.03m, 0.04m$  ve  $0.05m$ ,  $\eta_E = 0.1310$  ve  $0.1714$  için  $(\sigma_t)_{max}$ ,  $(\sigma_t)_{Int}$  ve  $(\tau_{ib})_{max}$  verilmiştir.  $\lambda_b = h_b / w = 0.7$  kesitindeki gerilmelere göre normalize edilen gerilmeler Tablo 4'te verilmiştir.  $\lambda_b$  arttıkça  $(\sigma_t)_{max}$  ve  $(\sigma_t)_{Int}$  mutlak değerce azalmaktadır (Şekil 11a-b).  $\lambda_b$  değişimi  $(\tau_{ib})_{max}$  değerini  $\eta_G$  oranına göre daha fazla etkilenmektedir ve  $\lambda_b$  arttıkça  $(\tau_{ib})_{max}$  mutlak değerce azalmaktadır (Şekil 11c).  $h_c$  azaldıkça  $\lambda_b$  artışı  $(\sigma_t)_{max}$ ,  $(\sigma_t)_{Int}$  ve  $(\tau_{ib})_{max}$  gerilmelerinde daha fazla azalmaya neden olmaktadır (Tablo 1).  $\lambda_b$  artıkça,  $\eta_E$  ve  $\eta_G$  oranlarındaki azalma  $(\sigma_t)_{max}$  ve  $(\tau_{ib})_{max}$  gerilmelerinde daha fazla azalmaya neden olmaktadır,  $\eta_E$  oranının artması  $(\sigma_t)_{Int}$  gerilme farkında daha fazla azalmaya neden olmaktadır.  $\lambda_b$  artışı en fazla  $(\sigma_t)_{max}$  gerilmesini etkilemektedir.

U.N. ARIBAS



**Şekil 11.** Kesit geometrisinin  $\lambda_b = h_b / w$  gerilmelere etkisi ( $w=0.5m$ ). Düz ve kesikli çizgiler sırasıyla  $\eta_E = 0.1310$  ve  $0.1714$ 'ü ifade etmektedir (Gerilmeler MPa'dır).

*Takviye kalınlığının gerilmelere etkisi:* Parametrik analiz kapsamındaki kesitlerde takviye kalınlığının  $\bar{t} = t/S = 0.5$  'te  $(\sigma_t)_{\max}$  ve  $(\sigma_t)_{\text{Int}}$ , ve  $\bar{t} = 0.01\bar{6}$  'da  $(\tau_{ib})_{\max}$  gerilmelerine etkisi incelenmiştir. Tablo 5'te  $w=0.3m$  ve  $h_c = 0.02m$  kesitinde  $(\sigma_t)_{\max}$ ,  $(\sigma_t)_{\text{Int}}$  ve  $(\tau_{ib})_{\max}$  verilmiştir.  $h_c = 0.02m$  takviye kalınlığına sahip kesitin gerilmelerine göre normalize gerilmeler elde edilmiştir. Takviye kalınlığı  $h_c$  arttıkça  $(\beta_T^\sigma)_{\max} = (\sigma_t^{h_c=i})_{\max} / (\sigma_t^{h_c=0.02})_{\max}$  ( $i = 0.03, 0.04$  ve  $0.05$ ),  $(\beta_T^\sigma)_{\text{Int}} = (\sigma_t^{h_c=i})_{\text{Int}} / (\sigma_t^{h_c=0.02})_{\text{Int}}$  ve  $(\beta_T^\tau)_{\max} = (\tau_{ib}^{h_c=i})_{\max} / (\tau_{ib}^{h_c=0.02})_{\max}$  azalmaktadır (Şekil 11).  $\eta_E$  ve  $h_c$  artışı  $(\beta_T^\sigma)_{\max}$  normalize gerilmelerinde daha fazla azalmaya neden olmaktadır (Şekil 11a).  $\eta_E$  arttıkça  $(\beta_T^\sigma)_{\text{Int}}$  artmaktadır (Şekil 11b).  $h_b$  azaldıkça  $(\beta_T^\sigma)_{\max}$  ve  $(\beta_T^\sigma)_{\text{Int}}$  azalmaktadır.  $\eta_E$  arttıkça  $(\beta_T^\tau)_{\max}$  azalmaktadır (Şekil 11c).  $h_c$  artışı en fazla  $(\sigma_t)_{\text{Int}}$  gerilmesini en az  $(\tau_{ib})_{\max}$  gerilmesini etkilemektedir.

