



Eighth Grade Students' Understanding and Hierarchical Classification of Quadrilaterals*

Devrim Yaşar AKTAŞ**

Meral CANSIZ AKTAŞ***

ABSTRACT. The aim of this study is to investigate the status of 8th grade students' recognizing quadrilaterals and understanding hierarchical classification of them when diagonals intersect each other in different situations. The study was carried out by using case study. The sample of this research consisted of twenty four 8th grade students. Data were collected through worksheets which were prepared by the researchers, conversations within the groups and unstructured observations. The results of this study showed that students could recognize the quadrilaterals by making some measurements easily but couldn't see the hierarchical classification of them at desired level.

Key Words: Quadrilaterals, hierarchical classification of quadrilaterals.

SUMMARY

Purpose and significance: The hierarchical classification of quadrilaterals was seen as an area which would help to promote the development of geometrical thinking. The aim of this study is to investigate the status of 8th grade students' recognizing quadrilaterals and understanding hierarchical classification of them when diagonals intersect with each other in different situations.

Methods: The study was conducted by using case study, which is one of the descriptive research methods. Data were collected through worksheets prepared by the researchers and piloted in the other classroom of the same school, conversations in groups and unstructured observations. The data obtained was analysed by using descriptive method. The recorded conversations among students were quoted directly in the text and associated with their drawings and writings.

Results: It was seen that students were successful at recognizing all quadrilaterals by drawing and making some measurements on them while following the steps in worksheets. In this process they usually measured the angles, length of sides and diagonals and concluded which quadrilateral it was. Sometimes it was observed that some students argued ideas only considering the images of quadrilaterals-not making measurement. On the other hand they were not successful at seeing for example "square is a special type of rhombus or rectangle". They could only see a few relations among quadrilaterals related to their hierarchical classification when teacher asked leading questions.

Discussion and Conclusions:

The results of this study showed that students could recognize the quadrilaterals by making some measurements easily but couldn't see the hierarchical classification of them at a desired level. As the sample size was small and the method of the research was case study we cannot generalize the conclusions but argue that classification of quadrilaterals should be emphasized in mathematics lessons until the 8th grade to promote students' geometrical understanding which is necessary for subjects that are included in the high school curriculum.

* This study is a part of first authors' master thesis and has been presented at the "10th Mathematics Symposium" in İstanbul, September 21-23th, 2011.

** Doctoral student, 19 Mayıs University, dinardya@hotmail.com

*** Asist. Prof. Dr. Ordu University, cansizmeral@hotmail.com

8. Sınıf Öğrencilerinin Özel Dörtgenleri Tanıma ve Aralarındaki Hiyerarşik Sınıflamayı Anlama Durumları*

Devrim Yaşar AKTAŞ**

Meral CANSIZ AKTAŞ***

ÖZ. Bu çalışmanın amacı, 8. sınıf öğrencilerinin köşegenlerinin farklı durumlarda kesişmesiyle oluşan özel dörtgenleri tanıma ve aralarındaki hiyerarşik sınıflamayı anlama durumlarını incelemektir. Araştırma özel durum çalışması yöntemiyle yürütülmüştür. Araştırmanın çalışma grubunu yirmi dört sekizinci sınıf öğrencisi oluşturmaktadır. Veriler araştırmacılar tarafından hazırlanan çalışma yapıları, grup içinde geçen konuşmalar ve yapılandırılmamış gözlemler ile toplanmıştır. Araştırmanın sonuçları, öğrencilerin etkinlikler sonucu oluşan özel dörtgenleri birtakım ölçümler yaparak kolaylıkla tanıyabildiklerini ancak bu dörtgenler arasındaki hiyerarşik ilişkileri arzu edilen düzeyde göremediklerini göstermektedir.

Anahtar sözcükler: Dörtgenler, dörtgenlerin hiyerarşik sınıflaması.

GİRİŞ

Matematiğin diğer alanlardaki problemlerin çözümünde, günlük hayatla ilgili problemlerin çözümünde ve matematik dışında bilim, sanat vb. alanlarda kullanılan geometri, matematiğin en önemli alanlarından biridir. Geometri öğretimi ile öğrencilerin geometrik şekiller ve bu şekillere ait özellikleri anlamaları amaçlanır (MEB, 2009). Aynı zamanda öğrencilerden konu ile ilgili problemleri çözmeleri ve geometrik özellikleri gerçek hayat durumlarına uygulamaları beklenir. Amerika'daki Ulusal Matematik Danışma Kurulu (NCSM), geometri öğretiminde hedeflenen temel amaçlardan birini, öğrencilerin görsel farkında olma ve mantıksal düşünme yeteneklerinin geliştirilmesi olarak belirtmiştir (Duartepe ve Ubuz, 2004).

Öğrencilerin geometri anlamalarındaki gelişim Van Hiele (1986) tarafından beş farklı ve hiyerarşik düzey kullanılarak tanımlanmıştır (Baki, 2006). Birinci düzeyde (Görsel Düzey) öğrenci, verilen şeklin dış görüntüsü ile ilgilenir, şeklin özelliklerini göremez. Geometrik şekilleri bir bütün olarak algılar. İkinci düzeyde (Analiz Düzeyi) öğrenci, şeklin özelliklerini ayırt etmeye başlar. Ancak bu özellikleri kendi başlarına birbirinden bağımsız olarak algıladığından geometrik şekillerin özelliklerini birbirleriyle ilişkilendiremez. Üçüncü düzeyde (Mantıksal Çıkarım Öncesi Düzey) öğrenci özelliklerin birbirleriyle ilişkilerini görmeye başlar. Tanımlar, aksiyomlar bu düzeydeki bir öğrenci için anlamlıdır. Ancak mantıksal çıkarımlar henüz anlaşılabilir değildir. Lise geometrisinin anlaşılabilmesi için bu düzeyin kazanılmış olması gerekir. Dördüncü düzeyde (Mantıksal Çıkarım Düzeyi) öğrenci, ilişkiler arasındaki sıralamayı yapabilir. Geometrik ispatları yaparken teorem, aksiyom ve tanımları kullanabilir. Beşinci düzeyde (En Üst Düzey) öğrenci, Euclid geometrisindeki önermelerin doğruluğunu analitik geometride ve dönüşümler geometrisinde ispatlayabilir.

Van Hiele'nin üçüncü düzeyinde (Mantıksal Çıkarım Öncesi Düzey) olan bir öğrenci için kare artık özel bir dikdörtgen, paralelkenar ve eşkenar dörtgendir (Baki, 2006). Dolayısıyla araştırmada üzerinde durulan dörtgenler arasındaki hiyerarşik ilişkilerin fark edilmesi bu düzeydeki bir beceridir. Dolayısıyla elde edilen sonuçlar öğrencilerin geometri anlama düzeyleri hakkında da bizlere fikir verebilecektir.

Fujita ve Jones (2007), dörtgenlerin hiyerarşik sınıflamasını öğrencilerin geometrik düşüncelerinin gelişimini ilerletecek bir çalışma alanı olarak görmektedir. Ancak yürütülen birçok çalışmanın sonuçları, öğrencilerin dörtgenlerin hiyerarşik sıralamasında birtakım sıkıntılar yaşadıklarını işaret etmektedir (Monaghan, 2000; Toluk vd., 2002; Aktaş, 2005; Erez & Yerushalmy, 2006; Pickreign, 2007; Okazaki ve Fujita, 2007; Fujita & Jones, 2007; Akuyşal, 2007; Ergün, 2010). Örneğin Okazaki ve Fujita (2007) dokuzuncu sınıfta öğrenim gören öğrencilerin birçoğunun kareyi, dikdörtgen ve eşkenar dörtgenin özel hali olarak algılamada zorluklar yaşadıklarını, bununla birlikte eşkenar dörtgeni paralelkenar olarak algılamada daha başarılı olduklarını ileri sürmektedir. Monaghan (2000) ise 11-16 yaş öğrenciler ile yaptığı çalışmada öğrencilerin karenin dikdörtgenin özel bir hali olduğunu görme vb. dörtgenler arasındaki ilişkileri görmede

* Bu çalışma birinci yazarın yüksek lisans tezinin bir bölümü olup 21-23 Eylül 2011 tarihleri arasında İstanbul'da düzenlenen 10. Matematik Sempozyumunda sözlü bildiri olarak sunulmuştur.

