MİLLÎ EĞİTİM ● Cilt: 50 ● Kış/2021 ● Sayı: 229, (337-362)

ÜSTÜN YETENEKLİ TANISI KONULMUŞ VE KONULMAMIŞ ÖĞRENCİLERİN MATEMATİKSEL DÜŞÜNME SÜREÇLERİNİN KARŞILAŞTIRILMASI

ARAŞTIRMA MAKALESİ

Funda AYDIN GÜÇ[1], Yavuz İsa AYGÜN[2], Keziban ORBAY[3]

1 Dr. Öğretim Üyesi, Giresun Üniversitesi, Eğitim Fakültesi Matematik ve Fen Bilimleri Bölümü Matematik Eğitimi ABD, fundaydin05@gmail.com, ORCID: 0000-0002-3922-017X.

2 Uzman, Giresun İl Millî Eğitim Müdürlüğü Şehit İsmail Kefal Anadolu İmam Hatip Lisesi, yavuzisa@hotmail.com, ORCID: 0000-0002-6234-0559.

3 Prof. Dr., Amasya ÜniversitesiEğitim Fakültesi Matematik ve Fen Bilimleri Bölümü Matematik Eğitimi ABD, keziban.orbay@amasya.edu.tr, ORCID: 0000-0002-7642-4139.

Geliş Tarihi: 23.12.2019 **Kabul Tarihi:** 21.08.2020

Öz: Bu çalışmanın amacı üstün yetenekli tanısı konulmuş ve konulmamış öğrencilerin matematiksel düşünme süreçlerinin farklılaşıp farklılaşmadığının belirlenmesidir. Çalışma grubunu Giresun ilindeki Bilim ve Sanat Merkezi'ne kayıtlı 3 üstün yetenekli tanısı konulmuş ve bir devlet okuluna devam etmekte olan 3 üstün yetenekli tanısı konulmamış 7. sınıf öğrencisi oluşturmaktadır. Veriler matematiksel düşünme süreçlerini ortaya çıkarmaya yönelik tasarlanan 6 etkinlikteki öğrenci çalışmaları ve öğrenci çalışmaları doğrultusunda yürütülen klinik mülakatlarla elde edilmiştir. Elde edilen veriler betimsel olarak analiz edilmiştir. Çalışma sonucunda özelleştirme, genelleme ve varsayımda bulunma aşamalarındaki davranışlarda üstün yetenekli tanısı konulmuş öğrencilerin üstün yetenekli tanısı konulmamış öğrencilerden farklılaştığı ancak ispat/ikna etme aşamalarında farklılaşmadığı görülmüştür. Bu durum üstün yetenekli tanısı konulurken alana özgü üstün yeteneğin göz ardı edilmemesi gerektiğini ortaya koymuştur.

Anahtar Kelimeler: Alana Özgü Üstün Yetenek, Matematikte Üstün Yeteneklilik, Matematiksel Düşünme

COMPARISON OF MATHEMATICAL THINKING PROCESSES OF STUDENTS WHO ASSIGNED AS GIFTED AND THE STUDENTS WHO ARE NOT ASSIGNED AS GIFTED

Abstract:

The purpose of this study was to determine whether mathematical thinking processes of students who assigned as gifted and students who are not assigned gifted differ. The participants were three students who assigned as gifted enrolled in the Science and Art Centers in Giresun and three students who are not assigned as gifted enrolled in a public school at 7th grade. The data were obtained through student studies and clinical interviews conducted in 6 activities designed to reveal mathematical thinking processes. The obtained data were analyzed descriptively. The findings showed that students', who assigned as gifted, works in the stages of specializing, generalizing and conjecturing processes differed from the students who were not assigned as gifted. But works in the justifying/ convincing stages did not differ. This result showed that the necessity to make domain-specific giftedness definitions and the domain-specific giftedness should not be ignored while assigning students to a gifted student.

Keywords: Domain-Specific Giftedness, Giftedness in Mathematics, Mathematical Thinking

Giriş

Bireyler günlük hayatlarında birçok problemle karşılaşırlar ve bunların çözümünde çeşitli düşünme yapılarını kullanırlar. Düşünme yapılarının, mantık örgülerinin etkin olarak kullanıldığı düşünme alanlarından biri matematiktir (Duran, 2005). Matematik disiplininin olaylar arası akıl yürütme, problem çözme, tahminde bulunma, bağ kurma gibi becerileri kazandırarak bireylerin günlük hayattaki problem çözme sürecinde işe koşacakları bir takım düşünme alışkanlıklarını geliştirmeye destek olduğu söylenebilir (Umay, 2003). Matematiğin bu düşünme yapılarıyla olan ilişkisi, matematiğe özgü düşünme yapısının incelenmesi gerektirir.

Matematiksel düşünme, tek bir tanımının yapılmasının oldukça güç olduğu bir kavramdır. Matematiksel düşünme çok genel bir ifade ile matematiksel tekniklerin, yöntemlerin doğrudan veya dolaylı olarak problemlerin çözümünde kullanılmasıdır (Henderson ve diğerleri, 2003). Liu (2003), matematiksel düşünmeyi "tahmin edebilme, tümevarım, genelleme, örnekleme, tümdengelim, betimleme, doğrulama, biçimsel olan ve olmayan usa vurma ve benzeri süreçlerin birleşimi" şeklinde tanımlamıştır. Stacey, Burton ve Mason (1985) matematiksel düşünmeyi özelleştirme, genelleme, varsayımda bulunma, doğrulama ve ikna etme olarak incelemiştir. Bu tanımlamalar incelendiğinde matematiksel düşünmenin birbiri ile ilişkili aşamalar içerdiği, bu aşamaların ortak ve birbiri yerine kullanılmış kelimelerle ifade edildiği göze çarpmaktadır. Örneğin özelleştirme yerine ayrıntılamak, örneklemek; genelleme için tümevarım; varsayımda bulunma için test etme, tahmin etme; ikna etmek için doğrulama ispatlama gibi birbiri yerine kullanılan ifadeler vardır. İç içe geçen ve bazen de birbirlerini kapsayan süreçler beraber değerlendirildiğinde matematiksel düşünme bu çalışmada dört ana basamak olarak ele alınmıştır: özelleştirme, genelleme, varsayımda bulunma, ispat/ikna etme.

Özelleştirme, özel durumları deneme, örneklere bakma (Stacey, 2006), kanıtları bir araya getirerek genellemeye ulaşma olarak ifade edilebilir (Stacey, Burton ve Mason, 1985). Özelleştirme basit düzeyde bir süreç olmasının yanında bir giriş davranışıdır. *Genelleme*, ilişkileri ve yapıları arama faaliyetidir (Stacey, 2006). Genelleme esnasında eşleştirme, sıralama ve karşılaştırma yapma, sınıflama, benzerlik ve farklılıkları belirleme, iki değişkenin ilişkisini matematiksel veya sözel olarak ifade etme, olabilecek bütün durumları tanımlama gibi eylemler söz konusudur (Mason, Burton ve Stacey 1991). Matematiksel genellemelerde, özel durumlardan belirli işlemler sonucunda bulunulan öneri hakkında çıkarımda bulunulmaya çalışılır. *Varsayımda bulunma*, tahmin etme, tam hesaplama yapmadan elde edilmek istenen cevapları yaklaşık olarak bulma sürecidir, rastgele yapılan bir olay değildir (Pesen, 2003). Ortaya konan varsayımın neden doğru olduğunun incelenmesi veya yanlış ise nasıl düzeltilebileceğinin araştırılmasının takip edilmesidir (Stacey, Burton ve Mason, 1985). İ*spat/İkna etme* bir şeyin neden doğru olduğunu bulma ve ifade etme olarak tanımlanmaktadır (Öztürk, 2013). Harel ve Sowder (2007), matematiksel ispatı bir iddianın doğruluğuyla ilgili şüpheleri yok etmek için bireylerin yaptığı zihinsel aktivite olarak ifade etmişlerdir. Bu basamaklar hiyerarşik olmaktan ziyade matematiksel düşünmenin işe koşulma durumlarına göre dinamiklik göstermektedir.

Henderson ve diğerleri (2003), matematiksel düşünmenin çözüm süreçlerinin uygulanmasını belli kuralların uygulanması gibi düşünülmemesi gerekliliğini belirtmiş, içerisinde üst düzey düşünme becerilerinin (özelleştirme, genelleme, tahmin etme, hipotez üretme, hipotezin doğruluğunu kontrol etme gibi) olduğu süreçleri barındırdığını vurgulamıştır. Matematiksel düşünmeye yönelik ortak bir tanım ve bileşenler dizisi bulunmamakla beraber matematiksel düşünmenin bir problemin sadece cevabının bulunmasının dışında problem durumuna çözüm olacak süreçlerin yönetimini gerektiren üst düzey bir düşünme süreci olduğu görülebilir (Polya, 1945). Bir problemin çözümünde özelleştirme, genelleme, tahmin etme, hipotez üretme, hipotezin doğruluğunu kontrol etme gibi üst düzey düşünme becerileri gerekliyse, matematiksel düşünme gerçekleşeceği bilinmektedir (Yeşildere, 2006). Buradan matematiksel düşünmenin sadece sayılarla soyut matematiksel kavramlardan ibaret olmadığını, gerçek yaşantı içerisindeki problemlerin çözüm süreçlerinde oluşabilecek bir düşünme biçimi olduğu görülmektedir. Bu da bize matematiksel düşünme süreçlerinin problem çözme bağlamlarında çalışırken gözlemlenebileceğine dair ipuçları vermektedir. Dolayısıyla matematiksel düşünme üst düzey bir düşünme etkinliğidir ve üstün yetenekli bireylerin problem çözme süreçlerinde ortaya çıkması beklenmektedir.

"Üstün veya özel yetenekli bireyler, yaşıtlarına göre daha hızlı öğrenen; yaratıcılık, sanat, liderliğe ilişkin kapasitede önde olan, özel akademik yeteneğe sahip, soyut fikirleri anlayabilen, ilgi alanlarında bağımsız hareket etmeyi seven ve yüksek düzeyde performans gösteren bireyi olarak tanımlanmaktadır" (Bilim ve Sanat Merkezleri [BİLSEM] Yönergesi, 2007). Ülkemizde üstün yetenekli bireylerin belirlenmesini ve eğitimini üstlenen BİLSEM yönergesinde tanım bu şekilde iken literatürde üstün yetenekliliği tanımlamaya yönelik farklı yaklaşımlar mevcuttur. Renzulli'nin (1978), üç halka modeli ismi verilen üstün yetenek modelinde, üstün yetenekliliği ortalamanın üzerindeki yetenek, görev teslimiyeti ve yaratıcılığın kesişimi olarak ifade etmektedir. Ortalamanın üzerindeki yetenek, hem genel yetenekleri hem de özel yetenekleri kapsamaktadır (Taşkın, 2010). Livne ve Milgram (2006), üstün yetenekliliği genel zekâ, matematikte alana özgü akademik yetenek, genel orijinal yaratıcı düşünme ve matematikte alana özgü yaratıcı yetenek olarak ele almıştır. Bu çalışmalar incelendiğinde görülebileceği üzere, üstün özelliklerin tek bir alana göre belirlenmesinin yeterli olmayacağı, zekâ testleri gibi testlerden alınan puanların yetersiz olabildiği, problem çözme, yaratıcılık, yeni durumlara uyum sağlama gibi farklı durumların da yer alabileceği çoklu değerlendirmelere ihtiyaç duyulduğu (Tarhan ve Kılıç, 2014) ve alana özgü bir üstün yeteneğin varlığının vurgulandığı görülmektedir.

