



POLİTEKNİK DERGİSİ

*JOURNAL of POLYTECHNIC*

ISSN: 1302-0900 (PRINT), ISSN: 2147-9429 (ONLINE)

URL: <http://dergipark.org.tr/politeknik>



## Dikdörtgen ve daire kesitli yığma narin kolonların burkulma yüklerinin karşılaştırılması

### *Comparison of buckling loads of masonry slender columns with rectangular and circular cross-section*

**Yazar(lar) (Author(s)):** M. Arif GÜREL<sup>1</sup>, Rabia İZOL<sup>2</sup>, Beyhan İPEKYÜZ<sup>3</sup>, H. Almila ARDA BÜYÜKTAŞKIN<sup>4</sup>, Recep Kadir PEKGÖKGÖZ<sup>5</sup>

ORCID<sup>1</sup>: 0000-0002-1046-4410

ORCID<sup>2</sup>: 0000-0002-7568-3817

ORCID<sup>3</sup>: 0000-0001-8088-1896

ORCID<sup>4</sup>: 0000-0003-3950-9018

ORCID<sup>5</sup>: 0000-0002-3083-2241

**Bu makaleye şu şekilde atıfta bulunabilirsiniz (To cite to this article):** Gürel M. A., İzol R. Arda Büyüктаşkın H. A. ve Pekgökgöz R. K., “Dikdörtgen ve daire kesitli yığma narin kolonların burkulma yüklerinin karşılaştırılması” *Politeknik Dergisi*, 24(1): 131-142, (2021).

**Erişim linki (To link to this article):** <http://dergipark.org.tr/politeknik/archive>

**DOI:** 10.2339/politeknik.561059

# Dikdörtgen ve daire kesitli yığma narin kolonların burkulma yüklerinin karşılaştırılması

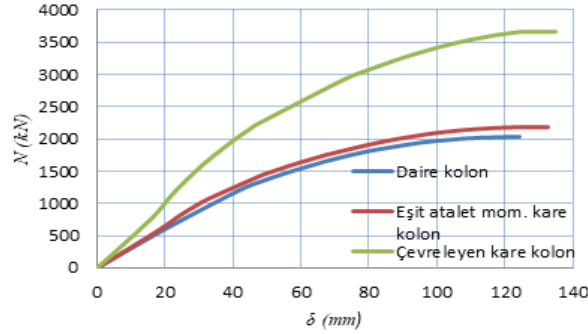
## Comparison of Buckling Loads of Masonry Slender Columns with Rectangular and Circular Cross-Section

### Önemli noktalar (Highlights)

- ❖ Yığma Kolon (masonry Column)
- ❖ Dikdörtgen Kolon (rectangular column)
- ❖ Dairesel Kolon (Circular column)
- ❖ Burkulma Yüğü (buckling load)
- ❖ Abaqus

### Grafik Özet (Graphical Abstract)

Çalışmada kendi ağırlıkları ve düşey tepe yükü etkisindeki dikdörtgen ve daire kesitli yığma narin kolonların burkulma yükleri hesaplanıp, karşılaştırılmıştır. Kullanılan yöntemin kontrolü Abaqus programıyla yapılmıştır. / In the study, the buckling loads of masonry slender columns with rectangular and circular cross-section under the effect of their own weight and vertical top load have calculated and compared. The method used has been controlled by the Abaqus program.



Şekil Göz önüne alınan daire ve kare kesitli kolonların N –  $\delta$  grafikleri /Figure N- $\delta$  graphs of the considered circular and square columns)

### Amaç (Aim)

Dikdörtgen ve daire kesitli yığma narin kolonların burkulma yüklerinin karşılaştırılması. / Comparison of buckling loads of masonry slender columns with rectangular and circular section.

### Tasarım ve Yöntem (Design & Methodology)

Kolonların sonlu sayıda alt elemana bölünmesi esasına dayanan sayısal bir yöntem kullanılmıştır. / A method based on discretization of columns into finite number of elements has been used.

### Özgünlük (Originality)

Çalışma yığma narin kolonların burkulma yüklerinin karşılaştırılması ile ilgili ilk bir çalışmadır. / The work can be seen as a first work about the comparison of buckling loads of masonry slender columns.

### Bulgular (Findings)

Beklendiği gibi burkulma yükleri üzerinde kesit şeklinin etkisinin olduğu görülmüştür. / It has been determined that there is an effect of cross-section shape on the buckling loads.

### Sonuç (Conclusion)

Çalışma yığma kolonların burkulma yükleri üzerinde kesit şeklinin etkisi olduğunu ve çeşitli parametrelerin bu yükleri etkilediğini ortaya koymuştur. / The work has shown that there is an effect of section shape on buckling loads, and there are effects of some parameters on these loads.

### Etik Standartların Beyanı (Declaration of Ethical Standards)

Bu makalenin yazar(lar)ı çalışmalarında kullandıkları materyal ve yöntemlerin etik kurul izni ve/veya yasal-özel bir izin gerektirmediğini beyan ederler. / The author(s) of this article declare that the materials and methods used in this study do not require ethical committee permission and/or legal-special permission.

# Dikdörtgen ve Daire Kesitli Yığma Narin Kolonların Burkulma Yüklerinin Karşılaştırılması

*Araştırma Makalesi / Research Article*

**M. Arif GÜREL<sup>1</sup>, Rabia İZOL<sup>1\*</sup>, Beyhan İPEKYÜZ<sup>2</sup>, H. Almula ARDA BÜYÜKTAŞKIN<sup>3</sup>, Recep Kadir PEKGÖKGÖZ<sup>1</sup>**

<sup>1</sup>Mühendislik Fakültesi, İnşaat Mühendisliği Bölümü, Harran Üniversitesi, Türkiye

<sup>2</sup>Mühendislik Fakültesi, İnşaat Mühendisliği Bölümü, Orta Doğu Teknik Üniversitesi, Türkiye

<sup>3</sup>Mimarlık Fakültesi, Mimarlık Bölümü, İstanbul Teknik Üniversitesi, Türkiye

(Geliş/Received : 06.05.2019 ; Kabul/Accepted : 20.02.2020)

## ÖZ

Bu çalışma kendi ağırlığı ve dışmerkez düşey tepe yükü etkisinde bulunan dikdörtgen ve daire kesitli yığma narin kolonların burkulma yüklerini karşılaştırmayı amaçlamaktadır. Kolonların malzemesi çekme dayanımı olmayan, basınçta doğrusal-elastik, homojen bir sürekli ortam kabul edilmiştir. Burkulma yüklerinin pratik olarak belirlenmesi için literatürde bulunan etkin bir hesap yöntemi esas alınmıştır. Örnek kare ve dairesel kolonlar için burkulma yükü değerleri elde edilmiş ve bu yük üzerinde kesit şeklinin etkisi irdelenmiştir. Kare kolonlardan birinin Abaqus programıyla sonlu eleman modeli oluşturulup, burkulma yükü belirlenmiş ve çalışmadaki yöntemin sonucuyla karşılaştırılmıştır. Sonuçlar arasında iyi bir uyum olduğu görülmüştür. Ele alınan kolonların burkulma yüklerinin yükün dışmerkezliğine bağlı değişimi belirlenmiştir. Ayrıca, kare ve daire kesitli kolonların burkulma yüklerinin dışmerkezliğe bağlı değişimi için analitik ifadeler elde edilmiştir.

**Anahtar Kelimeler:** Yığma kolon, dikdörtgen ve daire kesit, burkulma yükü, dışmerkezlik, Abaqus.

## Comparison of Buckling Loads of Masonry Slender Columns with Rectangular and Circular Cross-Section

### ABSTRACT

This study aims at comparison of buckling loads of masonry slender columns having rectangular and circular cross-section subjected to their own weight and eccentric vertical top load. It has been assumed that the material of the columns is a homogeneous continuum which has no tensile strength and, linear-elastic in compression. For the practical determination of the buckling loads, an effective calculation method existing in the literature has been adopted. For sample square and circular columns, buckling loads have been obtained and the effect of cross-section shape discussed. Finite element model for one of the square columns has been created with the Abaqus program, the buckling load has been determined and compared with the result of the present study's method. It has been seen that there is a good agreement between the results. Variation of buckling loads of the considered columns depending on the load eccentricity have been determined. Moreover, analytical expressions have been obtained for the variation of buckling loads of the square and circular columns depending on the vertical load eccentricity.

