CİLT : 13 SAYI : 2 HAZİRAN 1979

Masif Gövdeli Köprü Protezlerinde Gövde Kalınlıklarının Fotoelastik Yöntemle İncelenmesi (*)

Doç. Dr. Yalçın AKÖZ (**) — Doç. Dr. Erdal POYRAZOĞLU (***)
As. Çetin SEVÜK (****)

GİRİŞ :

Kaybolan diş veya dişlerin yerine uygulanacak köprü protezleri estetik, hijyenik, fonetik ve bio-fizyo-mekanik faktörleri restore edecek nitelikte olmalıdır. Diş kayıplarının sıklıkla görüldüğü ve çiğneme basınçlarının yoğun olduğu posterior bölgede en önemli sorun protezin sağlamlığıdır. Bu faktör, köprü protezinin yapım materyalinin özelliği, konstrüksiyonu ve çiğneme fonksiyonu esnasında ortaya çıkan yükleri çene kemiğine ileten sistemin yapısal uygunluğuna bağlıdır. Çiğneme fonksiyonu esnasında ortaya çıkan kuvvetler taşıyıcı sistem elemanlarına, yani; çapalar-gövde ve dayanaklara, uygun olarak dağıtılır. Her taşıyıcı eleman, üzerlerine gelecek yükleri

---

(*) İstanbul III. Uluslararası Dişhekimliği Haftasında tebliğ edilmiştir, 1976.

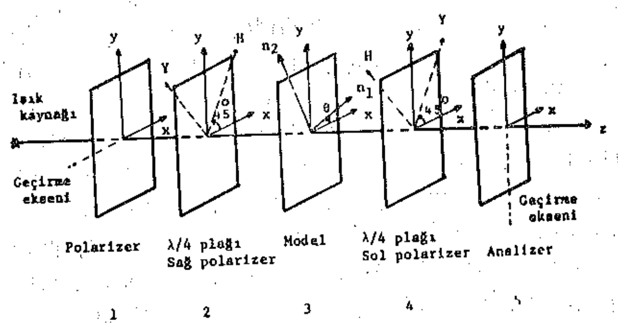
(**) İ. T. Ü. İnşaat Fak. Teknik Mekanik Kürsüsü Doçenti
(***) İ. Ü. Dişhek. Fak. Kuron-Köprü Protezi Kürsüsü Doçenti.
(****) İ. Ü. Dişhek. Fak. Kuron-Köprü Protezi Kürsüsü Asistanı.

kaldırabilecek boyutta planlanmışsa yapısal uygunluk ve sağlımlık şartı yerine getirilmiş sayılır.

Bu araştırmada, çiğneme yükünün taşıyıcı sistem içinde ortaya çıkardığı gerilme dağılışı «Fotoelastisite» yöntemi ile araştırılıp elde edilen sonuçların ışığı altında köprü protezlerinin boyutlandırılması amaç edinilmiştir.

FOTOELASTİSİTE VE ÇUBUK MUKAVEMETİ :

Saydam cisimler yük altında çift kırılma özelliği gösterirler. Böyle bir cisim polariskopta gözlenirse, bir çok renkli çizgi görülür (Şekil 1). Bunlara **girişim çizgileri** denir. Girişim çizgileri, levha, içindeki gerilmelerin hesaplanmasında yardımcı olur. Şekil 1'de gösterilen polariskop «Karanlık alanlı polariskop» adını alır.

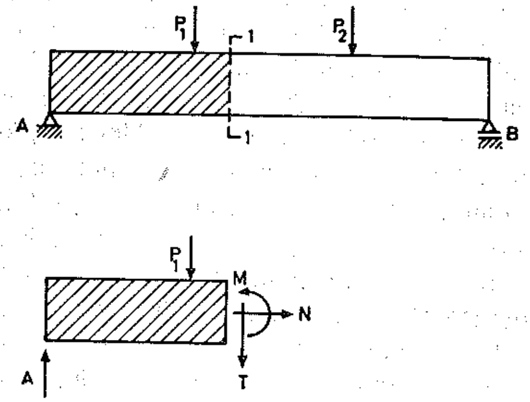


Şekil 1. : Polariskopun yapısı ve elemanları.

