

## Potsdam Şehri Hava Sıcaklığının Dalgacık Regresyon Analizi ile Tahmini

Gökçe Nur TAŞAĞIL<sup>1</sup>, Eylem DENİZ<sup>\*2</sup>

<sup>1</sup>Potsdam Üniversitesi, Matematik Fakültesi, Matematik Bölümü, 14469, Potsdam, Almanya

<sup>2</sup>Mimar Sinan Güzel Sanatlar Üniversitesi, Fen Edebiyat Fakültesi, İstatistik Bölümü, 34779, İstanbul, Türkiye

(Alınış / Received: 21.02.2020, Kabul / Accepted: 11.05.2020, Online Yayınlanma / Published Online: 20.08.2020)

### Anahtar Kelimeler

İstatistik,  
Regresyon,  
Ayrık dalgacık dönüşümü,  
Dalgacık regresyon

**Özet:** Belirli bir süreye sahip olan ve bu süre içerisindeki ortalama değeri sıfıra eşit olan dalga şekline Dalgacık (wavelet) adı verilmektedir. Dalgacıklar, zaman alanındaki bir fonksiyonu frekans alanındaki bir fonksiyona çevirerek analiz eden Fourier dönüşümünün yetersiz kaldığı noktalarda kullanılmıştır. Dalgacıkların temel istatistiksel uygulaması "sinyali gürültüden arındırma" veya "düzleştirme" olarak da bilinen parametre kestirimidir. Bu çalışmada dalgacık dönüşümü ve eşiklerdirmenin istatistiksel anlamda değerlendirilmesi üzerinde durulmuştur. Bu kapsamda çalışmada kullanılmak üzere Almanya meteoroloji servisinden ortalama sıcaklık, rüzgar hızı, nem ve basınç değişkenleri alınmıştır. Bu değişkenlere ait grafikler incelendiğinde verilerin gürültülü olduğu görülmüş ve dalgacık dönüşümü ile veriler gürültüden arındırılmıştır. Dönüşüm yapılırken farklı dalgacık türleri uygulanmış ve elde edilen dönüştürülmüş verilere regresyon analizi uygulanmıştır. Her bir dalgacık türü için elde edilen regresyon modeline ait AIC ve RMSE değerlerine göre en iyi regresyon modeli belirlenmiştir.

## The Air Temperature's Estimation for Potsdam City with Wavelet Regression Analysis

### Keywords

Statistics,  
Regression,  
Discrete wavelet transform,  
Wavelet regression

**Abstract:** The wave shape, which has a certain duration and whose average value during this period equals zero, is called wavelet. Wavelets are used at the points where the Fourier transform is insufficient, by analyzing a function in the time domain by converting it into a function in the frequency domain. The basic statistical application of wavelets is parameter estimation, also known as "denoising signal" or "smoothing". In this study, statistical evaluation of wavelet transform and thresholds is emphasized. In this context, average temperature, wind speed, humidity and pressure variables are taken from the German meteorological service for the analysis in the study. When the graphs of these variables are examined, it is seen that the data is noisy. The data is denoised by using wavelet transform. Different types of wavelet are applied for the transformation and regression analysis is applied to the transformed data obtained. The best regression model is determined according to the AIC and RMSEA values of the regression model which is obtained for each wavelet type.

### 1. Giriş

Belirli bir süreye sahip olan ve bu süre içerisindeki ortalama değeri sıfıra eşit olan dalga şekline Dalgacık (wavelet) adı verilmektedir. Dalgacıklar, zaman alanındaki bir fonksiyonu frekans alanındaki bir fonksiyona çevirerek analiz eden Fourier dönüşümünün yetersiz kaldığı noktalarda kullanılmıştır. Zamandan bağımsız sinyalleri filtrelemek için Fourier dönüşümü iyi çalışırken lokal özellikleri olan sinyalleri incelemede Fourier

dönüşümüne alternatif olarak dalgacık dönüşümleri geliştirilmiştir [1].

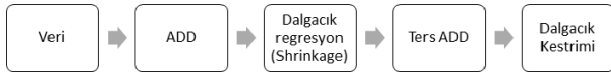
Dalgacık terimi ilk olarak 1982'de Morlet tarafından jeofizik literatürüne girmiş olup günümüze kadar başta matematik olmak üzere istatistik, kuantum fiziği, elektrik mühendisliği, sismik coğrafya, görüntü sıkılaştırma, radar ve deprem tahmini gibi birçok disiplinde uygulama alanı bulmuştur [1-3].