Ülkemizde üstün yetenekli tanısı [ÜYT] tarama ve inceleme olarak iki süreçle konulmaktadır. BİLSEM'lere öğrenci alımları, yani üstün yetenekli öğrencilerin belirlenmesi, çalışmanın yürütüldüğü 2018–2019 eğitim öğretim yılında 1, 2 ve 3. sınıf öğretmenleri tarafından e-okul üzerinden doldurulan gözlem formları temel alınarak grup tarama sınavına katılan öğrencilerin bireysel olarak değerlendirildikleri sınav sonuçlarına göre yapılmıştır. Öğrenci seçim süreci öğretmen görüşüne bağlı olarak doldurulan formlarla, büyük ölçüde tek boyutla yapılmakta ve bu süreç üstün yetenekli olan bireyleri doğru tespit edebilmeyi olumsuz şekilde etkilemektedir (Tarhan ve Kılıç, 2014). Öğretmenlerin farklı alanlarda farklı becerileri olan üstün yetenekli öğrencileri fark etmelerini, seçmelerini ve belirlemelerini sağlayacak objektifliğini artıracak nesnel ölçümlere ihtiyaçlarının olduğu aşikardır. Bu süreç genel zihinsel, görsel sanatlar ve müzik alanındaki üstün beceriler kategorilerinde yürütülmektedir (MEB, 2018). MEB'in (2018) üstün yetenekliliği üç kısımda değerlendirdiği göz önüne alındığında üstün yeteneklilerin tanı konmasıyla ilgili farklı çalışmaların farklı alanlara özgü becerilere doğru kaydığı görülmektedir. Ancak yine de gerek öğretmenlerin yaptığı değerlendirmede gerekse yürütülen testlerde matematik alanına özgü düşünme biçimi olan matematiksel düşünme aşamalarının bir kriterler bütünü olarak sunulmadığı görülebilir. Psikometrik testlerin kullanıldığı ve bu testlerde matematiksel düşünmelerine yönelik bir değerlendirme yapılmadığı göz önünde bulundurulduğunda, ÜYT konulmuş öğrencilerin matematiksel düşünme becerilerinin farklılaşıp farklılaşmadığının belirlenmesi ÜYT koyma faaliyetlerinin tartışılması açısından önemlidir.

Matematik alanına özgü üstün yeteneğe odaklanan ve üstün yetenekli öğrencilerin matematiksel problem çözme süreçlerinin (Kim, Cho ve Ahn, 2003; Yıldız, Baltacı, Kurak ve Güven, 2012) ve matematiksel yaratıcılıklarının (Haavold, 2013; Taşkın, 2010) üstün yetenekli olmayan öğrencilerden farklılaştığını gösteren sınırlı sayıda çalışma mevcuttur. Matematik alanına özgü bir düşünme biçimi olan matematiksel düşünme, öğrencilerin sahip olması gereken en önemli becerilerden biri olarak görülmesine rağmen, matematiksel düşünmenin alana özgü üstün yeteneğe yansımaları az sayıda çalışmada ele alınmıştır. Çalışma sonuçlarında üstün yetenekli öğrencilerin matematiksel düşünme becerilerini olasılık problemlerinin çözümünde işe koştukları (Baltacı, 2016), ve bilgisayar destekli ortamlarda matematiksel düşünme becerilerini göstermede başarılı olduklarını (Baki, Yıldız ve Baltacı, 2012) ortaya koyulmuştur. Bu çalışmada literatürden farklı olarak ÜYT konulmuş ve konulmamış öğrencilerin matematiksel düşünme süreçleri alt bileşenler bağlamında karşılaştırılarak, alana özgü yeterliliğin tanı konulmuş üstün yeteneklilerde farklılaşıp farklılaşmadığı incelenmiştir.

Matematik alanına özgü bir düşünme biçimi olan matematiksel düşünme, öğrencilerin sahip olması gereken en önemli becerilerden biri olarak görülmesine rağmen, üstün yetenekli öğrencilerin belirlenmesinde matematiksel düşünme becerileri, araştırılmaların artırılması gereken bir alan olarak karşımıza çıkmaktadır. Çalışma gerek üstün yetenekli öğrenci tanılamasında kullanılan testlerin üstün yetenekli öğrencileri belirlemede ve üst düzey matematiksel düşünmelerinin değerlendirilmesinde ne denli etkili olduğu, gerekse ÜYT konulmuş öğrencilerin akranlarına göre matematiksel düşünme bakımından nasıl farklılaştığı hakkında ipucu verecektir. Yapılacak çalışmanın alan yazındaki bu boşluğu dolduracağı ve öğrencilerin matematiksel düşünme becerileri hakkında özellikle matematiksel düşünme aşamalarının hem ÜYT konulmuş hem de ÜYT konulmamış öğrencilerde nasıl farklılaştığı hakkında somut deliller sunması açısından önemli olduğu düşünülmektedir. Bu bağlamda bu çalışmada, ÜYT konulmuş veya konulmamış öğrencilerin matematiksel düşünme süreçlerinin nasıl olduğu, alana özgü yeterliliğin üstün yeteneklilik için bir ölçüt olup olmadığı, matematiksel düşünme aşamaları açısından farklılaşıp farklılaşmadığı eğer farklılaşma varsa bu farklılaşmanın nasıl olduğunun incelenmesi amaçlanmıştır. Bu kapsamda "ÜYT konulmuş ve konulmamış öğrencilerin matematiksel düşünmenin özelleştirme, genelleme, varsayımda bulunma ve ispat/ikna etme boyutundaki süreçleri farklılaşmakta mıdır?" sorusuna cevap aranmıştır.

Yöntem

Çalışmada ÜYT konulmuş ve konulmamış öğrencilerin matematiksel düşünme becerileri problemler yardımıyla ayrıntılı olarak incelenmek ve karşılaştırılmak istenmektedir. Dolayısıyla öğrencilerle birebir görüşmeler yapılıp mevcut matematiksel düşünme süreçlerini ortaya çıkarmak için derinlemesine bir inceleme yapılması gerektiğinden çalışmanın nitel araştırma yöntemlerinden açıklayıcı durum çalışması ile yürütüldüğü söylenebilir. Çünkü açıklayıcı durum çalışması, güncel bir olguyu gerçek yaşam çerçevesi içinde çalışmaya ve durumları çok yönlü, sistemli ve derinlemesine incelemeye (Yıldırım ve Şimşek, 2013) imkân sağlar.

Araştırma Grubu

Çalışma 7. sınıfa devam eden ikisi kız, biri erkek olmak üzere üç ÜYT konulmuş öğrenci ve ikisi kız biri erkek üç ÜYT konulmamış toplam 6 öğrenci ile yürütülmüştür. Çalışma grubu amaçlı örnekleme yöntemlerinden ölçüt örnekleme ile belirlenmiştir. Ölçüt örneklemede bir araştırmada gözlem birimleri belli özelliklerdeki bireyler, olaylar veya nesnelerden oluşabilir (Büyüköztürk, 2010). Bu doğrultuda seçilen öğrencilerdeki ölçütler ÜYT konulması veya konulmaması ile ilgilidir. ÜYT konmuş öğrenciler 2016-2017 eğitim öğretim yılında Giresun Bilim ve Sanat Merkezi'ne devam eden 7. sınıf öğrencileri arasından gönüllülük esasına dayanarak belirlenmiştir. ÜYT konulmuş iki öğrenci BİLSEM'de aldıkları eğitimlerin dışında devlet okullarında, bir öğrenci ise özel bir ortaokulda eğitimlerine devam etmektedir. ÜYT konulmamış öğrencilerin tamamı bir devlet okulunda öğrenim görmekte ve başarı seviyeleri iyidir. Pilot uygulamada orta ve düşük seviyedeki öğrencilerle de çalışılmış, öğrencilerin kavramlara yönelik eksikliklerinden dolayı matematiksel düşüncelerinin gözlemlenemediği durumların ortaya çıktığı görülmüştür. Bu nedenle öğrencilerin iyi seviyede olmalarına dikkat edilmiştir. Öğrencilerin başarı seviyelerinin belirlenmesinde öğretmen görüşüne başvurulmuştur. Kolay ulaşılabilirlik ilkesine göre seçilen bir okuldaki matematik öğretmenleri not ortalamasında iyi düzeyde, ders içinde aktif olan ve çalışmaya gönüllü olarak katılmayı kabul eden öğrencileri belirlemiş, bu öğrencilerden rasgele seçilen üç öğrenci çalışmaya dâhil edilmiştir. Çalışmada yürütülecek etkinliklere yönelik fikir alışverişini önlemek amacıyla öğrencilerin farklı gruplardan olmasına ve birbirlerini tanımamasına dikkat edilmiştir.

Veri Toplama Araçları

Çalışmanın verileri araştırmacılar tarafından geliştirilen etkinlikler ve etkinlik çözümleri üzerine yürütülen klinik mülakatlardan elde edilmiştir.

Etkinlikler

Matematiksel düşünme bileşenleri ilişki ve örüntüleri bulmak üzerinedir. Bu bağlamda matematiğin kullandığı alıştırma, problem, uygulama, araştırma alanlarından olmak üzere dört soru tipinden (Baki, 2015), uygulama ve araştırma türünde sorular seçilmiştir. Uygulama tipi sorularda öğrenciden, önceden öğrenilenlerin farklı yaklaşımlarla kullanılarak farklı çözüm yolları bulmaları beklenirken, araştırma tipi sorularda yeni ilişkiler, örüntüler bulması beklenmektedir (Baki, 2015). İlişki ve örüntü kurmak matematiksel düşünmenin üst düzey aşamalarının bir bileşenidir. Ayrıca problem çözme süreçlerinin matematiksel düşünme süreçlerini ortaya çıkarma potansiyeli göz önünde bulundurulduğunda öğrenciler, ilişki ve örüntülerin kurulmasının gerekli olduğu problem durumlarıyla baş başa bırakılmalıdır.

