IŞLETMELERDE KULLANILAN MATEMATİK YÖNTEMLERİ, DOĞRUSAL PROGRAMLAMA VE SİMPLEKS METODU ÜZERİNE BİR DENEME

Dr. Erol Üçdal

6 — Doğrusal programlama:

Son yıllarda sosyal ve ekonomik alanlarda ve bilhassa işletme problemlerindeki karmaşık, faaliyetlerin çözümünde çok önemli bir yer tutmaktadır.

İşletme faaliyeti denince akla tedarik, üretim sorunları, reklâm sorunları, taşıma ve depolama sorunları gibi bir çok pazarlama sorunları gelir. Bir faaliyetin başlayıp, geliştirilmesi ve devamına veya durdurulmasına ait verilecek kararın en iyi bir şekilde sonuçlandırılması Doğrusal Programlama ile mümkün olmaktadır. Demek ki Doğrusal Programlama neticenin en iyi karara bağlanmasındaki araçlardan bir tanesidir diyebiliriz.

Bir işletme faaliyetindeki en iyi bir sonuç denince bu faaliyette kullanılan kaynakların verilen şartlar altında kâr maksimizasyonuna veya maliyet minimizasyonuna gidilebileceğini kararlaştırmak ve burada toplam faydayı saptamaktır.

Bir işletmenin sorumlu şahsının ideal bir karar verebilmesi için şu iki koşulun «verinin» bilinmesi gereklidir:

1) İşletmenin ne miktar üretim kaynağına sahip bulunduğu.

2) Bu kaynakların müşterek olarak tanımlayabileceğimiz bir ünitesinden ne miktar kâr veya ölçülebilir bir fayda sağlıyacağıdır. Meselâ üretilen maddenin bir biriminden elde edilen kârın bilinmesi gibi.

Herhangi bir işletmede yukarıda sıraladığımız mevcut koşullar daima ideal bir durum göstermezler. İşte bu koşulların idealleştirilmesi doğrusal programlama ile mümkün olabilir. Bu sıraladığımız nedenlerden sonra doğrusal programlamaya ait bir tarifi şöyle verebiliriz.

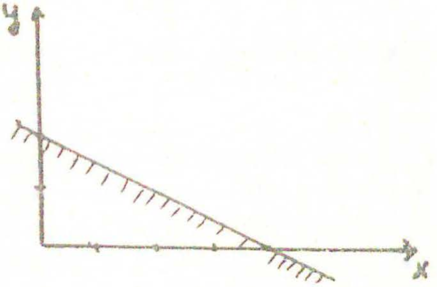
Doğrusal programlama, belirli bir gayeye ulaşmak için (gaye: minimum maliyet veya maksimum kâr olabilir) işletmelerdeki mevcut kaynakların ve işletme kapasitelerinin kullanılışlarını en iyi şekilde saptama tekniğidir diyebiliriz.

Doğrusal programlamanın işleyişi; Doğrusal programlama matematik kanunlar ve neticelerle oluşmaktadır. Yalnız rutin olarak uygulamada pratik ve kolay matematik deyimlerle neticeye gidilebilir. Doğrusal programlamanın temelde dayandığı matematik kurallar Matris özelliklerin ve lineer eşitsizliklerin çözümüne ait özelliklerdir. Bu itibarla yukarıdaki matematik kavramlara bize yeterli olduğu kadarına değinmekte fayda görüyorum.

a) Lineer Eşitsizlikler:

İki tane aynı x ve y değişkenleri için $ax + by \geqslant c$ veya $ax + by \leqslant c$ ifadelerini düşünelim. Bu şekilde x ve y'ye göre birinci dereceden bir eşitsizlik tarif edilebiliyor ise bu eşitsizliğe bir lineer eşitsizlik denir. $ax + by \leqslant c$ ifadesinde çözüm olan x ve y ifadeyi çözen x ve y'lerdir. Yalnız bu x ve y'nin tek bir değer halinde bulunamamasından ötürü bunun çözümleri x ve y değerler cümlesi olarak bulunur. Bu da koordinat eksenleri arasında bir bölgeye tekabül eder. Bu bölgeye o eşitsizliğin çözüm bölgesi denir.

