Öneri.C.6.S.23.
Ocak 2005.ss.267-282.

ÇOK AMAÇLI DOĞRUSAL OLMAYAN ULAŞTIRMA MODELİ VE HEDEF PROGRAMLAMA BÜTÜNLEŞİMİ: SINAVLAR İÇİN GÖZETMENLERİN BELİRLENMESİ

Mustafa M. ÖZKAN

Uludağ Üniversitesi, İ. İ. B. F., Ekonometri Bölümü, Dr.

MULTI-OBJECTIVE NONLINEAR TRANSPORTATION MODEL AND GOAL PROGRAMMING INTEGRATION: DETERMINATION OF ASSISTANTS FOR EXAMINATIONS

Abstract: The aim of this paper is to develop a model, which is under the assumption that the days and hours of examinations are being predetermined, for solving the problem of determination of assistants who will be charged classrooms in which the exams will be made. In the direction of this aim, problem of determination of classrooms is formulated as based on a multi-objective nonlinear transportation model. For the problem of determination of assistants, a multidimensional transportation model which is formulated as based on the problem of determination of classrooms is developed. This model is enlarged as far as include the state of the separation of two sub-groups as senior and junior assistants according to duration of service. The goal programming method is used for the solution of the developing models. In addition, the applicability of the developing models are revealed by a case problem.

***Keywords:** School Timetabling, Transportation Model, Nonlinear Programming, Goal Programming.*

ÇOK AMAÇLI DOĞRUSAL OLMAYAN ULAŞTIRMA MODELİ VE HEDEF PROGRAMLAMA BÜTÜNLEŞİMİ: SINAVLAR İÇİN GÖZETMENLERİN BELİRLENMESİ

Özet: Bu makalenin amacı sınavların yapılacağı gün ve saatlerin önceden belirlenmiş olduğu varsayımı altında, sınavların yapılacağı sınıflarda görevlendirilecek gözetmenlerin belirlenmesi problemini çözecek bir model geliştirmektir. Bu amaç doğrultusunda yazılan makalede, sınıfların belirlenmesi problemi çok amaçlı doğrusal olmayan bir ulaştırma modeline dayanarak formüle edilmiştir. Gözetmenlerin belirlenmesi problemi için, sınıfların belirlenmesi problemi temelinde formüle edilen çok boyutlu bir ulaştırma modeli geliştirilmiştir. Bu model gözetmenlerin kıdemli ve kıdemsiz olarak iki alt gruba ayrılması durumuna genişletilmiştir. Geliştirilen modellerin çözümü için hedef programlama yöntemi kullanılmıştır. Ayrıca, örnek bir problemle geliştirilen modellerin uygulanabilirliği gösterilmiştir.

***Anahtar Kelimeler:** Sınav Programları Problemleri, Ulaştırma Modeli, Doğrusal Olmayan Programlama, Hedef Programlama.*

I. GİRİŞ

Bir fakültede yapılan sınavların hangi gün ve saatte, hangi sınıflarda ve kimlerin gözetmenliğinde yapılacağının belirlenmesine *sınav programları problemleri* denir. Sınavların farklı gün ve saatlerde, farklı sınıflarda ve farklı gözetmenlerle nasıl yapılacağının planlanması oldukça karmaşık bir süreçtir. Sınav programları problemleri sınavların yapılacağı gün ve saatlerin belirlenmesi, sınavların yapılacağı sınıfların belirlenmesi ve sınavları yürütecek gözetmenlerin belirlenmesi şeklinde birbirini tamamlayan üç adet alt problemden oluşur.

1950'li yıllardan günümüze dek sınav programları problemleri üzerinde yoğun bir şekilde çalışılmış olmasına rağmen, sınav programları problemlerinin tamamını çözen bir yaklaşım geliştirilmemiştir [1]. Bu durum, eğitim yöntemlerinin ve sınav yönetmeliklerinin ülkeden ülkeye ve hatta okuldan okula farklılık göstermesinden kaynaklanmaktadır [2]. Dolayısıyla, oluşturulan bir modelin ve/veya önerilen bir sistemin farklı şekillerde ortaya çıkan sınav programları problemlerinin tamamını çözmesi beklenemez.

Sınav programları problemlerini çözmek için literatürde atama modeli, ulaştırma modeli, tamsayılı doğrusal programlama yöntemi, dal ve sınır yöntemi, şebeke analizine dayanan yöntemler ve tabu search gibi sezgisel yöntemler geliştirilmiştir. Johnson [3] gibi bazı araştırmacılar ise problemin optimal bir çözümünün belirlenmesi yerine uygun bir çözümünün belirlenmesinin yeterli olacağını düşünerek, veri tabanı yöntemlerinin kullanılmasını önermişlerdir.

Bu makalenin birinci bölümünde, sınavların yapılacağı sınıfların belirlenmesini sağlayan çok amaçlı doğrusal olmayan bir ulaştırma modeli formüle edilmiştir. İkinci bölümde, gözetmenlerin belirlenmesi probleminin sınıfların belirlenmesi problemi ile ilişkilendirildiği bir model geliştirilmiştir. Üçüncü bölümde, gözetmenlerin eşit sayıda sınava girmesi durumunun gözetmenlerin kıdemli ve kıdemsiz olarak iki alt kümeye ayrılması durumu ile birlikte ele alındığı bir hedef programlama modeli oluşturulmuştur. Dördüncü bölümde, geliştirilen çok amaçlı modellerin çözümü için hedef programlama yönteminin nasıl kullanılabileceği gösterilmiştir. Beşinci bölümde ise, gün ve saatleri önceden kararlaştırılmış olan bir sınav programı problemi çözülerek, oluşturulan modellerin uygulanabilirliği gösterilmiştir.

II. SINIFLARIN BELİRLENMESİ

Sınav programları problemlerini çözmek için geliştirilen yaklaşımların bir çoğu atama modeline dayanmaktadır [4]. Bilindiği üzere, atama modeli doğrusal ulaştırma modellerinin özel bir halidir. Doğrusal ulaştırma modellerinde bir kaynaktan birden çok hedefe dağıtım yapılabilmekte ve bir hedefin ihtiyacı birden çok kaynaktan karşılanabilmektedir. Sınav programları problemlerini doğrusal ulaştırma modeli olarak ifade etmek için, sınıfların kaynaklar sınavların da hedefler olduğu kabul edilebilir. Bu durum, bir sınavın birden çok sınıfta yapılabilmesi ve bir sınıfta da birden çok sınavın yürütülmesi anlamına gelir. Bununla birlikte, gerçek hayatta bir dersin sınavı birden çok sınıfta yapılabilmesine rağmen, bir sınıfta aynı gün ve saatte sadece bir dersin sınavının yapılması gerekmektedir. Bir sınıfta birden fazla sınavın yapılması halinde, her bir dersin sınav süresinin ve sınav şeklinin (test, klasik, v.b.) farklı olmasından kaynaklanan bir karmaşayla karşılaşılması kaçınılmazdır. Dolayısıyla, öğrencilerin ve gözetmenlerin dikkatinin dağılmaması, bir sınıfta aynı gün ve saatte sadece bir dersten sınav yapılmasını zorunluluk haline getirmektedir. Böyle bir zorunluluk, sınavların yapılacağı sınıfların belirlenmesi probleminin doğrusal bir ulaştırma modeliyle ifade edilemeyeceği anlamına gelir.

Sınavların yapılacağı sınıfların belirlenmesi problemi için karar değişkenlerini,

$$X_{ijt} = 0, 1, 2, \ldots, \text{tamsayı} \qquad Y_{ijt} = 0 \text{ veya } 1 \tag{1}$$

şeklinde tanımlayalım. Burada, i indisi sınavların yapılacağı sınıfları, j indisi sınavları ve t indisi sınavların yapılacağı dönemleri göstermektedir. Sınıflar, sınavlar ve dönemler sırasıyla $i \in [I=\{1,2,\ldots,m\}]$, $j \in [J=\{1,2,\ldots,n\}]$ ve $t \in [T=\{1,2,\ldots,k\}]$ kümeleri ile tanımlanmıştır. Ayrıca, T kümesinde yer alan elemanların birbirine eşit uzunlukta olduğu, yani sınavlar için ayrılan sürenin önceden belirlenen sabit bir değeri aşamayacağı kabul edilmiştir.

Buna göre, X_{ijt} değişkeni t döneminde j dersinden i sınıfında sınava girecek öğrenci sayısını, Y_{ijt} değişkeni ise t döneminde j dersinin sınavının i sınıfında yapılıp ($Y_{ijt}=1$ ise) yapılmayacağını ($Y_{ijt}=0$ ise) gösterir. Burada, $t=1$ değeri sınavların yapılacağı birinci gündeki ilk sınavı, $t=k$ değeri ise sınavların yapılacağı son gündeki en son sınavı ifade etmektedir.

Sınavların yapılacağı sınıfların sınav kapasitesinin a_i olduğu ve t döneminde j dersinden sınava girecek öğrenci sayısının b_{jt} olduğu kabul edilirse, sınavların yapılacağı sınıfların belirlenmesi problemi için doğrusal olmayan bir ulaştırma tablosu Tablo.1'deki gibi düzenlenebilir.

Tablo.1. Sınıfların Belirlenmesi Problemine İlişkin Doğrusal Olmayan Ulaştırma Tablosu

	Dönem (t=1)				.	*Dönem (t=k)*			*Sınıf Kapasiteleri*
	Ders 1	*Ders 2*	.	*Ders d*	.	*Ders f*	.	*Ders n*	
Sınıf 1	$X_{111} \times Y_{111}$	$X_{121} \times Y_{121}$	.	$X_{1d1} \times Y_{1d1}$	.	$X_{1fk} \times Y_{1fk}$	.	$X_{1nk} \times Y_{1nk}$	a_1
Sınıf 2	$X_{211} \times Y_{211}$	$X_{221} \times Y_{221}$	.	$X_{2d1} \times Y_{2d1}$	.	$X_{2fk} \times Y_{2fk}$	.	$X_{2nk} \times Y_{2nk}$	a_2
.....	.....	.....	.	.....	.	.....	.	.....	.....
Sınıf m	$X_{m11} \times Y_{m11}$	$X_{m21} \times Y_{m21}$	.	$X_{md1} \times Y_{md1}$		$X_{mfk} \times Y_{mfk}$	.	$X_{mnk} \times Y_{mnk}$	a_m
Öğrenci Sayıları	b_{11}	b_{21}	.	b_{d1}	.	b_{fk}	.	b_{nk}	

Buradan, sınıfların belirlenmesi problemi için aşağıda verilen kısıtlayıcılar oluşturulabilir.

Kısıtlayıcı Kümesi 1: i sınıfında yapılan bir sınava en fazla a_i kadar öğrenci girebilir.

$$\left\{ \begin{array}{l} X_{ijt} \times Y_{ijt} \le a_i \\ \forall (i,j,t) \in [(I \times J \times T) = \{(1,1,1),\ldots,(m,n,k)\}] \end{array} \right\} \tag{2}$$

Burada, sınıfların tam kapasite ile kullanılmasının bir zorunluluk olmadığı açıktır.

Kısıtlayıcı Kümesi 2: t döneminde i sınıfında yapılan sınava en fazla a_i kadar öğrenci girebilir.

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum_{j \in J} \left(X_{ijt} \times Y_{ijt} \right) \le a_i \\ \forall (i,t) \in [(I \times T) = \{(1,1),\ldots,(m,k)\}] \end{array} \right\} \tag{3}$$

Kısıtlayıcı Kümesi 3: t döneminde j dersinden sınava girmesi gereken öğrenci sayısı b_{jt} kadardır.

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum_{i \in I} \left(X_{ijt} \times Y_{ijt} \right) = b_{jt} \\ \forall (j,t) \in [(J \times T) = \{(1,1),\ldots,(n,k)\}] \end{array} \right\} \tag{4}$$

Burada, öğrencilerin tamamının sınava gireceğinin kabul edilmesi gerekmektedir.