Dalgacıklar, 1990'ların başında istatistik literatürüne belirli bir dalgacık dönüşümü sınıfının

kullanılmasıyla girmistir [4]. Bu dalgacık dönüşümüyle veriler dalgacık katsayılarına ayrıştırılmıştır. Bu ayrışım ile, ayrışım esnasında ortaya çıkan dalgacık katsayılardan bir çoğu sıfıra yaklaşarak önemini yitirirken, geriye kalan dalgacık katsayılarından sadece bir kaç tanesi, veriyle ilgili bilginin önemli bir kısmını barındırdığı görülmektedir (seyreklik, sparse) [3]. Özellikle gürültülü (white-noise) verilerde dalgacık dönüşümü uygulanarak, veri gürültüden arındırılır ve gerçek parametre tahminlerine mümkün olduğunca yakın tahminler elde edilmektedir.

Vidakovic, dalgacıkların istatistikteki uygulamalarına kapsamlı bir bakış açısı sunmuştur [5,6]. Nason, dalgacık ve dalgacık eşiklendirmeye olan katkılarının yanı sıra R bilgisayar programında paketlerinin gelişmesine de katkı sağlamıştır [1,2]. Morettin, dalgacıkların fonksiyonel veri analizindeki gelişmelerinden bahsetmiştir [2]. Ramsay ve Silverman dalgacıkların veri analizindeki kullanımlarından bahsetmiştir [7]. Debnath, dalgacıkları sinyal işleme, istatistiksel model kestiriminde kullanmıştır [8-10]. Fryzlewicz, dalgacıkların ve eşiklendirmelerin parametrik olmayan regresyondaki uygulamalarını göstermiştir [3].

Çeşitli veri işleme süreçleri o veriye ait dalgacık katsayılarını işlemeyle yapılabilir. Örneğin, fonksiyonu gürültüden arındırma dalgacık katsayılarının eşiklendirilmesi ve ardından eşiklendirilmiş katsayıları ters dönüşüm ile orjinal tanım aralığına döndürülmesi şeklinde olur. Bu sayede veri gürültüden arındırılır [2]. "Şekil 1." ile dalgacık regresyon analizinin adımları gösterilmiştir.



Şekil 1. Dalgacık regresyon sürecinin aşamaları [2]

Bu çalışmada dalgacık dönüşümü ve eşiklendirme ile elde edilen modellerin istatistiksel olarak karşılaştırılması üzerinde durulmuştur. Farklı dalgacık türleriyle yapılan eşiklendirmenin modeli nasıl etkilediği incelenmiştir. Orjinal model, çeşitli dalgacık türleri (Haar, Db4, Db8, Sym8, Coif. vs ) ile dönüştürülmüştür. Bu dönüşümlerden elde edilen katsayılara iki farklı eşiklendirme yöntemi uygulanmıştır. Bunlar, evrensel-yumuşak eşiklendirme ve evrensel-sert eşiklendirme yöntemleridir. Bu iki eşiklendirme sonucunda veri düzleştirilmiş olup düzleştirilmiş verilere regresyon uygulanarak sonuçların etkinliği AIC ve RMSE değerleri açısından karşılaştırılmıştır ve bu sayede uygulamalarda kullanılan veri için en iyi modele ulaşmak hedeflenmiştir.

## 2. Materyal ve Metot

Dalgacık dönüşümü, zamanla veya gözlemle değişen gözlem serisi için doğrusal bir zaman frekansı ya da

yer-dalga dönüşümüdür. Veri, dalgacık alanına dönüştürülür ve sonrasında dalgacık alanından yerel alana ters dönüşüm yapılır. Fourier dönüşümünden farklı olarak dalgacık dönüşümü, hem zamanın hem de yerin yanı sıra frekansın da bir fonksiyonu olmasıdır. Böylece zaman veya konum için ilgili frekans spektrumunu sağlar [11].