$x + 2y \leqslant 4$ eşitsizliğini sağlıyan bölgeyi misal olarak çözelim. Evvelâ bu eşitsizliği bir lineer doğru ifadesi şekline koyalım. $x + 27 - 4 = 0$. Bu genel formdaki bir doğrunun denklemidir. Bunu x, y eksen sisteminde çizersek



x, y eksenlerinin belirttiği düzlemde 0 noktasının bulunduğu taraftaki noktaların bu doğruya olan uzaklıkları hep (—) işaretini taşırlar. Öyleyse bu eşitsizliği çözen noktalar doğrunun üzerindeki noktalarla, taralı olan kısımdaki noktalardır.

Bu eşitsizlikler bir eşitsizlik sistemleri halinde de verilebilir. Bu eşitsizlikleri ortak sağlıyan bölge her bir eşitsizliği sağlıyan bölgelerin ortak bölgesi olarak tarif edilir.

b) Matris özellikler ve tanıtılması:

Matris tanımı: Satır ve sütunlardaki elemanlardan meydana gelmiş bir tablodur.

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} - - - - - & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} - - - - - & a_{2n} \\ a_{m1} & a_{m2} - - - - - & a_{mn} \end{pmatrix}$$

A matrisi m satır ve n sütunlu bir matris gösterilişidir. Bu yazışı daha kısa olarak $A = (a_{ij})_{mn}$ şeklinde de gösterebiliriz. Bir matrisin tipi, satır ve sütun sayılarının çarpımı olarak ifade edilebilir. A matrisinin tipi mxn şeklindedir.

Bir matriste satır ve sütun sayıları eşit ise böyle bir matrise kare matris denir.

Matrislerin eşitliği: İki matrisin eşit olması için şart satır ve sütun sayıları ve karşılıklı elemanlarının eşit olmasıdır.

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & -- & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & -- & a_{22} \\ a_{m1} & a_{m2} & -- & a_{m2} \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & -- & b_{1n} \\ b_{21} & b_{22} & -- & b_{2n} \\ b_{m1} & b_{m2} & -- & b_{mn} \end{pmatrix}$$

Matrislerinde A = B alınan her (i = I, ..., m) her (j = I, ... n) için için $a_{ij} = b_{ij}$ halinde gerçekleşir.

İki matrisi toplarken de karşılıklı elemanlarını toplayarak yeni bir toplam matris elde ederiz.

Kartış matris: Bir matrisin bütün elemanlarının işaretlerinin tersini alarak elde ettiğimiz matris karşıt matristir.

Karşıt matrisle, aslının toplamı sıfır matrisi verir. Öyleyse sıfır maris bütün elemanları sıfır olan bir matristir.

İki matrisin çarpılması:

İki matrisin çarpılması için şart birinci matrisin sütun sayısı ikinci matrisin satır sayısına eşit olmalıdır. Çarpımda elde edilen matris, birinci matrisin satır sayısı m ikincinin sütun sayısı r ise m×r boyutludur.

$$A_{(mn)} \cdot B_{(nr)} = C_{(mr)}$$

Birim matris: E . A = A veya A . E = A özelliğini sağlıyan E matrisine birim matris denir.

Transpoze Matris: Bir matrisin satırıyla sütununu yer değiştirdiğimiz zaman elde edilen matrise transpoze matris denir.

Simetrik Matris: Bir matris transpozesine denk ise bu matrise simetrik matris denir.

Ters Matris: Bir a matrisinde $A A^{-1} = E$ özelliğini sağlıyan bir A matrisi bulunabilirse A^{-1}matrisine ters matris denir.Yalnız şunu da belirtmek gerekir ki her matrisin ters matrisi olmayabilir. Ancak sıfır bölensiz olan matrislerin ters matrisleri vardır.

Bu matris özellikleri lineer denklem sistemlerini çözümlemede kullanılır.

Lineer denklem sistemini çözerken, evvelâ katsayılar matrisi yazılır, ve bütün işlemler bu katsayılar matrisi ve denklem sistemlerinin ikinci tarafındaki sabit sayıların meydana getirdiği sütun matris üzerinde yapılır.