Kısıtlayıcı Kümesi 4: t döneminde i sınıfında sadece ve sadece bir dersin sınavı yapılabilir.

$$\begin{pmatrix} \prod_{j \in J} Y_{ijt} = 0 \\ \forall (i,t) \in \left[(I \times T) = \{(1,1), \ldots, (m,k)\} \right] \end{pmatrix} \qquad (5)$$

Kısıtlayıcı Kümesi 5: t döneminde en az k en fazla $m-1$ adet sınıfta sınav yapılabilir.

$$\begin{pmatrix} k \leq \sum_{i \in I} \sum_{j \in J} Y_{ijt} \leq m-1 \\ \forall t \in \left[T = \{1, 2, \ldots, k\} \right] \end{pmatrix} \qquad (6)$$

Sınav programları problemlerinin amaç fonksiyonları literatürde genellikle ceza maliyeti kavramına veya sübjektif tercihleri gösteren fayda fonksiyonuna dayanarak tanımlanmıştır. Bu konuda Gosselin ve Truchon [5], Birbas ve diğerleri [6], Mc Clure ve Wells [7] ve Akkoyunlu'nun [8] çalışmaları referans olarak alınabilir. Bununla birlikte, oluşturulan ceza maliyetlerinin veya fayda fonksiyonunun ele alınan probleme ve/veya karar vericiye göre yeniden tanımlanması gerekebilir [9]. Bu durum, karar vericinin sınıf ve gözetmenlerin belirlenmesi probleminin çözüm sürecindeki rolünün azaltılabileceği şeklinde yorumlanabilir (Bilindiği üzere, fayda fonksiyonunun oluşturulması için karar verici ile bir etkileşim sürecine girilmesi gerekir. Gerçek hayatta karar verici ile etkileşime girilip girilmeyeceği ve bu etkileşim sürecinin ne kadar sürdürülebileceği belirsizdir. Ayrıca, karar vericilerin düşünce biçimindeki algılama farklılıkları, onların sübjektif davranışları ve hedeflerindeki belirsizlikler farklı fayda fonksiyonlarının oluşturulmasını gerekli kılar). Bu bakış açısından hareketle, çalışmamızda sınıflar ve/veya gözetmenler arasındaki bir ceza maliyetinin veya fayda fonksiyonunun oluşturulması yoluna gitmeyeceğiz. Çalışmamızda, bir dersin sınavının herhangi bir sınıfta ve herhangi bir gözetmen tarafından yapılabileceği kabul edilmiştir. Dolayısıyla, sınavı yapılan derse yardımcı olan gözetmenin o dersin sınavında görevlendirilmesinin ve bir dersin sınavının dersin anlatıldığı sınıfta yapılmasının bir zorunluluk olmadığı düşünülmüştür. Bu nedenlerle, sınavların yapılacağı sınıfların belirlenmesi problemi için sınavlara girecek öğrenci sayısının belirlenmesi ve sınavların en az sayıda sınıfta yapılması şeklinde iki adet amaç fonksiyonunun oluşturulmasını önermekteyiz. Söz konusu amaç fonksiyonları matematiksel olarak aşağıdaki gibi ifade edilebilir.

Amaç Fonksiyonu 1: Sınavlara girecek öğrenci sayısının belirlenmesi.

$$Min\ Z_1 = \sum_{i \in I} \sum_{j \in J} \sum_{t \in T} X_{ijt} \qquad (7)$$

Amaç Fonksiyonu 2: Sınavların en az sayıda sınıfta yapılması.

$$Min\ Z_2 = \sum_{i \in I} \sum_{j \in J} \sum_{t \in T} Y_{ijt} \qquad (8)$$

Buna göre, sınavların yapılacağı sınıfların belirlenmesi problemi çok amaçlı doğrusal olmayan bir programlama modeli olarak aşağıdaki gibi ifade edilebilir.

$$Min \left[\left(\sum_{i \in I} \sum_{j \in J} \sum_{t \in T} X_{ijt} \right), \left(\sum_{i \in I} \sum_{j \in J} \sum_{t \in T} Y_{ijt} \right) \right]$$

Kısıtlayıcılar (9)

$$X_{ijt} \times Y_{ijt} \leq a_i \quad ; \quad \forall (i,j,t) \in (I \times J \times T)$$

$$\sum_{j \in J} \left(X_{ijt} \times Y_{ijt} \right) \leq a_i \quad ; \quad \forall (i,t) \in (I \times T)$$

$$\sum_{i \in I} \left(X_{ijt} \times Y_{ijt} \right) = b_{jt} \quad ; \quad \forall (j,t) \in (J \times T)$$

$$\prod_{j \in J} Y_{ijt} = 0 \quad ; \quad \forall (i,t) \in (I \times T)$$

$$\sum_{i \in I} \sum_{j \in J} Y_{ijt} \leq m-1 \quad ; \quad \forall t \in T$$

$$\sum_{i \in I} \sum_{j \in J} Y_{ijt} \geq k \quad ; \quad \forall t \in T$$

ve

$$X_{ijt} = 0, 1, 2, \ldots, tamsayı \quad ; \quad \forall (i,j,t) \in (I \times J \times T)$$
$$Y_{ijt} = 0 \text{ veya } 1 \quad ; \quad \forall (i,j,t) \in (I \times J \times T)$$

III. GÖZETMENLERİN BELİRLENMESİ

Sınavları yürütecek gözetmenlerin belirlenmesi problemi ilk bakışta kaynakların hedeflere bire-bir olarak dağıtılmasını gerektiren çok boyutlu bir atama problemi olarak görülebilir. Sınavları yürütecek gözetmenlerin belirlenmesi problemi, bir atama problemi olarak ele alındığı zaman, problemde bir kardinalite (bir kümenin eleman sayısı) sorunu ile karşılaşılması kaçınılmazdır. Çünkü, sınıf sayısı gözetmen sayısından çoğu zaman farklıdır. Sınavları yürütecek gözetmenlerin belirlenmesi probleminde herhangi bir gözetmen aynı gün ve saatte tek bir sınıfta görevlendirilebilir. Bununla birlikte, sınıflarda tek bir gözetmenin görevlendirilmesi bir zorunluluk değildir. Çünkü, sınıfların gözetmen ihtiyacı birden fazla olabilir. Bu durum, sınıfların sınav kapasitelerinin birbirinden farklı olmasından kaynaklanmaktadır. Diğer taraftan, sınavların hangi sınıflarda yapılacağı belirlenmeden gözetmenlerin sınıflara dağıtımı yapılamaz. Bu nedenlerle, gözetmenlerin belirlenmesi probleminin sınıfların belirlenmesi problemi temelinde çok boyutlu bir ulaştırma modeli olarak ele alınması gerekir. Bunun için sınavları yürütecek gözetmenler,

$$W_{igt} = 0 \ veya \ 1 \qquad (10)$$

şeklinde tanımlanabilir. Burada, i indisi sınavların yapılacağı sınıfları, g indisi gözetmenleri ve t indisi sınav dönemlerini göstermektedir. Ayrıca, sınıflar, gözetmenler ve dönemler sırasıyla $i\epsilon[I=\{1,2,...,m\}]$, $g\epsilon[G=\{1,2,...,s\}]$ ve $t\epsilon[T=\{1,2,...,k\}]$ kümeleri ile tanımlanmıştır. Buna göre, W_{igt} değişkeni t döneminde i sınıfında yapılacak bir sınavda g. gözetmenin görevlendirilip ($W_{igt}=1$ ise) görevlendirilmeyeceğini ($W_{igt}=0$ ise) gösterir.

t döneminde i sınıfındaki bir sınavın yapılması için gerekli olan gözetmen sayısı e_i olarak tanımlanırsa, gözetmenlerin belirlenmesi problemi için sınıfların belirlenmesi problemine bağlı olan doğrusal bir ulaştırma tablosu Tablo.2. düzenlenebilir.

Tablo.2. Gözetmenlerin Belirlenmesi Problemi İlişkin Doğrusal Ulaştırma Tablosu

		Gözetmen 1	Gözetmen 2	.....	Gözetmen s	Gözetmen İhtiyacı
$t=1$	Sınıf 1	W_{111}	W_{121}	.....	W_{1s1}	$e_1\times(Y_{111}+...+Y_{1d1})$
	Sınıf 2	W_{211}	W_{221}	.....	W_{2s1}	$e_2\times(Y_{211}+...+Y_{2d1})$
	.....	.....	.....	.....	.....	.....
	Sınıf m	W_{m11}	W_{m21}	.....	W_{ms1}	$e_m\times(Y_{m11}+...+Y_{md1})$
	Kapasite	1	1	.....	1	
.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....
		Gözetmen 1	Gözetmen 2	.....	Gözetmen s	Gözetmen İhtiyacı
$t=k$	Sınıf 1	W_{11k}	W_{12k}	.....	W_{1sk}	$e_1\times(Y_{11k}+...+Y_{1nk})$
	Sınıf 2	W_{21k}	W_{22k}	.....	W_{2sk}	$e_2\times(Y_{21k}+...+Y_{2nk})$
	.....	.....	.....	.....	.....	.....
	Sınıf m	W_{m1k}	W_{m2k}	.....	W_{msk}	$e_m\times(Y_{m1k}+...+Y_{mnk})$
	Kapasite	1	1	.....	1	

Buradan, gözetmenlerin belirlenmesi problemi için oluşturulan kısıtlayıcılar aşağıdaki gibi ifade edilebilir.

Kısıtlayıcı Kümesi 6: Bir gözetmen t döneminde sadece bir sınıfta görevlendirilebilir.

$$\left(\begin{array}{l} \sum_{i\in I} W_{igt} \leq 1 \\ \forall(g,t)\in [(G\times T)=\{(1,1),...,(s,k)\}] \end{array} \right) \qquad (11)$$

Bu kısıtlayıcılar aynı zamanda bir gözetmenin sınav dönemi boyunca en fazla k adet sınavda görevlendirilmesini de garantiler.

Kısıtlayıcı Kümesi 7: t döneminde i sınıfında yapılan bir sınavda görevlendirilen gözetmen sayısının, t döneminde i sınıfında bir sınavın yapılması için gerekli olan gözetmen sayısına eşit olması gerekir.

$$\left(\begin{array}{l} \sum_{g\in G} W_{igt} = \sum_{j\in J} \left(e_i \times Y_{ijt}\right) \\ \forall(i,t)\in [(I\times T)=\{(1,1),...,(m,k)\}] \end{array} \right) \qquad (12)$$

Burada, e_i'nin her bir sınav dönemi için sabit olduğu kabul edilmiştir.

Kısıtlayıcı Kümesi 8: Gözetmenlerin toplam görev yükünün, sınavların yürütülmesi için gerekli olan gözetmen görevi sayısına eşit olması gerekir.

$$\sum_{i\in I}\sum_{g\in G}\sum_{t\in T} W_{igt} = \sum_{i\in I}\sum_{j\in J}\sum_{t\in T}\left(e_i \times Y_{ijt}\right) \qquad (13)$$

Gözetmenlerin belirlenmesi problemi için, sınavların en az sayıda gözetmenle yürütülmesi, sınavların yapılması için gerekli olan gözetmen sayısının en küçüklenmesi ve sınavların yapılacağı sınıflarda gözetmen başına düşen öğrenci sayısının en büyüklenmesi şeklinde üç adet amaç fonksiyonu oluşturulabilir. Bu amaç fonksiyonları matematiksel olarak aşağıdaki gibi ifade edilebilir.

Amaç Fonksiyonu 3: Sınavların en az sayıda gözetmenle yürütülmesi.

$$Min \ Z_3 = \sum_{i\in I}\sum_{g\in G}\sum_{t\in T} W_{igt} \qquad (14)$$

Amaç Fonksiyonu 4: Sınavların yapılması için gerekli olan gözetmen sayısının en küçüklenmesi.

$$Min \ Z_4 = \sum_{i\in I}\sum_{j\in J}\sum_{t\in T}\left(e_i \times Y_{ijt}\right) \qquad (15)$$

Amaç Fonksiyonu Kümesi 5: Gözetmen başına düşen öğrenci sayısının en çoklanması.

$$\left[\begin{array}{l} Maks\ Z_5 = \sum_{i\in I}(X_{ijt}\times Y_{ijt}) - \left(f_{jt}\times\sum_{i\in I}\sum_{g\in G}W_{igt}\right) \\ \forall(j,t)\in[(J\times T)=\{(1,1),...(n,k)\}] \end{array}\right] \quad (16)$$

Burada, gözetmen başına hedeflenen öğrenci sayısı f_{jt} ile gösterilmiştir. Gözetmen başına hedeflenen öğrenci sayısı, sınıfların sınav kapasitesine, sınıflarda gereksinim duyulan gözetmen sayısına ve derslerden sınava girecek öğrenci sayısına bağlıdır. Gözetmenlerin toplam görev yükünün azaltılması için gözetmen başına düşen öğrenci sayısının artırılması gerekir. Gözetmen başına hedeflenen öğrenci sayısı belirlenirken, birden fazla sınıfta yapılması gereken sınavlar ve tek bir sınıfta yapılabilecek sınavlar şeklindeki olası iki durumun dikkate alınması gerekir. Burada, bir dersten sınava girecek öğrenci sayısının her bir sınıfın sınav kapasitesinden büyük olması, sınavın tek bir sınıfta yapılamayacağını gösterir. Diğer taraftan, bir dersin sınavının tek bir sınıfta yapılabilmesi, ilgili dersten sınava girecek öğrenci sayısının en büyük sınıfın sınav kapasitesinden daha küçük olmasını gerektirir. Buna göre, sınavların yapılması için gerekli olan gözetmen sayısı, birden fazla sınıfta yapılması gereken sınavlarda,

$$b_{jt}\geq max(a_i)\Rightarrow f_{jt}=\max_{i\in I}\left[\frac{a_i}{e_i}\right] \quad (17)$$

formülüyle, tek bir sınıfta yapılabilecek sınavlarda ise,

$$b_{jt}< max(a_i)\Rightarrow f_{jt}=\max_{i\in I_p}\left[\frac{b_{jt}}{e_i}\right] \quad (18)$$

formülüyle belirlenebilir. Burada, sınavların yapılacağı sınıfları gösteren I kümesinin alt kümeleri olan I_p kümeleri, tek bir sınıfta yapılabilecek sınavları nitelemektedir. Eşitlik 17 ve 18'de sınıfların sınav kapasiteleri arttıkça (azaldıkça) sınavların yapılması için gerekli olan gözetmen sayısının da artacağı (azalacağı) kabul edilmiştir.

