Tam Rekabet Şartları Altında Firmanın Optimum İstihsal Âmili Birleşimi Üzerine Bir Not*

Dr. Nuri Karacan

Notumuzun amacı tam rekabet şartları altında firmanın optimum istihsal âmili birleşimine Lagrange çarpanına ihtiyaç göstermiyecek bir yolla da varılabileceğini ve bu alternatif yolun bazı üstün tahlil imkânları sağladığını göstermektir[1]. Tahlil boyunca, geleneksel şekilde, istihsal âmillerinin sonsuz derecede bölünebildiği, istihsal âmilleri arasındaki münasebette teknik tamamlayıcılık'ın esas olduğu, istihsal katsayılarının değişebildiği farzedilecektir. Firma tek mal istihsal etmektedir.

Temel varsayım olarak her firma kârını azamileştirmeye çalıştığına göre, varmak istediğimiz şey istihsal âmillerinin kullanımı itibariyle toplam kâr fonksiyonunu bulmak, istihsal âmillerinin birleşimiyle ilgili ne gibi şartlar gerçekleşirse elde edilen kârın azamileşeceğini araştırmak olmalıdır. Belli bir istihsal seviyesinde firmanın kârı (π), toplam varidatı (V) ile toplam maliyeti (M) arasındaki farka eşittir :

$$\pi = V - M \tag{1}$$

Tam rekabet şartları altında belli bir mal istihsal eden firmanın toplam varidatı, çıktının piyasa fiatı (p) ile istihsal miktarının (q) çarpımına

$$V = pq \tag{2}$$

---

*) London School of Economics'de bulunduğum sırada yazdığım bu kısa notun ilk müsveddelerini okuyan ve kıymetli tenkitlerde bulunan E. J. Mishan ve S. A. Ozga'ya teşekkürü borç bilirim. Bununla beraber yazıda bir yanlış varsa, bunun tek suçlusu benim.

1) Lagrange çarpanı ile ilgili matematik bir tahlil için bakınız : Jacob L. Mosak, «Interrelations of Production, Price, and Derived Demand,» *Journal of Political Economy,* XLVI (1938), 761 - 88.

ve, $g(q)$ firmanın marjinal maliyet fonksiyonunu , $g(\bar{q}_i)$ $(q_{i+1} - q_i)$, q malının i nci biriminin marjinal maliyetini, C firmanın sabit maliyetlerini göstermek üzere firmanın toplam maliyeti

$$M \cong \sum_{i=1}^{n} g(\bar{q}_i)(q_{i+1} - q_i) + C \tag{3}$$

ifadesine eşittir [2]. Bu denklemde n limit olarak sonsuza yaklaşıyorsa

$$\lim_{n \to \infty} \sum_{i=1}^{n} g(\bar{q}_i)(q_{i+1} - q_i) = \int_0^b g(q)\,dq \tag{4}$$

---

2) i inci istihsal biriminin marjinal maliyeti $m_i = M_i - M_{i-1}$ dir. Yine marjinal maliyet fonksiyonu $g(q)$ ise, alan entegrali teoremine ilk yaklaşım olarak $m_i \equiv f(\bar{q}_i)(q_{i+1} - q_i)$ olur. Nitekim $g(q)$ fonksiyonu $a \leq q \leq b$ aralığında q nün her değeri için belirli ise, q ekseninde $(a, 0)$ ve $(b, 0)$ aralığını, apsisleri $a = q_1, q_2, \ldots, q_i, \ldots, q_n, q_{n+1} = b$; $(q_1 < q_2 < \ldots\ldots < q_{n+1})$ olmak üzere n parçaya bölersek ve her $q_i \leq q \leq q_{i+1}$ aralığında, ordinat $g(\bar{q}_i)$ olmak üzere $(\bar{q}_i, 0)$ noktasını seçersek i inci istihsal biriminin marjinal maliyeti $m_i \cong f(\bar{q}_i)(q_{i+1} - q_i)$ olur. Öyleyse $M_i - M_{i-1} \cong f(\bar{q}_i)(q_{i+1}\ \ q_i)$ eşitliğini yazabiliriz. Birinci istihsal biriminin maliyetinden itibaren birbirini takip eden istihsal birimlerinin marjinal maliyetlerini aşağıdaki gibi yazar ve eşitliğin iki tarafını alt alta toplarsak