Dalgacıklar dönüşümden elde edilen fonksiyonların bir ailesi olarak  $\Psi_{a,b}(x)$  ile ifade edilmektedir. Tek fonksiyonlu germe ya da genişletme işlemine "ana dalgacık" adını verilmiş ve bu ana dalgacığın matematiksel ifadesi  $\Psi(x)$  şeklinde gösterilir. Bir  $\Psi(x) \in L_2(\mathbb{R})$  fonksiyonunun (ana dalgacığının) dönüşümüyle oluşan  $\Psi_{a,b}(x)$  fonksiyon ailesi,  $a \in \mathbb{R} - \{0\}$ ,  $b \in \mathbb{R}$  olmak üzere,

$$\Psi_{a,b}(x) = |a|^{-1/2} \left( \frac{x-b}{a} \right) \quad (1)$$

ile gösterilir. Burada a, ölçeklendirme parametresidir ve sıkıştırmanın (daralma ya da genişleme) derecesini ölçer. b parametresi ise zaman ekseninde ana dalgacığın yerini belirleyen dönüşüm parametresidir [12,13]. Eğer  $|a| < 1$  ise dalgacık ana dalgacığın sıkıştırılmış hali olup genellikle ondan daha yüksek frekanslıdır.  $|a| > 1$  ise  $\Psi_{a,b}(x)$  daha geniş zamanlı hareket eder ve bu ana dalgacıktan daha düşük frekanslı olduğu anlamına gelir [12].

Ayrık dalgacık dönüşümünde a ve b parametreleri yerine, k ve j tam sayılar olmak üzere,  $a = 2^{-j}$  ve  $b = k \cdot 2^{-j}$  olarak alınır. Bu durum çoklu çözünürlük ile dalgacıkların matematiğini birbirine bağlar [2].

### 2.1. Haar dalgacık dönüşümü ve genelleştirilmesi

En temel ve en eski bilinen dalgacık türü Haar dalgacıdır. Haar dalgacı yüz yıldan fazla bir zamandır bilinmekte ve çeşitli matematiksel alanlarda kullanılmaktadır. Haar dalgacı bir matematiksel fonksiyondur ve eşitlik (2)'deki gibi ifade edilir:

$$\psi(x) = \begin{cases} 1 & x \in [0, \frac{1}{2}) \\ -1 & x \in [\frac{1}{2}, 1) \\ 0, & d. d. \end{cases} \quad (2)$$

Haar dalgacı, dalgacıkların bir çok karakteristik özelliklerini içerir. Bunlardan ikisi salınımı ve hızla sıfıra yaklaşmasıdır [4,14,15].

Haar dalgacığın yola çıkılarak j,k tam sayılar olmak üzere, diğer dalgacıklar eşitlik (3) ile genelleştirilebilir.

$$\psi_{j,k} = 2^{j/2} \psi(2^j x - k) \quad (3)$$

Dalgacıklar için gerekli olan bir diğer fonksiyon ölçekleme fonksiyonudur. Ölçekleme fonksiyonu

yaygın olarak  $\mathbb{Z}$  sembolü ile gösterilir.  $\{\phi_{j_0,k}, \psi_{j,k}, j_0 \leq j, k \in \mathbb{Z}\}$  ortonormal tabanı göz önüne alındığında  $\mathbb{Z}$  ölçekleme fonksiyonu,  $\psi_{j,k}$  dalgacık fonksiyonu ile bağlantılıdır ve

$$\phi_{j,k} = 2^{j/2} \phi(2^j x - k) \quad (4)$$

denklemi ile ifade edilir [6]. Örneğin, Haar dalgacı için ölçekleme fonksiyonu,

$$\phi(x) = \begin{cases} 1 & \text{eğer } x \in [0,1] \\ 0 & \text{d.d.} \end{cases} \quad (5)$$

şeklinde gösterilir [6,12]. O halde, bir  $y = (y_0, y_1, \dots, y_{2^n-1})$  vektörünün fonksiyonu  $f \in L^2 [0,1]$  olmak üzere, bu  $f$  fonksiyonunun dalgacık ayrışımı eşitlik (6) ile gösterilmiştir [6].

$$f(x) = c_{00} \phi(x) + \sum_{j=0}^{n-1} \sum_{k=0}^{2^j-1} d_{j,k} \psi_{j,k}(x) \quad (6)$$

## 2.2. Dalgacık eşiklendirme ile veriyi gürültüden arındırma

Ayrık Dalgacık Dönüşümleri (ADD), verileri zaman alanından (orijinal veya giriş verileri vektörü) dalgacık alanına geçisini sağlar. Çıktı yine aynı boyutta bir vektördür. Dalgacık dönüşümleri doğrusaldır ve  $n$  boyutundaki girdilere uygulanırsa  $n \times n$  boyutlu çıktılar elde edilir.

Sınır koşullarına bağlı olarak, bu matrisler ortogonal olabilir [5]. ADD'de ikilik ölçek ve zaman adımı kullanılır. Bu şekilde elde edilen her bir bileşen iki ve ikinin katları olacak şekilde ölçek değerlerine ait zaman serilerini ya da dalgacık katsayılarını verir [16].

