



# KÂĞIT KATLAMANIN SEMİYOTİK ARABULUCULUK TEORİSİ AÇISINDAN İNCELENMESİ

## INVESTIGATION PAPER FOLDING IN TERMS OF THEORY OF SEMIOTIC MEDIATION

**Hatice Kübra GÜLER SELEK<sup>1</sup>**

### Öz

Bu çalışmanın amacı, matematik öğretimine yönelik bir teori olan Semiyotik Arabuluculuk Teorisi'nin Türkiye'de tanıtılmasını sağlamak ve uygulanabilirliğine yönelik bir örnek sunmaktır. Teorinin temel kavramlarının ve özelliklerinin tanıtılmasının ardından, uygulanabilirliğini tartışmak adına; bir artefakt olarak seçilen kâğıdın; kâğıt katlama etkinliklerinde kullanımının semiyotik potansiyeli analiz edilmiş ve sadece bir simetri eksenine sahip dörtgenlerin (ikizkenar yamuk ve deltoid) inşasında ve kavramsal olarak oluşturulmasında ortaya çıkan işaretlerin analizi yapılmıştır. Çalışma 10. sınıfta okumakta olan 35 öğrenci ile gerçekleştirilen bir durum çalışmasıdır. Öğrenciler dörderli ve beşerli gruplara ayrılmıştır. Bu makalede sadece bir grubun çalışması raporlanmıştır. Kâğıt katlamanın semiyotik potansiyelinin analizi sonucunda öğrencilerin çakışma, iz vasıtasıyla simetri, eşlik gibi kavramları zihinlerinde canlandırmasına ve eşkenar dörtgen, kare, yamuk gibi bildikleri dörtgenlerin özellikleri üzerine derin düşüncelerine yardımcı olan bir artefakt olduğu görülmüştür. Kâğıt, Semiyotik Arabuluculuk Teorisi'nin bir artefaktı olarak kullanılabilir özellikleri taşımaktadır. Söz konusu teorinin sınıflarda kullanılması için ise öğretmenin yönlendirici rolünün ne denli önemli olduğu belirlenmiştir.

**Anahtar Kelimeler:** Semiyotik arabuluculuk teorisi, Artefakt, İşaret, Kâğıt katlama, Geometri öğretimi

### Abstract

The aim of this study is to introduce Theory of Semiotic Mediation, which is a theory regarding mathematics teaching, in Turkey and provide an example for its practice. After describing the main characteristics and concepts of the theory, semiotic potential of a sheet of paper, which was chosen as an artifact of Theory of Semiotic Mediation, was analyzed in paper folding activities in order to discuss the practice of the theory and also the signs were analyzed that occurred in the building and conceptual constructing of quadrilaterals with only one symmetry axe (isosceles trapezoid and rhombus). The study was a case study which was carried out with 35 students who were studying in 10th grade. The students were divided into groups of four and five. Only one groups' activity was reported in this paper. The analysis of the semiotic potential of paper folding showed that it was an artifact that helps students to reconstruct concepts such symmetry and equality by means of coincide and crease and to think deeply on the characteristics of quadrilaterals like rectangle, square, trapezoid and etc. which students have already known. The paper has properties that can be used as an artifact of the Semiotic Mediation Theory. In order to be used the mentioned theory in classes, it was founded that teachers' guidance role was quite essential.

**Keywords:** Theory of semiotic mediation, Artifact, Sign, Paper folding, Geometry education

<sup>1</sup> Düzce Üniversitesi Eğitim Fakültesi, [hkguler35@gmail.com](mailto:hkguler35@gmail.com), Orcid: 0000-0002-6262-8421

## 1. GİRİŞ

Matematik eğitiminde 20. yy'dan bu yana çeşitli öğrenme kuramları etkili olmuştur. İlk başlarda öğretime davranışçı kuram hâkim iken II. Dünya Savaşı'ndan sonra bilişsel davranışçılık öne çıkmış ve Vygotsky'den sonra ise sosyal yapılandırmacılık önem kazanmıştır (Schoenfeld, 2002). Sonrasında da her alanda olduğu gibi gelişmeler devam etmiş, matematik eğitiminde de kullanılabilir yeni teoriler, yöntem-teknikler ortaya konmuştur. Matematik eğitimi alanında kullanılabilir ve son yıllarda uygulamaya konulan teorilerden biri de Vygotsky'nin içselleştirme sürecinin iki ana bileşeni olan sosyal etkileşim ve semiyotik sürecine ilişkin görüşlerini temel alarak, Bartolini Bussi ve Mariotti (2008) tarafından düzenlenen “Theory of Semiotic Mediation (TSM)”dır. Sözkonusu teori üzerine yapılan çalışmalar genellikle uluslararası literatürde yerini almıştır ancak bu teori ile ilgili Türkçe bir çalışma yoktur. “TSM” ilk kez bu çalışmada “Semiyotik Arabuluculuk Teorisi (SAT)<sup>2</sup>” olarak Türkçe'ye tercüme edilmiştir.

Vygotsky'nin (1978) semiyotik arabuluculuk anlayışına dayanan SAT'da amaç, öğrencinin bir görevi gerçekleştirmek amacıyla artifaktı kullanımı ile başlayan ve öğrenciyi matematiksel bir içeriği içselleştirmeye yönlendiren süreci tanımlamak ve açıklamaktır (Mariotti, 2009). Diğer bir ifadeyle, öğrencinin artifakt kullanmak suretiyle, gerçek hayattan matematiksel dünyaya geçiş sürecini ve artifaktın bu süreçteki rolünü tanımlamak SAT'ın temel amacıdır. Lise düzeyinde, SAT'a ilişkin yapılan çalışmalar genellikle matematik öğrenme sürecinde dinamik geometri yazılımlarının arabuluculuk rolünü analiz etmeye yöneliktir (Mariotti, 2009; Şay ve Akkoç, 2016). Daha küçük yaşlarda ise teknoloji yerine somut materyallerin arabuluculuk rolü üzerine çalışılmıştır (Bartolini Bussi, Bertolini, Ramploud ve Sun, 2017; Bussi ve Baccaglini-Frank, 2015; Maschietto, 2015). Son yıllarda ise matematik öğrenme sürecinde somut materyal ve teknolojinin bir arada kullanımının arabuluculuk potansiyelleri belirlenmeye çalışılmaktadır (Faggiaono, Montano ve Rossi, 2017; Faggiano, Montone ve Mariotti, 2016; Montone, Faggiano ve Mariotti, 2017).

Bu çalışmanın amacı, SAT'ın Türkiye'de tanıtılmasını sağlamak ve ülkemizde uygulamasına yönelik bir örnek sunmaktır. Bu makalede, semiyotik arabuluculuk teorisinin temel özelliklerinden, enstrüman (instrument), araç (tool) ve artifakt (artifact) kavramları ve bu kavramlar arasındaki ilişkilerden bahsedilecektir. Teoriye dayalı gerçekleştirilen öğretim etkinlikleri sürecinde ortaya çıkan artifakta bağlı işaret (artifact sign), geçiş işareti (pivot sign) ve matematiksel işaret (mathematical sign) kavramları açıklanacaktır. Teorinin uygulanabilirliğini tartışmak adına; bir artifakt olarak seçilen ‘kâğıt’ ile tek bir simetri eksenine sahip dörtgenlerin inşa sürecinde ortaya çıkan işaretlerin analizi yapılacaktır.

Matematik, gerçek hayatın soyutlaması olması nedeniyle, öğrencilerin öğrenmede güçlük çektikleri bir derstir (Durmuş, 2004; Harel, 1989). Bu sebeple matematik derslerinde somut materyal ve görsellerin kullanımı önem taşımaktadır (İnan ve Erkuş, 2017; Kutluca ve Akın, 2013; Tatar ve Dikici, 2008). Özellikle, geometrik şekillere yönelik problemlerde görsel desteğin başarıyı olumlu yönde etkilemesi, kavrama yönelik zihinsel temsillerin görsel temsillere dönüşmesinin önemini ortaya çıkarmaktadır (Dreyfus, 1991). Söz konusu teoride de, ister dijital ister manipulatif olsun artifaktların kullanımı önemli bir yer tutmaktadır. Bu özelliği bakımından, SAT'ı temel olarak oluşturulan öğretim etkinliklerinin, öğrencilerin matematiksel kavramları oluşturmasına ve anlamlandırmasına imkân sağladığı söylenebilir ve bundan ötürü amacı SAT'ı Türkiye'de tanıtmaya olan bu çalışma önem arz etmektedir.

<sup>2</sup> Semiyotik kelimesinin Türkçe karşılığı “Göstergesel” olmasına karşın dilimizde semiyotik olarak da kullanılmaktadır. Bu sebeple bu çalışmada göstergesel yerine semiyotik olarak kullanılmaya devam edilmiştir.

## Semiyotik Arabuluculuk Teorisi

Semiyotik ile ilgili teorik çalışmalarda Pierce, Saussure ve Vygotsky olmak üzere üç isim öne çıkmaktadır. Saussure ve Pierce teorik görüşlerini işaretler ve taşıdıkları anlamlar üzerine kurmuşlardır. Saussure'a göre, göstergeler dilbilimin teorik yapısı bağlamında geliştirilmiştir ve dilsel işaretler (imgeler), kavram ve ses imgesinin birleşiminin bir sonucudur. Matematik eğitiminde Saussure'un teorik görüşleri Pierce ve Vygotsky'ninkiler kadar geniş bir yer bulamamıştır (Presmeg, Radford, Roth ve Kadunz, 2016).

Pierce'a göre her türlü bilişsel etkinliğin altında göstergeler yatmaktadır. Bu bakımdan Pierce'ın semiyotik anlayışı Saussure'unkinden daha kapsayıcı niteliktedir (Aysever, 2004). Pierce'a göre semiyotiğin bileşenleri temsil eden (representamen), temsil edilen nesne (object) ve bu ikisi arasındaki ilişkiyi kuran yorumlayıcı (interpretant)'dır. Bu bileşenlerden hareketle işaretleri görüntüsel (iconic), belirtisel (indexical) ve simge (symbolic) olmak üzere üçe ayırmıştır ve matematikte bu üç işaret de yer bulmaktadır (Presmeg vd., 2016).

SAT'ın temeli Vygotsky'nin (1978) tanıttığı semiyotik arabuluculuk anlayışına dayanır. Vygotsky'e göre işaretler hem psikolojik araçlar hem de kültürel arabuluculardır. İşaretler aracılığı ile insan zihninde meydana gelen değişim, işaretlerin sosyal, kültürel ve tarihi rolü ile ilgilidir. Yani işaretlerin anlamı, toplumun onları nasıl kullandığı ve anlamlandırıldığına bağlıdır (Presmeg vd., 2016). Vygotsky'e (1978: 56) göre kavramın içselleştirilmesi dışsal bir işlem vasıtasıyla içsel bir yeniden yapılandırma değildir. Vygotsky (1978: 53) semiyotik arabuluculuğun araçlarını, psikolojik ve teknik araçlar olarak ikiye ayırmış ve psikolojik araçların içsel kökenli işaretlerle ilgili olduğunu ifade etmiştir. İçselleştirme sürecinin ardından aracın, psikolojik bir araç haline geleceğini ve yeni bir anlam kazanacağını ve böylelikle bu aracın artık semiyotik bir arabulucu görevi üstleneceğini belirtmiştir. Öğrenme sürecinde bireyin kullanacağı zihin araçları ve yüklenen anlamlar kültürden kültüre farklılık göstereceği için Vygotsky'e göre kültür ve dil bireyin bilgileri içselleştirmesinde oldukça etkilidir (Bodrova ve Leong, 1996, çev. 2010).