Böyle bir polariskopta girişim çizgileri sıfırdan başlamak üzere 1, 2, 3 ...... gibi değerler alırlar. Sıfır numaralı girişim çizgisi her zaman siyah renkte olduğu için tanımak kolaydır. Diğer çizgilere numara vermek biraz tecrübe ve dikkat gerektirir. Polariskopta incelenen levhaya bakıldığında, dikkat edilirse renkler sarı, kırmızı ve mavi olarak tekrarlanır. Kırmızı ile mavinin kesim noktası, girişim çizgisi merkezi olarak alınır. Girişim çizgileri numaraları, atlama yapmadan, sürekli olarak değişirler. Bir çizgiden diğerine geçerken sarı, kırmızı, mavi şeklindeki renk değişimi numaranın artımını, aksi sıra ise numarada azalmayı işaret eder. Bu kurala göre numarası belirli bir çizgiden başlanarak; örneğin, sıfır nolu siyah çizgiden bütün girişim çizgileri numaralanır. Numaralarına göre, girişim çizgilerinin renklerinde, tecrübeli gözlerin farkedeceği, bazı ton değişimleri vardır. Bunlardan en karakteristiği; bir numaralı çizgideki mavi rengin yerini, diğer girişim çizgilerindeki değişik tonlardaki yeşil renkler alır. Çizgiler numaralandıktan sonra gerilmeler bağlantısına göre hesap-

$$t_1 - t_2 = \frac{cn}{b} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1)$$

lanırlar [1]. Burada t_1, t_2 incelenen noktadaki asal gerilmeyi, n girişim çizgisinin numarasını, b levhanın kalınlığını, c ise kullanılan malzemenin optik özelliğini gösterir. Şekil 1'de gösterilen analizör, düzlemine dik eksen etrafında 90° döndürülerek geçirme ekseni polarizöre paralel hale getirilirse «Aydınlık alanlı polariskop» elde edilir. Aydınlık alanlı polariskopta, siyah renkli sıfır çizgisi görülemez. Girişim çizgileri 0,5'den başlamak üzere 1,5 - 2,5 - 3,5 gibi numaralar alır. Köprü protezinin belirli bir ölçekle büyütülerek plastikten yapılan modeli polariskopta incelendiğinde, mukavemet bilim dalında «çubuk» diye isimlendirilen taşıyıcı eleman gibi davrandığı görülebilir. Köprü modeli üzerinde deneye geçmeden önce yukarıdaki bilgilerin, çubuk mukavemetine uygulanışını kısaca özetlemek yararlı olacaktır. Düzlemsel bir çubuğa yine düzlemsel dış yükler etkirse, çubukta üç türlü **iç kuvvet** doğar. Bunlar M momenti, N normal kuvveti ve T kesme kuvvetidir. Bu iç kuvvetler; P_1, P_2 dış yükleri ile A ve B reaksiyon kuvvetleri altında dengede duran bir çubuğun, ı-ı boyunca kesildiği düşünülerek ayrılan parçanın dengesini sağlayabilmek üzere, ı-ı kesitine eklenip üç denge denklemi kullanılarak hesaplanabilir [2], (Şekil 2).



Şekil 2 : Basit kirişte kesit tesirleri.

Çubuk mukavmetinde $t_2 = 0$ olarak kabul edildiği için denklem (1) basitleşir.

$$t_1 = c \frac{n}{b} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (2)$$

olarak yazılabilir. Çubuğun bir kesitine sadece M momenti gelirse, çubuk kalınlığı boyunca gerilme dağılımı doğrusaldır (Şekil 3). Değeri

$$t_1 = \frac{M}{I} y \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (3)$$

