

Capture of Submicron Particles in Magnetized Granular Filled Beds

Teoman KARADAĞ 

Inonu University, Department of Electrical Electronics Engineering, 44280, Battalgazi/MALATYA

Graphical/Tabular Abstract

Article Info:

Research article

Received: 01/11/2019

Revision: 10/01/2020

Accepted: 21/01/2020

Highlights

HGMS
 Diffusion
 Magnetic Particles
 Gradient Magnetic Field

Keywords

HGMS
 Diffusion
 Magnetic Particle
 Gradient Magnetic Field

The diffusion separation of micron and submicron sized particles was examined theoretically in the gradient magnetic field formed by tangent ferromagnetic spheres magnetized in external homogeneous magnetic field. In the gradient field around the tangent points of the magnetized spheres, the analytical solution of the diffusion equation for steady states is obtained by using the expression of the magnetic force acting on the submicron-sized particle. The concentration distribution of the particles in these regions was calculated.

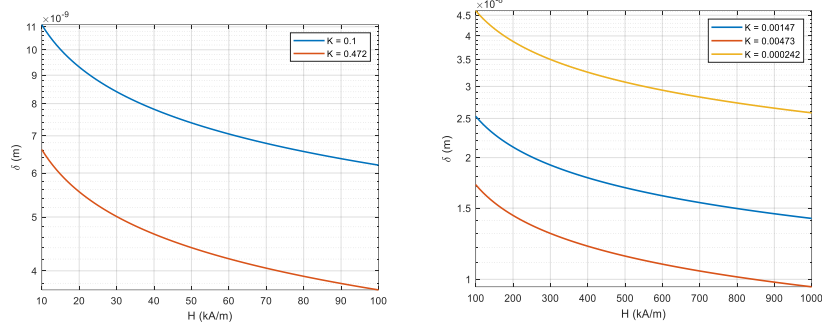
a) Fe₃O₄ particlesb) Mn₂P₂O₇, CuO particles

Figure A. Changes of the critical dimensions of the submicron particles held around the tangent points of the magnetized ferromagnetic spheres according to the magnetic field strength

Purpose: In this article, the retention of micron and submicron particles in the gradient magnetic field formed by ferromagnetic spheres magnetized by the external homogeneous magnetic field was investigated by the diffusion approach. The analytical solutions of the diffusion equation for steady states were obtained, and the distribution profile of the concentration of the particles was determined in the gradient magnetic field. The critical dimensions of the particles were evaluated to hold the ferromagnetic spheres around their tangent points.

Theory and Methods: The basic principle of high gradient magnetic separation (HGMS) and filtration (HGMF) processes is to retain these particles by applying effective magnetic force (F_M) to micron-sized, magnetic properties particles in the high gradient magnetic field, or separate the external homogeneous magnetic field from high gradient magnetic fields in HGMS systems. They are formed around ferromagnetic materials (sphere, wire, rod, metal shavings, metal wool, etc.) magnetized by the effect of (H).

Results: In Figure A, the changes in the critical dimensions of the particles held in the magnetic field with the gradient formed by the magnetized spheres are shown according to the magnetic field intensity. This relationship is calculated according to equations. The critical size of the particles trapped decreases with increasing outer magnetic field intensity. But in this case, it is important that the particles are single-domain or multi-domain.

Conclusion: The diffusion equation of the micron and submicron particles in matrix elements formed from magnetized ferromagnetic spheres has been investigated. Analytical solutions for steady states of the diffusion equation in the high gradient magnetic field formed around the tangent points of the magnetized spheres were obtained.



