



Dıştan Dişli Pompalarda Diş Ucundaki Kaçakların Teorik ve Sayısal Karşılaştırılması

Comparison of Theoretical and Numerical Tip Leakages in External Gear Pump

Deniz İmamoglu¹ , Özgür Ertunç¹ 

¹Özyeğin Üniversitesi, Mühendislik Fakültesi, Makine Mühendisliği Bölümü, 34794 Çekmeköy İstanbul, TÜRKİYE

Başyuru/Received: 20/05/2019

Kabul / Accepted: 01/08/2019

Çevrimiçi Basım / Published Online: 27/09/2019

Son Versiyon/Final Version: 31/01/2020

Öz

Dıştan dişli pompalar, akışkan gücünün kullanıldığı uygulamalarda en çok tercih edilen pompa tiplerinden biri olmasına rağmen tasarım aşamasında iç kaçaklar, gürültü ve titreşim gibi problemler göz önünde bulundurulmalıdır. Bu nedenle, teorik hesaplamaları ve akış simülasyonlarını karşılaştırırken, bu çalışmada yeni bir iki boyutlu sayısal uç kaçağı analiz yöntemi geliştirilmiştir. Akış simülasyonları, 7 farklı dönme hızında ve 2 bardan 10 bara kadar olan basınç farklarında yapılmıştır. Ayrıca uç kaçak üzerindeki sıcaklık etkileri bu yeni yöntemle araştırılmıştır. Bu amaçla, gövde duvarı sıcaklığı 30 °C ila 60 °C arasında değiştirilmiştir. Sayısal ve teorik hesaplamalar arasındaki farkın seçilen parametre aralığında % 100'den fazla olabileceği gösterilmiştir. Bu sapma, dişli pompasının giriş ve çıkış portları arasındaki basınç farkının artmasıyla artmaktadır. Simülasyonlar, sapmanın, diş tepesi ile gövde duvarı arasında kaçak akış girerken ortaya çıkan enerji yitiminden ve teorik hesaplamalarda yapılan tam gelişmiş akış varsayımından kaynaklandığını ortaya koymuştur. Ayrıca, duvardaki sıcaklığın artması ile birlikte diş ucu kaçağının, viskozitenin sıcaklıkla düşmesine bağlı olarak, her 10 °C'de %10'luk bir arttığı gözlemlenmiştir.

Anahtar Kelimeler

“Dişli pompa”, “diş ucu kaçakları”, “sıcaklık etkisi”, “Hesaplamalı akışkan dinamiği”

Abstract

Although external gear pumps are one of the mostly used pump types in the fluid power applications, some problems related to them such as internal leakages, noise and vibration with gear pumps has to be considered during the design stage. Therefore, a novel two-dimensional numerical tip leakage analysis method has been developed in this study, while comparing the theoretical calculations and numerical simulations. Numerical simulations have been performed for pressure differences from 2 bars up to 10 bars and for seven different rotational speeds. Moreover, temperature effects on tip leakage has been investigated with this new method. For this purpose, the body wall temperature has been varied from 30 °C up to 60 °C. It is shown that the difference between numerical and theoretical calculations can be larger than 100% over the selected range of parameters. This deviation increases with the rise in the pressure difference between inlet and outlet ports of the gear pump. Simulations have revealed that the deviation is first, because of the energy dissipation occurring as the leakage flow enters and leaves the narrow gap between wall and tooth tip, which is ignored in the theoretical analysis, and second because of the fully developed flow assumption made in theoretical analysis. Furthermore, it has been shown that leakages increase 10% for each 10 °C temperature increment at the casing wall due to the drop in the viscosity of the fluid.

Key Words

“Gear pump”, “tip leakage”, “temperature effect”, “Computational fluid dynamics”

1. Giriş

Dişli pompalar, imalat kolaylığı, uzun süre sorunsuz ve güvenilir çalışma ve nispeten düşük üretim maliyeti nedeniyle birçok uygulamada kullanılmaktadır. Bununla birlikte, dişli pompalar kaçak, gürültü ve titreşim gibi problemlere yatkındır (Ghionea vd., 2012). İç kaçaklar doğrudan dişli pompanın debi verimini etkilemektedir. Bundan dolayı, bir dıştan dişli pompa kaçaklar en aza indirecek şekilde tasarlanmalıdır. Kaçakları azaltabilmek için, diş ile gövde arasındaki boşluğun en aza indirilmesi gerekmektedir. Ek olarak, dönme hızı artırılarak da kaçakların azaltılması mümkündür. Boşlukları düşük seviyede tutmaya çalışmak üretim zorluğunu beraberinde getirmekte ve aynı zamanda yağlanmanın azalmasıyla yüzeylerin birbirine değmesine ve yıpranmasına yol açabilmektedir. Dişli pompa imal edilirken özellikle dişli yüzeyi ile gövde arasındaki uzaklığın tasarlandığı gibi imal edilmesi için iyi bir taşlama operasyonu yapılmalıdır. Aksi takdirde, hesaplanandan daha çok kaçaklarla karşılaşılabilir ve pompanın verimi düşebilir.

Teorik olarak; yüz kaçakları, diş ucu kaçakları ve iki dişin birleşim noktasındaki kaçaklar olmak üzere üç tip kaçak bulunmaktadır. Diş ile gövde arasındaki boşluğun 5-15 µm aralığında olması halinde, diş ucu kaçığının düşük seviyede olduğu gösterilmiştir (Koç vd., 1985). Başka bir çalışmada, basınç farkı temel alınarak kaçak hesabı yapabilmek için “ kaçan akış” denen bir katsayı kullanılmıştır. Kaçan akış katsayısının 250 RPM' den 3500 RPM' ye kadar değişen devir sayıları üzerindeki kaçak miktarına etkisi araştırılmış ve kayma akış katsayısının sabit dönme hızı için debi verimi düşük görülmüştür (Yusof vd., 2013). Schiffer, Benigni ve Jaberg (2013) tarafından, bir mini yüksek basınçlı dişli pompa için diş ucundaki kaçakları azaltmak amacıyla tasarlanan yüzer sızdırmazlık elemanının pompanın debi verimine etkisi incelenmiştir. Yüzer sızdırmazlık elemanı, dişli ile gövde arasında konumlandırılmıştır. Bunun sayesinde, aradaki boşluğu azaltmıştır ve diş ucu kaçaklarını en aza düşürmek amaçlanmıştır. Aynı zamanda, dişli yüzeyi ile gövde arasındaki alanı kapladığından yüzey kaçaklarında da azaltma öngörülmüştür. Araştırmalarında, üç farklı yüzer sızdırmazlık elemanı test edilmiş ve deneysel sonuçlara göre en yüksek hacimsel verim ve en düşük sızıntıya sahip olan seçilmiştir. Harici dişli pompaları, yakıt enjeksiyon sistemleri ve Seçici Katalitik İndirgeme (Selective Catalytic Reduction-SCR) sistemleri gibi su-üre karışımının düşük basınçta pompalandığı uygulamalar için de kullanılabilir. Devendran ve Vacca (2013) tarafından, Seçici Katalitik İndirgeme sistemleri için tasarlanan dişli pompanın optimizasyonu yapılmıştır. Akış sayıları, basınç açısı ve addendum-dedendum katsayısı değiştirilerek incelenen çalışmada; akış salınımları, basınç aşımaları, kaviteasyon ve debi verimi optimizasyon parametreleri olarak seçilmiştir.

Dıştan dişli pompa sürülen ve tahrik edilen dişliler gibi hareketli sınırlara sahiptir. Hareketli sınırlardan dolayı, simülasyonların da zamana bağlı çözülmesi gerekir. Dişli pompaların içindeki akışkanın akış yapısını araştırmak için birçok hesaplamalı akışkanlar dinamiği (HAD - CFD : Computational Fluid Dynamics) çalışması yapılmıştır (Tablo 1). Ghazanfarian ve Ghanbari (2014), döner çiftli harici dişli pompa için dinamik olarak değişken yapıda olmayan ağ üzerinde konvektif terimler için ikinci dereceden ayrıklaştırma şeması ile k-ε türbülans modelini kullanmışlardır. Sonuçlarına göre, sabit basınç ve devir sayısında açıklığın 9 µm azaltılması net akış oranını % 30 arttırmaktadır. Ayrıca, emiş tarafındaki temas dişlerindeki bölgenin kaviteasyona daha yatkın olduğu gösterilmiştir. Houzeaux and Codina (2007), iki ve üç boyutlu olarak, emme odasını ve girişteki dişleri içeren tüm dişli pompanın ve yarım dişli pompanın simülasyonlarını yapmışlardır. İki boyutlu olarak yapılan yarım pompanın ve tüm pompanın sonuçları karşılaştırıldığında, basınç konturları ve hız profilleri arasında fazla bir fark olmadığı gözlemlenmiştir. Ek olarak, yarım pompayla yapılan üç boyutlu (3B) simülasyonlar iki boyutlu (2B) simülasyonlardan daha detaylı sonuç vermesine karşılık, 2B simülasyonlarda ortaya çıkan zamana bağlı basınç ve hız salınımları 3B'de çıkanlarla eş seviyede olduğu gözlemlenmiştir. Diğer bir çalışmada, bir harici dişli pompanın emme odasındaki akışı araştırılmıştır. Standart k-ε, gerçekleştirilebilir k-ε, RNG k-ε ve Reynolds Stress Modelleri (RSM) gibi farklı türbülans modelleriyle laminer akış varsayımını (türbülans modeli kullanılmadan yapılan doğrudan hesaplar) karşılaştırılmıştır. Girdap yapısı ve hız vektörleri deneysel verilerle karşılaştırıldığında, RSM türbülans modeli deneysel verilere göre en çok örtüşen yöntem olarak belirlenmiştir (Castilla vd.,2010). Başka bir çalışmada ise, iki ve üç boyutlu simülasyonlar kullanılarak dişli pompanın yarısı farklı temas oranları ile analiz edilmiştir. Elde edilen sonuçlarda, 3B simülasyonlarda hesaplanan akış hızının, 2B simülasyonlardan daha yüksek olduğu gösterilmiştir. İki boyutlu simülasyonlarda, hem girişte hem de çıkıştaki hızlarda daha düşük dalgalanmalar görülmüştür (Castilla vd., 2015). Strasser (2007), dişli pompanın deforme olabilen sayısal ağ kullanılarak CFD analizini yapmıştır. Simülasyon; zamana bağlı, laminer ve çok fazlı akış olarak modellenmiştir. Özellikle dişlilerde sayısal ağ deformasyonunun önemi vurgulanmıştır. Deformasyon bölgesindeki sayısal ağ büyüklüğü, sınır hücreleri ile benzer boyutta tutulmuştur ve sonuçların doğruluğunu arttırmak için sayısal ağın duvardan büyüme faktörü en aza indirilmiştir. Ayrıca zaman aralığı, her zaman aralığı başına 0.0003 devir olacak şekilde ayarlanmıştır.