Vygotsky'nin (1978) görüşlerine dayanarak denilebilir ki, semiyotik arabuluculuğun temel hipotezi "anlamların köklerinin fenomenolojik tecrübeye dayandığı ancak ortaya çıkışlarının öğretmen rehberliğinde sınıf içindeki sosyal yapılandırma ile gerçekleştiği"dir (Mariotti ve Cerulli, 2001). Vygotsky'e (1978) göre bilginin yapılandırılması sürecinde işaretlerin ve imgelerin ortaya çıkışı sosyal etkileşim ile meydana gelir ve Bartolini Bussi ve Mariotti (2008) tarafından geliştirilen SAT'ta da bu sosyal etkileşim önem taşımaktadır.

Semiyotik arabuluculuğa ilişkin temel fikirlerin ışığında, SAT'ın en önemli bileşenleri artifaktlar (artifact) ve ona bağlı ortaya çıkan işaretler (artifact sign) ve sonrasında artifakta bağlı işaretlerin matematiksel işaretlere (mathematical sign) dönüşümüdür. İşaretlerin ortaya çıkış sürecinde, Vygotsky'nin (1978) savunduğu gibi öğrencilerin etkinliği gerçekleştirirken arkadaşlarıyla ve öğretmenleriyle iletişim kurması ve etkileşim içinde olması bilginin yapılandırılmasını ve içselleştirilmesini sağlaması bakımından önem taşımaktadır.

## SAT Bağlamında Artifakt, Araç ve Enstrüman

Matematik öğretme etkinliklerine katkı sağlayan araçlar, genel olarak matematiksel deneyim ile matematiksel anlama arasında aracılık etme potansiyeline sahip fiziksel veya sanal artifaktlar olarak kabul edilebilir. Enstrümantal oluşum ise bir aracın kullanımının bilgi kazanmak için bilişsel bir enstrümana nasıl dönüştürülebileceğini açıklarken; Vygotsky ise bir

artifaktın kullanımının sosyokültürel bağlamda psikolojik bir araca nasıl dönüşebileceğini yakınsal gelişim alanı ve içselleştirme süreçleri aracılığı ile açıklar (Leung & Frant, 2013).

Vygotsky'nin bilişsel gelişimin kültürden etkilendiğine ilişkin görüşleri SAT bağlamında değerlendirildiğinde, her kültürde kullanılacak artifakt ve araçların farklılaştığı söylenebilir. Örneğin aynı jest ve mimiğe farklı kültürler farklı anlamlar yükler. Bu sebeple o toplumun tarihten beri gelen artifakt ve araçları kullanması, öğrenme sürecinde diğer toplumlardan farklı bir düşünme şekli ve şema geliştirmesine neden olur. Uzakdoğu'da farklı çeşitleri de kullanılan abaküs ile sayıları öğrenen bir çocuğun herhangi bir araç kullanmadan sayıları öğrenen çocuklardan farklı bir sayı şemasına sahip olduğu söylenebilir. Çocuk, bu fiziksel aracı zaman içinde zihinsel bir araca dönüştürecek ve bu araç da onun dikkatini toplamasına, hatırlamasına ve düşünmesine yardımcı olacaktır (Bodrova ve Leong, 1996, çev. 2010). Vygotsky'nin bu görüşü SAT'daki artifakt-arac ve enstrüman dönüşümüne katkı sunmaktadır.

Semiyotik arabuluculuk da artifaktların kullanımına matematiksel anlamların oluşturulması bakımından oldukça önemlidir. Ancak kullanılan materyalin ne zaman artifakt (artifact), ne zaman araç (tool) veya ne zaman enstrüman (instrument) olarak tanımlandığını, bu üçü arasındaki ayrımını net bir şekilde ortaya koyarak açıklamak gerekmektedir. Moreno-Armella ve Santos-Trigo (2008: 323) bir viyolonsel için örneğini verirler. Çalarken viyolonsel sanatçı için görünmezdir; müziği, çaldığı enstrüman aracılığı ile hisseder. Denilebilir ki; viyolensel, sanatçının kendisine dâhildir. Kendisinin bir parçası olması bakımından, viyolensel sanatçı için bir araç veya artifakt değil, enstrümandır.

SAT'da araç ve artifaktların kullanımından doğan işaretler büyük önem taşımaktadır (Bartolini Bussi ve Mariotti, 2008). Mariotti (2008: 430), artifaktın semiyotik potansiyeline farkına varmanın, öğretmenin o artifaktı artık semiyotik arabuluculuğun bir aracı olarak kullanmasına imkan tanıdığını ifade etmektedir. Öğretmen bir artifaktın semiyotik potansiyelini analiz ettiğinde, öğrencinin o artifaktı kullanırken yapılandıracağı anlamları ve öğrenciye nasıl rehberlik etmesi gerektiğini kestirebilir. Bu sebeple o artifakt, sadece öğrenci için bir artifakt ancak öğretmen için bir araçtır.

Artifakt ve araç arasındaki ilişkiyi Bartolini Bussi ve Mariotti (2008: 754) “Bir artifakt öğretmen tarafından bilinçli olarak bir matematiksel içeriğin öğretimine hizmet edecek şekilde kullanıldığında, semiyotik arabuluculuğun bir aracı olarak ifade edilir.” şeklinde açıklamaktadır. Artifakt, spesifik bir görevde kullanılan somut bir materyal veya sembolik bir artifaktı temsil ederken; enstrüman, artifakt türü ve bilişsel bileşenlerin bir araya gelmesinden oluşan daha karmaşık bir yapıdır. Diğer bir deyişle, bir öğretim etkinliğinde kullanılan materyalin bireyden en bağımsız hali artifakt, en içselleştirilmiş hali ise enstrüman olarak ifade edilebilir. Araç ise, kullanılan materyalin artifakt olmaktan çıkıp, hangi amaçla kullanıldığının birey tarafından net olarak bilindiği durumu ifade eder.

Artifak SAT'ın en önemli bileşenlerindedir. Radford (2012) artifaktların matematik öğretimindeki rollerini bilişsel, epistemolojik ve ontolojik açılardan incelemiştir. Radford (2012) artifaktları, çeşitli etkinlikleri gerçekleştirmek için kullanılan bir protez olarak tasvir etmektedir. Yani insanın tam bir parçası değil, takma bir organ niteliğinde olduğunu belirtmektedir. Bilişsel açıdan incelendiğinde, artifaktlar sadece bilgi edinmenin kolaylaştırıcıları değil aynı zamanda düşünme ve bilme şeklinin bir parçasıdır. Radford (2012) yıllar önce aritmetik düşüncenin gelişmesine engel olduğuna inanıldığı için, okullarda öğrencilerin hesap makinesi kullanmadan işlem yapmalarının beklendiğini ifade etmektedir. Bu epistemolojik inanca göre, öğrencilerin sadece zihinsel olarak işlem yapmaları ve herhangi bir araç kullanmamaları gerektiğini belirtmektedir. Ancak toplumun epistemolojik değişimi,

artifaktların bilme ve öğrenmede üzerindeki etkisinde de değişime neden olmuştur. Artık artifaktlar kullanılmaya başlanmış ve öğretmenler belirli teknikleri kullanarak, öğrenme sürecinde öğrencilere rehberlik etme şansı elde etmişlerdir.

Singapur’lu öğrenciler hesap makinesini en çok karmaşık problemleri çözerken kullanmaktadır ve aynı zamanda rutin hesaplamalar yapma, cevapları kontrol etmek için kullanma yüzdeleri de oldukça yüksektir. Türkiye’de öğrenciler, hesap makinesini uluslararası ortalamaya göre oldukça az kullanmaktadır (Kaytan, 2007). Matematik öğretim programlarımızda hesap makinesi kullanımının daha fazla yer alması, abaküs gibi alternatif hesaplama araçlarının da kullanımının teşvik edilmesi öğrenme ve içselleştirme sürecinde öğrencileri olumlu yönde etkileyebilir. Hesap makinesini bir artifakt olarak kullanan çocukların, mental problemleri çözmede sonuç ve açıklamalar arasında bağlantı kurmada başarılı oldukları görülmüştür (Bjorklund, 2013).

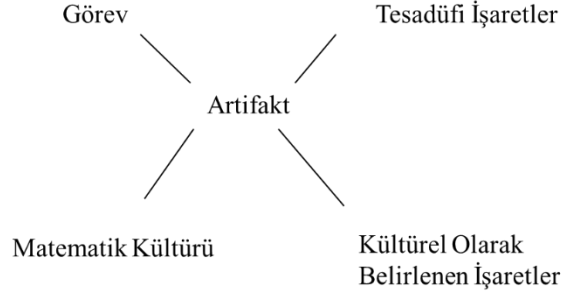
Artifakt denilince, sadece somut materyaller değil, dijital materyaller de akla gelmektedir ve SAT ile ilgili çalışmalar genellikle dinamik geometri yazılımlarının kullanımı ile gerçekleştirilmiştir. Turgut (2019) çalışmasında öğrencilerin dinamik geometri ortamında geometrik dönüşümlerin matris gösterimi üzerine çalışmalarını semiyotik arabuluculuk perspektifiyle analiz etmiştir. Çalışmasında GeoGebra programını bir artifakt olarak kullanmıştır ve SAT’a uygun yaptığı analizler sonucunda dinamik geometri ortamının hem bağımlı ve bağımsız değişkenleri görebilmek hem de öğrencilerin matris dönüşümlerini anlamlandırmaları için SAT’a uygun etkili bir araç olduğunu belirlemiştir. Ancak SAT’ın bu seviyede Türkiye’de kullanımı henüz oldukça güçtür. Çavuş ve Eskitaşçıoğlu (2016) çalışmalarının sonuçlarında öğretmenlerin kendi alanları ile ilgili bilgisayar programlarını eğitim-öğretim ortamlarında yeterli derecede kullanmadıkları tespit etmişlerdir. Bu durum, öğretmenlerin bir kısmının lisans eğitimleri sırasında bilgisayar destekli matematik öğretimine yönelik hiç ders almamalarından ve bir kısmının ise bu dersleri almış olmalarına rağmen görev yapmakta oldukları okullarda yeterli düzeyde altyapının olmamasından kaynaklanmaktadır. Bu sebeple ülkemizde SAT kullanımını bilgisayarlar yerine somut, kolay ulaşılabilir ve kullanılabilir artifaktlar seçerek gerçekleştirmek başlangıç için daha etkili olabilir.