Mıknatıslanmış Granül Dolgulu Yataklarda Submikron Parçacıklarının Yakalanması

Teoman KARADAĞ 

İnönü Üniversitesi Elektrik Elektronik Mühendisliği Bölümü, 44280, Battalgazi/MALATYA

Öz

Dış homojenik manyetik alanda mıknatıslanmış ve teğetleşmiş ferromanyetik kürelerin oluşturduğu gradyanlı manyetik alanda mikron ve submikron boyutlu parçacıkların difüzyon separasyonu olayı teorik olarak incelenmiştir. Mıknatıslanmış kürelerin teğet noktaları etrafında oluşan gradyanlı alanda submikron boyutlu parçacığa etkiyen manyetik kuvvet ifadesinden gidilerek difüzyon denkleminin kararlı durumlar için analitik çözümü elde edilmiş ve parçacıkların bu bölgelerdeki konsantrasyon dağılımı belirlenmiştir. Sistemin manyetik, hidrodinamik, ısı ve geometrik parametreleri dikkate alınarak difüzyon olunan parçacıkların kritik boyutlarını değerlendirmek için analitik formül geliştirilmiştir. Elde edilen sonuçlara göre dış manyetik alanın artmasıyla parçacıkların kritik boyutlarının azaldığı gözlenmiştir. Bu düşüşün parçacıkların tek domenli yapısına kadar olabileceği vurgulanmıştır. Analitik hesaplamalara göre parçacıkların kritik boyutlarının kürelerin boyutlarından bağımsız olduğu görülmüştür. Ancak ferromanyetik kürelerin oluşturduğu gradyanlı manyetik alanda oluşan difüzyon olaylarında parçacıkların kritik boyutlarının matris elemanları olan kürelerin boyutlarından bağımsız olduğu sonucunun tartışılabilir olduğu söylenmiştir.

Makale Bilgisi

Araştırma makalesi
 Başvuru: 01/11/2019
 Düzeltilme: 10/01/2020
 Kabul: 21/01/2020

Anahtar Kelimeler

YGMS
 Difüzyon
 Manyetik Parçacıklar
 Gradyanlı Manyetik Alan

Keywords

HGMS
 Diffusion
 Magnetic Particles
 Gradient Magnetic Field

Capture of Submicron Particles in Magnetized Granular Filled Beds

Abstract

The diffusion separation of micron and submicron sized particles was examined theoretically in the gradient magnetic field formed by tangent ferromagnetic spheres magnetized in external homogeneous magnetic field. In the gradient field around the tangent points of the magnetized spheres, the analytical solution of the diffusion equation for steady states is obtained by using the expression of the magnetic force acting on the submicron-sized particle. The concentration distribution of the particles in these regions was calculated. An analytical formula has been developed to evaluate the critical dimensions of the diffused particles considering the magnetic, hydrodynamic, temperature and geometric parameters of the system. According to the results obtained, it was observed that the critical magnetic dimensions of the particles decreased with increasing external magnetic field. It is emphasized that this decrease can be up to the single-domain structure of the particles. According to the analytical calculations, the critical dimensions of the particles were found to be independent of the dimensions of the spheres. However, in the diffusion events occurring in the gradient magnetic field formed by ferromagnetic spheres, the critical dimensions of the particles are independent of the dimensions of the matrix element spheres was said to be discussable.

1. GİRİŞ (INTRODUCTION)

Yüksek gradyanlı manyetik seperasyon (HGMS)'un ve filtrasyon (HGFM)'un teori ve pratiği 1960'lı yıllarda hızla gelişmeye başlamıştır [1-6]. İlk zamanlar esasen minerallerin zenginleştirilmesi [1,2] için kullanılan HGMS daha sonraları çeşitli sanayi alanlarında ve teknolojik işlemlerde etkin olarak kullanılmıştır [7-12]. Bütün bu çalışmalarda gradyanlı manyetik alan esasen dış homojen manyetik alan kutuplarının arasına farklı geometriye sahip olan ferromanyetik malzemelerin (küre, çubuk, ince tel, metal yünü, talaşlar, şekillendirilmiş profiller vb.) yerleştirilmesi ile elde edilmiştir [1-4]. Matris elemanları olarak da tanımlanan bu malzemelerin etrafında oluşan yerel ve yüksek gradyanlı manyetik alanlarda parçacıklar

etkin manyetik kuvvet etkisinde kalarak tutulur ve birikirler. Pratik uygulamalarda daha kullanışlı olduklarından dolayı matris elemanı mıknaatıslanmış ince ferromanyetik tel olarak kullanılır [2-4,11-14]. Manyetik alan ve akışkan ortamın akış yönlerine göre HGMS'ler enine ve boyuna filtreler olarak tanımlanmaktadır.

