

## Examination of Statistical Thinking Models

Timur KOPARAN\*

**ABSTRACT:** Statistical thinking has gained importance recently. The purpose of the research study is to analyze terms associated with statistical thinking, statistical thinking models, and to examine differences among statistical thinking models. These models have been developed by researchers in order to identify species of statistical thinking and how the students solved problems. In addition, these models provide the material for educational research. In this study, five statistical thinking models are discussed compared by considering different aspects of these models. These statistical models are Ben-Zvi and Friedlander (1997), Wild and Pfannkuch (1999), Jones et al (2000), Hoerl and Snee (2001) and Mooney (2002). This study provides research-based knowledge that can be used by teachers and researchers to inform statistical thinking. If these models are known by teachers and researchers, they can be useful for overcoming the difficulties encountered in the teaching of statistics.

**Key Words:** Statistical Thinking, Statistical Thinking Models, Mathematics Education.

---

### SUMMARY

**Purpose and Significance:** The purpose of this study is to analyze terms associated with statistical thinking, statistical thinking models in terms of different perspective and to examine both differences and similarities among statistical thinking models. These models are thought to be useful to researchers and teachers in planning of the learning goals, designing of the learning tasks, and predicting of the kind of learning and thinking.

**Method:** In this study, five statistical thinking models are discussed and compared by considering different aspects of these models. These statistical models are Ben-Zvi and Friedlander (1997), Wild and Pfannkuch (1999), Jones et al (2000), Hoerl and Snee (2001) and Mooney (2002).

**Results:** These models are used to define and characterize the level of statistical thinking. They have different components and levels. These models are used for different purposes (for young students, middle school students, adults). Some models are new while the others have some theoretical background. Some of them have mul timodels while the others have a single model.

**Discussion and Conclusion** Wild and Pfannkuch (1999) and Hoerl and Snee (2001) models are multi models. The other three models are based on a single model. The Jones et al (2000) model assumes learning growth is according to age. They think that all students will proceed through the stages of their model. Hoerl and Snee (2001) model suppose that not everyone is able to operate at the same level of ability. Hoerl and Snee (2001) model describes how process knowledge increases through a cyclical synergy between data and contextual knowledge. Jones et al (2000) and Mooney (2002) models are used to determine the level of students' statistical thinking. Hoerl and Snee (2001), Jones et al. (2000) and Mooney (2002) models exhibit beneficial a purpose compared to the others. Jones et al (2000) and Mooney (2002) models based on a general developmental model (SOLO taxonomy). Ben-Zvi and Friedlander (1997), Jones et al (2000) and Mooney (2002) models are historical but the other two models are developing. As a result, these models can be seen as statistical thinking tools which are reflecting statistical thinking. They provide a useful instrument for the teacher in planning of the learning goals, designing of the learning tasks, and predicting of the kind of statistical learning and thinking.

---

\* Yrd. Doç. Dr., Bülent Ecevit Üniversitesi, Ereğli Eğitim Fakültesi, [timurkoparan@gmail.com](mailto:timurkoparan@gmail.com)

# İstatistiksel Düşünme Modellerinin İncelenmesi

Timur KOPARAN<sup>†</sup>

**ÖZ:** Bu çalışmada son yıllarda önem kazanan istatistiksel düşünme, istatistiksel düşünme terimleri ve modelleri ele alınmıştır. Bu modeller, problem çözme ve istatistik için düşünme türlerinin belirlenmesi amacıyla araştırmacılar tarafından geliştirilmiştir ve geliştirilmeye devam etmektedir. İstatistiksel düşünme modelleri öğrencilerin istatistik problemlerini nasıl çözdüğünü, hangi zihinsel süreçleri yaşadıklarını anlamayı sağlar ve eğitim araştırmacıları için materyal geliştirmeyi amaçlar. Bu çalışmada literatürden beş istatistiksel düşünme modeli incelenmiş ve bu modeller farklı yönler ele alınarak karşılaştırılmıştır. İncelenen istatistiksel düşünme modelleri sıra ile Ben-Zvi ve Friedlander (1997), Wild ve Pfannkuch (1999), Jones vd. (2000), Hoerl ve Snee (2001) ve Mooney (2002) modelleridir. İstatistiksel düşünme, istatistik eğitimi araştırmalarında yeni ve gelişmekte olan bir kavram olduğundan, bu alanda öğrenme, değerlendirme ve öğretimi geliştirmek için yapılacak girişimlere önem verilmesi gerekmektedir. Bu modellerin amaç ve içeriklerine farkındalık oluşması, istatistik öğretiminin daha iyi planlanması, istatistik öğretiminde karşılaşılan zorlukların aşılması bakımından çalışmanın araştırmacı ve öğretmenlere ışık tutacağı düşünülmektedir.

**Anahtar Kelimeler:** İstatistiksel Düşünme, İstatistiksel Düşünme Modelleri, Matematik Eğitimi

## GİRİŞ

Günümüz toplumunda bireyler bilişim araçları sayesinde çok kapsamlı bilgilere hızlı bir şekilde ulaşabilmektedir. Bunun sonucunda bireyler araştırmacıların topladığı verilerden çok daha fazlasının kullanıcıları durumundadır (Garfield ve Gal, 1999). Bu nedenle bireyler hemen hemen her gün istatistiksel bilgilerle karşılaşmaktadır. Bireylerin gazete, dergi ve bilimsel makalelerde iddia edilenleri doğru bir şekilde yorumlayabilmesi için istatistiksel düşünme becerileri edinmiş olması gerekir. Bu yüzden bir bireyin istatistiksel sonuçları yorumlama yeteneği ve çevrede iddaa edilenlerle ilgili bir sorgulama yapabilmesi ve sonuçlara varabilmesi son derece önemlidir. Bireylerin yaşamış olduğu bu zihinsel süreçler oldukça karmaşıktır. Matematik öğretim programının ve eğitiminin gelişimine ve planlanmasına rehberlik etmek üzere öğrenci düşüncelerinin bilişsel modellerine duyulan ihtiyaç bazı araştırmacılar tarafından ortaya konmuştur (Cobb, P., Wood, T., Yeckel, E., Nicholls, J., Wheattey, G., Tigatti, B., Perlwitz, M., 1991). Ayrıca son yıllarda ortaokul ve lise matematik öğretim programlarında istatistik öğrenme alanlarına daha çok önem verilmesi, istatistik alanındaki öğrenci düşüncelerinin ortaya çıkarılması açısından modelleri daha önemli bir konuma taşımıştır. Öğrenci düşüncelerine dair araştırma temelli bilginin öğretmenlerin anlamlı bir eğitim vermelerine yardımcı olacağına ilişkin kanıtlar mevcuttur (Fennema & Franke, 1992). Bu düşünce ışığında bu çalışmada literatürde öne çıkan istatistiksel düşünme modellerinin tanıtılması, bu modellerin benzer ve farklı yönlerinin ortaya konulması amaçlanmıştır. Çalışmanın hem bu alanda araştırma yapanlara hem de öğretmenlere faydalı olacağı düşünülmektedir.