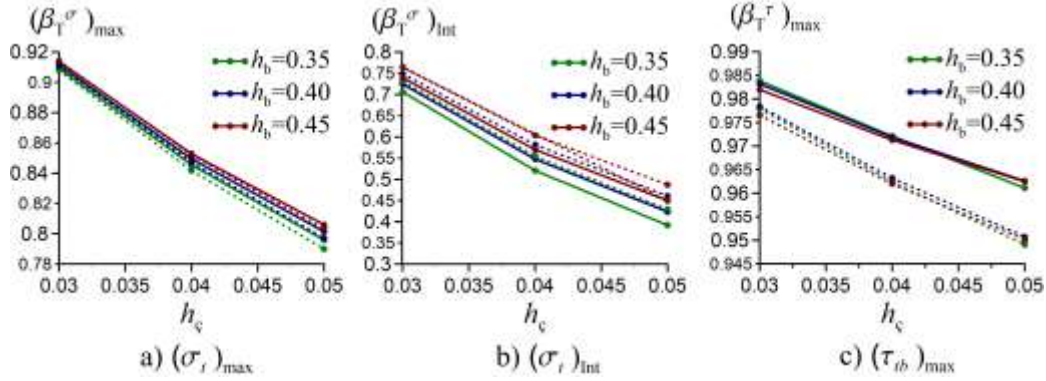
**Tablo 4.** Kesit geometrisinin  $\lambda_b = h_b / w$  gerilmelere etkisi ( $w = 0.5m, i = 0.8$  ve  $0.9$ ).

$h_c$	$\lambda_b$	$\eta_E =$	$(\beta_K^\sigma)_{\max} = \frac{(\sigma_t^{\lambda_b=i})_{\max}}{(\sigma_t^{\lambda_b=0.7})_{\max}}$		$(\beta_K^\sigma)_{\text{Int}} = \frac{(\sigma_t^{\lambda_b=i})_{\text{Int}}}{(\sigma_t^{\lambda_b=0.7})_{\text{Int}}}$		$\eta_G =$	$(\beta_K^\tau)_{\max} = \frac{(\tau_{ib}^{\lambda_b=i})_{\max}}{(\tau_{ib}^{\lambda_b=0.7})_{\max}}$	
			0.1310	0.1714	0.1310	0.1714		0.1419	0.1857
0.03m	0.8		0.7906	0.7577	0.8664	0.8312		0.8795	0.8611
	0.9		0.6422	0.6431	0.7576	0.7412		0.7852	0.7880
0.04m	0.8		0.7923	0.7935	0.8883	0.8760		0.8797	0.8816
	0.9		0.6447	0.6464	0.7918	0.7720		0.7859	0.7887
0.05m	0.8		0.7942	0.7957	0.9132	0.8969		0.8807	0.8825
	0.9		0.6474	0.6494	0.8305	0.8047		0.7871	0.7901

KOMPOZİT EĞRİSEL KİRİŞLERDE KESİT ÇARPILMASI GÖZETİLEREK NORMAL VE KAYMA GERİLMELERİNİN KARIŞIK SONLU ELEMANLARLA ANALİZİ

**Tablo 5.** Kompozit dairesel kirişte  $\bar{t} = t/S = 0.5$  'te  $(\sigma_t)_{\max}$ ,  $(\sigma_t)_{\text{Int}}$  ve  $\bar{t} = 0.016$  'da  $(\tau_{tb})_{\max}$ . ( $w = 0.3\text{m}$ ,  $h_\zeta = 0.02\text{m}$  ve değerler MPa olarak verilmiştir).

$\lambda_h = h_\zeta / h_b$	$\eta_E$	$(\sigma_t)_{\max}$	$(\sigma_t)_{\text{Int}}$	$\eta_G$	$(\tau_{tb})_{\max}$
0.057	0.1310	14.586	-49.737	0.1419	-1.874
	0.1429	14.821	-47.668	0.1548	-1.877
	0.1571	15.085	-45.323	0.1702	-1.880
	0.1714	15.330	-43.118	0.1857	-1.885
0.050	0.1310	11.503	-42.002	0.1419	-1.650
	0.1429	11.688	-40.116	0.1548	-1.652
	0.1571	11.895	-37.998	0.1702	-1.655
	0.1714	12.086	-36.024	0.1857	-1.661
0.044	0.1310	9.322	-35.970	0.1419	-1.475
	0.1429	9.471	-34.253	0.1548	-1.478
	0.1571	9.637	-32.338	0.1702	-1.483
	0.1714	9.789	-30.566	0.1857	-1.488



**Şekil 12.** Takviye kalınlığının gerilmelere etkisi ( $w = 0.3\text{m}$ ). Düz ve kesikli çizgiler sırasıyla  $\eta_E = 0.1310$  ve  $0.1714$ 'ü ifade etmektedir.