Tablo 1. Literatürde dıştan dişli pompanın HAD simülasyonlarıyla ilgili yapılan çalışmalar

Yazarlar	Boyut	Ağ yapısı ve modeli	Akış modelleri, türbülans modeli	Deneysel karşılaştırma
Ghazanfarian ve Ghanbari (2014)	2B, bütün dişli pompa	Dinamik ve yapılandırılmamış sayısal ağ	k-ε türbülans	Değişik diş ucu-gövde boşluklarında farklı çıkış basınçlarında debi karşılaştırılmıştır.
Houzeaux and Codina (2007)	2B bütün, 3B yarım dişli pompa (giriş bölgesi)	Dişli boşluklarında yapılandırılmış, geri kalan kısımlarda yapılandırılmamış sayısal ağ. Belli zaman adımlarında yeni sayısal ağ oluşturuluyor.	Spalart-Allmaras tek denklemler türbülans modeli	Yok
Castilla vd. (2010)	Sadece giriş bölgesi	Şekil değiştiren (deforming mesh) ve yeni- yerleştirmeli (mesh replacement) ağ yapısı	Standart k-ε, gerçekleştirilebilir k-ε, RNG k-ε ve Reynolds Stress Modelleri (RSM)	Hız profillerini karşılaştırmıştır.
Castilla vd. (2015)	3B yarı geometri ve 2B	Belli zaman aralıklarında kullanılacak 150 farklı şekil değiştiren sayısal ağ	Türbülans modeli (Hangi türbülans modeli kullanıldığı belirtilmemiş.)	Girişe yakın bir noktadaki giriş basıncında, bir tur süresince hız değişimi karşılaştırılmıştır.
Strasser (2007)	2B	Şekil değiştiren (deforming mesh)	Laminer, çok fazlı	Yok

Dıştan dişli pompalarda, diş ucu ile gövde duvarı arasındaki mesafenin ve iki dişlinin temas ettiği bölgedeki mesafenin 100 mikron ve altı boyutlarında olmasından dolayı, tüm pompa için oluşturulan sayısal ağın hücre sayısı çok fazla artıp, 3B zamana bağlı HAD simülasyonlarının çözüm süresini uzatmaktadır. Bu sebeple basitleştirilmiş analitik denklemler hala tasarım için kullanılmaktadır. Teorik kaçak ve hacimsel yer değiştirme hesaplamaları çoğunlukla literatürde tam gelişmiş Couette akış varsayımlarıyla gerçekleştirilmiştir (Koç vd., 1985, Schiffer vd. 2013). Tam gelişmiş akış, viskoz kuvvetlerin diğer kuvvetler ile dengede olmasından dolayı akış boyunca hız dağılımının değişmemesi ile ortaya çıkar. Bu varsayımların geçerliliğinin tespiti, bu denklemlerle tasarım ve analiz yapanlar için önemli bir bilgidir. Teorik kaçak ve hacimsel yer değiştirme analizinin HAD simülasyonları ile geçerliliğinin nicel olarak incelenmelidir. Çünkü HAD simülasyonları, pompanın içerisindeki akışı daha detaylı ve hassas bir şekilde incelenmesini sağlayarak teorik hesaplamayı ve teorinin sınırlarını gözlemlemeye yardımcı olacaktır.

Üç boyutlu (3B) zamana bağlı HAD simülasyonları uzun zaman kullanılabilir güçlü yüksek performans bilgisayarları gerektirmektedir. Bu çalışmada, diş ucu kaçaklarının detaylı bir şekilde sayısal olarak incelenebilmesi için daha az kaynak kullanan yeni bir 2B HAD analiz yöntemi geliştirilmiştir. Teorik hesapların geçerliliği, akış yapıları ve akış karakteristikleri bu yöntemle incelenmiştir. Ayrıca, pompa gövdesi üzerindeki sürtünme nedeniyle meydana gelebilecek sıcaklık etkisinin, akışkanın dinamik viskozitesini azaltıp kaçakları arttıracak düşünülmemektedir. Bu etkide geliştirilen HAD analiz yöntemi ile gösterilip incelenmiştir.

Terminoloji

b	Yüz genişliği (m)
E	Birim kütledeki toplam enerji (kJ/kg)
f_b	Ortamda birim hacme etkiyen bileşke gövde kuvvetleri (N/m ³)
h	Film kalınlığı (m)
L	Tepe boyu (m)
n	Duvarla temas halinde olan diş sayısı
p	Basınç (Pa)
q	Isı akısı (W/m ²)
r_d	Dişli yarıçapı (m)
S_E	Birim hacimdeki enerji kaynağı (kJ/m ³)
t	Time (s)
T	Sıcaklık (°C)
T_v	Viskoz stres tensörü (N/m ²)
U	Hız (m/s)
v	Ortam hızı (m/s)
y	Dişli gövdesinden dikey olarak uzaklık (m)
ρ	Öz kütle (kg/m ³)
σ	Stres tensörü (N/m ²)
μ	Dinamik viskozite (Pa.s)
ΔP_t	Basınç farkı (Pa)
η	Dinamik viskozite (Pa.s)
ω	Dönüş hızı (rad/s)
Φ	Enerji yitimi (W/kg)

2. Analiz Yöntemleri ve Test Koşulları

Bu çalışmada, akış simülasyonları Star-CCM+ 12.04.011 ile yapılmıştır. STAR-CCM +, çok çeşitli akış rejimlerinde ve çeşitli akışkan tipleri için iç ve dış akışları sonlu hacim yöntemi kullanarak çözülebilmektedir. Sıkıştırılmaz ve sıkıştırılabilir akışkan akışları için kütle, momentum ve enerji koruma denklemlerini çözer. Bu denklemler, sırasıyla aşağıda gösterilmiştir:

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\int_V \rho dV \right) + \oint_A \rho \mathbf{v}_r \cdot d\mathbf{a} = \int_V S_u dV \quad (kg/s) \quad (1)$$

denkleminde, ρ özkütleyi (kg/m³) v ise ortam hızını (m/s) temsil etmektedir. S_u ise birim hacimdeki kütle kaynağıdır (kg/m³).

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \left(\int_V \rho \mathbf{v} dV \right) + \oint_A (\rho \mathbf{v}_r \otimes \mathbf{v}) \cdot d\mathbf{a} \\ = - \oint_A p \mathbf{I} \cdot d\mathbf{a} + \oint_A \mathbf{T}_v \cdot d\mathbf{a} - \int_V \rho [\boldsymbol{\omega} \times (\mathbf{v} - \mathbf{v}_t)] dV \\ + \int_V \mathbf{f}_b dV \quad (N) \end{aligned} \quad (2)$$

denkleminde \otimes Kronecker çarpımını, p basıncı, T_v viskoz stress tensörünü, f_b ise ortamda birim hacime etki eden bileşke gövde kuvvetlerini temsil etmektedir.

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \int_V \rho E dV + \oint_A [\rho H \mathbf{v}_r + \mathbf{v}_g p] \cdot d\mathbf{a} \\ = - \oint_A \dot{q}'' \cdot d\mathbf{a} \\ + \oint_A \mathbf{T}_v \cdot \mathbf{v} d\mathbf{a} + \int_V \mathbf{f}_b \cdot \mathbf{v} dV + \int_V S_E dV \quad (J) \end{aligned} \quad (3)$$

denkleminde E birim kütledeki toplam enerjiyi, q ısı akısını ve S_E ise birim hacimdeki enerji kaynağını temsil etmektedir.