İstatistikte gürültü ile bozulan bir sinyalin tahmini problemi standart bir problemdir [17]. David Donoho'nun dalgacık eşiklendirme yöntemi ile bu problemi çözmek mümkündür. Bu yöntem, belirlenen eşik değerinin altındaki dalgacık katsayılarının yok edilmesi ya da eşik değerine göre düzenlenmesi şeklinde tanımlanabilir [18]. Bu katsayılar, veri setini yeniden oluşturmak için ters dalgacık dönüşümünde kullanılır. Sinyal dönüştürülür, eşiklenir ve ters dönüştürülür. Bu teknik, gürültülü verilerin işlenmesinde önemli bir adımdır, çünkü gürültüden arındırma (denoizasyon) keskin yapıları düzleştirmeden gerçekleşir. Sonuç, hala önemli detayları gösteren temizlenmiş bir sinyaldir [19].

Dalgacık eşiklendirmede amaç, orijinal sinyalin gürültüsünü azaltarak düzgünlüğünü sağlamaktır. Burada eşik seviyesini belirleme üzerinde durulur. Büyük eşik değeri aşırı düzleştirme yaparken küçük eşik değeri bir çok sayıda katsayının tekrar dahil olup gürültünün artmasına neden olabilir.

Eşiğin doğru seçilmesi bu iki durumun dengede olmasını sağlar [18].

Dalgacık katsayılarının eşiklendirilmesi iki aşamaya bölünebilir. Birinci aşamada eşiklendirme fonksiyonu  $T$ 'ye karar verilir [2].  $T$  fonksiyonu için Eşitlik (7) ve (8)'de verilen fonksiyonlardan biri seçilir. Eşitlik (7)'de verilen sert eşiklendirme eşik değerinden büyük katsayı değerlerini sıfır olarak alırken Eşitlik (8)'de verilen yumuşak eşiklendirme ise bir adım daha ileri gider ve kalan katsayıların büyüklüğünü eşik değerine göre azaltır [20].

$$T^{sert}(d, \lambda) = d I(|d| > \lambda) \quad (7)$$

$$T^{yumuşak}(d, \lambda) = (d - \text{sign}(d)\lambda) I(|d| > \lambda) \quad (8)$$

Burada  $\lambda$  eşik seviyesini gösterirken  $d$  genel olarak dalgacık katsayılarını ifade eder.

Eşiklendirme fonksiyonuna karar verildikten sonra ikinci aşamada eşik seviyesi hesaplanır [1]. Bu çalışmada eşik seviyesini belirlemek için evrensel eşiklendirme yöntemi kullanılmıştır.

Donoho ve Johnstone (1992), evrensel eşiklendirmeyi,

$$\lambda^u = \hat{\sigma} \sqrt{2 \log n} \quad (9)$$

olarak gösterir. Buradaki  $\lambda^u$  değerine "evrensel eşik seviyesi" denir. Tahmini  $\hat{\sigma}$  olan gürültü seviyesi  $\mathbb{Z}$ ,  $\mathbb{Z}$  hatalarının standart sapmasıdır ve  $n$  gözlem sayısıdır [1,3,6,21,22].

$\sigma$ 'nın tahmini  $\hat{\sigma}$ ,  $d_{n-1}$  en iyi seviyedeki detay katsayılarının vektörü olmak üzere

$$\hat{\sigma} = \text{med}|d_{n-1} - \text{med}(d_{n-1})|/0.6745 \quad (10)$$

ile elde edilir.

## 2.3. Dalgacıklar ile Regresyon

Veri işlemedeki birçok uygulamada, gözlenen veriler gürültüden etkilenir. Bu bağlamdaki önemli sorulardan biri, gürültülü gözlemlerde gizlenen temiz sinyalin nasıl kestirileceğidir [9].

İstatistiksel dalgacık metotları araştırmalarında regresyon en çok dikkati çeken alandır. Dalgacık metotları genelde regresyonun bir formu olarak kullanıldığında dalgacık büzülme, eğri tahmini (curve estimation) ya da dalgacık regresyon gibi birçok isim alır [1].

Dalgacıkların regresyonda kullanımı, tam dalgacık düzlemi kümesinin bir kısmından fonksiyonların aslına uygun şekilde temsil edilmesiyle oluşur. Ayrıca, bir eğrinin dalgacık ayrışması yereldir. Böylece

tahmin sorunu, bilginin bulunduğu bölümlerde veya kısımlarda boyut azaltılmasını kolaylaştırır [23].