**Keywords:** Masonry column, rectangular and circular section, buckling load, eccentricity, Abaqus.

### 1. GİRİŞ (INTRODUCTION)

Ahşabın yanında yığma (kagir, kargir) yapı malzemeleri olan taş, tuğla ve kerpiç insanoğlunun ilk kullandığı ve halen kullanmakta olduğu yapı malzemeleridir. Günümüze ulaşmış olan tarihi yapı mirası incelendiğinde öncelikle taş sonra da tuğla malzeme dikkati çekmektedir.

Tarihi yığma yapılarda taşıyıcı bileşenlerin üst yapı kısmında duvar, kolon (ayak ve sütun), payanda, kemer, tonoz ve kubbe gibi elemanlar olduğu, alt yapı bölümünde ise temeller ve bazı yapılarda ters kemerler olduğu görülmektedir [1]. Bu elemanlar içerisinde duvarlar ve kolonlar ana düşey taşıyıcılardır. Tarihi yapılarda farklı kesit şekillerine sahip kolonlara rastlanılmaktadır. Bu çalışmada incelenen dikdörtgen ve

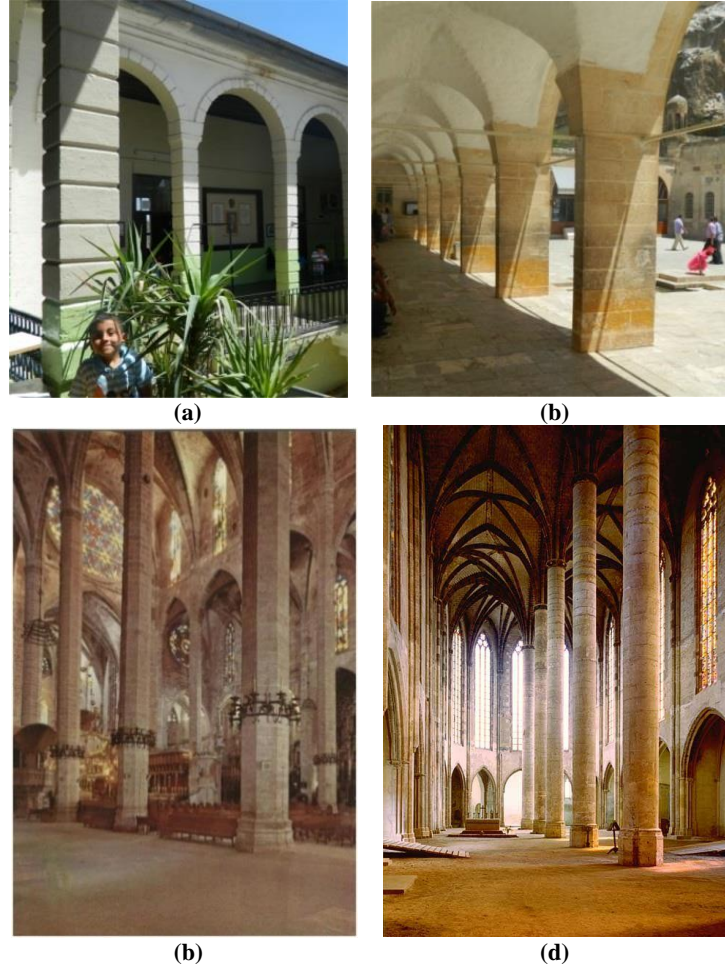
daire kesitli kolonlar en yaygın olanlar olmakla birlikte, düzgün altıgen, düzgün sekizgen ve daha başka kesitli kolonların kullanılmış olduğu da görülmektedir. Osmanlı camilerinde ve özellikle Gotik katedrallerinde büyük çeşitlilikte kolon örneklerine rastlanmaktadır. Kolonlar çoğu yapıda bodur ya da orta narinliktedir, ancak bazı yapılarda oldukça narin kolonlar da bulunmaktadır. Şekil 1'de mimariden kolon örnekleri verilmiştir.

Literatürde yığma duvarların ve dikdörtgen kesitli kolonların çeşitli yükleme durumları altında davranışlarının araştırılması konusunda pek çok değerli çalışma mevcuttur. Dışmerkez bir düşey yük etkisinde olan duvar ya da kolonlar en yaygın incelenen problem olmuştur. Chapman ve Slatford [4], Sahlin [5], Yokel [6], De Falco ve Lucchesi [7] gibi araştırmacıların problemi analitik olarak inceledikleri, Cavalieri v.d. [8] ile

\*Sorumlu Yazar (Corresponding Author)  
e-posta : rabiaizol@harran.edu.tr

Sandoval v.d. [9] gibi araştırmacıların ise bu konuda deneysel çalışmalar yaptıkları görülmektedir.

bir duvarın kararlılık problemini incelerken, Romano v.d. [12] dışmerkez düşey yük ve tekil yatay yük etkisindeki



**Şekil 1.** Mimariden kolon örnekleri; (Column samples from architecture) (a) Şanlıurfa 11 Nisan Kurtuluş İlköğretim Okulu avlusundaki dikdörtgen kesitli kolonlar (fotoğraf: Yazarlar) (Rectangular columns in the courtyard of Şanlıurfa April 11 Kurtuluş Primary School) (photo: Authors), (b) Şanlıurfa Dergah Camisi avlusundaki uzun dikdörtgen kesitli revak kolonları (fotoğraf: Yazarlar) (Portico columns with long rectangular section in the courtyard of Şanlıurfa Dergah Mosque) (photo: Authors), (c) Palma de Mallorca Katedralinin sekizgen kesitli kolonları (İspanya) (Octagonal cross-sectional columns of the Palma de Mallorca Cathedral (Spain) [2], (d) Saint Jacobins Kilisesinin daire kesitli kolonları (Fransa) (Circular columns of the Saint Jacobins Church) (France) [3].

Narin bir yığma kolonda, dışmerkez ve büyüklüğü yavaşça artırılan bir düşey tepe yükü belirli bir değere ulaştıktan sonra, artan eğilme etkisi nedeniyle eğilme çatlakları oluşturacaktır. Bu durum kolon eğilme rijitliğinin gittikçe azalmasına ve buna bağlı olarak ikinci merteye etkilerin büyümesine yol açacak ve sonuçta kolon, kesitinin taşıyabileceği yük değerinden daha küçük bir yükte kararlılığını (stabilitesini) kaybederek göçme durumuna gelecektir. Malzemenin gevrek yapısı yanında ortaya çıkan ikinci merteye etkiler narin yığma kolonların artan düşey ya da yatay yükler altındaki hesabını zor bir problem hale getirir.

Bunların dışında, Sandoval ve Roca [10] değişik parametrelerin yığma duvarların kararlılık davranışı üzerindeki etkilerini kapsamlı bir deneysel çalışma ile belirlemeye çalışmışlardır. Ganduscio ve Romano [11] dışmerkez düşey yük yanında tekil ve düzgün yayılı yatay yük etkisindeki konsol (altta ankastre üstte serbest)

konsol bir duvar için analitik bir çözüm önermişlerdir. Dikdörtgen kesitli konsol bir elemanın kendi ağırlığı ve dışmerkez düşey tepe yükü etkisinde kararlılık problemi La Mendola ve Papia [13], La Mendola [14] ve Mura [15] tarafından incelenirken, sadece kendi ağırlığı etkisindeki davranışı Frish-Fay [16] tarafından araştırılmıştır. Daire kesitli yığma kolonların burkulma problemi Gurel [17] ve Broseghini v.d. [18] tarafından ele alınmıştır.

Bu çalışmada, hem aralarında burkulma yükleri bakımından bir karşılaştırma yapmak hem de bu yükler üzerinde kesit şeklinin ve yükün dışmerkezliğinin etkisini belirlemek amacıyla, dikdörtgen kolonların özel bir durumu olan kare kesitli kolonlar ile dolu daire kesitli yığma narin kolonlar ele alınmıştır. Daha önce benzer bir karşılaştırmanın, tespit edilebildiği kadarıyla, sadece [17] numaralı çalışmada belirli bir ölçüde yapılmış olduğu görülmektedir.

Dünya mimarisindeki kolon çeşitliliği düşünüldüğünde, kesit şeklinin burkulma yükleri üzerindeki etkisini araştırmayı amaçlayan bu çalışmanın mimarlık ve yapı mühendisliği alanına katkı sunacağı düşünülmektedir. Kare ve daire kesitli yığma narin kolonların burkulma yüklerinin belirlenmesi için La Mendola ve Papia'nın [13] hesap yönteminden yararlanılmıştır. Belirtmekte yarar vardır ki, La Mendola ve Papia'nın [13] bu yönteminin neredeyse aynısı 1957'de Seames ve Conway [19] tarafından, tekil veya yayılı yükler etkisinde olan doğru ve eğri eksenli elastik kirişlerin büyük yer değiştirme hesaplarında kullanılmıştır.