2 — Simpleks Metot:

Verilen bir problemde meselâ maksimum kâr istendiğine göre bu maksimum kârı meydana getirecek en uygun ünite adetlerini bulmada bu metot lineer eşitsizliklerin çözüm metodundan daha sıhhatli bir yorum verir. Çünkü grafik usulle eşitsizlik çözümlerinde sonuç bir bölge olarak tarif edilir. Bu bölge içindeki hangi noktanın maksimum kârı sağlıyacağı, ayrı bir işlemle bulunmak mecburiyetini doğurur.

Simpleks metot için gerekli olan evvelâ gaye denklemini yazmak ve sonra o işletmedeki verilere göre tahdit denklemlerini (Constraints) oluşturmaktır. Bağımsız gaye denklemi ile ifade edilen, bir fonksiyondur. Gaye fonksiyonu (Objektif function) meselâ kâr fonksiyonu gibi.

Simpleks Metodunun İşleyişi:

Simpleks metodun işleyişinin izahını bir pobleme tatbik ederek anlatmayı daha uygun buluyorum.

Problem: Bir fabrikada farklı çeşitte 2 tip civata imal ediliyor. Civatalar üç imalât dairesinden geçirilerek yapımı tamamlanıyor. Bu dairelerin çalışma kapasiteleri günlük olarak şöyle saptanmıştır: 1 inci döküm dairesi 10 saat, 2 nci hat çekme dairesi 10 saat, 3 üncü olarak da kesme ve kontrol dairesi 13 iş saatidir. 1 inci tip civatanın bir ünitesinin imali için 1 inci daire 4 saat, 2 nci daire 5 saat ve 3 üncü daire 3 saat çalışmaktadır. 2 nci tip civata için de zamanların dairelere dağılışı sırası ile 5 saat, 2 saat, 8 saattir.

Fabrika sahibi bir ünite 1 inci tip civatadan 5 lira, 2 nci tip civatadan 3 lira kâr yapmayı düşünmektedir. Yukardaki koşullar altında müteşebbis günlük toplam kârını maksimum yapacak 1 inci ve 2 nci tip civatalardan kaçar ünite imal etmelidir?

Çözüm: Bu problemdeki verilerle yazılacak lineer eşitsizliklerin fonksiyonlarını teşkil edelim. 1 inci tip civata x ile 2 nci tip civata y ile gösterilsin.

$$5x + 3y = \text{Maksimum} \qquad \text{Gaye fonksiyonu (Kâr denklemi)} \quad (1.1)$$

$$\left.\begin{array}{l} 4x + 5y \leqslant 10 \ \text{1 nci daire} \\ 5x + 2y \leqslant 10 \ \text{2 nci daire} \\ 3x + 8y \leqslant 12 \ \text{3 ncü daire} \end{array}\right\} \begin{array}{l} \text{Kapasite-denklemleri} \\ \text{üretim mallarının kabul} \\ \text{şartı.} \quad (1.2) \end{array}$$

Bu denklemlerde 5x 1 inci tip civatadan elde edilecek toplam kârı 3 y ise 2'nci tip civatadan elde edilecek toplam kârı göstermektedir.

Simpleks metodunun çözümüne geçerken evvelâ kapasite denklemlerini eşitsizlik halinden çıkartıp eşitlik haline getirmek gerekir. Bunun için de eşitliklerin sol tarafına bir (w) değerini koymak icap eder. Bu (w) değeri üretim ile kapasite arasında tampon vazifesi görür. Meselâ % 100 tam kapasite de w = 0 olur. Bundan dolayı w değişkenine boş kapasite diyebiliriz (idle equipment time). (1.2) eşitsizliklerinden 1 inciye w_1 2 nciye w_2, 3 üncüye de w_3 boş kapasitelerini ekliyelim. w_1, w_2, w_3 her daire için eşit olmayabilir.

$$\begin{aligned} 4x + 5y + w_1 &= 10 \\ 5x + 2y + w_2 &= 10 \\ 3x + 8y + w_3 &= 12 \end{aligned} \qquad (1.3)$$

Boş geçen kapasiteler bakımından kâr için bir değişme (kazanç ve kayıp) mevcut değil ise gaye fonksiyonu

$$5x + 3y + 0.w_1 + 0.w_2 + 0.w_3 = \text{Maksimum}$$

şekline girer. (1.3) denklemleri göz önüne alındığında iki değişkenli ifadeyle 5 değişkenli 3 denklem haline getirilmiş olur.