## İstatistiksel Düşünme

İstatistiksel düşünme terimi geleneksel olarak istatistik alanında doğmuştur. Fakat son zamanlarda çok daha geniş anlamlar almıştır. Öğrencilerin istatistiksel düşünmesi üzerine birçok araştırma bulunmaktadır (Ben-Zvi, 2002; Ben-Zvi ve Arcavi 2001; Change, 2002; Garfield ve Gal, 1999a, 1999b; Jones, Thornton, Langrall, Mooney, Perry ve Putt, 2000; Mooney, 2002; Rumsey, 2002, Wallman 1993; Wild ve Pfannkuch, 1999). İstatistiksel düşünme istatistiksel araştırmaların nasıl ve niçin yürütüldüğünü anlamayı içerir. Bu, araştırma sürecinin tümünün bilinmesi ve anlaşılması demektir. Change (2002)'ye göre istatistiksel düşünme tüm süreci görme yeteneğidir. Bu süreç değişkenlerin anlamı ve aralarındaki ilişkileri anlamayı, kitaplardaki tanımlananın ötesinde veri araştırma yeteneğine sahip olmayı, temel araştırmalarda soruların ötesinde yeni araştırma soruları üretmeyi içerir. İstatistiksel düşünme veriden anlam çıkarmayı gerektirir. Veriden anlam çıkarma ise

<sup>†</sup> Yrd. Doç. Dr., Bülent Ecevit Üniversitesi, Ereğli Eğitim Fakültesi, [timurkoparan@gmail.com](mailto:timurkoparan@gmail.com)

ne oldu? Ne oluyor? İleride ne olacak? Verinin bize ne söylediğini en iyi nasıl anlayabiliriz? Bu bilgiyi doğru bir şekilde nasıl kullanabiliriz? Sorularına cevap bulmaktır. Literatürde istatistikçiler ve istatistik eğitimcileri tarafından geliştirilen çeşitli istatistiksel düşünme modelleri vardır. Bu modeller İstatistiksel düşünme türlerini daha iyi anlamamızı sağlayan iletişim araçları olarak görülmektedir.

### **İstatistiksel Düşünme Modelleri**

İstatistiksel düşünme modelleri, problem çözme ve istatistik için düşünme türlerinin belirlemesi amacıyla öğretmenler ve araştırmacılar tarafından geliştirilmiştir ve geliştirilmeye devam etmektedir. Bu modeller öğrencilerin problemleri nasıl çözdüğünü anlamayı ve eğitim araştırmacıları için materyal geliştirmeyi amaçlar. İstatistiksel düşünme modelleri belirli bakış açılarıyla ve temel kullanımlarla ortaya çıkmıştır. Literatürde istatistiksel araştırmalar sonucu oluşan çeşitli istatistiksel düşünme modelleri yer almaktadır (Ben- Zvi ve Friedlander, 1997; Jones ve diğerleri, 2000; Wild ve Pfannkuch, 1999; Hoerl ve Snee, 2001). Hem eğitimciler hem de istatistikçilere göre modeller karmaşık olgular hakkında daha etkili iletişim kurmayı ve düşünmeyi sağlar. İstatistik, bazı istatistikçiler ve istatistik eğitimcileri tarafından bir bilgi kitlesi olması kadar düşünmenin yolları olarak da görülmektedir. Araştırmacılar modellerin çevremizdeki dünyayı kurgulama ve yorumlamada etkili olduğunu ifade ederler (Hoerl ve Snee, 2001). Modeller, aklın bir ürünü olarak bilimsel amaçlarla ya da iletişim amacıyla kullanılırlar. Her ne sebeple oluşturulmuş olursa olsun, modellerin en önemli işlevlerinden birisi süreci tüm özellikleriyle düzenli bir şekilde özetliyor olmasıdır. İyi bir model kendi kendine işleyen bağımsız bir varlık olma özelliği ile kalmayıp aynı zamanda orijinal durum ile çözümleyicinin zihinsel aktivitesi arasında güvenilir bir araçtır (Fischbein,1987). Buradan bir modelin ikinci bir işlevinin kişinin zihinsel süreçlerini kontrol eden ve düşüncede üretkenliğe yardımcı olan bir düşünme aracı olduğunu sonucuna varılabilir. Bu tür modellerin eğitimde yararı, terminoloji ve bir sınıflandırma sistemi sunarak insanların belirli bir alanda daha odaklı düşüncelerini sağlamasıdır (Brown, 1998). Bu belli bir alanın içeriğini farklı bir şekilde kavramsallaştırmaya yol açar. Model aynı zamanda düşüncenin, tartışmanın, ileri teori geliştirmenin ve hareketin işlenebileceği bir araçtır. İstatistikçiler de modelleri standart terminolojiyi ve aynı zamanda iletişimi, tartışmayı ve birbirinden bir şey öğrenmeyi kolaylaştıran araçlar olarak görmektedirler. Hem eğitimciler hem de istatistikçiler modellerin karmaşıklığı basitleştirebileceğini dile getirirken yine de faydalı olduğunu ifade ederler. Bu şekilde modeller karmaşık olgular konusunda daha etkin bir biçimde düşünme ve iletişim kurma imkanı sağlarlar. Bilgi süreci oluşturmada en etkili yol sürecin işleyişini tanımlayan bir model geliştirmektir (Hoerl ve Snee, 2001), Buradan bir model oluşturulmasının bilgiyi derinleştirmeye ve süreci anlamaya yardımcı olduğu sonucu çıkmaktadır. Bununla birlikte modeller onları oluşturanların kendi bakış açılarının ürünü veya sezgileri, özel teorilerinden etkilenmektedir (Brown, 1998). Bu durumda bir model, modeli oluşturanın istatistiksel, pedagojik ve bilişsel bilgilerinden etkilenecektir. Bu sınırlar göz önünde bulundurulduğunda, bir durumun modelini oluşturmak, o konuda düşünmeye yardımcı olur ve o durum hakkındaki iç görüşü harekete geçirir.