Buradan hareketle tamamı öğrencilerin matematiksel düşünmenin özelleştirme, genelleme, varsayımda bulunma, ikna etme süreçlerini ortaya çıkarabilecek yönergeler içeren 8 etkinlik tasarlanmıştır. Örnek bir etkinlik ve basamaklara ait yönergeler şu şekildedir:

Etkinlik-1

Özelleştirme basamağına ait yönerge:

► Kısa kenarı 8 br, uzun kenarı 14 br olan yukarıdaki dikdörtgenin içerisinden rastgele seçilen bir noktanın dört kenara olan mesafelerinin toplamını bulun.

Genelleme basamağına ait yönerge:

► Yukarıdaki sonuca gidiş sürecini gözden geçirdiğinde, dikdörtgenin iç bölgesinde rastgele seçilen başka noktaların da kenarlara olan uzaklıklarının toplamı ile dikdörtgenin kenar uzunlukları arasında bir örüntü/ilişki var mıdır, bu ilişkiyi/örüntüyü nasıl açıklarsın?

Varsayımda bulunma basamağına ait yönerge:

► Uzunlukları farklı olan herhangi farklı dikdörtgenlerin iç bölgesindeki bir noktanın kenarlara olan uzaklıklarının toplamı için sözel veya matematiksel bir ifadede bulunabilir misin? Örneğin formülle ifade etmek gibi, veya kelimelerle ifade etmek gibi.

İspat/ikna etme basamağına ait yönerge:

► Tüm dikdörtgenler için düşünürsek, içerisinde seçilen bir noktanın kenarlara olan uzaklıkları için yukarıdaki yaptığın genellemenin doğruluğunun kesin olduğunu nasıl gösterirsin? Bu formülün tüm dikdörtgenlerde geçerli olduğuna nasıl emin olabilirsin, açıklar mısın?

Tüm etkinliklerin kapsam ve içerik geçerliliği ile ilgili uzman görüşleri alınarak düzenlemeler yapılmış, bir ÜYT konulmuş ve bir ÜYT konulmamış öğrenci ile pilot uygulama yürütülmüştür. Pilot uygulama sonrası matematiksel düşünme becerilerini ölçemediği belirlenen iki etkinlik çalışmadan çıkarılmıştır. Asıl uygulamada ele alınan etkinliklere ve kazanımlara ait bilgiler Tablo 1'de verilmiştir.

Ta**blo 1.** Etkinliklere Ait Belirtke Tablosu

Etkinlik	**İçerdiği Kazanımlar**
1.Etkinlik	M.4.3.1.3. Doğrudan ölçebileceği bir uzunluğu en uygun uzunluk ölçme birimiyle tahmin eder ve tahminini ölçme yaparak kontrol eder. M.7.2.1.3. Sayı örüntülerinin kuralını sözle veya harfle ifade eder. M.5.1.2.3. Doğal sayılarla toplama ve çıkarma işlemlerinin sonuçlarını tahmin eder.
2.Etkinlik	M.6.3.2.1. Üçgenin alan bağıntısını oluşturur, ilgili problemleri çözer Dikdörtgenin kenarları ve alanı arasındaki ilişkiyi açıklar.
3.Etkinlik	M.5.2.1.2. Bir noktanın diğer bir noktaya göre konumunu yön ve birim kullanarak ifade eder.
4.Etkinlik	M.7.3.1.1. Bir açıyı iki eş açıya ayırarak açıortayı belirler. M.6.4.2.2. Bir veri grubuna ait aritmetik ortalamayı hesaplar ve yorumlar. M.6.2.1.2. Cebirsel ifadenin değerini değişkenin alacağı farklı doğal sayı değerleri için hesaplar.
5.Etkinlik	M.8.3.1.2. Üçgenin iki kenar uzunluğunun toplamı veya farkı ile üçüncü kenarının uzunluğunu ilişkilendirir.
6.Etkinlik	M.8.3.2.2. Nokta, doğru parçası ve diğer şekillerin yansıma sonucu oluşan görüntüsünü oluşturur.

Etkinliklere ait kazanımlar öğrencilerin kavramlara ait bilgilere yönelik deneyimlerini ortaya koymak için verilmiştir. İlk dört ekinlikteki tüm kazanımlara yönelik tüm öğrencilerin formal deneyimlerinin olması beklenmektedir. Son iki etkinlik ise öğrencilerden ulaşması beklenen bir üst sınıf kazanımına yöneliktir. Bu kazanımlarda ulaşılması beklenen hedefe yönelik hazırbulunuşluğa tüm öğrenciler sahiptir. Bu etkinliklerin tek ve yalnız bir çözümü olmadığı için çözüm süreçlerinde yukarıda yazılanlardan farklı kazanımların da ortaya çıkması olasıdır. Etkinlikleri her öğrenci bireysel olarak bir araştırmacı gözetiminde sesli düşünme prosedürüne uygun olarak yürütmüştür. Her etkinlik için her öğrenciye ihtiyaç duyduğu kadar süre verilmiştir. Öğrenciler her hafta iki etkinlik olmak üzere toplam 3 hafta etkinlikler üzerine çalışmıştır.

Klinik Mülakatlar

Klinik mülakat yönteminin öğrencilerin hatalarının temel nedenlerinin araştırılabileceği ve saklı matematiksel düşüncelerin ortaya çıkarılabileceği bilinmektedir (Baki, Karataş ve Güven, 2002). Bu çalışmada da öğrencilerin problem durumları karşısında ortaya koydukları davranışların nasıl oluştuğu/ortaya konduğu ve buradan hareketle hangi matematiksel düşünme aşamasına ait davranışların sergilendiğinin belirlenmesi amacıyla klinik mülakatlar yürütülmüştür. Mülakatların kişinin kendi doğal ortamında yapılması gerekliliğinden (Legard, Keegan ve Ward, 2003), hareketle öğrencilerle öğrenim gördükleri okullarda sessiz bir ortamda mülakatlar yürütülmüştür. Mülakatlar bir araştırmacı tarafından öğrencilerin etkinlik çözüm süreçlerinde, öğrencilerin düşünme yapılarını ortaya çıkarmayan yönelik yürütülmüştür. Araştırmacılar mülakat öncesinde ortaya çıkabilecek durumları tartışmış ve öğrenci düşünme yapısını ortaya koyacak *"Çözüm için izlediğin aşamaları gerekçelerle açıklar mısın?"*, *"Bu sonuca nasıl ulaştın?"*, *"Bu çözümden neden vazgeçtin?"* gibi soruların mülakat için uygun olacağına karar vermiştir. Mülakatı yürüten araştırmacı ise mülakatlarda ortaya çıkan spesifik durumlar için soruları revize etmiş, gerektiğinde de yeni sorular sormuştur. Her hafta iki araştırmacı bir araya gelerek mülakat sürecini tartışmış ve öğrencilerin düşünceleri ortaya çıkarmak için yapılması gerekenler üzerine tartışmıştır. Bu bağlamda yürütülen mülakatların yarı yapılandırılmış olduğu söylenebilir. Mülakatlar sürecinde araştırmacı öğrencilerin düşünmelerini etkilemeyecek kadar uzak, araştırmanın amacına hizmet edebilecek tüm verileri kaydedecek kadar yakın rol oynamıştır. Mülakatlar ses kaydına alınmıştır.

Veri Analizi

Matematiksel düşünmenin ayrıntılı bir şekilde ortaya koyulabilmesi için literatürdeki tanımlar incelenmiş ve süreç özelleştirme, genelleme, varsayımda bulunma ve ispat/ikna etme olmak üzere dört aşama olarak ele alınmıştır. Bu dört aşamaya uygun geliştirilen etkinliklerle yürütülen pilot uygulama sürecinde bazı aşamalara yönelik öğrenci çalışmalarının birbirinden farklı olduğu ancak bu teorik yapı ile öğrenci süreçlerinin değerlendirilmesinin öğrencileri aynı düşünce yapısında gösterdiği görülmüştür. Bu bağlamda literatürdeki tanımlar tekrar incelenmiş ve matematiksel düşünmenin ayrıntılı bir şekilde koyulabilmesi için her aşamada gösterilebilecek alt davranışlar belirlenmiştir. Bu bağlamda literatür ve pilot uygulama sonucunda özelleştirme bileşeninde görülen süreç yalnız bir çeşit davranış ile açıklanabilirken, genelleme bileşeninin iki, varsayımda bulunma bileşenin üç, ispat/ikna etme bileşeninin üç farklı davranış ile açıklanabileceği görülmüştür. Matematiksel düşünme sürecinin bileşenlerinde olduğu gibi bileşenlere ait davranışlarda da bir hiyerarşi söz konusu değildir. Başka bir deyişle ispat/ikna etme basamağındaki 3. kod, 1. kod ortaya çıkmadan da görülebilir ve 3. kod, 1. koddan daha üst düzey bir davranışı ifade etmektedir. Yani basit çizimlerle varsayımını gösterme girişimi görülmeden, özel örnekler yerine değişkenlerle genellemelere ulaşma davranışları görülebilmektedir.

Bu bileşenler ve bileşenlere ait davranışlar belirlendikten sonra yeniden bir pilot uygulama yürütülmüş ve pilot uygulamada elde edilen veriler bu bağlamda içerik analiziyle analiz edilmiştir. Çünkü içerik analizi elde edilen verilerin derinlemesine analiz edilmesini gerektirir ve çalışmadan evvel belirgin olmayan temaların ve boyutların ortaya çıkarılmasını sağlar (Yıldırım ve Şimşek, 2013). Bu bağlamda literatür taramasının sonucunda ilk pilot uygulama ile belirlenen davranışlar (açıklayıcılar) revize edilmiş ve son hali verilmiştir. Tüm bu çalışmaların sonucunda matematiksel düşünmenin, Tablo 2'de belirtilen dört aşama ve aşamalara ait toplam dokuz davranıştan oluştuğu belirlenmiştir.