Simpleks metot, çok sayıda çözümden en etkilisini (optimal çözümü) elde eden bir vasıtadır.

Şimdi bu denklemleri katsayıların meydana getirdiği bir matris şeklinde gösterebiliriz.

$$\begin{pmatrix} 10 \\ 10 \\ 12 \end{pmatrix} \qquad \begin{array}{c} \begin{array}{ccccc} x & y & w_1 & w_2 & w_3 \end{array} \\ \begin{pmatrix} 4 & 5 & 1 & 0 & 0 \\ 5 & 2 & 0 & 1 & 0 \\ 3 & 8 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \end{array}$$

Şekil 1

Eşitliklerin sağ tarafları da bir sütun matris olarak gösterilebilir. Yukarıda gösterilen matris (3×5) matrisidir. (Üç sıra 5 sütun).

Simpleks metotta evvelâ en az tercih edilen çözümle başlayıp kademe kademe en tercihli çözüme gidilir.

En az tercihli çözümden kasıt; bir varsayım altında fabrikanın hiç bir mamûl imal etmediği ve bütün kapasitelerini bekler vaziyette boş tuttuğu an olarak belirliyelim. Bu durumda değiş kenlerine $x = 0$, $y = 0$, $w_1 = 10$, $w_2 = 10$, $w_3 = 12$ değerlerini alır.

Probleme giriş olarak aldığımız bu durumu matris düzeni içinde yazalım.

$$\begin{pmatrix} w_1 \\ w_2 \\ w_3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 10 \\ 10 \\ 12 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x & y & w_1 & w_2 & w_3 \\ 4 & 5 & 1 & 0 & 0 \\ 5 & 2 & 0 & 1 & 0 \\ 3 & 8 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Şekil 2

Bu durumda gaye denkleminde kâr sıfırdır. Veya imalâtta bulunulmadığı durumdur. Bu anda boş kapasiteler $w_1 = 10$, $w_2 = 10$, $w_3 = 12$ olarak bulunur.

Şimdi bir adım daha ileri giderek gaye denklemini de matris düzeni içine almak zarureti doğar. Buna göre 3 üncü matris ifadesini yazalım.

$$\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} w_1 \\ w_2 \\ w_3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 10 \\ 10 \\ 12 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 5 & 3 & 0 & 0 & 0 \\ x & y & w_1 & w_2 & w_3 \\ 4 & 5 & 1 & 0 & 0 \\ 5 & 2 & 0 & 1 & 0 \\ 3 & 8 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Şekil 3

Burada 1 inci sütun olarak gösterilen $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ sütunu gaye denklemindeki w_1, w_2, w_3 değişkenlerinin değerlerini almaktadır.

Bu matriste 1 inci sıra gaye sırası, 2 nci sıra değişken sıra, 3 üncü, 4 üncü, 5 inci sıralar problemimizin eşitlikleri, x, y altındaki iki sütuna gövde sütun, w_1, w_2, w_3 altındaki sütunlar çentik sütun, 1 inci sütun gaye sütunu, 2 nci sütun değişken sütun, 3 üncü sütun sabit sütundur. (1, 2, 3) nolu sütunlar da koçan sütun olarak adlandırılır.

Problemlerin mahiyetine göre burada gövde ve çentik sütunlar adet itibariyle değişebilir. Fakat koçan sütun adet olarak daima sabit farz edilir. Neticede de bu sütunlar çözümü vermektedir.

Bu matris düzeni içinde kademe kademe en iyi çözüme giderken indeks sıra dediğimiz başlangıç sırasının bulunması gerekir. İndeks sıra içindeki sayılar, koçan kısım dediğimiz kısım içindeki sabit sütun, gövde ve çentik kısımların alt sırasında yer alırlar.

İndeks sayıyı hesaplamada şu basit formülü uygulamak işlemin kolaylığı bakımından daha uygundur.