** Doktora öğrencisi, 19 Mayıs Üniversitesi, dinardya@hotmail.com

*** Yrd. Doç. Dr. Ordu Üniversitesi, cansizmeral@hotmail.com

zorluk çekmelerine neden olarak, bu şekillerin yalnızca tipik imgelerini dikkate almalarını göstermektedir. Oysa Fujita & Jones (2007), öğrencilerin örneğin eşkenar dörtgenin özel bir paralelkenar olup olmadığı konusunda görüşlerini belirtirken sadece bunların imgelerini kontrol etmelerinin yeterli olmadığını, şekle ait özelliklerin karşılıklı olarak ilişkilendirilmeleri gerektiğini belirtmektedir.

Van Hiele (1986), geometrik şekillerin karşılıklı ilişkilendirilememesi ve formal çıkarımların yapılamamasının lise öğrencilerinin aksiyom, teorem ve tanımlara dayanan geometri derslerinde başarısız olmalarına neden olduğunu, Hoffer (1983) ise bu durumun ilk iki düzeyin verimsiz geçirilmesinden kaynaklandığını belirtmektedir. Öte yandan Duatepe ve Ersoy (2003), sunulan etkinliklerin öğrencinin içinde bulunduğu düzeyin üzerinde olması durumunda etkili öğrenmenin olamayacağına dikkat çekmişlerdir. Ayrıca, öğrencilerin hazır buldukları düşünce seviyelerindeki konulardaki başarısızlığı da görselliğin birinci derecede önemli olduğu geometri alanında yapılan sınıf uygulamalarının görsellikten uzak oluşuna, derslerde yalnızca yazı tahtası ve tebeşir kullanımına dayandırmışlardır. Lise yıllarına gelindiğinde geometri derslerinde başarı gösterilmesi ve yapılan ispatların anlaşılabilirliği için öğrenciler üçüncü düzey düşünme özelliklerini gösterebilmelidir (Baki, 2006). Bu durum lise öncesinde öğrencileri üçüncü düzeye geçirebilecek bir öğretimin yapılmasını zorunlu kılmaktadır (Teppo, 1991). O halde öğrencilere düzeylerine uygun ve geometrik kavramların kazandırılmasına yönelik eğitim verilmesi gerekmektedir. Bu eğitimde kavramlar öğrencilere doğrudan verilmemeli, yerine öğrencinin kendisinin bu kavramları oluşturmasına fırsat yaratacak etkinliklerden yararlanılmalıdır (Fidan ve Türnüklü, 2010). Zira yapısalcı öğrenme ortamlarında öğrencilere hazır tanımların ve sınıflamaların verilmesi yerine öğrencilerin tanımlama ve sınıflama sürecine aktif olarak katılmaları güçlü bir şekilde desteklenmektedir (De Villiers, 1994). Bu nedenle çalışmada bu olanakları sunan işbirliğine dayalı grup çalışmasının kullanılmasına karar verilmiştir.

Yapılan literatür taraması sonucunda ülkemizde dörtgenler arasındaki hiyerarşik ilişkileri konu alan yeterince çalışma olmadığı ortaya çıkmıştır. Sözü edilen bu ilişkilerin arzu edilen düzeyde kurulamadığı ile ilgili araştırma sonuçlarının ise öğrencilerin kavram yanılgılarını belirleme, problem merkezli görsel modellerle desteklenmiş geometri öğretiminin geometrik düşünmenin gelişimine katkıda bulunup bulunmadığını incelemek gibi farklı amaçlar ile yürütülen çalışmaların sonuçları arasında olduğu belirlenmiştir (Toluk vd., 2002; Akuyusal, 2007). Dörtgenler arasındaki hiyerarşik ilişkiler üzerinde yalnız bir çalışmanın (Ergün, 2010) belirli bir kısmında durulduğu anlaşılmıştır. Ergün (2010) yedinci sınıf öğrencilerinin çokgenleri algılama, tanımlama ve sınıflama becerilerini belirlemek amacıyla yürüttüğü bu çalışmada birebir görüşmeler yaparak öğrencilerin dörtgenler arasındaki hiyerarşik ilişkiyi algılamakta güçlük çektiklerini ve geometrik şekilleri sınıflamada görsel yönle odaklandıklarını belirtmiştir. Dolayısıyla bu konu ile ilgili olarak yürütülen çalışmaların sayısının artırılması gerekmektedir. Bu sebeple sözü edilen bu ilişkilerin öğrencilerin birlikte çalışarak kurulması ile ilgili olarak derinlemesine inceleme yapma fırsatı sunduğundan çalışmamızın önemli olduğu ve bu alandaki boşluğun doldurulmasına katkı sağladığı düşünülmektedir.

Bu çalışmanın amacı, 8. sınıf öğrencilerinin köşegenlerinin farklı durumlarda kesişmesiyle oluşan dörtgenleri tanıma ve aralarındaki hiyerarşik ilişkileri anlamalarını incelemektir. Bu süreçte işbirliğine dayalı grup çalışması ve görsellik de kullanılarak, öğrencilerin oluşan dörtgenleri tanıma ve birbirleriyle ilişkilendirip ilişkilendirememeleri durumlarına bakılmıştır. Bu amaca bağlı olarak çalışmada aşağıdaki problemlere cevap aranmıştır:

8. sınıf öğrencileri:

1. Köşegenlerin farklı durumlarda kesişmesi durumunda oluşan özel dörtgenleri tanıyorlar mı?
2. Özel dörtgenler arasındaki hiyerarşik ilişkilendirmeleri yapabiliyorlar mı?

YÖNTEM

Bu çalışmada betimsel araştırma yöntemlerinden (Çepni, 2010) özel durum çalışması kullanılmıştır. Bilindiği gibi bu yaklaşımda genelleme amacı güdülmeden üzerinde çalışılan konuyu ince ayrıntıları olduğu şekilde tanımlama ve neden sonuç ilişkilerini ortaya koyma çabası vardır. Araştırmada örnek durumlar ortamın doğallığı bozulmadan incelenmiş ve birinci araştırmacı sürecin doğal bir parçası olarak ortamda yer almıştır.

Örneklem

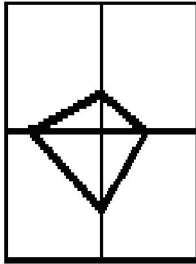
Uygulamanın yapıldığı okul Trabzon ilinde yer alan bir ilçenin merkezinde sosyo-ekonomik düzey açısından orta düzeyde bir okuldur. Bu okulda yer alan iki sekizinci sınıftan birinde pilot uygulama gerçekleştirilmiş, diğesinde ise asıl uygulama yapılmıştır. Araştırmanın konusunu oluşturan dörtgenler arasındaki hiyerarşik ilişkilerin görülmesinin mantıksal çıkarım öncesi düzeyde sergilenen becerilerden biri olması ve bu becerilerin lise geometrisinin anlaşılmasında önemlilik arz etmesi nedeni ile çalışma liseden bir yıl önce olan sekizinci sınıf düzeyinde yürütülmüştür. Asıl uygulamanın yapıldığı sınıfta yirmi dört öğrenci öğrenim görmektedir ve bu öğrenciler araştırma esnasında gruplar halinde çalışmışlardır.

Pilot çalışmada kullanılan çalışma yaprağındaki etkinliklerde anlaşılabilirlik, öğrenci seviyesine uygunluk ve işbirliğine dayalı grup çalışmasına uygunluk vb. ölçütler dikkate alınarak ne gibi düzenleme yapılacağı belirlenmeye çalışılmıştır. Böylelikle toplumsal çekilme, grupta başatlık, başkalarından geçinme, emici etkisi, işlevsel olmayan işbölümü vb. şeklinde nitelendirilen işbirliğine dayalı grup çalışmasının olası sınırlılıkları (bkz. Aktaş, 2005) ile karşılaşıldığında ne gibi önlemler alınabileceği gözden geçirilmiştir. Yapılan pilot çalışmada öğrencilerin özellikleri ifade ederken matematiksel terimleri ve matematiksel sembollerini iyi kullanamadıkları, özel durumları kullanarak genellemeler yapma, genel durumları kullanarak özel sonuçlara ulaşma konularında birtakım sıkıntılar yaşadıkları gözlenmiştir. Bu nedenler pilot çalışma sonucunda çalışma yaprağının uygulanması için ön görülen sürenin artırılmasına ve öğrencilerin çizilen taslak şekiller üzerinde düşüncülerinin özendirilmesine karar verilmiştir.