$$\begin{array}{lcl} M_1 - M_a & \cong & g(\bar{q}_1)(q_2 - q_1) \\ M_2 - M_1 & \cong & g(\bar{q}_2)(q_3 - q_2) \\ \vdots \quad \vdots & & \vdots \qquad \vdots \\ M_n - M_{n-1} & \cong & g(\bar{q}_n)(q_{n+1} - q_n) \\ \hline M_n - M_a & \cong & \sum_{i=1}^{n} g(\bar{q}_i)(q_{i+1} - q_i) \end{array}$$

ifadesini elde ederiz. Varmak istediğimiz şey toplam maliyet olduğuna göre a yı orijin noktasına kaydırmamız gerekir. Hiç istihsalde bulunmadığı zaman firmanın maliyeti sabit maliyetlerine eşit olduğuna göre $M_0 = C$ ve

$$M \cong \sum_{i=1}^{n} g(\bar{q}_i)(q_{i+1} - q_i) + C$$

eşitliğini yazabiliriz.

eşitliği sağlanır. $b = q^*$ ile belli bir istihsal miktarını gösterirsek, şimdi (1) denklemini daha geniş şekilde şöyle yazabiliriz :

$$\pi = pq - \int_0^{q^*} g(q)\, dq - C \tag{5}$$

Firma bir tek değişir istihsal âmili (x) kullanıyorsa, değişir istihsal âmilinin marjinal hasıla fonksiyonu $r = f(x)$ ile marjinal maliyet fonksiyonu $g(q)$ arasında

$$g(q) = p_x [f(x)]^{-1} \tag{6}$$

münasebeti olduğu gösterilebilir[3]. ($p_x = x$ in fiatı). $g(q)$ nün değerini (5) denkleminde yerine koyarsak ve firma için istihsal âmili fiatının her istihsal miktarında ayni olduğunu göz önüne alırsak firmanın toplam kârı şu şekli alır :

$$\pi = qp - p_x \int_0^{q^*} [f(x)]^{-1} dx - C \tag{7}$$

Firmanın kârı toplam kâr fonksiyonu türevinin sıfıra eşit olduğu noktada azamileştiğine göre (7) denkleminin türevini sıfıra eşitlersek

$$\frac{\delta\pi}{\delta q} = \frac{\delta}{\delta q} qp - \frac{\delta}{\delta q} p_x \int_0^{q^*} [f(x)]^{-1} dx - \frac{\delta}{\delta q} C = 0 \tag{8}$$

denklemini elde ederiz. Gerekli işlemler yapılırsa bu denklemin ancak

$$f(x)\, p = p_x \tag{9}$$

ise gerçekleşebileceği görülür. Yukardaki C bir tek sabit istihsal âmili maliyetini temsil ettiği gibi birden fazla sabit istihsal âmili maliyetini de temsil edebilir; her iki halde de varılacak sonuç aynıdır ve (9) numaralı denkleme eşittir. (9) numaralı eşitlikte $f(x)\, p$ değişir istihsal âmilinin marjinal kıymet hasılası, p_x ise değişir is-

---

3) Bir tek değişir istihsal amili (x) kullanıldığına göre marjinal maliyet = (dx/dq) p_x ifadesini yazabiliriz. Bu ifadedeki dq/dx oranı x istihsal amilinin marjinal hasılasını (r) gösterdiğine ve aynı şey her istihsal miktarı için geçerli olduğuna göre $g(q) = [f(x)]^{-1} p_x$ sonucuna varabiliriz.