## 2. MATERYAL VE YÖNTEM (MATERIAL AND METHOD)

### 2.1. Kolonların Malzemesi İçin Yapılan Kabuller (Hypotheses for the Material of the Columns)

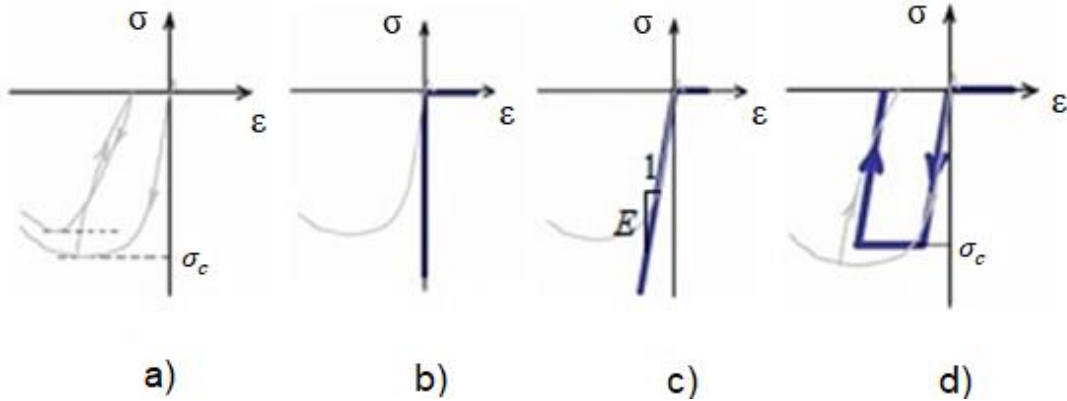
Bu çalışmada yığma yapıların ve yapı elemanlarının incelenmesinde malzeme için kullanılan modellerden biri olan "makro model", diğer adıyla "eşdeğer malzeme modeli" kullanılmıştır. Bu model yığma dokuyu ortalama özellikli sürekli ve homojen bir ortam olarak ele alır [20]. Bilindiği gibi yığma yapı malzemeleri gevrek özellikli olduklarından bunların basınç dayanımları genel olarak yüksek, buna karşılık çekme dayanımları çok düşüktür.

basınç altında doğrusal, yani Hooke bağıntısına uyan bir gerilme – şekil değiştirme ilişkisi almak mümkün olacaktır.

Yukarıda söylenenlere dayanarak bu çalışmada kolonların malzemesi Şekil 2 c)'de gösterildiği gibi çekme dayanımı olmayan ve basınçta doğrusal gerilme – şekil değiştirme bağıntısına sahip olan bir malzeme (elastic no-tension material) olarak kabul edilmiştir. Şekilde  $E$  malzemenin basınçtaki elastisite modülünü göstermektedir. Böyle bir kabul örneğinin De Falco ve Lucchesi [22] gibi başka araştırmacılar tarafından da kullanılmıştır. Kısa ya da orta narinlikte yığma kolonlar ile ilgili çalışmalarda Şekil 2(d)'deki basitleştirilmiş modelin daha gerçekçi olacağı açıktır.

### 2.2. Kolonların Geometrisi, Yükleme Durumu ve Hesapta Kullanılan Sayısal Yöntem (Geometry of the Columns, Loading Condition and Numerical Method Used in Calculation)

Çalışmada ele alınan yığma kolonlar, sabit dikdörtgen ve daire kesitli, tabanda ankastre, üstte ise serbest durumda olan kolonlardır. Şekil 3(a) kesit boyutları  $b_x$  ve  $b_y$ , yüksekliği  $h$  olan dikdörtgen kesitli bir kolonu, Şekil 3(b) ise çapı  $d$  ve yüksekliği  $h$  olan dairesel bir kolonu göstermektedir. Kolonların üst kesitlerine  $e_t$  dışmerkezliği ile bir  $N$  düşey yükü etkimektedir.



Şekil 2. a) Yığma malzemenin tek eksenli halde  $\sigma - \epsilon$  ilişkisi ve b), c), d) Bu ilişkinin basitleştirilmiş halleri, [21] (a)  $\sigma - \epsilon$  relationship of masonry material under uniaxial state and b), c), d) Simplified models of this relationship)

Bağlayıcı malzeme olan harç için de benzer özellikler söz konusudur. Bu iki malzemedan oluşan yığma doku için tek eksenli basınç ve çekme altında deneylerle elde edilen tipik gerilme-şekil değiştirme ( $\sigma - \epsilon$ ) ilişkisi Şekil 2(a)'daki gibidir, [21]. Hesaplarda bu ilişkinin basitleştirilmiş halleri kullanılabilir. Bunlar Şekil 2(b), (c) ve (d)'de gösterilmiştir, [21]. Bu çalışmada, düşük olan çekme dayanımı ihmal edilip, malzemenin çekme dayanımının olmadığı kabul edilmiştir. Diğer yandan Şekil 2(a)'dan, basınç gerilmelerinin düşük ve orta düzeylerinde doğrusal, gerilmeler basınç dayanımı ( $\sigma_c$ ) değerine yaklaşırken ise  $\sigma$  ile  $\epsilon$  arasında doğrusal olmayan bir ilişkisi olduğu açıkça görülmektedir. Burada narin kolonların burkulma problemi ile ilgilenildiğinden ve bu nedenle malzemenin basınç dayanımı değerlerine ulaşılmadan oldukça önce kararlılık kaybı sonucunda göçmeye ulaşılacağı düşünüldüğünde [17], malzeme için

Kolonların birim yüksekliğinin ağırlığı şekillerde  $w$  ile gösterilmiştir.

Yığma narin kolonların burkulma yükleri ile ilgili olan bu çalışmada, yukarıda belirtilen özelliklere sahip kolonların elastik eğrilerini, moment – eğrilik denkleminin ( $-EIv'' = M$ ) integrasyonu ile elde etmeye çalışmak bir çözüm yolu olarak düşünülebilir. Ancak bunun, sürekli artırılabilecek  $N$  düşey yükü etkisi sonucu gittikçe büyüyecek eğilme momentleri ile kolonlarda çatlama ortaya çıkacağı, bu çatlakların yerlerinin başta belirli olmaması ve söz konusu çatlaklarla elastik eğride yeni bölgeler meydana geleceği düşünüldüğünde, hiç de pratik olmayacağı hemen görülebilir. Dolayısıyla, problemin analitik olarak incelenmesi zordur.

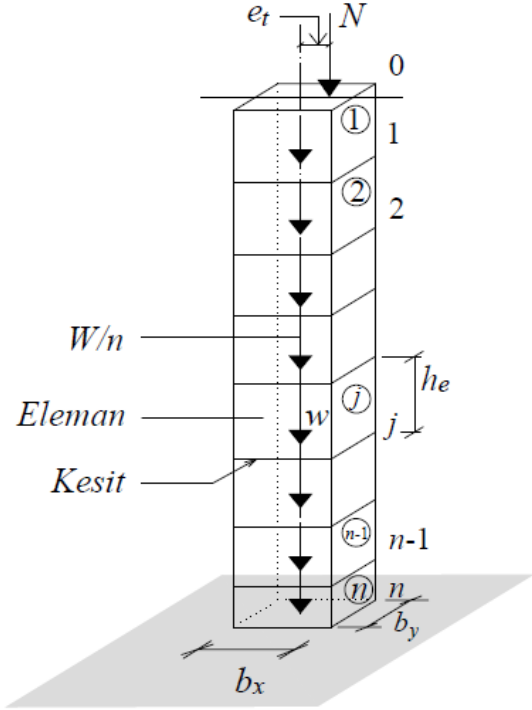
Belirtilen nedenlerden dolayı bu çalışmada sayısal bir yöntemin kullanılması benimsenmiştir. Böyle bir yöntem olarak La Mendola ve Papia [13] tarafından, dikdörtgen kesitli yığma elemanların (duvar ve kolon) kendi

ağırlıkları ve üst kesite etkiyen dışmerkez bir düşey yük altında kararlılık problemlerini incelemek için geliştirdikleri sayısal yöntem, amaca uygun bir hesap yöntemi olarak görülmüştür. Çatlamayı ve ikinci mertebe etkileri (geometri değişimlerini) etkin bir şekilde dikkate alabilen bu sayısal hesap yöntemi incelenmiş, burkulma yüklerini pratik bir şekilde elde edebilecek tarzda düzenlenerek kullanılmıştır. Dairesel kolonlar için özel olarak [17] numaralı kaynaktan yararlanılmıştır. Kolonu yeterli sayıda alt elemana bölme (ayırıştırma) esasına dayanan bu yöntem aşağıda açıklanmaktadır. Yöntemin ayrıntıları [13] ve [17] numaralı kaynaklarda görülebilir.