Bazı istatistikçiler ve istatistik eğitimcileri istatistiğin bir düşünme şekli ve aynı zamanda özel bir bilgi türü olduğuna inanırlar. Bir zamanlar oldukça kapalı olan bu düşünce yolları günümüzde modeller veya çerçeveler şeklinde yaygın bir biçimde ele alınmaktadır. İstatistikçiler ve eğitimciler model geliştirmede öğrencilerin istatistiksel alandaki zihinsel aktivitelerini gözlemler, onların düşünce kalıplarını anlamaya çalışırlar. Bunu yaparken aynı zamanda istatistik alanındaki birikimlerinden de yararlanırlar.

Bu çalışmada beş istatistiksel düşünme modeli incelenmiş ve bu modeller farklı yönleri ele alınarak karşılaştırılmıştır. İncelenen istatistiksel düşünme modelleri sırası ile Jones vd. (2000) modeli, Ben-Zvi ve Friedlander (1997) modeli, Wild ve Pfannkuch (1999) modeli, Hoerl ve Snee (2001) modeli ve Mooney (2002) modelidir. Bu modellerin seçilmesinde farklı çıkış noktaları göz önünde bulundurulmuştur. Bunlardan Jones vd. (2000) modeli, Ben-Zvi ve Friedlander (1997) modeli, Mooney (2002) modeli istatistik eğitimi araştırmaları sonucu ortaya çıkarken, Wild ve Pfannkuch (1999) modeli, Hoerl ve Snee (2001) modeli ise istatistik disiplininin ortaya çıkan modellerdir. Bu modellerden Jones vd. (2000) modeli, Mooney (2002) modelinin ortaya çıkmasında etkili olmuştur.

## Ben-Zvi ve Friedlander Modeli

Ben-Zvi ve Friedlander (1997) modelinin amacı öğretim sürecinde 13-15 yaşlarındaki öğrencilerin gözlemlenen düşünme seviyelerinin karakterize edilmesi ve belirlenmesidir. 4x1 tipindeki matris düşünmenin mümkün olan gelişimsel aşamalarını gösterir ve her seviye için öğrenci yansımalarına örnekler verir. Bu modelde mevcut olan istatistiksel düşünmenin gelişimsel aşamaları Tablo 1’de verilmiştir.

Tablo 1. Ben-Zvi ve Friedlander Modeli

Gelişimsel aşamalar	Öğrenci yansımaları
Seviye 1	Eleştirisiz düşünme.
Seviye 2	Bir gösterimin anlamlı kullanımı
Seviye 3	Çoklu gösterimlerin anlamlı kullanımı ve üst bilişsel yeteneklerin gelişimi.
Seviye 4	Yaratıcı düşünme.

Bu aşamalar öğrencilerin kendi seçtikleri bir istatistik araştırmasında verilerini değerlendirip son yorumlara ulaşırken kullandıkları yöntemlerden yola çıkılarak oluşturulmuştur. Bu modelin işe yarayan fakat daha de geliştirilebilmesi gereken bir model olduğu kabul edilir (Wild ve Pfannkuch, 2002). Tanımlanan gelişim aşamalarının hiyerarşik olup olmadığı ve öğrencilerin her bir aşamadan sıra ile geçip geçmediği konularını göz önünde bulundurarak bu modelin daha fazla veri ile yeniden denenmesi yönünde görüşler ortaya çıkmıştır (Wild ve Pfannkuch, 2002).

## Wild ve Pfannkuch Modeli

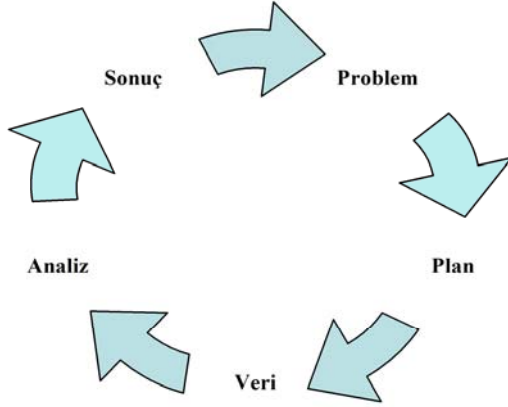
Bu model deneysel araştırmaya, tarihsel ve istatistikî literatüre dayalı olarak geliştirilmiştir. İnsanın istatistiksel disiplin çerçevesinde nasıl düşündüğünü açıklamayı hedefleyen bir modeldir. Araştırmacı döngü, düşünme çeşitleri, sorgulayıcı döngü, eğilim olmak üzere dört farklı bileşeni vardır Bu model bireylerin eş zamanlı olarak her bir bileşende ne düşündüğünü açıklamaya çalışır. Bu düşünme modelleri, istatistikçilerin ve istatistik öğrencilerinin problem çözme yaklaşımlarını tanımlama şekillerinde gözlemlenebilir. Bu tür düşünme süreçlerinin başlangıcı istatistiksel araştırma yürüten ortaokul öğrencilerinde gözlemlenebilir (Rubik, 2000; Yoon, 2001). Bu model istatistiksel düşünmeye genel bir bakış oluşturarak yeni düzenlemelere ve yeni modellere kaynaklık edebilecek bir ilk adım olarak görülmektedir (Wild ve Pfannkuch, 2002). Her bir boyutta kategoriler belirlenmiştir. Wild ve Pfannkuch (1999) modeli incelendiğinde istatistiksel düşünmenin aslında sadece öğrenilemeyen, aynı zamanda doğal olarak bu tür anlayışa sahip yetenekli bireylerde olgunlaşması gereken temel bir sorgulama metodu olduğu anlaşılmaktadır (Wild ve Pfannkuch, 2002). Öğrencilere, verilerin grafiksel ve sayısal olarak nasıl özetleneceği, değişik modellerin hedef kitleler üzerine olasılıksal ifadeler çıkarmak için nasıl kullanılacağı öğretilirken, istatistiksel düşünme eğilimi sınıf ortamında çokta kolay aktarılamamaktadır. Bu modelde bileşenler Şekil 1 ‘de gösterilmiştir.