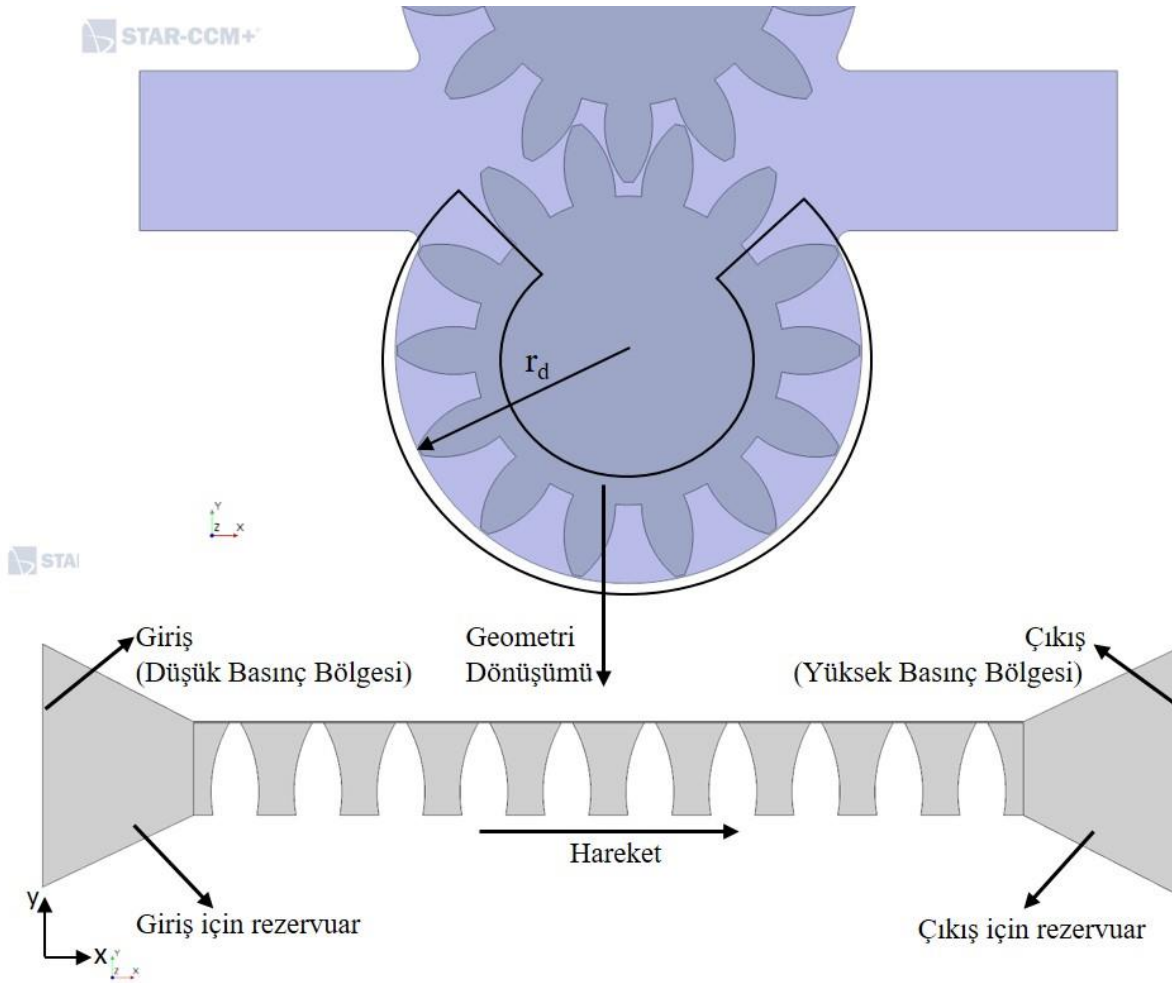
Dıştan dişli pompanın, Özyeğin Üniversitesi'nde bulunan Xeon i5 -2640 v4 işlemcisine sahip yüksek performanslı bilgisayarda 84 çekirdekte yapılan 3B HAD simülasyonunda, pompanın bir tur dönmesi için gereken süre yaklaşık 2 ay olduğu görülmüştür (İmamoğlu,2019). Bu çalışmada, 24 farklı durum için yapılacak simülasyonlarda gereken süre 48 aya yani 4 yıla ulaşmaktadır. Sürelerin bu kadar uzun olmasının en önemli nedeni; duvar ve diş tepeleri arasındaki mesafenin, yukarıda bahsedildiği gibi, 100 mikron ve altı seviyelerinde olması ve diğer yerlerde boyutlar santimetre ölçülerine ulaşabilmektedir. Mikron ölçüsündeki boyutlar, küçük ağ hücrelerine, çok sayıda sayısal ağ hücresine, kısa zaman basamağına ve çok uzun hesaplama süresine neden olur. Sayısal

ağ hücre sayısını ve hesaplama süresini azaltmak için, bu çalışmada akışın simülasyonları için dişli pompanın geometrisi basitleştirilmiştir. İki rezervuar ve duvar ile temas halinde olan 10 diş içeren akış alanının geometrik görüntüsü Şekil 1'de gösterilmiştir. Bu basitleştirilmiş geometri, dişli yarıçapı temel alınarak oluşturulmuştur. Akış alanının boyutları Tablo 1'de verilmiştir. Aslında her dişlide 14 diş vardır; Ancak bu çalışmada 10 diş incelenmiştir. Çünkü uç kaçakları sadece duvarla temas halinde olan bölgede gözlenmiştir ve 10 diş içermektedir. Dişli hareketinin akış üstündeki etkisi, diş duvarına doğrusal öteleme hareketi sınır şartı kullanılarak sağlanmıştır.

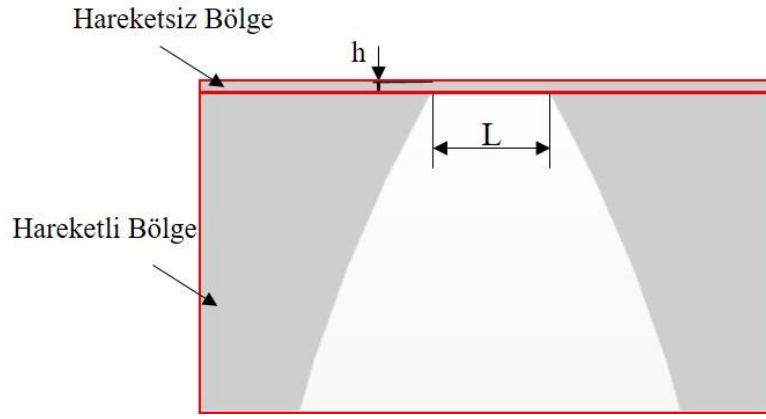
Geometri dönüşümü sırasında bir eksen çevresindeki dönmenin doğrusal harekete çevrilmesinin akış üstündeki yaratacağı farkı kontrol etmek için öncelikle Rossby sayısına bakılmıştır. Rossby sayısı, atalet kuvvetlerinin “coriolis” kuvvetlerine oranını belirtmektedir ve aşağıda denklemi verilmiştir.

$$Ro = \frac{U}{\omega h} \quad (4)$$

U akışkanın hızı (m/s), ω pompanın dönme hızı (rad/s), h ise diş tepesi ile duvar arasındaki film kalınlığıdır. Film kalınlığının mikron seviyelerinde olmasında dolayı (Tablo 2); Rossby sayısı minimum 3191 ($U = 5$ m/s, $\omega = 41$ rad/s, $h = 36.3$ μ m) olarak hesaplanmıştır. Bu da, atalet kuvvetlerinin “Coriolis” kuvvetlerine daha baskın olduğunu ve Coriolis etkisinden kaynaklı bir radyal akışın diş ucu-duvar arasındaki akışta ihmal edilebileceğini göstermektedir. Diğer bir değişle, bu çalışmada hesaplanan kaçak akış üstüne etkisinin ihmal edilebileceğini göstermektedir. Bunun yanında, yarıçap ve film kalınlığı oranı 239 olduğundan, akış düz zemin üzerindeymiş gibi davranacağı varsayılmıştır. Koç ve Canbulut (1985) da kaçak hesaplarını düz bir yüzey üzerinde akış varmış gibi Couette akış denklemlerini kullanmış ve teorik hesaplamalarını yapmıştır.



Şekil 1. Geometri dönüşümü ve akış alanının geometrik görünümü



Şekil 2. Akış alanındaki geometrik ölçüler ve hareketli-hareketsiz bölgeler

Tablo 2. Akış alanının ölçüleri

Sembol	Tanımı	Birim	Ölçü
h	Film kalınlığı	μm	36.3
b	Yüz genişliği	mm	10
L	Tepe boyu	mm	0.371
r_d	Dişli yarıçapı	mm	8.69

Akış, sıkıştırılmaz ve laminer (Türbülans modeli kullanılmadan yapılan doğrudan simülasyon) olarak modellenmiştir. Laminer akış varsayımı, bu çalışmada, diş-ucu ve gövde duvarı arasındaki akışın Reynolds sayısı 131 ve 370 olmasına dayandırılmıştır. Ayrıca, bu çalışma bir iç akış problemi olarak değerlendirildiği için, kaçak alanı olan diş tepesi ve duvar arasındaki her yer sınır tabakadır ve bu alanda viskoz etkiler baskındır. Viskoz etkileri daha iyi gözlemleyebilmek için, bu bölgede iki duvar arasında 20-25 hücre, kullanılmıştır. Akışkan olarak su kullanılmıştır. Suyun özellikleri Tablo 2'de gösterilmiştir. Sayısal akış simülasyonları, için ikinci derece kapalı (implicit) zamana bağlı çözücü kullanılmıştır. Zaman aralığı 0.1 μs olarak ayarlanmıştır. Böylece, Courant sayısı 1'in altında tutulmuştur. Giriş ve çıkış sınır şartları, basınçlı giriş ve çıkışı olarak modellenmiştir. Kalan sınırlar duvar olarak modellenmiştir. Referans basıncı ve giriş basıncı sırasıyla 1 bar ve 0 bar verilmiştir. Çıkış basıncı göstergesi (gauge) basıncı olarak 2, 5, 8, 10 bar verilmiştir. Dönme hızları 400, 600, 800, 1000, 1200, 1400, 1600 rpm'dir. Hareketli gövde ve sabit bölge olarak iki bölge vardır (Şekil 2). Hareketli gövde dişlileri ve hacim paketlerini içerir. Sabit gövde iki rezervuar ve dişler ile duvar arasındaki bölgeyi içerir. Öteleme referans sistemi kullanılarak, hareketli gövdeye +x yönünde hareket tanımlanmıştır. Böylece, bölgenin hareket ediyormuş gibi çözülmesi sağlanmıştır. Akış simülasyonlarında, yukarıda anlatıldığı gibi pompa yatay olarak çizildiğinden her bir dönme hızına karşılık gelen öteleme hızı hesaplanmıştır ve hareketli bölge için bu hızlar sırasıyla tanımlanmıştır.