tihsal âmilinin fiatıdır. Bu denklem bize tam rekabet şartları altında tek değişir girdili firmanın, ancak girdinin marjinal kıymet hasılası çıktının fiatına eşit olduğu zaman kârını azamileştirdiğini göstermektedir [4]. Fakat bu eşitliğin ancak x in

$$f'(x) < 0 \ ; \ f(x) < \frac{1}{x}\int f(x)\,dx$$

değerleri için *istikrarlı* dengeyi temsil ettiği gösterilebilir. $f(x)\,p$ ile p_x eşitliği, x in marjinal hasılasının yükseldiği $f'(x) > 0$) alanda gerçekleşse de, bu denge kullanımının üstünde x in marjinal kıymet hasılası x in fiatından büyük olacağından daha fazla x kullanmak kârlı olur. Yine, x in marjinal hasılası ortalama hasılasını aşıyorsa ($f(x) > \frac{1}{x}\int f(x)\,dx$), bu, firmanın ortalama değişir maliyetinin marjinal maliyetinden büyük olması demektir [5]. Tam rekabet şartları altında firmanın arz eğrisi marjinal maliyetinin ortalama maliyetini aştığı noktadan başladığına ve hiç bir istihsal kıymetinde ortalama maliyet ortalama değişir maliyetin altına düşmiyeceğine göre böyle bir durum firma için dengeyi temsil edemez. Öyleyse (9) numaralı denklem istikrarlı denge şartını da kapsıyacak şekilde şöyle yazılabilir [6] :

$$f(x)\,p = p_x \cdots \left(f'(x) < 0 \ ; \ f(x) < \frac{1}{x}\int f(x)\,dx \right) \qquad (9\ a)$$

---

4) $f(x)\,p = p_x$ eşitliğinde p = marjinal varidat; $p_x \,/\, f(x)$, x in marjinal kıymet hasılası = $p_x/(dq/dx)$ = marjinal maliyettir. Öyleyse (9) denkleminin tutarlı olduğu istihsal seviyesinde marjinal varidat = marjinal maliyet eşitliği yazılabilir. Marjinal hasıla ile marjinal maliyet arasındaki simetri ile ilgili bazı noktalar hakkında bakınız : A. P. Lerner, *The Economics of Control,* New York, 1944, fasıl VI ve IX; Jack Hirshleifer, «An Exposition of the Equilibrium of the Firm : Symmetry between Product and Factor Analysis,» *Economica,* XXIX (1962), 263 - 69.

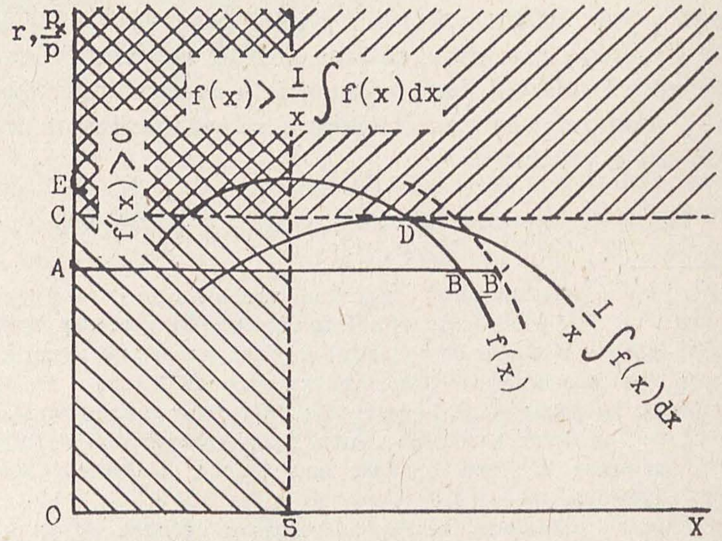
5) x in marji nalhasılası ortalama hasılasını aşıyorsa $dq/dx > q/x$ demektir. Bu eşitsizliğin tersini alır ve her iki tarafını x in fiatı ile çarparsak $p_x(dx/dq) < p_x(x/q)$ ifadesini elde ederiz. Bu eşitsizlikte $p_x(dx/dq)$ = x in marjinal maliyeti, $p_x\,(x/q)$ = x in ortalama maliyetidir.