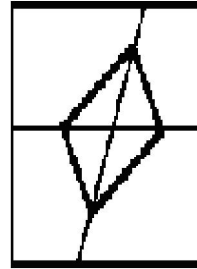
Veri Toplama Araçları

Farklı veri toplama yöntemleri kullanılarak elde edilen verilerin birbiri ile ilişkilendirilerek sunulması elde edilen sonuçların geçerliliğini ve güvenilirliğini artırır (Yıldırım ve Şimşek, 2005). Bu çalışmada da veriler Aktaş'ın (2005) çalışmasının bir bölümünü oluşturan ve pilot çalışması aynı okulun bir diğer şubesinde yapılan çalışma yaprağı, grup içinde çalışmalar esnasında geçen konuşmalar, yapılandırılmamış gözlemler ile öğrenci çalışma örnekleri kullanılarak toplanmıştır.

Araştırmada kullanılan çalışma yaprağı kendi içinde aşamaları olan üç etkinlikten oluşmaktadır. Etkinlik 1 bir A4 kâğıdının ortadan yatay ve dikey olarak birbirini dik kesecek şekilde katlanması, Etkinlik 2 ise bir A4 kâğıdının enine ve boyuna birbirini dik olarak kesmeyecek şekilde katlanması esasına dayanmaktadır.



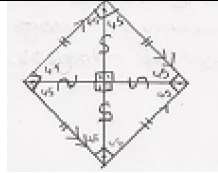
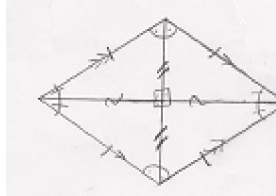
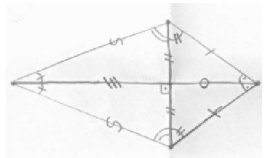
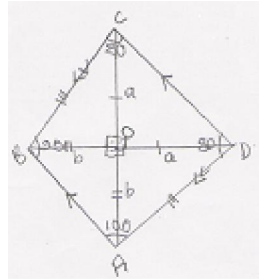
Şekil 1. A4 kâğıdının Etkinlik 1'deki durumu



Şekil 2. A4 kâğıdının Etkinlik 2'deki durumu

Birinci etkinlikte öğrencilerden köşegenleri dik kesişen özel dörtgen/dörtgenleri belirlemeleri istenmiştir (Tablo 1). Kullanılan etkiliklerde deltoit ile ilgili çalışmaların yer alması araştırmanın yapıldığı zaman yeni matematik öğretim programının henüz uygulanmaya başlanmamış olmasından kaynaklanmaktadır. Zira bir önceki öğretim programında dörtgenler konusunda deltoit ile ilgili kazanımlar yer almaktadır.

Tablo 1. Köşegenleri dik kesişen özel dörtgenler ile ilgili etkinlik aşamaları

AŞAMA	İŞLEM/KAZANIM	ÖRNEK ÇİZİM
1 Köşelerin sabit bir noktadan eşit uzaklıkta alınması	Oluşan kat izleri üzerinden merkez noktadan eşit uzaklıkta birer nokta alınması ve bu noktaların birleştirilerek oluşturulan dörtgenin hangi özel dörtgen/dörtgenler olduğuna karar verme	
2 Karşılıklı köşelerin sabit bir noktadan eşit uzaklıkta alınması	İki noktanın yatay kat izi üzerinden eşit uzaklıkta alınması, diğer iki noktanın dikey kat izi üzerinden (ilk durumdan farklı) eşit uzaklıkta alınması durumunda hangi özel dörtgen/dörtgenlerin oluşabileceğine karar verme	
3 Yalnız karşılıklı iki köşenin sabit bir noktadan eşit uzaklıkta, diğer iki köşesinin sabit noktadan keyfi uzaklıkta alınması	İki noktanın yatay veya dikey kat izi üzerinden merkez noktaya eşit uzaklıkta alınması, diğer iki noktanın da merkez noktadan keyfi uzaklıkta alınması durumunda hangi özel dörtgen/dörtgenlerin oluşabileceğine karar verme	
4 Ardışık iki köşesinin sabit bir noktadan eşit uzaklıkta, diğer ardışık köşelerin sabit noktadan eşit uzaklıkta alınması	Yatay ve dikey kat izi üzerinden merkez noktaya eşit uzaklıkta birer nokta alınması ve nokta konulmayan yatay kat izi ve dikey kat izi üzerinden merkez noktaya ilk durumdan farklı eşit uzaklıkta birer nokta alınması durumunda hangi özel dörtgen/dörtgenlerin oluşabileceğine karar verme	

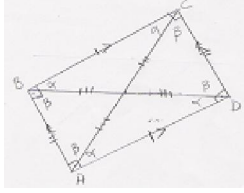
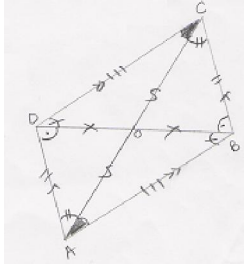
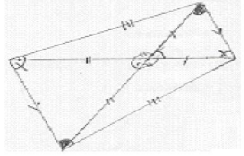
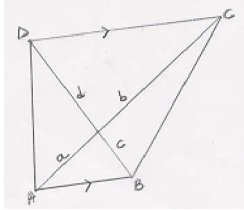
İkinci etkinlikte ise öğrencilerden köşegenleri dik kesişmeyen özel dörtgen/dörtgenleri belirlemeleri istenmiştir (Tablo 2). Son olarak üçüncü etkinlikte, öğrencilerin ilk iki etkinliği sentezleyerek ulaştıkları sonuçları bir tablo oluşturarak sunmaları istenmiştir.

Uygulama Süreci

Öğrencilerin gruplara ayrılması işlemi, başarı durumları dikkate alınarak aynı zamanda derslerini yürüten birinci araştırmacı tarafından yapılmıştır. Grupların oluşturulmasında grup içerisinde sağlıklı iletişimin sağlanabilmesi ve belirlenen hedeflere en verimli şekilde ulaşılabilmesi için gruplardaki kişi sayısının dört olmasına karar verilmiştir. Gruplar oluşturulurken her gruba farklı yetenekteki öğrencilerin dağıtılmasına çalışılmıştır. Etkinlikler esnasında yapılan gözlemlerle öğrencilerin aktiviteleri tamamlarken izledikleri yollar hakkında fikir sahibi olunmuş, grup içerisindeki sosyal ortamda nasıl bir işbölümü yaptıkları belirlenmeye çalışılmıştır. Bu süreçte gruplar arasında dolaşarak çalışmalarda ilerleme kaydedilemediği veya zorluklarla karşılaşıldığı fark edildiğinde ipucu niteliğindeki sorularla ve yönlendirmeler ile öğrencilere rehberlik yapılmıştır.

Öğrencilerin anlamalarının değerlendirilmesi için etkinlik sonlarında gruplardan rastgele birer öğrenci seçilerek etkinlikleri nasıl tamamladıkları, bu etkinlikleri tamamlarken hangi stratejileri, niçin seçtikleri sorularak sınıf tartışması yoluna gidilmiştir. Böylece diğer öğrencilerin de etkinlikleri tamamlarken yaptıklarını yeniden gözden geçirmelerine olanak tanınmıştır. Bu esnada çözümünü anlatmak için söz hakkı verilen öğrencinin kullandığı ifadeler için doğru veya yanlış şeklinde değerlendirme yapılmayıp diğer grupların da farklı çözüm yollarını anlatmalarını teşvik etmeye ayrıca özen gösterilmiştir.