Modelin birinci bileşeni olan araştırma döngüsü problem, plan, veri, analiz ve sonuç olmak üzere beş aşamadan oluşmaktadır. Bu aşamalar istatistiksel araştırmanın sürecini tarif etmektedir. İkinci bileşen istatistiksel düşünmenin beş ana tipinin var olduğunu ifade eder. Üçüncü bileşen sorgu döngüsü üretme, arama, yorum, eleştirme ve yargılama olmak üzere problem ve veri ile ilgilenildiği zaman, istatistikçilerin kullandığı düşünme sürecini tarif eder. Son bileşen ise istatistiksel problem çözmede istatistikçiler için gerekli olan eğilimler tanımlanır.

Eğilimler sayesinde istatistiksel okuryazar olmak için öğrenciler tarafından neye ihtiyaç duyulduğunun iyi bir tanımı elde edilir. Wild ve Pfannkuch’un (1999) eğilimleri, şüphecilik, hayal gücü, merak ve farkındalık, açıklık, daha derin anlam aramak için istek, mantıksal olma, yaşama katılma isteği ve sabırlı olmadır. Şüphecilikte, Wild ve Pfannkuch, “eleştirel olma” ihtiyacına vurgu yapmaktadır. Wild ve Pfannkuch’in araştırdığı bazı istatistikçiler, eğilimlerin öğretilemez olduğuna inanmıştır fakat Wild

ve Pfannkuch bu konu hakkında daha olumludur. Onlar, örneğin araştırma döngüsü ve sorgulama döngüsünün, belli konuları öğrencileri teşvik etmek için düşünme araçları olarak nasıl kullanılabilir olduğunu tarif etmişlerdir. Wild ve Pfannkuch'un bileşenleri, hiyerarşik değildir. Bununla beraber, araştırma döngüsü ve sorgulama döngüsü sırasaldır.

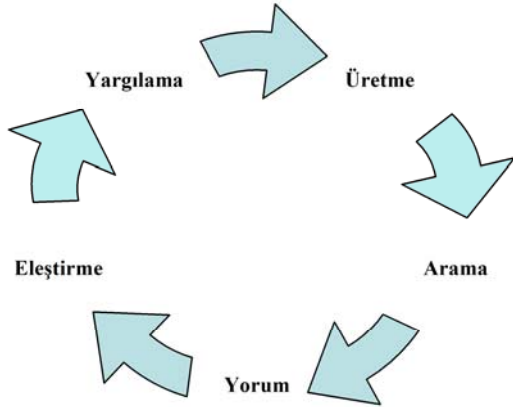
### 1. Araştırma Döngüsü



### 2. İstatistiksel Düşünme Türleri

- ❖ Veriye niçin ihtiyaç duyulduğunu bilme
- ❖ Verinin farklı temsillerini kullanma
- ❖ Değişimi anlama
- ❖ Modelleri kullanma
- ❖ Bağlam ile istatistiği birleştirme

### 3. Sorgu Döngüsü



### 4. Eğilimler

- ❖ Şüphencilik
- ❖ Hayalgücü
- ❖ Merak ve farkındalık
- ❖ Açıklık
- ❖ Daha derin bir anlam aramak için istek
- ❖ Mantıksal olma
- ❖ Yaşama katılma isteği
- ❖ Sonuna kadar direnme

Şekil 1. Wild ve Pfannkuch (1999) Modelinde İstatistiksel Düşünmenin Dört Bileşeni

### Jones ve Diğerleri Modeli

Jones vd. (2000) modelinin amacı ilköğretim öğrencilerin istatistiksel düşünme ve bilişsel bilgisinin tutarlı bir şablonunu oluşturmaktır. Model her bir bileşende düşünmenin dört seviyesini içermektedir. Bu seviyeler (Kişiyi özgüllük, geçici, nicel, analitik) Biggs ve Collis (1992)'in SOLO (Structure of the observed learning outcome) taksonomi teorisine ve istatistiksel analiz için dört anahtar yapıya dayalıdır. Bu modeldeki istatistiksel düşünme bileşenleri ve istatistiksel düşünme seviyeleri aşağıda verilmiştir.

#### İstatistiksel Düşünme Bileşenleri;

Jones vd. (2000) modelinde bulunan dört istatistiksel düşünme bileşeni; verinin tanımlanması, verinin organize edilmesi, veri gösterimi, verinin analizi ve yorumlanmasıdır.

### *İstatistiksel Düşünme Seviyeleri*

- Kişiyi Özgünlük (Seviye 1): Genellikle öğrenciler kişisel veri bankasına ve sık sık verilen veri ile ilişkisiz olan kişiyi özgü akıl yürütme ile sınırlı kalır.
- Geçici (Seviye 2): Nicel düşünmenin önemi fark edilmeye başlanır. Hatta her zaman doğru olmasa da merkezi eğilim ve yayılım ölçüleri için sayılar kullanılır. Veri üzerindeki bakış açıları tek yönlüdür. Veri temsilleri veya verinin analizine yönelik nadiren bağlantı kurulabilir.
- Nicel (Seviye 3): Merkezi eğilim ve yayılım kavramları doğru bir şekilde anlaşılmaya başlanır ve istatistiksel kararlar için genellikle nicel muhakeme kullanılır. Bağlam ve verinin ikisinin de bilincindedir ama bu ikisi arasında nadiren ilişki kurulur.
- Analitik (Seviye 4): Veri araştırmada daha analitik bir yaklaşım kullanılır. Veri ve bağlam arasında ilişki kurarken kanıt gösterilebilir. Verinin makro ve mikro görünümü kabul eden hem lokal hem de küresel bakış mevcuttur.