Yukarıdaki kısıtlayıcılar ve amaç fonksiyonları sınıfların belirlenmesi problemi (eşitlik 9) ile birleştirildiğinde, gözetmenlerin belirlenmesi problemi çok amaçlı doğrusal olmayan bir programlama modeli olarak ifade edilebilir.

$$Min \left[\begin{array}{l} \left(\sum_{i\in I}\sum_{j\in J}\sum_{t\in T}X_{ijt}\right),\left(\sum_{i\in I}\sum_{j\in J}\sum_{t\in T}Y_{ijt}\right), \\ \left(\sum_{i\in I}\sum_{g\in G}\sum_{t\in T}W_{igt}\right),\left(\sum_{i\in I}\sum_{j\in J}\sum_{t\in T}(e_i\times Y_{ijt})\right), \\ -\left(\sum_{i\in I}(X_{ijt}\times Y_{ijt})-\left(f_{jt}\times\sum_{i\in I}\sum_{g\in G}W_{igt}\right)\right) \end{array}\right]$$

Kısıtlayıcılar (19)

$$X_{ijt}\times Y_{ijt}\leq a_i \quad ; \quad \forall(i,j,t)\in(I\times J\times T)$$

$$\sum_{j\in J}(X_{ijt}\times Y_{ijt})\leq a_i \quad ; \quad \forall(i,t)\in(I\times T)$$

$$\sum_{i\in I}(X_{ijt}\times Y_{ijt})=b_{jt} \quad ; \quad \forall(j,t)\in(J\times T)$$

$$\prod_{j\in J}Y_{ijt}=0 \quad ; \quad \forall(i,t)\in(I\times T)$$

$$\sum_{i\in I}\sum_{j\in J}Y_{ijt}\leq m-1 \quad ; \quad \forall t\in T$$

$$\sum_{i\in I}\sum_{j\in J}Y_{ijt}\geq k \quad ; \quad \forall t\in T$$

$$\sum_{i\in I}W_{igt}\leq 1 \quad ; \quad \forall(g,t)\in(G\times T)$$

$$\sum_{g\in G}W_{igt}-\sum_{j\in J}(e_i\times Y_{ijt})=0 \quad ; \quad \forall(i,t)\in(I\times T)$$

$$\sum_{i\in I}\sum_{g\in G}\sum_{t\in T}W_{igt}-\sum_{i\in I}\sum_{j\in J}\sum_{t\in T}(e_i\times Y_{ijt})=0$$

ve

$$X_{ijt}=0,1,2,...,tamsayı \quad ; \quad \forall(i,j,t)\in(I\times J\times T)$$

$$Y_{ijt}=0\ veya\ 1 \quad ; \quad \forall(i,j,t)\in(I\times J\times T)$$

$$W_{igt}=0\ veya\ 1 \quad ; \quad \forall(i,g,t)\in(I\times G\times T)$$

IV. HEDEF PROGRAMLAMA MODELİ

Optimizasyon düşüncesine dayanan çok amaçlı programlama modellerinde, birbiriyle çelişen amaçların kısıtlayıcı kümesine göre eşanlı olarak doyurulması amaçlanır. Çok amaçlı programlama modellerini çözmek için kullanılan yaygın bir yöntem, söz konusu modelin bir hedef programlama modeline dönüştürülmesidir. Hedef programlama yönteminde karar vericinin ve/veya analistin doyurucu bulduğu bir çözümün belirlenmesine çalışılır. Bu nedenle, hedef programlama yönteminin optimizasyon düşüncesinden daha çok bir doyum düşüncesine dayandığı söylenir [10]. Söz konusu doyum düşüncesi hedef programlamada baskın çözümlere (Pareto optimal) karşılık gelir [11].

Eşitlik 9'da verilen sınıfların belirlenmesi problemine ilişkin hedef programlama modeli aşağıdaki gibi düzenlenebilir (Hedef programlama yöntemine getirilen eleştirilerden en önemlisi, elde edilen çözümün baskın bir çözümü garantileyememesidir. Literatürde hedef programlama ile elde edilen çözümün baskınlığını inceleyen yöntemler geliştirilmiş olmasına rağmen, önerilen modelin Pareto optimal bir çözümü verip vermediğinin belirlenmesi çalışmamızın amacı nedeniyle ele alınmamıştır).

$$Min\left[\left(\sum_{i\in I}\sum_{j\in J}\sum_{t\in T} n_{ijt}\right)+\left(\sum_{r=1}^{r=2}\beta_r\right)\right]$$

Kısıtlayıcılar (20)

$$X_{ijt}\times Y_{ijt}+n_{ijt}=a_i \quad ; \quad \forall(i,j,t)\in(I\times J\times T)$$

$$\sum_{j\in J}(X_{ijt}\times Y_{ijt})\leq a_i \quad ; \quad \forall(i,t)\in(I\times T)$$

$$\sum_{i\in I}(X_{ijt}\times Y_{ijt})=b_{jt} \quad ; \quad \forall(j,t)\in(J\times T)$$

$$\prod_{j\in J}Y_{ijt}=0 \quad ; \quad \forall(i,t)\in(I\times T)$$

$$\sum_{i\in I}\sum_{j\in J}Y_{ijt}\leq m-1 \quad ; \quad \forall t\in T$$

$$\sum_{i\in I}\sum_{j\in J}Y_{ijt}\geq k \quad ; \quad \forall t\in T$$

$$\sum_{i\in I}\sum_{j\in J}\sum_{t\in T}X_{ijt}-\beta_r=0 \quad ; \quad r=1$$

$$\sum_{i\in I}\sum_{j\in J}\sum_{t\in T}Y_{ijt}-\beta_r=0 \quad ; \quad r=2$$

ve

$$X_{ijt}=0,1,2,...,tamsayı \quad ; \quad \forall(i,j,t)\in(I\times J\times T)$$
$$Y_{ijt}=0 \text{ veya } 1 \quad ; \quad \forall(i,j,t)\in(I\times J\times T)$$

$$n_{ijt}\geq 0 \quad ; \quad \forall(i,j,t)\in(I\times J\times T)$$
$$\beta_r\geq 0 \quad ; \quad r=1,2$$

Burada, n_{ijt} değişkeni i. sınıfta t döneminde kullanılmayan kapasiteyi gösteren negatif sapma değişkenidir. Bu modelde, bir sınıfta sınav kapasitesinden daha fazla sayıda öğrenci sınava giremeyeceği için, sınav kapasitesinin aşıldığını gösteren pozitif sapma değişkenine yer verilmemiştir. Sınavlara girecek öğrenci sayısı ve sınavların yapılacağı sınıf sayısı amaçlarından oluşan pozitif sapma miktarları ise β_r değişkeni ile gösterilmiştir. Bu amaç fonksiyonlarının erişim değerleri sıfır olarak kabul edilerek, ilgili negatif sapma değişkenlerinin modelden atılması sağlanmıştır. Buna göre, hedef programlama modelinin erişim fonksiyonu, kullanılmayan (boş) sınıf kapasitelerinin en küçüklenmesine, sınavlara girecek öğrenci sayısının belirlenmesine ve sınavların yapılacağı sınıf sayısının en küçüklenmesine yöneliktir.

Diğer taraftan, gözetmenlerin belirlenmesi problemine ilişkin (eşitlik 19) hedef programlama modeli aşağıdaki gibi ifade edilebilir.

$$Min\left[\left(\sum_{i\in I}\sum_{j\in J}\sum_{t\in T} n_{ijt}\right)+\left(\sum_{r=1}^{r=4}\beta_r\right)+\left(\sum_{j\in J}\sum_{t\in T}(\lambda_{5jt}-\beta_{5jt})\right)\right]$$

Kısıtlayıcılar (21)

$$X_{ijt}\times Y_{ijt}+n_{ijt}=a_i \quad ; \quad \forall(i,j,t)\in(I\times J\times T)$$

$$\sum_{j\in J}(X_{ijt}\times Y_{ijt})\leq a_i \quad ; \quad \forall(i,t)\in(I\times T)$$

$$\sum_{i\in I}(X_{ijt}\times Y_{ijt})=b_{jt} \quad ; \quad \forall(j,t)\in(J\times T)$$

$$\prod_{j\in J}Y_{ijt}=0 \quad ; \quad \forall(i,t)\in(I\times T)$$

$$\sum_{i\in I}\sum_{j\in J}Y_{ijt}\leq m-1 \quad ; \quad \forall t\in T$$

$$\sum_{i\in I}\sum_{j\in J}Y_{ijt}\geq k \quad ; \quad \forall t\in T$$

$$\sum_{i\in I}W_{igt}\leq 1 \quad ; \quad \forall(g,t)\in(G\times T)$$

$$\sum_{g\in G}W_{igt}-\sum_{j\in J}(e_i\times Y_{ijt})=0 \quad ; \quad \forall(i,t)\in(I\times T)$$

$$\sum_{i\in I}\sum_{g\in G}\sum_{t\in T}W_{igt}-\sum_{i\in I}\sum_{j\in J}\sum_{t\in T}(e_i\times Y_{ijt})=0$$

$$\sum_{i\in I}\sum_{j\in J}\sum_{t\in T}X_{ijt}-\beta_r=0 \quad ; \quad r=1$$

$$\sum_{i\in I}\sum_{j\in J}\sum_{t\in T}Y_{ijt}-\beta_r=0 \quad ; \quad r=2$$

$$\sum_{i\in I}\sum_{g\in G}\sum_{t\in T}W_{igt}-\beta_r=0 \quad ; \quad r=3$$

$$\sum_{i\in I}\sum_{j\in J}\sum_{t\in T}(e_i\times Y_{ijt})-\beta_r=0 \quad ; \quad r=4$$

$$\left(\begin{array}{l}\sum_{i\in I}(X_{ijt}\times Y_{ijt})-\left(f_{jt}\times\sum_{i\in I}\sum_{g\in G}W_{igt}\right)+\lambda_{5jt}-\beta_{5jt}=0\\ \forall(j,t)\in(J\times T)\end{array}\right)$$

$$\lambda_{5jt}\times\beta_{5jt}=0 \quad ; \quad \forall(j,t)\in(J\times T)$$

ve

$$X_{ijt}=0,1,2,...,tamsayı \quad ; \quad \forall(i,j,t)\in(I\times J\times T)$$
$$Y_{ijt}=0 \text{ veya } 1 \quad ; \quad \forall(i,j,t)\in(I\times J\times T)$$
$$W_{igt}=0 \text{ veya } 1 \quad ; \quad \forall(i,g,t)\in(I\times G\times T)$$
$$n_{ijt}\geq 0 \quad ; \quad \forall(i,j,t)\in(I\times J\times T)$$
$$\beta_r\geq 0 \quad ; \quad r=1,2,3,4$$
$$\beta_{5jt},\lambda_{5jt}\geq 0 \quad ; \quad \forall(j,t)\in(J\times T)$$

Burada, n_{ijt}, β_1 ve β_2 değişkenleri yukarıda açıklandığı gibidir. Sınavları yürütecek gözetmen sayısı ve sınavların yapılması için gerekli olan gözetmen sayısı amaçlarından oluşan pozitif sapma miktarları sırasıyla β_3 ve β_4 değişkenleri ile gösterilmiştir. Bu amaç fonksiyonlarının erişim değerleri sıfır olarak kabul edilerek, negatif sapma değişkenlerinin modelden atılması sağlanmıştır. Gözetmen başına düşen öğrenci sayısının en büyüklenmesi şeklindeki amaç fonksiyonunda ise, negatif ve pozitif sapma değişkenleri sırasıyla λ_{5jt} ve β_{5jt}

değişkenleri ile nitelenmiştir. Burada, negatif sapma değişkenlerinin en küçüklenmesi, pozitif sapma değişkenlerinin ise en büyüklenmesi hedeflenmektedir [12]. Bu modelin erişim fonksiyonu, kullanılmayan sınıf kapasitelerinin en küçüklenmesine, sınavlara girecek öğrenci sayısının belirlenmesine, sınavların yapılacağı sınıf sayısının en küçüklenmesine, sınavları yürütecek gözetmen sayısının en küçüklenmesine, sınavların yapılması için gerekli olan gözetmen sayısının en küçüklenmesine ve gözetmen başına düşen öğrenci sayısının en büyüklenmesine yöneliktir.

V. GÖZETMENLERİN EŞİT SAYIDA SINAVA GİRMESİ

Bu kısımda, gözetmenlerin kıdemli ve kıdemsiz olarak iki alt gruba ayrılması ve gözetmenlerin toplam sınav yükünün kıdemli ve kıdemsiz gözetmenler arasında farklı oranlarda paylaştırılması durumu ele alınacaktır. Bunun için kıdemli ve kıdemsiz gözetmenleri sırasıyla $g\epsilon[G_1=\{1,2,\ldots,s_1\}]$ ve $g\epsilon[G_2=\{(s_1+1),\ldots, s_2\}]$ kümeleriyle niteleyelim. Burada, kıdemli ve kıdemsiz gözetmenler arasında $G=G_1 U G_2$ ilişkisi geçerlidir. Ayrıca, sınavların yüzde kaçında kıdemli gözetmenlerin, yüzde kaçında kıdemsiz gözetmenlerin görevlendirileceğini sırasıyla Ψ_1 ve Ψ_2 parametreleri ile gösterelim. Burada, sübjektif olarak belirlenen Ψ_1 ve Ψ_2 parametrelerinin $0\leq\Psi_1,\Psi_2\leq 1$ ve $\Psi_1+\Psi_2=1$ koşullarını doyurması gerekir. Bu durumda, aşağıda verilen kısıtlayıcılar oluşturabilir.