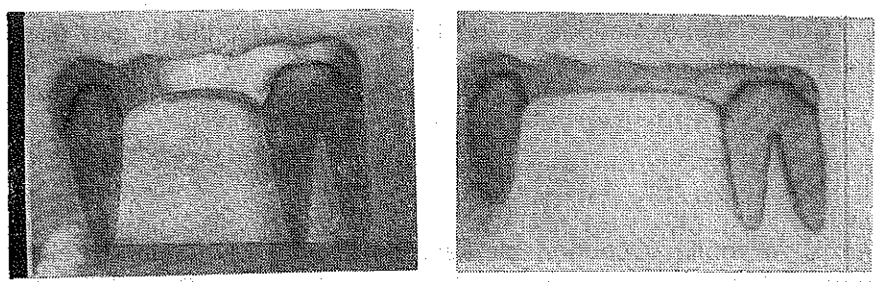
olarak bulunabilir. Burada, y gerilme hesaplanacak noktanın koordinatı, I ise çubuk kesitinin atalet momentidir. Atalet momenti, çubuk kesit alanı ile yüksekliğin karesi ve kesit geometrisine bağlı bir katsayı değerinin çarpımı ile bulunan değerdir. Bu sabit, dikdörtgen kesit için (1/12), daire kesit için (π/4), üçgen kesit için ise (1/36), değerini alır. Denklem (3), denklem (2) de yerine konursa

$$n = \frac{bM}{cI} y \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (4)$$

bulunur. Bu da bize moment etkisinin çubuk ağırlık merkezinde, sıfır numaralı girişim çizgisi olmak üzere, kenarlara doğru artan numarada girişim çizgileri oluşturduğunu gösterir. Sadece momentin etkilediği bir çubuk parçasında, birbirine paralel girişim çizgileri görülür. Normal kuvvet etkimesi halinde gerilme, çubuk yüksekliği boyunca uniform dağıldığı için, polariskopta normal kuvvet etkisindeki çubuğa bakıldığında bütün çubuğun aynı renkte gözükeceği açıktır. Kesme kuvveti çubuğa tek başına etkimez. Her zaman eğilme momenti ile birlikte bulunur. Eğilme momenti ile kesme kuvvetinin etkidiği çubuğa bakıldığında, yine moment etkimesi halinde olduğu gibi, birbirine paralele yakın çizgiler görülür. Burada pürmoment durumundan en büyük fark, çubuk orta noktasında sıfır numaralı siyah renkteki girişim çizgisi gözükmez.

DENEYLER

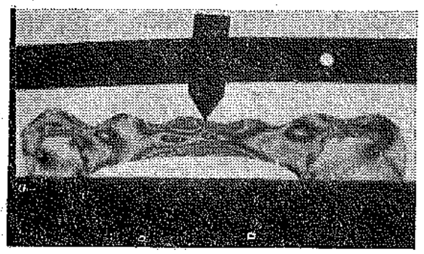
PLM—5 plastiğinden 35-37 ve 34-37 no'lu dişler arasına iki adet masif gövdeli köprü modeli hazırlanmıştır (Şekil 3-4).



Şekil 3-4 : Üç ve dört üyeli deney modeli.

Her iki modelde önce serbest, sonra dayanaklara yapıştırılarak gövde orta noktasından P = 8,2 kg.la yüklenmiştir. Kullanılan malzemenin c optik katsayısını bulmak için, biri moment diğeri çekme çubuğu olmak üzere iki ayrı kalibrasyon deneyi yapılmış ve c = 11 kg/cm bulunmuştur.

Sınırları açıkça görebilmek için model aydınlık alanlı polariskopta incelenmiştir.



Şekil 5 : Çapaları simante edilmemiş, dört üyeli modelin, aydınlık alanlı polariskoptaki görüntüsü.

Daha önce çubuk için verilen bilgilerden köprünün kesmeli eğilme etkisinde olduğunu görebiliriz (Şekil 5). Fakat kesme kuvvetinin ortaya çıkardığı en büyük gerilmeler çubuk ortasında, moment gerilmeleri ise çubuğun kenarlarındaki girişim çizgilerinden okunabili. Bu kurala göre kesme kuvvetinin gerilmelere etkisini, momentin yarattığı gerilmelere göre, ihmal edilebileceği resimden görülmektedir. Tekil yükün etkidiği kesitteki M eğilme momenti, denklem (4) ten hesaplanabilir. Bunun için en dıştaki girişim çizgisi değer alınırsa $y = \dfrac{h}{2}$ olmak gerekir. Çubuk kesitinin dikdörtgen olduğu düşünülürse, I atalet momenti hesabındaki katsayının 1/12 olduğu hatırlanarak

