



Acquisition of identities via simulation by starting from the movement to opposite directions

M. Faysal AKIN¹

Aziz HARMAN²

Selahattin GÖNEN³

ABSTRACT: In this study, it is intended to determine skills of the students who studied in mathematics and mathematics education programs in the subject of acquiring the sum of two terms in the square simulation by using their knowledge in problems of velocity. For this purpose, seven open-ended questions were addressed the students. By means of giving points to the answers which was given each question, the total points of the students have been determined. The achievements of students were compared on the basis of faculty in the first stage and then on the basis of class in the second stage. In the comparison, SPSS 15.0 package programme was used. The results acquired via one-way ANOVA and Scheffe tests indicated that students of Faculty of Education are more successful on the basis of faculty students whereas the 4th class students of Primary Education programme in Faculty of Education are more successful on the basis of classes.

Key Words: Learning Techniques Simulation, Mathematics Education, Identity

SUMMARY

Objective and Importance: In Constructivist Learning, knowledge should be constructed by using the pre-learning by the students. Such that students, by collating the knowledge which they have learned in different courses and subjects with a problem, shall find out the formation of new knowledge as a result of solution of the problem. It could not be expected that new knowledge acquired be denominated by learner. In this case, denomination of new knowledge with students' intuition under the guidance of teacher should be preferred. For this reason, it is necessary not to limit the teaching activities applied in the occurrence of meaningful learning with neither only inductive nor only deductive approaches. Medium in which both approaches are used and collated together should be created. This situation requires using both the inductive and deductive approaches in the teaching and learning activities. The students face movement problems as from 6th grade of elementary school and it is known that calculation capability of field and circumference of uniform geometrical shapes and the scope of these calculations expand at advancing educational levels. Related knowledge of the students that they acquired in their educational life is considerably important in solutions of such problems. Teachers have an important role in comprising of pre-learning of the students. Therefore, it is required that teachers shall be trained in such a way that they will have field knowledge which enables conceptual and algebraic math development in their students and they will have application capability of this knowledge in the class environment, in their pre-service training. To be able to do this, determining the level of both field knowledge and usage capability of this knowledge of student teachers in the class environment is considered as significant in terms of teacher training. In this study, it is aimed to determine capabilities of the student teachers who receive education in Secondary and Primary Education Mathematics Teaching and Mathematics Department Programs in Ziya Gökalp Education and Science Faculties to write as identity "Square of Sum of Two Terms" based on the given problem sentence. In accordance with this purpose, it is asked from the student teachers to "see the length of the way that two fields which have two different fixed speeds passed within the same duration through each winding as the length of the square and rectangle sides among uniform geometrical shapes and establish a connection between algebraic math. and field and circumference calculation of uniform geometrical shapes".

Method: Population of the research comprises of approximately 1000 students who study in Dicle University Science Faculty Mathematics and Ziya Gökalp Education Faculty Secondary and Primary Education Mathematics Teaching Programs and 209 students who attend in 2nd and 4th classes of

¹ Lecturer, Dicle University. Ziya Gökalp Education Faculty. Department of Elementary Education, e-mail: akinff@dicle.edu.tr

² Assist Prof.Dr., Dicle University. Ziya Gökalp Education Faculty. Department of Elementary Education, e-mail: aharman@dicle.edu.tr

³ Assoc. Prof. Dr., Dicle University. Ziya Gökalp Education Faculty. Department of Physics Education, e-mail: sgonen@dicle.edu.tr

these programs comprise the sampling of the research. In the selection of the sampling, students of 2nd class are selected by taking account of their situation of having core curriculum and students of 4th class are selected by taking account of their situation of having a certain maturity about field courses. A worksheet comprising of 7 open-ended questions is used as data collection tool. Two matters are especially emphasized in problem sentences. One of these is to determine whether the student understood the problem in the determined way and to correct the points that the student had a difficulty in formal understanding by determining them. The other is to determine whether the problems achieved the exposure goal of mathematical capabilities such as stating of own knowledge, founding mathematical communication, reasoning and exploring by students. 50 minutes duration (1 course hour) is given for the students to display their capabilities about matters emphasized in problem sentences.

Findings: As a result of analysis of data acquired from this study, it is determined that the ability levels and accordingly success of the students who receive education in both Secondary and Primary Programs of Education Faculty are higher than the students who attend to Mathematics Program of the Science Faculty. Besides, according to the Scheffe test; it is seen that the students who attend to 4th Class of Primary Program of Education Faculty is more successful than both Primary 2nd Class and Secondary 2nd and 4th Class students of Science and Education Faculties.

Discussion and Conclusions: In this study, according to the faculties and classes, it has been tried to determine the abilities of the students who receive education in Science Faculty, Mathematics Department and Ziya Gökalp Education Faculty, Mathematics Education programs, in acquiring the identity “Square of Sum of Two Terms” by using their knowledge related with velocity, circumference and field problems. In consequence of the analyses, it is determined that the students who receive education in Ziya Gökalp Education Faculty Primary and Secondary Mathematics Teaching programs are more successful than the students who receive education in Science Faculty Mathematics Program. It is known that; when a comparison is performed between the mathematics students of Science Faculty and the students who continue to Education Faculty, Primary and Secondary Programs with their distribution according to the choice orders of the candidates who are placed to the higher education programs (2005 ÖSYS), the students of Education Faculty are placed with higher scores than the other. In addition to this, it is also thought that Field Courses have a role in the success of the students who attend primary and secondary program of the Education Faculty.

Zıt Yönlere Doğru Hareketten Yola Çıkılarak Benzetim Yoluyla Özdeşliklerin Elde Edilmesi

M. Faysal AKIN²

Aziz HARMAN²

Selahattin GÖNEN³

ÖZ: Bu çalışmada, Dicle Üniversitesi Fen ve Eğitim Fakültelerinin matematik ve matematik eğitimi programlarında öğrenim gören 209 (2. ve 4. sınıf) öğrencinin hız problemlerindeki bilgilerini kullanarak “iki terimin toplamının karesi” özdeşliğini benzetim yoluyla elde etme başarılarının belirlenmesi amaçlandı. Bu amaçla öğrencilere bir problem cümlesine bağlı 7 tane açık uçlu soru yöneltildi. Her bir soruya verilen yanıtlar puanlandırılarak öğrencilerin almış oldukları toplam puanlar belirlendi. İlk aşamada fakülteler bazında, ikinci aşamada ise sınıflar bazında öğrencilerin başarıları karşılaştırıldı. Karşılaştırma işlemi SPSS 15.0 paket programı kullanıldı. Yapılan Tek Yönlü ANOVA ve Scheffé Testlerinden elde edilen sonuçlar, fakülteler bazında Eğitim Fakültesi öğrencilerinin sınıflar bazında ise Eğitim Fakültesi İlköğretim Matematik Öğretmenliği Programında öğrenim gören 4. sınıf öğrencilerinin daha başarılı olduklarını gösterdi.