Artifakt fikri oldukça geneldir ve yüzyıllar öncesinden beri insan tarafından yapılmış çeşitli objelere işaret eder. Bu artifaktlar arasında sesler, jest ve mimikler, dilin sözlü ve yazılı ifadeleri, müzikal enstrümanlar bilgi ve iletişim teknolojilerinin araçları sayılabilir (Bartolini Bussi ve Mariotti, 2008: 746). Bazı artifaktlar tarihten gelir ve somut materyallerdir. Matematik eğitimi açısından düşündüğümüzde bunlar; abaküs, perspektograf ve pergel gibi araçlardır. Bazıları ise semboliktir, somut değildir ve elle tutulamaz. Bunlar formüller, grafikler ve sembolik ve doğal dil (konuşma dili)’dir. Bir diğer artifakt türü olarak da yeni teknolojilerle ortaya çıkan artifaktlardan bahsedilebilir. Bunlar, çeşitli bilgisayar yazılımlarıdır. Yeni teknolojilerden doğan artifaktların kullanımının sonucunda, nelerin oluşacağı ve hangi öğrenmelerin gerçekleşeceğini önceden kestirmek oldukça zordur. Tarihi süreçte nasıl kullanıldığı bilindiği için, tarihten gelen artifaktlar ile gerçekleştirilen öğrenme etkinliklerinde, öğrencilerin düşünecekleri ve yapacakları şeyleri tahmin etmek yeni teknolojilerden doğan artifaktlara kıyasla daha kolaydır (Mariotti, 2014).

### **SAT Bağlamında İşaretler ve Didaktik Döngü**

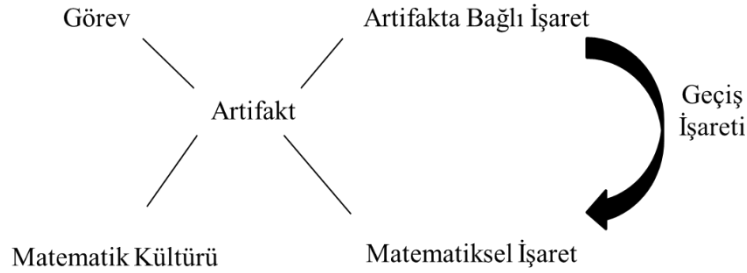
Bartolini Bussi ve Mariotti (2008) abaküsü tarihten gelen ve Cabri dinamik geometri yazılımını yeni teknolojilerden bir artifakt olarak tanıtmış ve bu artifaktların semiyotik potansiyellerini analiz etmiştir. Öğrencilere artifaktları kullanmaları ve matematiksel anlamların oluşturulması amacıyla bir görev (task) verilir. Bir artifakt kullanılarak

gerçekleştirilen bir görev esnasında öğrencilerin zihinlerinde olup biteni anlamak oldukça güçtür. Semiyotik arabuluculuk teorisinin amacı, bu süreçte yaşananlarının ne olduğunu analiz etmek ve görevin gerçekleştirilmesi esnasında artifaktın kullanımıyla oluşan matematiksel bilgiyi tespit edebilmektir (Bartolini Bussi ve Mariotti, 2008). Bunun için de oluşan işaretlerin analizi gerekmektedir. Bartolini Bussi ve Mariotti (2008)'e göre görevde kullanılan artifakt, matematik aracılığı ile matematiksel anlamlar oluşturur. Bu anlamlar oluşurken ise ortaya tesadüfi işaretler olarak adlandırılabilirler artifakta bağlı işaretler çıkar. Bu işaretlerin matematiksel işaretlere dönüşümü (evolution of signs) izlenir. Burada esas nokta, artifakt, görev ve matematiksel bilgi (knowledge) arasındaki ilişkinin öğrenci tarafından başarıyla kurulmasıdır.



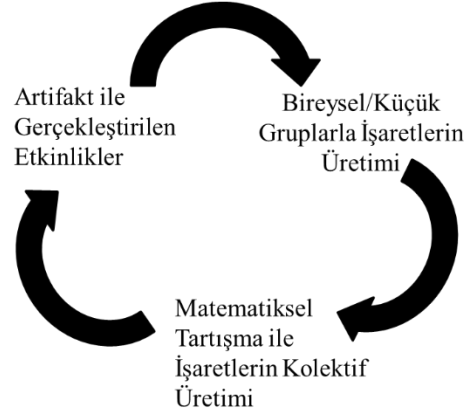
**Şekil 1.** Artifaktın Çok Anlamlılığı (Bartolini Bussi ve Mariotti; 2008:753)

Bir artifaktın bir öğretim etkinliğinde kullanımı sürecinde ortaya çıkabilecek işaretler artifakta bağlı işaretler, geçiş işaretleri ve matematiksel işaretler olmak üzere üç grupta toplanabilir. Bu işaretler, semiyotik zincir olarak adlandırılır (Maffia, 2019). Tesadüfi olarak ortaya çıkan işaretlerin (artifakta bağlı işaretler) matematiksel işaretlere evrimi (evolution) sırasında geçiş işaretleri oluşur. Bu işaretler, öğrencinin artifakt dünyasından matematik dünyasına geçiş için hazır olduğunun ve zihinsel olarak aktif olduğunun göstergeleridir (Bartolini Bussi ve Mariotti, 2008).



**Şekil 2.** Artifakt ve İşaretler (Bartolini Bussi ve Mariotti; 2008: 757)

Bir görevin gerçekleştirilmesi ve artifaktın kullanımı sürecinde izlenmesi gereken adımlar Bartolini Bussi ve Mariotti (2008) tarafından didaktik döngü adı altında açıklanmıştır. Didaktik döngü, artifaktı kullanarak çözüme ulaştıracakları bir görevin öğrencilere yöneltilmesi ile başlar. Ardından öğrencilere bireysel işaretlerini üretme imkânı sağlayacak çalışmalar ile devam eder. Döngü öğretmen tarafından yönetilen, öğrencilerin kendi anlamlarının (matematiksel bilgilerini) geliştirdikleri kolektif etkinlikler ile son bulur (Mariotti, 2009).



**Şekil 3.** Didaktik Döngü (Bartolini vd., 2017: 382)

Artifaktın kullanılacağı görev esnasında, öğrenciler öncelikle bireysel veya küçük gruplarla artifakta bağlı olarak kendi işaretlerini üretirler. Öğrenciler kendi işaretlerini ürettikten sonra kolektif tartışma yaparlar ve bu tartışma matematiksel bir özellik taşımaktadır. Kolektif tartışmanın sonucunda yeni işaretler elde edilir ve bu işaretler matematiksel işaretlerdir. Bu döngü tek seferlik değildir. Matematiksel işaretler oluşana kadar birçok kez tekrar edebilir. Öğretmene düşen en büyük görev, kolektif tartışmada öğrencileri artifaktların dünyasından matematik dünyasına çekebilmektir.

Vygotsky, dilin gelişim üzerinde etkili olduğunu savunmaktadır. Çocuğun yeni öğrenmekte olduğu bir bilgiye ilişkin onunla konuşulmalı ve tartışılmalıdır. Böylelikle çocuğun o bilgiyi yapılandırıp yapılandırmadığı anlaşılabilir. Aksi takdirde, öğrendiğine ilişkin işaretler ezberlenerek ve taklit edilerek ortaya konmuş olabilir. Ve gerçekten anlamlandırma ve ezber arasındaki ayrım öğretmen tarafından yapılamayabilir (Bodrova ve Leong, 1996, çev. 2010). Bu bağlamda SAT açısından değerlendirildiğinde, didaktik döngüdeki artifakt kullanımı ile gerçekleştirilen etkinlikler ve küçük gruplarla çalışmanın ardından kolektif bir tartışma sonucunda işaretlerin üretimi aşamaları bilginin yapılandırılması ve içselleştirilmesi için oldukça önemli süreçlerdir.

Bartolini-Bussi ve Baccaglini-Frank (2015) 6-7 yaş çocuklarının kare ve dikdörtgenin matematiksel tanımlarını oluşturmalarına hazırlık yapmak için bir artifakt olarak “robot arı” aracını kullanmışlardır. Robot arı, yerde hareket edip belirli bir yol izleyerek geometrik şekiller oluşturmaktadır ve bu çalışmada dört dik açı oluşturacak şekilde bir yol izlemiştir. Artifaktın kullanıldığı didaktik döngü sürecinde, öğrencilerin söylemleri, çizimleri ve jestlerindeki geçiş işaretlerinin analizini yapmışlardır. Çalışmanın sonucunda çocukların bu kare ve dikdörtgene ilişkin öne sürdüğü varsayımlar ilerlemiş ve eğrileri, doğru parçalarını ve açıları birbirinden ayırt edebildiklerini tespit etmişlerdir. Hatta açıları dik açıdan büyük veya küçük olarak sınıflandırabildiklerini belirlemişlerdir.

Ng ve Sinclair (2015) Geometry-Sketchpad’ı bir artifakt olarak kullanarak ilkökul öğrencileri ile simetri çalışmaları yapmışlardır. Öğrencilerin didaktik döngü sürecindeki çizimlerini, söylemlerini ve jestlerini analiz etmelerinin sonucunda, öğrencilerin simetri ile ilgili matematiksel görüşlerinin değiştiğini ve bu süreçte öğretmenin de söylemleri ve jestlerinin önem taşıdığını belirtmişlerdir. Maffia (2019) çalışmasında SAT’a göre öğretmenin kolektif tartışma sürecindeki rolünü analiz etmiştir. Tartaglia’nın, Öklit’in elemanlarından İtalyanca’ya çevirdiği tarihi bir metni SAT’ın bir artifaktı olarak kullanmıştır. Çalışmasında elde ettiği verileri SAT’ın didaktik döngüsüne uygun analiz etmiştir ve öğretmenin

öğrencilerin söylemlerine odaklanmasının, tartışmanın sürmesi ve odaklanmayı artırdığı sonucuna ulaşmıştır.

Bartolini Bussi ve Mariotti (2008) işaretlerin oluşumunda öğretmenin rolünü dört bileşen ile açıklamaktadır. Bunlar; göreve geri dönüş için soru sorma (back to the task), artifaktın kullanımındaki belli unsurlara odaklanma (focalisation), öğrencilerin sentez yapmasını isteme (ask for synthesis) ve sentez (synthesising)'dir. SAT'a uygun gerçekleştirilen bir öğretim etkinliği esnasında, öğretmen süreci çok iyi yönetmeli (orchestration)'dir.

Didaktik döngüde öğretmenin rolünü şekillendiren kavramlardan biri de nesneleştirmedir. Nesneleştirme (objectification) bir kişinin dikkatini bir şeyin üzerine çekmek veya onun görüş alanına getirmek anlamında kullanılmaktadır (Radford, 2002). SAT'da kullanılan nesneleştirmenin semiyotik anlamı (semiotic means of objectification) fikri ise bilginin temsilinin, bilgi üretiminin kültürel süreçleri ve teknolojik arabuluculuk biçimleri bağlamında daha geniş bir şekilde incelenmesi gerektiğini ilkesine dayanmaktadır (Radford, 2003). Bu ilke, temsiller bağlamında değerlendirilmelidir. Duval temsilleri semiyotik ve semiyotik olmayan olmak üzere ikiye ayırır. Duval (2006)'e göre bir temsilin semiyotik olması için içselleştirilmesi gereklidir ve semiyotik temsiller nesneleştirmede önemli rol oynar. Nesneleştirmenin semiyotik anlamında bireyin kullandığı jest, mimik ve sözler kültürden beslenir ve bilginin içselleştirilip içselleştirilmediği ile ilgili işaretler sunar. Nesneleştirme sürecinde, öğrencilerin soyut matematiksel ilişkileri kurmalarında ve kavramsal öğrenmelerinde jest-mimik, sözler, işlemler vb. araçlar yardımcı olur (Radford, 2003).