Modelde öğrencilerin her bir seviyeden adım adım geçeceği öngörülmektedir. Hiyerarşik bir modeldir. Çünkü düşünce seviyeleri alçaktan yükseğe doğru sıralanmıştır. Jones vd. (2000) birinci sınıftan beşinci sınıfa öğrencilerin düşünme gelişimini göstermek için bu modeli kullanmışlardır. Öğrencilere belli sorular sorulup her yapı için öğrenci cevapları değerlendirilmiştir. Model aynı zamanda öğrenci cevaplarını sınıflandırmak için beklenen düşünme türlerini detaylı tanımlarla veren bir araçtır. Jones vd. (2000), bu modelin öğrencilerde oluşabilecek düşünme türlerini tahmin etmede ve öğretimsel bilgi vermede kullanılabilirliğini ifade etmişlerdir. Öğretim programı hazırlayanlar ve öğretmenler için öğretimsel aşamaları inşa etmede, öğrenci kapasitesine göre öğrenme ödevleri hazırlamada bu modelin kullanışlı olduğunu belirtmişlerdir.

### **Hoerl ve Snee Modeli**

Bu model problem çözme ve istatistiksel düşünme süreçlerini geliştirmede kullanılan işlemleri açıklamaktadır. İşlerin veya sistemlerin bir yönünü geliştirmek isteyen herkes için istatistiksel bir düşünme tarzı sunmakta, dünyayı algılamada bir bakış açısı geliştirmeye yardımcı olmaktadır. Hoerl ve Snee (2001) modeli dört ana modelden oluşmaktadır. Bunlar; bir istatistiksel düşünme modeli, bir değerlendirme modeli, problem çözme stratejisi ve süreç geliştirme stratejisi olmak üzere iki çalışma modelidir. İstatistiksel düşünme modeli araştırma döngüsünü doğrusal bir şekilde sunarken, iki çalışma modeli bir tanımlanabilir adımlar dizisi ortaya koymakta, her adımda kullanılacak düşünme araçları önermektedir. Değerlendirme modeli ise sürecin ana elemanlarının denetlendiği bir kontrol listesidir. Bu yolla bir organizasyonda istatistiksel düşünceden yararlanılıp yararlanılmadığını gösteren kanıtlar saptanır. Bu modeller bu alandaki deneyime ve W. Edwards Deming (1986) ve Peter Senge (1990)'in felsefeleri ve teorilerine dayalıdır ve yıllar içinde gelişmiştir.

### **Mooney Modeli**

Mooney (2002); ortaokul 6-7-8 öğrencilerinin istatistiksel düşüncelerini, mevcut literatüre ve görüşme ortamında elde edilen öğrencilerin düşüncelerine ilişkin gözlem ve analizlerin sentezine dayanarak geliştirmiş ve geçerliliğini denetleyerek M3ST (Middle School Statistical Thinking) modelini geliştirmiştir. M3ST modeli, *veri tanımlama, veriyi organize etme ve indirgeme, veri gösterimi, veriyi analiz etme ve yorumlamada* öğrencilerin geçirmiş olduğu bilişsel süreçleri ve her bir süreç içinde öğrencilerin istatistiksel düşüncelerini karakterize eden tanımlayıcılar içermektedir.

*Verinin Tanımlanması:* Verinin tanımlanması, tablolarda, çizelgelerde veya grafiksel şemalarda sunulan verinin açık bir şekilde okunmasını içermektedir. Sayısal bilgidan faydalanabilmek için bir öğrenci bir grafik, tablo veya çizelgeden bilgi okuyabilmelidir. Wainer (1992) veri gösterimlerini okuma yeteneğini, veri yorumlamanın temel bir düzeyi olarak görmektedir. Benzer şekilde Curcio

(1987) veri okumayı veri analiz etme ve yorumlamanın başlangıç aşaması olarak düşünmektedir. Bu nedenle veri gösterimlerini okuma yeteneğinin, öğrencilerin tahmin yürütmeye ve eğilimleri keşfetmeye başlamaları için gerekli olan temeli oluşturduğu söylenebilir. Mooney (2002) verinin tanımlanmasını iki alt bileşende ele almaktadır. Bunlar; veri gösterim özelliklerine farkındalık gösterme ve veri değerlerinin parçasını tanımadır.

*Verinin Organize Edilmesi ve İndirgenmesi:* Verinin organize edilmesi ve indirgenmesi, verinin özet şekline getirilmesi için ayarlanmasını, kategorileştirilmesini veya birleştirilmesini gerektirmektedir. Veri göstergelerini okuyabilme yeteneği gibi verinin organize edilmesi ve indirgenmesi yeteneği de verinin analiz edilmesi ve yorumlanması için büyük önem arz etmektedir. Mooney (2002), verinin analiz edilmesi ve yorumlanmasını üç alt bileşende ele almaktadır. Bunlar; verinin gruplanması veya sıraya konması, merkezi eğilim ölçüleri kullanarak verinin tanımlanması, veri dağılımının tanımlanmasıdır.

*Veri Gösterimi:* Mooney (2002), veri gösterimi altında iki alt sürecin yattığı sonucuna varmıştır. Bu alt süreçler şunlardır: verilen veri grubu için bir veri gösteriminin oluşturulması, veri gösterimlerinin etkinliğini değerlendirme. Verinin tanımlanması ve verinin organize edilmesi ve indirgenmesi gibi veri gösterimi de veri analizi ve yorumlamada önemli bir yapıdır. Veri gösterimi, nasıl ve ne tür bir veri gösterimi kullanılırsa tahminler ve eğilimler daha iyi belirlenebilir sorusuna cevap olmalıdır. Aynı veri ile ilgili farklı veri gösterimleri farklı fikirlerin ortaya çıkmasına ve tartışmalara imkân sağlayacaktır.

*Verinin Analiz Edilmesi ve Yorumlanması:* Mooney (2002), verinin analiz edilmesi ve yorumlanmasını dört boyutta ele alır. Bunlar; veri grupları veya veri göstergeleri içinde karşılaştırmalar yapılması, veri grupları veya veri göstergeleri arasında karşılaştırmalar yapılması, verilen bir veri grubundan veya veri gösteriminden çıkarsama yapılması, orantısal akıl yürütmeyi kullanma şeklindedir.