$$M = \frac{ch^2}{6} n \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (5)$$

bağlantısı bulunabilir. Modelde h = 1,5 cm olarak ölçülmüştür. Değerler yerine konursa

$$Ma = \frac{11 \times (1{,}5)^2}{6} (5{,}5) = 22{,}68 \text{ kgcm} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (6)$$

bulunur. Aynı işlem büyük ve küçük azı çaplar için yapılmak istenirse, buralardaki çubuk yüksekliği için h = 0,8 cm, girişim çizgisi numarası için ise 3,5 olmak gerekir. Bu takdirde kenar momenti

$$Mk = \frac{11 \times (0{,}8)^2}{6} (3{,}5) = 4.1 \text{ kgcm} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (7)$$

bulunur. Görüldüğü gibi kenar momenti açıklık momentinin % 20'si civarında olmasına rağmen, bu küçük momentin kenarda oluşturduğu gerilme, açıklıktaki gerilmenin % 60'ı civarındadır. Eğer buralardaki kalınlık 0,6 cm civarında olsa, orta noktadan daha kritik bir nokta olacaktı. Sistemin basit kiriş esasına göre çalıştığı kabul edilerek ve oturma noktaları arasındaki açıklık l = 12,4 cm alınırsa, denge esasından kenardaki moment sıfır ve açıklıktaki momentse

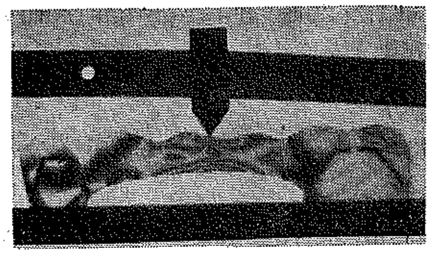
$$M = \frac{Pl}{4} = \frac{8{,}2 \times 12{,}4}{4} = 25{,}42 \text{ kg. cm} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (8)$$

bulunur ki, bu yukarıda bulunan açıklık momentinden büyük, yaklaşık olarak kenar ve açıklık momentleri toplamına eşittir.

DENEY : 2

Yukarıdaki deney bu kez; köprü, dayanak dişlere simante edilerek, aynı yükle yüklenip tekrar edilmiştir. Şekil 6'da görüleceği gibi kenarlardaki gerilme hemen hemen kaybolmuştur. Bu olay kenara gelen momentin dayanaklarla birlikte ortaklaşa taşınmasından ileri gelmektedir. Açıklıktaki gerilme, daha önceki gerilmenin % 60'ı civarındadır. Moment değeri ise denklem (5)'ten bulunabilir,

$$M = \frac{11 \times (1,5)^2}{6} (4) = 16,5 \text{ kg. cm} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (9)$$



Şekil 6 : Çapaları simante edilmiş, dört üyeli modelin, aydınlık alanlı polariskoptaki görüntüsü.

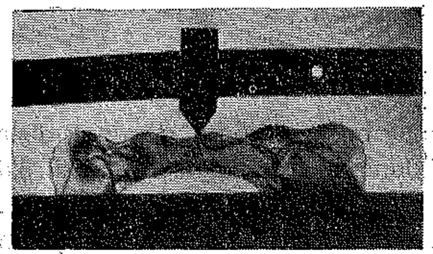
Sistemin ankastre kiriş olarak çalıştığı kabul edilirse, statik esastan bulunacak moment

$$M = \frac{Pl}{8} = \frac{8,2 \times 12,4}{8} = 12,76 \text{ kgcm} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (10)$$

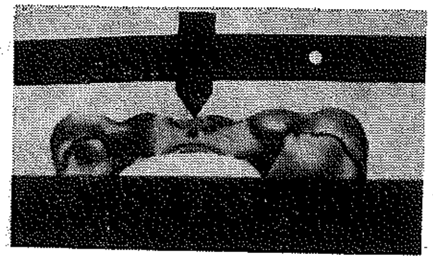
elde edilir. Görüldüğü gibi gerçekte elde edilen moment değeri, sistemin basit kiriş ve ankastre kiriş olması halindeki değerlerin arasındadır. Bu sonuç oturma noktalarının bir miktar dönmesi ile açıklanabilir.