HGMS'lerin etkinliğini değerlendirmek için separasyon katsayısı veya performans karakteristikleri kullanılır. HGMS performansı sistemin geometrik, manyetik, hidrodinamik, reolojik gibi bir çok etkenlere bağlıdır. Bütün bu etkenlerin performans karakteristiklerine etkisini değerlendirmek için HGMS teorisinde parçacıkların "Trajektori Model" teorisi yaygın olarak kullanılır [3,4,13,14]. Bu teoride parçacıkların yüksek gradyanlı manyetik alanda hareketini ifade eden denklemden gidilerek bu parçacıkların mıknaatıslanmış ferromanyetik tel üzerinde tutularak biriktirilmesi için gereken uzaklığın "parçacığın tutulma yarıçapı" 'ın belirlenmesi gerekir. HGMS performansı ise parçacığın tutulma yarıçapına göre belirlenir [4,14]. Bu teori baz alınarak HGMS'lerin taşıyıcı ortamın ideal [13], newtonian-aminer [3,14], reolojik [15] akış rejimlerinde performans karakteristikleri incelenmiştir. Son yıllarda ise mtris elemanları elipsoid kesitli HGMS'lerin teori ve pratiği literatürde geniş olarak incelenmektedir [16-20]. Birçok durumlar için, özellikle tıp ve biyolojik işlemlerde taşıyıcı ortamların matris elemanları ile temassız akışı oluşturulan HGMS sistemlerinin kullanılması daha avantajlıdır. Bu amaçla "HGMS with bounded flow" sistemlerin teorisi oluşturulmuş ve uygulamaları önerilmiştir [21,22]. Bu tür HGMS'lerin Newtonian [21] ve non Newtonian [23] akışkan ortamlar için teorisi de geliştirilmiştir.

Ancak taşıyıcı ortamların içerdikleri parçacıkların boyutları küçüldükçe ($\delta < 1\mu\text{m}$) bu ortamların HGMS'lerle temizlenmesi zorlaşmaktadır. Çünkü bu durumlarda parçacıkların gradyanlı alanda tutularak biriktirilmesi olayları "Trajektory modeli" 'ne göre belirlenemez. Bu nedenle submikron boyutlu manyetik parçacıkların HGMS'lerde tutularak biriktirilmesi ve böylece HGMS performansının değerlendirilmesi parçacıkların difüzyon teorisine göre incelenmelidir [24-27].

HGMS'lerde parçacıkların seperasyonunun difüzyon yaklaşımı ile incelenmesi aslında yeni bir yaklaşım değildir. Difüzyon denkleminin kararlı ve kararsız durumlar için çözümleri yeterince detaylı incelenmiştir [24-27]. HGMS matrislerinde taşıyıcı ortamların farklı modellerinde difüzyon denkleminin çözümleri de literatürde sunulmuştur[natenapit]. HGMS ve HGMF'lerin performans karakteristikleri ilk defa konvektif kütle transferi denklemleri ile 1980'li yıllarda ele alınmış ve birçok durumlar için analitik ve nümerik çözümler üretilmiştir [28-30].

