Elementary Education Online, 7(3), tp:6-10, 2008.
İlköğretim Online, 7(3), öu:6-10, 2008. [Online]: http://ilkogretim-online.org.tr

ÖĞRETİM UYGULAMASI

8.Sınıf Denklemler Konusunun Matematik Tarihi Kullanılarak Öğretimi

Suphi Önder BÜTÜNER
KTÜ, Fatih Eğitim Fakültesi İlköğretim Matematik Öğretmenliği Doktora Öğrencisi, Trabzon Düzköy Çayırbağı İlköğretim Okulu Matematik Öğretmeni, ***e-mail***: onderbutuner@mynet.com

ÖZ. Bu öğretim uygulamasının yapılma amacı, öğrencilere cebirsel problemlerin Eski Mısır, Babil, Eski Çin ve Harizmi metodlarıyla nasıl çözüldüğünü, bugünün çözümleriyle karşılaştırarak ve ilişkilendirerek düşündürmektir. Ayrıca eski cebirsel notasyonlarla, günümüzde kullanılan cebirsel notasyonların karşılaştırılması da yapılmıştır.

Giriş

8. sınıflarda 3 ders saati süresince denklemler konusunun matematik tarihi kullanılarak öğretimi, aşağıdaki kazanımlar dikkate alınarak tasarlanmıştır.

Kazanım 1: Cebirin gelişimsel sürecinin ve notasyonlarının farkına varma

Kazanım 2: Eski Yunan ve günümüz şekliyle denklemleri yazma, farklılıkları belirleme.

Kazanım 3: Mısır, Babil, Çin ve Harizmi yöntemleriyle denklem çözümünün farkına varma, çözüm stratejileri üzerine düşünme, günümüz çözüm şekilleriyle karşılaştırma, ilişkilendirme.

İşleniş:

Matematikteki gelişmeleri üç döneme ayırabiliriz. Bu dönemler aşağıdaki şekilde adlandırılırlar.

- ***Sözel Dönem***: Her şeyin tamamiyle yazıldığı, Diophantustan önceki dönem.
- ***Kısaltmaların kullanıldığı Dönem***: Bazı kısaltmaların tanıtıldığı zaman (M.S yaklaşık olarak 250–1600).
- ***Sembollerin kullanıldığı Dönem***: Çalışma, standardize edilmiş kurallar kümesi tarafından manipüle edilebilen semboller içinde tamamiyle ifade edilebilir.

Cebir alanında çalışmış önde gelen bilim adamları Harizmi, Diophantus ve Bragmagupta'dır. Diophantustan önceki dönemde, problemler ve çözümleri kâğıt üzerinde düz yazı şeklinde yapılmaktaydı. Bu çözüm metodunu anlamak çok zordu ve kullanışsız bir yoldu. $2x^3 - 3x^2 + 4x - 5$ ifadesi Diophantus'tan önceki dönemde şu şekilde ifade edilmekteydi. İlk sayı, ikinci sayının küpünün 2 katı ve ikinci sayının dört katından, ikinci sayının karesinin üç katı ve beşten çıkarılarak oluşturulur. Bu tip ifadeleri kavramak ve kullanmak oldukça zor olmalıydı. Yunanlı matematikçi Diophantus bilinmeyen için kısaltma kullanarak cebirsel sembolü tanıtmıştır. Hint matematikçilerden Bragmagupta'da zamanında kısaltmalara başvurmuştur. Diophantus'tan sonraki süreçte, hem Hint hem de Arap matematikçileri, karmaşık problemlerdeki araştırmaları içinde onlara yardım etmesi için cebirsel kısaltmayı kullanmışlardır. Derste öğretmen tarafından bu açıklama yapıldıktan sonra Tepegöz üzerinde *Diophantus, Brahmagupta, Cardano, Bombelli, Viete, Harriot, Descartes, Wallis gösterimleri, modern gösterimleriyle birlikte öğrencilere gösterilir. Bu gösterimlerle ilgili öğrenci görüşleri alınır ve tartışılır.*

Tablo 1. *Diophantus Kısaltması*

Sembol	ς	Δ^{γ}	K^{γ}	^	$\overset{o}{M}$	$K^{\gamma}\alpha\Delta^{\gamma}\delta\varsigma\beta$	$\Delta^{\gamma}\varepsilon \wedge \varsigma\gamma M\iota$
Modern Gösterim	x	x^2	x^3	-	Sabit Terim	x^3+4x^2+2x	$5x^2-(3x+10)$