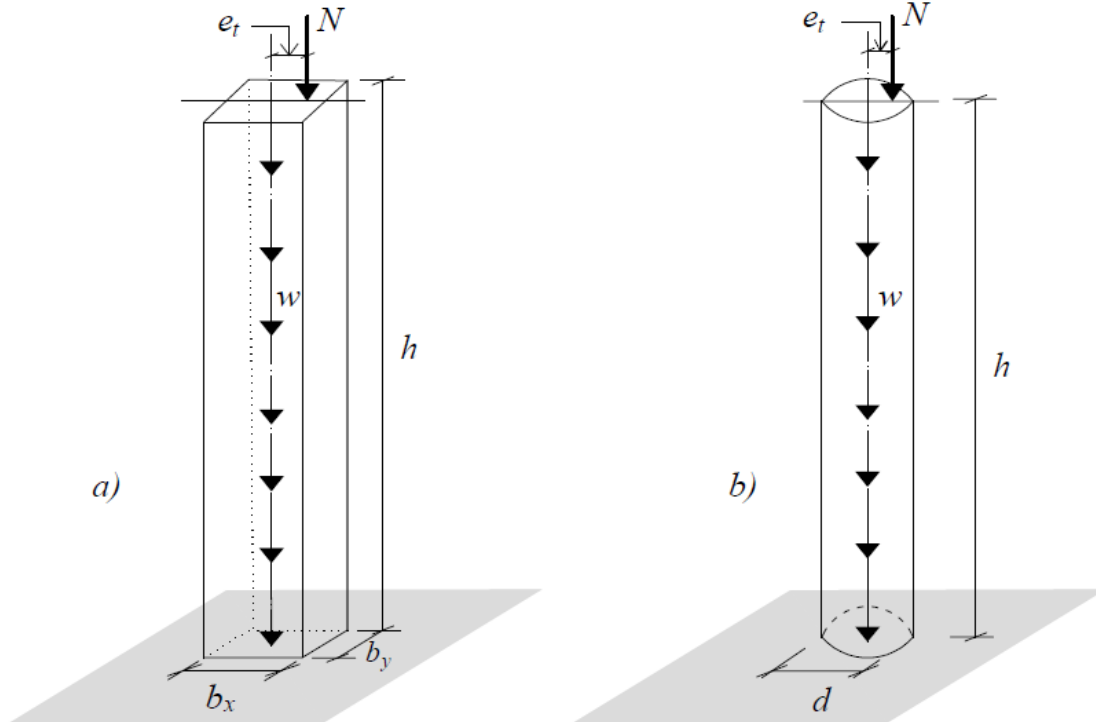
Şekil 4’de dikdörtgen kesitli kolonun hesap amacıyla  $n$  adet eşit yükseklikli elemana bölünmüş, yani ayrıştırılmış hali görülmektedir. Dairesel kolon için ayrıştırma tamamen aynıdır. Eleman yükseklikleri şekilde  $h_e$  olarak gösterilmiştir. Kolonların dikkate alınmış olan yükleme altında şekil değiştirmiş durumları abartılı bir halde Şekil 5’de çizilmiştir.

Bu şekilden görülebildiği üzere kolonların elastik eğrisi (eksenlerinin şekil değiştirmiş hali) ardışık çember yaylarının bir birleşimi olarak kabul edilmektedir. Bu kabul ile her bir elemanın eğriliği kendi içinde sabit alınmış olmakta ve bu eğrilik değeri de o elemanın üst kesitindeki eğriliğe eşit varsayılmaktadır. Dikdörtgen kolon için  $\zeta = h_e/b_x = h/nb_x$  ve daireesel kolon için  $\zeta = h_e/d = h/nd$  olarak tanımlanabilecek ayrıştırma parametresi yeterince küçük seçildiğinde, yani kolonlar yeterince çok sayıda elemana bölündüğünde, eğriliklerin elemanlarda sabit olduğu kabulünün doğruluk derecesi artacaktır.

Seçilmiş olan  $O(z,v)$  eksen takımının  $z$  eksenini  $N$  düşey yükünün etki çizgisi ile çakışmaktadır.



Şekil 4. Dikdörtgen kesitli kolonun ayrıştırılmış hali (Dairesel kolon için ayrıştırma tamamen aynıdır) (Discretized state of rectangular column (The discretization for the circular column is exactly the same))



Şekil 3. Ele alınan yığma narin kolonların geometrisi ve yükleme durumu (The geometry and loading condition of the masonry slender columns): (a) dikdörtgen kolon (rectangular column), (b) daireesel kolon (circular column)



( $j = 0, 1, \dots, n$ )

olarak elde edilir. Dairesel kolon için yukarıdaki ifadeye  $b_x$  yerine  $d$  yazılmalıdır. Kolon üst kesiti, yani  $j = 0$  için bu ifade dikdörtgen ve daire kolonlar için sırasıyla  $e_0/b_x = v_0/b_x$  ve  $e_0/d = v_0/d$  verir ki, Şekil 5'den de  $v_0 = e_t$  olduğu görülmektedir.  $e_t$  ise tarafımızdan seçilecek dışmerkezlik değeridir.

### 2.2.2. Elemanların eğrilikleri (Curvature of elements)

Malzemesi çekme gerilmesi taşımayan ve basınçta doğrusal gerilme – şekil değiştirme ilişkisi olan (Şekil 2 (c)) dikdörtgen ve daire kesitli kolonlar ele alınmaktadır. Kolonlardaki bir elemanın eğriliği bu elemanın üst kesitindeki eğrilik değerine eşit varsayılmaktadır. Bir dikdörtgen kesitin çekirdek bölgesinin, yarı ayrıt uzunlukları dikdörtgenin kenar uzunluklarının 1/6'sı kadar olan bir eşkenar dörtgen olduğu bilinmektedir. Dolu dairesel kesitte ise çekirdek bölgesi  $d/8$  yarıçaplı ve kesitle eş merkezli yine bir dairedir. Bir kesitteki boyutsuz dışmerkezliğin ((5) bağıntısı) çekirdek mesafesinden küçük ya da büyük olmasına göre iki durum vardır. Boyutsuz dışmerkezlik boyutsuz çekirdek mesafesinden küçükse kesit çatlamamış halde, aksi durumda çatlamış halde olacaktır. Çizelge 1'de dikdörtgen ve daire kesitlerin her iki hali için verilen eğrilik ifadelerinin detayları [13] ve [17] numaralı kaynaklarda bulunabilir. Çizelgede daire kesit için verilen ifadelerde  $A = \pi d^2/4$  olarak kesit alanını göstermektedir.

nasıl elde edileceği kısaca anlatılacaktır. Tabanda ankastre üstte serbest, sabit dikdörtgen ve daire kesitli yığıma narin kolonlar için  $N - \delta$  grafikleri elde edilip, burkulma yükleri ( $N_b$ ) belirlenebilir. Bunun için sırasıyla (2), (4), (5) ve Çizelge 1'deki boyutsuz eğrilik ifadelerinin kullanılması gerekir. Hesaplarda ayrıklaştırma parametresi  $\xi$  için 0.20, 0.25 en fazla 0.50 gibi yeterince küçük bir değer seçmek gerekir. Bu parametre için daha büyük değerlerin yanıltıcı ve hatta yanlış sonuçlar verdiği görülmüştür [17]. Kolon kendi ağırlığının katları şeklinde alınan  $N$  yükünün küçük bir değeri ile hesaba başlayıp, yavaş yavaş artırılarak (yük artımı yöntemi uygulanarak) belirli bir değere ulaşıldığında, bu yükteki çok küçük bir artışın artık  $\delta$  değerinde oldukça büyük bir artışa yol açtığı gözlemlenir. Bu, kolonun kararlı durumunu yitirmesi anlamına gelir. İşte bu aşamadaki yük değeri kolon için aranan burkulma yükü olarak belirlenmiş olur. Hesaplar C++ programlama dilinde yazılmış bilgisayar programları yardımıyla yapılmıştır.