Tablo 2. Matematiksel Düşünme Basamakları ve Bu Basamaklara Ait Davranışlar

Kod		Açıklayıcılar
Özelleştirme	Ö-Kod1	• Verilen etkinlikteki problem durumunun yanıtını bulma. • Doğru bir süreç içerisinde özel, verilen duruma ait, özgün örnekleri inceleme. • Verilen duruma ait bir araştırma, kanıtları bir araya getirme.
Genelleme	G-Kod1	• Farklı özel durumları test etme. • İlişkiyi, örüntüyü bulmak amacıyla yaptığı doğru girişimler. • Deneme-yanılma sürecine dair doğru izler.
	G-Kod2	• "Verilen duruma özgü" örüntüyü, ilişkiyi belirleme. • "Verilen duruma ait" doğru ve eksiksiz örüntü bulma.
Varsayımda Bulunma	V-Kod1	• Anlama, fark etme, hissetme, sezme. • Fark ettiği öngörüyü tahmin ve ifade etme.
	V-Kod2	• Her duruma uyarladığı ve çoklu durum için sezdiği (sözel veya görsel) iddia ettiği bu durumun doğruluğunu kontrol etme. • Test etme (ispat başlangıcı veya varsayımının yanlış olmadığına emin olma). • Yanlışsa başa dönme.
	V-Kod3	• Sembol ile veya sözel olarak ifade/formüle etme. • Cebirsel veya sözel olarak ifade etme.
İkna Etme	İ-Kod1	• Sezgisel doğrulama: hisleriyle durumun doğruluğunu sezme. • İddiaların doğruluğunun araştırma. • Güçlü bir delil veya delillerin olmadığı basit çizimlerle iddiasını gösterme girişimi.
	İ-Kod2	• Tümevarımsal açıklama, niceliksel değerlendirmeyi, bir veya daha fazla özel durumlarını öne sürerek varsayımının doğruluğunu gösterme. • İkna etmeye ispatta söz konusu olan elemanlar üzerinde düşünerek tüm elemanlar için genelleme yapmaya çalışarak ispatı sunma. • Varsayımı doğru ise bunun örnekler üzerinde denendiğinde doğrulanması gerektiğinin farkında olma.
	İ-Kod3	• Dönüşümsel soyutlama, özel örnekler yerine, değişkenler ve oluşumlar üzerinde yapılan özel değişikliklerle genellemelere ulaşma. • İkna etmeyi, ispatı doğru akıl yürütme ile dönüşüm yaparak yapılandırma.

Kodlara ait verilen açıklayıcılar ilgili koda dair öğrenci davranışlarını detaylandıracak şekilde ayrıntılandırılmıştır. Matematiksel düşünme süreçlerinin açıklayıcılarından herhangi birinin sergilenmesi o kodun ortaya çıkması anlamına gelmektedir. Asıl çalışmadan elde edilen veriler bu teorik çerçeve ile betimsel analize tabi tutulmuştur. Bu kodlar dikkate alınarak yapılacak analize örnek teşkil etmesi açısından, Etkinlik 1'de yürütülmesi beklenen matematiksel düşünme bağlamındaki olası öğrenci davranışları Tablo 3'de örneklendirilmiştir.

Tablo 3. Etkinlik-1 için Kodlara Ait Gözlenebilecek Davranışlar

Matematiksel Düşünme Aşamaları	Kod	Kodlara ait beklenen öğrenci davranışları
Özelleştirme	Ö-Kod1	Dikdörtgenin herhangi bir yerine konan noktanın, kenarlara olan dikey uzunluklarını incelemesi ve bu konuda araştırma yapması
Genelleme	G-Kod1	Seçilen rastgele noktanın kenarlara olan uzaklığını ölçme girişimleri
	G-Kod2	Seçilen noktanın kenarla olan uzaklıklarının birer kenarla aynı olduğunu fark etmesi
Varsayımda Bulunma	V-Kod1	Noktanın kenarlara olan uzaklığını göstermek amacıyla araştırma yapması, basit çizimlerle desteklemesi
	V-Kod2	Kenarlara olan uzaklığa dair iddialarının doğruluğunu kontrol etmesi ya da test etmesi
	V-Kod3	Kenar uzunlukları a ve b ise seçilen noktanın kenarlara olan uzaklıkları toplamının a+b olduğunu yazması veya sözel olarak aranan uzaklığın kenarların toplamına eşit olduğunu ifade etmesi
İkna Etme	İ-Kod1	Kenarlara olan uzaklığın herhangi bir nokta için değişmeyeceğini sözel olarak ifade etmesi
	İ-Kod2	Birkaç farklı dikdörtgen çizerek bu (İ-Kod1'de belirtilen) sezgisinin doğruluğunu göstermesi
	İ-Kod3	Kenar uzunlukları 1br arttığında seçilen noktanın da her bir kenardan aynı miktarda uzaklaşacağını sözel olarak ifade etmesi ve değişkenler üzerin yapılacak özel değişiklikleri inceleyerek genellemelere ulaşması

Analizler yürütülürken ayrıntılı olarak tanımlanmış bir kavramsal çerçeveye bağlı kalınması güvenirliği sağlamaya imkan oluşturur (Yıldırım ve Şimşek, 2013). Bu çalışma da analiz öncesi literatür incelemesiyle oluşturulan kavramsal çerçeve bir alan uzmanı akademisyen tarafından incelenmiş, ardından pilot uygulama yürütülmüş, pilot uygulamada yürütülen analiz sonrası geliştirilen kodlar ve açıklayıcılar tekrar bir alan uzmanı tarafından incelenmiştir. Bu bağlamda bir öğrencinin tüm etkinliklerdeki çalışmaları hem alan uzmanı olan bir araştırmacı hem de tüm analizi yürütecek olan bir araştırmacı tarafından incelenmiştir. Öğrenci davranışları tartışılmış ve öğrencinin hangi kodu sergilediği konusunda ortak karar verilmeye çalışılmıştır. Bu süreç araştırmacıya veri kodlama ile ilgili örnek teşkil etmiş ve analiz güvenirliğine katkı sağlamıştır. Ayrıca tüm analizler boyunca analizi yürüten araştırmacı, alan uzmanı olan diğer bir araştırmacı ile süreçler hakkında düzenli görüşmeler yürütmüştür.

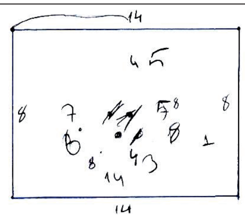
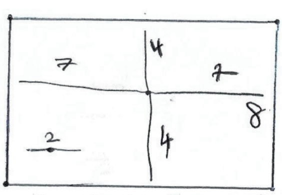
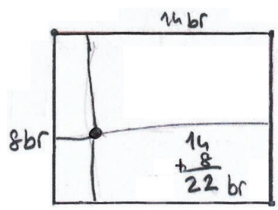
Bulgular

Bu bölümde ÜYT konulmuş ve tanı konulmamış öğrencilerin matematiksel düşünme süreçlerinde ortaya çıkan davranışlarının karşılaştırılmasına örnek teşkil etmesi açısından Etkinlik-1 ile ilgili elde edilen bulgular öğrenci cevaplarından doğrudan alıntılar yapılarak nitel olarak paylaşılmış ve diğer etkinliklere ait bulgular tablo halinde verilmiştir.

Özelleştirme Basamağında Ortaya Çıkan Davranışlar

Birinci etkinlikte özelleştirme basamağında çalışan öğrencilerden dikdörtgenin herhangi bir yerine konan noktanın, kenarlara olan dikey uzunluklarını incelemesi ve bu konuda araştırma yapması beklenmektedir. Öğrencilerin bu bağlamda yürütmüş oldukları çalışmalar Tablo 4'te verilmiştir.

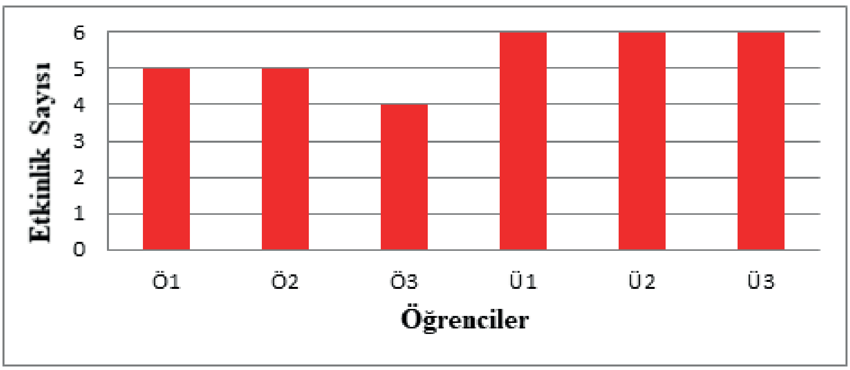
Tablo 4. Etkinlik-1'in Özelleştirme Basamağında Yürütülen Öğrenci Davranışları

	Basamağa ait öğrenci davranışı		Basamağa ait öğrenci davranışı
Ö1	Dikdörtgenin tam ortasına nokta kay-duğumu varsaydım. 7-7-4-4 oldu. 4+4+7+7=22	Ü1	14+8=22 br
Ö2		Ü2	14+8=22
Ö3	 tam ortaya kaydum. Yarı yarıya olacak. 7+7+4+4 22	Ü3	

Tablo 4 incelendiğinde Ö1'in herhangi bir nokta olarak orta noktayı seçtiği ve duruma ait doğru yanıtı vererek Ö-Kod1'i sergilediği görülmektedir. Ö2'nin rastgele seçtiği noktalar üzerinde çalıştığı ve kenarlara olan uzaklıkları araştırdığı ve doğru olarak belirlediği görülmektedir. Dolayısıyla Ö2, Ö-Kod1'i sergilemektedir. Ö3, noktanın rastgele seçilmesi durumu için sonucu bulamayacağını belirterek noktayı tam ortadan seçip ardından kenarlara olan uzaklıkların toplamına ulaşmıştır. Noktanın yeri değiştiğinde ne olabileceği ile ilgili bir cevabı olmamasına rağmen çözüm sürecinde özel durumlar üzerine araştırma yaptığı dolayısıyla özelleştirme basamağına ait davranışın gözlendiği görülmektedir. Buradan ÜYT konulmamış öğrencilerinin tümünün birinci etkinlikte özelleştirme basamağına yönelik davranışlar sergilediği görülmektedir.

Ü1 ve Ü2 benzer çalışmalar yürütmüştür. Her iki öğrenci de herhangi bir işlem yapmadan zihinsel işlemlerle sonuca ulaşarak Ö-Kod1'i sergilemişlerdir. Ü1'e sonuca nasıl ulaştığı sorulduğunda seçtiği herhangi bir noktanın kenarlara olan uzaklıklarını kalemiyle ileri geri göstererek: *"Bu çıkar öğretmenim, bakın!."* demiştir. Ü3 ise, seçtiği bir noktanın kenarlara olan uzaklıklarını kenarlara doğru çizdiği çizgilerle birleştirmiş ve bunların toplamının kenarlara eşit olduğunu sezerek *"Kenarlarla aynı doğru oluyor öğretmenim."* ifadesi ile Ö-Kod1'e yönelik davranışını açıklamıştır. Buradan ÜYT konulmuş öğrencilerinin tümünün birinci etkinlikte özelleştirme basamağına yönelik davranışlar sergilediği görülmektedir.

Her öğrencinin sekiz etkinliğin kaçında özelleştirme basamağına dair davranışlar sergilediği Grafik 1'de verilmiştir.