İndeks sayı = Σ [(Sütundaki sayılar) x bu sayılara ayni sırada tekabül eden gaye sayı] —

(Sütun başındaki ve gaye sırası içindeki sayı)

Bu formülü problemdeki matris düzeninin, sabit sütun, gövdenin 1 inci ve 2 nci sütunu ve çentik kısmının sütunları için tatbik edelim.

Sabit sütun indeks sayısı = (10.0) + (10.0) + (12.0)—0 = 0
Sabit sütun indeks sayısı = (10.0) + (10.0) + (12.0)—5 = 0
Gövdenin 1 inci sütunu için
indeks sayısı = (4.0) + (5.0) + (3.0)—5 = —5
Gövdenin 2 nci sütunu için
indeks sayısı = (5.0) + (2.0) + (8.0)—3 = —3
Çentik'in 1 inci sütunu için indeks sayı = (1.0) + (0.0) + (0.0) —0 = 0
Çentik'in 2 nci sütunu için indeks sayı = (0.0) + (1.0) + (0.0) —0 = 0.
Çentik'in 3 üncü sütunu için indeks sayı = (0.0) + (0.0) + (1.0) —0 = 0.

Bu bulgulara göre simpleks matris düzenini yazalım.

$$
\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}
\begin{pmatrix} w_1 \\ w_2 \\ w_3 \end{pmatrix}
\begin{pmatrix} 10 \\ 10 \\ 12 \\ 0 \end{pmatrix}
\begin{pmatrix}
5 & 3 & 0 & 0 & 0 \\
x & y & w_1 & w_2 & w_3 \\
4 & 5 & 1 & 0 & 0 \\
5 & 2 & 0 & 1 & 0 \\
3 & 8 & 0 & 0 & 1 \\
-5 & -3 & 0 & 0 & 0
\end{pmatrix}
\text{ indeks sıra}
$$

Anahtar sütun

Şekil 4

Matris düzeninden de görüleceği üzere indeks sıradaki sayılar gaye sırasındaki sayıların ters işaretlileri olur. Buna da sebep gaye sütundaki sayılar hep sıfır olmasıdır.

İndeks sırasındaki (—) sayıların bulunması çözümün daha iyi bir çözümü olduğuna işaret eder. Bu (—) sayıların küçükten büyüğe doğru sıralanması bu kabullenmeyi daha da doğrular.

Bu anda işe başlarken indeks sıradaki mutlak değeri en büyük olan negatif sayı ile işe başlamakta fayda vardır. Bu da işlemlerin tekrarını mümkün mertebe kısaltır. Bizim tablonun da bu —5 rakkamıdır. Bu rakkamın bulunduğu sütunu problemin anahtar sütunu olarak seçebiliriz. Bu sütunun seçilmesindeki fayda, x değişkeninin çözüm bölgesi içindeki değişkenlerken (w_1, w_2, w_3) her hangi birisi ile yer değiştireceğinin saptanmasıdır. Bu saptamanın başlama noktasını seçerken sabit sütun içindeki sayıların anahtar sütun içindeki sayılarla oranları bulunur ve en küçük oranı veren sıra anahtar sıra olarak seçilir.

Oranları yazacak olursak 10/4, 10/5, 12/3 en küçük oran olarak 10/5 oranını buluruz. Buna göre matris düzeninin

$$
\begin{array}{cccc}
 & & & \begin{array}{ccccc} 5 & 3 & 0 & 0 & 0 \\ x & y & w_1 & w_2 & w_3 \end{array} \\
\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \end{pmatrix} &
\begin{pmatrix} w_1 \\ w_2 \\ w_3 \\ \end{pmatrix} &
\begin{pmatrix} 10 \\ 10 \\ 12 \\ 0 \end{pmatrix} &
\begin{pmatrix} 4 & 5 & 1 & 0 & 0 \\ 5 & 2 & 0 & 1 & 0 \\ 3 & 8 & 0 & 0 & 1 \\ -5 & -3 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}
\end{array}
\begin{array}{l} \\ \\ \text{Anahtar sıra} \\ \\ \\ \end{array}
$$

Anahtar sütun

Şekil 5

Şeklini alır. Burada anahtar sütunla anahtar sıranın ara kesit noktasındaki sayı anahtar sayı olarak kabul edilir. Anahtar sırayı bulduktan sonra değişkenlerin yer değiştirmesi esnasında w_2 ile x'in yer değiştirmesinin gerekli olduğu anlaşılır.