6) Bu sınırlayıcı şartlar, istihsal âmilinin marjinal hasılası belli bir alanda yükseliyorsa önem taşırlar. Bazı hallerde değişen istihsal âmilinin marjinal hasılası hiç bir kullanım haddinde yükselmez; meselâ firmanın istihsal fonksiyonu birinci dereceden homojense ve bütün istihsal âmilleri ayni oranda arttırıldığı takdirde toplam hasıla da daima ayni oranda artıyorsa, tek başına değişen istihsal âmilinin marjinal hasılası devamlı şekilde düşer; yine bir teçhizat tamamen bölünebilir ise, fakat hiç uyum kabiliyeti (adaptability) yoksa, optimum istihsalden daha düşük seviyelerde, bu teçhizatla birlikte istihsale ka-

$r = f(x)$ fonksiyonu değişen istihsal âmilinin (x) marjinal hasılasını gösteriyor, fakat tek başına firmanın denge x kullanım haddi hakkında hiç bir bilgi vermiyordu. (9) denkleminin her iki tarafını da p ile bölersek

$$\frac{p_x}{p} = f(x) \qquad (9\ b)$$

x in denge kullanım haddini veren denklemi elde ederiz. Bu denklemde p_x ve p firma için veridir, bir başka deyişle p_x/p oranı firma için bağımsız değişkendir. (Nasıl belli sabit sermayeye - istihsal tekniğine - sahip firmada belli x kullanımına tekabül eden marjinal hasıla veri ise.) Buna mukabil x firma için bağlı değişkendir; Firma her p ve/veya p_x değişmesinde kiraladığı x miktarını (9 b) eşitliğini sağlıyacak şekilde ayarlar. Aşağıdaki şekilde bağımsız değiş-



---

tılan değişir çıktının marjinal hasılası sabit kalır, optimal istihsalin ötesinde birden düşer. Bu gibi hallerde, sınırlayıcı şartlar değişen istihsal âmilinin her kullanım haddinde gerçekleşir. Biz normal ve genel bir halden hareket ettik ve istihsal teorisinin fizikî yönünü ilgilendirdiği için marjinal hasıla fonksiyonunun davranışı ile ilgili bilgiyi biliniyor farzettik. İstihsal âmillerinin çeşitli özelliklerine göre marjinal hasıla fonksiyonlarının farklı davranış şekilleri için bakınız : G. Stigler, «Production and Distibution in the Short Run,» *Journal of Political Economy,* XLVII (1939), 305 - 27.

kenleri dikey eksende, bağlı değişkeni yatay eksende gösterdik. Şekilde OS optimum teknik sabit sermaye — x birleşim haddini temsil etmektedir, firmanın daha az bir istihsalde bulunması beklenemez, OC öyle bir p_x/p oranını temsil eder ki, bu oranda x in marjinal hasılası ortalama hasılasına eşittir ve firmanın OC den daha büyük bir p_x/p oranında x istihsal âmilinden kiralanması beklenemez. p_x/p oranı OA ya eşit olduğu zaman firma AB kadar x kiralar, OC ye eşit olduğu zaman CD kadar x kiralar, OE ye eşit olduğu zaman hiç x kiralamaz. p bir veri olarak kabul edilirse, p_x ne kadar düşükse firmanın kullandığı x miktarı o kadar büyük olur; p_x bir veri olarak kabul edilirse, p ne kadar büyük ise firmanın kullandığı x miktarı o kadar büyük olur. Ve vice versa. Bunun tabiî bir sonucu olarak p_x deki bir düşüş veya p deki bir artış firmanın x kullanımını arttırır [7, 8]. $f(x)$ fonksiyonu ne kadar elâstikse p_x deki belli bir düşüşün veya p deki belli bir artışın firmanın x kullanımında yol açacağı artış o kadar büyük olur. Yine x in marjinal verimliliğindeki bir artış belli p_x/p oranında kullanılan x miktarını arttırır. Nitekim p_x/p oranı OA ya eşit iken firma AB kadar x kullandığı halde, x in verimliliğinde bir artış (x in marjinal hasıla fonksiyonunda sağa kayma) olduktan sonra AB′ kadar x kullanmaktadır [9].