Anahtar Kelimeler: Benzetim Yoluyla Öğrenme Tekniği, Matematik Eğitimi, Özdeşlik

GİRİŞ

Matematik; büyüklük, sayı, uzay, şekil ve bunlar arasındaki ilişkilerin bilimi olup, insanların yaşamlarının her alanında kullandığı, sembollere dayanan bir dildir. Matematik, bilgiyi işleme, bundan sonuç çıkarma ve problem çözmenin etkin bir aracıdır. Matematik yakın çevremizi ve dünyayı anlamamızda iyi bir yardımcıdır. Matematik eğitimi, bireylerin yaratıcı düşüncelerini geliştirir; fiziksel ve sosyal çevrelerini, dünyayı anlamada bireylere bilgi, beceri ve estetik duygular kazandırır (Baykul, 2005, 34).

Matematik dersleri sayı, geometri, ölçme, veri gibi farklı öğrenme alanları altında işlense de bu konular birbirinden bağımsız birimler değildir. Öyle ki matematik birbirine son derece bağlı bir ilişkiler ağıdır. Öğrencilerin ilişkilendirmeleri yapabilmesi, onların matematiği daha iyi anlamalarına ve onu kullanabilmelerine olanak sağlar. Matematiksel ilişkilendirme yalnızca matematiksel konuları birbirleri ile ilişkilendirmesinden ibaret olmayıp farklı disiplinler ve günlük hayatla ilişkilendirmeleri içerir. Öğrencilerin matematiksel kavram ve işlemleri birbirleriyle ilişkilendirmeleri gerekmektedir (Olkun ve Uçar Toluk, 2007, 44-51). Bunun için matematiksel bilginin başka derslerle özellikle de fen dersleriyle ilişkilendirilmesi ve kendi içinde diğer matematik konularıyla ilişkilendirmesi gerekir.

Torg ve Sage (1998; Akt: Saban, 2000)’e göre yapılandırmacı yaklaşım Dewey’in ve Piaget’in çalışmaları doğrultusunda ortaya çıkmıştır. İki eğitimcinin de öğrenme sürecinde en önemli gördükleri nokta, bireyin aniden şaşkınlık içinde karşılaştığı öğrenme yaşantıdır. Bu yaşantılar bireyin motivasyonunu önemli ölçüde arttırmaktadır. Aynı manada farklı ve daha önce karşılaşılmayan bir problem öğrenci ilgisini çekmekte, motivasyonu arttırmaktadır. Piaget’e göre öğrenme, bireylerin şaşkınlık ortamından kafa yorma veya düşünme ile çıkmalarının sonucunda gerçekleşen bir durumdur. İlk bakışta şaşkınlık tüm öğelerin birbirine karıştırılması gibi görülse de esasen sonuca doğru gelindiğinden derleyici ve toparlayıcı bir fonksiyona sahiptir.

Holloway (1996, Akt: Yurdakul, 2004, 6)’e göre, yapılandırmacılıkta birey bilgi ile uğraşırsa ve o bilgi alanında derinleşirse, oluşturulan bilginin, bireyi yaşadığı sürece bırakmayacağı düşünülmektedir. Bilginin öğrenen tarafından alınıp kabul görmesi değil, bireyin bilgiden nasıl bir anlam çıkardığı önemli görülmektedir.

Yapılandırmacı yaklaşımda söz konusu olan durum, geleneksel yaklaşımda olduğu gibi bilginin tekrarı değil, bilginin transferi ve yeniden yapılandırılmasıdır. Bu yaklaşım ile öğrenenler, bilgiyi olduğu gibi kabul etmezler. Sadece okumak ve dinlemek yerine, tartışmak, fikirlerini paylaşarak öğrenme sürecine etkin olarak katılır; bilgiyi yaratır ya da tekrar keşfeder (Perkins 1999). Brooks ve Brooks (2001, Akt: Altun, 2006, 2-3)’e göre, yapılandırmacı öğrenme ortamında bulunması gereken özellikleri şu şekilde sıralamıştır.

*Öğrencilerin çalışılan konuda kendi bilgilerini üretmelerine temel oluşturan kavramların öncelikle öğrenilmiş olmasına dikkat edilmelidir.

*Öğrenme ortamı, öğrencilerin bilgiyi oluşturma sürelerine katkı vermek amacıyla uygun materyalle desteklenmeli ve onların düşüncelerini denemeleri için fırsatlar yaratmalıdır.

² Öğr. Gör., Dicle Ü. Ziya Gökalp Eğt. Fak. İlköğretim Eğitimi Bölümü, e-mail: akinnf@dicle.edu.tr

² Yrd. Doç. Dr., Dicle Ü. Ziya Gökalp Eğt. Fak. İlköğretim Eğitimi Bölümü, e-mail: aharman@dicle.edu.tr

³ Doç. Dr., Dicle Ü. Z. G. Eğt. Fak. Fizik Eğitimi Anabilim Dalı, e-mail: sgonen@dicle.edu.tr

*Öğrencilerin küçük gruplar halinde veya sınıfça tartışmaları teşvik edilmelidir. Bu tartışmalar sırasında öğrencilerin birbirleriyle ve öğretmenleriyle rahatça iletişim kurmaları sağlanmalıdır.

*Öğrencilerin çalışılan konudaki farklı açıklamaları ve yaklaşımları değerli bulunmalı hatta bu tür açıklamalar teşvik edilmelidir. Kendi düşüncelerini açıklamada ve savunmada kendilerini özgür hissedecekleri bir ortam yaratılmalıdır.

*Çalışma ortamında öğrencilere onları kendi düşüncelerini denemeleri ve pekiştirebilmelerine yardım etmek amacıyla sınıflandır, tahmin et, analiz et, çare bul, üret gibi tetikleyici ve teşvik edici yönlendirmeler yapılmalıdır.

*Öğrencilerin tepkileri dersin akışını değiştirebilmeli, onların birbirlerini anlama, düşüncelerini kabul ettirebilmeleri için gerekli donanım ve konuşma olanağı sunulmalıdır.

*Bilginin yeniden üretilmesinden ziyade, bilginin oluşturulmasına önem verilmelidir.

Matematik, icat etme hazzının yaşanabileceği en uygun öğrenme alanlarından biri olup, konunun kendi uzanımları ve eklentileri üzerinde düşünmek suretiyle elde edilebilir. Öğrenme alanı olarak matematik, bireyin kendi çabaları ile sonuca ulaşmasından duyulan hazzın yaşatılması bakımından güçlü fırsatlar sunar (Altun, 2006).