Temel regresyon modelinde,  $g$  bilinmeyen fonksiyon,  $e$  gürültü ve  $y_i$  gürültülü gözlemleri göstermek üzere,

$$y_i = g(x_i) + e_i, \quad i = 1, \dots, n, \quad (11)$$

denklemi için  $x_i = 1/i$ 'ler eşit aralıklı noktalar ve  $e_i$ 'ler sıfır ortalamalı rastgele değişkenlerdir. Aksi belirtilmediği sürece,  $e_i$ 'ler bağımsız normal  $N(0,1)$  dağılımlıdır. Non-parametrik regresyonun amacı bilinmeyen  $g$  fonksiyonunu  $y_i, i = 1, \dots, n$  gözlemleri ile kestirmektir [5].  $W$  bir matris,  $y, g$  ve  $e$  sırasıyla gözlemlerin vektörü olsun. Ayrık dalgacık dönüşümü lineer olduğundan  $d^* = Wy, d = Wg$  ve  $\varepsilon = We$  olacak şekilde dalgacık dönüştürülmüş model,

$$d^* = d + \varepsilon \quad (12)$$

şeklinde yazılabilir [24].

Genel olarak dalgacık regresyonunun özellikleri şöyle sıralanabilir:

1.  $y_i, i = 1, \dots, n$  gözlemlerinin ayrık dalgacık dönüşümü ile  $d_i$  dalgacık katsayıları elde edilir,
2. Gürültünün varyansı  $\sigma^2$  hesaplanır ve bu değer dalgacık katsayılarını eşiklemede kullanılır,
3. Eşikleme işleminde gürültü olarak değerlendirilen dalgacık katsayıları gürültüden arındırılarak ters dalgacık dönüşüm katsayıları elde edilir.
4. Elde edilen son katsayılarla regresyon uygulanır ve uygun model kestirilir [1,16].

### 3. Bulgular

#### 3.1. Veri seti

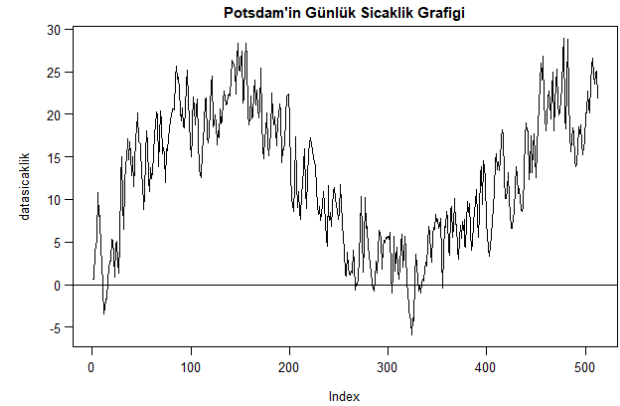
Çalışmada kullanılan veri seti Almanya meteoroloji servisinden (Deutscher Wetterdienst, DWD) alınan Potsdam şehrinin sıcaklık verileridir [25]. Bu sunulan veriler içerisinde yakın tarihli ve günlük olarak ölçülen sıcaklık verileri seçilmiştir. Bu veri R bilgisayar programında "rdwd" paketi yüklenerek elde edilmiştir [26]. Bu paket ile 6 Mart 2018 tarihinden 6 Eylül 2019 tarihine kadar olan 550 günlük veri seçtirilmiş ve dalgacık analizine uyması açısından 512 gün kadarı çalışmada kullanılmıştır. Bu nedenle bu çalışmada 6 Mart 2018 tarihinden 30 Temmuz 2019 tarihine kadar elde edilen günlük sıcaklık verileri kullanılmıştır. Çalışmada kullanılacak olan veri setinde bağımlı değişken olarak günlük ortalama sıcaklık ( $^{\circ}C$ ), bağımsız değişken olarak ise günlük ortalama havabasıncı, günlük ortalama bağıl

nem, günlük ortalama rüzgar hızı (m/s) seçilmiştir [27].