Tablo 2. Köşegenleri dik kesişmeyen özel dörtgenler ile ilgili etkinlik aşamaları

AŞAMA	İŞLEM/KAZANIM	ÖRNEK ÇİZİM
1 Köşelerin sabit bir noktadan eşit uzaklıkta alınması	Oluşan kat izleri üzerinde merkez noktadan eşit uzaklıkta birer nokta alınması ve dörtgen oluşacak şekilde birleştirilmesi durumunda hangi özel dörtgen/dörtgenler oluştuğuna karar verme	
2 Karşılıklı köşelerin sabit bir noktadan eşit uzaklıkta alınması	İki noktanın enine kat izi üzerinden merkez noktaya eşit uzaklıkta ve diğer iki noktanın boyuna kat izi üzerinden (ilk durumdan farklı) eşit uzaklıkta alınması durumunda hangi özel dörtgen/dörtgenlerin oluşabileceğine karar verme	
3 Ardışık iki köşesinin sabit bir noktadan eşit uzaklıkta, diğer ardışık köşelerin sabit noktadan eşit uzaklıkta alınması	Enine kat izi ve boyuna kat izi üzerinden merkez noktaya eşit uzaklıkta birer nokta alınması ve nokta konmayan enine kat izi ve boyuna kat izi üzerinden merkez noktaya (ilk durumdan farklı) eşit uzaklıkta birer nokta alınması durumunda hangi özel dörtgen/dörtgenlerin oluşabileceğine karar verme	
4 Karşılıklı köşelerinin sabit noktaya uzaklıkları oranının eşit alınması	Boyuna kat izi üzerinden alınan noktaların merkez noktaya olan uzaklıkları oranı, enine kat izi üzerinden alınan noktaların merkez noktaya olan uzaklıkları oranına eşit olacak şekilde noktalar alınması durumunda oluşacak özel dörtgen/dörtgenleri tanıma	

Verilerin Analizi

Farklı veri kaynaklarından elde edilen verilerin birbirini destekleyerek sunulması elde edilen sonuçların geçerliliğini ve güvenilirliğini artırır (Yıldırım ve Şimşek, 2005). Veri analizinde bu farklı veri kaynaklarından elde edilen veriler araştırma soruları çerçevesinde betimlenerek yorumlanmıştır. Bu süreçte öğrencilerin etkinlikleri takip ederken aralarında geçen ve ses kaydı yapılarak kayıt altına alınan konuşmalardan orijinal alıntılar okuyucuya aynen sunulmuş ve bu ifadeler yapılan gözlemlerle desteklenerek sunulmuştur. Ayrıca öğrencilerin çalışma yapraklarına yazdıkları da tarayıcı ile taranıp kaydedilen diyaloglarla ve yapılan gözlemlerle desteklenerek ilgili yerlere yerleştirilmiştir.

Veri analizi sürecinde öğrencilerin etkinliklerde verilen yönergeler doğrultusunda yaptıkları çizimlerde hangi özel dörtgenin oluştuğunu doğru bir şekilde belirlemeleri onların o dörtgeni tanıdıklarının bir işareti olarak alınmıştır. Örneğin köşeleri sabit bir noktadan eşit uzaklıkta alınan ve köşegenleri dik kesişen dörtgenin kare olduğunun belirtilmesi durumunda öğrencilerin kareyi tanıdıkları kabul edilmiştir. Daha sonra birtakım ilişkiler kurarak (örneğin paralelkenar karşılıklı kenarları paralel olan dörtgendir, karede de karşılıklı kenarlar paralel olduğundan kare de bir paralelkenardır, vb.) karenin aynı zamanda özel bir paralelkenar, eşkenar dörtgen, dikdörtgen olduğu gibi sonuçlara ulaşmaları onların bu dörtgenler arasındaki hiyerarşik ilişkileri kurabildiklerinin bir göstergesi olarak alınmıştır.

BULGULAR

Bu bölümde araştırma süresince elde edilen veriler Tablo 1 ve Tablo 2’de tanıtılan etkinlik ve ilgili kazanım ve işlem sırasına bağlı olarak verilmiştir.

Etkinlik 1’in ilk aşamasında geçen bir diyalog aşağıdaki gibidir:

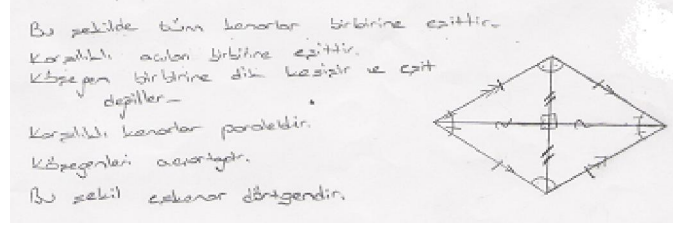
- [1] Öğretmen : Bu dörtgen hangi özel dörtgendir?
[2] Çağla : Kare...
[3] Öğretmen : Neden? Nereden anladık?
[4] Çağla : Kenarları eşit, köşegenleri dik kesişiyor, açıları 90^0
[5] Kübra : Köşegen uzunlukları da eşit.
[6] Öğretmen : Peki bu dörtgen hem kare hem eşkenar dörtgen olabilir mi?
[7] Hepsi : Hayır.
[8] Öğretmen : Eşkenar dörtgen olabilmesi için gereken özellikler nelerdir?
[9] Çağla : Tüm kenarlarının eşit uzunlukta olması gerekir.
[10] Kübra : Karşılıklı kenarlarının da paralel olması gerekir.
[11] Çağla : Köşegenlerin dik olması ve birbirlerini ortalaması, bir de köşegenlerinin eşit uzunlukta olmaları gerekir.
[12] Özgül : Hayır eşit uzunlukta olmaz ki!
[13] Öğretmen : Peki bu şekil bu özellikleri taşıyor mu?
[14] Çağla : Evet ama aynı zamanda açıları da 90^0 .
[15] Öğretmen : (Israrla) Her kare eşkenar dörtgen olur mu?
[16] Şule : Evet çünkü açıları 90^0 ve köşegen uzunlukları da eşit.
[17] Öğretmen : O halde tekrar konuşun bakalım.
[18] Kübra : Açılar 90^0 , eşkenar dörtgende değil
[19] Çağla : Ama eşkenar dörtgende 90^0 olamaz diye bir kural da yok!
[20] Şule : Hem eşkenar dörtgende ardışık açılar bütünler olmalı.
[21] Çağla : Tamam işte $90^0 + 90^0 = 180^0$ oluyor ya!
[22] Özgül : Eşkenar dörtgenin açıları birbirine eşit değildir ki?
[23] Çağla : Hayır ama bir kare aynı zamanda eşkenar dörtgen olabilir mi? diye düşüneceğiz.
 90^0 olmayacak diye bir şart da yok!
[24] Şule : Ama illa ki 90^0 olacak diye bir şart da yok.
[25] Çağla : Tamam işte, her eşkenar dörtgen kare olmaz ama her kare özel bir eşkenar dörtgen olur. Yani kare eşkenar dörtgenin tüm özelliklerine sahip...

Yukarıda öğrencileri oluşan şeklin bir kare olduğunu görmekte zorlanmadıkları açıkça görülmektedir. Burada öğrenciler, şeklin tüm kenar uzunluklarının eşit olduğunu, köşegenlerin dik kesiştiğini ve birbirlerin ortadıklarını şekil üzerinde göstererek oluşan dörtgenin bir kare olduğuna karar vermişlerdir. Yapılan gözlemlerde tüm grupların oluşan şeklin yalnızca kare olmasına odaklandıkları belirlenmiştir. Bunun üzerine öğrencilerin birtakım sorularla konuya farklı açıdan yaklaşmaları sağlanmaya çalışılmıştır (satır 6). Yukarıdaki diyalogda öğretmen tarafından yöneltilen “karenin aynı zamanda bir eşkenar dörtgen olup olmadığı” sorusuna öğrencilerin hep birlikte “hayır” cevabını verdikleri dikkat çekmektedir (satır 7). Öğrenciler ancak öğretmenin rehberliği (satır 6, 8, 15) ve aynı sosyal ortam içerisinde çalışmanın sunduğu tartışma ortamı (satır 18-25) ile karenin bir eşkenar dörtgen olduğunu belirleyebilmişlerdir. Ancak kare-eşkenar dörtgen ilişkisini vurgulayan örneği kullanarak öğrencilerin kare-diğer özel dörtgenler ilişkisine ulaşım genelleme yapamadıkları belirlenmiştir (satır 27). Bu durumda yine öğretmenin rehber sorularıyla (satır 28, 30) aşağıdaki gibi devreye girmiştir:

- [26] Öğretmen : Bu şekil hangi özel dörtgendir?
[27] Mercan : Kare, çünkü kenarları, açıları eşit, köşegenleri dik kesişiyor.
[28] Öğretmen : Peki bu şekil dikdörtgen olur mu?
[29] Derya : Olmaz, çünkü tüm kenarları eşit...
[30] Öğretmen : Dikdörtgen olması için kenarlarının eşit olmaması mı gerekir?