Yapılandırmacı kurama göre matematik eğitimi nasıl olmalıdır sorusundan önce matematiğin tanımlarına bakalım. MEB (1976, Akt: Altun, 2008, 1) e göre, Matematik; “düşüncenin tümdengelimli bir işletim yoluyla sayılar, geometrik şekiller, fonksiyonlar, uzaylar v.b. gibi soyut varlıkların özelliklerini ve bunların arasında kurulan ilişkileri inceleyen bilimler grubuna verilen genel ad” olarak tanımlanmaktadır. Tümdengelimli işletim yolu demek, ispatlanan bir önerme tüm özel değerler için geçerli olur demektir. Matematik; “ardışık soyutlama ve genellemeler süreci olarak geliştirilen yapılardan (düşüncelerden) ve bağıntılardan oluşan bir sistem” olarak görülmektedir (New South Wales Department of Education and Australian Council for Educational Research, 1972; Akt: Baykul, 2005, 2).

Driscoll (2000, Akt: Yurdakul, 2005, 39) e göre, yapılandırmacılıkta öğrenme, pozitivist geleneğe olduğunun aksine, belirli bir öğrenme zamanında gerçekleştirilen, bilgi biriminin öğrenilmesine dayanan ve her birimin bir sonrakini nasıl etkileyebileceğinin mekanik olarak kestirildiğidir. Öğrenme mevcut durumlardaki etkinliklerden oluşan ve yaşam boyu ilerleyen bir süreçtir. Yapılandırmacılara göre bilgi, yaşantıları anlamlı hale getirmeye çalışan birey tarafından etkin olarak yapılandırılmaktadır.

Matematik dersleri, genel olarak öğrencilerin sevmediği bir ders olarak bilinmektedir. Bu yüzden öğrencilerin büyük bir çoğunluğunun matematik derslerindeki başarıları oldukça düşüktür. Çevreden duyduklarıyla ve ön yargılarıyla sınıfa gelen öğrencilere bu dersi sevdirmek kolay değildir. Uygun öğretim yöntemleri kullanılarak bu ön yargıyı yok edip matematiği öğrencinin isteyerek girdiği bir ders haline getirmek gerekir (Özsoy, 2003; Bulut vd., 2002,1).

Matematiği öğrenme; matematiksel düşünmenin, matematiksel görebilmenin ve matematiksel olarak ifade edebilmenin esasıdır (Hacısalihoğlu ve ark., 2004, i). Bu matematiksel ifade biçimlerinden biri de cebirdir.

Cebir, aritmetik işlemlerin genelleştirilmesi için geliştirilen denklem, matematiksel ifadeler ve değişkenler üzerinde işlemlerden oluşan matematik diliminin bir parçasıdır. Bu yönüyle, cebir matematikçilere sembollerle matematiksel fikir ve ispatları kesin bir biçimde ifade etme olanağı sağlar (Hacısalihoğlu ve ark., 2004, 65).

Ersoy ve Erbaş (2003; Akt: Dikkartın ve Uyangör, 2007, 1) a göre öğrencilerin, cebir konularının başlamasıyla matematik öğrenmede karşılaştığı güçlükler artmaktadır. Cebir, matematiğin diğer konularına temel oluşturmasına rağmen öğrencilerin cebir’i kavramada güçlük çekmeleri matematikteki başarılarının düşmesine neden olmaktadır. Öyle ki; Person (1992; Akt: Dikkartın ve Uyangör, 2007, 11) e göre öğrenciler harflerin bir anlamı olmadığını düşünmekte ve Cebir’i bu nedenle sevmemektedir. Cebir aritmetik olarak düşünüldüğünde, bilinmeyenlerle sayılar gibi işlem yapabilme becerisine sahip olmayı gerektirmektedir. Somut gösterimlerle desteklenecek problemler öğrencilerin genelleme yapabilmelerine yardımcı olacaktır (Dikkartın ve Uyangör, 2007, 11). Aritmetikte sahip olunan işlem becerileri somut modeller yardımıyla cebire uyarlanacak şekilde ilişkilendirilmelidir.

Özdeşlik kavramı, cebir öğretimi içinde önemli bir yere sahiptir. Bir özdeşlik içerdiği bilinmeyenlerin her değeri için sağlanan bir eşitliktir (Altun, 2008, 229). Her bir özdeşliğin elde edilmesi bir problem durumunu oluşturur. Problem, kişide çözme arzusu uyandıran ve çözüm yolu hazırda olmayan fakat kişinin bilgi ve deneyimlerini kullanarak çözebileceği durumlara denir (Olkun ve Uçar, 2007, 51).

Matematik ve geometri problemlerinin çözümünde yararlanılacak birçok yöntem ve teknik bulunmaktadır. Öğrenme sarmalı gerçekleştirmek üzere yapılandırmacı öğrenme çevrelerinde benzetim yoluyla öğretim tekniği ile bilgi yapılandırması üzerinde de durulması gerekir. Buradaki temel amaç öğrenenlerin etkin

katılımını, ön öğrenmeleri uygulamaları, ilgi ve meraklarını güdülemelerini ve ilgili çalışma yapraklarına merak duymalarını sağlamaktır.

Demirel (1999; Akt: Pesen, 2006, 51)'e göre, benzetim, sınıf içinde öğrencilerin bir olayı gerçekmiş gibi ele alıp üzerinde eğitici çalışma yapmalarına olanak sağlayan bir öğretim tekniğidir. Diğer bir tanımla, öğrenciyi desteklemek üzere gerçeğe uygun olarak geliştirilen bir model üzerinde yapılan bir öğretim yaklaşımıdır. Benzetim yoluyla öğretim tekniğinin uygulanmasında öğrencilerin iş görüleri gerçektir ancak öğretmen tarafından ortaya konan durum ya da olay yapaydır.

Benzetim yoluyla öğretim, buluşa dayalı öğretim stratejisi çerçevesinde kullanılır. Öğrencilere kazandırılacak matematikteki kavram ve bağıntıları, günlük yaşamda aşına oldukları bir duruma benzetilerek kavratılması yararlı olacaktır. Bu öğretim şeklinin kalıcı olabilmesi için örneklerin iyi seçilmiş olması gerekmektedir. Bu yolla yapılan öğretimde öğrenci hedeften haberdar edilmelidir. Öğretmen konuyla ilgili belirleyeceği benzetmeyi öğrencilerin sosyal çevresinden, zihninde canlandırabileceği türden olmasına dikkat etmelidir. Olayı canlandırırken problemlerin öğrenciyi hedefe ulaştıracak şekilde seçilmesi gerekir (Pesen, 2006, 52).