### 3. UYGULAMA VE TARTIŞMA (APPLICATION AND DISCUSSION)

Bu bölümde yukarıda anlatılmış olan hesap yöntemi kullanılarak göz önüne alınan örnek yığıma narin kolonların  $N - \delta$  grafikleri elde edilip, burkulma yükleri belirlenmiştir. Aralarında burkulma yükleri bakımından bir karşılaştırma yapmak amacıyla, dikdörtgen

**Çizelge 1.** Dikdörtgen ve daire kesitler için çatlaksız ve çatlaklı hallerde boyutsuz eğrilik ifadeleri (Dimensionless curvature expressions for uncracked and cracked states of rectangular and circular sections) ([13], [17]).

Kesit Hali Kesit şekli	<u>Çatlaksız hal</u>	<u>Çatlaklı hal</u>
		$(e_j/b_x \leq 1/6,$ $e_j/d \leq 1/8)$
Dikdörtgen	$\phi_{j+1} b_x = \frac{N_j}{E b_x b_y} \frac{12 e_j}{b_x}$	$\phi_{j+1} b_x = \frac{N_j}{E b_x b_y} \frac{2}{9 \left( \frac{1}{2} - \frac{e_j}{b_x} \right)^2}$
Daire	$\phi_{j+1} d = \frac{N_j e_j}{EA} \frac{16 e_j}{d}$	$\phi_{j+1} d = \frac{N_j}{EA} \frac{2\pi \left[ 0.372 + 0.056 \left( 1 - 2 \frac{e_j}{d} \right) \right]}{\left[ 2.33 \left( 1 - 2 \frac{e_j}{d} \right) + 0.58 \left( 1 - 2 \frac{e_j}{d} \right)^3 \right] \left( 1 - 2 \frac{e_j}{d} \right)^{3/2}}$

### 2.3. Burkulma Kriteri ve Hesap İşlemi (Buckling Criterion and Calculation Procedure)

Bu bölümde yukarıdaki bağıntılarla ve bu bağıntıları kullanan sayısal çözüm yöntemiyle burkulma yüklerinin

kolonların özel bir durumu olan kare kesitli kolonlar ile dolu daire kesitli kolon ele alınmıştır. Kolonların özellikleri Çizelge 2'de verilmiştir



**Çizelge 2.** Burkulma yükleri hesaplanan kolonlar ve özellikleri (Considered columns and their properties)

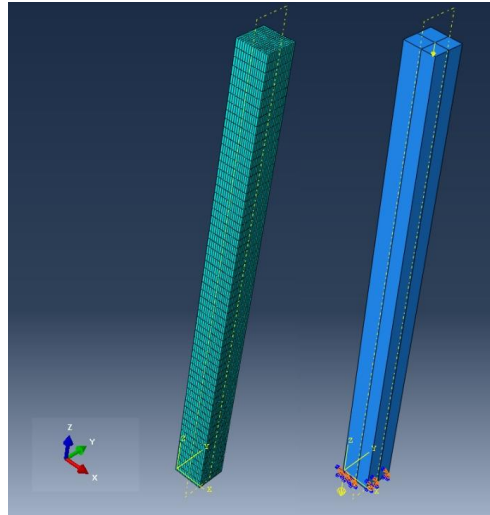
Kolon özel. / Kolon kesiti	$b_x = b_y$ $d$ (m)	$h$ (m)	$h/d$	$\gamma$ (kN/m <sup>3</sup> )	$W$ (kN)	$E$ (N/mm <sup>2</sup> )
Daire	0.80	12	15	20	120.64	$1.0 \times 10^4$
D. ile eşit atalet momentli kare	0.70	12	17.14	20	117.60	$1.0 \times 10^4$
D. kesiti çevreleyen kare	0.80	12	15	20	153.60	$1.0 \times 10^4$

Bu kısımda kare kolonlar ile daire kolonun burkulma yüklerinin karşılaştırılmasından önce, 2. Bölümde anlatılmış olan hesap yönteminin vereceği sonuçların güvenilir bir sonlu eleman programının sonuçlarıyla karşılaştırılmasının uygun olacağı düşünülmektedir. Bu amaçla Çizelge 2’de özellikleri verilmiş olan “daire kolonu çevreleyen kare kolonun” hem bu çalışmadaki yöntemle hem de ABAQUS programıyla [23] hesabı yapıp, yük-yatay yer değiştirmesi grafikleri elde edilmiştir. Kolonun sonlu eleman modeli Şekil 6’da görülmektedir.

Basit bir geometrik şekle sahip olan kare kesitli bir kolonun modeli oluşturulduğundan, bunun için uygun bir eleman tipi olan 8 düğüm noktalı katı eleman (linear hexahedral elements of type C3D8R) kullanılmış ve yapısal ağ oluşturma tekniği (structured meshing technique) benimsenmiştir. Oluşturulan modelde sonlu elemanların kesit içindeki boyutları kesit boyutunun 1/16’sı, kolon uzunluğu boyunca olan boyutları ise kolon uzunluğunun 1/60’ı olacak şekilde ayarlanmıştır. Daha rafine modellerle de hesap yapılmış, benimsenip

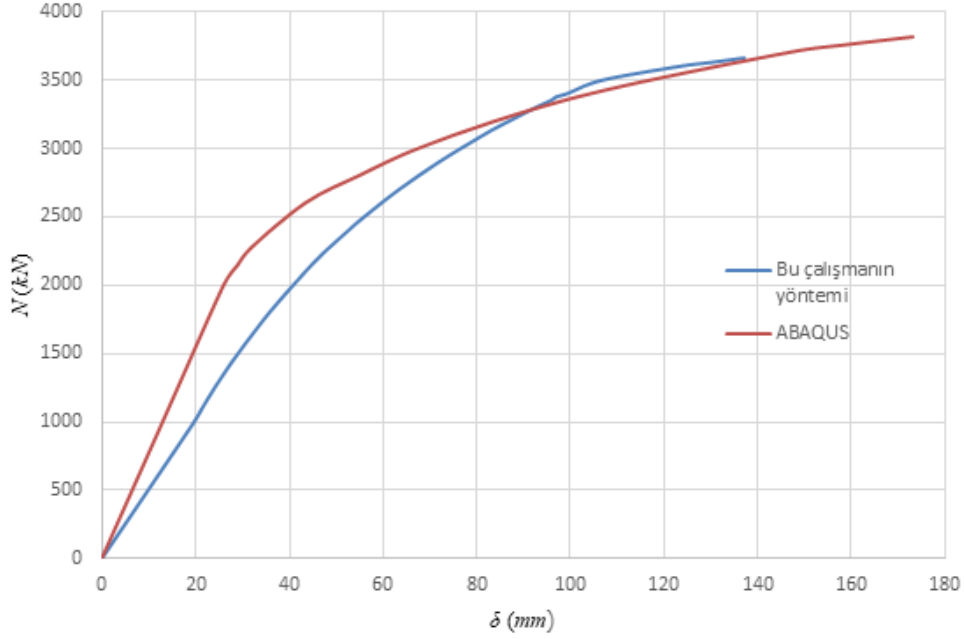
Şekil 7’de aynı eksen takımında çizilmiş olan grafikler gittikçe artırılan düşey yükün  $e/b = 1/16$  kadarlık boyutsuz dışmerkezlilik ile kolon üst kesitine etkimesi durumu için elde edilmiştir. Çalışmadaki yöntem ile ABAQUS sonuçları arasında iyi bir uyum olduğu görülmektedir. Kolon için bu çalışmadaki yöntem ile yaklaşık 3662 kN’luk burkulma yükü değeri elde edilmişken, ABAQUS programı ile 3810 kN civarında bir burkulma yükü bulunmuştur. Burkulma yüklerinin oranı % 96 olup, bu sonuç bu çalışmadaki yöntemin oldukça güvenilir olduğunu ortaya koymaktadır.

Kare kolonlar ile daire kolonun burkulma yüklerinin karşılaştırılmasına gelinirse, Çizelge 2’den görüldüğü gibi kare kolonlardan biri daire kolon ile eşit kesit atalet momentine sahip, dolayısıyla  $b_x = b_y \cong 0,70$  m kenar boyutlu bir kolon, diğeri ise daire kolonu çevreleyen, dolayısıyla  $b_x = b_y = 0,80$  m kenar boyutlu bir kolondur. Çizelgede yer alan  $h/d$  kolonların görünüş oranlarını (narinliklerini),  $\gamma$  ve  $W$  ise kolonların sırasıyla malzemelerinin birim hacim ağırlıklarını ve toplam ağırlıklarını göstermektedir. Aşağıda burkulma yükleri

**Şekil 6.** Kolonun sonlu eleman modeli, mesnet şartları ve yükleme durumu (FE model, boundary and load conditions of the column)

kullanılan modelin onlarla hemen hemen örtüşen sonuçlar verdiği, yani stabil sonuçlara ulaşıldığı görüldüğünden bu model kullanılarak hesaplara devam edilmiştir. Bu sonlu eleman modelinde toplam 14400 eleman ve 16592 düğüm noktası mevcuttur

bakımından kolonlar karşılaştırılacaktır. Bu karşılaştırmanın anlamlı olabilmesi için kolonların  $h$ ,  $\gamma$  ve  $E$  değerleri eşit seçilmiştir.