Görevin gerçekleştirilmesi sürecinde öğrencilerin bireysel olarak üreteceği işaretlerin tahmin edilmesi önemlidir. Buna semiyotik potansiyelin ortaya konması (unfolding of semiotic potential) denir (Mariotti, 2009) ve artifaktın uygulamadan önceki bir ön analizidir. Bu çalışmada, bir artifakt olarak seçilen kâğıdın semiyotik potansiyeli analiz edilmiştir. Ancak öncesinde kâğıt katlamanın matematiksel alt yapısından bahsetmek gerekmektedir.

### **Kâğıt Katlama ve SAT'da Kullanımı**

Japon kâğıt katlama sanatı origami olarak adlandırılmaktadır ve öğrencilerde yaratıcılığı, analiz, sentez ve değerlendirme becerilerini geliştirdiği için birçok ülkede eğitsel araç olarak kullanılmaktadır (Tuğrul ve Kavici, 2002). Özellikle geometri eğitiminde kullanılan bir somut materyaldir. Genellikle küçük sınıflarda temel matematiksel kavramların öğretiminde ve öğrencilerin matematiğe karşı olumlu tutum geliştirmesi amacıyla kullanıldığı görülmektedir (Boaks, 2008; Polat, 2013; Johnson, 1957; Olson, 1975; Prigge, 1978).

Çeziktürk-Kipel (2017) bir kâğıt şerit kullanarak kâğıt katlama yoluyla nasıl beşgen oluşturulabileceği ve oluşan beşgenin neden düzgün beşgen olduğuna ilişkin ilköğretim matematik öğretmeni adaylarıyla bir çalışma gerçekleştirmiştir. Bu çalışma ile matematiksel anlamları oluşturmak için kâğıt katlamanın ne kadar etkili bir araç olduğu görülmüştür. Boz (2015) ise kâğıt katlama yoluyla küp elde etme etkinliği sayesinde iletişim kurma, ilişkilendirme, akıl yürütme ve problem çözme becerilerinin de geliştirilebileceğini vurgulamıştır.

Duatepe-Paksu (2016) kâğıt katlamanın dörtgenlerin simetri perspektifinden incelenmesine olanak tanınması açısından geometri öğretimine katkı sunduğunu ve hem kullanımının kolay hem de yalnızca kâğıt gerektirmesi nedeniyle ekonomik olduğunu belirtmektedir. Dörtgenlerin simetri eksenlerini inşa etmek amacıyla ilköğretim 7. sınıflar ile



bir çalışma gerçekleştirmiştir. Çalışmasının sonucunda kâğıt katlamanın, görsel bir ispat niteliğinde olması açısından anlamlı öğrenmeyi destekleyici katkısı olduğunu belirlemiştir. Öğrencilerin hiçbir ölçme aracına ihtiyaç duymadan sadece kâğıt katlamayla görebildikleri simetri eksenleri sayesinde kenar ve açılara ilişkin özellikleri kavrayabildikleri ve bu özelliklerin gerekçelerini kâğıt katlamaya dayandırarak açıklayabildikleri görülmüştür. Duatepe-Paksu (2017) kâğıt katlamanın hem psikomotor hem de görsel faydalarını ifade ederek eşkenar dörtgenin kâğıt katlama ile nasıl inşa edileceğini açıklamıştır. Kâğıt katlama yoluyla öğrencilerin eşkenar dörtgenin özelliklerini keşfetme imkânı bulacaklarını belirtmiştir.

Gür ve Kobak-Demir (2017) lise matematik öğretmeni adayları ile gerçekleştirdikleri çalışmanın sonucunda, kâğıt katlama çalışmalarının geometrik kavramları anlamayı kolaylaştırdığını belirlemişler ve kâğıt katlamanın öğretmen eğitimi programlarına bir ders olarak konmasını önermişlerdir. Gürbüz vd. (2018) çalışmalarında son yıllarda üniversiteye giriş sınavlarında geometri alanında öğrencilerin uzamsal düşünme becerilerini ölçmeye yönelik soruların arttığını ve bu sebeple kâğıt katlama çalışmalarının öğrencilerin başarısını artırdığını ifade etmişlerdir. Çalışmalarının sonucunda, kâğıt katlama ile öğrencilerin uzamsal düşünme becerilerinin ve zihnin geometrik alışkanlıklarının geliştirilebileceğini belirlemişlerdir.

Kağıt katlama yoluyla geliştirilen modellerde matematik öğretimi açısından önemli olan asıl nokta, kağıt katlama etkinliği ile matematiksel anlamlar arasında bağ kurabilmektir. Bu bağın kurulamaması durumunda yapılan çalışma çocuğun sadece psikomotor becerilerine katkı sağlamaktan ibaret kalır. Kâğıt katlama çalışmalarında matematiksel anlamların oluşup oluşmadığını görebilmek için, ortaya çıkan artifakta bağlı işaretlerin matematiksel işaretlere dönüşüm süreci SAT bağlamında incelenebilir. Bu tür bir incelemeye imkan verdiği için, kağıt kullanışlı bir SAT artifaktı olarak kabul edilebilir. SAT açısından kâğıdın, origami de olduğu gibi kedi, köpek, kuş ve benzeri şekilleri oluşturmanın yanı sıra üçgen, dörtgen gibi geometrik şekilleri inşa etmek için bir artifakt olarak kullanımı söz konusudur.

Literatürde, kâğıt ile dinamik geometri yazılımlarının bir arada kullanımını örnekleyen çeşitli çalışmalar sunulmuştur. Faggiano, Montone ve Mariotti (2016), Faggiaono, Montano ve Rossi (2017) ve Montone, Faggiano ve Mariotti (2017) çalışmalarında kâğıt ve iğneyi somut birer SAT artifaktı olarak kullanmışlardır. Üç çalışmanın da ortak amacının, dinamik geometri yazılımları ile kâğıt ve iğne artifaktlarının arasındaki sinerjiyi ortaya koymak olduğu söylenebilir. Bu iki çeşit artifaktın bir arada kullanımının matematiksel anlamların ortaya çıkmasını desteklediği görülmüştür.

Öklid geometrisinde olduğu gibi kağıt katlamanın da postulatları vardır. Farklı matematikçiler bu postulatları farklı şekillerde ifade etmişlerdir (Auckly ve Cleveland, 1995; Alperin, 2000; Geretschlager, 1995; Olson, 1975); ancak Huzita aksiyomları olarak bilinen aksiyomlar daha anlaşılır ve sade bir biçimde ifade edilmiştir. Huzita'ya göre kâğıt katlama sürecinin yedi temel postulatı vardır (Krier, 2007). Bu postulatlar kâğıt katlama esnasında doğru, diklik, paralellik ve eşlik gibi kavramların çakışmalar yoluyla görülmesine imkân sağlarlar. SAT bağlamında incelendiğinde, kâğıt katlama esnasında oluşan çakışmalar ve öğrencilerin bu çakışmalara ilişkin yapacakları açıklamalar, artifakta bağlı işaretlerdir ve bu işaretlerin analiz edilmesiyle matematiksel anlamların oluşup oluşmadığı görülebilir. Bu sebeplerle, kağıt SAT'ın bir artifaktı olarak kullanılabilir. Kâğıt katlama ile öğrenciler doğru, diklik, paralellik gibi kavramları artifakta bağlı açıklayabilir ve ardından matematiksel kavramlar olarak yapılandırıp anlamlandırabilir. Bu temel elemanları yapılandırmanın ardından dikdörtgen, kare, eşkenar dörtgen gibi diğer geometrik şekilleri de inşa edip; onların

kağıt katlamadan doğan özelliklerini fark edip kendi matematik bilgilerini oluşturabilirler. Bu çalışmada, kağıt katlama yoluyla öğrencilerin bir simetri eksenine bulunan dörtgenleri (ikizkenar yamuk ve deltoid) inşa etme süreçleri ve bu süreçte ortaya çıkan işaretler analiz edilmiştir.

## 2. YÖNTEM

### Araştırmanın Modeli

Araştırma nitel bir durum çalışmasıdır. SAT'ın Türkiye'de kullanılabilirliğini analiz etmek amacıyla gerçekleştirildiği için bu çalışma, durum çalışması desenlerinden bütüncül tek durum desenine (Yıldırım ve Şimşek, 2008) uygundur. Katılımcılar, veri toplanması ve analizine ilişkin bilgiler aşağıda ayrıntılı olarak açıklanmıştır.

### Katılımcılar

Araştırmada sağlık meslek lisesinde 10. sınıfta okumakta olan 35 öğrenci ile çalışılmıştır. Sınıfın matematik öğretmeni ile görüşüldüğünde, öğretmen öğrencilerin matematik başarısının düşük olduğunu ve geometrik kavramları yapılandırmada güçlük çektiklerini ifade etmiştir. Kâğıt, somut bir artefakt olduğu için öğrencilerin geometrik kavramları anlamlandırmasını kolaylaştıracağı düşüncesiyle güçlük çeken bu öğrencilerle çalışmak tercih edilmiştir. Öğrenciler heterojen olarak yedi gruba ayrılmıştır. Çalışma sürecinde görevler grup çalışmasıyla gerçekleştirilmiştir. Ancak konuşkanlıkları ve grup çalışmalarının doğrudan kayda alınmasına gönüllü olmaları nedeniyle, bir gruba odaklanılmış ve sadece odaklanılan grubun çalışmasına ilişkin bulgular raporlanmıştır.

### Verilerin Toplanması ve Analizi

SAT'ın bir artefaktı olarak seçilen kâğıt ile gerçekleştirilen bu çalışmada, öğrencilerin simetri eksenine sayılarına göre dörtgenleri inşa etmelerine yönelik etkinlikler, söz konusu teoriyi oluşturan akademisyenlerden birinin görüşleri alınarak araştırmacı tarafından hazırlanmıştır. Etkinlikler hazırlanırken, Türk ve İtalyan lise matematik kitaplarından faydalanılmıştır. Bu makalede, örnek teşkil etmesi açısından toplam beş hafta süren çalışmanın bir haftasında iki ders saatinde yapılan bir etkinlik sunulmuştur. Simetri eksenleri ile ilgili beş haftalık uygulamaya başlamadan önce, üç hafta boyunca aynı öğrencilerle temel geometrik kavramlara (doğru, dik doğru, paralel doğru, açı vb.) ilişkin katlamalar yapılmış ve öğrencilerin kâğıt katlama çalışmalarına aşına hale gelmeleri amaçlanmıştır.

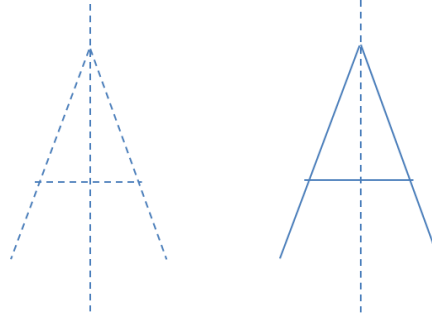
Verilerin toplanmasında, geçerliği sağlayabilmek amacıyla üç kamera kullanılmıştır. Bunlardan biri tüm sınıfı çekmesi için sınıfın önüne, biri öğretmeni çekmesi için sınıfın arkasına ve bir diğeri de seçilen bir gruba odaklanacak şekilde yerleştirilmiştir. Ayrıca öğrencilere yönergelerin bulunduğu bir çalışma kâğıdı verilmiş ve öğrencilerden yönergelere uygun katlamalar yapmaları beklenmiştir. Katlamaları yapmalarının ardından, elde ettikleri geometrik şekilleri çizmeleri istenmiştir. Verilerin toplanması süresince, araştırmacı sadece izleyici konumunda kalmış ve sürece müdahil olmamıştır.