DENEY : 3-4

Sadece 36 numaralı dişin eksik olması halinde yapılan deney de, tamamen yukarıda anlatılan deneyi doğrular niteliktedir.



Şekil 7 : Çapaları simante edilmemiş, üç üyeli modelin, aydınlık alanlı polariskoptaki görüntüsü.



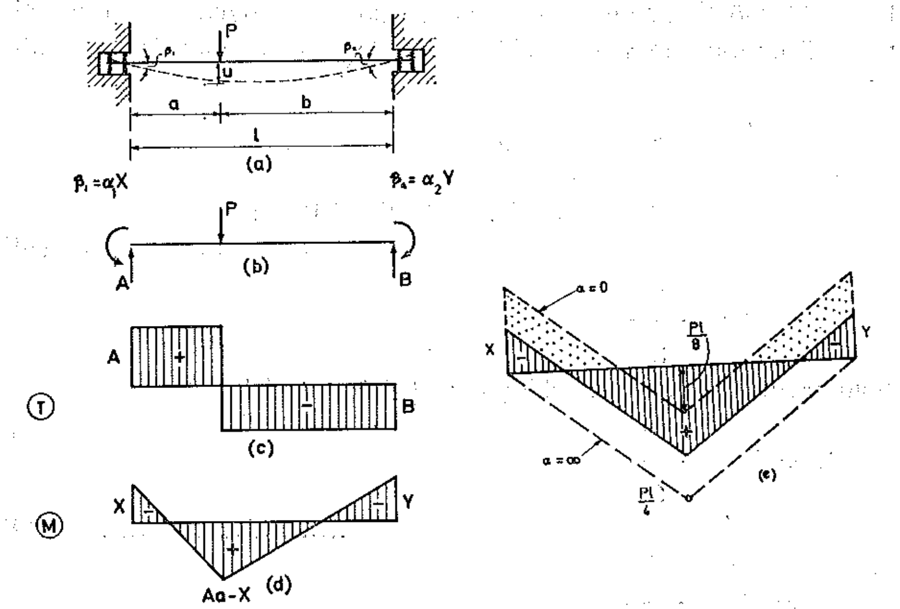
Şekil 8 : Çapaları simante edilmiş, üç üyeli modelin, aydınlık alanlı polariskoptaki görüntüsü.

ELASTİK BAĞLANMIŞ ÇUBUK :

Bu deneyin ışığı altında köprü protezlerinin hesabı için iki ucu elastik ankastre bir model yaparak gerekli formüller elde edilebilir. Dayanak dişler üzerine moment geldiğinde, momentle orantılı olarak döndüğünü kabul edelim; dönme açısı β dış moment M, elastik katsayı α ise

$$\beta = \alpha . \; m \;\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (11)$$

olsun. $\alpha = \beta$ ise ankastre bağ, $\alpha = \infty$ ise hiç moment taşımayan mafsallı bağ hali bulunur. Gerçek ise bizim deneylerde gördüğümüz gibi α'nın sıfırla sonsuz arasında bir değer almasıdır. Her iki ucunun elastik ankastre katsayısı α_1 ve α_2 olan bir çubuğa P dış yükü etkirse, bunun serbest cisim diagramı çizilebilir (Şekil 9 a).



Şekil 9 : Elastik ankastre kirişin iç kuvvet diyagramları.

Castigliano teoremi ve bağ noktalarının denklem (11) e göre döndüğü varsayımı ile

$$X = \frac{P_{ab}\left[b - 2\alpha_2 EI\left(1 + \frac{b}{l}\right)\right]}{\left[l^2 - 4l\,(\alpha_1 + \alpha_1\,\alpha_2)\,EI + 12\alpha_2\,E^2\,l^2\right]}$$

$$Y = \frac{P_{ab}\left[a - 2\alpha_1 EI\left(2 - \frac{b}{l}\right)\right]}{\left[l^2 - 4l\,(\alpha_1 + \alpha_2)\,EI + 12\,\alpha_1\,\alpha_2\,E^2\,l^2\right]}$$