Kıdemli gözetmenler için:

$$\sum_{i\in I}\sum_{g\in G_1}\sum_{t\in T} W_{igt} = \Psi_1 \times \beta_4 \qquad (22)$$

Kıdemsiz gözetmenler için:

$$\sum_{i\in I}\sum_{g\in G_2}\sum_{t\in T} W_{igt} = \Psi_2 \times \beta_4 \qquad (23)$$

Burada, β_4 değişkeni sınavların yapılması için gerekli olan toplam gözetmen görevini göstermektedir. Eşitlik 21'deki modelin kısıtlayıcı kümesine eşitlik 22 ve 23'ün eklenmesi halinde, uygun olmayan bir çözüme ulaşılabilir. Bunu önlemek için, eşitlik 22 ve 23 birer hedef fonksiyonu olarak aşağıdaki gibi düzenlenebilir.

$$\left(\sum_{i\in I}\sum_{g\in G_1}\sum_{t\in T} W_{igt}\right) - (\Psi_1 \times \beta_4) + d_h^- - d_h^+ = 0 \quad ; \quad h = s_2 - 1 \qquad (24)$$

$$\left(\sum_{i\in I}\sum_{g\in G_2}\sum_{t\in T} W_{igt}\right) - (\Psi_2 \times \beta_4) + d_h^- - d_h^+ = 0 \quad ; \quad h = s_2 \qquad (25)$$

Diğer taraftan, kıdemli ve kıdemsiz gözetmenlerin kendi aralarında eşit sayıda sınava girebilmeleri, aşağıda verilen kısıtlayıcıların doyurulmasını gerektirir.

Kıdemli gözetmenler için:

$$\sum_{i\in I}\sum_{t\in T} W_{i,1,t} = \sum_{i\in I}\sum_{t\in T} W_{i,2,t} = \ldots = \sum_{i\in I}\sum_{t\in T} W_{i,s_1,t} \qquad (26)$$

Kıdemsiz gözetmenler için:

$$\sum_{i\in I}\sum_{t\in T} W_{i,s_1+1,t} = \sum_{i\in I}\sum_{t\in T} W_{i,s_1+2,t} = \ldots = \sum_{i\in I}\sum_{t\in T} W_{i,s_2,t} \qquad (27)$$

Burada, kıdemli ve kıdemsiz bir gözetmen başına düşen sınav yükü sırasıyla $(\Psi_1 \times \beta_4 + s_1)$ ve $(\Psi_2 \times \beta_4 + s_2)$ ifadeleriyle hesaplanabilir. G_1 ve G_2 kümelerindeki gözetmenlerin kendi aralarında eşit sayıda sınava girebilmeleri, $(\Psi_1 \times \beta_4 + s_1)$ ve $(\Psi_2 \times \beta_4 + s_2)$ ifadelerinin sıfırdan farklı pozitif tamsayılar olmasına bağlıdır. Bu nedenle, eşitlik 21'de verilen modele eşitlik 26 ve 27'nin eklenmesi halinde, model uygun olmayan bir çözümle sonuçlanabilir. Bunu önlemek için, eşitlik 26 ve 27 erişim değerleri sıfır olan hedef fonksiyonları şeklinde düzenlenebilir.

$$\left[\begin{array}{l} \textit{Kıdemli gözetmenler için} \\ \left(\sum_{i\in I}\sum_{t\in T} W_{i,1,t} - \sum_{i\in I}\sum_{t\in T} W_{i,2,t}\right) + d_h^- - d_h^+ = 0 \quad : \quad h = 1 \\ \vdots \\ \left(\sum_{i\in I}\sum_{t\in T} W_{i,1,t} - \sum_{i\in I}\sum_{t\in T} W_{i,s_1,t}\right) + d_h^- - d_h^+ = 0 \quad : \quad h = s_1 - 1 \end{array}\right] \qquad (28)$$

$$\left[\begin{array}{l} \textit{Kıdemsiz gözetmenler için} \\ \left(\sum_{i\in I}\sum_{t\in T} W_{i,s_1+1,t} - \sum_{i\in I}\sum_{t\in T} W_{i,s_1+2,t}\right) + d_h^- - d_h^+ = 0 \quad : \quad h = s_1 \\ \vdots \\ \left(\sum_{i\in I}\sum_{t\in T} W_{i,s_1+1,t} - \sum_{i\in I}\sum_{t\in T} W_{i,s_2,t}\right) + d_h^- - d_h^+ = 0 \quad : \quad h = s_2 - 2 \end{array}\right] \qquad (29)$$

Burada, d_h^- ve d_h^+ değişkenleri sırasıyla negatif ve pozitif sapma değişkenlerini gösterir. Gözetmenlerin kıdemli ve kıdemsiz olarak iki alt kümeye ayrılması durumunda, bu kümelerdeki elemanların kendi aralarında eşit sınava girmelerini temin eden hedef programlama modeli aşağıdaki gibi düzenlenebilir.

$$Min \left[\begin{array}{l} \left(\sum_{i\in I}\sum_{j\in J}\sum_{t\in T} n_{ijt}\right) + \left(\sum_{r=1}^{r=4}\beta_r\right) + \\ \left(\sum_{j\in J}\sum_{t\in T}\left(\lambda_{5jt} - \beta_{5jt}\right)\right) + \left(\sum_{h=1}^{h=s_2}\left(d_h^- + d_h^+\right)\right) \end{array}\right]$$

Kısıtlayıcılar (30)

$$X_{ijt} \times Y_{ijt} + n_{ijt} = a_i \quad ; \quad \forall(i,j,t) \in (I \times J \times T)$$

$$\sum_{j\in J}\left(X_{ijt} \times Y_{ijt}\right) \leq a_i \quad ; \quad \forall(i,t) \in (I \times T)$$

$$\sum_{i\in I}\left(X_{ijt}\times Y_{ijt}\right)=b_{jt} \quad ; \quad \forall(j,t)\in\left(J\times T\right)$$

$$\prod_{j\in J}Y_{ijt}=0 \quad ; \quad \forall(i,t)\in\left(I\times T\right)$$

$$\sum_{i\in I}\sum_{j\in J}Y_{ijt}\leq m-1 \quad ; \quad \forall t\in T$$

$$\sum_{i\in I}\sum_{j\in J}Y_{ijt}\geq k \quad ; \quad \forall t\in T$$

$$\sum_{i\in I}W_{igt}\leq 1 \quad ; \quad \forall(g,t)\in\left(G\times T\right)$$

$$\sum_{g\in G}W_{igt}-\sum_{j\in J}\left(e_i\times Y_{ijt}\right)=0 \quad ; \quad \forall(i,t)\in\left(I\times T\right)$$

$$\sum_{i\in I}\sum_{g\in G}\sum_{t\in T}W_{igt}-\sum_{i\in I}\sum_{j\in J}\sum_{t\in T}\left(e_i\times Y_{ijt}\right)=0$$

$$\sum_{i\in I}\sum_{j\in J}\sum_{t\in T}X_{ijt}-\beta_r=0 \quad ; \quad r=1$$

$$\sum_{i\in I}\sum_{j\in J}\sum_{t\in T}Y_{ijt}-\beta_r=0 \quad ; \quad r=2$$

$$\sum_{i\in I}\sum_{g\in G}\sum_{t\in T}W_{igt}-\beta_r=0 \quad ; \quad r=3$$

$$\sum_{i\in I}\sum_{j\in J}\sum_{t\in T}\left(e_i\times Y_{ijt}\right)-\beta_r=0 \quad ; \quad r=4$$

$$\left(\begin{array}{l}\sum_{i\in I}\left(X_{ijt}\times Y_{ijt}\right)-\left(f_{jt}\times\sum_{i\in I}\sum_{g\in L}W_{igt}\right)+\lambda_{5jt}-\beta_{5jt}=0\\ \forall(j,t)\in\left(J\times T\right)\end{array}\right)$$

$$\left[\begin{array}{l}\left(\sum_{i\in I}\sum_{t\in T}W_{i,1,t}-\sum_{i\in I}\sum_{t\in T}W_{i,2,t}\right)+d_h^- - d_h^+=0 \quad ; \quad h=1\\ \therefore\\ \left(\sum_{i\in I}\sum_{t\in T}W_{i,1,t}-\sum_{i\in I}\sum_{t\in T}W_{i,s_1,t}\right)+d_h^- - d_h^+=0 \quad ; \quad h=s_1-1\end{array}\right]$$

$$\left[\begin{array}{l}\left(\sum_{i\in I}\sum_{t\in T}W_{i,s_1+1,t}-\sum_{i\in I}\sum_{t\in T}W_{i,s_1+2,t}\right)+d_h^- - d_h^+=0 \quad ; \quad h=s_1\\ \therefore\\ \left(\sum_{i\in I}\sum_{t\in T}W_{i,s_1+1,t}-\sum_{i\in I}\sum_{t\in T}W_{i,s_2,t}\right)+d_h^- - d_h^+=0 \quad ; \quad h=s_2-2\end{array}\right]$$

$$\left(\sum_{i\in I}\sum_{g\in G_1}\sum_{t\in T}W_{igt}\right)-\left(\Psi_1\times\beta_4\right)+d_h^- - d_h^+=0 \quad ; \quad h=s_2-1$$

$$\left(\sum_{i\in I}\sum_{g\in G_2}\sum_{t\in T}W_{igt}\right)-\left(\Psi_2\times\beta_4\right)+d_h^- - d_h^+=0 \quad ; \quad h=s_2$$

$$\lambda_{5jt}\times\beta_{5jt}=0 \quad ; \quad \forall(j,t)\in\left(J\times T\right)$$

$$d_h^-\times d_h^+=0 \quad ; \quad h=1,2,...,s_1,....,s_2,s_2+1,s_2+2$$

ve

$$\begin{array}{lll} X_{ijt}=0,1,2,...,tamsayı & ; & \forall(i,j,t)\in\left(I\times J\times T\right)\\ Y_{ijt}=0 \text{ veya } 1 & ; & \forall(i,j,t)\in\left(I\times J\times T\right)\\ W_{igt}=0 \text{ veya } 1 & ; & \forall(i,g,t)\in\left(I\times G\times T\right)\\ n_{ijt}\geq 0 & ; & \forall(i,j,t)\in\left(I\times J\times T\right)\\ \beta_r,\lambda_r\geq 0 & ; & r=1,2,3,4\\ \beta_{5jt},\lambda_{5jt}\geq 0 & ; & \forall(j,t)\in\left(J\times T\right)\\ d_h^-,d_h^+\geq 0 & ; & h=1,2,...,s_1,....,s_2\end{array}$$

VI. UYGULAMA

Önceki bölümlerde geliştirilen hedef programlama modellerinin uygun çözümler verdiğini göstermek için, aşağıda açıklanan örnek bir problemi ele alalım. Bir fakültede dört adet dersten sınav yapılacağını ve bu sınavların ikisinin $t=1$ döneminde geriye kalanların ise $t=2$ döneminde yapılmasının kararlaştırıldığını düşünelim. Söz konusu sınavları gerçekleştirmek için kullanılabilir durumda olan yedi adet sınıf olduğunu ve sınavlarda görevlendirilebilecek dokuz adet gözetmen bulunduğunu kabul edelim. Ayrıca, farklı büyüklüklerde olan sınıflarda sınavların yürütülmesi için farklı sayıda gözetmene ihtiyaç duyulduğunu düşünelim. Sınavların yapılacağı sınıflar, sınıfların sınav kapasitesi, sınıflarda herhangi bir sınavın yapılması için gerekli olan gözetmen sayısı, derslerin hangi dönemde sınavının yapılacağı ve her bir dersten sınava girmesi gereken öğrenci sayıları Tablo.3 ve Tablo.4' de özetlenmiştir.

Karar değişkenlerini aşağıdaki gibi tanımlayalım.

$$\begin{array}{l} X_{ijt}=0,1,2,...,tamsayı\\ Y_{ijt}=0 \text{ veya } 1\\ W_{igt}=0 \text{ veya } 1\end{array} \qquad (31)$$

Burada, sınıflar, sınav dönemleri, sınavlar ve gözetmenler sırasıyla $i\epsilon[I=\{1,2,3,4,5,6,7\}]$, $j\epsilon[J=\{1,2\}]$, $t\epsilon[T=\{1,2\}]$ ve $g\epsilon[G=\{1,2,3,4,5,6,7,8,9\}]$ kümeleriyle ifade edilmiştir. Buna göre, düzenlenen ulaştırma tabloları Tablo.5 ve Tablo.6'da verilmiştir. Ayrıca, gözetmen başına hedeflenen öğrenci sayısının her bir ders için nasıl hesaplandığı Tablo.7'de gösterilmiştir.