Çalışmanın sonunda araştırmacı tarafından video kayıtları çözümlenmiş ve çalışma kâğıtları incelenmiştir. Video kayıtları ve çalışma kâğıtlarının analizinden önce, bir simetri eksenine olan dörtgenlerin (ikizkenar yamuk ve deltoid) oluşturulması sürecinde kâğıt katlama etkinliklerinin semiyotik potansiyeli analiz edilmiştir. Öğrencilerin çalışmaları, bu ön analizler göz önünde bulundurularak, işaretler bağlamında betimsel olarak analiz edilmiştir. Bu süreçte güvenilirliği sağlayabilmek için yapılan analizler çalışmaya dâhil olan öğretmen ile

paylaşılması ve yapılan analiz sonucundan elde edilen bulgularla ilgili onun da görüşleri alınmıştır.

### Kağıt Katlamanın Semiyotik Potansiyeli: Simetri Ekseni ve Bir Simetri Ekseni Olan Dörtgenleri Oluşturma

Çalışmada her gruba yapılacak katlamaya ilişkin yönergelerin ve soruların olduğu birer çalışma kâğıdı verilmiştir. İstenen dörtgenlerin inşası ile ilgili etkinliğe başlamadan önce öğrenciler simetri eksenini oluşturulmalı ve anlamlandırılmalıdır. Bu bağlamda öğrencilere yöneltilen ilk soru “Büyük A harfini düşünün. Harfi oluşturan elemanların birbiri üzerine çakışacağı bir katlama yapabilir misiniz? Bu katlama hangi doğru boyunca olur? Bu doğruyun özelliği nedir? Bu çakışmayı nasıl açıklayabilirsiniz?”dir. Öğrencilerden beklenen “A” harfini aşağıdaki doğru boyunca katlayıp çakışan doğru parçalarını göstermeleri ve bu doğruyun simetri doğrusu olduğunu fark etmeleridir.



Şekil 4. “A” Harfinin Simetri Ekseni

Bu çalışmanın ardından ikizkenar yamuk ve deltoidin inşası amacıyla verilen yönergelere geçilmiştir. Öğrencilere verilen ilk yönerge “Bir simetri eksenine sahip dörtgenler nasıl elde edilir? Bir simetri eksenine sahip dörtgenler oluşturunuz. Kaç farklı dörtgen oluşturdunuz?” şeklindedir. Burada beklenen öğrencilerin ikizkenar yamuk ve deltoidi kağıt katlama yoluyla inşa etmeleridir. İkizkenar yamuğun inşası Şekil 5’te gösterilmiştir.

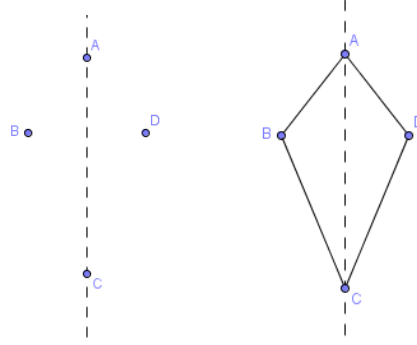


Şekil 5. “İkizkenar Yamuk”un inşası

Öğrenciler öncelikle kâğıt üzerinde A ve B olmak üzere iki nokta seçmelidirler. Ardından kendi belirledikleri simetri doğrusu boyunca katladıklarına A ve B ile çakışan noktaları adlandırmalıdır ve bu noktaları ardışık olarak katlayarak birleştirmelidirler. A ile çakışan noktayı D, B ile çakışan noktayı C olarak adlandırdıkları varsayılır ise oluşturacakları dörtgen ABCD ikizkenar yamuğu olacaktır. Öğrencilerden beklenen oluşan dörtgenin

katlamadan doğan özelliklerini ifade etmeleri ve bu dörtgenin ikizkenar yamuk olduğunu fark etmeleridir.

Öğrencilerin inşa edebileceği bir diğer dörtgen deltoiddir. Şekil 6’da deltoidin inşası gösterilmiştir. Deltoidin inşası için öncelikle kağıt üzerinde A, B ve C olmak üzere üç nokta seçilmelidir. Bunlardan ikisinden geçen bir doğru boyunca katlandığında (ki bu doğru simetri doğrusudur) diğer nokta ile çakışan nokta (D) işaretlenir ve bu noktaların ardışık olarak birleştirilmesi sonucunda ABCD deltoidi oluşturulmuş olur. Öğrencilerden beklenen oluşan dörtgenin katlamadan doğan özelliklerini ifade etmeleri ve bu şeklin deltooid olduğunu fark etmeleridir.



Şekil 6. “Deltoid”in inşası

Bu iki katlama çalışması süresince, öğrencilerin ifadelerinden ve çizimlerinden artıfakta bağlı işaretlerin oluşumu beklenmektedir. Öğrencilerin jestleri, sözleri ve çizimleri işaretler arasındaki geçişlerin analizi için veri kaynağı olacaktır. Ve kağıdın semiyotik açıdan bu işaretlerin ortaya çıkmasına imkan sağlayacak potansiyele sahip olduğu söylenebilir. Öğrencilerin çalışmaları yukarıdaki ön analizlere dayalı olarak işaretler bağlamında analiz edilmiştir.

### 3. BULGULAR

Öğrenciler istenen dörtgenleri inşa etmeye başlamadan önce, simetri doğrusunu inşa etmeleri amacıyla verilen yönerge doğrultusunda bir çalışma (kâğıdı katlayarak A harfini oluşturma) yapmışlardır ve bu çalışmada öğrenciler arasında aşağıdaki diyalog geçmiştir:

5 Ö1: ... Harfi oluşturan elemanların birbiri üzerine çakışacağı bir katlama yapabilir misiniz?

...

8 Ö1: Yapabiliriz yani.

9 Ö4: Evet. (A harfinin kolları birbirine çakıştırarak Şekil 7’deki gibi katlıyorlar.)



Şekil 7. Öğrencilerin simetri doğrusunu oluşturmak amacıyla yaptıkları katlama

10 Ö1: Bu katlama hangi doğru boyunca olur?

11 Ö3: Simetri doğrusu diyelim bence.

Öğrencilerin arasında geçen konuşmalardan hareketle terim olarak “simetri doğrusu”nu bildikleri görülmektedir. Ancak ilk etapta simetri doğrusuna ilişkin kavramsal olarak ne bildikleri anlaşılmamaktadır. Çalışmanın devamında;

12 Ö4: Aynı doğru üzerinde olmuyor ki, bunlar başka.

13 Ö2: Evet ama şu, şuradaki doğru. (Şekil 8’de kesik çizgi ile vurgulanan doğruyu kast ediyor.)



Şekil 8. Oluşan simetri doğrusu

14 Ö3: Tepe noktası üzerinde.

15 Ö1: Evet tepe noktası üzerinde olur.

16 Ö2: Tepe noktadan aşağı doğru...

17 Ö4: (16. satırdaki Ö2’nin cümlesini tamamlıyor.) ... Doğru inen doğru.

18 Ö1: Bu doğrunun özelliği nedir?

19 Ö2: Simetri doğrusu.

20 Ö4: Simetri eksenini.

21 Ö1: A’yı simetrik bir şekilde ikiye ayırır.

A harfinin inşası aracılığıyla simetri eksenini kavramını oluşturmak için yapılan bu çalışmada, didaktik döngüde bulunan bireysel/küçük gruplarla işaretlerin üretimi safhası öne çıkmaktadır. Öğrenciler etkinliği gerçekleştirirken, simetri eksenine ilişkin artifakta bağlı işaretler oluşmuştur. 12. satırda görüldüğü gibi, ilk etapta Ö4 A’nın kollarının aynı doğru üzerinde olmadığını ifade etmiştir. Bu da çakışmayı algılayamadığını göstermektedir. Ancak 13. satırda Ö2’nin açıklaması ve arkadaşlarıyla yapılan kısa beyin fırtınasından sonra 20. satırda, oluşan doğrunun simetri eksenini olduğunu ifade etmiştir. 16. satırda artifakta bağlı bir işaret ortaya çıkmaktadır. Ö2 simetri doğrusu için kâğıda bağlı bir anlam ortaya koymuştur. 19 ve 20. satırlarda görülen ifadeler ise artifakta bağlı işaretin matematiksel işarete dönüştüğünün bir göstergesidir. Ö2, önce 16. satırda kâğıda bağlı ifade ettiği doğruyu, daha sonra 19. satırda matematiksel olarak ifade etmiştir. Ö1 ise 21. satırda görüldüğü gibi artifakta bağlı ve matematiksel işaretleri bir arada kullanarak simetri eksenini kavramının anlamlandırılmasını sağlamıştır.

Didaktik döngü açısından bakıldığında ise; öğrenciler artifakt ile gerçekleştirdikleri etkinlikte yönerge doğrultusunda kâğıt katlama işlemini yapmışlardır. Öncelikle bireysel olarak fikirlerini söylemişler ardından, birbirlerinin fikirlerini de dikkate almışlardır. 16. ve 17. Satırda görüldüğü gibi birbirlerinin cümlelerini tamamlamışlar. Bu diyaloglar, bireysel ve küçük gruplarla işaretlerin üretimi aşamasına gelindiğini göstermektedir. Oluşan doğrunun simetri eksenini olduğu konusunda fikir birliğine vardıldıktan sonra, öğrenciler çakışmayı nasıl açıklayabileceklerine ilişkin tartışmaya başlamışlardır. Tekrar katlama yapmadan, sadece katladıkları kâğıda bakarak ve oluşan kat izleri üzerinden yapılan bu tartışma onların, geçiş işaretlerini ardından da matematiksel işaretleri üretmelerini sağlamıştır.

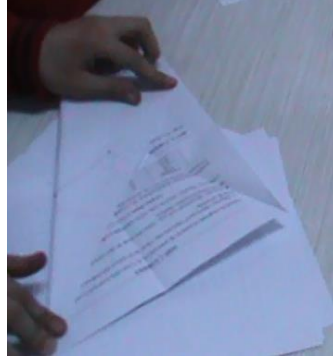
- 23 Ö1: Bu çakışmayı nasıl açıklayabilirsiniz?  
 24 Ö4: Ne olarak açıklayacağız ki? Ne bakımdan?  
 25 Ö3: Çakışık dediğimiz, aynı şeyden geçen doğrular mı?  
 26 Ö2: Hayır böyle katladığımızda üst üste geliyorlar. Böyle simetri doğrusundan katlayınca.  
 27 Ö1: Ne dedin? Simetri doğrusu.  
 28 Ö3: Bir daha okusana.  
 29 Ö1: Bu çakışmayı nasıl açıklayabilirsiniz?  
 30 Ö2: Simetrik bir şekilde katladığımızda çakıştılar.