.... (12)

$$A = \frac{X\text{-}Y}{l} + \frac{b}{l}\,P$$

$$B = \frac{X\text{-}Y}{l} + \frac{a}{l}\,P$$

bulunabilir. Burada I çubuğu atalet momenti, E ise çubuk malzemesinin elastisite modülüdür. Buna ait iç kuvvet diagramları Şekil 9 b, c, d'de gösterilmiştir. Sağ ve sol bağların katsayıları birbirine eşit ve yükün, kirişin tam orta noktasından etkimesi halinde (12) bağıntıları

$$X = Y = \frac{Pl^2}{B}\;\frac{[l - 6\alpha EI]}{[l^2 - B\alpha lEI + 12\,\alpha^2\,E^2\,l^2]}$$

.... (13)

$$A = B = \frac{P}{2}$$

bulunur. İki ucu ankastre kiriş $\alpha = 0$ konarak (13)'ten

$$X = Y = \frac{Pl}{8}$$

.... (14)

$$A = B = \frac{P}{2}$$

elde edilir. Buna ait kesit diagramları çizilebilir Şekil 9 e). Her iki ucu serbest hal için denklem (13)'te $\alpha = \infty$ konursa

$$X = Y = O$$
$$A = B = \frac{P}{2} \qquad \text{.........................} \quad (15)$$

elde edilir. Elastik ankastre çubuk ise bu iki ekstrem halin ortasında olup, Şekil 9 e'de olduğu gibi gösterilir. Şekilden görüldüğü gibi açıklıktaki en büyük moment $\frac{PL}{4}$ tür. α küçüldükçe moment diagramı yukarı kayar. Yani açıklık momentinin bir kısmı yan taraftaki bağ noktalarına taşınmış olur. Çubuk için kullanılan malzemenin kesiti ve E elestisite modülü α katsayısı gibi etki eder. Yani küçük kesit ve yumuşak malzeme kullanılması moment diagramını yukarı, aksi hal ise aşağı kaydırır.

Köprü protezini boyutlandırmak için, açıklıktaki M momenti olarak

$$M = \frac{Pl}{4} - X \qquad \text{....................} \quad (16)$$

hesaplandıktan sonra

$$t_{em} = \frac{M}{I} y_{max} \qquad \text{.................................} \quad (17)$$

bağıntısı sağlanacak şekilde kesit seçilir. t emniyet gerilmesi emniyet katsayısına bölünerek bulunan rakamdır. Emniyet katsayısı 2 olarak alınmaktadır [3].

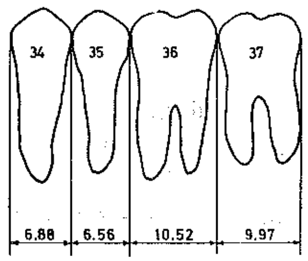
Köprü protezlerinin sağlamlığı kadar, orta noktadaki elastik çökmesinin yumuşak dokuları tahrip etmemesi de önemli bir faktördür. Bu nedenle orta noktadaki köprü protezi elastik çökmesi, Şekil 9-a da gösterilen en büyük çökme;

$$u = \frac{Pl^3}{48EI} \left[1 - \frac{6x}{Pl}\right] \qquad \text{.................................} (18)$$

olarak hesaplanabilir.

NÜMERİK UYGULAMA :

Örnek olarak şekil 10'da verilen ölçülerdeki dişlerden 35 ve 36 numaralar eksik olsun. Dış yük olarak P=35 kg. alalım [3].

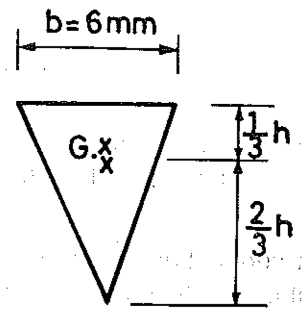


Şekil 10 : 34, 35, 36, 37 no'lu dişlerin mesio-distal boyutları (mm.)