Burada anahtar sıra civata imalinde 2 nci daireye isabet etmiştir. Bunun yorumlanmasını şöyle yapabiliriz:

Eğer 2 nolu daire tam kapasite ile x mamûlüne hat çekme işlemi yapıyor ise ancak 2 üniteye hat çekebiliyor demektir. Eğer bu daire için 2 den fazla ünitenin hat çekimi istenirse o zaman dairenin 10 saatlik kapasite çalışmasından daha fazla bir kapasite zamanına ihtiyacı vardır.

Şimdi simpleks metodu bir kademe daha ileri götürelim:

Bunun için de esas sıranın bulunması lâzımdır. Esas sırayı bulurken anahtar sıradaki sayılar anahtar sayı ile teker, teker bölünür ve elde edilen değerlerin meydana getirdiği sıra esas sıra olur.

Şekil 5'deki matris tablosundan esas sırayı meydana getiren değerler, $10/2 = 2$, $5/5 = 1$, $2/5$, $0/5 = 0$, $1/5$, $0/5 = 0$ olarak bulunur.

Yeni meydana gelen matris tablosu şu şekle girer:

$$
\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}
\begin{pmatrix} w_1 \\ w_2 \\ w_3 \end{pmatrix}
\begin{pmatrix} 10 \\ 10 \\ 12 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}
\begin{array}{c}
\begin{pmatrix}
5 & 3 & 0 & 0 & 0 \\
x & y & w_1 & w_2 & w_3 \\
4 & 5 & 1 & 0 & 0 \\
\boxed{5} & 2 & 0 & 1 & 0 \\
3 & 8 & 0 & 0 & 1 \\
-5 & -3 & 0 & 0 & 0 \\
1 & \frac{2}{5} & 0 & \frac{1}{5} & 0
\end{pmatrix}
\end{array}
\begin{array}{l}
\\ \\ \\ \text{anahtar sıra} \\ \\ \\ \text{Esas sıra}
\end{array}
$$

Anahtar Sütun

Şekil 6

Esas sıradaki değerlerin bulunmasıyla w_2 değişkeninin yerine x değişkenini geçirmek gerekir. Buna göre yukarıdaki tabloyu biraz değiştirerek şöyle yazabiliriz.

$$
\begin{pmatrix} 0 \\ 5 \\ 0 \end{pmatrix}
\begin{pmatrix} w_1 \\ x \\ w_3 \end{pmatrix}
\begin{pmatrix} 2 & 1 & 2/5 & 0 & 1/5 & 0 \end{pmatrix}
$$

Bu tablo vasıtasıyla gövde çentik, sabit sütun ve indeks sıra içinde geriye kalan bütün değerleri (yeni rakkamlar) bulmak icap eder.

$$
\text{Yeni sayı} = \frac{\text{Eski sayı} - (\text{Eski sayının paralelindeki anahtar sıra içindeki sayı}) \times (\text{Paralelindeki anahtar sütun içindeki sayı})}{\text{Anahtar sayı}}
$$

Sabit sütunun 1 inci elemanındaki yeni sayıyı bulalım.

$$
\text{Yeni sayı} = 10 - \frac{10 \times 4}{5}
$$

$$
\text{Yeni sayı} = 10 - 8 = 2
$$

Gövdenin ilk sütunun 1 inci elemanı için yeni sayı

$$\text{Yeni sayı} = 4 - \frac{5 \times 4}{5} = 0$$

İndeks sıra içindeki sabit sütunun 1 nci elemanı için yeni sayı.

$$\text{Yeni sayı} = 0 - \frac{10 \times (-5)}{5} = 10$$

Bu işlemleri diğer bütün sayılar için hesap edersek, bu değerlerle yeni bir matris düzeni yazılabilir.