Tablo.3.Sınıfların Sınav Kapasiteleri ve Gerekli Olan Gözetmen Sayıları

Sınıflar	*Sınıf 1*	*Sınıf 2*	*Sınıf 3*	*Sınıf 4*	*Sınıf 5*	*Sınıf 6*	*Sınıf 7*
Sınav Kapasiteleri (a_i)	144	144	72	84	72	66	72
Gerekli Olan Gözetmen Sayıları (e_i)	3	3	2	2	2	2	2

Tablo.4. Sınava Girecek Öğrenci Sayıları ve Sınavların Yapılacağı Dönemler

	Ders 1	*Ders 2*	*Ders 3*	*Ders 4*
Sınava Girecek Öğrenci Sayıları	200	100	40	80
Sınavların Yapılacağı Dönemler	$t=1$	$t=1$	$t=2$	$t=2$

Tablo.5. Örnek Problem İçin Doğrusal Olmayan Ulaştırma Tablosu

	$t=1$		$t=2$		
Sınıflar	*Ders 1*	*Ders 2*	*Ders 3*	*Ders 4*	*Sınav Kapasiteleri*
Sınıf 1	$X_{111}\times Y_{111}$	$X_{121}\times Y_{121}$	$X_{112}\times Y_{112}$	$X_{122}\times Y_{122}$	$a_1 = 144$
Sınıf 2	$X_{211}\times Y_{211}$	$X_{221}\times Y_{221}$	$X_{212}\times Y_{212}$	$X_{222}\times Y_{222}$	$a_2 = 144$
Sınıf 3	$X_{311}\times Y_{311}$	$X_{321}\times Y_{321}$	$X_{312}\times Y_{312}$	$X_{322}\times Y_{322}$	$a_3 = 72$
Sınıf 4	$X_{411}\times Y_{411}$	$X_{421}\times Y_{421}$	$X_{412}\times Y_{412}$	$X_{422}\times Y_{422}$	$a_4 = 84$
Sınıf 5	$X_{511}\times Y_{511}$	$X_{521}\times Y_{521}$	$X_{512}\times Y_{512}$	$X_{522}\times Y_{522}$	$a_5 = 72$
Sınıf 6	$X_{611}\times Y_{611}$	$X_{621}\times Y_{621}$	$X_{612}\times Y_{612}$	$X_{622}\times Y_{622}$	$a_6 = 66$
Sınıf 7	$X_{711}\times Y_{711}$	$X_{721}\times Y_{721}$	$X_{712}\times Y_{712}$	$X_{722}\times Y_{722}$	$a_7 = 72$
Sınava Girecek Öğrenci Sayıları	$b_{11} = 200$	$b_{21} = 100$	$B_{12} = 40$	$b_{22} = 80$	

Tablo.6. Örnek Problem İçin Doğrusal Ulaştırma Tablosu

			Gözetmenler									
			1	2	3	4	5	6	7	8	9	*Gözetmen ihtiyacı*
$t=1$	*Sınıflar*	*Sınıf 1*	W_{111}	W_{121}	W_{131}	W_{141}	W_{151}	W_{161}	W_{171}	W_{181}	W_{191}	$3\times(Y_{111}+Y_{121})$
		Sınıf 2	W_{211}	W_{221}	W_{231}	W_{241}	W_{251}	W_{261}	W_{271}	W_{281}	W_{291}	$3\times(Y_{211}+Y_{221})$
		Sınıf 3	W_{311}	W_{321}	W_{331}	W_{341}	W_{351}	W_{361}	W_{371}	W_{381}	W_{391}	$2\times(Y_{311}+Y_{321})$
		Sınıf 4	W_{411}	W_{421}	W_{431}	W_{441}	W_{451}	W_{461}	W_{471}	W_{481}	W_{491}	$2\times(Y_{411}+Y_{421})$
		Sınıf 5	W_{511}	W_{521}	W_{531}	W_{541}	W_{551}	W_{561}	W_{571}	W_{581}	W_{591}	$2\times(Y_{511}+Y_{521})$
		Sınıf 6	W_{611}	W_{621}	W_{631}	W_{641}	W_{651}	W_{661}	W_{671}	W_{681}	W_{691}	$2\times(Y_{611}+Y_{621})$
		Sınıf 7	W_{711}	W_{721}	W_{731}	W_{741}	W_{751}	W_{761}	W_{771}	W_{781}	W_{791}	$2\times(Y_{711}+Y_{721})$
		Kapasite	1	1	1	1	1	1	1	1	1	
			Gözetmenler									
		Sınıflar	1	2	3	4	5	6	7	8	9	*Gözetmen ihtiyacı*
$t=2$	*Sınıflar*	*Sınıf 1*	W_{112}	W_{122}	W_{132}	W_{142}	W_{152}	W_{162}	W_{172}	W_{182}	W_{192}	$3\times(Y_{112}+Y_{122})$
		Sınıf 2	W_{212}	W_{222}	W_{232}	W_{242}	W_{252}	W_{262}	W_{272}	W_{282}	W_{292}	$3\times(Y_{212}+Y_{222})$
		Sınıf 3	W_{312}	W_{322}	W_{332}	W_{342}	W_{352}	W_{362}	W_{372}	W_{382}	W_{392}	$2\times(Y_{312}+Y_{322})$
		Sınıf 4	W_{412}	W_{422}	W_{432}	W_{442}	W_{452}	W_{462}	W_{472}	W_{482}	W_{492}	$2\times(Y_{412}+Y_{422})$
		Sınıf 5	W_{512}	W_{522}	W_{532}	W_{542}	W_{552}	W_{562}	W_{572}	W_{582}	W_{592}	$2\times(Y_{512}+Y_{522})$
		Sınıf 6	W_{612}	W_{622}	W_{632}	W_{642}	W_{652}	W_{662}	W_{672}	W_{682}	W_{692}	$2\times(Y_{612}+Y_{622})$
		Sınıf 7	W_{712}	W_{722}	W_{732}	W_{742}	W_{752}	W_{762}	W_{772}	W_{782}	W_{792}	$2\times(Y_{712}+Y_{722})$
		Kapasite	1	1	1	1	1	1	1	1	1	

Tablo.7. Gözetmen Başına Hedeflenen Öğrenci Sayısı

Dersler	$b_{jt}\{\geq,<\}max(a_i)$	f_{jt}
Ders 1	$\{b_{11}=200\}\geq\{max(a_i)=144\}$	$f_{11}=\max_{i\in I}(a_i/e_i)=max[144/3,\ 144/3,\ 72/2,\ 84/2,\ 72/2,\ 66/2,\ 72/2]=48 \quad ; \quad i\in[I=\{1,2,3,4,5,6,7\}]$
Ders 2	$\{b_{21}=100\}<\{max(a_i)=144\}$	$f_{21}=\max_{i\in I_{21}}(b_{21}/e_i)=max[100/3,\ 100/3]=33.3 \quad ; \quad i\in[I_{21}=\{1,2\}]$
Ders 3	$\{b_{12}=40\}<\{max(a_i)=144\}$	$f_{12}=\max_{i\in I_{12}}(b_{12}/e_i)=max[40/3,\ 40/3,\ 40/2,\ 40/2,\ 40/2,\ 40/2,\ 40/2]=20 \quad ; \quad i\in[I_{12}=\{1,2,3,4,5,6,7\}]$
Ders 4	$\{b_{22}=80\}<\{max(a_i)=144\}$	$f_{22}=\max_{i\in I_{22}}(b_{22}/e_i)=max[80/3,\ 80/3,80/2]=40 \quad ; \quad i\in[I_{22}=\{1,2,4\}]$

Bu bilgilere göre düzenlenen sınıfların belirlenmesi, gözetmenlerin belirlenmesi ve gözetmenlerin eşit sayıda sınava girmesi durumunda gözetmenlerin belirlenmesi problemlerine ilişkin hedef programlama modelleri sırasıyla Ek.1, Ek.2 ve Ek.3'de verilmiştir. Ek.3'de verilen modelde, kıdemli ve kıdemsiz gözetmenler sırasıyla $g\epsilon[G_1=\{2,4,5,6,7\}]$ ve $g\epsilon[G_2=\{1,3,8,9\}]$ kümeleriyle nitelenmiştir. Ayrıca, gözetmenlerin toplam görev yükünün kıdemli ve kıdemsiz gözetmenler arasında eşit olarak dağıtılacağı (yani, $\Psi_1=\Psi_2=0,50$ olduğu) kabul edilmiştir. Söz konusu hedef programlama modellerinin LINGO paket programında çözülmesiyle elde edilen çözüm değerleri (sıfırdan farklı olanlar), Ek.4'de bir tablo olarak özetlenmiştir. Bu çözüm değerleri, üç modelde de sınavların yapılması için açılması gereken sınıf sayısının 5 olduğunu göstermektedir. Ek.2 ve Ek.3'deki modellerin çözüm değerleri ise, sınıflarda görevlendirilen gözetmenlerin toplam sınav yükünün 12 olduğunu göstermektedir. Ek.2'de verilen modelin çözüm değerlerine göre, sınıf 1 ve 4'te yapılacak olan ders 1'in sınavında 1., 4., 5., 6. ve 9. gözetmenler, sınıf 2'de yapılacak olan ders 2'nin sınavında 2., 3. ve 8. gözetmenler, sınıf 6'da yapılacak olan ders 3'ün sınavında 3. ve 7. gözetmenler, sınıf 4'te yapılacak olan ders 4'ün sınavında ise 8. ve 9. gözetmenler görevlendirilmiştir. Bu çözüm değerlerine göre, 3., 8. ve 9. gözetmenlerin ikişer sınav görevi, diğer gözetmenlerin ise birer sınav görevi vardır. Elde edilen çözüm değerleri, sınavların hangi sınıflarda ve kimlerin gözetmenliğinde yapılacağına ilişkin çok sayıda seçenekli çözüm bulunduğunu göstermesine rağmen, bu çözümlerden herhangi birisinin belirlenmesinin yeterli olduğu düşünülmüştür.

VIII. SONUÇ

Bu makalede sınav programları problemlerine ilişkin üç adet çok amaçlı doğrusal olmayan programlama modeli geliştirilmiştir. Bu modellerden ilki sınavların sınıflara, ikincisi sınavlar ve gözetmenlerin sınıflara, üçüncüsü ise sınavlar, kıdemli gözetmenler ve kıdemsiz gözetmenlerin sınıflara uygun bir şekilde atanmasını sağlamaktadır. Geliştirilen modellerin çözümü için hedef programlama yöntemi kullanılmış olmasına rağmen, ilk iki modelde karar verici tercihlerine ihtiyaç duyulmamıştır. Üçüncü model, kıdemli ve kıdemsiz gözetmen ayrımının nasıl yapılacağı ve toplam görev yükünün bu gözetmenler arasında hangi oranlarda paylaştırılacağı sorularının karar verici tarafından yanıtlanmasını gerektirmektedir.

Oluşturulan modellere, sınavı yapılan derse yardımcı olan gözetmenin ilgili dersin sınavında görevlendirilmesi, her bir sınav için yedek gözetmenlerin belirlenmesi, birden fazla gözetmen gerektiren sınıflarda en az bir kıdemli gözetmenin görevlendirilmesi, idari görevi olan gözetmenlerin sınav yükünün azaltılması ve bir dersin sınavının dersin anlatıldığı sınıfta yapılması gibi bazı kısıtlayıcıların eklenmesi mümkündür.

Sonuç olarak, sınıf ve gözetmenlerin belirlenmesi problemlerinin ceza maliyeti veya fayda fonksiyonuna dayanan yöntemler yerine önerilen modellerle çözülmesi, bu problemlerin çözüm sürecinde karar verici rolünün azaltılmasını sağlayabilecektir.

Ek.1. Sınıfların Belirlenmesi Problemine İlişkin Hedef Programlama Modeli

$$Min\left[\left(\sum_{i=1}^{i=7}\sum_{j=1}^{j=2}\sum_{t=1}^{t=2} n_{ijt}\right)+\beta_1+\beta_2\right]$$

Kısıtlayıcılar (32)

$X_{111}\times Y_{111}+n_{111}=144$

$X_{211}\times Y_{211}+n_{211}=144$

$X_{311}\times Y_{311}+n_{311}=72$

$X_{411}\times Y_{411}+n_{411}=84$

$X_{511}\times Y_{511}+n_{511}=72$

$X_{611}\times Y_{611}+n_{611}=66$

$X_{711}\times Y_{711}+n_{711}=72$

$X_{121}\times Y_{121}+n_{121}=144$

$X_{221}\times Y_{221}+n_{221}=144$

$X_{321}\times Y_{321}+n_{321}=72$

$X_{421}\times Y_{421}+n_{421}=84$

$X_{521}\times Y_{521}+n_{521}=72$

$X_{621}\times Y_{621}+n_{621}=66$

$X_{721}\times Y_{721}+n_{721}=72$

$X_{112}\times Y_{112}+n_{112}=144$

$X_{212}\times Y_{212}+n_{212}=144$

$X_{312}\times Y_{312}+n_{312}=72$

$X_{412}\times Y_{412}+n_{412}=84$

$X_{512}\times Y_{512}+n_{512}=72$

$X_{612}\times Y_{612}+n_{612}=66$

$X_{712}\times Y_{712}+n_{712}=72$

$X_{122}\times Y_{122}+n_{122}=144$

$X_{222}\times Y_{222}+n_{222}=144$

$X_{322}\times Y_{322}+n_{322}=72$

$X_{422}\times Y_{422}+n_{422}=84$

$X_{522}\times Y_{522}+n_{522}=72$

$X_{622}\times Y_{622}+n_{622}=66$

$X_{722}\times Y_{722}+n_{722}=72$

$X_{111}\times Y_{111}+X_{121}\times Y_{121}\leq 144$

$X_{112}\times Y_{112}+X_{122}\times Y_{122}\leq 144$

$X_{211}\times Y_{211}+X_{221}\times Y_{221}\leq 144$

$X_{212}\times Y_{212}+X_{222}\times Y_{222}\leq 144$

$X_{311}\times Y_{311}+X_{321}\times Y_{321}\leq 72$

$X_{312}\times Y_{312}+X_{322}\times Y_{322}\leq 72$

$X_{411}\times Y_{411}+X_{421}\times Y_{421}\leq 84$

$X_{412}\times Y_{412}+X_{422}\times Y_{422}\leq 84$

$X_{511}\times Y_{511}+X_{521}\times Y_{521}\leq 72$

$X_{512}\times Y_{512}+X_{522}\times Y_{522}\leq 72$

$X_{611}\times Y_{611}+X_{621}\times Y_{621}\leq 66$

$X_{612}\times Y_{612}+X_{622}\times Y_{622}\leq 66$

$X_{711}\times Y_{711}+X_{721}\times Y_{721}\leq 72$

$X_{712}\times Y_{712}+X_{722}\times Y_{722}\leq 72$

$$\sum_{i=1}^{i=7}(X_{i11}\times Y_{i11})=200$$

$$\sum_{i=1}^{i=7}(X_{i21}\times Y_{i21})=100$$

$$\sum_{i=1}^{i=7}(X_{i12}\times Y_{i12})=40$$

$$\sum_{i=1}^{i=7}(X_{i22}\times Y_{i22})=80$$

$$\prod_{j=1}^{j=2} Y_{ijt}=0 \quad ; \quad \forall(i,t)\in(I\times T)$$

$$\sum_{i=1}^{i=7}\sum_{j=1}^{j=2} Y_{ij1}\leq 6$$

$$\sum_{i=1}^{i=7}\sum_{j=1}^{j=2} Y_{ij2}\leq 6$$

$$\sum_{i=1}^{i=7}\sum_{j=1}^{j=2} Y_{ij1}\geq 2$$

$$\sum_{i=1}^{i=7}\sum_{j=1}^{j=2} Y_{ij2}\geq 2$$

$$\sum_{i=1}^{i=7}\sum_{j=1}^{j=2}\sum_{t=1}^{t=2} X_{ijt}-\beta_1=0$$

$$\sum_{i=1}^{i=7}\sum_{j=1}^{j=2}\sum_{t=1}^{t=2} Y_{ijt}-\beta_2=0$$

$X_{ijt}=0,1,2,\ldots,tamsayı \quad ; \quad \forall(i,j,t)\in(I\times J\times T)$