---

7) Klâsik iktisatçıların mikro-temelli istihdam teorisi de (9 a) denklemi yardımıyla açıklanabilir : x in noksan istihdamı ancak x talebinin azalması ile açıklanabilir. x in fiatı esnekse, bu x fiatının düşmesine yol açar. (9a) denklemine göre, p_x düşünce her firma daha fazla x kullanır, toplam x istihdamı artar. Dengeye x arzının tam istihdamını sağlıyacak kadar düşük bir x fiatında varılır.

8) (9) denklemi tam rekabet ve monopol piyasalarının istihdam üzerindeki etkisini de gösterir. Monopol şartları altında p_x deki bir düşük firmanın x istihdamını arttırır, fakat istihdamdaki bu artış tam rekabet haline nazaran daha düşüktür. Genel olarak marjinal maliyet $= (dx/dq)\, p_x - (dp/dq)\, q$ dür. Tam rekabet şartları altında firmanın talep elâstikliği sonsuz, $dp/dq = 0$; monopol şartları altında firmanın talep elâstikliği eksi, $dp/dq < 0$ dır. Demek ki, belli munzam varidat elde etmek için monopol şartları altında daha fazla munzam maliyet gerekmekte; daha az munzam x e tekabül eden istihsalde, x in marjinal kıymet hasılası, marjinal maliyeti eşitliğine varılmaktadır. Yine (nihai mamul talebinin ve) p nin artışı, tam rekabet halinde çıktı miktarını ve girdi kullanımını arttırdığı halde, monopol şartlar altında, pek çok halde, talep elâstikliğine bağlı olarak, çıktı miktarını, girdi kullanımını azaltır. Fiatların zaman içinde devamlı artış temayülü göz önüne alınırsa, tam rekabetin istihdamı arttırıcı, monopolun istihdamı kısıcı rolünün önemi daha iyi anlaşılır.

9) (9) denklemine göre, zaman içinde x istihdamının artması isteniyorsa, ya zaman içinde x verimliliğinin ve/veya nihaî mamul fiatının, x fiatından

Şimdiye kadar firmanın yalnız bir tek istihsal âmili miktarında değişiklikler yaptığını farzettik. Firmanın tek değişir istihsal âmili kullanması halinde tutarlı olan (9a) sonucu firma birden fazla değişir istihsal âmili kullandığı veya her seferinde değişen istihsal âmili farklı olduğu zaman da, ayrı ayrı her değişen istihsal âmili için geçerli olmak gerekir. Öyleyse $x, y, \ldots\ldots, z$ firmanın değişir istihsal âmillerinden kullandığı miktarları göstermek üzere

$$\left.\begin{array}{lll} f(x)\,p = p_x & \cdots\cdots & \left(f'(x) < 0\ ;\ f(x) < \dfrac{1}{x}\int f(x)\,dx\right) \\ f(y)\,p = p_y & \cdots\cdots & \left(f'(y) < 0\ ;\ f(y) < \dfrac{1}{y}\int f(y)\,dy\right) \\ \vdots \quad \vdots & & \quad \vdots \qquad\qquad \vdots \\ f(z)\,p = p_z & \cdots\cdots & \left(f'(z) < 0\ ;\ f(z) < \dfrac{1}{z}\int f(z)\,dz\right) \end{array}\right\} \qquad (10)$$

denklemler sistemi yazılabilir. Bu denklemler sisteminin her iki tarafını girdi ve çıktı fiatı ile bölersek şu yeni denklemler sistemini elde ederiz :

$$\left.\begin{array}{l} \dfrac{f(x)}{p_x} = \dfrac{1}{p} \\ \dfrac{f(y)}{p_y} = \dfrac{1}{p} \\ \vdots \qquad \vdots \\ \dfrac{f(z)}{p_z} = \dfrac{1}{p} \end{array}\right\} \qquad (10\,a)$$