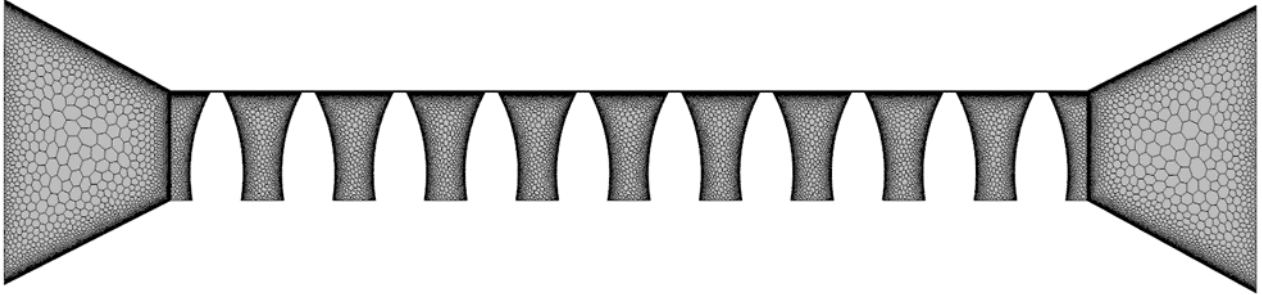
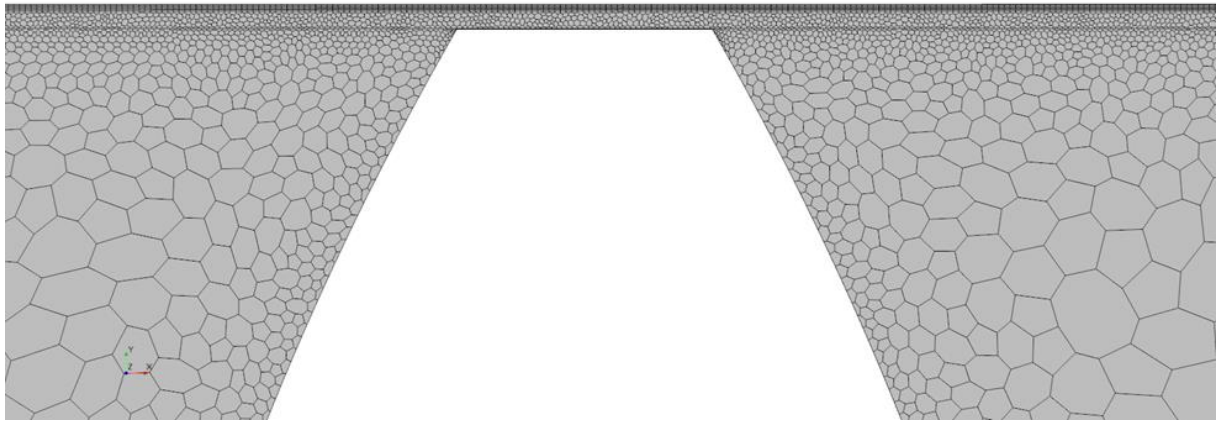
Tablo 3. Suyun özellikleri

Sembol	Tanımı	Birim	Ölçü
ρ	Öz kütle	kg/m^3	997,56
η	Dinamik viskozite	$\text{Pa}\cdot\text{s}$	$8,8871 \times 10^{-4}$

Star-CCM+ 'da bulunan parça bazlı sayısal ağ, hücre üretimi için kullanılmıştır. Hareketli bölge ve sabit bölge için yapılandırılmamış 2B çokyüzlü örüntü oluşturulmuştur. Ayrıca, prizma tabakası ağı, duvara yakın bölgede daha hassas sonuçların gözlemlenmesi, hücre sayısının ve hesaplama süresinin azaltılması için kullanılmıştır. Bu çalışmada, iki boyutlu ve 5 bar-1400 rpm koşullarındaki akış simülasyonları için sayısal ağ bağımlılığı çalışması yapılmıştır. Sırasıyla, toplam hücre sayısı 63819, 76971, 106163, 162406 ve 207891 olan akış simülasyonları çalıştırılmıştır. Tablo 4'te gösterildiği üzere, denklem (5) temel alınarak tüm bu simülasyonlar karşılaştırılmıştır. Tüm bu simülasyonlarda elde edilen uç kaçığı değerleri, toplam debi verimi olarak kıyaslandığında; her ne kadar %3 kadar bir fark görünse de, sonuçlar bölümünde (Şekil 7) teorik değerler ile sayısal yöntem elde edilen değerler arasındaki farkla karşılaştırıldığında bu fark bir önem arz etmemektedir. Bu yüzden, toplam hücre sayısı 106163 olan akış simülasyonları tüm çözümlerde esas alınmıştır. 1061363 hücrenin; 38217'si hareketli gövdeye ve 67946'sı sabit gövdeye aittir. Tüm akışkan alanın sayısal ağ görüntüleri ve diş ucu ile duvar arasındaki sayısal ağ görüntüleri sırasıyla Şekil 3 ve Şekil 4'te gösterilmiştir.

Tablo 4. 5 bar-1400 rpm koşullarında farklı toplam hücre sayılarında uç kaçak değerleri

Toplam Hücre Sayısı	Uç Kaçak (kg/s)	Debi Verimi
63819	0.00362	%73.2
76971	0.00366	%72.8
106163	0.00380	%71.8
162406	0.00388	%71.2
207891	0.00399	%70.4

**Şekil 3.** Tüm akış alanının örüntü görünümü**Şekil 4.** Diş ve duvar arasındaki alanın örüntü görünümü

Teorik hesaplamalar, Koç ve Canbulut (1985)'un diş ucu kaçak denklemi kullanarak yapılmıştır. Diş ucu kaçağı hacim akış oranının denklemi aşağıdaki gibidir:

$$Q = \frac{b \cdot h^3 \cdot \Delta P_t}{12 \cdot n \cdot \eta \cdot L} - \frac{b \cdot \omega \cdot r_d \cdot h}{2} \quad (\text{m}^3/\text{s}) \quad (5)$$

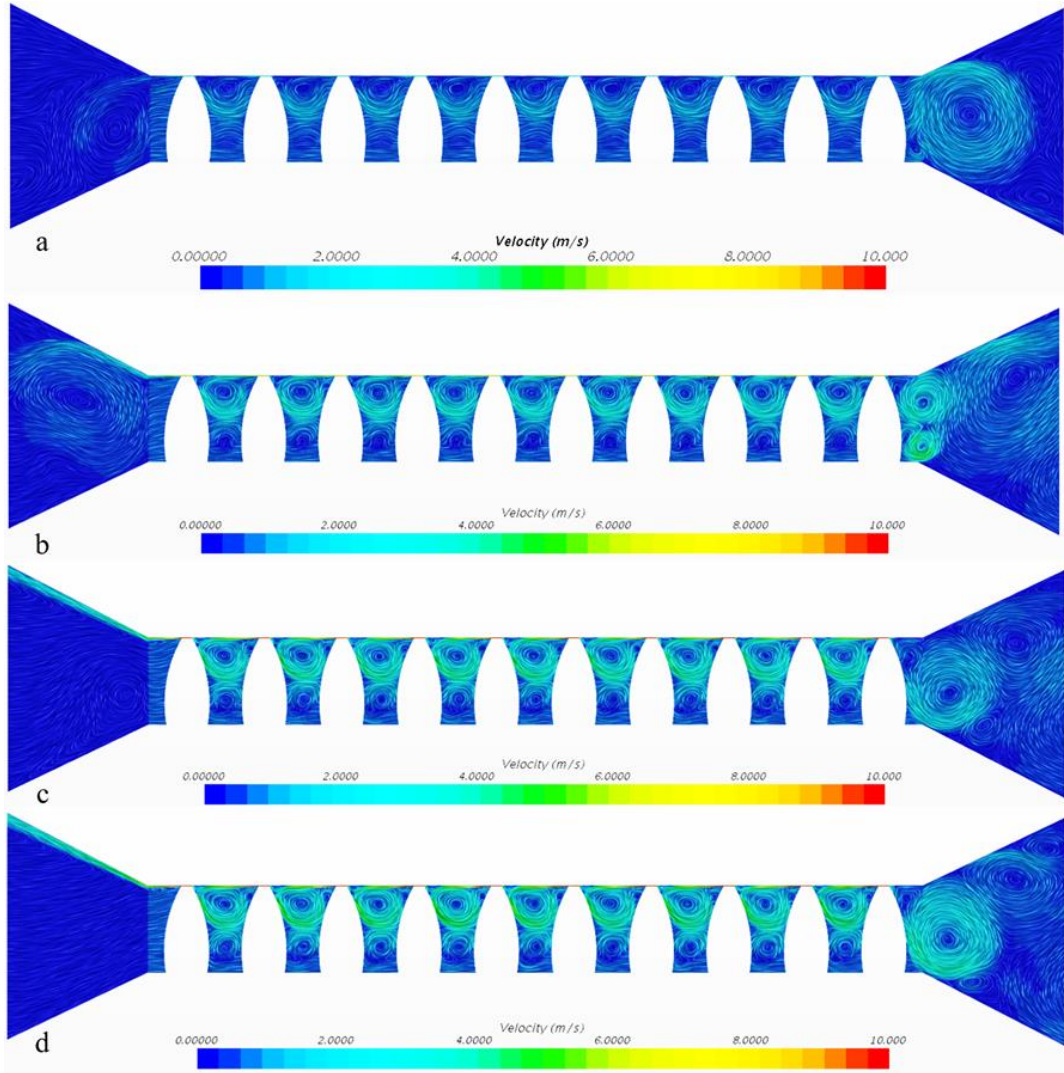
b yüzey genişliği (m), h film kalınlığı (m), ΔP_t basınç farkı (Pa), r_d dişli yarıçapı (m), L tepe boyu (m), η dinamik viskozite (Pa·s), ω dönüş hızı (rad/s) ve n sayısı duvarla temas halinde olan dişleri temsil etmektedir. L , b , h , η , r_d ve n sabittir. Basınç farkı ve dönüş hızı değiştirilmiştir ve diş ucu kaçağına nasıl etki edeceği gözlemlenmiştir. Denklem, Couette akışı esas alınarak oluşturulmuştur. Couette akış, bir tanesi diğerine göre teğet olarak hareket eden iki yüzey arasındaki boşlukta oluşan viskoz akıştır. İlk terim, basınç farkından dolayı girişe kaçan akışkan miktarını temsil eder; ikinci terim, diş ucuna viskoz yapışmaya bağlı olarak çıkışa hareket ettirilen akışkan miktarını temsil eder.

$$\eta = 2,4857 \cdot 10^{-11} \cdot T^4 - 3,4276 \cdot 10^{-8} \cdot T^3 + 1,7779 \cdot 10^{-5} \cdot T^2 - 4,1167 \cdot 10^{-3} \cdot T^1 + 0,35987 \quad (\text{Pa.s}) \quad (6)$$

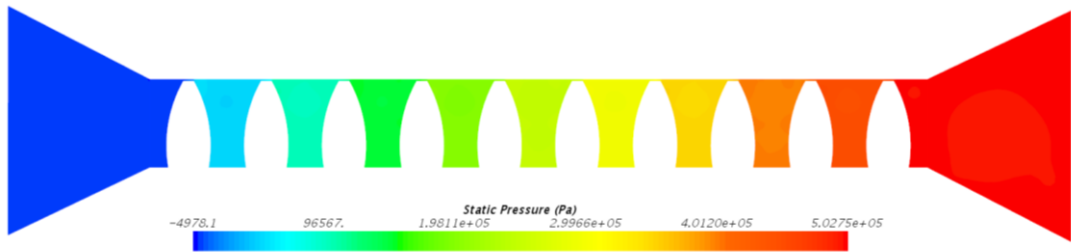
3. Sonuçlar

Dişli pompanın hız vektörü görüntüleri, 800 rpm durumunda 2, 5, 8, 10 bar için Şekil 5'te gösterilmiştir. Görüldüğü gibi, dişler arasındaki boşluklarda burgaçlar, diş ucu kaçakları önceki dişe geri dönmeye çalışırken, arka hacim paketi tarafından kaçan akışkanın geri itilmesi nedeniyle oluşmaktadır. Şekil 5 (a) 'da, bir burgaç duvarın yanında 2 bar'da meydana gelmiştir. Daha yüksek basınçlarda, ikici burgaç oluşmuş ve artan basınçla daha da belirgin hale gelmiştir (Şekil 5 (b-d)).