- [31] Mercan : Hayır karşılıklı kenarları eşit olmalı, eşit değil mi?
[32] Derya : Evet, o zaman kare aynı zamanda bir dikdörtgendir.

Etkinlik 1'in ikinci aşamasında bir gruptaki öğrenciler oluşan şeklin öncelikle dış özelliklerine bakarak deltoit olabileceğini düşünmüşlerdir. Daha sonra oluşan dörtgenin tüm kenar uzunluklarının eşit olduğunu (Deltoitte kenarların ikişer ikişer eşit olduğunu) ve hem de köşegenlerin birbirlerini ortalandığını (Deltoitte yalnız bir köşegenin ortalandığını) ifade ederek bunun deltoit olamayacağına ve Şekil 3'teki gibi bir eşkenar dörtgen olduğu karar vermişlerdir.



Şekil 3. Öğrenciler tarafından tasarlanan eşkenar dörtgen

Yine burada öğrencilerin her eşkenar dörtgenin aynı zamanda örneğin bir deltoit olduğu ilişkisini göremedikleri anlaşılmaktadır. Benzer şekilde yapılan gözlemler sonucunda öğrencilerin örneğin, eşkenar dörtgen-paralelkenar ilişkisini kuramadıkları anlaşılmıştır.

Etkinlik 1'in üçüncü aşamasında geçen bir diyalog aşağıdaki gibidir:

- [33] Kadir : Dikey kat izi üzerinden eşit uzaklıkta iki nokta alalım, diğerleri için rastgele...
[34] Kadir : Bu ikisi eşit, diğer ikisi değil! Deltoit olacak kesin.
[35] Ayşe : Bunları kafamıza göre alacağız.
[36] Ayşe : Birleştirelim bakalım ne olacak?
[37] Öğretmen : Ne oluşacak sizce? (Tahmin etmeleri beklenerek)
[38] Kadir : Ben bu şekli aklımda deltoit olarak kurdum. (Göstererek) Bu iki kenar kendi aralarında, bu ikisi de kendi aralarında eşit olacak (Köşegenleri göstererek). Ama bunlar eşit olmayacak
[39] Hami : Köşegenler dik olduğu için bu kesin deltoittir..
[40] Ayşe : Kenarları eşit olmadığından eşkenar dörtgen olamaz.
[41] Hami : Deltoit bu, her iddiaya varım!
[42] Nurcan : Ölçelim, evet ardışık kenarları eşit olacak sanırım...
[43] Hami : Evet ardışık kenarlar eşit.

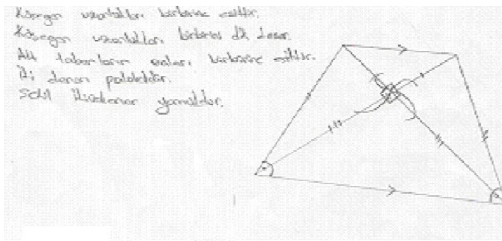
Geçen bir diğer diyalog esnasında ise öğrenciler daha şekli çizmeden bunun bir deltoit olabileceğini tahmin etmişlerdir. Kübra, "Köşegenlerden biri ortalanacak, diğeri ortalanmayacak. O halde bu şekil bir deltoit olmalı..." şeklindeki tahminini grup arkadaşlarıyla paylaşmıştır. Bu tahmini sonuna kadar dinleyen Çağla "Ayrıca köşegenleri de dik" diyerek Kübra'nın tahminini desteklemiş ve güçlendirmiştir. Burada öğrencilerin farklı uzunluktaki köşegenleri birbirini dik kesen ve bir köşegeni ortalanıp diğer köşegeni ortalanmayan dörtgenin bir deltoit olduğunu başka özelliğe ihtiyaç duymadan tahmin edebildikleri görülmektedir. Ayrıca öğrencilerin grup içerisinde tahminlerini doğrulamak için birbirleriyle tartıştıkları gözlenmiştir. Örneğin kenar uzunluklarının eşit olmadığı ileri sürülerek oluşacak şeklin bir eşkenar dörtgen olamayacağı belirtilmiştir.

Etkinlik 1'in dördüncü aşamasında geçen bir diyalog aşağıdaki gibidir:

- [44] Ayşe : Bir yatayda bir dikeyde eşit uzaklıkta birer nokta olacak.
[45] Hami : Tamam.
[46] Ayşe : İkinci durumda, birinciden farklı eşit uzaklıkta
[47] Hami : Tamam, yamuk oluşturacağız.
[48] Ayşe : Yamuk oluşturur demiyor Hami!

- [49] Hami : Bu uzaklıklar kendi aralarında, bu uzaklıklar da kendi aralarında eşit olacak değil mi?
- [50] Ayşe : Evet, Hami tamam mı?
- [51] Hami : Tamamdır arkadaşlar.
- [52] Kadir : Dikdörtgen olabilir belki?
- [53] Hami : Bakacağız şimdi, birleştirelim.
- [54] Ayşe : Ölçelim bakalım ne çıkıyor?
- [55] Hami : Hepsi eşit arkadaşlar.
- [56] Nurcan : Ya Hami hepsini eşit almışsın.
- [57] Kadir : Tamam yeniliyoruz. Bakın şimdi arkadaşlar, buradan 5'er cm alıyorum. Tamam mı?
- [58] Ayşe : İtirazı olan var mı?
- [59] Hepsi : Tamam.
- [60] Kadir : Buraları da 10'a 10 alıyorum, tamam mı?
- [61] Hepsi : Tamam aldın mı?
- [62] Ayşe : Şimdi birleştirelim, bu bir ikizkenar yamuk.
- [63] Öğretmen : Nedir bu Kadir?
- [64] Kadir : Bu bir ikizkenar yamuk öğretmenim.
- [65] Öğretmen : Nereden karar verdiniz buna?
- [66] Kadir : Paralel olmayan kenarları eşit ve tabanları paralel.
- [67] Öğretmen : Başka...
- [68] Kadir : Öğretmenim "Z" kuralı var.
- [69] Öğretmen : Bu ne anlama gelir?
- [70] Kadir : Parallellik anlamına gelir.

Burada öğrencilerin şekle ait kenar (satır 54-66) ve açıları ölçerek (satır 68) oluşan şeklin ikizkenar yamuk olduğunu kolaylıkla belirleyebildikleri görülmektedir. Aşağıda bu diyalogda adları geçen öğrencilerin oluşturduğu şekle yer verilmektedir:



Şekil 3. Öğrenciler tarafından tasarlanan ikizkenar yamuk

Ayrıca oluşan şekilde iç ters açılarının eşitliğini kullanarak paralellığe ulaşmaları (satır 68-70) öğrencilerin oluşan şeklin karşılıklı ilişkilerini görebildiklerini göstermektedir. Aşağıda bu aşama ile ilgili olarak bir başka grupta geçen konuşmalara yer verilmektedir:

- [71] Çağla : Bence bu bir ikizkenar yamuk.
- [72] Özgül : Hiç yamuğa benzemiyor.
- [73] Çağla : (Şekli çevirerek) Böyle bakıldığında daha iyi anlaşılıyor. Bakalım paralellik var mı?
- [74] Şule : "Z" açıları var mı diye bakalım o zaman.
- [75] Kübra : Evet "Z" açıları varsa paralel olur ve yamuk olup olmadığını anlamış oluruz.
- [76] Şule : Evet yamukta alt ve üst tabanlar paralel olmalı. (Yan kenarların uzunluklarını ölçmeye çalışan Çağla'ya) Eşit değil, değil mi o kenarlar?

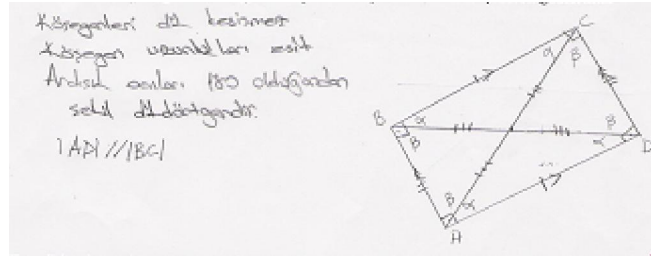
- [77] Çağla : Hayır eşit çıkıyorlar.
 [78] Şule : O zaman ikizkenar yamuk, taban açıları da eşit.