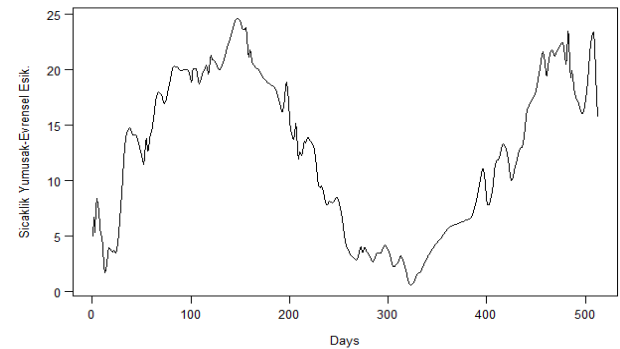
#### 3.2. Analiz

Bu çalışmada, orjinal veriye farklı dalgacık dönüşümleri ve farklı eşiklendirme yöntemleri uygulanmış ve 10 farklı dalgacık dönüşümü ve iki farklı eşiklendirme ile elde edilen modeller arasında Ortalama Hata Kare Kökü (RMSE) ve Akaike Bilgi Kriteri (AIC) değerlerine bakılarak istatistiksel olarak en iyi modele ulaşmak amaçlanmıştır. Bu analizler için R programının "wavethresh" paketi kullanılmıştır.

İlk olarak orjinal veriyi düzleştirmek adına veri setinin bağımlı ve bağımsız değişkenlerine dalgacıkların Haar, Db4, Db8, Db10, Db12, Coif6, Symm8, Symm10, Symm12 ve Symm20 çeşitleri kullanılarak dönüşüm yapılmış ve dalgacık katsayıları elde edilmiştir. Daha sonra farklı dalgacık çeşitleriyle dönüştürülmüş dalgacık katsayılarına 2 farklı eşiklendirme yöntemi uygulanmıştır. Bu eşiklendirme yöntemleri, yumuşa- evrensel eşiklendirme ve sert-evrensel eşiklendirme yöntemleridir. Örnek olarak sadece bağımlı değişken olan sıcaklık değişkeninin orjinal grafiği ve Db8 dönüşümü uygulanmış yumuşak ve sert evrensel eşiklendirilmiş değerlerinin grafiği "Şekil 2.", "Şekil 3." ve "Şekil 4." ile verilmiştir.



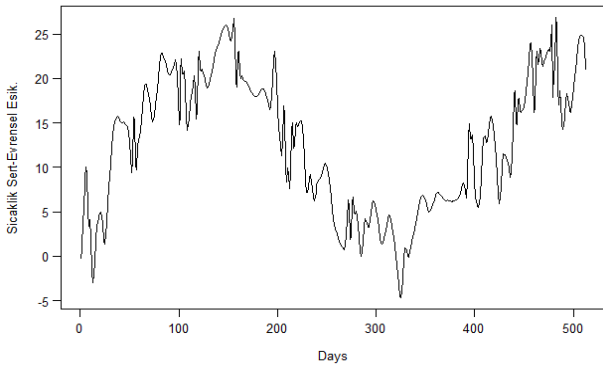
Şekil 2. Sıcaklık değişkeninin grafiği



Şekil 3. Sıcaklık değişkeninin yumuşak-evrensel eşiklendirilmiş değerlerinin grafiği

**Tablo 1.** Dalgacık türlerine ve eşiklendirme çeşitlerine göre AIC, RMSE değerleri ve değişken seçimi

	Dalgacık Türleri	RMSE	AIC	Değişken Seçimi
Yumuşak - Evrensel Eşiklendirilmiş Modeller	Haar	3,2436	2667,933	Rüzgar Hızı, Nem
	Db 4	3,4328	2725,988	Rüzgar Hızı, Nem
	Db 8	2,8928	2551,597	Rüzgar Hızı, Nem, Basınç
	Db 10	3,1104	2624,99	Rüzgar Hızı, Nem
	Db 12	3,5975	2773,963	Rüzgar Hızı, Nem
	Coif 6	3,2616	2673,585	Rüzgar Hızı, Nem
	Sym 8	3,6727	2795,152	Rüzgar Hızı, Nem
	Sym 10	3,1634	2642,292	Rüzgar Hızı, Nem, Basınç
	Sym 12	3,6128	2778,316	Rüzgar Hızı, Nem
	Sym 20	3,4547	2732,486	Rüzgar Hızı, Nem
Sert - Evrensel Eşiklendirilmiş Modeller	Haar	4,3749	2974,301	Rüzgar Hızı, Nem
	Db 4	4,5866	3022,270	Rüzgar Hızı, Nem
	Db 8	3,6472	2788,024	Rüzgar Hızı, Nem
	Db 10	4,9840	3107,795	Rüzgar Hızı, Nem
	Db 12	5,2478	3160,593	Rüzgar Hızı, Nem, Basınç
	Coif 6	5,1813	3147,532	Rüzgar Hızı, Nem, Basınç
	Sym 8	5,3216	3174,893	Rüzgar Hızı, Nem, Basınç
	Sym 10	5,1339	3138,135	Rüzgar Hızı, Nem, Basınç
	Sym 12	5,3340	3177,332	Rüzgar Hızı, Nem, Basınç
	Sym 20	5,1467	3140,679	Rüzgar Hızı, Nem