$$\begin{pmatrix} 0 \\ 5 \\ 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} w_1 \\ x \\ w_3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 0 & 17/5 & -1 & -4/5 & 0 \\ 2 & 1 & 2/5 & 0 & 1/5 & 0 \\ 6 & 0 & 34/5 & 0 & -3/5 & 1 \\ 10 & 0 & -1 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

Şekil 7

Bu yazılan yeni tablo ile birinci tekrar işlemleri sonuçlanmış olur. Burada indeks sıra içinde yine (—) sayı ile karşılaşıyoruz. Buna göre problem 2 nci defa ele alınması gerekir. Çünki gaye denklemimizi maksimum yapacak çözüm, indeks sıra içindeki sayıların hepsini sıfır veya (+) olması ile mümkündür.

Bundan dolayı da 2 nci tekrarlama işlemi başlar. 2 nci tekrarlamada da aynı işlemler kullanılarak yeni bir matris düzeni elde edilir. İkinci kere ayni işlemlere girmeyip netice olarak tabloyu vermeği uygun buldum.

$$\begin{pmatrix} 3 \\ 5 \\ 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y \\ x \\ w_3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 10/17 \\ 30/17 \\ 2 \\ 180/17 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 5/17 & -4/17 & 0 \\ 1 & 0 & -2/17 & 5/17 & 0 \\ 0 & 0 & -2 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 5/17 & 13/17 & 2 \end{pmatrix}$$

Şekil 8

Şekil 8'deki matris düzeninden de görüleceği gibi $x = \frac{30}{17}$, $y = \frac{10}{17}$, $w_3 = 2$, $w_1 = 0$, $w_2 = 0$ bulunur. Buna göre de toplam kâr gaye denkleminden yerine konarak bulunur. Bu maksimum bir değerdir. Toplam kârın maksimum olduğu değer $\frac{180}{17}$ dir. Simpleks matris düzeninde en son elde edilen tabloda indeks sıra ile sabit sütunun kesiştiği noktadaki değer maksimum kârın değeridir.

Sonuç olarak 1 nci tip civatadan $x = \frac{30}{17}$ ünite II nci tip olvatadan $y = \frac{10}{17}$ ünite imal edildiği takdirde elde edilen kâr maksimum olacaktır ve maksimum kârın değeri $\frac{180}{17}$ TL. olur.

Sonuç : Simpleks metot, problemlerin neticelendirilmesinde sıhhatli bir yorumlama verecektir. Çünkü problemin ilkel çözümünden itibaren her kademede bir ileri çözüme geçmek neticeyi her kademede kuvvetlendirmek demektir. Şöyleki kademe, kademe çözümlerde indeks sıra sayılarının (—) olmaları halinde bu sayıların bulunduğu sütunlarda imalat miktarı tespit olunacak mamûlden bir ünite fazla imal edildiği takdirde toplam kârımızda meydana gelecek artışı göstermektedir.

Bu itibarla indeks sırada negatif sayıların mevcut oluşu problemin daha iyi bir çözüme gideceğini göstermektedir. Böylece problemi bir kademe daha ileri götürerek optimal çözüme biraz daha yaklaşmış oluruz.

Gövde altındaki (+) sayılar ise yukarıdaki izah tarzına göre imalâtta 1 ünite fazla yapıldığı zaman toplam kârımızdaki azalmayı göstermektedir.

Bu izah tarzlarından da anlaşılacağı üzere verilen bir problemin simpeks matris düzeni haline getirmekle her kademede probleme ait verilerin belirttiği mâna açıkça gözükmektedir. Bu itibarla simpleks metotla verdiğimiz netice en uygun çözüm olarak nitelendirilir.

İşlemlerin biraz uzun ve matematiksel yönünün fazla olması tatbikatta kullanılma olasılığını mümkün mertebe azaltır. Fakat sıhhatli bir çözüm yönünden bu metot diğerlerine nispetle tercih edilir.

Yararlanılan Kaynaklar

1) Baumol William, Economic Theory and operations Analysis.
2) Altan Emin, İktisatçılar için genel matematik.
3) Gülçür Fazıl, İşletmelerde Faaliyet Araştırmaları.
4) Aydıncıoğlu Aydın, Doğrusal Programlama.