$Y_{ijt}=0 \text{ veya } 1 \quad ; \quad \forall(i,j,t)\in(I\times J\times T)$

$n_{ijt}\geq 0 \quad ; \quad \forall(i,j,t)\in(I\times J\times T)$

$\beta_r\geq 0 \quad ; \quad r=1,2$

Ek.2. Gözetmenlerin Belirlenmesi Problemine İlişkin Hedef Programlama Modeli

$$Min\left[\left(\sum_{i=1}^{i=7}\sum_{j=1}^{j=2}\sum_{t=1}^{t=2} n_{ijt}\right)+\left(\sum_{r=1}^{r=4}\beta_r\right)+\left(\sum_{j=1}^{j=2}\sum_{t=1}^{t=2}(\lambda_{5jt}-\beta_{5jt})\right)\right]$$

Kısıtlayıcılar (33)

$X_{111}\times Y_{111}+n_{111}=144$

$X_{211}\times Y_{211}+n_{211}=144$

$X_{311}\times Y_{311}+n_{311}=72$

$X_{411}\times Y_{411}+n_{411}=84$

$X_{511}\times Y_{511}+n_{511}=72$

$X_{611}\times Y_{611}+n_{611}=66$

$X_{711}\times Y_{711}+n_{711}=72$

$X_{121}\times Y_{121}+n_{121}=144$

$X_{221}\times Y_{221}+n_{221}=144$

$X_{321}\times Y_{321}+n_{321}=72$

$X_{421}\times Y_{421}+n_{421}=84$

$X_{521}\times Y_{521}+n_{521}=72$

$X_{621}\times Y_{621}+n_{621}=66$

$X_{721}\times Y_{721}+n_{721}=72$

$X_{112}\times Y_{112}+n_{112}=144$

$X_{212}\times Y_{212}+n_{212}=144$

$X_{312}\times Y_{312}+n_{312}=72$

$X_{412}\times Y_{412}+n_{412}=84$

$X_{512}\times Y_{512}+n_{512}=72$

$X_{612}\times Y_{612}+n_{612}=66$

$X_{712}\times Y_{712}+n_{712}=72$

$X_{122}\times Y_{122}+n_{122}=144$

$X_{222}\times Y_{222}+n_{222}=144$

$X_{322}\times Y_{322}+n_{322}=72$

$X_{422}\times Y_{422}+n_{422}=84$

$X_{522}\times Y_{522}+n_{522}=72$

$X_{622}\times Y_{622}+n_{622}=66$

$X_{722}\times Y_{722}+n_{722}=72$

$X_{111}\times Y_{111}+X_{121}\times Y_{121}\leq 144$

$X_{112}\times Y_{112}+X_{122}\times Y_{122}\leq 144$

$X_{211}\times Y_{211}+X_{221}\times Y_{221}\leq 144$

$X_{212}\times Y_{212}+X_{222}\times Y_{222}\leq 144$

$X_{311}\times Y_{311}+X_{321}\times Y_{321}\leq 72$

$X_{312}\times Y_{312}+X_{322}\times Y_{322}\leq 72$

$X_{411}\times Y_{411}+X_{421}\times Y_{421}\leq 84$

$$X_{412}\times Y_{412}+X_{422}\times Y_{422}\leq 84$$
$$X_{511}\times Y_{511}+X_{521}\times Y_{521}\leq 72$$
$$X_{512}\times Y_{512}+X_{522}\times Y_{522}\leq 72$$
$$X_{611}\times Y_{611}+X_{621}\times Y_{621}\leq 66$$
$$X_{612}\times Y_{612}+X_{622}\times Y_{622}\leq 66$$
$$X_{711}\times Y_{711}+X_{721}\times Y_{721}\leq 72$$
$$X_{712}\times Y_{712}+X_{722}\times Y_{722}\leq 72$$
$$\sum_{i=1}^{i=7}(X_{i11}\times Y_{i11})=200$$
$$\sum_{i=1}^{i=7}(X_{i21}\times Y_{i21})=100$$
$$\sum_{i=1}^{i=7}(X_{i12}\times Y_{i12})=40$$
$$\sum_{i=1}^{i=7}(X_{i22}\times Y_{i22})=80$$
$$\prod_{j=1}^{j=2}Y_{ijt}=0 \quad ; \quad \forall(i,t)\in(I\times T)$$
$$\sum_{i=1}^{i=7}\sum_{j=1}^{j=2}Y_{ij1}\leq 6$$
$$\sum_{i=1}^{i=7}\sum_{j=1}^{j=2}Y_{ij2}\leq 6$$
$$\sum_{i=1}^{i=7}\sum_{j=1}^{j=2}Y_{ij1}\geq 2$$
$$\sum_{i=1}^{i=7}\sum_{j=1}^{j=2}Y_{ij2}\geq 2$$
$$W_{111}+W_{211}+W_{311}+W_{411}+W_{511}+W_{611}+W_{711}\leq 1$$
$$W_{121}+W_{221}+W_{321}+W_{421}+W_{521}+W_{621}+W_{721}\leq 1$$
$$W_{131}+W_{231}+W_{331}+W_{431}+W_{531}+W_{631}+W_{731}\leq 1$$
$$W_{141}+W_{241}+W_{341}+W_{441}+W_{541}+W_{641}+W_{741}\leq 1$$
$$W_{151}+W_{251}+W_{351}+W_{451}+W_{551}+W_{651}+W_{751}\leq 1$$
$$W_{161}+W_{261}+W_{361}+W_{461}+W_{561}+W_{661}+W_{761}\leq 1$$
$$W_{171}+W_{271}+W_{371}+W_{471}+W_{571}+W_{671}+W_{771}\leq 1$$
$$W_{181}+W_{281}+W_{381}+W_{481}+W_{581}+W_{681}+W_{781}\leq 1$$
$$W_{191}+W_{291}+W_{391}+W_{491}+W_{591}+W_{691}+W_{791}\leq 1$$
$$W_{112}+W_{212}+W_{312}+W_{412}+W_{512}+W_{612}+W_{712}\leq 1$$
$$W_{122}+W_{222}+W_{322}+W_{422}+W_{522}+W_{622}+W_{722}\leq 1$$
$$W_{132}+W_{232}+W_{332}+W_{432}+W_{532}+W_{632}+W_{732}\leq 1$$
$$W_{142}+W_{242}+W_{342}+W_{442}+W_{542}+W_{642}+W_{742}\leq 1$$
$$W_{152}+W_{252}+W_{352}+W_{452}+W_{552}+W_{652}+W_{752}\leq 1$$
$$W_{162}+W_{262}+W_{362}+W_{462}+W_{562}+W_{662}+W_{762}\leq 1$$
$$W_{172}+W_{272}+W_{372}+W_{472}+W_{572}+W_{672}+W_{772}\leq 1$$
$$W_{182}+W_{282}+W_{382}+W_{482}+W_{582}+W_{682}+W_{782}\leq 1$$
$$W_{192}+W_{292}+W_{392}+W_{492}+W_{592}+W_{692}+W_{792}\leq 1$$
$$W_{111}+W_{121}+W_{131}+W_{141}+W_{151}+W_{161}+W_{171}+$$
$$W_{181}+W_{191}-3\times Y_{111}-3\times Y_{121}=0$$
$$W_{211}+W_{221}+W_{231}+W_{241}+W_{251}+W_{261}+W_{271}+$$
$$W_{281}+W_{291}-3\times Y_{211}-3\times Y_{221}=0$$
$$W_{311}+W_{321}+W_{331}+W_{341}+W_{351}+W_{361}+W_{371}+$$
$$W_{381}+W_{391}-2\times Y_{311}-2\times Y_{321}=0$$
$$W_{411}+W_{421}+W_{431}+W_{441}+W_{451}+W_{461}+W_{471}+$$
$$W_{481}+W_{491}-2\times Y_{411}-2\times Y_{421}=0$$
$$W_{511}+W_{521}+W_{531}+W_{541}+W_{551}+W_{561}+W_{571}+$$
$$W_{581}+W_{591}-2\times Y_{511}-2\times Y_{521}=0$$
$$W_{611}+W_{621}+W_{631}+W_{641}+W_{651}+W_{661}+W_{671}+$$
$$W_{681}+W_{691}-2\times Y_{611}-2\times Y_{621}=0$$
$$W_{711}+W_{721}+W_{731}+W_{741}+W_{751}+W_{761}+W_{771}+$$
$$W_{781}+W_{791}-2\times Y_{711}-2\times Y_{721}=0$$
$$W_{112}+W_{122}+W_{132}+W_{142}+W_{152}+W_{162}+W_{172}+$$
$$W_{182}+W_{192}-3\times Y_{112}-3\times Y_{122}=0$$
$$W_{212}+W_{222}+W_{232}+W_{242}+W_{252}+W_{262}+W_{272}+$$
$$W_{282}+W_{292}-3\times Y_{212}-3\times Y_{222}=0$$
$$W_{312}+W_{322}+W_{332}+W_{342}+W_{352}+W_{362}+W_{372}+$$
$$W_{382}+W_{392}-2\times Y_{312}-2\times Y_{322}=0$$
$$W_{412}+W_{422}+W_{432}+W_{442}+W_{452}+W_{462}+W_{472}+$$
$$W_{482}+W_{492}-2\times Y_{412}-2\times Y_{422}=0$$
$$W_{512}+W_{522}+W_{532}+W_{542}+W_{552}+W_{562}+W_{572}+$$
$$W_{582}+W_{592}-2\times Y_{512}-2\times Y_{522}=0$$
$$W_{612}+W_{622}+W_{632}+W_{642}+W_{652}+W_{662}+W_{672}+$$
$$W_{682}+W_{692}-2\times Y_{612}-2\times Y_{622}=0$$
$$W_{712}+W_{722}+W_{732}+W_{742}+W_{752}+W_{762}+W_{772}+$$
$$W_{782}+W_{792}-2\times Y_{712}-2\times Y_{722}=0$$
$$\left(\sum_{i=1}^{i=7}\sum_{g=1}^{g=9}\sum_{t=1}^{t=2}W_{igt}\right)-3\times Y_{111}-3\times Y_{121}-3\times Y_{211}-3\times Y_{221}-2\times Y_{311}-$$
$$2\times Y_{321}-2\times Y_{411}-2\times Y_{421}-2\times Y_{511}-2\times Y_{521}-2\times Y_{611}-2\times Y_{621}-$$
$$2\times Y_{711}-2\times Y_{721}-3\times Y_{112}-3\times Y_{122}-3\times Y_{212}-3\times Y_{222}-2\times Y_{312}-$$
$$2\times Y_{322}-2\times Y_{412}-2\times Y_{422}-2\times Y_{512}-2\times Y_{522}-2\times Y_{612}-2\times Y_{622}-$$
$$2\times Y_{712}-2\times Y_{722}=0$$
$$\left(\sum_{i=1}^{i=7}\sum_{j=1}^{g=2}\sum_{t=1}^{t=2}X_{ijt}\right)-\beta_t=0$$

$$\left(\sum_{i=1}^{i=7}\sum_{j=1}^{g=2}\sum_{t=1}^{t=2}Y_{ijt}\right)-\beta_2=0$$

$$\left(\sum_{i=1}^{i=7}\sum_{g=1}^{g=9}\sum_{t=1}^{t=2}W_{igt}\right)-\beta_3=0$$

$$3\times Y_{111}+3\times Y_{121}+3\times Y_{211}+3\times Y_{221}+2\times Y_{311}+2\times Y_{321}+2\times Y_{411}+$$
$$2\times Y_{421}+2\times Y_{511}+2\times Y_{521}+2\times Y_{611}+2\times Y_{621}+2\times Y_{711}+2\times Y_{721}+$$
$$2\times Y_{112}+2\times Y_{122}+2\times Y_{212}+2\times Y_{222}+2\times Y_{312}+2\times Y_{322}+2\times Y_{412}+$$
$$2\times Y_{422}+2\times Y_{512}+2\times Y_{522}+2\times Y_{612}+2\times Y_{622}+2\times Y_{712}+2\times Y_{722}-\beta_4=0$$

$$\sum_{i=1}^{i=7}(X_{i11}\times Y_{i11})-\left(48\times\sum_{i=1}^{i=7}\sum_{g=1}^{g=9}W_{i11}\right)+\lambda_{511}-\beta_{511}=0$$

$$\sum_{i=1}^{i=7}(X_{i21}\times Y_{i21})-\left(33{,}3\times\sum_{i=1}^{i=7}\sum_{g=1}^{g=9}W_{i21}\right)+\lambda_{521}-\beta_{521}=0$$

$$\sum_{i=1}^{i=7}(X_{i12}\times Y_{i12})-\left(20\times\sum_{i=1}^{i=7}\sum_{g=1}^{g=9}W_{i12}\right)+\lambda_{512}-\beta_{512}=0$$

$$\sum_{i=1}^{i=7}(X_{i22}\times Y_{i22})-\left(40\times\sum_{i=1}^{i=7}\sum_{g=1}^{g=9}W_{i12}\right)+\lambda_{522}-\beta_{522}=0$$

$$\lambda_{511}\times\beta_{511}=0$$
$$\lambda_{521}\times\beta_{521}=0$$
$$\lambda_{512}\times\beta_{512}=0$$
$$\lambda_{522}\times\beta_{522}=0$$