#### 4. SONUÇLAR

Kompozit eğrisel kirişlerde kesit çarpılması, daha hassas normal/kayma gerilmeleri hesabı için çarpılma etkisinin gözetilmesini gerektirmektedir. Yazarın bilgisi dahilinde, literatürde kompozit eğrisel kirişlerin düzlem dışı yükleme durumunda meydana gelen kesit çarpılmasını gözetilen normal/kayma gerilmelerinin analizi bulunmamaktadır. Bu çalışmanın amacı, kompozit eğrisel kirişlerde kesit geometrisi ve malzeme sabiti oranlarının çarpılma etkisi gözetilen normal/kayma gerilmeleri üzerindeki etkisinin karışık sonlu elemanlar metodu ile incelenmesidir. Çarpılma etkisi gözetilen burulma rijitliği formülasyonunun entegre edildiği karışık sonlu elemanlar analizi sonucu elde edilen eğrilikler normal gerilmelerin hesabında kullanılmıştır. Eksenel dönmeler ve kompozit kesitlerin çarpılma fonksiyonları kullanılarak yer değiştirme bazlı sonlu eleman analizi sonucu kayma gerilmeleri elde edilmiştir. Kompozit kirişlerin sinüzoidal yayılı yük altında normal ve kayma gerilmeleri literatürdeki mevcut sonuçlar ile karşılaştırılmıştır. Kompozit dairesel bir kirişin çarpılma etkisi gözetilen normal ve kayma gerilmeleri SOLID186 elemanlarının gerilmeleri ile karşılaştırılmıştır. Malzeme sabitleri ve kesit geometrisinin normal ve kayma gerilmeleri üzerindeki etkisi parametrik analiz yapılarak incelenmiştir. Takviye kalınlığının beton kalınlığına oranı  $\lambda_h = h_\zeta / h_b$  sabit olduğunda  $\eta_E = E^i / E^{\text{ST44}}$  ( $i = \text{C18, C25, C35, C45}$ ) arttıkça  $(\beta_M^\sigma)_{\max} = (\sigma_t^i)_{\max} / (\sigma_t^{\text{C18}})_{\max}$  artmakta,  $(\beta_M^\sigma)_{\text{Int}} = (\sigma_t^i)_{\text{Int}} / (\sigma_t^{\text{C18}})_{\text{Int}}$  azalmaktadır.  $\lambda_h = 0.044$  kesitinde  $\eta_G = G^i / G^{\text{ST44}}$  artarken  $(\beta_M^\tau)_{\max} = (\tau_{tb}^i)_{\max} / (\tau_{tb}^{\text{C18}})_{\max}$  artmaktadır.  $\lambda_h = 0.143$  kesitinde ise  $\eta_G$  artarken  $(\beta_M^\tau)_{\max}$  azalmaktadır.  $\eta_E$  ve  $\eta_G$  oranlarından en fazla  $(\tau_{tb})_{\max}$

U.N. ARIBAS

etkilenmektedir. Beton kalınlığı oranı  $\lambda_b = h_b / w$  en büyük kayma gerilmesini  $(\tau_{tb})_{\max}$  malzeme sabitleri oranına göre daha fazla etkilenmektedir.  $\lambda_b$  oranının arttıkça,  $\eta_E$  ve  $\eta_G$  azalması  $(\sigma_t)_{\max}$  ve  $(\tau_{tb})_{\max}$  gerilmelerini daha fazla etkilemekte iken  $\eta_E$  artışı  $(\sigma_t)_{\text{Int}}$  gerilme farkını daha fazla etkilenmektedir.  $\lambda_b$  oranı en fazla  $(\sigma_t)_{\max}$ 'yi etkilemektedir.  $\eta_E$  arttıkça  $(\beta_T^\sigma)_{\max} = (\sigma_t^{h_i=i})_{\max} / (\sigma_t^{h_i=0.02})_{\max}$  azalma eğilimindeyken  $(\beta_T^\sigma)_{\text{Int}} = (\sigma_t^{h_i=i})_{\text{Int}} / (\sigma_t^{h_i=0.02})_{\text{Int}}$  artmaktadır ( $i = 0.03, 0.04, 0.05$ ). Malzeme sabitleri oranı  $\eta_E$  artıyorken  $(\beta_T^\tau)_{\max} = (\tau_{tb}^{h_i=i})_{\max} / (\tau_{tb}^{h_i=0.02})_{\max}$  azalmaktadır. Takviye kalınlığı  $h_c$  en fazla  $(\sigma_t)_{\text{Int}}$  gerilme farkını etkilenmektedir.