25. satırda görüldüğü gibi Ö3'ün şey olarak ifadesi bir geçiş işaretidir. Öğrenci kat izini ifade etmektedir ve artık artifaktan bağımsız işaretler oluşturma eğilimindedir. Buna rağmen matematiksel işaret de henüz tam olarak ortaya çıkmadığı için “şey” kelimesini kullanarak kendini ifade etmeye çalışmıştır. 26. satırda da Ö'nin jestinden ortaya çıkan bir geçiş işareti vardır. Öğrenci önce “...böyle katladığımızda...” demiştir. İlk başta tam adlandıramadığı doğruyu ifadesi bir geçiş işaretidir. Ardından simetri doğrusundan katlamayı kast ettiğini ifade etmiştir. Ö2 simetri doğrusundan bahsederek kâğıttan bağımsız bir açıklama yapmaya çalışmıştır. Bu da, çalışma sonucunda matematiksel bir işaretin ortaya çıktığını gösterir. Öğrencilerin tartışmasından hareketle, didaktik döngüdeki “işaretlerin kolektif üretimi” aşamasından da geçildiği ve simetri eksen kavramının oluşmasında didaktik döngünün gerçekleştiği söylenebilir.

Simetri doğrusunu anlamlandırmalarının ardından öğrenciler, çalışmanın asıl amacı olan bir simetri eksenine sahip dörtgenleri inşa etme sürecine geçmişlerdir. Öğrenciler deltoid veya ikizkenar yamuk oluşturmaya ilişkin yönlendirilmemişlerdir. Didaktik döngüdeki “artifakt ile etkinliğin gerçekleştirilmesi” aşamasına uygun olarak kendilerine verilen yönergedeki katlamaları yapmışlardır. Katlama süreci, süreçteki tartışma ve ortaya çıkan anlamlar aşağıdaki diyalogda görülebilir.

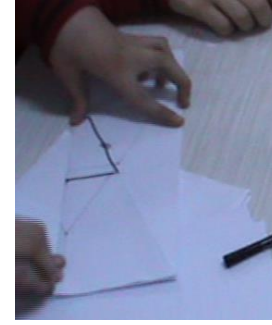
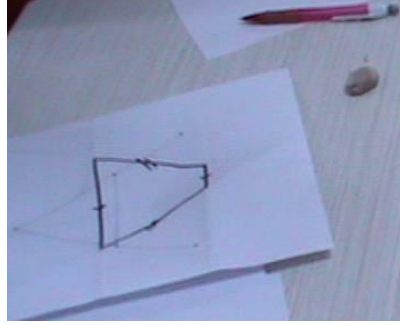
- 32 Ö1: Bir simetri eksenine olan dörtgenler nasıl elde edilir? (Arkadaşlarına yönergeyi okudu.)  
 33 Ö4: O zaman bir tane simetri eksenine olacak.  
 34 Ö2: Bir tane simetri eksenine olan benim aklıma ikizkenar yamuk geliyor. Çünkü katladığımda mesela onla o birbirine çakışıyor. (Yamuğun ikizkenarlarını kast ediyor)  
 35 Ö4: O zaman bir tek ikizkenar yamuk diyeceğiz.

Öğrenciler dörtgenleri zihinlerinde hayal edip, bir simetri eksenine sahip olanın hangisi olduğunu bulmak için tartışmışlardır. Burada beklenenin tersi bir durum söz konusudur. Öğrencilerden beklenen öncelikle artifakt ile etkinliği gerçekleştirmeleri, ardından tartışma yapmalarıdır. Ancak didaktik döngüde beklenenin aksine, öğrenciler katlamayı yapmadan önce tartışmayı yapmışlardır. Tartışma sonucunda, ikizkenar yamuğun bu özelliği taşıdığına karar vermişler ve ikizkenar yamuğu oluşturmak için katlama yapmaya başlamışlardır.



**Şekil 9.** Öğrencilerin ikizkenar yamuk oluşturma amacıyla yaptıkları katlama

34 ve 35. satırlardaki ifadeler doğrudan matematiksel işaretlerdir. Öğrenciler ikizkenar yamuk olarak tahmin ettikleri geometrik şekli, yani matematiksel bilgilerinin doğruluğunu, katlama yoluyla test etmeye çalışmışlardır. Öğrenciler ikizkenar yamuğu oluşturmuşlardır. Katlama yoluyla oluşturdukları ikizkenar yamuğun kat izlerini belirginleştirmek için kat izlerinin üzerinden kalem ile çizgi çizmişlerdir. Yaptıkları katlamayı incelemiş ve ikiz olan kenarların gerçekten eş doğru parçaları olduğunu kenarları karşılaştırarak görmüşlerdir.



**Şekil 10.** Öğrenciler ikizkenar yamuğun kat izlerini netleştirmeleri ve ikizkenarların eş olduğunu göstermek için yaptıkları katlama

Öğrenciler artefakt ile yapılması gereken etkinliği, tartışmanın ardından yaptıkları için artefakta bağlı işaretlerden matematiksel işaretlere geçiş gerçekleştirmişlerdir. Doğrudan matematiksel işaretler ortaya çıkmıştır. İkizkenar yamuğun oluşturulması sürecinde, öğretmen ve öğrenciler arasında öğretmenin rolünü gösteren aşağıdaki diyalog geçmiştir.

- 47 Ö1: Bir simetri ekseni olan dörtgenler oluşturunuz (Yönergeyi okudu). Oluşturduk.  
Kaç farklı dörtgen oluşturdunuz (Yönergeyi okudu). Bir tane, (o da) ikizkenar yamuk.  
48 Ö4: Sadece ikizkenar yamuk oluşur.  
49 Ö2: Aynen o aklımıza geldi.  
50 Öğretmen: Başka bir dörtgen yok mu?  
51 Ö2: Kare var ama onun iki tane simetrisi var.  
52 Öğretmen: Sadece bir tane olan başka var mı acaba?  
53 Ö1: Bütün dörtgenleri sayalım. Yamuk, eşkenar dörtgen...

Öğretmen, öğrencileri başka hangi dörtgenin bir simetri eksenine sahip olabileceği konusunda tartışmaya sevk etmiştir ve öğrenciler de bu diğer dörtgenin hangisi olacağı konusunda düşünmeye başlamışlardır. Bu diyalog öğretmenin SAT'ta ön görülen göreve geri dönüş için soru sorma ve odaklanma rollerine işaret etmektedir. 51. satırda Ö2 karenin iki simetri ekseni olduğunu ifade etmiştir, aslında karenin dört simetri ekseni vardır. Ancak ne öğretmen ne de diğer öğrenciler bir simetri ekseni olan dörtgeni aradıkları için bu yanlış bilgi

üzerinde durmamışlardır. Öğretmen, öğrencileri odaklanmaları gereken noktaya çekerken bir öğrencinin yanlış ifadesi üzerinde durmamıştır. Bu yanlış düzeltmeye çalışmaması öğretmenin süreci çok iyi yönetemediğinin bir göstergesidir. Ancak devam eden diyalogdan, öğretmenin öğrencilerin başka bir katlama yapılıp yapılamayacağını tartışmaya odaklanmalarını sağladığı görülmektedir.

54 Ö4: Sadece dörtgen mi?

55 Ö1: Evet.

56 Ö4: Paralelkenar.

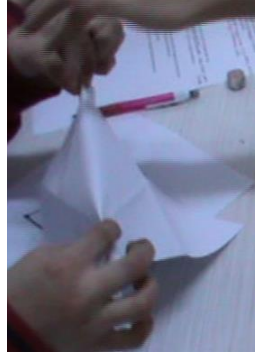
57 Ö2: Paralelkenarın iki tane oluyor ama. Bir de böyle katlayınca. Aaa... Ama paralelkenar olur. Çünkü yandan katladığımda olabilir.

58 Ö1: Ama çakışmaz.

59 Ö2: Deneyelim mi (Katlamaya başladı). Kararsız kaldım bir deneyelim bence onu görelim.

60 Ö4: Yalnız oradan paralel çizmek zorundayız.

61 Ö2: Şimdi bunlar birbirine paralel ya. Sonra bir de şöyle katlıyorum. (Katlayarak bir paralelkenar oluşturdu) Şimdi bunun kaç tane simetriği (simetri eksenini) var?



**Şekil 11.** Öğrencilerin paralelkenarın simetri eksenini olup olmadığını belirlemek amacıyla yaptıkları katlama

62 Ö4: Bir tanesi buradan (Paralelkenarlardan ikisini karşılaştırdı).

63 Ö2: Bir tanesi şöyle olacak. Bir tane de şu şekilde olacak (Diğer paralel olan kenarları da aynı anda karşılaştırmaya çalıştı). Olmadı.

Öğrenciler, paralelkenarın simetri eksenini olup olmadığını katlama yoluyla belirlemeye çalışmışlardır. Öğrencilerin bu denemesinde, matematiksel işaret oluşmamış ve 61. satırda görüldüğü gibi ifadeler artifakta bağlı kalmıştır. Bu süreçte didaktik döngünün her aşamasını görmek mümkündür. Öncelikle artifakt ile etkinliklerini gerçekleştirmişler; yani kâğıt ile katlamalar yapmışlardır. Katlamanın sonucunda ortaya çıkan izler üzerine tartışmışlar ve aradıkları dörtgenin paralelkenar olmadığını karar vermişlerdir. Öğrenciler diğer dörtgenler üzerine düşünmeye ve tartışmaya devam etmiştir.

64 Ö1: Başka?

65 Ö4: Kare olmuyor, Paralelkenar olmuyor, dikdörtgen olmuyor.

66 Ö1: Başka ne var?

67 Ö4: Eşkenar dörtgen var.

68 Ö2: Eşkenar dörtgen...

69 Ö1: Deltoid.

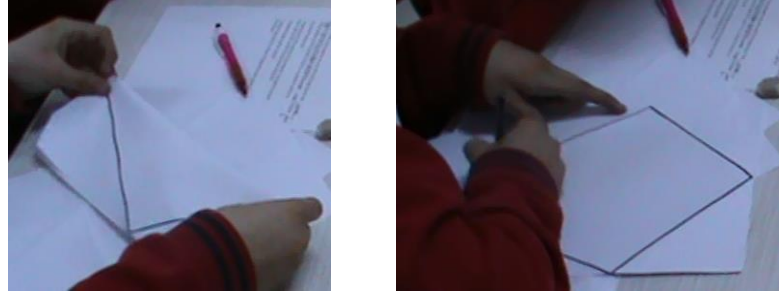
70 Ö4: Aynen deltoid var.



71 Ö1: Heyy (Sevinç çığlıkları)

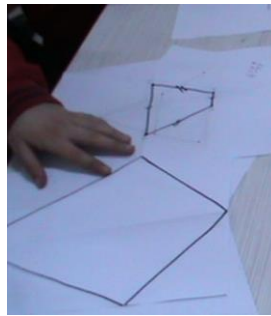
72 Ö2: Eşkenar dörtgen olmuyor çünkü bunun dik hali yine aynı şeye gelecek. (Paralelkenarın köşegenlerini gösteriyor) Deltoid...

Öğrenciler ikizkenar yamuğun inşasında olduğu gibi, deltoidin inşasında da didaktik döngünün tartışma aşamasından başlamışlardır. Onlardan beklenen kağıt katlamalar yoluyla istenen dörtgeni oluşturmaları iken onlar öncelikle tartışma yapmayı ardından belirledikleri dörtgeni inşa etmek için katlamalar yapmayı tercih etmişlerdir. Bu döngünün beklendiği gibi olmaması nedeniyle de artifakta bağlı işaretler, matematiksel işaretlerden sonra ve onlardan bağımsız olarak ortaya çıkmıştır. Tartışmadan sonra öğrenciler tarafından yapılan katlama ve oluşturulan deltoid Şekil 10’da görülmektedir.