$X_{ijt}=0,1,2,\ldots,tamsayı \quad ; \quad \forall i\in I, j\in J, t\in T$

$Y_{ijt}=0 \text{ veya } 1 \quad ; \quad \forall i\in I, j\in J, t\in T$

$W_{igt}=0 \text{ veya } 1 \quad ; \quad \forall i\in I, g\in G, t\in T$

$n_{ijt}\geq 0 \quad ; \quad \forall (i,j,t)\in[I\times J\times T]$

$\beta_r, \lambda_r\geq 0 \quad ; \quad r=[1,2,3,4]$

$\beta_{5jt}, \lambda_{5jt}\geq 0 \quad ; \quad \forall (j,t)\in[J\times T]$

Ek.3. Gözetmenlerin Eşit Sayıda Sınava Girmesi Problemine İlişkin Hedef Programlama Modeli

$$Min\left[\begin{array}{l}\left(\sum_{i=1}^{i=7}\sum_{j=1}^{j=2}\sum_{t=1}^{t=2}n_{ijt}\right)+\left(\sum_{r=1}^{r=4}\beta_r\right)+\\ \left(\sum_{j=1}^{j=2}\sum_{t=1}^{t=2}(\lambda_{5jt}-\beta_{5jt})\right)+\left(\sum_{h=1}^{h=9}(d_h^-+d_h^+)\right)\end{array}\right]$$

Kısıtlayıcılar (34)

$$X_{111}\times Y_{111}+n_{111}=144$$
$$X_{211}\times Y_{211}+n_{211}=144$$
$$X_{311}\times Y_{311}+n_{311}=72$$
$$X_{411}\times Y_{411}+n_{411}=84$$
$$X_{511}\times Y_{511}+n_{511}=72$$
$$X_{611}\times Y_{611}+n_{611}=66$$
$$X_{711}\times Y_{711}+n_{711}=72$$
$$X_{121}\times Y_{121}+n_{121}=144$$
$$X_{221}\times Y_{221}+n_{221}=144$$
$$X_{321}\times Y_{321}+n_{321}=72$$
$$X_{421}\times Y_{421}+n_{421}=84$$
$$X_{521}\times Y_{521}+n_{521}=72$$
$$X_{621}\times Y_{621}+n_{621}=66$$
$$X_{721}\times Y_{721}+n_{721}=72$$
$$X_{112}\times Y_{112}+n_{112}=144$$
$$X_{212}\times Y_{212}+n_{212}=144$$
$$X_{312}\times Y_{312}+n_{312}=72$$
$$X_{412}\times Y_{412}+n_{412}=84$$
$$X_{512}\times Y_{512}+n_{512}=72$$
$$X_{612}\times Y_{612}+n_{612}=66$$
$$X_{712}\times Y_{712}+n_{712}=72$$
$$X_{122}\times Y_{122}+n_{122}=144$$
$$X_{222}\times Y_{222}+n_{222}=144$$
$$X_{322}\times Y_{322}+n_{322}=72$$
$$X_{422}\times Y_{422}+n_{422}=84$$
$$X_{522}\times Y_{522}+n_{522}=72$$
$$X_{622}\times Y_{622}+n_{622}=66$$
$$X_{722}\times Y_{722}+n_{722}=72$$
$$X_{111}\times Y_{111}+X_{121}\times Y_{121}\leq 144$$
$$X_{112}\times Y_{112}+X_{122}\times Y_{122}\leq 144$$
$$X_{211}\times Y_{211}+X_{221}\times Y_{221}\leq 144$$
$$X_{212}\times Y_{212}+X_{222}\times Y_{222}\leq 144$$
$$X_{311}\times Y_{311}+X_{321}\times Y_{321}\leq 72$$
$$X_{312}\times Y_{312}+X_{322}\times Y_{322}\leq 72$$
$$X_{411}\times Y_{411}+X_{421}\times Y_{421}\leq 84$$
$$X_{412}\times Y_{412}+X_{422}\times Y_{422}\leq 84$$
$$X_{511}\times Y_{511}+X_{521}\times Y_{521}\leq 72$$
$$X_{512}\times Y_{512}+X_{522}\times Y_{522}\leq 72$$
$$X_{611}\times Y_{611}+X_{621}\times Y_{621}\leq 66$$
$$X_{612}\times Y_{612}+X_{622}\times Y_{622}\leq 66$$
$$X_{711}\times Y_{711}+X_{721}\times Y_{721}\leq 72$$
$$X_{712}\times Y_{712}+X_{722}\times Y_{722}\leq 72$$

$$\sum_{i=1}^{i=7}(X_{i11}\times Y_{i11})=200$$

$$\sum_{i=1}^{i=7}(X_{i21}\times Y_{i21})=100$$

$$\sum_{i=1}^{i=7}(X_{i12}\times Y_{i12})=40$$

$$\sum_{i=1}^{i=7}(X_{i22}\times Y_{i22})=80$$

$$\prod_{j=1}^{j=2} Y_{ijt}=0 \quad ; \quad \forall(i,t)\in(I\times T)$$

$$\sum_{i=1}^{i=7}\sum_{j=1}^{j=2} Y_{ij1}\le 6$$

$$\sum_{i=1}^{i=7}\sum_{j=1}^{j=2} Y_{ij2}\le 6$$

$$\sum_{i=1}^{i=7}\sum_{j=1}^{j=2} Y_{ij1}\ge 2$$

$$\sum_{i=1}^{i=7}\sum_{j=1}^{j=2} Y_{ij2}\ge 2$$

$W_{111}+W_{211}+W_{311}+W_{411}+W_{511}+W_{611}+W_{711}\le 1$

$W_{121}+W_{221}+W_{321}+W_{421}+W_{521}+W_{621}+W_{721}\le 1$

$W_{131}+W_{231}+W_{331}+W_{431}+W_{531}+W_{631}+W_{731}\le 1$

$W_{141}+W_{241}+W_{341}+W_{441}+W_{541}+W_{641}+W_{741}\le 1$

$W_{151}+W_{251}+W_{351}+W_{451}+W_{551}+W_{651}+W_{751}\le 1$

$W_{161}+W_{261}+W_{361}+W_{461}+W_{561}+W_{661}+W_{761}\le 1$

$W_{171}+W_{271}+W_{371}+W_{471}+W_{571}+W_{671}+W_{771}\le 1$

$W_{181}+W_{281}+W_{381}+W_{481}+W_{581}+W_{681}+W_{781}\le 1$

$W_{191}+W_{291}+W_{391}+W_{491}+W_{591}+W_{691}+W_{791}\le 1$

$W_{112}+W_{212}+W_{312}+W_{412}+W_{512}+W_{612}+W_{712}\le 1$

$W_{122}+W_{222}+W_{322}+W_{422}+W_{522}+W_{622}+W_{722}\le 1$

$W_{132}+W_{232}+W_{332}+W_{432}+W_{532}+W_{632}+W_{732}\le 1$

$W_{142}+W_{242}+W_{342}+W_{442}+W_{542}+W_{642}+W_{742}\le 1$

$W_{152}+W_{252}+W_{352}+W_{452}+W_{552}+W_{652}+W_{752}\le 1$

$W_{162}+W_{262}+W_{362}+W_{462}+W_{562}+W_{662}+W_{762}\le 1$

$W_{172}+W_{272}+W_{372}+W_{472}+W_{572}+W_{672}+W_{772}\le 1$

$W_{182}+W_{282}+W_{382}+W_{482}+W_{582}+W_{682}+W_{782}\le 1$

$W_{192}+W_{292}+W_{392}+W_{492}+W_{592}+W_{692}+W_{792}\le 1$

$W_{111}+W_{121}+W_{131}+W_{141}+W_{151}+W_{161}+W_{171}+$
$W_{181}+W_{191}-3\times Y_{111}-3\times Y_{121}=0$

$W_{211}+W_{221}+W_{231}+W_{241}+W_{251}+W_{261}+W_{271}+$
$W_{281}+W_{291}-3\times Y_{211}-3\times Y_{221}=0$

$W_{311}+W_{321}+W_{331}+W_{341}+W_{351}+W_{361}+W_{371}+$
$W_{381}+W_{391}-2\times Y_{311}-2\times Y_{321}=0$

$W_{411}+W_{421}+W_{431}+W_{441}+W_{451}+W_{461}+W_{471}+$
$W_{481}+W_{491}-2\times Y_{411}-2\times Y_{421}=0$

$W_{511}+W_{521}+W_{531}+W_{541}+W_{551}+W_{561}+W_{571}+$
$W_{581}+W_{591}-2\times Y_{511}-2\times Y_{521}=0$

$W_{611}+W_{621}+W_{631}+W_{641}+W_{651}+W_{661}+W_{671}+$
$W_{681}+W_{691}-2\times Y_{611}-2\times Y_{621}=0$

$W_{711}+W_{721}+W_{731}+W_{741}+W_{751}+W_{761}+W_{771}+$
$W_{781}+W_{791}-2\times Y_{711}-2\times Y_{721}=0$

$W_{112}+W_{122}+W_{132}+W_{142}+W_{152}+W_{162}+W_{172}+$
$W_{182}+W_{192}-3\times Y_{112}-3\times Y_{122}=0$

$W_{212}+W_{222}+W_{232}+W_{242}+W_{252}+W_{262}+W_{272}+$
$W_{282}+W_{292}-3\times Y_{212}-3\times Y_{222}=0$

$W_{312}+W_{322}+W_{332}+W_{342}+W_{352}+W_{362}+W_{372}+$
$W_{382}+W_{392}-2\times Y_{312}-2\times Y_{322}=0$

$W_{412}+W_{422}+W_{432}+W_{442}+W_{452}+W_{462}+W_{472}+$
$W_{482}+W_{492}-2\times Y_{412}-2\times Y_{422}=0$

$W_{512}+W_{522}+W_{532}+W_{542}+W_{552}+W_{562}+W_{572}+$
$W_{582}+W_{592}-2\times Y_{512}-2\times Y_{522}=0$

$W_{612}+W_{622}+W_{632}+W_{642}+W_{652}+W_{662}+W_{672}+$
$W_{682}+W_{692}-2\times Y_{612}-2\times Y_{622}=0$