Bu denklemler sisteminde $1/p$ müşterek terim olduğuna göre ayrı ayrı bütün denklemleri kapsıyan şu genel eşitliğe varabiliriz :

$$\frac{f(x)}{p_x} = \frac{f(y)}{p_y} = \ldots\ldots = \frac{f(z)}{p_z} = \frac{1}{p} \qquad (11)$$

Burada $1/p$ Lagrange çarpanına (λ) eşittir ve firma için paranın marjinal prodüktivitesini temsil etmektedir. (11) eşitliğinin bütün terimlerini p ile çarparsak eşitlik bozulmıyacağına göre

daha fazla artması gerekir. Yine, işçi sendikalarının emek fiatını emeğin marjinal kıymet hasılası üzerine çıkarma teşebbüsleri, ya da devletin yüksek bir asgarî ücret tespiti, emeğin noksan istihdamına yol açar.

$$\frac{f(x)\,p}{p_x} = \frac{f(y)\,p}{p_y} = \ldots\ldots = \frac{f(z)\,p}{p_z} = 1 \qquad (12)$$

ifadesini elde ederiz. (11) ve (12) denklemleri bize, ayrı ayrı bütün değişir istihsal âmilleri marjinal hasılaları (marjinal kıymet hasılaları) ile bu istihsal âmilleri fiatı arasındaki oranın birbirine eşit olması gerekliliğini gösterir. Uzun sürede sabit istihsal âmilleri kullanımı da değişir sayılabileceğine göre varılan sonuç bütün istihsal âmillerini içine alacak şekilde genişletilebilir. Firma için, herhangi bir istihsal âmilinin *her* kullanım haddinde, bir istihsal âmilinin marjinal hasılası sıfırsa, veya carî girdi - çıktı fiatlarında bu istihsal âmilinin marjinal hasılası ortalama hasılasını aşıyorsa firma o istihsal âmilinden hiç kullanmıyacak ve bunun sonucu olarak o istihsal âmili (11) numaralı eşitlikte yer almıyacaktır.

Nihayet daha genel bir dengeye varmak ve maliyetlerle hasıla arasındaki simetriyi daha iyi görebilmek için (11) denklemini tersine çevirirsek ve çıktı fiatının marjinal varidata, girdi fiatı *bölü* girdinin marjinal hasılasının da marjinal maliyete eşit olduğunu göz önüne alırsak şu genel eşitliği yazabiliriz :

$$\frac{p_x}{f(x)} = \frac{p_y}{f(y)} = \ldots\ldots = \frac{p_z}{f(z)} = p\,(= \text{marj. var.}) = \text{marj. maliyet} \qquad (13)$$

Şimdi (9a) denkleminde vardığımız sonuçları daha genel şekilde tekrarlıyabiliriz. Çıktının fiatında bir artış (11) numaralı denklemde $1/p$ nin değerini küçültür; p_x , p_y , ... , p_z değişmediğine göre (11) numaralı eşitliğin yeniden geçerli olması $f(x)$, $f(y)$, ... , $f(z)$ marjinal hasılalarının düşmesiyle mümkündür; $f'(x)$, $f'(y)$, ... , $f'(z) < 0$ olduğuna göre, firma kullandığı x , y , ... , z istihsal âmillerinin marjinal hasılasını, ancak bu istihsal âmillerinden daha fazla kullanarak küçültebilir. Demek ki çıktı fiatındaki bir artış bütün istihsal âmilleri kullanımını arttırır (büyüme tesiri pozitiftir), fakat istihsal âmili fiatları arasındaki oran değişmediğine göre, istihsal âmillerinin kullanım oranındaki artış birbirine eşittir (ikame tesiri sıfırdır.) Bütün girdi fiatlarının ayni oranda düşmesi halinde de ayni sonuç geçerli olur. p nin düşmesi veya bütün girdi fiatlarının aynı oranda artması halinde yukardaki düşünce ters yönde geçerli olur.