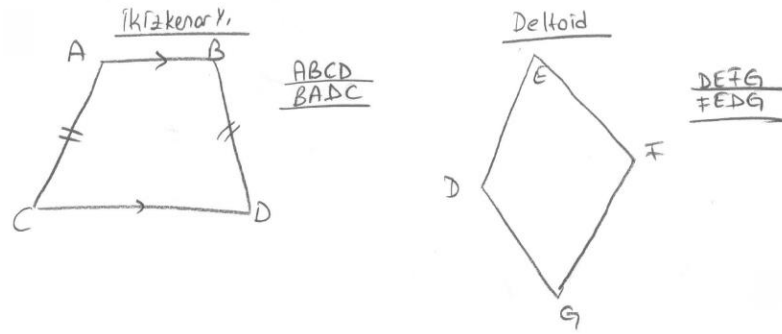
**Şekil 12.** Öğrencilerin simetri eksenini kullanarak deltoid oluşturmaları

Öğrenciler deltoid fikrine ulaşana kadar paralelkenar ve eşkenar dörtgenin bir simetri eksenine sahip olma özelliğini sağlayıp sağlamadığını görmek için katlamalar yapmışlardır. Paralelkenarı simetri eksenini kullanarak inşa edemeyeceklerini fark edince bu fikirlerinden vazgeçmişlerdir. Bu denemelerin ardından ikizkenar yamuğun inşasında olduğu gibi, deltoidin inşasında da, önce deltoidin bir simetri eksenine sahip olduğunu tahmin etmiş ardından kağıt katlama yoluyla tahminlerini doğrulamışlardır. Öğrencilerin tahminleri, kağıttan tamamen bağımsızdır. Dörtgenlerin hepsini zihinlerinde canlandırarak bir simetri eksenine olan dörtgenin hangisi olduğunu bulmaya çalışmışlardır. Yukarıdaki diyalogda 65., 67., 68. ve 69. satırların tamamı matematiksel işaretlerdir. Şekil 12’de görüldüğü gibi, simetri eksenini göz önünde bulundurarak katlama yoluyla deltoidi oluşturmuşlardır.



**Şekil 13.** Katlama yoluyla oluşturdukları dörtgenleri (öğrenciler kat izlerini netleştirmek için üzerinden kalem ile geçmiş)

Kâğıt katlama yoluyla bir simetri eksenine sahip dörtgenleri oluşturduktan sonra, öğrencilerden yaptıkları katlamaları formal hale getirmeleri istenmiştir. Öğrenciler çalışma kâğıtlarına Şekil 14’deki gibi, oluşturdukları ikizkenar yamuk ve deltoidi çizmiş ve bu iki dörtgenin köşeleri arasındaki permutasyonu yazmışlardır.



**Şekil 14.** Öğrencilerin katlama yoluyla oluşturdukları dörtgenlere ait çizimleri

Şekil 14'deki çizimlerden öğrencilerin ikizkenar yamuk ve deltoidin özelliklerini ve simetri ekseninden katlanması sonucunda hangi köşelerin birbiri üzerine çakıştığını kavradıkları görülebilmektedir.

#### 4. SONUÇ VE TARTIŞMA

Bu çalışmada Vygotsky'nin (1978) bilginin yapılandırılması için sosyal etkileşimin ne denli önemli olduğu görüşünü temel alan Bartolini Bussi ve Mariotti (2008) tarafından düzenlenmiş olan Semiyotik Arbuluculuk Teorisi tanıtılmış ve kâğıdın artifakt olarak kabul edildiği bir öğrenme etkinliğinin bu teori çerçevesinde analizi yapılmıştır. Gelişime açık olan bu teorinin önemli bileşenlerinden olan artifakt, işaretler ve didaktik döngü üzerinde durulmuştur. Moreno-Armella ve Santos-Trigo (2008), Mariotti (2008) ve Bartolini Bussi ve Mariotti (2008) görüşlerinden faydalanarak bir artifaktın zaman içerisinde öncelikle araç ve sonrasında ise enstrümana dönüşebileceği fikri açıklanmıştır.

Artifaktların bireyler için taşıdığı anlamlar, kültürden kültüre değişiklik göstermektedir. Kâğıt katlama Japonya için tarihten gelen bir artifaktır. Ülkemiz için tarihten gelen bir bağı olmamakla birlikte son yıllarda matematik sınıflarında kullanılmaya başlanmış bir araçtır (Çeziktürk-Kipel, 2017; Duatepe-Paksu, 2016; Gür ve Kobak-Demir, 2017). Nitekim, kâğıt katlamanın semiyotik potansiyelinin analizi sonucunda öğrencilerin çakışma (coincide), iz (crease) vasıtasıyla simetri, eşlik gibi kavramları zihinlerinde canlandırmasına yardımcı olan bir artifakt olduğu görülmüştür. Çalışmadan elde edilen bulgular da, bu artifaktın öğrencilerin çeşitli geometrik kavramları anlamlandırılmalarına ve yapılandırmalarına hizmet edebilecek nitelikte olduğunu göstermiştir.

Tatar ve Dikici (2008) somut materyal ve görsellerin kullanımına dikkat çekerken; Dreyfus (1991) ve Duval (2008) matematiksel kavramların temsillerinin, öğretimde ne derece önemli olduğu üzerinde durmuştur. Buradan hareketle, öğrencilerin geometrik şekilleri manipulatif bir artifakt olan kâğıt ile oluşturmaları ve defterlerine oluşturdukları şekilleri çizmeleri, bu kavramların özelliklerini zihinlerinde yapılandırabilmeleri açısından önem taşımaktadır. Öğrencilerin kâğıt katlama sonrasında yaptıkları çizimler, artifaktın kullanımı sonucunda oluşan matematiksel işaretler olarak değerlendirilebilir.

Öğrencilerle gerçekleştirilen simetri ekseninin inşası ve bir simetri eksenini olan dörtgenlerin oluşturulmasına yönelik çalışmada, Vygotsky'nin (1978) savunduğu, öğrencilerin arkadaşlarıyla ve öğretmeniyle tartışması fikrinin, bilginin yapılandırılmasında ne derece önemli olduğu görülmüştür. Bu durumun göstergeleri arasında, 12. satırdan 20. satıra kadar olan diyalog bir örnek olarak gösterilebilir. Bu diyalog, kâğıdın sadece öğrencilerin psikomotor gelişimlerine değil, matematiksel düşüncelerine de hizmet eden bir

araç olduğunun göstergesidir ve SAT'ın asıl amacı da artifakt ile gerçekleştirilen etkinlikler esnasında oluşan matematiksel anlamları işaretler aracılığı ile ortaya koymaktır.

Bartolini-Bussi ve Baccaglioni-Frank (2015) çalışmalarında öğrencilerin jestleri, söylemleri ve çizimlerdeki geçiş işaretlerini belirleyerek raporlandırmışlardır. Bu çalışmada ise diyalogların açıklamalarında, öğrencilerin çalışmaları sonucu oluşan artifakta bağlı işaretlere, geçiş işaretlerine ve matematiksel işaretlere dikkat çekilmiştir. Görevler süresince oluşan işaretlerden hareketle, her iki çalışma için de ortak olarak söylenebilir ki; öğrenciler üzerine çalışılan kavramları oluşturmuşlar ve bilgileri anlamlandırmışlardır.

Bu çalışmada, öğrencilerin söz konusu kavramların özelliklerini, anlamlarını tam olarak bilmemelerine karşın terimleri bilmeleri SAT açısından bir çelişki oluşturmuştur. Öğrencilerden beklenen, kâğıt katlama etkinliğini gerçekleştirdikten sonra, ilk etapta artifakta bağlı işaretleri kullanıp, ardından bu işaretleri matematiksel işaretlere dönüştürmeleridir. Fakat bu çalışmada, öğrenciler genellikle katlama öncesinde tartışma yapmış; daha sonra kâğıt katlama işlemine geçmişlerdir. Öğrencilerin yaptıkları kavramı oluşturma değil, bir nevi kavramın özellikleri üzerine derin düşünme olmuştur. Öğrenciler dörtgenlerin (kare, dikdörtgen, deltoid, paralelkenar, yamuk) çizimlerini bilmelerine karşın kaç simetri eksenine sahip olduğu gibi şeklin bazı özellikleri üzerinde daha önce derin düşünmedikleri diyaloglardan anlaşılmaktadır. Ancak gerçekleştirilen bu çalışma sonucunda, terim olarak bildikleri bu dörtgenlerin özelliklerini derinlemesine düşünebilmiş ve kâğıt katlama ile de düşüncelerinin doğruluğunu test ederek zihinlerinde yapılandırma imkânı bulmuşlardır. Şimdiye kadar gerçekleştirilen çalışmalarda, didaktik döngüye tartışma ile başlayıp etkinlik bitirilmesine rastlanmamış ve genellikle öğrenciler tarafından öncelikle artifakta bağlı işaretler üretilmiştir (Bussi ve Baccaglioni-Frank, 2015; Faggiano, Montone ve Mariotti, 2016; Faggiano, Montone ve Rossi, 2017; Maschietto, 2015; Mariotti, 2009; Montone, Faggiano ve Mariotti, 2017). Mevcut çalışmada beklenenin tersi bir durum ortaya çıkması, aslında SAT'ın sadece matematiksel kavramları oluşturma değil, bilinen kavramların özellikleri üzerine derin düşünme imkânı sunabilecek bir teori de olabileceği fikrini akla getirmektedir.

Ng ve Sinclair (2015) ve Maffia (2019) çalışmalarında öğretmenin kendi söylemlerinin ve öğrencilerin söylemlerine odaklanmalarının ne derece önemli olduğunu vurgulamıştır ve bu çalışmada da, öğretmenin didaktik döngüde belirtilen görevlerini gerçekleştirmesinin, SAT açısından önemi dikkat çekmektedir. Öğretmenin öğrencilerin söylemlerine yeterince odaklanmaması, tartışmanın gidişatını etkilemiştir ve kavramların oluşum sürecinin izlenebilmesini güçleştirmiştir. Nesneleştirme semiyotik anlamından bakıldığında, öğrencilerin çizimlerinin içsel temsiller mi olduğu yoksa anlamlandırılmayan ve henüz içselleştirilmemiş temsiller mi olduğu anlaşılmalıdır. Bu durum, Radford'un (2002) nesneleştirme tanımında belirttiği gibi, öğretmenin öğrencilerin dikkatini göreve çekmekte zorlanmasının bir sonucu olarak ortaya çıkmaktadır.

Güler ve Altun (2018) aynı etkinliği, farklı öğretmenlerin epistemolojik inançları, bilişsel birikimleri ve tecrübeleri gibi değişkenler nedeniyle farklı şekillerde gerçekleştirebileceklerini ifade etmişlerdir. Bu çalışmada da, etkinlikler öğretmenle etkinlikler uygulamadan daha önce paylaşılmış ve üzerine tartışılmış olmasına, SAT hakkında bilgi verilmesi ve üzerine düşen görevler üzerine konuşulmuş olmasına rağmen; öğretmen süreci SAT'ın öngördüğü şekilde yönetememiştir. Öğrencilerin odaklanması ve göreve geri dönmeleri için müdahalelerde bulunmuş ancak onları sentez yapmaya teşvik etmemiştir. Kendisi de etkinlik sonunda bir sentez yapmamıştır. Bu durumun nedeni, Güler ve Altun (2018) tarafından ifade edilen değişkenlerden biri olabilir. Dolayısıyla SAT'ın sınıflarda kullanımı için öğretmenleri teori ile bilgilendirmek yeterli olmamakta; onların epistemolojik inançları ve bilgi birikimleri üzerine de eğilmek gerekmektedir.