$W_{712}+W_{722}+W_{732}+W_{742}+W_{752}+W_{762}+W_{772}+$
$W_{782}+W_{792}-2\times Y_{712}-2\times Y_{722}=0$

$$\left(\sum_{i=1}^{i=7}\sum_{g=1}^{g=9}\sum_{t=1}^{t=2} W_{igt}\right)-3\times Y_{111}-3\times Y_{121}-3\times Y_{211}-3\times Y_{221}-2\times Y_{311}-$$
$$2\times Y_{321}-2\times Y_{411}-2\times Y_{421}-2\times Y_{511}-2\times Y_{521}-2\times Y_{611}-2\times Y_{621}-$$
$$2\times Y_{711}-2\times Y_{721}-3\times Y_{112}-3\times Y_{122}-3\times Y_{212}-3\times Y_{222}-2\times Y_{312}-$$
$$2\times Y_{322}-2\times Y_{412}-2\times Y_{422}-2\times Y_{512}-2\times Y_{522}-2\times Y_{612}-2\times Y_{622}-$$
$$2\times Y_{712}-2\times Y_{722}=0$$

$$\left(\sum_{i=1}^{i=7}\sum_{j=1}^{g=2}\sum_{t=1}^{t=2} X_{ijt}\right)-\beta_1=0$$

$$\left(\sum_{i=1}^{i=7}\sum_{j=1}^{g=2}\sum_{t=1}^{t=2} Y_{ijt}\right)-\beta_2=0$$

$$\left(\sum_{i=1}^{i=7}\sum_{g=1}^{g=9}\sum_{t=1}^{t=2} W_{igt}\right)-\beta_3=0$$

$$3\times Y_{111}+3\times Y_{121}+3\times Y_{211}+3\times Y_{221}+2\times Y_{311}+2\times Y_{321}+2\times Y_{411}+$$
$$2\times Y_{421}+2\times Y_{511}+2\times Y_{521}+2\times Y_{611}+2\times Y_{621}+2\times Y_{711}+2\times Y_{721}+$$
$$2\times Y_{112}+2\times Y_{122}+2\times Y_{212}+2\times Y_{222}+2\times Y_{312}+2\times Y_{322}+2\times Y_{412}+$$
$$2\times Y_{422}+2\times Y_{512}+2\times Y_{522}+2\times Y_{612}+2\times Y_{622}+2\times Y_{712}+2\times Y_{722}-\beta_4=0$$

$$\sum_{i=1}^{i=7}(X_{i11}\times Y_{i11})-\left(48\times\sum_{i=1}^{i=7}\sum_{g=1}^{g=9} W_{i11}\right)+\lambda_{511}-\beta_{511}=0$$

$$\sum_{i=1}^{i=7}(X_{i21}\times Y_{i21})-\left(33{,}3\times\sum_{i=1}^{i=7}\sum_{g=1}^{g=9} W_{i21}\right)+\lambda_{521}-\beta_{521}=0$$

$$\sum_{i=1}^{i=7}(X_{i12}\times Y_{i12})-\left(20\times\sum_{i=1}^{i=7}\sum_{g=1}^{g=9}W_{ig2}\right)+\lambda_{512}-\beta_{512}=0$$

$$\sum_{i=1}^{i=7}(X_{i22}\times Y_{i22})-\left(40\times\sum_{i=1}^{i=7}\sum_{g=1}^{g=9}W_{ig2}\right)+\lambda_{522}-\beta_{522}=0$$

$$W_{111}+W_{211}+W_{311}+W_{411}+W_{511}+W_{611}+W_{711}+W_{112}+W_{212}+W_{312}+W_{412}+W_{512}+W_{612}+W_{712}-W_{121}-W_{221}-W_{321}-W_{421}-W_{521}-W_{621}-W_{721}-W_{122}-W_{222}-W_{322}-W_{422}-W_{522}-W_{622}-W_{722}+d_1^- -d_1^+ =0$$

$$W_{111}+W_{211}+W_{311}+W_{411}+W_{511}+W_{611}+W_{711}+W_{112}+W_{212}+W_{312}+W_{412}+W_{512}+W_{612}+W_{712}-W_{131}-W_{231}-W_{331}-W_{431}-W_{531}-W_{631}-W_{731}-W_{132}-W_{232}-W_{332}-W_{432}-W_{532}-W_{632}-W_{732}+d_2^- -d_2^+ =0$$

$$W_{111}+W_{211}+W_{311}+W_{411}+W_{511}+W_{611}+W_{711}+W_{112}+W_{212}+W_{312}+W_{412}+W_{512}+W_{612}+W_{712}-W_{141}-W_{241}-W_{341}-W_{441}-W_{541}-W_{641}-W_{741}-W_{142}-W_{242}-W_{342}-W_{442}-W_{542}-W_{642}-W_{742}+d_3^- -d_3^+ =0$$

$$W_{111}+W_{211}+W_{311}+W_{411}+W_{511}+W_{611}+W_{711}+W_{112}+W_{212}+W_{312}+W_{412}+W_{512}+W_{612}+W_{712}-W_{151}-W_{251}-W_{351}-W_{451}-W_{551}-W_{651}-W_{751}-W_{152}-W_{252}-W_{352}-W_{452}-W_{552}-W_{652}-W_{752}+d_4^- -d_4^+ =0$$

$$W_{111}+W_{211}+W_{311}+W_{411}+W_{511}+W_{611}+W_{711}+W_{112}+W_{212}+W_{312}+W_{412}+W_{512}+W_{612}+W_{712}-W_{161}-W_{261}-W_{361}-W_{461}-W_{561}-W_{661}-W_{761}-W_{162}-W_{262}-W_{362}-W_{462}-W_{562}-W_{662}-W_{762}+d_5^- -d_5^+ =0$$

$$W_{171}+W_{271}+W_{371}+W_{471}+W_{571}+W_{671}+W_{771}+W_{172}+W_{272}+W_{372}+W_{472}+W_{572}+W_{672}+W_{772}-W_{181}-W_{281}-W_{381}-W_{481}-W_{581}-W_{681}-W_{781}-W_{182}-W_{282}-W_{382}-W_{482}-W_{582}-W_{682}-W_{782}+d_6^- -d_6^+ =0$$

$$W_{171}+W_{271}+W_{371}+W_{471}+W_{571}+W_{671}+W_{771}+W_{172}+W_{272}+W_{372}+W_{472}+W_{572}+W_{672}+W_{772}-W_{191}-W_{291}-W_{391}-W_{491}-W_{591}-W_{691}-W_{791}-W_{192}-W_{292}-W_{392}-W_{492}-W_{592}-W_{692}-W_{792}+d_7^- -d_7^+ =0$$

$$\left(\sum_{i=1}^{i=7}\sum_{g\in G_1}\sum_{t=1}^{t=2}W_{igt}\right)-(\Psi_1\times\beta_4)+d_8^- -d_8^+ =0$$

$$\left(\sum_{i=1}^{i=7}\sum_{g\in G_2}\sum_{t=1}^{t=2}W_{igt}\right)-(\Psi_2\times\beta_4)+d_9^- -d_9^+ =0$$

$\lambda_{511}\times\beta_{511}=0$

$\lambda_{521}\times\beta_{521}=0$

$\lambda_{512}\times\beta_{512}=0$

$\lambda_{522}\times\beta_{522}=0$

$d_h^-\times d_h^+=0 \quad ; \quad h=1,2,3,4,5,6,7,8,9$

$X_{ijt}=0,1,2,\ldots,tamsayı \quad ; \quad \forall(i,j,t)\in(I\times J\times T)$

$Y_{ijt}=0 \text{ veya } 1 \quad ; \quad \forall(i,j,t)\in(I\times J\times T)$

$W_{igt}=0 \text{ veya } 1 \quad ; \quad \forall(i,g,t)\in(I\times G\times T)$

$n_{ijt}\geq 0 \quad ; \quad \forall(i,j,t)\in(I\times J\times T)$

$\beta_r,\lambda_r\geq 0 \quad ; \quad r=1,2,3,4$

$\beta_{5jt},\lambda_{5jt}\geq 0 \quad ; \quad \forall(j,t)\in(J\times T)$

$d_h^-,d_h^+\geq 0 \quad ; \quad h=1,2,3,4,5,6,7,8,9$

Ek.4. Hedef Programlama Modellerinin Çözüm Değerleri

Tablo.8. Hedef Programlama Modellerinin Çözüm Değerleri

	X_{ijt}	Y_{ijt}	W_{igt}		n_{ijt}			β_r	λ_{5jt}	d_h
Ek 1'deki modelin çözüm değerleri	$X_{111}=144$	$Y_{111}=1$			$n_{211}=144$	$n_{421}=84$	$n_{612}=26$			
	$X_{611}=56$	$Y_{611}=1$			$n_{311}=72$	$n_{521}=72$	$n_{712}=72$			
	$X_{221}=100$	$Y_{221}=1$			$n_{411}=84$	$n_{621}=66$	$n_{122}=64$			
	$X_{612}=40$	$Y_{612}=1$			$n_{511}=72$	$n_{721}=72$	$n_{222}=144$			
	$X_{122}=80$	$Y_{122}=1$			$n_{611}=10$	$n_{112}=144$	$n_{322}=72$			
					$n_{711}=72$	$n_{212}=144$	$n_{422}=84$			
					$n_{121}=144$	$n_{312}=72$	$n_{522}=72$			
					$n_{221}=44$	$n_{412}=84$	$n_{622}=66$			
					$n_{321}=72$	$n_{512}=72$	$n_{722}=72$			
Ek 2'deki modelin çözüm değerleri	$X_{111}=144$	$Y_{111}=1$	$W_{111}=1$	$W_{451}=1$	$n_{211}=144$	$n_{421}=84$	$n_{612}=26$	$\beta_1=420$	$\lambda_{511}=184$	
	$X_{411}=56$	$Y_{411}=1$	$W_{141}=1$	$W_{461}=1$	$n_{311}=72$	$n_{521}=72$	$n_{712}=72$	$\beta_2=5$	$\lambda_{521}=166.66$	
	$X_{221}=100$	$Y_{221}=1$	$W_{191}=1$	$W_{482}=1$	$n_{411}=28$	$n_{621}=66$	$n_{122}=144$	$\beta_3=12$	$\lambda_{512}=40$	
	$X_{612}=40$	$Y_{612}=1$	$W_{221}=1$	$W_{492}=1$	$n_{511}=72$	$n_{721}=72$	$n_{222}=144$	$\beta_4=12$	$\lambda_{522}=80$	
	$X_{422}=80$	$Y_{422}=1$	$W_{231}=1$	$W_{632}=1$	$n_{611}=66$	$n_{112}=144$	$n_{322}=72$			
			$W_{281}=1$	$W_{672}=1$	$n_{711}=72$	$n_{212}=144$	$n_{422}=4$			
					$n_{121}=144$	$n_{312}=72$	$n_{522}=72$			
					$n_{221}=44$	$n_{412}=84$	$n_{622}=66$			
					$n_{321}=72$	$n_{512}=72$	$n_{722}=72$			
Ek 3'deki modelin çözüm değerleri	$X_{111}=116$	$Y_{111}=1$	$W_{111}=1$	$W_{441}=1$	$n_{111}=144$	$n_{421}=84$	$n_{612}=26$	$\beta_1=420$	$\lambda_{511}=184$	$d^+_1=1$
	$X_{221}=84$	$Y_{221}=1$	$W_{151}=1$	$W_{471}=1$	$n_{211}=144$	$n_{521}=72$	$n_{712}=72$	$\beta_2=5$	$\lambda_{521}=166.40$	$d^+_8=1$
	$X_{411}=100$	$Y_{411}=1$	$W_{161}=1$	$W_{312}=1$	$n_{311}=72$	$n_{621}=66$	$n_{122}=144$	$\beta_3=12$	$\lambda_{512}=40$	$d^-_9=1$
	$X_{312}=40$	$Y_{312}=1$	$W_{221}=1$	$W_{332}=1$	$n_{511}=72$	$n_{721}=72$	$n_{222}=144$	$\beta_4=12$	$\lambda_{522}=80$	
	$X_{422}=80$	$Y_{422}=1$	$W_{281}=1$	$W_{482}=1$	$n_{611}=66$	$n_{112}=144$	$n_{322}=72$			
			$W_{291}=1$	$W_{492}=1$	$n_{711}=72$	$n_{212}=144$	$n_{422}=4$			
					$n_{121}=144$	$n_{312}=72$	$n_{522}=72$			
					$n_{221}=44$	$n_{412}=84$	$n_{622}=66$			
					$n_{321}=72$	$n_{512}=72$	$n_{722}=72$			

Ocak 2005.ss.267-282.

YARARLANILAN KAYNAKLAR

[1] Asratian, A.S., & De Werra, D. (2002). A Generalized Class-Teacher Model for some Timetabling Problems. *European Journal of the Operational Research,* 143, ss.531-542.

[2] De Werra, D. (1985). An Introduction to Timetabling. *European Journal of the Operational Research*, 19, ss.151-162.

[3] Johnson, D. (1993). A Database Approach to Course Timetabling. *The Journal of the Operational Research Society*, 41(5), ss.425-433.

[4] Fahrion, R., & Dollansky, G. (1992). Construction of University Faculty Timetables Using Logic Programming Techniques. *Discrete Applied Mathematics*, 35, ss.221-236.

[5] Gosselin, K., & Truchon, M. (1986). Allocation of Classrooms by Linear Programming. *The Journal of the Operational Research Society*, 37(6), ss.561-569.

[6] Birbas, T., Daskalaki, S., & Houses, E. (1997). Timetabling for Greek High Schools. *The Journal of the Operational Research Society*, 48(12), ss.1191-1200.

[7] McClure, R.H., & Wells, C.E. (1984). A Mathematical Programming Model for Faculty Course Assignments. *Decision Sciences*, 15, ss.409-420.

[8] Akkoyunlu, E.A. (1973). A Linear Algorithm for Computing the Optimum University Timetable. *Computer Journal*, 16(4), ss.347-350.

[9] Schniederjans M.J., & Kim G.C. (1987). A Goal Programming Model to Optimize Departmental Preference in Course Assignments. *Computers & Operations Research*. 14(2), ss.87-96.

[10] Tamiz, M., Mirrazvi, S.K., & Jones, D.F. (1998). Goal Programming for Decision Making: An Overview of the Current State-of-the Art. *European Journal of the Operational Research*, 111, ss.569-581.

[11] Tamiz, M., Mirrazvi, S.K., & Jones, D.F. (1999). Extensions of Pareto Efficiency, Analysis to Integer Goal Programming. *Omega*, 27, ss.179-188.

[12] Zhang, Z.Y., & Shang, J.S. (2001). Goal Programs with $-n_i$, $-p_i$ and $-(n_i+p_i)$ Objective Functions. *European Journal of Operational Research*, 134, ss.157-164.

Mustafa M. ÖZKAN (mozkan@uludag.edu.tr) has Ph. D. of Operations Research at Uludag University Social Sciences Institute. He is Research Assistant at Uludag University. His research areas are fuzzy sets, multi objective programming, network modelling and school timetabling.