Şekil 6'da 5 bar, 1400 rpm'de basıncın beklenildiği gibi arttığı gözlemlenebilir. Şekil 7'de ise girişten çıkışa kadar dişli tepelerine yakın bir çizgi boyunca basınç dağılımı gösterilmiştir. Platolar iki diş arasındaki boşluğa denk gelmektedir. Diş üstünde statik basınç değişimi ani olarak gerçekleşmektedir.



Şekil 5. 800 rpm'deki hız vektörü görüntüleri (a) 2 bar, (b) 5 bar, (c) 8 bar, (d) 10 bar

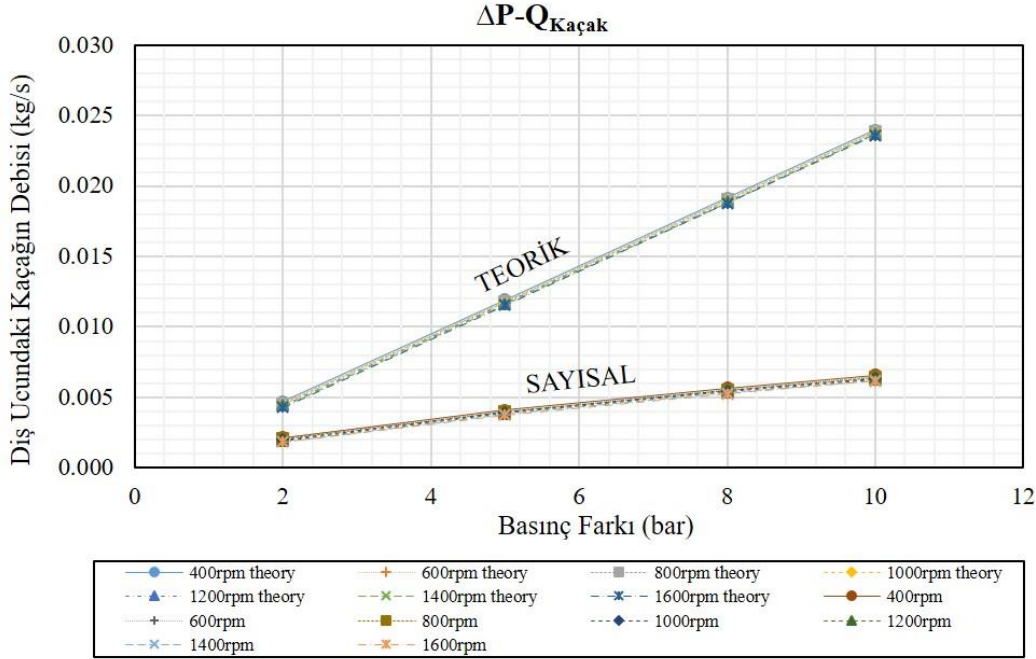


Solution Time 0.0300045 (s)

Şekil 6. 5 bar 1400 rpm'de dişli pompadaki statik basınç dağılımı

Bu çalışmada, diş ucu kaçağı için teorik hesaplamalar denklem (4) kullanılarak Şekil 1'de gösterilen geometri için yapılmıştır. Akış simülasyonlarında, yukarıda belirtilen basınç farklarında ve dönme hızlarında uç kaçaqları hesaplanmıştır. Akış simülasyonları ve teorik hesaplamaların karşılaştırılması Şekil 7'de gösterilmiştir. Denklem 5'e göre, dönme hızı arttığında diş ucu kaçağının azalması beklenir. Şekil 7 'de görüldüğü gibi; sabit basınçta, dönme hızı 400'den 1600'e yükseltildiğinde diş ucu kaçağı sadece %4 azalmıştır. Fakat, sabit dönme hızında her basınç artışında diş ucu kaçağı katlanarak artmaktadır. Bu yüzden, dönme hızından kaynaklı diş ucu kaçağındaki değişim, basınç farkından kaynaklı değişime oranla çok küçüktür.

Şekil 7’de gözlemlendiği üzere, 2 bardaki teorik hesaplamalar sayısal akış simülasyonlarından iki kat daha fazladır ve bu fark basınç yükseldikçe artmıştır. Akış simülasyonlarında basıncın 2 bar’dan 10 bar’a çıkması durumunda kaçak debisi üç kat artmıştır. Ama teorik hesaplamalarda kaçak debisi beş kat artmıştır. Sonuç olarak, teorik hesaplamalar ve akış simülasyonlarının arasında büyük bir fark vardır.

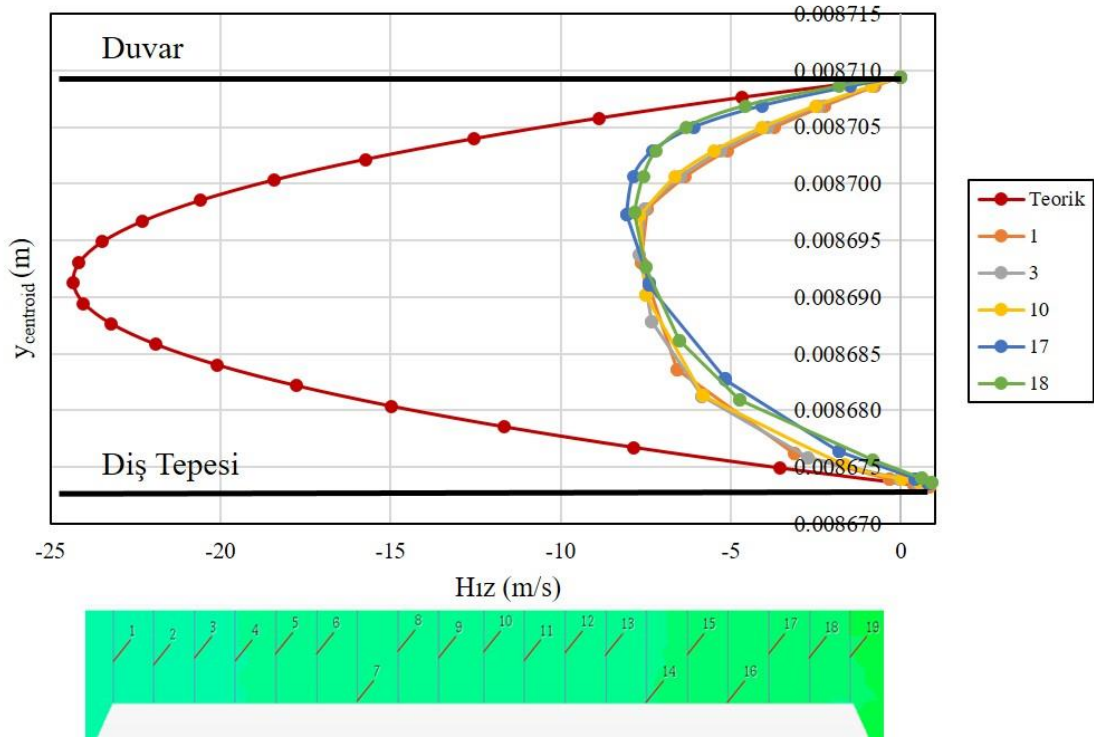


Şekil 7. Akış simülasyonlarıyla teorik dış ucu kaçığı hesaplamalarının karşılaştırması

Uç kaçıklarının teorik hesaplamaları, tam gelişmiş Couette akış varsayımına dayalı olarak yapılmıştır. Tam gelişmiş akış olup olmadığını gözlemek için, bu alanda dişlinin orta dişinde, Şekil 8’de gösterildiği gibi, 19 adet düzlemsel kesit oluşturulmuştur. Her bir kesit için hız profilleri oluşturulmuş ve bunlar tam gelişmiş Couette akış denklemleri kullanılarak hesaplanan teorik hız profili ile karşılaştırılmıştır.