Yapılandırmacı öğrenmede bilgi, öğrenci tarafından ön öğrenmeler kullanılarak inşa ettirilmelidir. Öyle ki, öğrenciler farklı ders ve konularda daha önce öğrenmiş olduğu bilgilerini bir problemle harmanlayıp problemin çözümü sonucunda yeni bilginin oluşumunu ortaya çıkarmalıdır. Ortaya çıkan yeni bilginin öğrenen tarafından adlandırılması beklenemez. Bu durumda öğretmenin rehberliğinde öğrencilerin sezgisiyle yeni bilginin adlandırılması yoluna gidilmelidir.

Yukarıda da belirtildiği gibi anlamlı öğrenmenin gerçekleşmesinde yapılan öğretme etkinliklerin ne salt tümevarımcı ne de salt tümdengelimci yaklaşımlarla sınırlandırılmaması gerekir. Her iki yaklaşımın bir arada kullanılacağı ve harmanlanacağı ortamlar oluşturulmalıdır. Bu durum, öğretim ve öğrenme etkinliklerinde hem tümdengelimci ve hem de tümevarımcı yaklaşımların kullanılmasını gerektirir.

Öğrenciler ilköğretim 6. sınıftan itibaren hareket problemleriyle yüzleşmekte ve düzgün geometrik şekillerin çevre ile alanlarını hesaplayabilme ve bu hesaplamaların kapsamının ilerleyen eğitim düzeylerinde genişlediği bilinmektedir. Bu tür problemlerin çözümlenmesinde öğrencilerin eğitim yaşamlarında edindikleri ön bilgiler oldukça önemlidir. Öğrencilerin ön öğrenmelerinin oluşmasında öğretmenler büyük role sahiptir.

Bu çalışmada, Fen Fakültesi Matematik ve Ziya Gökalp Eğitim Fakültesi Orta ve İlköğretim Matematik Öğretmenliği ile Matematik Programlarında öğrenim gören öğrencilerin verilen problem cümlesinden yola çıkarak benzetim yoluyla öğretim tekniği ile “İki Terimin Toplamının Karesi” özdeşliğini geometriksel çizimlerinden yararlanarak becerilerinin belirlenmesi amaçlandı.

Araştırmanın Önemi

Matematik öğretiminin her aşamasında matematiğin amaçları ve öğretimde kullanılacak genel ilkeler göz önünde bulundurulmalıdır. Matematik birbiri üzerine kurularak gelişen bir alan olduğundan, ön öğrenmelerin önemi büyüktür. Matematik öğretme-öğrenme sürecinde öğrencilerin kavrama, özümseme, geçiş ve kalıcılık kazanımlarını arttırmak temel hedeftir. Öğretmenin kullanacağı yöntem ve öğrencilerin yapacağı etkinlikler bu hedefe ulaşmada belirleyici rol oynar (Akın, 2008). Matematik derslerinde öğrencilik yıllarımızda bize, bizde öğrencilerimize “iki terimin toplamının karesi” kısaca “tam kare” özdeşliğini ve matematiksel olarak da “ $\forall a, b \in \mathbb{N}$ olmak üzere $(a + b)^2 := a^2 + 2ab + b^2$ ” özdeşliğini ezbere bir şekilde “birinci terimin karesi + birinci terim ile ikinci terimin çarpımının iki katı + ikinci terimin karesinin toplamıdır” diye okuduk (Pöğün ve Ünal, 1971, 104). 1960’lı yıllardan sonra tekrardan güncelliğini kazanan yapılandırmacı yaklaşım birçok ülkede başta ilköğretim olmak üzere, ortaöğretim ve lisans eğitimini etkisi altına almıştır. Son yıllarda, bu yaklaşımın etkisi altında kalarak, birçok araştırmacı (Senemoğlu 2004, 469; Kara ve Koca, 2004, 3; Akar, 2006, 63; Akın, 2008, 11; Şişman, 2007, 63; Altun, 2008, 229; Olkun ve Uçar Toluk, 2007, 24) çalışmalarında “iki terimin toplamının karesi” özdeşliğini ele almışlardır. Bu çalışmalarda, ağırlıklı olarak tümevarım yoluyla ispat söz konusudur. “İki terimin toplamının karesi” özdeşliğinin, yeniden öğrenciler tarafından yapılandırmacı yaklaşımın doğasına uygun olarak çıkarılabilmesi için kinematikte bildikleri iki cismin zıt yöndeki sabit fakat farklı hızlarda hareket etme durumundan faydalanıldı. Böylece, bir fizik probleminden yola çıkılarak cebirsel bir ifadenin doğrulanması sağlandı.

YÖNTEM

Evren ve Örneklem

Araştırmanın evreni, 2008- 2009 Eğitim ve Öğretim yılı Güz döneminde, Dicle Üniversitesi Fen Fakültesi Matematik Bölümü ile Ziya Gökalp Eğitim Fakültesi Ortaöğretim ve İlköğretim Matematik Öğretmenliği programlarında öğrenim gören yaklaşık 1000 öğrenci, örneklemini ise bu programların 2. ve 4. sınıflarında öğrenim gören 209 öğrenci oluşturmaktadır. Örneklem seçiminde öğrencilerin üniversitede temel dersleri almış olma durumları dikkate alınarak 2. sınıf, alan derslerinde belli bir olgunluğa gelme durumları dikkate alınarak 4. sınıf öğrencileri (İlköğretim Matematik 2. sınıf N = 26 , 4. sınıf N = 57 , Ortaöğretim Matematik 2. sınıf N = 16 , 4. sınıf N = 20 ve Fen Matematik 2. sınıf N = 32 , 4. sınıf N = 58 öğrenci) seçildi.

Veri Toplama Aracı

Veri toplama aracındaki sorular, öğrencilerin “iki terimin toplamının karesi” özdeşliğini elde edebilme başarılarını ölçebilmek için Ek 1’de verilen, bir problem cümlesi ve bu cümleye bağlı olarak 7 tane açık uçlu sorudan oluşan bir çalışma yaprağı kullanıldı. Açık uçlu sorular:

*Öğrencilerin var olan bilgilerini ortaya koymalarını ve bu bilgiler doğru da olsa yanlış da olsa, öğrencilerin ne bildiklerini ifade etmelerini sağlamayı,

*Öğrencilerin verilen problemin içinde, problemi çözmesini sağlayacak örüntüyü, kuralı keşfederek yansıtmasını,

*Öğrencilerin kendilerine verilen bilgilerden hareketle akıl yürüterek adım adım ilerlemelerini açığa çıkarmayı,

*Öğrencilerin doğru matematiksel iletişim kurup kurmadıklarını belirlemeyi,

*Problemi çözerken verilen nicel ve görsel bilgileri ne ölçüde kullandıklarını belirlemeyi amaçlamaktadır (Yeşildere ve Türnüklü, 2007, 186).