İstihsal âmillerinden birinin fiatındaki bir düşüş (meselâ p_x) çıktı fiatındaki artışa eşdeğer sonuçlar doğurur. p_x düşerken diğer bütün âmiller sabit kaldığına göre, yeni durumda $f(x) / p_x > 1/p$ olur, bu ikisi arasında eşitliği sağlamak için x in marjinal hasılasını düşürmek gerekir, $f'(x) < 0$ alanında bu, ancak x den kullanılan miktarları arttırmakla sağlanabilir; fakat kullanılan x miktarındaki artış diğer istihsal âmillerinin verimini arttırır (diğer istihsal âmillerinin marjinal hasıla fonksiyonu sağa kayar), (11) numaralı denklemdeki eşitliği sağlamak için, ayrı ayrı $y, \ldots\ldots, z$ in kullanılan miktarlarını arttırmak gerekir; fakat diğer istihsal âmillerinin miktarındaki artış x in marjinal hasılasını arttırır, x den daha fazla kullanılmasını gerektirir... Demek ki istihsal âmillerinden birinin fiatındaki düşüş bu istihsal âmilinin hem ikame tesiriyle, hem de büyüme tesiriyle, diğer istihsal âmillerinin ise sadece büyüme tesiriyle, kullanımını arttırır. Diğerlerinin fiatı sabitken istihsal âmillerinden birinin fiatı yükselirse, yukardaki düşünüş yine doğrudur, fakat varılacak sonuç ters yönde tutarlıdır. Bir istihsal âmilinin fiatı (p_y) düşerken diğerininki (p_x) yükseliyorsa, fiatı düşen istihsal âmilinin kullanımı ikame tesiriyle artar, fiatı yükselen istihsal âmilinin kullanımı ikame tesiriyle azalır. Fakat x kullanımı arttığına göre y nin marjinal hasılası bir miktar artar, y kullanımı azaldığı için x in marjinal hasılası bir miktar azalır; firmanın x talebi ikame tesiriyle artmak, daralma tesiriyle azalmak, y talebi ikamesi tesiriyle azalmak, büyüme tesiriyle artmak temayülü gösterir. y nin fiatındaki nispî artış ne kadar küçükse, y nin istihsal maliyetleri içindeki yeri ne kadar önemsizse, y ile diğer istihsal âmilleri arasındaki ikame elâstikliği ne kadar büyükse, x talebinde ikame tesirinin daralma tesirini aşması o kadar muhtemeldir. Ayni düşünüş tarzı birçok istihsal âmilinin fiatı aynı zamanda değiştiği hallerde de geçerlidir.

İstihsal âmillerinin karşılıklı artışından bağımsız verim artışları da (meselâ genel kültür seviyesindeki gelişmenin işçi veriminde yol açtığı artış) o istihsal âmili fiatındaki düşüşe eşdeğer tesirler yaratır. Bir istihsal âmilinin (x) verimi artmışsa $f(x)$ in değerini, $f(x)/p_x = 1/p$ eşitliği sağlanacak kadar küçültmek, kullanılan x miktarını bu eşitliği sağlıyacak kadar arttırmak gerekir. x in kullanılan miktarındaki artış diğer girdilerin de marjinal hasılalarını arttırır... Bu gibi bağımsız verim artışları da firma için bir nevi dış tasarruf sayılabilir.

Özetlemek istersek şunları söyleyebiliriz. Basit bir model kurduk ve bu model yardımıyla, önce, girdinin marjinal prodüktivite teorisini, sonra da firmanın optimal istihsal âmili birleşimini elde ettik. Denklemimiz Lagrange çarpanı vasıtası ile varılan denklem gibi noksan rekabet şartlarını da içine alacak kadar genel değildir; fakat çıkarılışı itibariyle, iktisadî verilere daha fazla dayanır, marjinal hasıla ve maliyet arasındaki simetriyi de gösterecek niteliktedir ve tutarlı bir tahlil olarak geliştirilebilir.