Grafik 1. Her Öğrenci için Özelleştirme Basamağının Etkinliklerde Ortaya Çıkma Sayısı

Grafik 1 incelendiğinde özelleştirme aşamasında ÜYT konulmamış öğrencilerin, tanı konulmuş öğrencilere göre daha az sayıda etkinlikte özelleştirme davranışını ortaya koydukları görülmektedir. Başka bir deyişle üstün yetenekliliğin matematiksel düşünme aşamalarından Ö-Kod1'in farklılaşmasına imkan sağladığı görülmektedir.

Genelleme Basamağında Ortaya Çıkan Davranışlar

Birinci etkinlikte genelleme basamağında çalışan öğrencilerden G-Kod1 kapsamında seçtikleri rastgele bir noktanın kenarlara olan uzaklığını ölçme girişimlerinde bulunması ve G-Kod2 kapsamında da seçilen noktanın kenarlara olan uzaklıklarının birer kenarla aynı olduğunu fark etmeleri beklenmektedir. Öğrencilerin bu bağlamda yürütmüş oldukları çalışmalar Tablo 5'de verilmiştir.

Tablo 5. Etkinlik-1'in Genelleme Basamağında Yürütülen Öğrenci Davranışları

	Basamağa ait öğrenci davranışı		Basamağa ait öğrenci davranışı
Ö1	Vardır. Ya tam ortasına, ya başka yere uzaklıklarının toplamı kenar uzunluklarını verir.	Ü1	Var. Nereden seçersem seçeyim uzun ve kısa kenarın toplamı olacak
Ö2	Rastgele seçilen noktaların kenarlara uzunluklarının toplamının 2 katı dikdörtgenin kenar uzunluklarına eşit oluyor	Ü2	Vardır. Dikdörtgenin uzun kenarı ⇒ 14 birim Dikdörtgenin kısa kenarı ⇒ 8 birim Nokta ve kenarlara olan mesafe dikdörtgenin kenar uzunluklarıyla aynıdır. Nokta nerde durursa olsun kenarlara olan mesafelerin toplamı her zaman aynıdır.
Ö3	Vardır. Noktayı ortaya koyarsak her kenar uzunluğunun $\frac{1}{2}$'si oluyor	Ü3	Bir tane kısa kenar ile bir tane uzun kenarın toplamı, seçilen herhangi bir noktanın tüm kenarlara olan en kısa mesafelerinin toplamına eşittir. Yani dikdörtgenin tüm kenarlarının toplamının yarısı kadardır.

Tablo 5'de verilen öğrenci cevapları incelendiğinde Ö1, şekil üzerinde başka noktalara doğru kalemini gezdirerek farklı nokta seçiminde neler olabileceğini inceleyerek G-Kod1'i, doğru örüntüye/ilişkiye ulaşarak G-Kod-2'yi sergilediği söylenebilir. Ö2, "*Kısa kenar ile uzun kenarın toplamı oluyor.*" ifadesiyle belirlediği durumu test ederek G-Kod1'i, bu durumun dikdörtgenin çevresiyle bağlantısını kurarak G-Kod2'yi sergilemiştir. Ö3, noktayı dikdörtgenin tam orta noktasına yerleştirmeyi tercih etmiştir. Bu durumun sebebi sorulduğunda, "*Kenarlara olan uzaklığını daha kolay bulmak için.*" cevabını vermiştir. Gerçekten de bu tercih diğer öğrenciler için de ilk çözüm girişimleri için yönlendirici olmuştur denilebilir. Bu anlamda bakıldığında örüntüyü bulmak için yaptığı girişimlerde bulunduğu yani G-Kod1'i ortaya çıkaracak bir davranış sergilediği görülmektedir. Öğrenci bu durumun süreçte kolaylık sağladığını ifade etse de, ilişkiyi ortaya koymaya yönelik sürecini *"Seçilen nokta orta nokta olduğu takdirde."* koşulu üzerine devam ettirmiştir. Bu da öğrencinin *"Herhangi bir nokta için yorum yapılamayacağı"* sonucuna ulaşmasına sebep olmuştur. Araştırmacı, başka yerlere konulan noktaları sorguladığında öğrenci ile aralarında aşağıdaki diyalog geçmiştir:

A: "Dikdörtgenin tam ortasına konulmayacak noktalar için yorum yapabilir misin?"

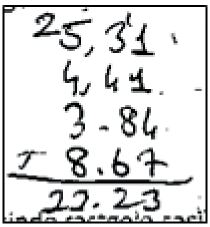
Ö3: "Hayır yapamayız öğretmenim."

A: "Neden, açıklar mısın?"

Ö3: "Bilemeyiz ki, kenarlara olan uzaklıkları ölçmemiz gerekir yoksa bilemeyiz."

A: "İstersen cetvel kullanarak ölçebilirsin."

Burada araştırmacı öğrenciye cetvel kullanabileceğini hatırlatmıştır. Öğrenci kâğıda rastgele koyduğu bir noktanın kenarlara olan uzaklığını cetveli ile ölçmüş, ondalık kısımları mükemmel olarak ölçemediği için Şekil 1'de verilen sonuca ulaşmıştır.

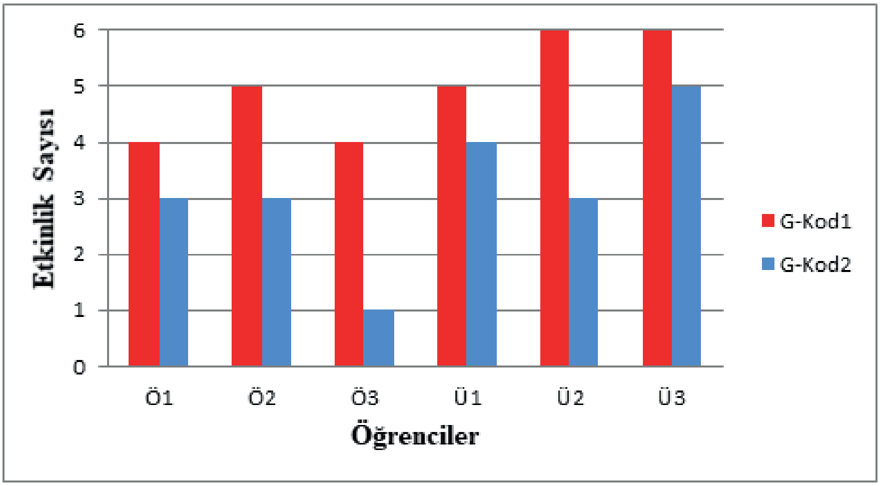


Şekil 1. Ö3'ün Genelleme Aşamasındaki Çalışması

Şekil 1'de verilen hesaplamanın ardından "Tam ortada seçmediğimiz için küsuratlı çıkıyor. Ortadan seçmek gerekiyor, yoksa bilemeyiz." yorumunu yapmıştır. Bu durum özelleştirme basamağından genelleme basamağına çıkamamanın bir sonucu olarak görülebilir. Çünkü öğrenci sadece ve yalnız ortada olan özel nokta yani özel bir durum için doğru davranış sergileyebilmiştir. Bu duruma ait örüntü tam ve doğru bir biçimde ortaya konamadığı için G-Kod2 sergilenememiştir. Buradan ÜYT konulmamış öğrencilerinin tümünün birinci etkinlikte genelleme basamağına yönelik G-Kod1'e dair davranışlar sergilediği, G-Kod-2'ye yönelik ise iki öğrencinin çalışmalar yürütebildiği, bir öğrencinin bu koda yönelik davranışlar sergileyemediği görülmektedir.

ÜYT konulmuş öğrencilerin çalışmaları incelendiğinde, tüm öğrencilerin noktanın nereden seçilirse seçilsin kenarlara olan uzaklıklarını belirten doğru parçalarının, yatay ve dikeyde incelendiğinde, kısa ve uzun kenarlara eş uzunlukta olacağını belirterek G-Kod1 ve G-Kod2'yi sergilediği görülmektedir. Buradan ÜYT konulmuş öğrencilerinin tümünün birinci etkinlikte genelleme basamağına yönelik hem G-Kod1 hem de G-Kod2'ye yönelik davranışlar sergilediği görülmektedir.

Her öğrencinin sekiz etkinliğin kaçında genelleme basamağına dair davranışlar sergilediği Grafik 2'de verilmiştir.



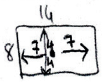
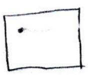
Grafik 2. Her Öğrenci için Genelleme Basamağının Etkinliklerde Ortaya Çıkma Sayısı

Grafik 2 incelendiğinde G-Kod1 ve G-Kod2 davranışlarının ÜYT konulmuş öğrencilerde daha fazla sayıda etkinlikte gözlendiği, her iki kodun da ÜYT koyulmuş öğrenciler lehine ayırt edici özellikte görülmektedir.

Varsayımda Bulunma Basamağında Ortaya Çıkan Davranışlar

Birinci etkinlikte varsayımda bulunma basamağında çalışan öğrencilerden V-Kod1 kapsamında seçtikleri noktanın kenarlara olan uzaklığını göstermek amacıyla araştırma yapması ve basit çizimlerle desteklemesi, V-Kod2 kapsamında seçtikleri noktanın kenarlara olan uzaklığa dair iddialarının doğruluğunu kontrol etmesi ya da test etmesi ve V-Kod3 kapsamında dikdörtgenin kenar uzunlukları a ve b ise seçilen noktanın kenarlara olan uzaklıkları toplamının a+b olduğunu yazması veya sözel olarak aranan uzaklığın kenarların toplamına eşit olduğunu ifade etmesi beklenmektedir. Öğrencilerin bu bağlamda yürütmüş oldukları çalışmalar Tablo 6'da verilmiştir.

Tablo 6. Etkinlik-1'in Varsayımda Bulunma Basamağında Yürütülen Öğrenci Davranışları

	Basamağa ait öğrenci davranışı		Basamağa ait öğrenci davranışı
Ö1	Hangi nokta alınsa alsın kenar uzunluklarını verir.  gibi	Ü1	Uzun kenar + Kısa kenar = Noktanın kenarlara uzaklığı
Ö2	Dikdörtgenin kısa kenarı ile uzun kenarlarının toplamı noktanın kenarlara olan mesafesini buluyor dik kenara 9 diyelim yataya ise 10 bir rastgele bir nokta seçtik. Bu nokta ya kısma uzunluğu kesinlikle 10 olacak. Dik kısımda aynı istersek 1 ve 8 olsun yine dokuz olacak.	Ü2	Sözel ifadede bulunmuştur.
Ö3	 Seçilen bir noktanın 4 kenara olan uzaklıklarının toplamı 1 kısa kenar ve 1 uzun kenarın toplamına eşit oluyor.	Ü3	Sözel ifadede bulunmuştur.