Problem cümlesinin bu amaçları gerçekleştirip gerçekleştiremeyeceğini belirlemek için, İlköğretim Matematik Öğretmenliği Programında öğrenim gören ve Özel Öğretim Yöntemleri dersini alan ve örnekleme yer almayan 42 öğrenci ile pilot çalışma yapılmıştır. Ayrıca, çalışmada yer alan problem cümlelerinin amaca uygunluğunu ve geçerliliğini belirlemek için iki matematik ve iki fizik eğitimi uzmanının görüş ve önerilerinden yararlanılmıştır. Pilot çalışmada yer alan öğrencilerden ve uzmanlardan gelen öneriler birleştirilerek ve bir arada düşünülerek problem cümlesine son şekil verilmiştir. Son şekli verilen problem cümlesinde başlıca iki boyut üzerinde durulmuştur.

Bunlardan biri, öğrencinin amacına uygun bir şekilde problemi anlayıp anlamadığını belirlemek, diğeri ise, problemlerin öğrencilerin kendi bilgilerini ortaya koyma, matematiksel iletişim kurma, akıl yürütme ve keşfetme gibi matematiksel becerilerini ortaya çıkarma amacını gerçekleştirip gerçekleştirmediğini belirlemektir (Yeşildere ve Türnüklü, 2007, 186).

Veri Toplama Yöntemi

Problem cümlelerinde üzerinde durulan boyutlarla ilgili becerilerini ortaya koymaları için her bir öğrenciye bir çalışma yaprağı verildi. Çalışma yaprağında, araştırmacılar tarafından öğrencilere kişisel bilgilerin yer aldığı kısmı doldurmaları ve verilen problem cümlesindeki bilgilerden çalışma yaprağındaki 7 açık uçlu sorunun yanıtlarını, açık ve anlaşılır bir şekilde sayfayı çevirerek kâğıdın arka yüzüne yazmaları istendi. Çalışma yaprağında yer alan soruların çözümü için öğrencilere 50 dakika (1 ders saati) süre verildi.

Verilerin Analizi

Açık uçlu soruların yer aldığı çalışma yaprağında, öğrencilerin sorulardaki geometrik şekilleri doğru çizebilmeleri için ikinci soruda bir kontrol durumu olarak Pisagor Bağıntısı konuldu. Sorularda elde edilen geometrik şekillerin her birini önce sayısal olarak, daha sonra da sembollerle çözmeleri istendi. Son soruda ise öğrencilerin hayal güçlerini kullanarak “iki teriminin toplamının küp” özdeşliğini hem geometriksel hem de matematiksel olarak “ $\forall a, b \in \mathbb{N}$ olmak üzere $(a + b)^3 := a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$ ” (Altun, 2008, 229) elde etmeleri istendi. Bu bilgiler ışığında 7 tane açık uçlu sorunun geometrik şekilleriyle beraber hem sayısal ve hem de sembolik çözümlerinin doğruluğuna 1 puan, bunların dışındaki yanıtlara ve boş yanıtlara 0 puan verildi. Bu puanları göz önünde bulundurarak öğrencilerin almış oldukları toplam puanlar belirlendi. Açık uçlu sorulara verilen yanıtların nicel olarak değerlendirilmesinden elde edilen puanlar istatistiksel olarak analiz edildi. Yapılan Tek Yönlü ANOVA ve Scheffe Testlerinden elde edilen sonuçlar bulgular kısmında verildi. İlk

aşamada fakülteler bazında, ikinci aşamada ise sınıflar bazında öğrencilerin başarıları karşılaştırıldı. Karşılaştırma işleminde SPSS 15.0 paket programı kullanıldı.

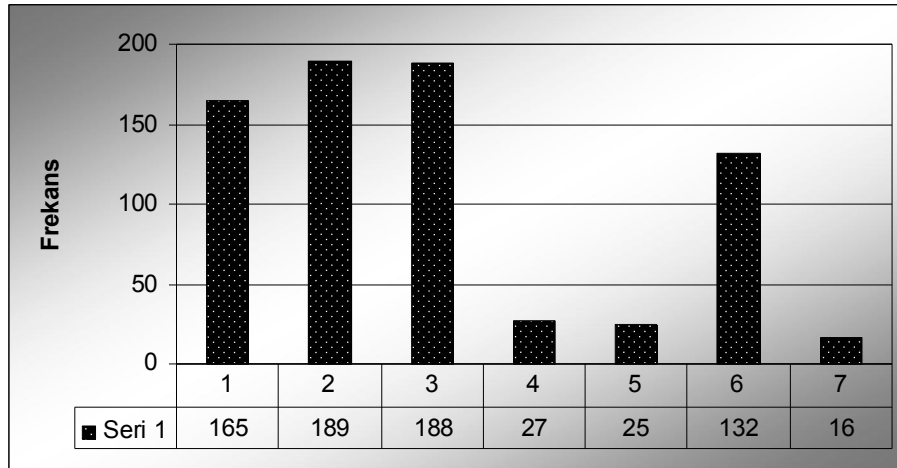
BULGULAR

Bu çalışmadan elde edilen verilerin analizinden aşağıdaki bulgulara ulaşıldı. Çalışmaya katılan öğrencilerin Fakülte, Bölüm ve Sınıflara göre dağılımları Tablo 1’ de verilmiştir.

Tablo 1. Fakülte, Bölüm ve Sınıflara Göre Dağılımları

Fakülte	Bölümü	Sınıf	f	%
Fen	Matematik	2.	32	15,3
		4.	58	27,8
Eğitim	İlköğretim	2.	26	12,4
		4.	57	27,3
	Ortaöğretim	2.	16	7,66
		4.	20	9,57

Çalışmaya katılan öğrencilerin % 43’ ü Fen Fakültesi Matematik, % 40’ı Eğitim Fakültesi İlköğretim Matematik ve % 17’ si Eğitim Fakültesi Ortaöğretim Matematik anabilim dalı öğrencilerinden oluşmaktadır. Açık uçlu soruları doğru yanıtlayan öğrencilerin sayısı Grafik 1’ de verilmiştir.