## TEŞEKKÜR

Bu araştırmaya destek olan İstanbul Teknik Üniversitesi Bilimsel Araştırma Projeleri Birimine (Proje no: MGA-2017-4739), desteklerinden dolayı Prof. Dr. Mehmet H. OMURTAG, Prof. Dr. Nihal ERATLI, Dr. Öğretim Üyesi Akif KUTLU ve Araş. Gör. Merve ERMİŞ'e teşekkür ederim.

## KAYNAKLAR

- [1] L.P. KOLLÁR, G.S. SPRINGER, Mechanics of Composite Structures, Cambridge University Press, 2003.
- [2] J.R. VINSON, R.L. SIERAKOWSKI, The Behavior of Structures Composed of Composite Materials (2nd ed.), Springer Netherlands, 2002.
- [3] V.V. VASILIEV, E.V. MOROZOV, Advanced Mechanics of Composite Materials and Structural Elements, Newnes, 2013.
- [4] R.M. JONES, Mechanics Of Composite Materials, CRC Press, 2014.
- [5] A. BHIMARADDI, K. CHANDRASHEKHARA, "Some observations on the modeling of laminated composite beams with general lay-ups", Composite Structures, 19, 371–380, 1991. doi:10/fjj4db.
- [6] A.A. KHDEIR, J.N. REDDY, "An exact solution for the bending of thin and thick cross-ply laminated beams", Composite Structures, 37, 195–203, 1997. doi:10/dbvxwp.
- [7] G.J. KENNEDY, J.S. HANSEN, J.R.R.A. MARTINS, "A Timoshenko beam theory with pressure corrections for layered orthotropic beams", International Journal of Solids and Structures. 48, 2373–2382, 2011. doi:10/b3gtk7.
- [8] T.P. VO, H.-T. THAI, "Static behavior of composite beams using various refined shear deformation theories", Composite Structures, 94, 2513–2522, 2012. doi:10/f32hbn.
- [9] R.M. AGUIAR, F. MOLEIRO, C.M. MOTA SOARES, "Assessment of mixed and displacement-based models for static analysis of composite beams of different cross-sections", Composite Structures, 94, 601–616, 2012. doi:10/drqjtb.
- [10] N.-D. NGUYEN, T.-K. NGUYEN, H.-T. THAI, T.P. VO, "A Ritz type solution with exponential trial functions for laminated composite beams based on the modified couple stress theory", Composite Structures, 191, 154–167, 2018. doi:10/gc9rch.
- [11] P. BABUSKA, R. WIEBE, M.R. MOTLEY, "A beam finite element for analysis of composite beams with the inclusion of bend-twist coupling", Composite Structures, 189, 707–717, 2018. doi:10/gc9rf7.
- [12] N.J. PAGANO, "Exact Solutions for Composite Laminates in Cylindrical Bending", Journal of Composite Materials, 3, 398–411, 1969. doi:10/bzn3dc.
- [13] A.S.D. WANG, F.W. CROSSMAN, "Some New Results on Edge Effect in Symmetric Composite Laminates", Journal of Composite Materials, 11, 92–106, 1977. doi:10/d9hxx5.
- [14] N.J. PAGANO, "Stress fields in composite laminates", International Journal of Solids and Structures, 14, 385–400, 1978. doi:10/crmcm7.
- [15] N.J. PAGANO, "Free edge stress fields in composite laminates", International Journal of Solids and Structures, 14, 401–406, 1978. doi:10/ftmfvp.
- [16] R.B. PIPES, N.J. PAGANO, "Interlaminar Stresses in Composite Laminates Under Uniform Axial Extension, in: J.N. Reddy (Ed.)", Mechanics of Composite Materials: Selected Works of Nicholas J. Pagano, Springer Netherlands, Dordrecht, 234–245, 1994. doi:10.1007/978-94-017-2233-9\_19.