Burada öğrenciler yamuğun ikizkenar yamuk olduğuna yan kenar uzunluklarını ölçerek kolaylıkla karar verebilmişlerdir. Son iki diyalog esnasında öğrencilerin oluşan dörtgenin tabanlarının birbirine paralel olduğunu gösterirken iç ters açılarının eşitliğinden yararlanmaları (satrır 68-70 ve satır 73-75) oluşan yamuğun özelliklerinin birbiriyle ilişkilerini gördüklerine işaretir.

Etkinlik 2'nin birinci aşamasında geçen bir diyalog ve oluşturulan şekil şu şekildedir:

- [79] Gamze : Ben diyorum ki bu bir dikdörtgen, köşegenleri dik kesişmiyor zaten, dikdörtgende de köşegenler dik olarak kesişmeyeceklerdi.
 [80] Mercan : Bence dikdörtgende köşegenler dik kesişmeliydi...
 [81] Gamze : Ama dik olsalar, köşegenler ortalanıp eşit olduklarından bu üçgenlerin hepsi ikizkenar dik üçgen olur bu nedenle de tüm kenarlar eşit olurdu. Bu da karede var! Bu bir kare mi?
 [82] Mercan : Dur bir dakika, yavaş ol bir düşüneyim. (Şeklin üzerinde eliyle işaretlemeler yaparak) Sanırım haklısın. Tamam, tamam bence de bu bir dikdörtgen.

Burada oluşan şeklin köşegenlerinin dik kesişmediğini, dik kesişme durumunda oluşan dik üçgenlerin ikizkenar dik üçgenler olacağını ve bunun oluşan şeklin kare olmasını beraberinde getireceğini açıklaması (satrır 81) bu öğrencinin kare ile ilgili gerekli ilişkilendirmeleri yapabildiğini göstermektedir.

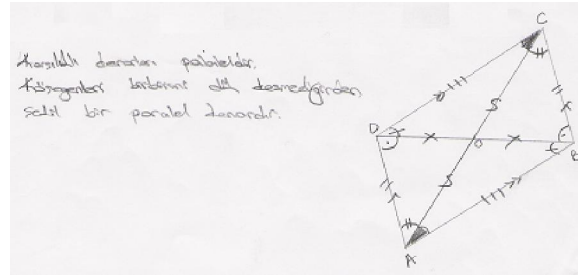


Şekil 4. Öğrenciler tarafından tasarlanan dikdörtgen

Yapılan gözlemler sonucunda bu etkinlik üzerinde çalışılırken çok az öğrencinin karşılıklı kenarların eşit ve paralel olması nedeniyle bu şeklin aynı zamanda bir paralelkenar olduğunu, kare-eşkenar dörtgen ilişkisine benzer olarak yakalayabildiği belirlenmiştir.

Etkinlik 2'nin ikinci aşamasında geçen bir diyalog ve yazılanlar aşağıdaki şekildedir:

- [83] Ayşe : Bu bir paralelkenardır öğretmenim.
 [84] Öğretmen : Neden? Eşkenar dörtgen olamaz mı?
 [85] Hami : Olamaz!
 [86] Öğretmen : Peki neden?
 [87] Hami : Çünkü biz bu uzunlukları eşit almadık.
 [88] Nurcan : Az önce yaptığımıza benziyor. Yine paralellikten yararlanarak benzerlik var...
 [89] Öğretmen : Nasıl açıklayabilir misin Nurcan?
 [90] Nurcan : (Şeklin üzerinde göstererek) $\frac{|AO|}{|OC|} = \frac{|OB|}{|OD|}$ olduğundan $[AD] \parallel [BC]$ 'dir.
 [91] Hami : $|AD| = |BC|$ 'dir. Çünkü benzerlik oranları 1.
 [92] Kadir : $|CD| = |AB|$ 'dir. Yani paralelkenardır öğretmenim.



Şekil 5. Öğrenciler tarafından tasarlanan paralelkenar

Bu etkinlikte de oluşan şeklin aynı zamanda bir yamuk olduğunu göz ardı ettikleri gözlenmiştir. Ancak üçgenlerin benzerliğini kullanarak dörtgenin karşılıklı kenarlarının eş ve paralel olduğunu görmeleri (sıra 88-92) paralelkenara ait özellikleri kullanabildiklerini göstermektedir.

Etkinlik 2'nin üçüncü aşamasında şekil üzerinde tartışılırken geçen bir diyalog aşağıdaki gibidir:

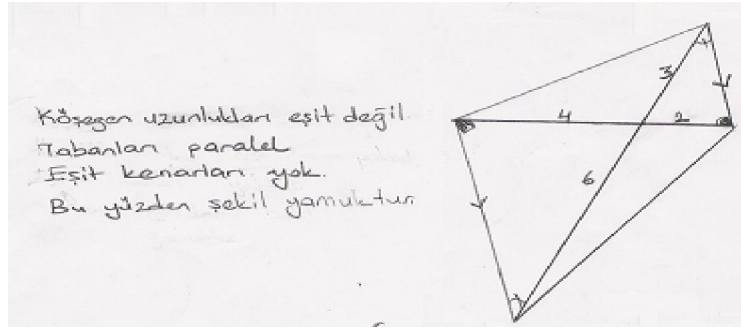
- [93] Nurcan : Burası 11 cm çıktı, orayı da ölç bakalım 11 cm mi?
 [94] Kadir : Hani burası 20° idi? 25° çıkıyor.
 [95] Hami : Evet burasına eşit 11 cm çıkıyor. İkizkenar oluyor.
 [96] Nurcan : Baştaki gibi ikizkenar yamuk oluyor.
 [97] Kadir : Tamam, 25° , 55° , 55° ile 55° , 110° tamam işte oluyor. Hemen yazın burası da 70° yazın.
 [98] Hami : Tamam heyecanlanma sakın ol.
 [99] Kadir : "Z" Kuralı var mı? Bir dakika olmuyor.
 [100] Nurcan : Evet, olmuyor. Paralel değilse yamuk olmaz ki!
 [101] Ayşe : Zaten onlar eşit olmaz ki. Bu kenarlar paralel, onlar değil.
 [102] Hami : Ayşe doğru söylüyor, devam edelim.
 [103] Ayşe : Tamamdır öğretmenim bulduk!
 [104] Hami : İkizkenar yamuğa benziyor öğretmenim.
 [105] Öğretmen: Benziyor olmaz, ikizkenar yamuktur ya da değildir.
 [106] Ayşe : İkizkenar yamuktur öğretmenim.

Burada öğrencilerin yine oluşan şeklin açı ve kenarlarını ölçerek (sıra 93-97) ve ikizkenar yamukta alt tabanın üst tabana paralel olduğu ilişkilendirmesini kullanarak (sıra 99-102) oluşan dörtgeni tanıyabildikleri görülmektedir.

Etkinlik 2'nin son aşamasında geçen bir diyalog ve oluşturulan şekil aşağıdaki gibidir:

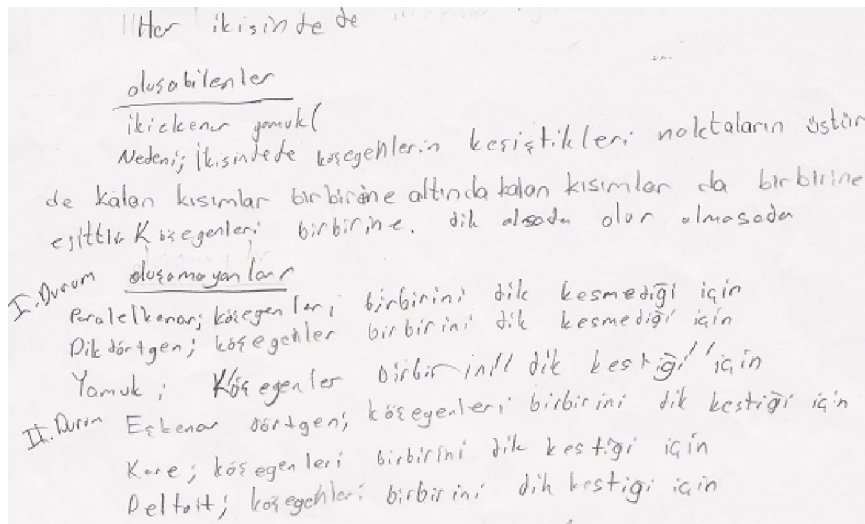
- [107] Ayşe : Merkez noktaya uzaklıkları oranı eşit.
 [108] Kadir : Tamam, anladım. Burası 8° 'e 4, burası da 4° 'e 2...
 [109] Hami : Evet, haklı. Yine $1/2$ olur...
 [110] Kadir : Sanki benzerlik gibi değil mi Hami?
 [111] Hami : Evet, ama ezber yok ölçelim bakalım.
 [112] Kadir : Bu bir yamuk.
 [113] Nurcan : Dik yamuk
 [114] Kadir : Bence dik değildir.
 [115] Nurcan : Önce kenar uzunluklarını ölçelim
 [116] Kadir : Bir dakika bekle. Şimdi bitiyor.
 [117] Nurcan : Niye ama kenarlarını ölçmüyoruz?
 [118] Hami : Onu da ölçeceğiz şimdi, bir dakika sabret!
 [119] Ayşe : Nurcan haklı önce kenarlarını ölçelim
 [120] Hami : Peki ölçelim ama kenarları eşit çıkmayacak.
 [121] Ayşe : Şimdi de köşegenleri ölçelim.
 [122] Hami : Zaten onları farklı aldık. $8+4=12$ biri, diğeri $3+6=9$,
 [123] Nurcan : Bence bu çapraz bir yamuk.
 [124] Ayşe : Çapraz yamuk var mı Nurcan?(Güldüler)