Grafik 1. Açık uçlu soruları doğru yanıtlayan öğrencilere ait frekanslar

Açık uçlu sorulara verilen cevapların nicel olarak değerlendirilmesinden elde edilen puanlar istatistiksel olarak analiz edildi. Analiz sonuçları aşağıdaki tablolarda verilmiştir. Fen Fakültesi Matematik Bölümü ile Eğitim Fakültesi İlk ve Ortaöğretim Matematik Öğretmenliği programlarında öğrenim gören öğrencilerin başarılarının karşılaştırılmasından elde edilen bulgular Tablo 2’de verilmiştir.

Tablo 2. Fakültelerde Bulunan Programlardaki Öğrencilerin Başarılarına Ait ANOVA Sonuçları

Varyans Kaynağı	Kareler Toplamı	Sd	Kareler Ortalaması	F	p
Gruplar Arası	57,938	2	28,969	16,161	0,000
Gruplar İçi	367,480	206	1,793		
Toplam	425,418	208			

Tablo 2 incelendiğinde programlar arasında fakülteler bazında farklılık olduğu görülmektedir. Bu farklılığın hangi programlar arasında olduğunu belirlemek için 0.05 önem düzeyinde yapılan Scheffe testi sonuçları Tablo 3’de verildi.

Tablo 3. Fakültelerde Bulunan Programlardaki Öğrencilerin Başarılarına Ait Scheffe Testi Sonuçları

Program		Ortalamalar Farkı	Standart Hata	p
FEN Mat	OFMA Mat	-,689*	,264	,035
	İLK Mat	-1,156*	,204	,000
OFMA Mat	FEN Mat	,689*	,264	,035
	İLK Mat	-,467	,268	,220
İLK Mat	FEN Mat	1,156*	,204	,000
	OFMA Mat	,467	,268	,220

p<0.05

* .05 düzeyinde anlamlılığı göstermektedir.

Tablo 3’de elde edilen sonuçlar Eğitim Fakültesi öğrencilerinin Fen Fakültesi matematik programında öğrenim gören öğrencilere göre daha başarılı olduğunu göstermektedir.

Sınıflar bazında yapılan karşılaştırmalarda Tek Yönlü ANOVA ve Scheffe testleri kullanıldı. Bu testlerin sonuçları Tablo 4 ve 5’ te verildi.

Tablo 4. Programlarda Yer Alan Sınıflardaki Öğrencilerin Başarılarına Ait ANOVA Testi Sonuçları

Sınıf	Varyans Kaynağı	Kareler Toplamı	Sd	Kareler Ortalaması	F	p
2	Gruplar Arası	12,667	2	6,334	4,509	,013
	Gruplar İçi	134,959	96	1,406		
	Toplam	147,636	98			
4	Gruplar Arası	57,965	2	28,983	17,653	0,000
	Gruplar İçi	174,035	106	1,642		
	Toplam	232,000	108			

Tablo 4’ göre öğrencilerin başarılarında, buldukları program ve sınıflara göre farklılıklar bulunmaktadır. Farklılığın hangi sınıflar arasında olduğunu belirlemek için yapılan Scheffe testi sonuçları Tablo 5’ te verilmiştir.

Tablo 5. Programlarda Yer Alan Sınıflardaki Öğrenci Başarılarına Ait Scheffe Testi Sonuçları

Sınıf	Program		Ortalamalar Farkı	Standart Hata	p
2	FEN Mat	OFMA Mat	-,961*	,335	,019
		İLK Mat	,034	,284	,993
	OFMA Mat	FEN mat	,961	,335	,019
		İLK Mat	,995*	,380	,036
	İLK Mat	FEN Mat	-,034	,284	,993
		OFMA Mat	-,995*	,380	,036
4	FEN Mat	OFMA Mat	-0,406	,365	0,541
		İLK Mat	-1,590*	,283	0,000
	OFMA Mat	FEN Mat	0,406	,365	0,541
		İLK Mat	-1,184*	,333	0,003
	İLK Mat	FEN Mat	1,590*	,283	0,000
		OFMA Mat	1,184*	,333	0,003

p<0.05, *.05 düzeyinde anlamlılığı göstermektedir.

Tablo 5’ e göre Eğitim Fakültesi İlköğretim Matematik Öğretmenliği Programı 4. sınıfa devam eden öğrencilerin hem Fen Fakültesi Matematik ve hem de Eğitim Fakültesi İlköğretim Matematik 2. sınıf ve Ortaöğretim Matematik 2. ve 4. sınıf öğrencilerine göre daha başarılı oldukları görüldü.

TARTIŞMA ve SONUÇ

Bu çalışmada, öğrencilerden belirli bir başlangıç noktasından zıt yönlere doğru, sabit fakat farklı hızlarla hareket eden iki cismin her dakika sonunda sağ/sol yöne doğru 90^0 lik açı yapacak şekilde dönerek iki tur attıkları bir durumu göz önüne almaları istendi. Cisimlerin hareketleri sonucunda ortaya çıkan geometrik şeklin sınırladığı yüzey alanlarının toplamından sezgi, keşfetme ve yaratma becerilerini kullanarak “iki terimin toplamının karesi ve küpü” özdeşliklerini elde etmedeki başarıları hem programlara hem de sınıflara göre karşılaştırıldı. Yapılan değerlendirme sonucunda Eğitim Fakültesinin hem Ortaöğretim hem de İlköğretim programlarında öğrenim gören öğrencilerin başarı düzeylerinin Fen Fakültesi Matematik programına devam eden öğrencilere göre daha yüksek olduğu görüldü (Tablo 2). Fen Fakültesinin Matematik öğrencileri ile Eğitim Fakültesinin İlk ve Ortaöğretim Matematik programlarına devam eden öğrencilerin Yükseköğretim Programlarına Yerleştirilme puanları arasında karşılaştırılma yapıldığında, Eğitim Fakültesinin Matematik programlarında öğrenim gören öğrencilerin daha yüksek puanlarla yerleştiği görülmektedir. Başarılarındaki bu farklılıkta öğrencilerin bu programları tercih etme önceliğinin rolünün olduğu iddia etmek güç olsa da yerleştirme puanlarındaki farklılıkların rolünün olduğu göz ardı edilmemelidir. Eğitim Fakültesi Matematik programında öğrenim gören öğrencilerin tercih ortalaması 10,04 iken, Fen Fakültesi Matematik programlarında öğrenim gören öğrencilerin tercih ortalaması 10,18 dir (ÖSYM, 2008).