Model yukarıda açıklanan her bir süreçte öğrencilerin istatistiksel düşüncelerinin seviyesini karakterize eden tanımlayıcılar içermektedir. Bu tanımlayıcılar Biggs ve Collis (1991)'in genel gelişimsel modeline dayalıdır. Biggs ve Collis (1991)'in modeli beş evreden oluşmaktadır. Bu evreler sırasıyla; duyuşsal motor, imgesel, somut sembolik, soyut ve soyut sonrası olarak adlandırılmıştır. Her bir evre öğrenci düşüncelerinde değişiklik gösterir ve döngüsel üç bilişsel seviyeyi tek yönlü yapı, çok yönlü yapı ve ilişkilendirilmiş yapı içerir. Biggs ve Collis (1991)'e göre beş aşamadan her biri önceki türün devam eden gelişimini de kapsayacak şekilde ortaya çıkar ve gelişir. Üst seviyelere doğru ilerledikçe tutarlılık, ilişkilendirmeler ve çok yönlü düşünme artmaktadır. Biggs ve Collis (1991) ilk evre ile ilişkili olan yapı öncesi ve son evre ile ilişkili olan ileri soyut yapı olmak üzere iki bilişsel seviye daha tanımlamışlardır. Biggs ve Collis (1991) modelinin ışığında Mooney (2002) öğrencilerin beş istatistiksel düşünme seviyesi sergilediği varsayımında bulunmuştur. Bu beş seviye sırası ile kişiye özgünlük, geçici, nicel, analitik ve son olarak ileri soyut yapıdır. Fakat Mooney (2002)'in çalışmasında öğrenciler istatistiksel düşünmenin sadece ilk dört seviyesini sergilediğini görmüş ve öğrencilerin istatistiksel düşüncelerini karakterize etmede kişiye özgünlükten, analitik seviyeye olmak üzere dört seviyeden oluşan bir model tanımlamıştır. Mooney (2002) modeli Tablo 2'de ayrıntılı olarak verilmiştir.

Tablo 2. Mooney Modelinde İstatistiksel Düşünme Seviyeleri ve Göstergeler

İstatistiksel Düşünme Bileşenleri	SEVİYE 1 (KİŞİYE ÖZGÜLÜK)	SEVİYE 2 (GEÇİŞ)	SEVİYE 3 (NİCEL)	SEVİYE 4 (ANALİTİK)
Verinin Analiz Edilmesi ve Yorumlanması	<ul style="list-style-type: none"> <li>❖ Veri grupları veya gösterimleri içinde karşılaştırma yapamama veya yanlış karşılaştırma yapma.</li> <li>❖ Veri grupları veya gösterimleri arasında karşılaştırma yapamama veya yanlış karşılaştırma yapma.</li> <li>❖ Veriye dayanmayan çıkarsamalar yapma veya ilgisiz konulara dayalı çıkarsamalar yapma</li> <li>❖ Oranlı düşünme kullanamama</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>❖ Bir tek doğru karşılaştırma yapma veya veri gösterimleri yada veri grupları arasında veya içinde kısmen doğru bir takım kıyaslamalar yapma.</li> <li>❖ Bir tek doğru karşılaştırma yapma veya veri gösterimleri yada veri grupları arasında kısmen doğru bir takım kıyaslamalar yapma.</li> <li>❖ Veriye kısmen dayalı çıkarsamalar yapma. Sadece bazı çıkarsamalar kısmen makul olabilir.</li> <li>❖ Oranlı düşünmeyi nitelikli kullanma.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>❖ Veri grupları veya göstergeleri içinde yerel yada global çıkarsamalar yapma.</li> <li>❖ Veri grupları veya göstergeleri arasında yerel yada global çıkarsamalar yapma.</li> <li>❖ Esas olarak veriye dayalı çıkarsamalar yapma. Bazı çıkarsamalar sadece kısmen makul olabilir.</li> <li>❖ Oranlı düşünmeyi niceliksel olarak kullanır fakat makul olarak kullanamaz.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>❖ Veri grupları ve gösterimleri içinde yerel yada global çıkarsamalar yapma.</li> <li>❖ Veri grupları ve gösterimleri arasında yerel yada global çıkarsamalar yapma.</li> <li>❖ Veri ve kontekste dayalı makul çıkarsamalar yapma.</li> <li>❖ Oranlı düşünmeyi makul şekilde niceliksel olarak kullanır.</li> </ul>
Veri Gösterimi	<ul style="list-style-type: none"> <li>❖ Bir veri göstergesinin oluşturulamaması veya hem veriyi temsil etmeyen hem de eksik bir gösteriminin oluşturulması.</li> <li>❖ İlgisiz özelliklere veya sebeplere dayanarak veri gösterimi etkililiğinin değerlendirilmesi.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>❖ Veriyi temsil eden ve kısmen tamamlanmış bir gösterimin oluşturulması veya veriyi temsil etmeyen bir gösterimin tamamlanması.</li> <li>❖ İlgili gösterim özelliklerine dayanarak veri gösterimlerinin etkililiğinin değerlendirilmesi</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>❖ Temsil eden ve tam bir gösterim oluşturulması. Gösterim bir kaç kusur içerebilir.</li> <li>❖ Verinin sunulduğu kontekste bir takım referanslarla ilgili gösterim özelliklerine dayanarak veri gösterimlerinin etkililiğinin değerlendirilmesi.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>❖ Temsil eden, uygun, tam bir gösterimin oluşturulması.</li> <li>❖ Verinin sunulduğu kontekste ve ilgili gösterim özelliklerine dayanarak veri gösterimlerinin etkililiğinin değerlendirilmesi</li> </ul>
Verinin Organize Edilmesi ve İndirgenmesi	<ul style="list-style-type: none"> <li>❖ Veri gruplama girişimi yok.</li> <li>❖ Temsil edilebilirlik veya karakteristik bakımından verinin tanımlanamaması</li> <li>❖ Dağılımın temsili bakımından veri dağılımının tanımlanamaması</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>❖ Özetsel olmayan formda veri gruplar</li> <li>❖ Kısmen geçerli olan keşfedilmiş ölçüler kullanarak verinin tanımlanması.</li> <li>❖ Kısmen geçerli olan keşfedilmiş ölçüler kullanarak veri dağılımının tanımlanması.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>❖ Özetsel şekilde veri gruplar veya yeni kategoriler veya kümeler oluşturarak veri gruplar.</li> <li>❖ Kusurlu bir prosedürden veya geçerli ve doğru icat edilmiş bir merkezi ölçüm kullanarak verinin karakteristiğinin tanımlanması.</li> <li>❖ Kusurlu bir prosedürden veya geçerli ve doğru icat edilmiş bir merkez ölçüm kullanarak veri dağılımının tanımlanması.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>❖ Yeni kategoriler veya kümeler oluşturarak özetsel formda veri gruplar.</li> <li>❖ Geçerli ve doğru bir merkezi ölçüm kullanarak verinin tanımlanması.</li> <li>❖ Geçerli ve doğru bir merkezi ölçüm kullanarak veri dağılımının tanımlanması</li> </ul>
Verinin Tanımlanması	<ul style="list-style-type: none"> <li>❖ Tabloların, çizelgelerin veya grafiksel şemaların veri özelliklerine dair çok az farkındalık gösterir.</li> <li>❖ Veri değerlerinin parçalarını tanıyamaz veya yanlış açıklar.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>❖ Tabloların, çizelgelerin veya grafiksel şemaların veri özelliklerine dair biraz farkındalık gösterir.</li> <li>❖ Veri değerlerinin parçalarını eksik tanır.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>❖ Tabloların, çizelgelerin veya grafiksel şemaların veri özelliklerine dair tam farkındalık gösterir.</li> <li>❖ Belirli veri değerleri parçalarını tanır.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>❖ İlgisiz ya da yüzeysel özellikler dahil tabloların, çizelgelerin veya grafiksel şemaların veri özelliklerine dair tam farkındalık gösterir.</li> <li>❖ Genel veri değerleri parçalarını tanır.</li> </ul>