Tablo 2. *Brahmagupta'nın Kısaltması*

Sembol	bha	$\bar{y}a$	$\bar{k}a$	ka	$\bar{r}u$	$\bar{y}a\ \bar{k}a$ 6 bha	ka 5 $\bar{r}u$ 2
Modern Gösterim	Çarpım	x	y	$\sqrt{\ }$	Tamsayı	6xy	$\sqrt{5}-2$

Tablo 3. *Eski Sembolik ifadelere bazı Örnekler*

Yazar (yıl)	Eski notasyon	Modern
Cardano (1545)	Cubus p 6 rebus aequelis 20	$x^3+6x=20$
Bombeli (1572)	$\overset{\overset{6}{\cup}}{\mathrm{I}}$.p.$\overset{\overset{8}{\cup}}{8}$.Eguale à 20	$x^6+8x^3=20$
Viéte (1591)	I QC -15 QQ +85C-225Q+275 N aequatur 120	$x^6-15x^4+85x^3-225x^2+274x=120$
Harriot (1631)	aaa-3bba= = = +2.cccc	$x^3-3b^2x=2c^3$
Descartes (1637)	x^3-6xx+13x-10 $\propto$ 0	$x^3-6x^2+13x-10=0$
Wallis (1693)	x^4+bx^3+cxx+dx+e=0	$x^4+bx^3+cx^2+dx+e=0$

Tablo 4. *Yunan Sayı Sistemi*

1	α	alpha	10	ι	iota	100	ρ	rho
2	β	beta	20	κ	kappa	200	σ	sigma
3	γ	gamma	30	λ	lambda	300	τ	tau
4	δ	delta	40	μ	mu	400	υ	upsilon
5	ε	epsilon	50	ν	nu	500	ϕ	phi
6	ς	digamma	60	ξ	xi	600	χ	chi
7	ζ	zeta	70	o	omicron	700	ψ	psi
8	η	eta	80	π	pi	800	ω	omega
9	θ	theta	90	ϙ	koppa	900	ϡ	sampi

$x^3-5x^2+8x-23$ modern şeklindeki yazımı, Diophantus döneminde $K^{\gamma}o\alpha\varsigma\eta \wedge \Delta^{\gamma}\varepsilon M\kappa\gamma$ şeklinde yazılmaktaydı. Yukarıdaki sayı sistemini ve Diophantus kısaltmalarını dikkate alarak gerekli eşleştirmeleri yapınız. O dönemlerde bilinmeyen yerine ve sayılar yerine kısaltmaların kullanılması ile ilgili ne düşünüyorsunuz sorusu öğrencilere sorulur. Aşağıda sırasıyla Mısır metoduyla, Harizmi yoluyla, Babil yoluyla ve Eski Çin yoluyla cebirsel eşitliklerin nasıl çözüldüğüne dair örnekler verilmiştir.

1. Eski Mısırda Cebirsel Eşitliklerin Çözümü

Örnek 1: Bir sayı ve bu sayının dörtte biri 15'dir. O halde bu sayı kaçtır?(Rhind Papirüsü, Problem 26)

$x + \frac{x}{4} = 15$

Çözüm:
X'in 4 olduğunu tahmin edelim. Çünkü 4'ün bir bölü 4'ünü almak kolay olacaktır.
4+1= 5 olacaktır. Sonucun yanlış olduğu görülür.
Fakat 5.3=15 olduğundan X=12 alınır. 12+3=15 bulunur. Sonuç doğrudur.

2. Harizmi yazmış olduğu Al-jabr ve Al-muqabala'da Lineer Denklemlerin Çözümü

Örnek 2: 7x + 4 = 11x -16 denklemini al-jabr ve al-muqabala'daki yöntemi kullanarak çözelim.

Çözüm:
7x + 20 = 11x, buradan 7x-7x +20 = 11x-7x ve 20=4x ise x=5 bulunur.

3. Babillilerde Cebirsel Eşitliklerin Çözümü

Örnek 3: Uzunluğu L, eni W olan bir dikdörtgen için aşağıdaki eşitlikler veriliyor. Bu dikdörtgenin enini ve boyunu bulunuz.

$L + \frac{W}{4} = 7$, L+W=10

Çözüm: 7.4=28 28-10=18 $18.\frac{1}{3} = 6$ 10-6=4

Örnek 4: İki sayının toplamı $6\frac{1}{2}$ ve çarpımları $7\frac{1}{2}$. Bu sayılar kaçtır?