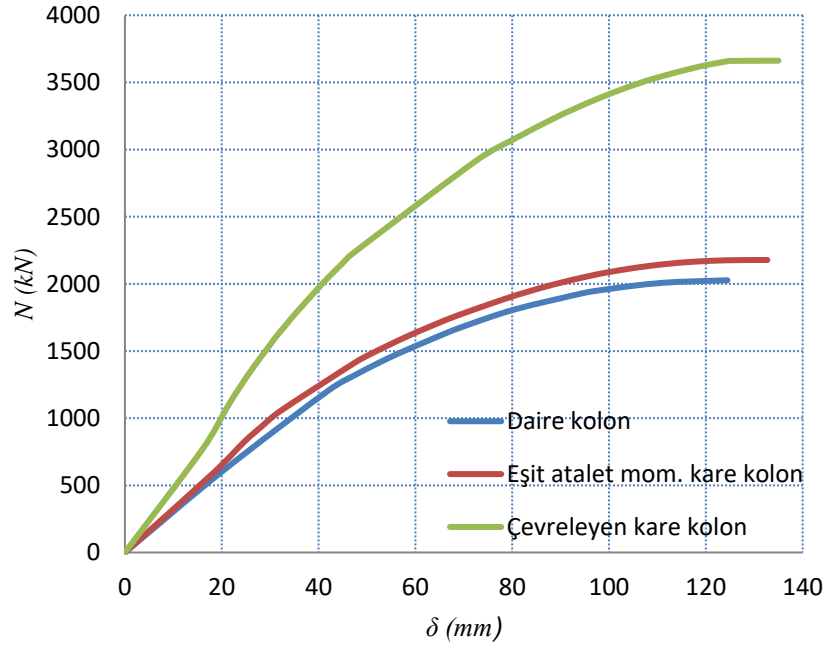


**Şekil 7.** “Daire kolonu çevreleyen kare kolon” için bu çalışmadaki yöntem ve ABAQUS programı ile elde edilen  $N-\delta$  grafikleri ( $N-\delta$  graphs for “enclosing square column” obtained by the method of the present study and the ABAQUS program)

$N$  tepe yükünün daire kolonda  $d/16$  dışmerkezliği ile, kare kolonlarda ise bu açıdan oransal bir benzerlik olsun düşüncesiyle  $b_x/16$  kadar dışmerkez etkidiği düşünülmüştür. Görülebileceği üzere bu dışmerkezlik değerleri ile tepe yükü kolonların üst kesitlerinin çekirdek bölgesi içinde etki etmektedir. Daire kolon ve çevreleyen kare kolon hesapta 60 adet elemana

bölünmüş, dolayısıyla ayrıklaştırma parametresi  $\zeta = 0,25$  olmuştur. Daire ile eşit kesit atalet momentine sahip kolon yine 60 elemana ayrılmış ve  $\zeta$  parametresi bu durumda  $\approx 0,286$  olmuştur.

Kolonlar için yapılan hesaplama işleminin sonuçları Şekil 8’de düşey yüke karşı yatay yer değiştirme ( $N - \delta$ ) eğrileri olarak verilmiştir. Bu eğriler kolonların yavaşça



**Şekil 8.** Göz önüne alınan daire ve kare kesitli kolonların  $N - \delta$  grafikleri ( $N-\delta$  graphs of the considered circular and square columns)

artırılan düşey yük altında sergiledikleri davranışı açık bir şekilde göstermektedir. Hesaplara kolonların ağırlıklarına eşit alınan  $N$  düşey yük değerleri ile başlanmıştır. Şekilden görüldüğü gibi başlangıçta düşey yükteki artışlara karşı yatay yer değiştirme artışları küçükken, kritik yüklere yaklaştıkça üst kesitlerin yatay yer değiştirme artışları hızla büyümektedir. Bu durum küçük düşey yük değerlerinde henüz çatlaksız olan kolonların, yüklerin artırılmasıyla oluşan çatlaklarla eğilme rijitliklerinin gittikçe azalmasının sonucudur.

Daire kolonu çevreleyen kare kolonun burkulma yükü değeri olan 3662 kN, daire kolonun burkulma yükü olan 2027 kN'dan % 81 kadar büyüktür. Bu normal karşılanacak bir sonuçtur. Çünkü burkulma yükleri üzerinde en etkili parametrelerden birinin kesit atalet momenti olduğu bilinmektedir ve çevreleyen kare kolonun kesit atalet momenti dairesel kolonun kesit atalet momentinden yaklaşık % 70 daha büyüktür. Büyüklük

**Çizelge 3.** Daire kolon ile eşit kesit atalet momentine sahip kare kolonun çeşitli dışmerkezliklerde etkiyen tepe yükleri için burkulma yükü değerleri (Buckling load values for square column having equal sectional inertia moment with circular column)

Tepe dışmerkezliği	$e_t = b_x/16$	$e_t = b_x/12$	$e_t = d/16$
Burkulma yükü, $N_b$ (kN)	2178	1890	2052
Daire kolon burkulma yükünden % farkı	%7,50 daha büyük	%15,20 daha küçük	%1,23 daha büyük

bakımından burkulma yükleri ve kesit atalet momentleri arasındaki % 81 - % 70 = % 11 kadarlık farka kesit şeklinin etkisi gözüyle bakılabilir. Diğer yandan, daire kolon ve bu kolonla eşit kesit atalet momentine sahip kare kolonun burkulma yükleri 2027 kN ve 2178 kN arasında hesaplanan büyüklük farkı olan % 7,50 değerinin kesit şeklinin burkulma yükü üzerindeki etkisini daha iyi yansıtan bir değer olduğu açıktır.

Ancak burada şu irdelemeyi de yapmakta yarar vardır: Yükün dışmerkezliğinin kesitler arasında oransal açıdan benzer olması yanında, kesitlerin kendi çekirdek mesafeleri bakımından benzerliği durumuna da bakılmalıdır. Yukarıda belirtilmiş olduğu gibi tepe yükünün  $kesit\ boyutu/16$  dışmerkezliği ile etki ettiği düşünülmüştür. Bu oran daire kolonun çekirdek mesafesi olan  $d/8$ 'in yarısıdır. Kare bir kolon için çekirdek mesafesinin yarısı  $b_x/12$ 'dir ve bu oran  $b_x/16$ 'dan görüldüğü gibi daha büyüktür. Daire kolonla eşit kesit atalet momentine sahip, dolayısıyla kesit boyutları  $b_x = b_y \cong 0,70$  m olan kare kolonun  $b_x/12$  dışmerkezliği ile etkiyen  $N$  tepe yükü için burkulma yükü hesaplanmış ve 1890 kN değeri belirlenmiştir. Bu değer beklendiği ve görüleceği gibi bu kare kolon için  $b_x/16$  dışmerkezliğinde etkiyen yük için hesaplanmış olan 2178 kN burkulma yükü değerinden küçüktür. Kare kolonun bu yeni 1890 kN burkulma yükü değeri dairesel kolonun burkulma yükü olan 2027 kN değerinden % 15,20 kadar küçüktür. Bu konuda başka bir irdeleme de daire kolon ile eşit kesit atalet momentli kare kolonun  $d/16$  kadar dışmerkez etkiyen yük, yani daire kolonunkine eşit dışmerkezlikte etkiyen yük için burkulma yüküne bakılarak yapılabilir.

Bu dışmerkezlik değeri için kare kolonun burkulma yükü 2052 kN olarak belirlenmiştir ve bu yük daire kolonunkinden %1,23 kadar büyüktür.

Daire kolon ile eşit kesit atalet momentine sahip kare kolon için yukarıda ele alınan üç dışmerkezlik değerine göre belirlenmiş olan burkulma yükü değerleri ve bu değerlerin daire kolonun burkulma yükünden % olarak ne kadar büyük ya da küçük oldukları Çizelge 3'de toplu olarak sunulmuştur. Bu çizelgeden açıkça görülebildiği üzere, aynı malzeme özellikli ve eşit yükseklik ve kesit atalet momentine sahip daire ve kare kolonların burkulma yükleri üzerinde yükün dışmerkezlik değerinin önemli bir etkisi vardır. Dolayısıyla, tek bir dışmerkezlik değerine bakılarak bu kolonların burkulma yükleri arasında bir karşılaştırma yapıp, kesit şeklinin burkulma yükü üzerindeki etkisi konusunda hüküm vermek doğru olmaz.