## Tartışma ve Sonuç

Bu çalışmada beş istatistiksel düşünme modeli incelenmiştir. Bu modeller Jones vd. (2000) modeli, Ben-Zvi ve Friedlander (1997) modeli, Wild ve Pfannkuch (1999) modeli, Hoerl ve Snee (2001) modeli ve Mooney (2002) modeli incelenmiştir. Bu modellerin farklı rollere sahip olduğu görülmüştür. Bunlardan bazılarının çoklu bazıları tekli modele dayandığı görülmüştür. Wild ve Pfannkuch (1999) ve Hoerl ve Snee (2001) modelleri çoklu modellerdendir. Bu modeller istatistiksel düşünmeyi daha iyi açıklamada içinde barındırdığı bileşenlerin işe yarar olduğunu savunmaktadır. Çünkü bunlar istatistiksel düşünmede kullanılan farklı düşünme tekniklerini içermektedir. Öte yandan diğer üçü tekli model görüşüne dayalıdır. Çünkü bunlar istatistiksel düşünmenin doğuşunu ve gelişimini göstermektedirler. Bir tekli model açık olabilir fakat aynı zamanda düşüncenin sadece bir yönünü ele alabilir. Oysa çoklu modeller ele alınması zor olsa da istatistiksel düşüncenin karmaşık bir aktivite olduğunu ortaya koyabilirler. Jones vd. (2000) modeli öğrenmedeki gelişimin yaşla uyumlu olduğunu ve öğrencilerin kendi modellerinin basamaklarından geçeceğini, Hoerl ve Snee (2001) modeli herkesin aynı kapasitede işlem yapabileceğini varsaymaktadır. Bu, farklı seviyelerde olan insanları çalıştıran liderler tarafından kullanılmaktadır. Fakat sisteme dâhil olan herkes onların böyle bir modeli niçin kullandığını anlayabilir ve ona katılabilir. Yine de her iki model öğrenmedeki gelişimin uzun bir süre devam eden bir sürece katılmaktan kaynaklandığını vurgulamaktadır. Jones vd. (2000) ve Mooney (2002) modeli istatistiksel araçları nasıl kullanacağı konusundaki öğrenmeye daha uzun süre katılmış olan özellikle ilköğretim ve ortaokul öğrencilerinin daha yüksek bir düşünme seviyesine nasıl ulaştığını tanımlamak için geliştirilmiştir. Hoerl ve Snee (2001) modeli veri ve içerik bilgisi arasındaki süreç bilgisinin döngüsel sinerji yoluyla nasıl arttığını ifade etmektedir.

Modeller eş zamanlı olarak pratikte ve teoride yararlı olabilir. Faydacı yaklaşım Hoerl ve Snee (2001), Jones vd. (2000) ve Mooney (2002) modellerinde görülmektedir. Bunların amaçları başka insanlara faydalı olmaktır. Hoerl ve Snee (2001) modeli kişilere istatistiksel düşünmeyi nasıl yapacaklarını göstermekte ve problem çözme sürecinde onlara rehberlik etmektedir. Jones vd. modeli (2000) ve Mooney (2002) modelleri düşünme kapasitesi bakımından öğrencilerin hangi seviyede olduğu hakkında ve öğrenme etkinliklerini planlama sürecinde öğretmenlere rehberlik etmektedir. Bu modeller düşünme araçları olarak kullanılmak üzere tasarlanmıştır. Çünkü ya bir iş alanındaki ya da sınıftaki süreci geliştirmek için ortaya çıkmışlardır. Her üçü de faydacı amaç gütmesine rağmen öğrenme hakkında iyi geliştirilmiş teoriler ve felsefelerden doğmuşlardır. Hoerl ve Snee (2001) modeli bir kişinin bir süreci nasıl daha iyi öğrendiği konusundaki yönetim ve sistem teorilerine, Jones vd. (2000) ve Mooney (2002) modelleri ise birey için var olan öğrenme durumunun önemsenmesini içeren SOLO teorisine dayanmaktadır. Diğer iki model sadece gözlemlerin açıklamaları olduklarından özel amaçlar gütmemektedirler. Öğrenciler tarafından kullanılan Ben-Zvi ve Friedlander (1997) modeli veya istatistikçiler tarafından kullanılan Wild ve Pfannkuch (1999) modeli, düşünme süreçlerinin genel bir dökümü şeklindedirler. Bunlar sadece işe yeni başlayanlara fikir vermek ve bu fikirleri başkalarına iletebilme konusunda işe yararlar. Bu modellerde odak, istatistiksel düşünme için çok daha geniş bir çatıyı tarif etmek üzerinedir. Öğrencilerin öğrenmesine yardım etmek için modeli kullanmada öğretmenler bazı zorluklarla karşılaşabilirler, çünkü, arzu edilebilir çıktılar ana hatlarıyla ele alındığında, takip için yol veya ilerleme tarif edilmemektedir. Wild ve Pfannkuch'un (1999) modelinde, "eleştirel olmaya" açık vurgu vardır. Eleştirel olma, birçok ülkenin öğretim programında istatistik kazanımları içinde yer almaktadır. Araştırmacılar, Ben-Zvi ve Friedlander (1997) modelinin gelişim aşamalarını vurgulamasında, Wild ve Pfannkuch (1999) modelinin de hiyerarşik ve doğrusal olmamasında dolaylı olarak teorilerin etkisinin söz konusu olduğunu fakat bunların herhangi bir teorik dayanağa bağlı olmadığını ifade etmektedirler. Jones vd. (2000), Ben-Zvi ve Friedlander (1997) ve Mooney (2002) modellerinin tarihsel bir gelişimden ortaya çıkmış modellerdir. Bu yüzden bu modeller oldukça fazla değişiklik geçirmiştir. Diğer iki model ise yeni gelişmekte olan modellerdir. Bu modellerin bazılarının tarihsel bir gelişim göstermesi bazılarının da yeni olması aralarındaki farklılıkların temel açıklaması olabilir. Yeni gelişmekte olan modeller yeni teoriler geliştirebilir, var olan teorilere katılabilir ya da yok olabilirler. Oysa tarihsel modeller başka insanlar tarafından kullanıldıkları sürece varlıklarını sürdürebilirler. Sonuç olarak incelenen modellerin istatistik öğrenme alanında yer alan zihinsel etkinliklerin açıklamaları olarak görülebileceği, istatistiksel düşünmeyi ve gelişimini resmetmede bir araç kullanılmasının yararlı olacağı düşünülmektedir.