Tablo 6 incelendiğinde Ö1'in noktanın kenarlara olan uzaklıkları toplamının kenarlarla olan ilişkisini fark ettiği, ilişkinin tüm durumlar için uyarlanabilirliğini kontrol ettiği ve varsayımını sözel olarak formüle ettiği dolayısıyla da V-Kod1, V-Kod2 ve V-Kod3'e yönelik davranışlar sergilediği görülmektedir. Ö2'nin farklı dikdörtgenlerde de bu ilişkinin olacağını fark ettiği, bunu test ederek kontrolünü yaptığı ve ilişkiyi tüm dikdörtgenlere genellemeye yönelik çalışmalar yürüttüğü dolayısıyla da varsayımda bulunma basamağındaki tüm kodlara yönelik davranışlar sergilediği görülmektedir. Ö3 genelleme basamağında seçilen noktanın *"orta nokta olma koşulu"* altında kenarlara olan mesafelerin toplamı ile ilgili bir örüntü/ilişki olduğunu ifade etmişti. Bu aşamada problem durumunda kendisinden tüm durumlar için düşünce geliştirmesi istendiğinde yine koşullu genellemesine dayalı bir varsayımda bulunmuştur. Tablo 6'da verilen öğrenci ifadesinden rastgele seçilen noktalar için bir varsayım bulunmak yerine, sadece orta nokta için varsayımda bulunduğu anlaşılmaktadır. Bu durum seçilen noktanın, dikdörtgenin uzunluklarından farklı olarak her durumda geçerli bir örüntüyü sezdiğini göstermekte dolayısıyla V-Kod1'e yönelik davranışın ortaya çıktığı görülmektedir. Ancak seçilen noktanın orta nokta olmadığı durumlarla ilgili varsayımını gözden geçirmemiş, test etme ve kontrollerden geçirme süreçlerini deneyimlememiş, bu yüzden V-Kod2'ye uygun davranışlar görülmemektedir. Öğrencinin ilişkileri sembol veya sözel olarak ifade edebilme davranışıyla V-Kod3'ü sergilediği söylenebilir. Buradan ÜYT konulmamış öğrencilerinin tümünün birinci etkinlikte varsayımda bulunma basamağına yönelik V-Kod1, ikisinin ise V-Kod2 ve V-Kod3'e yönelik davranışlar sergilediği görülmektedir.

ÜYT konulmuş öğrencilerin süreçleri incelendiğinde, Ü1'in şekil üzerindeki hesaplamalar ve kontrollerden sonra varsayımını yazılı olarak ifade ettiği görülmektedir. Öğrenciyi bu varsayımına götüren süreçte şekil üzerindeki hesaplamaları V-Kod1'e ve farklı durumlardaki test aşamaları V-Kod2'ye, varsayımını doğru bir biçimde sözel olarak ifade etmesi ise V-Kod3'e yönelik davranışlar sergilediğini göstermektedir. Ü2'nin genelleme basamağındaki sürecin devamı niteliğinde yürüttüğü çalışmalarda noktanın nerede seçilirse seçilsin kenarlara olan uzaklıkların toplamlarının aynı olacağını fark ettiği görülmektedir. Bu fark etme sürecinin ortaya çıkarılması amacıyla yürütülen mülakat şu şekildedir:

A: "Peki dikdörtgenin kenar uzunlukları değişseydi, bir yorum yapabilir miydik?"

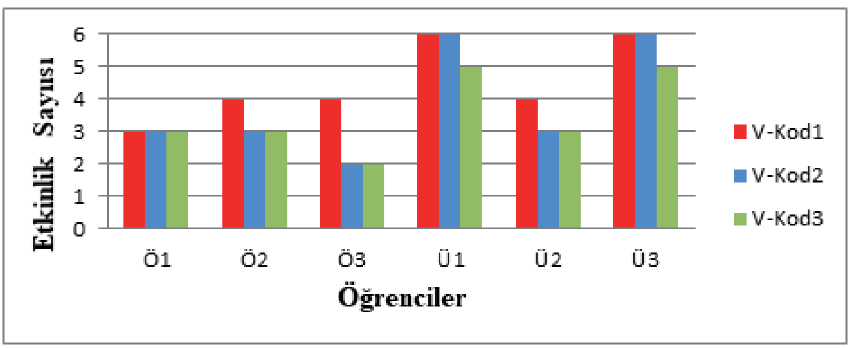
Ü2: "Yine aynı olurdu, kenarlara olan uzaklıklar yine kenarı verirdi. Çünkü aynı…"

A: "Bu söylediklerini cebirsel olarak yazabilir misin? "

Ü2: "Kenarlarının uzunluklarını veriyor öğretmenim, kenarları kaçsa o uzunlukların toplamı."

Görüldüğü gibi öğrenci varsayımlarını genişletebilmekte ve varsayımlarından ortaya çıkan ilişkileri sözel olarak ifade edebilmekte dolayısıyla V-Kod1, V-Kod2 ve V-Kod3'e yönelik davranışlar sergilemektedir. Ü3 de Ü2 ile benzer çalışmaları yürüterek varsayımda bulunmaya yönelik tüm davranışları sergilemiştir. Buradan ÜYT konulmuş öğrencilerinin tümünün birinci etkinlikte varsayımda bulunma basamağına yönelik tüm davranışları sergilediği görülmektedir.

Her öğrencinin altı etkinliğin kaçında varsayımda bulunma basamağına dair davranışlar sergilediği Grafik 3'de verilmiştir.



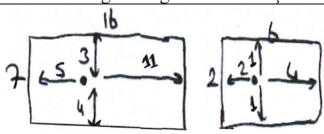
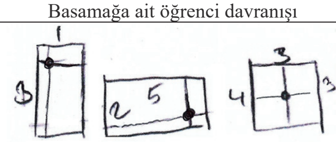
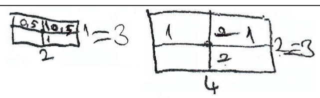
Grafik 3. Her Öğrenci için Varsayımda Bulunma Basamağının Etkinliklerde Ortaya Çıkma Sayısı

Grafik 3 incelendiğinde, ÜYT konulmuş öğrencilerin V-Kod1'i daha çok etkinlikte sergiledikleri görülmektedir. Ü1 ve Ü3'ün V-Kod2 basamağını tüm etkinliklerde gösterdiği, ÜYT konulmamış öğrencilerde ise V-Kod2'nin daha az etkinlikte ortaya çıktığı görülmektedir. Buradan V-kod1 ve V-Kod2'nin ÜYT konulması açısından ayırt edici olduğu söylenebilir. Benzer şekilde, V-Kod3 üstün yetenekliler lehine daha fazla etkinlikte gözlendiği görülmektedir. Başka bir ifade ile varsayımda bulunmanın tüm davranışları ÜYT konulabilmesi açısından ayırt edici özelliktedir.

İspat/İkna Etme Basamağında Ortaya Çıkan Davranışlar

Birinci etkinlikte varsayımda bulunma basamağında çalışan öğrencilerden İ-Kod1 kapsamında kenarlara olan uzaklığın herhangi bir nokta için değişmeyeceğini sözel olarak ifade etmesi, İ-Kod2 kapsamında birkaç farklı dikdörtgen çizerek bu İ-Kod1'de belirtilen sezgisinin doğruluğunu göstermesi, İ-Kod3 kapsamında kenar uzunlukları 1 br arttığında seçilen noktanın da her bir kenardan aynı miktarda uzaklaşacağını sözel olarak ifade etmesi ve değişkenler üzerin yapılacak özel değişiklikleri inceleyerek genellemelere ulaşması beklenmektedir. Öğrencilerin bu bağlamda yürütmüş oldukları çalışmalar Tablo 7'de verilmiştir.

Tablo 7. Etkinlik-1'in İspat/İkna Etme Basamağında Yürütülen Öğrenci Davranışları

	Basamağa ait öğrenci davranışı		Basamağa ait öğrenci davranışı
Ö1		Ü1	 Ne kadar dönersem döneyeyim aynı sonuç
Ö2	Zaten rastgele seçilen noktanın kenarlara uzaklığı kenar uzunluklarının iki katı oluyor. Çünkü dikdörtgenin karşılıklı kenarı birbirine eşit bu yüzden 8ve 1u toplanır. İki katı kenar uzunluklarına eşit.	Ü2	Yanıt verememiştir.
Ö3	 Kesin ~~olarak~~ eminim. Çünkü noktanın 2 kısa kenara veya 2 uzun kenara olan uzaklıkları toplamı 1 tane kenarını veriyor.	Ü3	Bir tane kısa kenar ile bir tane uzun kenarın toplamı seçilen herhangi bir noktanın tüm kenarlara olan en kısa mesafelerinin toplamına eşit olur. Yani dikdörtgenin tüm kenarlarının toplamının yarısı kadar olur.

Ö1, İ-Kod1'e dair bir davranışta bulunmadan farklı özel durumları denemelerde bulunarak varsayımının doğruluğunu göstererek İ-Kod2'yi sergilemiştir. İ-Kod3'e dair bir davranış gözlenmemiştir. Ö2, seçilen farklı noktalarıyla kenar uzunlukları arasındaki ilişki üzerinde durmuş, bunu tüm dikdörtgenler için ispatlamamıştır. Kendisiyle arasında geçen diyalog şu şekildedir:

A: "Soruda bunu tüm durumlar için ispatlayıp ispatlayamayacağın soruluyor."

Ö2: "Evet öğretmenim, noktaların yerlerini nereden seçersek seçelim hep aynı."

A: "Farklı dikdörtgenler olsa?"

Ö2: "Onlarda da kenarlarına eşit olurdu, yine kenarlara denk geliyor çünkü…"

Bu yüzden Ö2'nin güçlü bir delil olmadan basit çizimleri ve yaptığı açıklamalarla İ-Kod1'e uygun bir ispat yaptığı görülmüştür. İ-Kod2 ve İ-Kod3'e ait bir davranış gözlenmemiştir. Ö3, yine önceki yalnızca ortada bulunan noktalar için oluşturduğu genellemesini aynı biçimdeki varsayımda bulunarak devam ettirmiş ve o varsayıma göre bir ispat yapmıştır. Kendisine noktanın ortadan olmadığı durumlarla ilgili soru yöneltildiğinde sadece orta nokta ile fikrinin olduğunu diğer durumlar için bir şey bulamadığını söylemiştir. Bu basamakta ispat süreci tümevarımsal ispat yöntemidir ve İ-Kod2'yi sergilemiştir. İ-Kod1 ve İ-Kod3'e ait bir davranış gözlenmemiştir.

Ü1 ile araştırmacı arasında geçen diyalog şu şekildedir:

Ö11: "Her dikdörtgende aynı şey çıkar."