*KOMPOZİT EĞRİSEL KİRİŞLERDE KESİT ÇARPILMASI GÖZETİLEREK NORMAL VE KAYMA GERİLMELERİNİN KARIŞIK SONLU ELEMANLARLA ANALİZİ*

- [17] J.F. DAVALOS, Y. KİM, E.J. BARBERO, "Analysis of laminated beams with a layer-wise constant shear theory", *Composite Structures*, 28, 241–253, 1994. doi:10/d3qqfh.
- [18] O. RAND, "Interlaminar shear stresses in solid composite beams using a complete out-of-plane shear deformation model", *Computers & Structures*, 66, 713–723, 1998. doi:10/bmvjvm.
- [19] A.M. ZENKOUR, "Transverse Shear and Normal Deformation Theory for Bending Analysis of Laminated and Sandwich Elastic Beams", *Mechanics of Composite Materials and Structures*, 6, 267–283, 1999. doi:10/fsvqp8.
- [20] R.P. SHIMPI, Y.M. GHUGAL, "A new layerwise trigonometric shear deformation theory for two-layered cross-ply beams", *Composites Science and Technology*, 61, 1271–1283, 2001. doi:10/fnf2pg.
- [21] M. KARAMA, K.S. AFAQ, S. MISTOU, "Mechanical behaviour of laminated composite beam by the new multi-layered laminated composite structures model with transverse shear stress continuity", *International Journal of Solids and Structures*, 40, 1525–1546, 2003. doi:10/bnf4km.
- [22] S. KAPURIA, P.C. DUMIR, N.K. JAIN, "Assessment of zigzag theory for static loading, buckling, free and forced response of composite and sandwich beams", *Composite Structures*, 64, 317–327, 2004. doi:10/cnvcbt.
- [23] X. LIN, Y.X. ZHANG, "A novel one-dimensional two-node shear-flexible layered composite beam element", *Finite Elements in Analysis and Design*, 47, 676–682, 2011. doi:10/cc8t6s.
- [24] E. CARRERA, A. PAGANI, "Multi-line enhanced beam model for the analysis of laminated composite structures", *Composites Part B: Engineering*, 57, 112–119, 2014. doi:10/f5mwr6.
- [25] E.G. PAWAR, S. BANERJEE, Y.M. DESAI, "Stress Analysis of Laminated Composite and Sandwich Beams using a Novel Shear and Normal Deformation Theory", *Latin American Journal of Solids and Structures*, 12, 1340–1361, 2015. doi:10/gd8669.
- [26] J.L. MANTARI, F.G. CANALES, "A unified quasi-3D HSDT for the bending analysis of laminated beams", *Aerospace Science and Technology*, 54, 267–275, 2016. doi:10/f8sf7b.
- [27] T.-K. NGUYEN, N.-D. NGUYEN, T.P. VO, H.-T. THAI, "Trigonometric-series solution for analysis of laminated composite beams", *Composite Structures*, 160, 142–151, 2017. doi:10/f9hqdc.
- [28] T.P. VO, H.-T. THAI, T.-K. NGUYEN, D. LANC, A. KARAMANLI, "Flexural analysis of laminated composite and sandwich beams using a four-unknown shear and normal deformation theory", *Composite Structures*, 176, 388–397, 2017. doi:10/gd867d.
- [29] A. ÖZÜTOK, E. MADENCİ, "Static analysis of laminated composite beams based on higher-order shear deformation theory by using mixed-type finite element method", *International Journal of Mechanical Sciences*, 130, 234–243, 2017. doi:10/gb2vmg.
- [30] S. MINERA, M. PATNI, E. CARRERA, M. PETROLO, P.M. WEAVER, A. PIRRERA, "Three-dimensional stress analysis for beam-like structures using Serendipity Lagrange shape functions", *International Journal of Solids and Structures*, 141–142, 279–296, 2018. doi:10/gds694.
- [31] R.A. SHENOI, W. WANG, "Through-thickness stresses in curved composite laminates and sandwich beams", *Composites Science and Technology*, 61, 1501–1512, 2001. doi:10/fk897p.
- [32] H. MATSUNAGA, "Interlaminar stress analysis of laminated composite and sandwich circular arches subjected to thermal/mechanical loading", *Composite Structures*, 60, 345–358, 2003. doi:10/dw5mbn.
- [33] P. MALEKZADEH, "A two-dimensional layerwise-differential quadrature static analysis of thick laminated composite circular arches", *Applied Mathematical Modelling*, 33, 1850–1861, 2009. doi:10/cdnshx.
- [34] C. THURNHERR, R.M.J. GROH, P. ERMANNI, P.M. WEAVER, "Higher-order beam model for stress predictions in curved beams made from anisotropic materials", *International Journal of Solids and Structures*, 97–98, 16–28, 2016. doi:10/f844kb.
- [35] J.E. SCHNABEL, M. YOUSFI, C. MITTELSTEDT, "Free-edge stress fields in cylindrically curved symmetric and unsymmetric cross-ply laminates under bending load", *Composite Structures*, 180, 862–875, 2017. doi:10/gbzpdn.
- [36] R. EL FATMI, H. ZENZRI, "A numerical method for the exact elastic beam theory. Applications to homogeneous and composite beams", *International Journal of Solids and Structures*, 41, 2521–2537, 2004. doi:10/b46zq6.
- [37] K. DARILMAZ, E. ORAKDOĞEN, K. GİRGİN, S. KÜÇÜKARSLAN, "Torsional rigidity of arbitrarily shaped composite sections by hybrid finite element approach", *Steel and Composite Structures*, 7, 241–251, 2007. doi:10/gc6xzb.
- [38] R. EL FATMI, N. GHAZOUANI, "Higher order composite beam theory built on Saint-Venant's solution. Part-I: Theoretical developments", *Composite Structures*, 93, 557–566, 2011. doi:10/b35hv7.