Programlar ve sınıflar bazında yapılan karşılaştırmalar incelendiğinde buldukları programlar ve sınıflara göre de farklılıklar anlamlı görülmektedir (Tablo 4). Yapılan Scheffe Testi sonucunda Eğitim Fakültesi İlköğretim Matematik Programında öğrenim gören 4. sınıf öğrencilerinin daha başarılı olduğu görüldü (Tablo 5). Bu sonuçta, Eğitim Fakültesi İlköğretim Matematik 4. sınıf öğrencilerinin almış oldukları Özel Öğretim Yöntemleri dersinin programda yer alması ve bu dersin alan eğitimi uzmanları tarafından yürütülmesinin etkili olduğu söylenebilir. Bu bağlamda, Özel Öğretim Yöntemleri dersinin alan uzmanları tarafından yürütülmesinin disiplinler arası bilgi transferi becerisi kazanmada da öğrencilere büyük yararlar sağlar. Bu disiplinlerden ilk akla gelenleri matematik ve fiziktir. Çünkü fiziksel olaylar deneysel modellerin yanında ağırlıklı bir şekilde matematiksel modellerle de açıklanmaktadır. Daha öz bir ifade ile bir fizik problemine çözüm bulmak için geliştirilen bir matematiksel model bir yönüyle üzerinde çalışılan fizik problemine çözüm olur, diğer yönüyle ise yeni matematik tekniklerin ortaya çıkmasına zemin hazırlar.

Batdal (2005), içinde bulunduğumuz bilgi ve teknoloji çağında bilgiyi doğrudan alıp ezberleyerek tüketmek yerine, bilgiyi düşünerek ve sorgulayarak bilinçli bir biçimde kullanan ve yaşadığı hayatla bağdaştıran bireylerin yetiştirilebilmesinin öğrenci merkezli bir öğretim yaklaşımıyla olabileceğini araştırmasında belirtmektedir.

Öğrenciler, alışlagelmiş öğretme yöntemlerinin dışında, benzetim yoluyla öğretim tekniğini kullanarak özdeşlikler ile ilgili hem sözel problem cümleleri kurma hem de geometrik yorum yapabilme becerilerini geliştirirler. Öğrenciler bu yolla sözel problemlerin çözümünü geometrik olarak yorumlarken hayal güçlerini kullanmayı da öğrenirler. Hayal gücü sezgi ve tahmin yürütme ile olur, sezgi ve tahmin yürütme de öğrencilerin keşfetme ve oluşturma becerilerini sergilemelerini sağlar. Öğrencilerin iki boyutlu (düzlemsel) geometrik şekillerden üç boyutlu (hacimsel) geometrik şekilleri çizebilmeleri ancak hayal güçlerini ve uzamsal zekâlarını kullanmaları ile mümkün olabilir. Bu durumda öğrenciler sözel problem cümlelerinden yola çıkarak özdeşliklerin açılımlarını elde edebilirler. Sonuç olarak, benzetim yoluyla öğretim tekniği kullanılarak Tatar ve Dikici (2008)' nin çalışmalarında yer alan cebir konuları ile ilgili öğrenme güçlüklerinin ortadan kaldırılabileceğini söyleyebiliriz.

Bu sonuçlara dayalı hem bu alanda yapılacak olan uygulamalara hem de ileride yapılacak araştırmalara yönelik aşağıdaki öneriler yapıldı:

Benzetim yoluyla öğrenme tekniğinin uygulama aşamaları ve değerlendirmenin nasıl yapılacağı öğrencilere uygulama öncesinde ayrıntıları ile anlatılmış ancak öğrenciler, tekniği ilk uygulama sonunda anlayabilmişlerdir. Bu nedenle hazırlık çalışmalarında ayrıca öğrencilere benzetim yoluyla öğretim tekniği ile ilgili yeterince uygulama olanağı sağlanmalı, tekniğinin tanıtılmasına geniş zaman ayrılmalıdır. Bu amaçla uygulamadan önce benzetim yoluyla öğretim tekniğinin tanınması açısından pilot uygulama yapılabilir. Deneysel süreç açısından, bu çalışma sırasında ele alınacak konular öğrencilerin daha önce öğrendikleri konulardan seçilip aynı konular kontrol grubunda da tekrarlanabilir.

Benzetim yoluyla öğrenme tekniğinin uygulanması sırasında kullanılan çalışma yapraklarında yer alan etkinliklerin öğrenci düzeyine uygun, ilgi çekici ve öğrencinin bilgiyi kendi başına yapılandırmasını sağlayacak nitelikte olmasına dikkat edilmelidir.

Benzetim yoluyla öğrenme tekniği ile öğrenme etkinliklerinde farklı çözüm yollarının tartışılıp doğru çözümün bulunması için grup tartışmalarından sonra öğretmen rehberliğinde sınıf tartışmaları yapılmaktadır, bu aşamada öğrencilerin birbirlerini dinleme becerilerini kazanmış olmaları çalışmanın amacına uygun bir şekilde ilerlemesi için önemlidir.