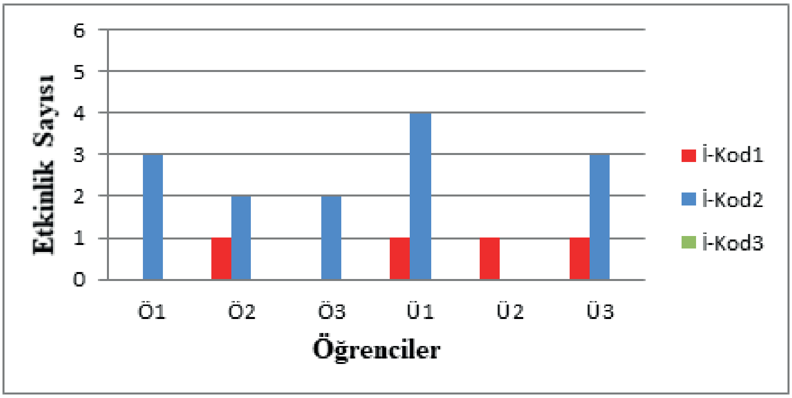
A: "Açıklar mısın?"

Ö11: "Örneğin kareye benzer, ya da kareye yakın 5br ve 3br olsa yine nokta seçtiğimde aynı oluyor, ortasından seçsem de yine aynısı olacak istediğimiz kadar deneyelim."

Bu diyalogdan görüldüğü gibi Ü1, İ-Kod1 ve İ-Kod3 kodlarına ait davranış sergilemezken, birden çok niceliksel değerlendirmeyi öne sürerek varsayımının doğruluğunu göstererek İ-Kod2'e yönelik çalışmalar yürütmektedir. Ü2, yanıt verememiştir. Sadece varsayımda bulunmuş ancak varsayımının her durumda geçerli olduğunun ispatı ile ilgili tanımlanan kodlardan herhangi biri kapsamında davranış sergileyememiştir.

Ü3, genelleme basamağında örüntüyü açıklamış, izah etmiş ve ikna etme basamağının İ-Kod2 davranışını sergilemiştir. İ-Kod1 ve İ-Kod3'e yönelik ise herhangi bir davranış sergilememiştir.

Her öğrencinin altı etkinliğin kaçında ispat/ikna etme basamağına dair davranışlar sergilediği Grafik 4'de verilmiştir.



Grafik 4. Her Öğrenci için İspat/İkna Etme Basamağının Etkinliklerde Ortaya Çıkma Sayısı

Grafik 4 incelendiğinde, sadece ÜYT konulmamış bir öğrencinin bir etkinlikte İ-Kod1'i sergilediği, diğer iki öğrencinin bu koda yönelik davranışlar sergilemediği görülmektedir. ÜYT konulmuş öğrencilerin ise birer etkinlikte bu koda yönelik davranışlar sergilediği görülmektedir. ÜYT konulmuş öğrencilerle tanı konulmamış öğrencilerin İ-Kod2 aşamasında net bir ayrım yapılamayacağı da görülmektedir. İ-Kod3'ün ise tüm öğrenciler için hiçbir etkinlikte görülmediği dikkat çekmektedir. Bu bağlamda ispat/ikna etme aşamasında ÜYT konulmuş ve konulmamış öğrencilerin ayırt edilebilir davranışlara sahip olmadığı görülmektedir.

Sonuç ve Tartışma

Bu çalışmada, ÜYT konulmuş veya konulmamış öğrencilerin matematiksel düşünme süreçlerinin farklılaşıp farklılaşmadığı dolayısıyla alana özgü yeterliliğin üstün yeteneklilik için bir ölçüt olup olmadığı ortaya koyulmuştur. Çalışma sonucunda matematiksel düşünmenin özelleştirme basamağında ortaya çıkan düşünme süreçlerinin ÜYT konulmuş öğrenciler lehine farklılaştığı sonucuna ulaşılmıştır. Bu sonuç ÜYT konulmuş öğrencilerin alana özgü bir düşünme biçimi olan matematiksel düşünmenin özelleştirme basamağında, akranlarına göre daha üst düzeyde davranış sergilediğini göstermektedir. Literatürde alana özgü üstün yetenekliliğin üstün yetenekli bireyleri belirlemede ayırt edici olduğu vurgulanmaktadır (Chang, 1985; Taşkın, 2010; Öngöz ve Aksoy, 2015). Her ne kadar ülkemizde ÜYT konulurken alana özgü üstün yetenek taranmasa da, yürütülen ÜYT koyma çalışmalarının matematiksel düşünmenin özelleştirme basamağına yönelik üst düzey düşünme becerilerine sahip bireyleri ayırt etme potansiyeli olduğu söylenebilir.

Matematiksel düşünmenin genelleme basamağında öğrencilerden farklı özel durumları test etme, ilişkiyi ve örüntüyü bulma girişimlerinde bulunmaları beklenmektedir. Biber ve Argün (2012), kavramsal bilgilerin matematiksel genellemelerle doğrudan ilişkili olduğunu vurgulamaktadır. Yeşildere ve Akkoç (2011) ise öğrencilerin zorlandıkları durumlarda deneme yanılma eğiliminde olduklarını vurgulamaktadır. Bu çalışmada katılımcılarının tamamının matematik derslerinde başarılı oldukları bilindiğinden kavramsal bilgilerini genelleme süreçlerinde işe koşmakta zorlanmamaları beklenmektedir. Ancak bu çalışmada ÜYT konulmamış öğrencilerin ilişkilerin daha rahat görüldüğü örüntülerde belirli olan terimlerinden yararlanarak sonraki terimleri bulmaya çalıştığı, karmaşık örüntülerde ise deneme yanılma üzerine yoğunlaştığı görülmüştür. Çalışma sonucunda ÜYT konulmuş öğrencilerin daha çok genellemelere odaklanarak örüntüyü ortaya koymada daha üst düzeyde davranışlar sergilediği sonucuna ulaşılmıştır. Bu sonuç ülkemizde yürütülen ÜYT koyma çalışmalarının matematiksel düşünmenin genelleme basamağına yönelik üst düzey düşünme becerilerine sahip bireyleri ayırt etme potansiyeli olduğunu göstermektedir.

Çalışma sonucunda matematiksel düşünmenin varsayımda bulunma basamağında ortaya çıkan düşünme süreçlerinin ÜYT konulmuş öğrenciler lehine farklılaştığı sonucuna ulaşılmıştır. Varsayımda bulunma aşamasında öğrencilerden varsayımlarını sözel olarak, sembollerle ve cebirsel olarak ifade etmeleri beklenmektedir. Akkan ve Baki (2016), öğrenim seviyesi arttıkça ortaya çıkan genelleme/tahminde bulunma açısından aritmetikten cebire geçişteki değişim ve gelişimin en belirgin 7. ve 8. sınıf öğrencileri arasında gözlendiğini vurgulamaktadır. Mevcut çalışmaya katılan tüm öğrenciler 7. sınıfta öğrenim görmektedir. Bu bağlamda varsayımda bulunma aşamasında ÜYT konulmuş öğrencilerin 8. sınıfta beklenen davranışları sergiledikleri, ÜYT konulmamış öğrencilerin ise bu davranışları sergileyemedikleri söylenebilir. Bu bağlamda, Ülkemizde yürütülen ÜYT koyma çalışmalarının matematiksel düşünmenin varsayımda bulunma basamağına yönelik üst düzey düşünme becerilerine sahip bireyleri ayırt etme potansiyeli olduğunu göstermektedir.

İspat/ikna etmede aşamasında her iki grubun da benzer davranışlar sergilediği görülmüştür. Yapılan çalışmalar öğrencilerin genel olarak ispat yapmada zorlandıklarını gösterse de (Albayrak, 2010; Aylar, 2014; Çalışkan, 2012), matematik alanına özgü üstün yeteneğe sahip öğrencilerin ispat becerilerinin akranlarına göre üst düzey olması beklenmektedir. Elde edilen bu sonuç, Ülkemizde yürütülen ÜYT koyma çalışmalarının matematiksel düşünmenin ispat/ikna etme basamağına yönelik üst düzey düşünme becerilerine sahip bireyleri ayırt etme potansiyeli yetersiz kaldığını göstermektedir.

Her ne kadar çalışma sonucunda özelleştirme, genelleme, varsayımda bulunma aşamalarında ÜYT tanısı konulmuş öğrencilerin diğerlerinden farklılaştığı görülse de genelleme ve varsayımda bulunma basamaklarında ortaya çıkan davranışların ÜYT konulmuş öğrencilerde dahi her etkinlikte ortaya çıkmadığı görülmüştür. Hatta genelleme, varsayımda bulunma ve ispat/ikna etme basamaklarında gözlenen davranışlarda giderek bir düşüş olduğu görülmüştür. Bu durum etkinliklerin yapısı ile ilgili olabileceği gibi, öğrencilerin zorlandıkları durumlarda deneme yanılma eğiliminde olmaları (Biber ve Argün, 2012; Yeşildere ve Akkoç, 2011), tahmin etme sürecinin öğrenciler tarafından tercih edilmeyen bir çözüm süreci olması (Yıldız ve diğerleri, 2012) ve öğrencilerden ispat yapılması istendiğinde tek veya birkaç özel durum ile örneklendirmeyi yeterli görme eğiliminde olmaları (Aylar, 2014; Çalışkan, 2012) ile açıklanabilir. Ancak burada ÜYT konulmuş öğrencilerden, belirli alanlarda akranlarına göre, daha üst düzey davranışlar sergilemesi beklendiği unutulmamalıdır. Bu ise mevcut yöntemlerle ÜYT konulmasından ziyade matematiksel düşünme sürecinin üst düzey davranışlarına yönelik alana özgü geliştirilmiş değerlendirme yaklaşımlarına odaklanılması gerekliliğini açıkça ortaya koymaktadır.

Öneriler

Yapılan çalışmanın sonucunda alana özgü bir düşünme olan matematiksel düşünme becerisinin bazı alt boyutlarında farklılaşma olmadığı görülmüştür. Bazı ÜYT konulmamış öğrencilerin ÜYT konulmuş öğrencilerle benzer performanslar sergiledikleri de düşünüldüğünde bu durum ÜYT konulurken alana özgü üstün yeteneğin göz ardı edilmemesi gerektiğini ortaya koymaktadır. Dolayısıyla diğer alanlarda da alana özgü üstün yeteneklilik tanılamalarına yönelik çalışmalar yapılabilir.