Kâğıt, SAT için önerilebilecek somut artefaktlardan sadece bir tanesidir. Öğrencilerin matematiksel anlamları oluşturmalarına hizmet edecek yeni artefaktların ortaya atılması ile hem semiyotik arabuluculuk teorisinin gelişimine hem de matematik öğretiminin kalitesini artırmaya katkıda bulunulabilir.

## KAYNAKÇA

- Alperin, R. C. (2000). A mathematical theory of origami constructions and numbers. *New York Journal of Mathematics*, 6, 119-133.
- Auckly, D. ve Cleveland, J. (1995). Totally real origami and impossible paper folding. *The American Mathematical Monthly*, 102 (3), 215-226.
- Aysever, R. L. (2004). Bu çağın metinleri. *Hacettepe üniversitesi Edebiyat Fakültesi Dergisi*, 21 (2), 91-100.
- Bartolini Bussi, M. G., & Mariotti, M. A. (2008). Semiotic mediation in the mathematics classroom: Artifacts and signs after a Vygotskian perspective. İçinde L. English ve diğerleri (Eds.), *Handbook of International Research in Mathematics Education*, 2. Baskı (ss. 746-783). New York and London: Routledge.
- Bartolini Bussi, M. G. B., & Baccaglioni-Frank, A. (2015). Geometry in early years: sowing seeds for a mathematical definition of squares and rectangles. *ZDM Mathematics Education*, 47(3), 391-405.
- Bartolini Bussi, M. G., Bertolini, C. Ramploud, A. & Sun, X. (2017). Cultural transposition of Chinese lesson study to Italy: An exploratory study on fractions in a fourthgrade classroom, *International Journal for Lesson and Learning Studies*, 6 (4), 380-395,
- Bjorklund, D. (2013). *Children's strategies: Contemporary views of cognitive development* (10. edition). USA: Lawrence Erlbaum publishing.
- Boakes, N. (2008). Origami-mathematics lessons: Paper folding as a teaching tool. *Mathitudes*, 1 (1), 1-9.
- Boz, B. (2015). İki boyutlu kağıtlardan üç boyutlu origami küpüne yolculuk. *Journal of Inquiry Based Activities*, 5(1), 20-33.
- Çavuş, H., & Eskitaşçıoğlu, E. İ. (2016). Türkiye'de Matematik Öğretiminde Öğretmenlerin Eğitim Ortamlarında Bilgisayar ve Matematik Programlarından Yararlanma Ölçütleri. *Ahi Evran Üniversitesi Kırşehir Eğitim Fakültesi Dergisi*, 17(3), 457-475.
- Çeziktürk-Kipel, Ö. (2017). Kâğıt şeritle düzgün beşgen origamisi: öğrenci cevaplarının matematiksel düşünce açısından içerik analizi. *Kalem Eğitim ve İnsan Bilimleri Dergisi*, 7(1), 159-182.
- Dreyfus, T. (1991, Haziran). On the status of visual reasoning in mathematics and mathematics education. İçinde *Proc. 15th Conf. of the Int. Group for the Psychology of Mathematics Education*, 1, 33-48.
- Duatepe-Paksu, A. (2016). Kâğıt katlama yöntemiyle dörtgenlerin incelenmesi. *Araştırma Temelli Etkinlik Dergisi*, 6(2), 80-88.
- Duatepe-Paksu, A. (2017). Constructing a rhombus through paper folding. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 48(5), 763-767.
- Durmuş, S., (2004), Matematikte öğrenme güçlüklerinin saptanması üzerine bir çalışma, *Kastamonu Eğitim Dergisi*, 12(1), 125-128.
- Duval, R. (2006). A cognitive analysis of problems of comprehension in a learning of mathematics. *Educational studies in mathematics*, 61 (1-2), 103-131.

- Duval, R. (2008). Eight problems for a semiotic approach in mathematics education. *Semiotics in Mathematics Education: Epistemology, Historicity, Classroom, and Culture*, 39-62.
- Faggiano, E., Montone, M., ve Mariotti, M. A. (2016). Creating a synergy between manipulatives and virtual artefacts to conceptualize axial symmetry at primary school. *İçinde Proceedings of PME*, 40(2), 235-242.
- Faggiano, E., Montone, A., ve Rossi, P. G. (2017). The synergy between manipulative and digital artefacts in a mathematics teaching activity: a co-disciplinary perspective. *Journal of e-Learning and Knowledge Society*, 13(2).
- Geretschlager, R. (1995). Euclidean constructions and the geometry of origami. *Mathematics Magazine*, 68 (5), 357-371.
- Güler, H. K. ve Altun, M (2018). Öğretmenlerin inançlarının davranışlarına ve etkili bir geometri dersinin işlenişine yansımaları. *Kastamonu Education Journal*, 26(4), 1345-1357. doi:10.24106/kefdergi.443854.
- Gür, H., ve Kobak-Demir, M. (2017). Geometry teaching via origami: The views of secondary mathematics teacher trainees. *Journal of Education and Practice*, 8(15), 65-71.
- Gürbüz, M. Ç., Agsu, M. ve Güler, H. K. (2018). Investigating geometric habits of mind by using paper folding. *Acta Didactica Napocensia*, 11 (3-4), 157-174.
- Harel, G. (1989) Learning and teaching linear algebra: difficulties and an alternative approach to visualizing concepts and processes. *Focus on Learning Problems in Mathematics*, 11(2), 139-148.
- İnan, C., ve Erkuş, S. (2017). Geliştirilen sayı şeridi materyalinin ilkököl 4. sınıf öğrencilerinin matematik başarıları ve tutumlarına etkisinin incelenmesi. *Electronic Turkish Studies*, 12(35), 225-238.
- Johnson, D.A. (1957). Paper folding for the mathematics class. *National Council of Teachers of Mathematics*. Washington.
- Kaytan, E. (2007). *Türkiye, Singapur ve İngiltere ilköğretim matematik öğretim programlarının karşılaştırılması*. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Hacettepe Üniversitesi, Ankara.
- Krier, J. L. (2007). *Mathematics and origami. The ancient arts unite*. <http://math.uttyler.edu/nathan/classes/senior-seminar/JaemaKrier.pdf> on 08.12.2015.
- Kutluca, T., ve Akın, M. F. (2013). Somut materyallerle matematik öğretimi: dört kefli cebir terazisi kullanımı üzerine nitel bir çalışma. *Türk Bilgisayar ve Matematik Eğitimi Dergisi*, 4(1), 48-65.
- Leung, A. ve Frant, J. B. (2013). Theme a tools and representations. Claire Margolinas (Ed.), *Task Design in Mathematics Education. Proceedings of ICMI Study 22*, (ss. 15-16). Oxford, United Kingdom.
- Maffia, A. (2019) Exploiting the potential of primary historical sources in primary school: a focus on teacher's actions, *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 50 (3), 354-368.
- Maschietto, M. (2015). The arithmetical machine Zero+ 1 in mathematics laboratory: instrumental genesis and semiotic mediation. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 13(1), 121-144.
- Mariotti, M. A., ve Cerulli, M. (2001). Semiotic mediation for algebra teaching and learning. *İçinde 25th conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education (PME)*, 225-232.

- Mariotti, M. A. (2009). Artifacts and signs after aVygotskian perspective: the role of the teacher. *ZDM Mathematics Education*, 41, 427-440.
- Mariotti, M. A. (2014, 11-14 Ağustos). From using artefacts to mathematical meanings: the semiotic mediation process. YESS-7, Kassel.
- Montone, A., Faggiano, E., ve Mariotti, M. A. (2017). The design of a teaching sequence on axial symmetry, involving a duo of artefacts and exploiting the synergy resulting from alternate use of these artefacts. İçinde *Proceedings of CERME*, 10.
- Moreno-Armella, L., ve Santos-Trigo, M. (2008). Democratic access and use of powerful mathematics in an emerging country. İçinde L. English ve diğerleri. (Ed.), *Handbook of International Research in Mathematics Education, second edition* (ss. 319-351). New York and London: Routledge.
- Ng, O. L., & Sinclair, N. (2015). Young children reasoning about symmetry in a dynamic geometry environment. *ZDM Mathematics Educaiton*, 47(3), 421-434.
- Olson, A. T. (1975). *Mathematics through paper folding*. National Council of Teachers of Mathematics. Washington.
- Polat, S. (2013). Origami ile matematik öğretimi. *Mustafa Kemal Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü Dergisi*, 10 (21), 15-27.
- Presmeg, N., Radford, L., Roth, W. M., ve Kadunz, G. (2016). Semiotics in Theory and Practice in Mathematics Education. İçinde *Semiotics in Mathematics Education* (ss. 5-29). Springer International Publishing.
- Prigge, G. R. (1978). The differential effects of the use of manipulative aids on the learning of geometric concepts by elementary school children. *Journal for Research in Mathematics Education*, 9 (5), 361 367.
- Radford, L. (2002). The seen, the spoken and the written: A semiotic approach to the problem of objectification of mathematical knowledge. *For the learning of mathematics*, 22(2), 14-23.
- Radford, L. (2003). Gestures, speech, and the sprouting of signs: A semiotic-cultural approach to students' types of generalizations. *Mathematical Thinking and Learning*, 5 (1), 37-70.
- Radford, L. (2012). On the cognitive, epistemic, and ontological roles of artefacts. İçinde G. Gueudet, B. Pepin, & L. Trouche (Eds.), *From text to 'lived' resources: Mathematics curriculum materials and teacher development* (ss. 283–288). New York: Springer.
- Schoenfeld, A. (2002). Research methods in (mathematics) education. İçinde L. D. English (Ed.), *Handbook of international research in mathematics education*. (ss. 433-488). New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates.
- Şay, R. ve Akkoç, H. (2016). Mediating role of technology: prospective upper secondary mathematics teachers' practice. İçinde G. Adams (Ed.) *Proceedings of the British Society for Research into Learning Mathematics*, 36(1), 88-93.
- Tatar, E. ve Dikici, R. (2008). Matematik eğitiminde öğrenme güçlükleri. *Mustafa Kemal Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü Dergisi*, 5(9), 183-193.
- Tuğrul, B., ve Kavici, M. (2002). Kağıt katlama sanatı origami ve öğrenme. *Pamukkale Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 11(11), 1-17.
- Turgut, M. (2019). Sense-making regarding matrix representation of geometric transformations in  $IR^2$ : a semiotic mediation perspective in a dynamic geometry environment. *ZDM Mathematics Education*, 1-16. <https://doi.org/10.1007/s11858-019-01032-0>.
- Vygotsky, L. S. (1978). *Mind in society*. Harvard University Press.

Yıldırım, A. ve Şimşek, H. (2008). *Sosyal Bilimlerde Nitel Araştırma Yöntemleri*. (6. Baskı). Seçkin Yayınları: Ankara.