- [125] Nurcan : Döndürülmüş demek istedim (Gülerek).
 [126] Ayşe : Dik değil ki bu.
 [127] Kadir : Evet bence de.
 [128] Kadir : Öğretmenim bu bir yamuk.
 [129] Öğretmen: Yamuk olduğuna nasıl karar verdiniz?
 [130] Nurcan : Köşegenleri eşit değilse, yan kenarları birbirine paralel değilse.
 [131] Hami : Alt, üst tabanların açıları arasında “Z” kuralı varsa
 [132] Öğretmen: Evet, varsa?
 [133] Kadir : Alt ve üst tabanlar paralel olur.



Şekil 6. Öğrenciler tarafından tasarlanan yamuk

Bu diyalogdan da anlaşılacağı gibi etkinlikte kullanılan “Enine kat izi üzerinden alınan noktaların uzaklıkları oranı, boyuna kat izi üzerinden alınan noktaların uzaklıkları oranına eşit olacak.” cümlesinde geçen “oran” ifadesi öğrencilere benzerliği kullanmaları gerektiğini hatırlatmıştır (satır 107-110). Bu gruptaki öğrencilerin oluşan şeklin yamuk olduğuna karar verirken köşegen uzunluklarının eşit olmadığını, noktaların ifadede belirtilen şekilde belirli oranlarda alınmasının alt ve üst tabanların paralellliğini beraberinde getirdiğini fark etmeleri (satır 130-133) dikkat çekmektedir.



Şekil 7. Etkinlik 1 ve Etkinlik 2'nin öğrenciler tarafından yapılan sentezi

Etkinlik 3'te, gruplardan Etkinlik 1 ve Etkinlik 2'de elde ettikleri sonuçları tartışarak verilen tabloları doldurmaları beklenmiştir. Bu etkinliğe dair yazılanlardan bir örnek Şekil 7'deki gibidir. Öğrencilerin yazdıklarında ve grup içersinde geçen konuşmalarda, öğrencilerin oluşabilen ve oluşamayan şekilleri belirtirken bu durumu nedenleriyle açıklamaya çalıştıkları görülmektedir. Şekil 7'de “birinci durumda oluşamayanlar” listesinde örneğin “dikdörtgenin” ve “paralelkenarın” verilmesi, öğrencilerin kareyi dikdörtgenin veya paralelkenarın özel bir hali olarak görmediklerini onaylamaktadır.

kenarların eşit ve paralel olması nedeniyle bu şeklin aynı zamanda bir paralelkenar olduğunu, kare-eşkenar dörtgen ilişkisine benzer olarak yakalayabilmiştir. Diğer taraftan Akuysal (2007), öğrencilerin kare, dikdörtgen ve eşkenar dörtgeni paralelkenar olarak algılayamadıklarını belirtmektedir. Araştırmada bunun tersi bir durumun ortaya çıkması, etkinliklerin daha önce tamamlanan aşamalarında benzer hiyerarşik ilişkilerin üzerinde durulması ile açıklanmıştır.

Karşılıklı köşeleri sabit bir noktadan eşit uzaklıkta olan ve köşegenleri dik olarak kesişmeyen özel dörtgeni/dörtgenleri tanıma becerisi gerektiren ikinci etkinliğin ikinci aşamasında öğrencilerin oluşan şeklin bir paralelkenar kolaylıkla ifade edebildikleri belirlenmiş ancak oluşan şeklin aynı zamanda bir yamuk olduğunu göz ardı ettikleri anlaşılmıştır. Nakahara (1995) da paralelkenar ve yamuk arasındaki ilişkinin öğrenciler tarafından görülebilen en zor ilişki olduğunu belirtmiştir. O halde bu çalışma ile araştırmadan elde edilen sonucun aynı noktayı işaret ettiği söylenebilir.

Ardışık iki köşesi sabit bir noktadan eşit uzaklıkta olan, diğer ardışık köşeleri de sabit noktadan eşit uzaklıkta olan ve köşegenleri dik olarak kesişmeyen özel dörtgeni/dörtgenleri tanıma becerisi gerektiren ikinci etkinliğin üçüncü aşamasında öğrencilerin tasarladıkları şekil üzerinde kenar ve açıları ölçerek oluşan şeklin ikizkenar yamuk olduğuna kolaylıkla karar verebildikleri gözlenmiştir.

Karşılıklı köşelerinin sabit noktaya olan uzaklıkları oranı eşit olan ve köşegenleri dik olarak kesişmeyen özel dörtgeni/dörtgenleri tanıma becerisi gerektiren ikinci etkinliğin son aşamasında çalışma yaprağında geçen “Enine kat izi üzerinden alınan noktaların uzaklıkları oranı, boyuna kat izi üzerinden alınan noktaların uzaklıkları oranına eşit olacak.” cümlesinde geçen “oran” ifadesinin öğrencilere benzerliği kullanmaları gerektiğini çağrıştırdığı gözlenmiştir. Öğrencilerin oluşan şeklin yamuk olduğuna karar verirken köşegen uzunluklarının eşit olmadığını, noktaların ifadede belirtilen şekilde, belirli oranlarda alınmasının alt ve üst tabanların paralellliğini beraberinde getirdiğini fark etmeleri bu öğrencilerin karşılıklı ilişkileri görebildiklerine işaret eder. Gerek birinci etkinlik gerekse de ikinci etkinlik göz önüne alındığında öğrencilerin şekilleri tanıma başarılı oldukları ancak bu şekiller arasındaki hiyerarşik ilişkileri görme konusunda sıkıntılar yaşadıkları görülmektedir. Bu bulgu Üstün ve Ubuz (2004) tarafından sekizinci sınıf öğrencileri ile yürütülen çalışmanın sonuçlarıyla benzerlikler göstermektedir.

Etkinlik 3’te verilen ifadeyi okuyan öğrencilerden bazıları, ifadede istenenleri yapmadan oluşabilecek şekli gözlerinde canlandırarak tahmin etmeye çalışmışlardır. Nedenleri birbirlerine açıklarken dörtgenlerin özelliklerini doğru olarak sıralayabildikleri ancak hiyerarşik ilişkileri kuramadıkları gözlenmiştir. Etkinlikler boyunca gruplar halinde çalışan öğrenciler, aralarında tartışırken öncelikle oluşabilecek şekillerle ilgili özellikleri birbirleriyle ilişkilendirerek sıralamışlar, ardından bu özellikleri göz önüne alarak şekilleri adlandırmaya çalışmışlardır. Sıraladıkları özelliklerde emin olmadıkları noktalarda ölçüm yaptıkları gözlenmiştir. King ve Schattschneider (1997), görülemeyen bir ilişkinin ortaya çıkarılmasında ilgili nesnenin şeklinin çizilmesinin ya da taslağının yapılmasının önemli bir potansiyeli olduğunu belirtmektedir (Akt: Tutak, 2008). Araştırmamızda da öğrencilerin kendilerinden istenmediği halde sık sık çizim yapma ihtiyacı duyup değerlendirmeler yaptıkları dikkat çekmiştir.