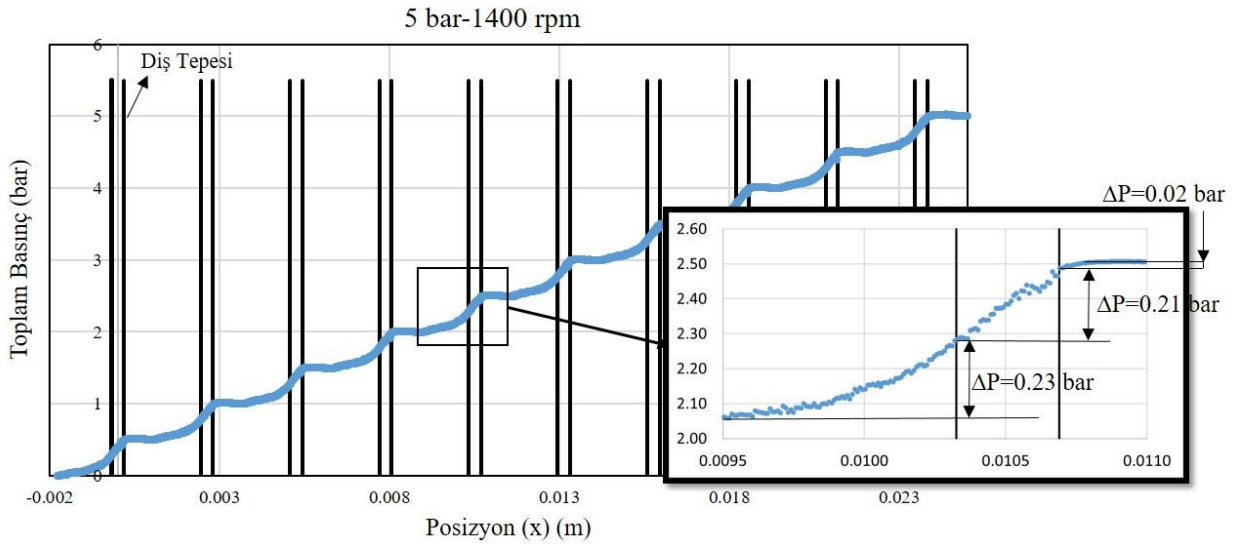
$$U(y) = \frac{1}{2\eta} \frac{\partial P}{\partial x} (y^2 - hy) + \frac{y}{h} U_{diş_tepesi} \quad (m/s) \quad (7)$$

Şekil 8’deki teorik hız profil hesabı için $\frac{\partial P}{\partial x}$, 5 bar’lık bir basınç farkında teorik olarak her diş tepesinde eşit bir şekilde oluşması gereken 0.5 bar’lık basınç farkının diş tepesi uzunluğuna (L) bölünmesi ile hesaplanmıştır. Dış ucu kaçak debisi (Q) (Denklem 4), bu hız profilinin y- yönünde integralinin alınması ile oluşturulmuştur. Şekil 8’de gösterilen beş düzlemdeki hız profillerinin hiçbiri tam gelişmiş akışla eşleşmemektedir. Hatta, yüksek basınç tarafındaki hız profillerinde (17 ve 18.profil) belirgin bir asimetri vardır. Bu asimetri, Şekil 5 ve 12’den anlaşılacağı gibi yüksek basınç tarafındaki akışın dişli gövde arasındaki boşluğa girmeden önce burgaçlı bir yapıya sahip olması ve bu boşluğa girerken oluşan kopmaların sonucudur. Yani akış, boşluğun başında, Couette akış teorisinde varsayıldığı gibi, duvara tam paralel değildir. Bu sonuçlar, varsayımın doğru olmadığını ve Couette akış denklemleri ile hesaplanan profilin gerçeği yansıtmadığını göstermiştir.

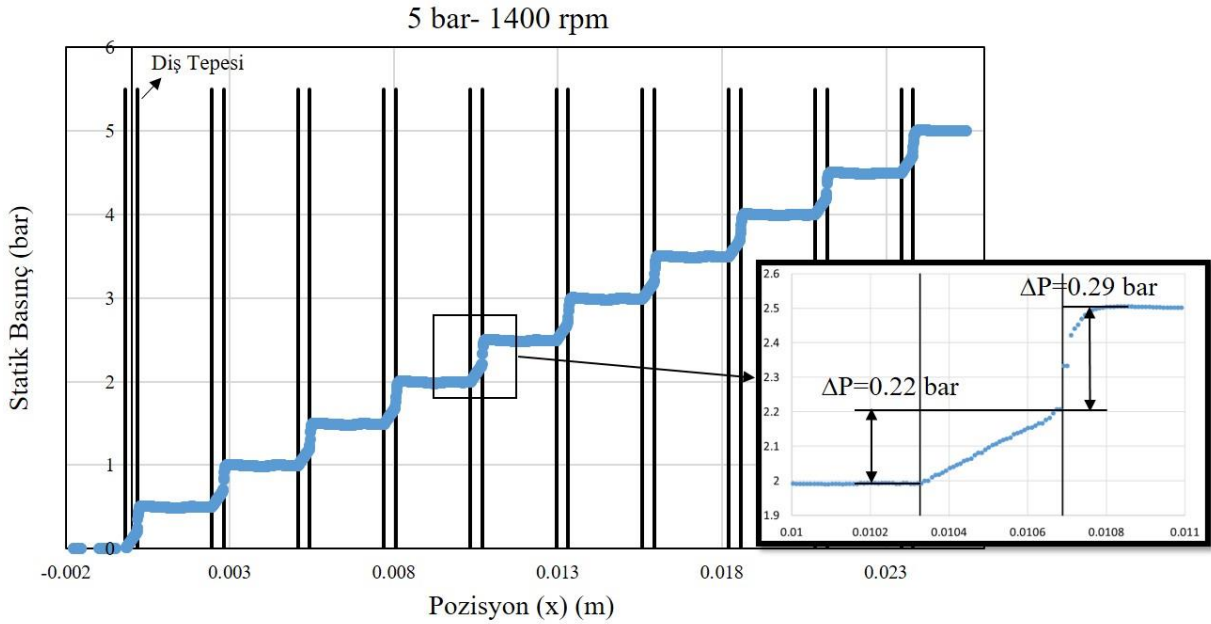


Şekil 8. Diş ucu ve duvar arasındaki teorik ve bazı düzlemsel kesitlerin hız profillerinin karşılaştırması (5 bar, 1400 rpm)

Şekil 9 ve Şekil 10'da, 5 bar 1400 rpm durumdaki akış simülasyonlarında girişten çıkışa doğru toplam ve statik basınç değişimi gösterilmiştir. Toplam basınçta oluşan farklar viskoz kayıplara işaret etmektedir. Kaçak akışın dişin hareket yönünün tam tersine doğru olduğu göz önünde bulundurularak bu sonuçlar değerlendirildiğinde, dişlinin sağ tarafında (kaçak akış girişi) 0,02 bar, sol tarafında ise 0,23 bar'a karşılık gelen viskoz kayıp olduğu gözlemlenmiştir. Diş tepesi ve gövde arasında ise sadece 0,21 bar'lık bir kayıp gerçekleşmiştir. Şekil 10'daki, dişlinin sağ tarafında oluşan 0,29 bar'lık statik basınç düşüşü, 0,02 bar'lık viskoz kaybın ve 0,27 bar'lık hızlanma kaynaklı dinamik basınca dönüşmenin sonucudur. Dişlinin solunda, statik basınçta hiçbir değişiklik olmaması da, toplam basınçtaki 0,23 bar'lık düşüşün dişli gövde arasından çıkan akışkanın dinamik basıncının tamamıyla viskoz kayba dönüştüğünü göstermektedir. Disli ve gövde arasında oluşan 0,21 bar'lık toplam basınç farkı ve 0,22 bar'lık statik basınç farkı arasındaki 0,01 barlık fark ise hızlanma kaynaklı dinamik basınç değişiminden ileri gelmektedir. Sonuç olarak 5. diş tepesindeki basınç farkı 0,21 bar'dır. Fakat 5 bar'lık bir basınç farkında teorik olarak her diş tepesinde eşit bir şekilde ve 0,5 bar'lık bir fark Couette denklemlerinde tasarım için kullanılmaktadır. Yani, iki diş tepesi arasında, dişlinin kaçak çıkışı ve girişi bölgesinde teoride değerlendirilmeyen basınç kaybı oluşmaktadır.



Şekil 9. 5 bar 1400 rpm'de girişten çıkışa tüm dişli tepelerindeki toplam basınç dağılımının grafiği

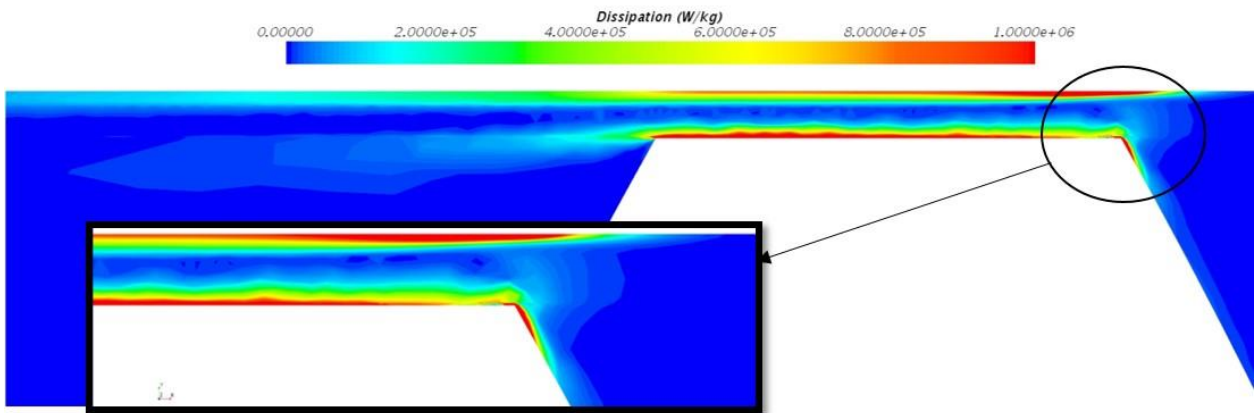


Şekil 10. 5 bar 1400 rpm’de girişten çıkışa tüm dişli tepelerindeki statik basınç dağılımının grafiği