KAYNAKÇA

- Akar, F. (2006). “*Buluş Yoluyla Öğrenmenin İlköğretim İkinci Kademe Matematik Dersinde Öğrencilerin Akademik Başarılarına Etkisi*”. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi. Çukurova Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü, Adana.
- Akın, M.F. (2008). “Özdeşlik Konusunun Öğretiminde Yapılandırmacı Öğrenme Yaklaşımının Öğrenme Ürünlerine Etkileri”. 7. Matematik Sempozyumu İzmir: *Matematikçiler Derneği Dergisi*.
- Altun, M. (2006). “Matematik Öğretiminde Gelişmeler”, *Eğitim Fakültesi Dergisi* 19, 2, 3, Uludağ Üniversitesi, Bursa.
- Altun, M. (2008). *Matematik Öğretimi*, Bursa: Alfa Basım Yayım Dağıtım.
- Baykul, Y. (2005). *İlköğretimde Matematik Öğretimi* Ankara: Pegema Yayıncılık.
- Batdal, G.. (2005). “Öğrenci Odaklı Bir Yaklaşımla İlköğretim Matematik Programlarının Değerlendirilmesi”, *14. Ulusal Eğitim Bilimleri Kongresi Kongre Kitabı, Cilt 2*, Sayfa 343-346, Pamukkale Üniversitesi, Denizli.
- Bulut, S., Çömlekoğlu G., Özkaya-Seçil, S., Yıldırım, H., ve Yıldız, B. T. (2002). “Matematik Öğretiminde Somut Materyallerin Kullanılması”, *V. Ulusal Fen Bilimleri ve Matematik Eğitimi Kongresi*, Ankara.
- Dikkartın, F. T. ve Uyangör, S. M. (2007). “İlköğretim 6.,7. ve 8. Sınıf Öğrencilerinin Cebirsel Düşünme Düzeyleri Üzerine Bir Çalışma”, *I. İlköğretim Kongresi*, Hacettepe Üniversitesi, Ankara.
- Hacısalıhoğlu, H.H., Mirasyedioğlu, Ş. ve Akpınar, A. (2004). *İlköğretim 6-7-8. Sınıf Matematik Öğretimi*, (Birinci Baskı), Ankara: Asil Yayın Dağıtım.
- Kara, Y. ve Özgün-Koca, S.A. (2004) “Buluş Yoluyla Öğrenme ve Anlamli Öğrenme Yaklaşımlarının Matematik Dersinde Uygulanması: “İki Terimin Toplamının Karesi” Üzerine İki Ders Planı”, *İlköğretim Online* 3(1) sf. 2-10 (Çevrimiçi) <http://ilkogretim-online.org.tr> , 31 Mayıs 2005.
- Olkun, S. ve Uçar-Toluk, Z. (2007). *İlköğretimde Etkinlik Temelli Matematik Öğretimi* Ankara: Maya Akademi s.44-51.
- OSYM (2008). İnternet Adresi: <http://www.osym.gov.tr/BelgeGoster.aspx>, Erişim Tarihi: 18.01.2009
- Özsoy, N. (2003). “İlköğretim Matematik Derslerinde Yaratıcı Drama Yönteminin Kullanılması”, *Fen Bilimleri Enstitüsü Dergisi*. 5(2), 112-119, Balıkesir Üniversitesi.
- Perkins, D. (1999). The Many Faces of Constructivism. *Educational Leadership*, November, 6-11.
- Pesen, C. (2006). *Matematik Öğretimi*, Ankara: Nobel Yayın Dağıtım.
- Pöğün, T. ve Önal, F. (1971). *Ortaokullar için Matematik Sınıf: 3*. İstanbul: Ders Kitapları Anonim Şirketi s. (104-110).
- Saban, A. (2000). *Öğrenme Öğretme Süreci* (Gözden geçirilmiş 4.baskı) Ankara: Nobel Yayınları s. 212.
- Senemoğlu, N., (2004). *Kuramdan Uygulamaya Gelişim Öğrenme ve Öğretim*, (Sekizinci Baskı) Ankara: Gazi Kitapevi.
- Şişman, M., (2007). “*İlköğretim 8. Sınıf Matematik Dersi Çarpanlara Ayırma ve Özdeşlikler Konusunun Yapılandırmacı Öğrenme Yaklaşımına Uygun Olarak Öğretimin Başarısına Etkisi*” Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi. Gazi Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Ankara.
- Tatar, E. ve Dikici, R. (2008). “Matematik Eğitiminde Öğrenme Güçlükleri”, *Mustafa Kemal Üniversitesi, Sosyal Bilimler Enstitüsü Dergisi*, 5(9), 183.
- Yeşildere, S. ve Tümüklü, E. (2007). “Öğrencilerin Matematiksel Düşünme ve Akıl Yürütme Süreçlerinin İncelenmesi” *Ankara Üniversitesi Eğitim Bilimleri Fakültesi Dergisi*, 40(1), 181-213.
- Yurdakul, B., (2004). “*Yapılandırmacı Öğrenme Yaklaşımının Öğrenenlerin Problem Çözme Becerilerine Bilişötesi Farkındalık ve Dersle Yönelik Tutum Düzeylerine Etkisi İle Öğrenme Sürecine Katkıları*” Yayınlanmış Doktora Tezi: Hacettepe Üniversitesi, Ankara.
- Yurdakul, B., (2005). *Eğitimde Yeni Yönelimler*, Demirel. Ö. Editör, Ankara: Pegema Yayıncılık.

Ek.1:
Kişisel Bilgiler
Fakülte

a) Fen

b) Ziya Gökalp Eğitim

Bölümü

a) Matematik

b) Orta Alanlar Fen ve Matematik Eğitimi

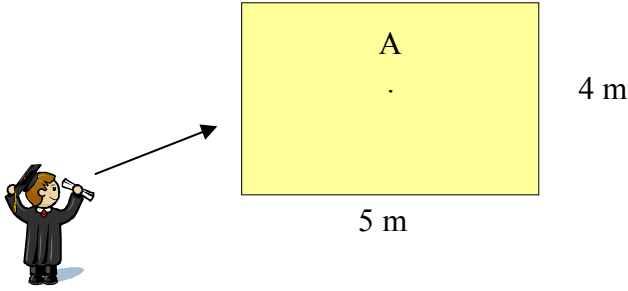
c) İlköğretim

Sınıf

a) 2

b) 4

Etkinlik 1: Özdeşlikler



Şekil 1: Sınıfın Bir Duvarının Görünüşü

Yukarıdaki şekilde görülen $4 \times 5 \text{ m}^2$ lik sınıfın bir duvarının ortasındaki, A noktasından başlamak üzere **zıt yönlere doğru iki tur yürüyen** iki karıncadan biri dakikada 120 cm, diğeri ise 50 cm yol alıyor. Bu karıncalar, her bir dakika sonunda sol yöne doğru 90° lik açı ile dönerek A noktasına geldiklerinde bir tur yapmış oluyorlar. Her iki karınca geldikleri istikamet doğrultusunda tekrar yollarına devam ederken **ikinci turun 1. ve 3. dakikaları boyunca karşılıklı olarak hızlarını değiştirerek** A noktasına geldiklerinde ikinci turu tamamlamış oluyorlar.

Yukarıda verilen bilgilerden yararlanarak aşağıdaki açık uçlu soruların yanıtlarını sayfayı çevirerek kağıdın arka yüzüne yazınız.

- i) Birinci tur sonunda ortaya çıkan geometrik şeklin alanlarını hesaplayınız.
- ii) Geometrik şeklin alanlarını göz önünde bulundurduğunuzda Pisagor Bağıntısını elde edebilir misiniz? Açıklayınız.
- iii) İki tur sonunda her iki karıncanın yapmış oldukları hareketlerden ortaya çıkan geometrik şekli çiziniz.
- iv) İki tur sonunda elde edilen geometrik şekillerin her birinin alanlarını **hem sayısal ve hem de a ve b cinsinden** hesaplayınız.
- v) Karıncaların iki tur sonunda oluşturdukları geometrik şekillerin toplam alanını **hem sayısal ve hem de a ve b cinsinden** hesaplayınız.
- vi) ii' de elde ettiğiniz geometrik şekillerin alanlarının toplamının iii'de elde ettiğiniz alanla ilişkisini **hem sayısal ve hem de a ve b cinsinden** gösteriniz.
- vii) Dışarıdan bakan bir gözlemci, iki tur sonunda karıncaların her birinin bir küpün bir yüzeyinin ayrıtları boyunca yol aldığı gözler. O halde bu küpün şeklini çizerek, hacmini hesaplayınız ve ayrıca hangi özdeşliğin elde edilebileceğini yazınız.