Özetle, araştırmanın sonuçları, öğrencilerin köşegen özelliklerini kullanarak ve uygun çizimleri yaparak özel dörtgenleri tanıyabildiklerini ancak aralarındaki hiyerarşik ilişkileri kendi başlarına göremediklerini göstermektedir. Örneğin, şeklin köşegenleri birbirine eşit ve birbirini dik ortalar özellikleri verildiğinde başka özelliklere ihtiyaç olmadan bu şeklin bir kare olduğunu belirleyebilmişlerdir. Ancak bir karenin aynı zamanda özel bir dikdörtgen ve eşkenar dörtgen olduğunu yalnız öğretmenin birtakım sorular sorarak yönlendirme yapmasıyla görülebilmişlerdir ancak bu bilgilerini ilk iki etkinliğin sentezi olan üçüncü etkinlikte kullanamamışlardır. Ayrıca öğrencilerin gruplar halinde çalışmalarını birbirlerinin eksikliklerini tamamlamalarına katkıda bulunmuş, grup içi tartışmalar istenenlere daha kolay ulaşılmasının yolunu açmıştır. Yapılan etkinlikler ilerledikçe bazı öğrencilerin dörtgenler arasındaki hiyerarşik ilişkilerin bazılarını daha rahat görebildikleri ortaya çıkmıştır ancak bu durum istenilen düzeyde değildir. Zira öğrenciler bu becerilerini sentez yapmaları gereken üçüncü etkinliğe taşıyamamışlardır. Dolayısıyla öğrencilerin geometrik şekillerin birbirleriyle ilişkilerini daha iyi görmelerine katkıda bulunmak amacıyla görselliğin daha çok ön planda olduğu öğretimin yapılması, bu süreçte somut modellerin kullanılması faydalı olacaktır. Dörtgenler arasındaki hiyerarşik ilişkilerin öğrencileri tarafından bilinmesi ve özümsemesi, öğrencilerin karşılaştıkları sorularda farklı bir bakış açısıyla yorum yapabilmelerine katkıda bulunabilecektir. O halde öğretim planlanırken bu özellikler öğretmenler tarafından dikkate alınmalı, sözü edilen ilişkilerin oluşturulmasına yönelik etkinliklere daha fazla yer verilmelidir. Literatür incelendiğinde benzer çalışmaların sınırlı olduğu dikkat çekmektedir. Yürütülecek yeni çalışmaların bu konuya daha geniş bir yelpazeden bakılmasına katkıda bulunacağı düşünülmektedir. Örneğin öğrencilerin dörtgenler arasındaki hiyerarşik ilişkileri görme durumlarının farklı

sınıf düzeylerine göre nasıl değiştiği incelenebilir. Ayrıca dörtgenler arasındaki hiyerarşik ilişkileri görme ile Van Hiele'nin geometri anlama düzeyleri arasındaki ilişki araştırılabilir.

KAYNAKÇA

- Aktaş, D. Y. (2005). *İşbirliğine dayalı grup çalışması ile öğrencilerin geometri anlama düzeylerinin incelenmesi*. Yayınlanmamış yüksek lisans tezi, Karadeniz Teknik Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Trabzon.
- Akuysal, N. (2007). *İlköğretim 7. sınıf öğrencilerinin 7. sınıf ünitelerindeki geometrik kavramlardaki yanlışları*. Yayınlanmamış yüksek lisans tezi, Selçuk Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Konya.
- Baki, A. (2006). *Kuramdan Uygulamaya Matematik Eğitimi* (3. Baskı). Trabzon: Derya Kitabevi.
- Çepni, S. (2010). *Araştırma ve Proje Çalışmalarına Giriş* (4. Baskı). Trabzon: Yazarın kendisi
- De Villiers, M. (1994). The role and function of a hierarchical classification of quadrilaterals, *Learning of Mathematics*, 14(1), 11-18.
- Duatepe, A. & Ersoy, Y. 2003. Teknoloji destekli matematik öğretimi, [Online]: <http://www.matder.org.tr> adresinden 20 Eylül 2011 tarihinde indirilmiştir.
- Duatepe, A. & Ubuz, B. (2004). Drama temelli geometri ders planlarının geliştirilmesi ve uygulanması, Sabancı Üniversitesi Eğitimde İyi Örnekler Konferansında sunulan bildiri, Sabancı Üniversitesi, İstanbul.
- Erez, M. & Yerushalmy, M. (2006) "If you can turn a rectangle into a square, you can turn a square into a rectangle": young students' experience the dragging tool, *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, 11(3), 271-299.
- Ergün, S. (2010). *İlköğretim 7. sınıf öğrencilerinin çokgenleri algılama, tanımlama ve sınıflama biçimleri*. Yayınlanmamış yüksek lisans tezi. Dokuz Eylül Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, İzmir.
- Fidan, Y. & Türnüklü, E. (2010). İlköğretim 5. Sınıf Öğrencilerinin Geometrik Düşünme Düzeylerinin Bazı Değişkenler Açısından İncelenmesi. *Pamukkale Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 27, 185-197.
- Fujita, T. & Jones, K. (2006). Primary trainee teachers' understanding of basic geometrical figures in Scotland. Proceedings of the 30th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, 3, 14-21.
- Fujita, T. & Jones, K. (2007). Learners' understanding of the definitions and hierarchical classification of quadrilaterals: towards a theoretical framing. *Research in Mathematics Education*, 9 (1&2), 3-20.
- Hoffer, A. (1983). Van Hiele-based research. In R. Lesh & M. Landau (Eds.), *Acquisition of mathematics concepts and processes*(pp. 205-227).Orlando, Fla: Academic Press.
- MEB (2009). İlköğretim Matematik Dersi 6-8. Sınıflar Öğretim Programı ve Kılavuzu. [Online]: <http://ttkb.meb.gov.tr> adresinden 02.03.2012 tarihinde indirilmiştir.
- Monaghan, F. (2000).What difference does it make? children's views of the differences between some quadrilaterals. *Educational Studies in Mathematics*, 42(2),179-196.
- Nakahara, T. (1995). Children's construction process of the concepts of basic quadrilaterals in Japan. Proceedings of The 19th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, 3, 27-34.
- Okazaki, M. & Fujita, T. (2007) . Prototype phenomena and common cognitive paths in the understanding of the inclusion relations between quadrilaterals in Japan and Scotland. Proceedings of the 31st Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, 4, 41-48.
- Olkun, S. & Aydoğdu, T. (2003). Üçüncü Uluslararası Matematik ve Fen Araştırması (TIMSS) Nedir? Neyi Sorgular? Örnek Geometri Soruları ve Etkinlikleri, *İlköğretim-Online*, 2(1), 28-35. <http://ilkogretim-online.org.tr> adresinden 20 Şubat 2011 tarihinde indirilmiştir.
- Pickreign, J. (2007). Rectangle and rhombi: how well do pre-service teachers know them? issues in the undergraduate mathematics preparation of school teachers, *IUMPST*,1, [Online]: Retrieved on 24-October-2011 at URL: <http://www.k12prep.math.ttu.edu/journal/contentknowledge/pickreign01/article.pdf>
- Teppo, A. (1991). Van Hiele level of geometric thought revisited, *Mathematics Teacher*, 84(3), 210-221.
- Toluk, Z., Olkun, S. & Durmuş, S. (2002). Problem merkezli ve görsel modellerle destekli geometri öğretiminin sınıf öğretmenliği öğrencilerinin geometrik düşünme düzeylerinin gelişimine etkisi, Beşinci Ulusal Fen Bilimleri ve Matematik Eğitimi Kongresinde sunulan bildiri, ODTÜ, Ankara.
- Tutak, T. (2008). *Somut nesnelere ve dinamik geometri yazılımı kullanımının öğrencilerin bilişsel öğrenmelerine, tutumlarına ve Van Hiele geometri anlama düzeylerine etkisi*. Yayınlanmamış doktora tezi. Karadeniz Teknik Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Trabzon.
- Üstün, I. & Ubuz, B. (2004). Geometrik Kavramların Geometer's Sketchpad Yazılımı ile Geliştirilmesi, Sabancı Üniversitesi Eğitimde İyi Örnekler Konferansında sunulan bildiri, Sabancı Üniversitesi, İstanbul.
- Yıldırım, A. & Şimşek, H. (2005). *Sosyal bilimlerde nitel araştırma yöntemleri* (5. baskı). Ankara: Seçkin Yayıncılık.