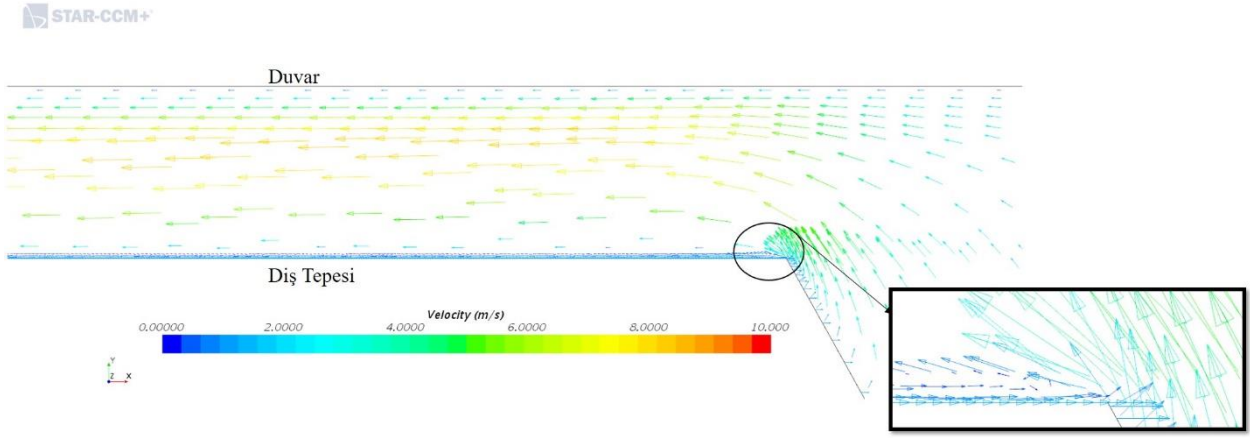
Basınç değişiminin sebebini daha iyi anlayabilmek için akış simülasyonlarında diş tepelerindeki enerji enerji yitimine bakılmıştır. Sıkıştırılmaz akış için geçerli olan mekanik enerji korunumundaki, enerji yitimi terimi aşağıdaki gibidir;

$$\Phi = \frac{2\mu}{\rho} \left(\left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial v}{\partial z} \right)^2 \right) \left(\frac{W}{kg} \right) \quad (8)$$

Şekil 11’de, ortadaki diş tepesinde ve diş tepesinin kaçak girişinde enerji yitimi gösterilmiştir. Özellikle duvar kenarında, enerji yitimi iki diş arasındaki bölgenin ortalarına kadar görülmektedir. Bu da, diş tepeleri arasındaki basınç düşüşünü açıklamaktadır. Diş tepesinin kaçak girişi ve çıkışında (sırasıyla sağ ve sol taraf), enerji yitimi yoğun bir şekilde gözlemlenmiştir. Şekil 12’de diş tepesinin yine aynı noktasında, hız vektörleri bir akış ayrılması göstermektedir. Bu ayrılma, akışın gövde tarafına sıkışmasına neden olduğu için gövde duvarındaki enerji yitimine artırıcı yönde etki yapmıştır. Ayrıca, statik basınç düşüşü bu bölgedeki hızlanmadan ötürüdür. Kaçak çıkışı tarafında ise, dişli gövde arasında hızlanan kaçak akışın kinetik enerjisinin enerji yitimi görülmektedir. Bu noktada, Şekil 5’de görülen girdapların, kaçak akışın yarattığı kesme kuvvetleri ve kinetik enerjisi ile oluştuğunu belirtmek gerekir.

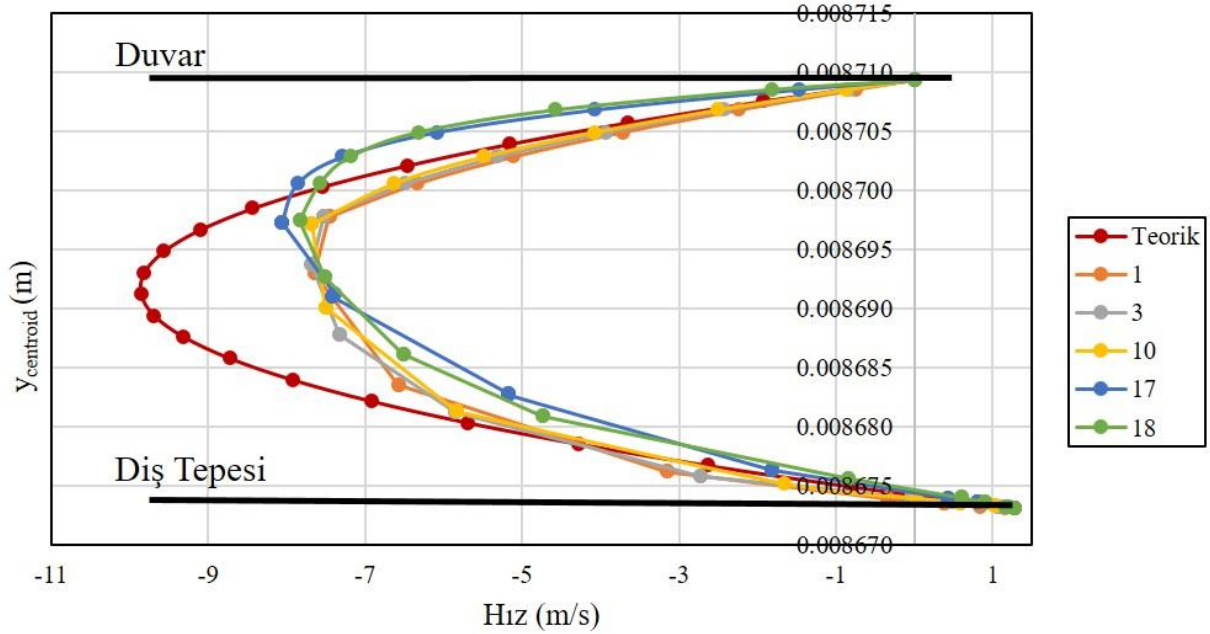


Şekil 11. 5 bar ve 1400 rpm koşullarında ortadaki dişli tepesi ve çevresinde enerji yitimi görünümü



Şekil 12. Diş tepesinin ucundaki hız vektörlerinde meydana gelen ayrılma (5 bar-1400 rpm)

Şekil 13'de, teorik hesaplamalar akış simülasyonlarındaki diş tepesindeki basınç farkı üzerinden yapılarak; yeni bir hız profili elde edilmiştir. Maksimum hız, 25 m/s'den 10 m/s'e düşmüştür. Her ne kadar, teorik tam gelişmiş Couette akış hesabı ve sayısal hesaplamalar arasındaki fark azalmış ise de, tam gelişmiş akış varsayımının tam olarak geçerli olmadığı görülmektedir. Bu uyumsuzluğun ana kaynağı, dişlinin sağında (kaçak girişi) meydana gelen düzensizlik ve bunun yarattığı viskoz kayıplardır.



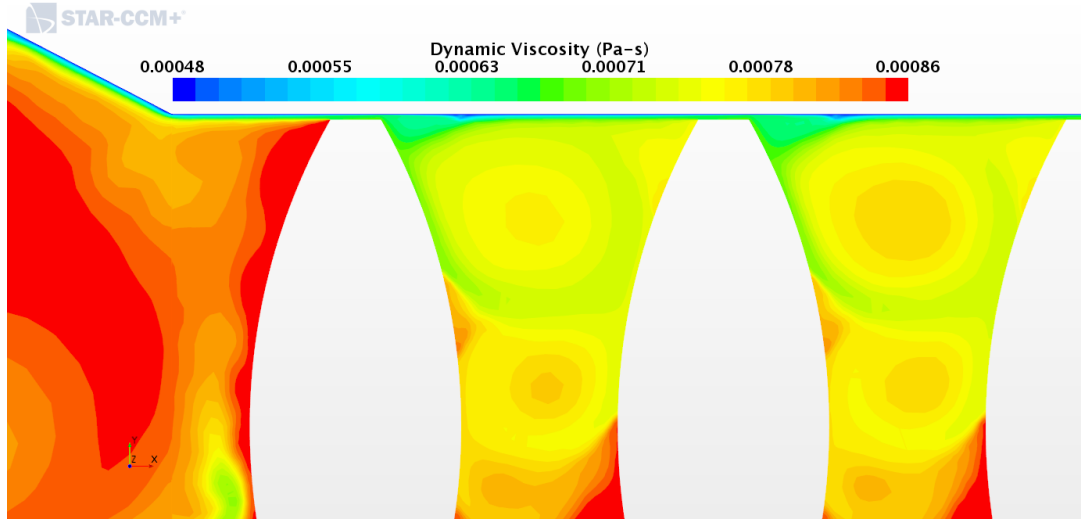
Şekil 13. Diş ucu ve duvar arasında bazı düzlemsel kesitlerin ve teorideki hız profillerinin karşılaştırması (sadece tam gelişmiş akış etkisi ve 5 bar, 1400 rpm durumunda)

Tablo 5'te, 3 farklı şekilde 5 bar ve 1400 rpm durumunda diş ucu kaçak debisi ve debi verimi hesaplanmıştır. Toplam debi 0,014 kg/s'dir. Sayısal basınç farkı üzerinden yapılan teorik hesaplama ile sadece tam gelişmiş akışın, teorik ile sayısal sonuçlar arasındaki etkisi görülmüştür. Tam gelişmiş akış kabulünden kaynaklı fark, %6 olarak görülmüştür. Diş tepesindeki enerji yitiminden doğan basınç kayıplarının sebep olduğu fark ise %52'dir.