#### 4. DÜŞEY YÜK DIŞMERKEZLİK DEĞERİNE BAĞLI OLARAK YIĞMA NARİN KOLONLARIN BURKULMA YÜKLERİNİN DEĞİŞİMİ (VARIATION OF BUCKLING LOADS OF MASONRY SLENDER COLUMNS DEPENDING ON THE VERTICAL LOAD ECCENTRICITY)

Yukarıdaki bölümlerden görüldüğü gibi bu çalışmada ilgi kesit şekli yanında yükün dışmerkezliği üzerine verilmiştir. Bu bölümde bir önceki bölümde göz önüne alınmış olan üç yığma narin kolonun (daire kesitli kolon ve iki kare kesitli kolon) burkulma yüklerinin taşınan yükün ( $N$ ) dışmerkezlik, yani  $e_t/d$  ve  $e_t/b_x$  değerlerine göre değişimleri araştırılmıştır. Ele alınmış olan kolonların Euler burkulma yükleri (ki bu yükün sıfır dışmerkezlik değeri için verildiği bilinmektedir) meşhur  $N_E = \pi^2 EI/h_b^2$  bağıntısıyla belirlenmiştir. Bu ifadede  $I$  kolon kesitlerinin eğilme eksenine göre atalet momentlerini,  $h_b$  ise konsol olan kolonlar için  $2h$ 'a eşit olan burkulma boylarını göstermektedir.

Kolonlar için taşınan yükün boyutsuz dışmerkezlik değerinin 0,001'den başlayıp 0,5'e kadar gittikçe artan çok sayıda değeri dikkate alınmış ve  $N_b$  burkulma yükleri belirlenmiştir. Dışmerkezlikler ( $e_t/d$  ve  $e_t/b_x$ ) için üst sınır olarak 0.5 alınmıştır, çünkü donatısız ve malzemesinin çekme dayanımı olmayan bir kolonun bu değerden daha büyük dışmerkezlik ile etkiyen, yani kesitinin dışında etkiyen bir düşey yükü taşıyamayacağı açıktır. Hesaplanan burkulma yükleri her bir kolonun kendi Euler burkulma yüküne bölünerek Şekil 8'de görülen boyutsuz dışmerkezliklere ( $e_t/d$  ve  $e_t/b_x$ ) karşı boyutsuz

burkulma yükü ( $N_b/N_E$ ) grafikleri çizilmiştir. Grafiklerden her üç kolon için de dışmerkezlikteki artışla  $N_b/N_E$  oranının hızla azaldığı açıkça görülmektedir. Bilindiği gibi herhangi bir kolona etkiyen dışmerkez bir normal kuvvet, aksel (merkezi) bir normal kuvvet bileşeni ile değeri kuvvetle dışmerkezliğin çarpımına eşit olan bir eğilme momenti bileşeninin toplamı olarak düşünülebilir. Moment kolonun bir yüzünde çekme etkisi oluştururken karşı yüzünde basınç gerilmeleri meydana getirir. Moment bileşeni dışmerkezlikteki artışla doğrusal ilişkili olarak büyür. Büyük bir eğilme momenti ise kolonun çekme yüzünde çatlak oluşturup ilerletme açısından küçük bir momente göre doğal olarak daha kuvvetli bir etkiye sahiptir. Dolayısıyla kolonlar için büyük dışmerkezlikle etkiyen normal kuvvetler altında daha düşük burkulma yükleri elde edilmiş olması normal ve beklenen bir sonuçtur.

Şekil 9'dan üç kolon için de dışmerkezlikteki artışla burkulma yükünde benzer değişimler olduğu görülmektedir.  $e/d$  ve  $e/b_x$  boyutsuz dışmerkezliklerinin 0,001 değeri için daire, çevreleyen kare kolon ve daire ile eşit atalet momentli kare kolon için sırasıyla 0.955, 0.966 ve 0.957 boyutsuz burkulma yükü değerleri hesaplanmıştır. Sonuçta, yani  $e/d$  ve  $e/b_x$ 'in 0,5'e eşit olduğu durumlarda eğriler beklendiği gibi sıfır değerini almıştır. Ara bölgede ise şekilden görüldüğü üzere kare kolonların eğrileri hemen hemen çakışık durumda olup daire kolona ait eğrinin biraz üzerinden geçmektedirler. Kare kolonlarda  $e/b_x < 1/6 = 0,167$  (orta üçte bir içerisi) ve daire kolonda  $e/d < 1/8 = 0,125$  (orta dörtte bir içerisi) olduğu durumlarda dahi  $N_b$  burkulma yüklerinin  $N_E$  Euler burkulma yüklerinin yarısından daha küçük çıkabildikleri anlaşılmaktadır. Örneğin daire kolonda  $e/d = 0,09375$  boyutsuz dışmerkezlik değeri için elde edilen boyutsuz burkulma yükü  $N_b/N_E = 0,455$  olup, görüldüğü gibi  $N_b/N_E = 0,5$ 'den küçüktür.

Şekil 1(c) ve (d)'deki örneklerde görüldüğü gibi mimari nedenler yapı kolonlarının narin elemanlar olması sonucunu doğuran en önemli etkidir. Bu durum günümüzde de böyledir, geçmişte de böyle olmuştur. Modern yapılarımızdaki kolonlarda olduğu gibi tarihi yapı kolonları da çoğu zaman aksel olmayan, diğer adıyla dışmerkez normal kuvvet etkisinde bulunurlar. Yukarıda yapılan inceleme tarihi yapılarıdaki narin kolonların düşey yük taşıma kapasiteleri üzerinde yükün dışmerkezliğinin ne denli etkili olduğunu açıkça ortaya koymuştur.

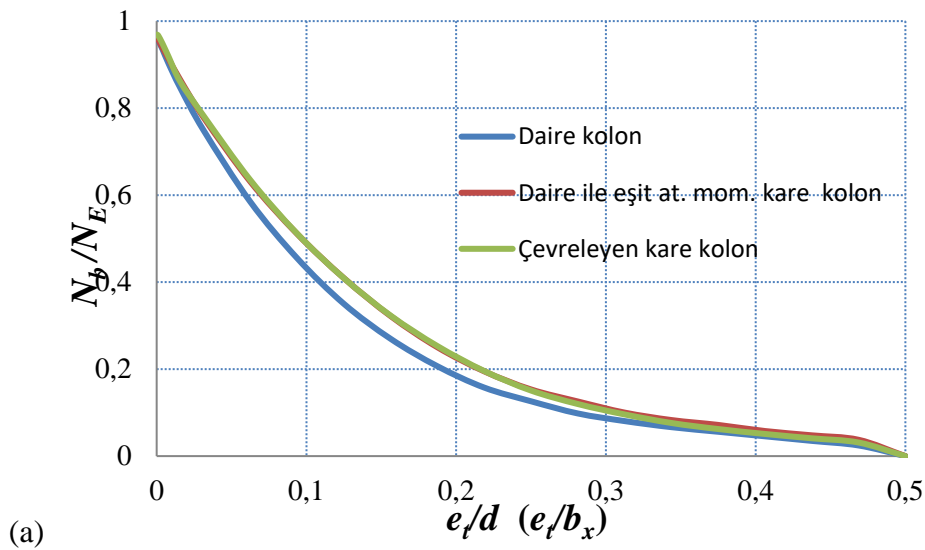
Kolonlar için burkulma yüklerinin dışmerkezliğe bağlı değişimini analitik olarak görebilmek amacıyla boyutsuz dışmerkezliklere karşı hesaplanıp Şekil 8'de grafik olarak sunulan boyutsuz burkulma yükleri sayısal olarak değerlendirilerek, eğri uydurma yöntemi ile üstel fonksiyon ifadeleri belirlenmiştir. Daire kolon için

$$N_b/N_E = 0,9636 e^{-8,078 \frac{e}{d}} \quad (R^2 = 0,9997) \quad (6a)$$

ve kare kolonlar için

$$N_b/N_E = 0,9752 e^{-7,192 \frac{e}{b_x}} \quad (R^2 = 0,9994) \quad (6b)$$

ifadeleri elde edilmiştir. (6a) ve (6b) fonksiyonları ele alınan daire ve kare kesitli yığma narin kolonların burkulma yüklerinin yükün dışmerkezliğine bağlı değişimini açık bir şekilde ifade etmiş olmaktadır. Benzer ifadeler literatürde sadece Broseghini v.d. [18] ve De Falco ve Lucchesi'de [21] rastlanmaktadır. Daire kolon için elde edilen (6a) ifadesi, yığma dairesel kolonların stabilite analizi ile ilgili oldukça kapsamlı bir çalışma olan [18] numaralı kaynakta benzer amaçla elde edilmiş olan ifadeye oldukça yakın bir ifadedir.