**Şekil 4.** Sıcaklık değişkeninin sert-evrensel eşiklendirilmiş değerlerinin grafiği

Ters dalgacık dönüşümleri ile yeni değerler elde edilmiş ve bu değerler üzerinden regresyon analizi uygulanmıştır. Sıcaklık verisi üzerinden dalgacık dönüşümleri ve eşiklendirmeleri ile elde edilen 10'ar farklı regresyon modeline ait RMSE, AIC değerleri ve anlamlı olan ( $p < 0,05$ ) değişkenleri belirten değişken seçimi Tablo 1. ile verilmiştir.

#### 4. Tartışma ve Sonuç

Dalgacık eşiklendirilmiş regresyon sonuçları aşağıdaki gibi özetlenebilir:

- 1) Yumuşak eşiklendirilmiş modeller genel anlamda daha düşük AIC, RMSE verirken, sert eşiklendirilmiş modeller daha yüksek AIC ve RMSE değerleri verir.
- 2) Yumuşak ve sert eşiklendirme yapılan "evrensel eşiklendirilmiş" modeller arasında, yumuşak eşiklendirme uygulanmış evrensel modelin bütün dalgacık dönüşümler açısından sert eşiklendirilmiş evrensel eşiklendirmeli modeline

göre daha düşük RMSE ve AIC değerlerine sahiptir.

- 3) Dalgacık türleri açısından model karşılaştırıldığında,
  - a) Yumuşak eşiklendirilmiş modeller için en iyi model dalgacık türü Tablo 1.'de görüldüğü gibi Db8 ile elde edilmiştir diyebiliriz.
  - b) Benzer şekilde sert eşiklendirilmiş modeller için en iyi dalgacık türü Db8 dalgacık türü ile elde edilmiştir diyebiliriz.
- 4) Toplam 20 model arasında en iyi model Db8 dalgacık türü uygulanmış olan yumuşak-evrensel eşiklendirilmiş modeldir. Elde edilen model %95 güven ile anlamlı çıkmış ( $p = 2e-16 < 0,05$ ) ve modele ait katsayı tahminleri ve katsayıların anlamlılık düzeyleri Tablo 2'de verilmiştir.

**Tablo 2.** Db8 modelinin R programı ile elde edilen değerleri

	Tahmin	t	p
Sabit	126,6679	4,269	2,34e-05
Rüzgar H.	-5,717	-17,772	2e-16
Nem	-0,3838	-21,545	2e-16
Basınç	-0,0631	-2,155	0,0233

Dalgacık dönüşümü yapılarak elde edilen en iyi regresyon modeli,

$$\hat{y} = 126,6679 - 5,717 \cdot \text{Rüzgar hızı} - 0,3838 \cdot \text{Nem} - 0,0631 \cdot \text{Basınç} \quad (13)$$

olarak elde edilmiştir. Sonuç olarak, Almanya'nın Potsdam şehri için alınan sıcaklık verilerine göre en uygun modele göre rüzgar hızındaki bir birimlik artış

sıcaklık değerini 5,717 birim, nem değerindeki bir birimlik artış sıcaklık değerini 0,3838 birim ve basınçtaki bir birimlik artış sıcaklık değerini 0,0631 birim azaltmaktadır.

Bu çalışmada orjinal veri üzerinden analizler yapılmış ve sonuçlar elde edilmiştir. Çalışmayı genelleştirmek için ya simülasyon ile elde edilen veri setine dalgacık dönüşümleri ve analizleri yapılarak ya da yine orjinal veri üzerinden çapraz geçerlilik ile farklı dönüşümler ve eşiklendirmeler yapılarak elde edilen modellerin karşılaştırılması hedeflenmektedir.