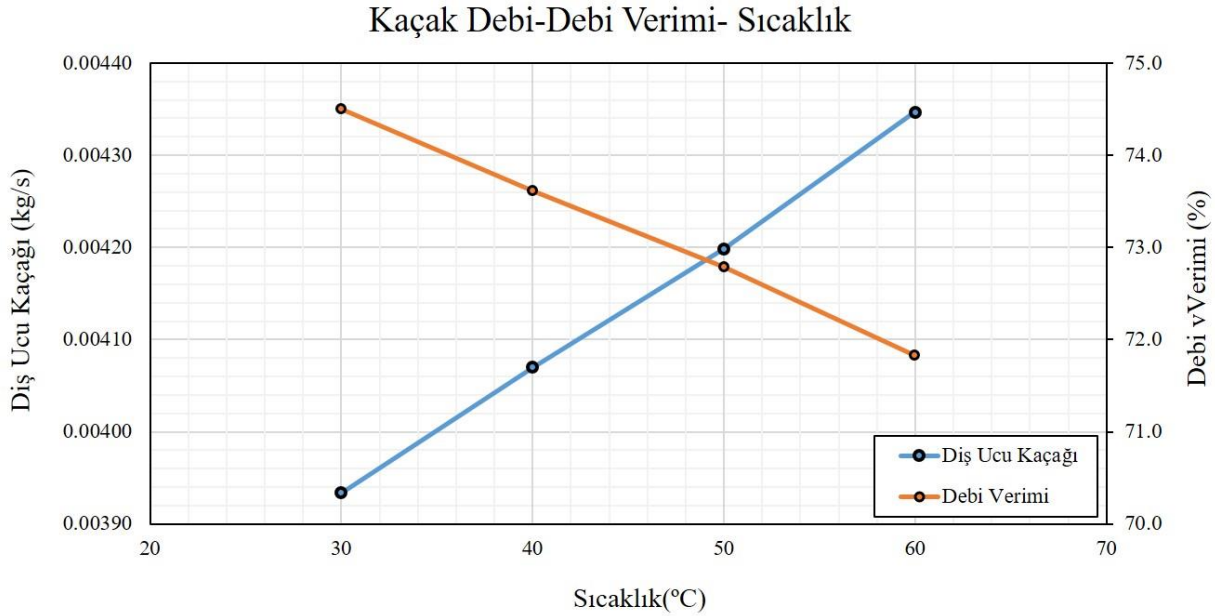
Tablo 5. 5 bar 1400 rpm durumunda teorik, sayısal ve sayısal basınç farkı değeri üzerinden hesaplanmış teorik diş ucu kaçak debilerin karşılaştırması

	Diş Ucu Kaçak Kütle Debisi (kg/s)	Toplam Debi Verimi
Teorik	0.0120	% 14
Sayısal	0.0038	% 72
Sayısal basınç farkı üzerinden hesaplanan teorik	0.0046	% 66

Sürtünme nedeniyle duvardaki sıcaklık artışı, dış ucu kaçığını arttıracakı düşünülmüştür. Çünkü sıcaklığın artması, akışkanın dinamik viskozitesini azaltmaktadır. Bu nedenle, dış ucu kaçığındaki sıcaklık etkisini gözlemek için aynı basınçta ve dönme hızında (5 bar ve 1600 rpm), çeşitli duvar sıcaklıkları için akış simülasyonları yapılmıştır. Akış simülasyonlarında, gövde duvarına sırasıyla 30-40-50-60 °C sabit sıcaklık ve dişli yüzeyinde adyabatik sınır koşulları verilerek, ısının iletimi ve taşınımı sadece akışkan içerisinde gerçekleştirilmiştir. Özellikle dişli uçları ve duvar arasında dinamik viskozite, Şekil 14'te gösterildiği gibi yüksek duvar sıcaklığı nedeniyle önemli ölçüde azalmaktadır. Dış ucundan sıcaklığı 60 °C olan duvara kadar dinamik viskozite yaklaşık %23 oranında azalmıştır. Başlangıç koşuluna göre ise, viskozite gövde duvarında %38 azalmıştır. Şekil 15'te, dış ucu kaçığına sıcaklık etkisi ve debi verimi gösterilmiştir. Grafik, her 10°C sıcaklık artışının, %10'luk bir uç kaçığı artışına neden olduğunu göstermiştir ve bu da %1 kadar debi verimini azaltmıştır.



Şekil 14. Dişli pompanın içerisindeki dinamik viskozitenin değişimi (T=60°C, 5 bar-1600 rpm)



Şekil 15. Dış ucu kaçığına gövde duvarı sıcaklığının etkisi ve debi verimi (5 bar-1600 rpm)

4. Sonuçlar

Bu çalışmada, dış ucu kaçıkları teorik ve sayısal hesaplarla karşılaştırılmalı olarak incelenmiştir. Dıştan dişli pompaların karmaşık geometrisinden dolayı, akış simülasyonları iki boyutlu olarak bu çalışmaya özgü bir yöntemle basitleştirilerek yapılmıştır. Bu yöntemde; geometri, sadece dış ucu kaçıklarının gözlemlendiği bölgeye indirgenmiştir. Dairesel eğime sahip olan dişli- gövde arasındaki akış alanı düzleştirilerek, dönme hızları doğrusal hıza dönüştürülmüş ve akış aynı tasarım teorisinde kullanılan Couette akış denklemlerindeki gibi değerlendirilmiştir. Dişlilerin yanında bulunan rezervuarlar ise hacim paketlerinin alınıp taşındığı giriş ve çıkış havuzları temsil etmektedir.

Akış simülasyonları teorik hesaplamalar ile karşılaştırılarak, basitleştirilmiş Couette akış denklemleriyle yapılan teorik hesapların doğruluğu test edilmiştir.

Teorik hesaplamalar ve akış simülasyonları arasında bazı sapmalar gözlemlenmiştir. Bu sapmanın bir kısmı, dış tepelerindeki enerji yitiminden dolayı oluşan basınç kayıplarından kaynaklanmıştır. Sapmanın diğer kısmı ise, teorik hesaplamalarda tam gelişmiş akış varsayımına dayandığı gözlemlenmiştir.

Teorik olarak debi verimi %14 olarak hesaplanmıştır. Sayısal ve sadece tam gelişmiş akış varsayımının etkisinin görülmesi için yapılan sayısal basınç farkı değeri ile yapılan teorik hesaplamalarda debi verimi, sırasıyla %71 ve %66'dır. Dış tepesindeki enerji yitimi bu bölgede basınç kaybına yol açmaktadır. Basınç farkının 5 bar olduğu durumda her dışten sonra 0,5 bar artması gerekirken; ortalama 0,29 bar arttığı görülmüştür. Tam gelişmiş akış varsayımı ise, teorik ve nümerik hesaplamalarda %5'lik bir sapma meydana getirmiştir. . Bu sonuçlar aslında teorik kaçak denklemlerinin kaçacağı çok fazla hesapladığını göstermektedir. Başka bir deyişle, bu denklemlerle dişli pompaların dişli-gövde arası açıklığı olması gerektiğinden daha küçük tasarlanıp, üretim ve kullanım zorluklarına yol açabilir. Üretim kısmında mikron seviyelerde toleranslara inmek çok zordur ve inilebildiği söylene dahi malzeme yüzeyinde iyi bir taşlama yapılması gerekmektedir. Kullanım ile ilgili sonuçlarda ise, pompanın dış ucu-duvar ve dişli-pompa yüzeyi arasındaki ölçülerin çok küçük olmasından dolayı bu yüzeyler arasında sürtünme oluşmaktadır. Bu da, yüzeylerin ısınmasına ve dış ucu kaçaklarının artmasına sebep olabilmektedir.

Isınmış gövdeden akışkana geçen ısının dış ucu kaçığına etkisi de gösterilmiştir. Dış uçları ve duvar arasındaki sürtünmeden kaynaklanan duvar sıcaklığı arttıkça dinamik viskozite azalır. Bu, viskozite ile çıkışa iletilen akışkanın azaldığı anlamına gelir; böylece dış ucu kaçığı artar.

Bu çalışmanın takip eden aşamasında, tüm dişli pompa gövdesinin 3B akış simülasyonları gerçekleştirilerek dış ucu kaçaklarının yanı sıra yüz kaçakları araştırılacak ve teorik hesaplamalar ile karşılaştırılması planlanmaktadır.

Teşekkür

Bu araştırmaya 115M093 projesiyle maddi destek sağladıkları için Türkiye Bilimsel ve Teknolojik Araştırma Kurumu'na (TÜBİTAK) teşekkür ediyoruz.

Referanslar

Castilla, R., Gamez-Montero, P. J., Ertrk, N., Vernet, A., Coussirat, M., & Codina, E. (2010). Numerical simulation of turbulent flow in the suction chamber of a gearpump using deforming mesh and mesh replacement. *International Journal of Mechanical Sciences*, 52(10), 1334–1342. <https://doi.org/10.1016/j.ijmecsci.2010.06.009>

Castilla, R., Gamez-Montero, P. J., del Campo, D., Raush, G., Garcia-Vilchez, M., & Codina, E. (2015). Three-Dimensional Numerical Simulation of an External Gear Pump With Decompression Slot and Meshing Contact Point. *Journal of Fluids Engineering*, 137(April), 41105. <https://doi.org/10.1115/1.4029223>

Devendran, R. S., & Vacca, A. (2013). Optimal design of gear pumps for exhaust gas aftertreatment applications. *Simulation Modelling Practice and Theory*, 38, 1–19. <https://doi.org/10.1016/j.simpat.2013.06.006>

Ghionea, G., Ioan, C., & Tiriplic, P. (2012). Simulation of the Working Conditions for a Gear Pump Using Finite Element Analysis Method, 2012(Xxvi), 21–28.

Ghazanfarian, J., & Ghanbari, D. (2014). Computational Fluid Dynamics Investigation of Turbulent Flow Inside a Rotary Double External Gear Pump. *Journal of Fluids Engineering*, 137(2), 21101. <https://doi.org/10.1115/1.4028186>

Houzeaux, G., & Codina, R. (2007). A finite element method for the solution of rotary pumps. *Computers & Fluids*, 36(4), 667–679. <https://doi.org/10.1016/j.compfluid.2006.02.005>

[İmamoğlu D. \(2019\). Numerical and Theoretical Analysis of External Gear Pump, Master Thesis, Ozyegin University, İstanbul.](#)

Koç, E., & Canbulut, F. (1985). Pozitif Deplasmanlı Pompa ve Motorlarda İç Akışkan Kaçağı. Kayseri: Erciyes Üni, Fen Bilimleri Dergisi.

Schiffer, J., Benigni, H., & Jaberg, H. (2013). Development of a novel miniature high-pressure fuel pump with a low specific speed. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part D: Journal of Automobile Engineering*, 227(7), 997–1006. <https://doi.org/10.1177/0954407013476820>

Strasser, W. (2007). CFD Investigation of Gear Pump Mixing Using Deforming/Agglomerating Mesh. *Journal of Fluids Engineering*, 129(4), 476. <https://doi.org/10.1115/1.2436577>

Yusuf, A. A., Wasbari, F., Zakaria, M. S., & Ibrahim, M. Q. (2013). Slip flow coefficient analysis in water hydraulics gear pump for environmental friendly application. *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering*, 50(1), 12016. <https://doi.org/10.1088/1757-899X/50/1/012016>