Şekil 9. Göz önüne alınan daire ve kare kesitli kolonlar için  $N_b/N_E$  oranının  $e/d$  ve  $e/b_x$ 'e bağlı olarak değişimi (For the considered circular and square cross sectional columns variation of  $N_b/N_E$  ratio depending on the  $e/d$  and  $e/b_x$ )

## 5. SONUÇLAR (CONCLUSIONS)

Doğrusal elastik malzemeden oluşturulmuş kolonların burkulma problemi konusunda çok sayıda çalışma bulunmaktadır. Buna karşılık çekme dayanımı çok zayıf ve dolayısıyla bu dayanımı hesaplarda ihmal edilebilen yığma yapı malzemeleri ile oluşturulan kolonlarda ise burkulma problemlerinin çözümü o kadar kolay değildir. Bu çalışmada dikdörtgen ve daire kesitli yığma narin kolonların burkulma yükleri pratik bir şekilde belirlenmeye çalışılmıştır. Literatürde mevcut olan bir sayısal hesap yöntemi esas alınıp, bu yöntem amaca uygun bir şekilde düzenlenip kullanılmıştır.

Bir kare kolon için yük-yer değiştirme grafikleri çalışmadaki yöntem ve ABAQUS programı ile elde edilip karşılaştırılmıştır. Sonuçlar arasında iyi bir uyum olduğu görülmüştür. Örnek olarak ele alınan daire ve onu çevreleyen bir kare kolon ile daire kolonla eşit kesit atalet momentine sahip diğer bir kare kolonun burkulma yükleri kolayca belirlenmiş ve kolonların burkulmaya kadarki davranışları irdelenmiştir. Bu üç örnek kolon üzerinde kesit şeklinin burkulma yükü üzerindeki etkisi konusunda irdelenmeler yapılmıştır. Aynı yüksekliğe ve malzeme özelliklerine sahip, kesit atalet momentleri de eşit olan daire ve kare kesitli yığma narin kolonların burkulma yükleri karşılaştırılırken taşıdıkları düşey yükün dışmerkezlik değerinin kritik bir parametre olduğu vurgulanmıştır. Çalışmada bu parametrenin burkulma yükleri üzerindeki etkisi özel olarak araştırılmıştır. Dışmerkezlik değerinin artmasıyla kolonların burkulma yüklerinin Euler burkulma yüklerine göre şiddetle azaldığı görülmüştür. Kolonların burkulma yüklerinin yükün dışmerkezlik değerine bağlı değişimini gösteren analitik ifadeler elde edilmiştir.

Günümüzün gelişmiş bazı bilgisayar programlarıyla narin yığma kolonların burkulma yükleri belirlenebilse de, bu çalışma yığma narin kolonların burkulma yüklerinin belirlenmesi konusunda alternatif bir yol olarak görülebilir. Bu bağlamda, sunulan çalışmanın genel olarak dairesel ve dikdörtgen yığma narin kolon burkulma yükü hesabı yapan yapı mühendisleri ve mimarlar için yol gösterici ve kullanımı kolay bir seçenek olabileceği belirtilebilir.

Çalışmanın genişletilme potansiyeli mevcuttur. Örneğin malzemenin basınçta sınırlı dayanım ve şekil değiştirme değerlerine sahip olduğu dikkate alınarak daha gerçekçi bir çözümleme yapılabilir. Ayrıca değişken kesitli yığma kolonlar incelenebilir, yükün tepeden etkimesi yanında ara yük ya da yüklerin bulunması durumları da ele alınabilir.

## ETİK STANDARTLARIN BEYANI (DECLARATION OF ETHICAL STANDARDS)

Bu makalenin yazar(lar)ı çalışmalarında kullandıkları materyal ve yöntemlerin etik kurul izni ve/veya yasal-özel bir izin gerektirmediğini beyan ederler.

## KAYNAKLAR (REFERENCES)

- [1] Sesigür H., Çelik O. C., ve Çılı F., “Tarihi Yapılarda Taşıyıcı Bileşenler, Hasar Biçimleri, Onarım ve Güçlendirme”, *İMO İstanbul Bülten*, 89: 10 – 21, (2007).
- [2] <https://www.hippostcard.com/listing/postal-postcard-000231-nave-de-la-catedral-palma-mallorca/11363576>
- [3] <https://tr.pinterest.com/pin/509540145313022658/>
- [4] Chapman J. C., and Slatford J., “The Elastic Buckling of Brittle Columns”, *Proc Inst Civil Eng*, 6: 107 – 25, (1957).
- [5] Sahlin S., “Structural Masonry”, *Englewood Cliffs (NJ). Prentice – Hall*, (1971).
- [6] Yokel F. Y., “Stability and Load Capacity of Members With No Tensile Strength”, *Journal of the Structural Division, ASCE*, 97(7): 1913 – 1926, (1971).
- [7] De Falco A., and Lucchesi M., “Stability of Columns With No Tension Strength and Bounded Compressive Strength and Deformability”, Part I: Large Eccentricity, *International Journal of Solids and Structures*, 39(25): 6191 – 6210, (2002).
- [8] Cavaleri L., Failla A., La Mendola L., and Papia M., “Experimental and Analytical Response of Masonry Elements under Eccentric Vertical Loads”, *Eng Struct*, 27(8): 1175 – 1184, (2005).
- [9] Sandoval C., Roca P., Bernat E. and Gil L., “Testing and Numerical Modelling of Buckling Failure of Masonry Walls”, *Construction and Building Materials*, 25: 4394 – 4402, (2011).
- [10] Sandoval C., and Roca P., “Study of the Influence of Different Parameters on the Buckling Behavior of Masonry Walls”, *Construction and Building Materials*, 35: 888 – 899, (2012).
- [11] Ganduscio S., and Romano F., “FEM and Analytical Solutions for Buckling of Nonlinear Masonry Members”, *Journal of Structural Engineering, ASCE*, 123(1): 104 – 111, (1997).
- [12] Romano F., Ganduscio S., and Zingone G., “Cracked Nonlinear Masonry Stability Under Vertical and Lateral Loads”, *Journal of Structural Engineering, ASCE*, 119(1): 69 – 87, (1993).
- [13] La Mendola L., and Papia M., “Stability of Masonry Piers Under Their Own Weight and Eccentric Load”, *Journal of Structural Engineering, ASCE*, 119(6): 1678 – 1693, (1993).
- [14] La Mendola L., “Influence of Nonlinear Constitutive Law on Masonry Pier Stability”, *Journal of Structural Engineering ASCE*, 123(10): 1303 – 1311, (1997).
- [15] Mura I., “Stability of Nonlinear Masonry Members Under Combined Load”, *Computers and Structures*, 86, 1579 – 1593, (2008).
- [16] Frish-Fay R., “Stability of Masonry Piers”, *International Journal of Solids and Structures*, 11(2): 187 – 198, (1975).
- [17] Gurel M. A., “Stability of Slender Masonry Columns with Circular Cross-Section under Their Own Weight and Eccentric Vertical Load”, *International Journal of Architectural Heritage*, 10(8): 1008 – 1024, (2016).
- [18] Broseghini M., Zanetti P., Jefferson A.D., and Gei M., “Progressive Instability in Circular Masonry Columns”, *Engineering Structures*, 157: 96 – 104, (2018).
- [19] Seames A. E., and Conway H.D., “A Numerical Procedure for Calculating the Large Deflections of Straight and Curved Beams”, *Journal of Applied Mechanics, Transactions of ASME*, 24(79): 289-294, (1957).

- [20] Giordano A., Mele E., and De Luca A., “Modelling of Historical Masonry Structures: Comparison of Different Approaches Through A Case Study”, *Engineering Structures*, 24: 1057 – 1069, (2002).
- [21] Angelillo M., Lourenço P. B., and Milani G., “Masonry Behaviour and Modelling”, *Mechanics of Masonry Structures, CISM International Centre for Mechanical Sciences Courses and Lectures* , 551: Springer, (2014).
- [22] De Falco A., Lucchesi M., “Explicit Solutions for the Stability of No-Tension Beam-Columns”, *International Journal of Structural Stability and Dynamics*, 3(2): 195-213, (2003).
- [23] ABAQUS Version 6.14 documentation, (2014)