### Kaynakça

- [1] Nason, G.P. 2008. Wavelets Methods in Statistics with R. Springer. New York, NY, 277s.
- [2] Morettin, P., Pinheiro, A., Vidakovic, B. 2017. Wavelet in Functional Data Analysis. Springer, Brazil, 116s.
- [3] Fryzlewicz, P. 2010. Wavelet Methods. Wires Computational Statistics, 2, 654-667.
- [4] Gomes, J., Velho, L. 2015. From Fourier Analysis to Wavelets. Springer, Switzerland, 210s.
- [5] Vidakovic, B. 1999. Statistical Modeling by Wavelets. John Wiley & Sons Inc, Canada, 394s.
- [6] Vidakovic, B., Mueller, P. 1999. A Introduction to Wavelets, ss 1-18. Mueller, P., Vidakovic, B. ed. Bayesian Inference in Wavelet-Based Models. Lecture Notes in Statistics, 141. Springer. New York, NY, 396s.
- [7] Ramsay, J., Silverman, B.W. 2005. Functional Data Analysis. 2nd edition. Springer, New York, 311s.
- [8] Debnath, L., Shah, F. ed. 2017. Lecture Notes on Wavelet Transforms. Birkhäuser, Basel, 220s.
- [9] Debnath, L. 2001. Wavelet Transform and Time Frequency Signal Analysis. Springer, New York, 424s.
- [10] Debnath, L. 2003. Wavelets and Signal Processing. Springer, New York, 435s.
- [11] Clauser, C. 2018. Grundlagen Der Angewandten Geophysik-Seismik, Gravimetre. Springer, Deutschland, 374s.
- [12] Ray, S., Gupta, A. 2018. Wavelet Methods for Solving Partial Differential Equations and Fractional Differensial Equations. CRC Press, Taylor & Francis Group, Boca Raton, 273s.
- [13] Özer, E. 2015. Epilepsi Hastalığının Dalgacık Dönüşümleri ve Yapay Sinir Ağları ile Tanılanması. Mimar Sina Güzel Sanatlar Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Yüksek Lisans Tezi, 86s, İstanbul.
- [14] Pathak, R. S. 2009 The Wavelet Transform. Atlantis Press, Paris, 178s.
- [15] Burrus, C., Gopinath, R., Guo, H. 1998. Introduction to Wavelets and Wavelet Transforms. Prectice Hall, New Jersey, 268s.
- [16] Üstündağ, M., Avcı, E., Gökbulut, M. Ata, F. 2014. Dalgacık Paket Dönüşümü ve Genetik Algoritmalar Kullanarak Zayıf Radar Sinyallerinin Gürültüden Arındırılması. Gazi Üniversitesi Mühendislik Ve Mimarlık Fakültesi Dergisi, 29(2), 375-383.
- [17] Antoniadis, A. 2007. Wavelet Methods in Statistics: Some Recent Developments and Their Applications. Statistics Surveys. 1(11-12), 16-55.
- [18] Yılmaz, T. 2013. Dalgacık Regresyon Kullanılarak Reel Sektör Risk Analizi. Selçuk Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Doktora Tezi, 78s. Konya.
- [19] Graph, A. 1995. An Introduction to Wavelets. IEEE Computational Science and Engineering, 2(2), 50-61.
- [20] Abdullah, K. 2018. Wavelet Pakets and Their Statistical Applications. Springer, Singapore 238s.
- [21] Chen, Y., Sun, E., Yu, M. 2015. Improving Model Performance with the Integrated Wavelet Denoising Methods. Studies in Nonlinear Dynamics and Economics, 19(4), 445-467.
- [22] Donoho, D., Johnstone, I. 1992. Ideal Spatial Adaptation by Shrinkage. Biometrika, 81(3), 425-455.
- [23] Deniz, E., Nicolis, O. 2015 Genetic Algorithm in the Wavelet Domain for Large p Small n Regression. Communications in Statistics-Simulation and Computation, 44(5), 1144-1157.
- [24] Reese, S., Li, Y, 2013. Testing for Structural Breaks in the Presence of Data Perturbations: Impacts and Wavelet Based Improvements. Journal of Statistical Computation and Simulation, 85(17), 3468-3479.
- [25] Anonim,[ftp://opendata.dwd.de/climate\\_environment/CDC/observations\\_germany/climate](ftp://opendata.dwd.de/climate_environment/CDC/observations_germany/climate) (Erişim Tarihi: 08.09.2019)
- [26] Boessenkohl, B. 2016. Rdwd. <https://github.com/brry/rdwd> (Erişim Tarihi: 25.06.2019).
- [27] Anonim,[ftp://opendata.dwd.de/climate\\_environment/CDC/observations\\_germany/climate/daily/kl/recent/BESCHREIBUNG\\_obsgermany\\_climate\\_daily\\_kl\\_recent\\_de.pdf](ftp://opendata.dwd.de/climate_environment/CDC/observations_germany/climate/daily/kl/recent/BESCHREIBUNG_obsgermany_climate_daily_kl_recent_de.pdf) (Erişim Tarihi: 08.09.2019).