Üstün yetenekli öğrencilerin tanılanması aday gösterilme süreci ile başlar. Öğrencilerin aday gösterilmesi aşamasında öncelikli görev öğretmenlerin ve ailelerindir. Çünkü ancak öğretmen ya da aileleri tarafından yönlendirilen öğrenciler BİLSEM'lerin sınavlarına katılma imkânı bulmakta ve bu öğrenciler arasından tespit edilen öğrenciler BİLSEM'lere alınmaktadır. Bu açıdan bakıldığında öğretmeni veya ailesi tarafından keşfedilememiş bir öğrenci üstün yetenekli olsa dahi bu süreç kendileri için başlatılamadığından ÜYT konulamıyor olabilir. Araştırma kapsamında kullanılan problemlerin hem ÜYT konulmuş hem de tanı konulmamış öğrencilerin matematiksel düşünme süreçlerini ortaya çıkarma fırsatı sunduğu tespit edilmiştir. Bu sonuç öğrencilere uygun etkinlikler verildiğinde matematiksel düşünme süreçlerinin ortaya koyulmasına imkân sağladığını göstermektedir. Bu bağlamda öğrenme ortamlarında öğrencilerin matematiksel düşünme süreçlerini ortaya çıkarmaya imkân sağlayan bu tür etkinliklere yer verilmesinin öğrencilerin matematiksel düşünme basamaklarına yönelik davranışlar sergilemesine ve böylelikle matematiksel düşünmede üstün yeteneğe sahip öğrencilerin tanılanmasına imkân sağlayacağı düşünülmektedir.

Diğer taraftan çalışmada bazı alt bileşenleri ortaya çıkarmada tasarlanan problemlerin eksik kaldığı belirlenmiştir. Örneğin özelleştirme basamağında her ne kadar ÜYT konulmuş öğrenciler daha üst çok etkinlikte bu basamağa dair davranışlar sergilese de, ÜYT konulmuş ve konulmamış öğrencilerin tamamının birçok etkinlikte alana özgü davranışlar sergilediği görülmektedir. Bu bağlamda ileriki çalışmalarda, özelleştirme bileşeninde iki grubun düşünme süreçlerindeki farklılaşmanın ortaya çıkarılmasını sağlamak amacıyla etkinliklerin önceki yaşantılardan farklı, rutin problemlerin dışında olacak şekilde tasarlanması önerilmektedir. Benzer şekilde etkinlikler öğrencileri sezgisel ispata yönlendirmekten ziyade örneklerle ikna sürecine yönlendirmiş ve dolayısıyla sezgisel ispata yönelik davranışların araştırıldığı "güçlü bir delil olmayan basit çizimlerle iddialarının ispatına" yönelik davranışlar incelenememiştir. Bu bağlamda ileriki çalışmalarda sezgisel ispata imkân sağlayan etkinliklerin ele alınarak değerlendirmeler yapılmasının, ayrıntılı sonuçların ortaya koyulmasına imkan sağlayacağı düşünülmektedir.

Bu çalışmada ÜYT konulmuş ve konulmamış öğrencilerin matematiksel düşünme süreçleri kağıt-kalem ortamlarında değerlendirilmiştir. Farklı etkinliklerin farklı düşünme yapılarını ortaya koyma potansiyeli düşünüldüğünde ileriki çalışmalarda farklı ortamlarda çalışmalar yürütülebilir. Örneğin bu çalışmada farklı ortam olarak işe koşulan ve alana özgü üstün yeteneği ortaya koyma potansiyeli olan GeoGebra gibi Dinamik Matematik Yazılımlarıyla ÜYT konulmuş ve konulmamış öğrencilerin alana özgü yeteneklerinin farklılaşıp farklılaşmadığı araştırılabilir.

Kaynakça

AKKAN, Y., ve Baki, A. (2016). Doğal Sayı Sistemindeki Özellikleri Genelleme Yoluyla Görünür Kılma Bağlamında Ortaokul Öğrencilerinin Cebire Geçişlerinin İncelenmesi. *Adıyaman Üniversitesi Eğitim Bilimleri Dergisi*, 6(2), 198-230.

ALBAYRAK B. Ö. (2010)*. 8. sınıf matematik öğretiminde ispat ve muhakeme kavramlarının ve önemlerinin farkındalığı* (Yayınlanmamış yüksek lisans tezi). Atatürk Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Erzurum.

AYLAR, E. (2014). *7. sınıf öğrencilerinin ispata yönelik algı ve ispat yapabilme becerilerinin irdelenmesi* (Yayımlanmamış doktora tezi). Hacettepe Üniversitesi, Ankara.

BAKİ, A. (2015). *Kuramdan Uygulamaya Matematik Eğitimi* (6.basım). Trabzon: Harf Eğitim Yayıncılığı.

BAKİ, A., Karataş, İ., ve Güven, B. (2002). Klinik mülakat yöntemi ile problem çözme becerilerinin değerlendirilmesi. Ulusal Fen Bilimleri ve Matematik Eğitimi Kongresi, Orta Doğu Teknik Üniversitesi,16-18 Eylül 2002 Ankara.

BAKİ, A., Yıldız, A. Ve Baltacı, S. (2012). Mathematical thinking skills shown by gifted students while solving problems in a computer-aided environment. *Energy Education Science and Technology Part B: Social and Educational Studies*. Special Issue: 993-995

BALTACİ, S. (2016). Examination of gifted students' probability problem solving process in terms of mathematical thinking. *Malaysian Online Journal of Educational Technology (MOJET),* 4(4), 18-35.

BİBER, A., ve Argün, Z. (2012). Matematik öğretmen adaylarında iki değişkenli fonksiyonların limiti kavramının yapılandırılmasının incelenmesi. *Mersin Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, *8*(2), 56-66.

BİLSEM YÖNERGESİ (2007). *Bilim ve Sanat Merkezleri Yönergesi*. T.C. Millî Eğitim Bakanlığı. https://orgm.meb.gov.tr/www/bilim-ve-sanat-merkezleri-yonergesi-yayimlandi/icerik/582 adresinden 05.11.2018 tarihinde erişilmiştir.

BÜYÜKÖZTÜRK, Ş. (2010). *Sosyal bilimler için veri analizi el kitabı* (11. baskı). Ankara: Pegem A Yayıncılık.

CHANG, L. L. (1985). Who are the mathematically gifted elementary school children? *Roeper Review,* 8 (2), 76-79.

ÇALIŞKAN, Ç. (2012). *8. sınıf öğrencilerinin matematik başarılarıyla ispat yapabilme seviyelerinin ilişkilendirilmesi* (Yayınlanmamış yüksek lisans tezi). Uludağ Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Bursa.

DURAN, N. (2005). *Matematiksel düşünme becerilerine ilişkin bir araştırma* (Yayınlanmamış yüksek lisans tezi). Hacettepe Üniversitesi, Ankara.

HAAVOLD, P. Ø. (2013). *What are the characteristics of mathematical creativity? An emprical and theorical investigation of mathematical creativity?* Yayımlanmamış doktora tezi. University of Tromso, Norway.

HAREL, G., and Sowder, L. (2007). Toward comprehensive perspectives on the learning and teaching of proof. *Second handbook of research on mathematics teaching and learning*, 2, 805-842.

HENDERSON, P. B., Hitchner, L., Fritz, S. J., Marion, B., Scharff, C., Hamer, J., and Riedesel, C. (2003). Materials development in support of mathematical thinking. *ACM SIGCSE Bulletin*, 35(2), 185-190.

KIM, H., Cho, S., and Ahn, D. (2003). Development of mathematical creative problem solving ability test for identification of gifted in math. *Gifted Education International*, 18, 164–174.

LEGARD, R., Keegan, J., and Ward, K. (2003) In-depth Interviews. *Qualitative research practice: A guide for social science students and researchers*, 6(1), 139-168.

LIU, P. H. (2003). Do teachers need to incorporate the history of mathematics in their teaching. *Mathematics Teacher*, 96(6), 416–421.

LIVNE, N. L., and Milgram, R. M. (2006). Academic versus creative abilities in mathematics: Two components of the same construct? *Creativity Research Journal*, 18, 199–212.

MASON, J., Burton, L., and Stacey, K. (1991). *Thinking Mathematically*. England, Addison- Wesley Publishers, Wokingham.

MEB, (2018). Matematik dersi öğretim programı (İlkokul ve ortaokul 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 ve 8. Sınıflar). http://mufredat.meb.gov.tr adresinden 4 Ekim 2018 tarihinde erişilmiştir.

ÖNGÖZ, S., ve Aksoy, D. A. (2015). Üstün yetenekli öğrenciler bilişim teknolojileri dersinden ne bekliyorlar? *Journal of Education ve Special Education Technology*, *1*(1), 34-47.

ÖZTÜRK, G. (2013). *Matematiksel düşünme odaklı öğretim: ortaöğretim matematik öğretmen adaylarının planlama becerileri ve görüşleri* (Yayımlanmamış doktora tezi). Fen Bilimleri Enstitüsü, Balıkesir Üniversitesi, Balıkesir.

PESEN, C. (2003). *Eğitim fakülteleri ve sınıf öğretmenleri için matematik öğretimi*. Ankara: Nobel Yayın Dağıtım.

POLYA, G. (1945). *How to solve* ıt, *Princeton*. NJ: Princeton U. Press.

RENZULLI, J. S. (1978). What makes giftedness? Reexamining a definition. *Phi Delta Kappan,* 60(3), 180.

STACEY, K. (2006). What is mathematical thinking and why is it ımportant? APECTsukuba International Conference, Tokyo and Sapporo, Japan. Retrieved from http://www.apecneted.org/resources/files/12_3-4_06_1_Stacey.pdf at 9 January 2018.

STACEY, K., Burton, L., and Mason, J. (1985). *Thinking mathematically*. England: Addison- Wesley Publishers.

TARHAN, S., ve Kılıç, Ş. (2014). Üstün yetenekli bireylerin tanılanması ve Türkiye'deki eğitim modelleri. Üstün Yetenekliler Eğitimi ve Araştırmaları Dergisi, 2(2), 27-43.

TAŞKIN, D. (2010). Üstün yetenekli tanısı konulmuş ve konulmamış öğrencilerin matematikte yaratıcılıklarının incelenmesi: bir özel durum çalışması (Yayımlanmamış doktora tezi). Karadeniz Teknik Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Trabzon.

UMAY, A. (2003). Matematiksel muhakeme yeteneği. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 24(3), 234-243.

YEŞİLDERE, S. (2006). *Farklı matematiksel güce sahip ilköğretim 6, 7 ve 8. Sınıf öğrencilerinin matematiksel düşünme ve bilgiyi oluşturma süreçlerinin incelenmesi* (Yayımlanmamış doktora tezi). Dokuz Eylül Üniversitesi, İzmir.

YEŞİLDERE, S., ve Akkoç, H. (2011). Matematik öğretmen adaylarının şekil örüntülerini genelleme süreçleri. *Pamukkale Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi,* 30(30), 141-153.

YILDIRIM, A., ve Şimşek, H. (2013). *Sosyal bilimlerde nitel araştırma yöntemleri*, (Genişletilmiş 9. Baskı). Ankara: Seçkin Yayıncılık.

YILDIZ, A., Baltacı, S., Kurak, Y., ve Güven, B. (2012). Üstün yetenekli ve üstün yetenekli olmayan 8. Sınıf öğrencilerinin problem çözme stratejilerini kullanma durumlarının incelenmesi. *Uludağ Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi,* 25(1), 123-143.