## KAYNAKLAR

- Chance, B. L., (2002). Components of statistical thinking and implications for instruction and assesment. *Journal of Statistics Education*. [www.amstat.org/publications/jse/v10n3/chance.html](http://www.amstat.org/publications/jse/v10n3/chance.html)
- Cobb, P., Wood, T., Yeckel, E., Nicholls, J., Wheattey, G., Tigatti, B., & Perlwitz, M. (1991). Assessment of a problem-centered second-grade mathematics project. *Journal for Research in Mathematics Education*, 22 (1), 3-29.
- Curcio, F.R. (1987). Comprehension of mathematical relationships expressed in graphs. *Journal for Research in Mathematics Education*, 18, 382-393.
- Ben-Zvi, D., & Friedlander, A. (1997). Statistical thinking in a technological environment. In J. Garfield and G. Burrill (Eds.), *Research on the role of technology in teaching and learning statistics* (pp. 45-55). Voorburg, The Netherlands: International Statistical Institute.
- Ben-Zvi, D., & Arcavi, A. (2001). Junior high school students construction of global views of data and data representations. *Educational Studies in Mathematics*, 45, 35-65.
- Ben-Zvi, D. (2002). Seventh grade students sense making of data and data representations. In B. Phillips (Ed.), *Proceedings of the Sixth International Conference on Teaching of Statistics*, Cape Town, South Africa. Voorburg, The Netherlands: International Statistical Institute.
- Biggs, J., & Collis, K. (1982). *Evaluating the quality of learning: The SOLO taxonomy* (Structure of the observed learning outcome). New York: Academic.
- Biggs, J. ve Collis, K., (1991), *Multimodal Learning and The Quality of Intelligent Behaviour*, Ed: H. Rowe, Intelligence, Reconceptualization and Measurement, Laurence Erlbaum Assoc., New Jersey.
- Brown, M. (1998). The paradigm of modeling by iterative conceptualization in mathematics education research. In A. Sierpinska and J. Kilpatrick (Eds.), *Mathematics education as a research domain: A search for identity*, Vol. 2 (263-276). Dordrecht, The Netherlands Kluwer Academic Publishers.
- Deming, W.E. (1986). *Out of the crises*. Boston: M.I.T. Center for Advanced Engineering Study.
- Fennema, E., & Franke, M.L. (1992). Teacher's knowledge and its impact. In D.A. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 147-164). New York, NY:Macmillan.
- Fischbein, E. (1987). *Intuition in science and mathematics*. Dordrecht, The Netherlands: Reidel.
- Gal, I. (2002). Adult statistical literacy: Meanings, components, responsibilities. *International Statistical Review*, 70(1), 1-25.
- Garfield, J., & Gal, I. (1999). Assessment and statistics education: Current challenges and directions. *International Statistical Review*, 67(1), 1-12.
- Hoerl, R.W., & Snee, R.D. (2001). *Statistical thinking: Improving business performance*. Pacific Grove, CA: Duxbury
- Jones, G., Thornton, C., Langrall, C., Mooney, E., Perry, B., & Putt, I. (2000). A framework for characterizing children's statistical thinking. *Mathematical Thinking and Learning*, 2(4), 269-307.
- Mooney, E.S. (2002). Development of a middle school statistical thinking framework. Submitted for publication, *Mathematical Thinking and Learning*, 4, 1, 23-63.
- Pfannkuch, M. & Wild, C. (2002). Statistical Thinking Models. *The University of Auckland. NewZealand. ICOTS6*.
- Rumsey, D. J. (2002). Discussion: Statistical literacy: Implications for teaching, research and practice. *International Statistical Review*, 70, 32-36.
- Senge, P. (1990). *The fifth discipline: The art and practice of the learning organization*. New York: Doubleday/Currency.
- Wainer, H. (1992). Understanding graphs and tables. *Educational Researcher*, 21 (1), 14-23.
- Wallman, K. K. (1993). Enhancing statistical literacy: Enriching our society. *Journal of the American Statistical Association*, 88, 1-8.
- Wild, C. J., & Pfannkuch, M. (1999). Statistical thinking in empirical enquiry. *International Statistical Review*, 67(3), 223-265.
- Yoon, C. (2001). *An analysis of students' statistical thinking*. Unpublished masters dissertation, The University of Auckland, New Zealand.