- [39] R. BARRETTA, "On the relative position of twist and shear centres in the orthotropic and fiberwise homogeneous Saint–Venant beam theory", *International Journal of Solids and Structures*, 49, 3038–3046, 2012. doi:10/f385gf.
- [40] C.S. JOG, I.S. MOKASHI, "A finite element method for the Saint-Venant torsion and bending problems for prismatic beams", *Computers & Structures*, 135, 62–72, 2014. doi:10/gc6xzc.
- [41] R. BARRETTA, R. LUCIANO, J.R. WILLIS, "On torsion of random composite beams", *Composite Structures*, 132, 915–922, 2015. doi:10/gc6xzd.
- [42] K. DARILMAZ, E. ORAKDÖĞEN, K. GİRĞİN, "Saint-Venant torsion of arbitrarily shaped orthotropic composite or FGM sections by a hybrid finite element approach", *Acta Mech.* 229, 1387–1398, 2018. doi:10/gc6xzg.
- [43] U.N. ARIBAS, M. ERMİŞ, N. ERATLI, M.H. OMURTAG, "The static and dynamic analyses of warping included composite exact conical helix by mixed FEM", *Composites Part B: Engineering*, 160, 285–297, 2019. doi:10/gft72h.
- [44] V. YILDIRIM, "Governing equations of initially twisted elastic space rods made of laminated composite materials", *International Journal of Engineering Science*, 37, 1007–1035, 1999. doi:10/d384x5.
- [45] M.H. OMURTAG, A.Y. AKÖZ, "The mixed finite element solution of helical beams with variable cross-section under arbitrary loading", *Computers & Structures*, 43, 325–331, 1992. doi:10/b644p8.
- [46] N. ERATLI, M. YILMAZ, K. DARILMAZ, M.H. OMURTAG, "Dynamic analysis of helicoidal bars with non-circular cross-sections via mixed FEM", *Structural Engineering and Mechanics*, 57, 221–238, 2016. doi:10/f8pd8q.
- [47] A.Y. AKÖZ, M.H. OMURTAG, A.N. DOĞRUOĞLU, "The mixed finite element formulation for three-dimensional bars", *International Journal of Solids and Structures*, 28, 225–234, 1991. doi:10/fwb26x.
- [48] J.T. ODEN, J.N. REDDY, *Variational methods in theoretical mechanics*, Springer Science & Business Media, 2012.
- [49] A. CHAKRABARTI, H.D. CHALAK, MOHD. ASHRAF IQBAL, A.H. SHEIKH, "A new FE model based on higher order zigzag theory for the analysis of laminated sandwich beam with soft core", *Composite Structures*, 93, 271–279, 2011. doi:10/fmxhxr.