Çözüm:

- Altı tam bir bölü ikinin yarısını bul. Sonuç: $3\frac{1}{4}$
- $3\frac{1}{4}$'ün karesi. Sonuç: $10\frac{9}{16}$
- $10\frac{9}{16}$'dan $7\frac{1}{2}$ 'yi çıkar. Sonuç: $3\frac{1}{16}$
- $3\frac{1}{16}$'nın karekökünü bul. Sonuç: $1\frac{3}{4}$
- $1\frac{3}{4}$'e $3\frac{1}{4}$'ü ekle. Sonuç: 5
- $3\frac{1}{4}$ 'ten $1\frac{3}{4}$ 'ü çıkar. Sonuç: $1\frac{1}{2}$

Aranan sayılar 5 ve $1\frac{1}{2}$'dir.

4. Eski Çin'de Cebirsel Eşitliklerin Çözümü

11x=4 cebirsel ifadesinin çözüm kümesini Çin metoduyla bulalım.

11x - 4=0

Tablo 5. *11x = 4 cebirsel ifadesinin Eski Çin'de Çözümü*

a= 1 b=2 alalım	x için iki değer tahmin et.
11.1- 4=7, 11.2-4= 18	x yerine bu değerleri koy ve sonuçları bul.
1.18- 2.7 = 4	Her bir tahmini, diğer tahminin sonucu ile çarp, sonuçları çıkart.
18- 7=11	Birinci adımdaki sonuçları çıkart.
$\frac{4}{11}$	İkinci adımdaki sayıyı, üçüncü adımdaki sayıya böl.
$x = \frac{4}{11}$	x'in değeri bulunmuş olacaktır

Bugün yaptığımız denklem çözümleriyle, Babil, Eski Çin, Mısır ve Harizmi yöntemleri arasında benzerlik veya farklılıkları belirtiniz? Hangi çözüm yolu sizin için uygundur? Neden?

Ölçme ve Değerlendirme

1) Doğru eşleştirmeleri yapınız.

___	1.	$K^{\gamma}\text{οαςψιη}M\tau\xi\varepsilon$	A.	$3x^4+x^3+4x^2+2x+5$
___	2.	$\Delta^{\gamma}\mu\gamma\varsigma\delta M\kappa\alpha$	B.	$89x^5+500x^4-2x^2-30$
___	3.	$\Delta K^{\gamma}\pi\theta\Delta^{\gamma}\Delta\phi\wedge\Delta^{\gamma}\beta M\lambda$	C.	$10x^2-783x-842$
___	4.	$\Delta^{\gamma}\Delta\gamma K^{\gamma}\alpha\Delta^{\gamma}\delta\varsigma\beta M\varepsilon$	D.	$71x^3+718x+365$
___	5.	$\Delta^{\gamma}\iota\wedge\varsigma\psi\pi\gamma M\omega\mu\beta$	E.	$43x^2+4x+21$

2) x- ½ = 0 , 2x – 14 =0 , 1/3x – 12 = 0 (x+8) / 4 – 3 =0 , 5x/4 – 50 = 0, 1/3x- 17 =0 eşitliklerini **Çin yöntemiyle** çözünüz.

- 3, 4, 5 ve 6. soruları **Mısır çözüm yöntemiyle** çözünüz.

3) Bir sayı ve bu sayının yedide biri 19'dur. Buna göre bu sayı kaçtır? (**Rhind Papirüsü Problem 24**)

4) Bir sayı ve bu sayının ikide biri 16'dır. Buna göre bu sayı kaçtır? (**Rhind Papirüsü Problem 25**)

5) Bir sayı, bu sayının yarısı ve dörtte birine eklendiğinde sonuç 10 oluyor, Bu sayı kaçtır? (**Rhind Papirüsü Problem 34**)

6) Bir sayı, bu sayının üçte ikisine, yarısına ve yedide birine eklendiğinde sonuç 37 oluyor, Bu sayı kaçtır? (**Rhind Papirüsü Problem 33**).

7) İki karenin alanları toplamından oluşan A alanı 1000 birim karedir. Karelerden birinin kenarı, diğerinin kenarı, diğerinin kenarının 2/3'ünden 10 birim kısa olduğuna göre karelerin kenarlarının uzunluğu nedir? **(Babil'den bir Problem)** Bu soruyu Babil yöntemini kullanarak çözünüz.

Kaynaklar

Oliver, J. (2007). How Our Methods of Writing Algebra have Evolved: A Thread Through History, *Australian Senior Mathematics Journal*, 21(2), s.12–17.

Marshall, L.G. (2000), Using History of Mathematics to Improve Secondary Students Attitudes Toward Mathematics, Unpublished Doctoral Thesis, Illinois State University, USA.

Stallings, L.(2000), A Brief History of Algebraic Notation, *School Science and Mathematics*, May, 100(5)

Whibley, R., Scott, P. (2003) Babylonian Mathematics, *AMT*, 59(1), p.2-6.