Köprü protezinin 22 ayar altın alaşımından yapıldığını düşünürsek, bu alaşımın emniyet gerilmesi $t = 2400 \text{ kg/cm}^2$ olarak alınabilir [4]. Protezin üçgen kesitli olduğu ve b genişliğini, dişlerin genişliği olan b = 6 mm. olarak alalım ve gerekli h protez yüksekliğini hesaplamaya çalışalım. Önce l kiriş açıklığı Şekil 10 dan

$$l = \frac{6.88}{2} + 6.56 + 10.52 + \frac{9.97}{2} = 2.55 \text{ cm}$$

olarak hesaplanır [5].



Şekil 11 : Köprü modelinin kesiti.

Şimdi protezin her iki dayanak üzerinde serbestçe oturduğu hali, yani $\alpha = \infty$ alalım. Bu, protezin en kötü şartlarda boyutlandırılması demektir. Çünkü bütün moment açıklıkta toplanır. Denklem (15) ve (16) da

$$M = \frac{Pl}{4} = \frac{35x2.55}{4} = 22,31 \text{ kg.cm.}$$

elde edilir. Şimdi denklem (17) ve şekil 10 kullanılarak

$$2400 = \frac{22,31}{\frac{0,6h^3}{36}} \cdot \frac{2}{3} h$$

bu denklemden h çözülürse

$$h = 6 \text{ mm.}$$

bulunur. Protezin diğer ekstremde yani momentin kenarlara pay edildiği $\alpha = 0$ olması halinde hesap yaparsak denklem (14) ve (16) dan

bulunur. Yine (17) bağıntısı yardımı ile $h = 4$ mm. elde edilir. Bu takdirde orta noktadaki elastik çökmeyi denklem (17)'den kontrol edelim,

$$u = \frac{Pl^3}{192EI} = \frac{35x(2.55)^3}{192x1000000x\frac{(0,4)^3}{60}} = 0,03 \text{ mm.}$$

bulunur.

ÖZET

Kaybolan dişler yerine konan köprü protezleri, üzerine gelen çiğneme yükünü, taşıyıcı sistem elemanlarına; yani, çapalar gövde ve dayanaklara aktarır. Bu aktarma sırasında köprü protezinin kendisinin de dış yüke dayanıklı olacak şekilde boyutlandırılması gerekir. Köprü protezinin verilen dış yükler altında boyutlandırılması, köprü protezinin açıklığı (iki dayanak arasındaki uzaklık) yanı sıra, köprü protezinin dayanaklara bağlanış tipine de bağlıdır. Bu çalışmada köprü protezinin dayanaklara simante edilmeden önce ve sonraki durumlarını içeren boyutlandırma formülasyonu yapılmıştır. Ulaşılan sonuçlar, değişik açıklıklı ve değişik bağlantılı köprü protezlerinin modelleri üzerinde yapılan fotoelastik çalışmalarla incelenmiş ve teorik sonuçların deneysel sonuçlarla uyuştuğu görülmüştür.

SUMMARY

Fixed partial dentures transverse the masticating forces to the bone by the supperting elements, namely, retainers pontic and abutment teeth. Therefore, a fixed partial denture must be so designed to stand the external loads which it conveys to the supports. The desing of the fixed partial denture under given external loads, depends on the type of the supports, as well as the span (distance between the supports) of the bridge. A formulation has been obtained for the dependence of the size of the x-section of fixed partial denture on the external load.

The theoretical results have been experimentally verified using photoelastic methods on models of fixed partial denture with varius spans and supports.

LİTERATÜR

1 — **Frocht, M. M.** : «Photoelasticity» John Wiley E. Sons-1941.

2 — **İnan, M.** : «Cisimlerin Mukavemeti» Arı Kitabevi-1967.

3 — **Tylman, S. D.** : «Theory and Practice of Crown and Fixed Partial Prosthodontics» pp 911-922. The C V-Mosby Company.

4 — **Craig, R. G., Peyton, F. A.** : «Restorative Dental Materials» Mosby-1975.

5 — Uğur, T. : «Sürekli dişlerin mesio-distal boyutlarının saptanması». İ. Ü. Dişhek. Fak. Der. Cilt 9, Sayı 2, sy. 105-143 Haziran 1975.