Ancak yapılan bütün bu çalışmalarda HGMS matrisinin mıknaatıslanmış tek ferromanyetik telden oluştuğu varsayılmıştır. Oysa difüzyon yaklaşımı esasen parçacık boyutlarının $1\mu\text{m}$ 'den küçük oldukları durumlarda uygulanabilir. HGMS ve HGMF'lerde ise parçacık boyutları küçüldükçe matris elemanlarının mıknaatıslanmış ferromanyetik kürelerden oluşturulması öngörülmektedir [1,31]. Buna rağmen manyetik parçacıkların mıknaatıslanmış ferromanyetik kürelerden oluşturulmuş matrislerde difüzyon olayları hiç incelenmemiştir veya yeterince incelenmemiş olduğu söylenebilir. Bunun esas nedeni mıknaatıslanmış ferromanyetik kürelerin etrafında oluşan gradyanlı manyetik alanın silindirlere göre daha karmaşık formüllerle ifade olunmasıdır. Ancak mıknaatıslanmış ferromanyetik tel ile kıyaslandığında mıknaatıslanmış ferromanyetik kürelerde gradyanlı manyetik alan seçici simetriye sahip olup, bizzat kürelerin teğet noktaları etrafında oluşmuştur [1,32]. Bu nedenle bu tür problemlerde difüzyon denklemi iki boyutlu olup, analitik çözümü kolaylaşmaktadır. Kararlaştırılmış (zamandan bağımsız) durumda ise difüzyon denklemi tek boyutlu diferansiyel denkleme dönüşmekte ve analitik çözümü daha da basitleşmektedir. Öte yandan kullanım ve servis bakımından da ferromanyetik kürelerden oluşturulmuş matrisle sahip olan HGMS'ler sanayi uygulamalarında da birçok avantaja sahiptirler. Günümüzde de bu tür HGMS, HGMF ve benzer manyetik sistemler yaygın olarak kullanılmaktadırlar [33-36]. Dahası özellikle tıp ve biyoloji gibi yeni uygulama alanlarında gelişen manyetik sistemlerde tutulan parçacıkların boyutları da daha düşük düzeylere mikron,nanometre boyutlarına sahiptirler. Buna göre mıknaatıslanmış ferromanyetik kürelerden oluşturulmuş matrislerde parçacıkların difüzyon olaylarının incelenmesi hem teorik hem de pratik uygulama bakımından önem arz etmektedir.

Bu makalede dış homojen manyetik alanla mıknaatıslanmış ferromanyetik kürelerin oluşturduğu gradyanlı manyetik alanda mikron ve submikron parçacıkların tutulması olayı difüzyon yaklaşımı ile incelenmiştir. Difüzyon denkleminin kararlı durumlar için analitik çözümleri elde edilmiş, gradyanlı manyetik alanda parçacıkların konsantrasyonunun dağılım profili belirlenmiştir. Ferromanyetik kürelerin teğet noktaları

etrafından tutulabilmesi için parçacıkların kritik boyutları değerlendirilmiştir. Tutulan parçacıkların kritik boyutlarının dış manyetik alan şiddetine bağımlı olarak değişimleri gösterilmiştir. Literatürde de yer alan ve tutulan parçacıkların kritik boyutlarının matris elemanlarının boyutundan bağımsız olduğu kanaatinin yeterince tespit edilmediğine ve bu sonucun yeni deneylerle kontrol edilmesinin gerektiğine değinilmiştir.

2. PROBLEMİN TEORİK FORMÜLİZASYONU (THEORETICAL FORMULIZATION OF THE PROBLEM)

Yüksek gradyantlı manyetik separasyon (HGMS) ve filtrasyon (HGFM) işlemlerinin temel ilkesi, yüksek gradyantlı manyetik alanda mikron boyutlu, manyetik özellikli parçacıklara etkin manyetik kuvvet (F_M) uygulayarak bu parçacıkların tutulması veya diğer karışımlardan ayrıştırılmasıdır [1,2,36] HGMS sistemlerinde yüksek gradyantlı manyetik alanlar dış homojen manyetik alanın (H) etkisiyle mıknatıslanmış ferromanyetik malzemelerin (küre, tel, çubuk, metal talaşları, metal yünü vb.) etrafında oluşurlar [1,2,4]. Matris elemanları adını alan bu malzemelerin manyetik özelliklerine ve geometrisine bağlı olarak farklı düzeylerde manyetik alan gradyanları oluşturmak mümkündür. Gradyantlı manyetik alanlarda mikron boyutlu parçacıklara etkileyen manyetik kuvvet genelde aşağıdaki gibi belirlenir,

$$\overline{F_M} = \mu_0 k w_p \nabla \frac{h^2}{2} \quad 1$$

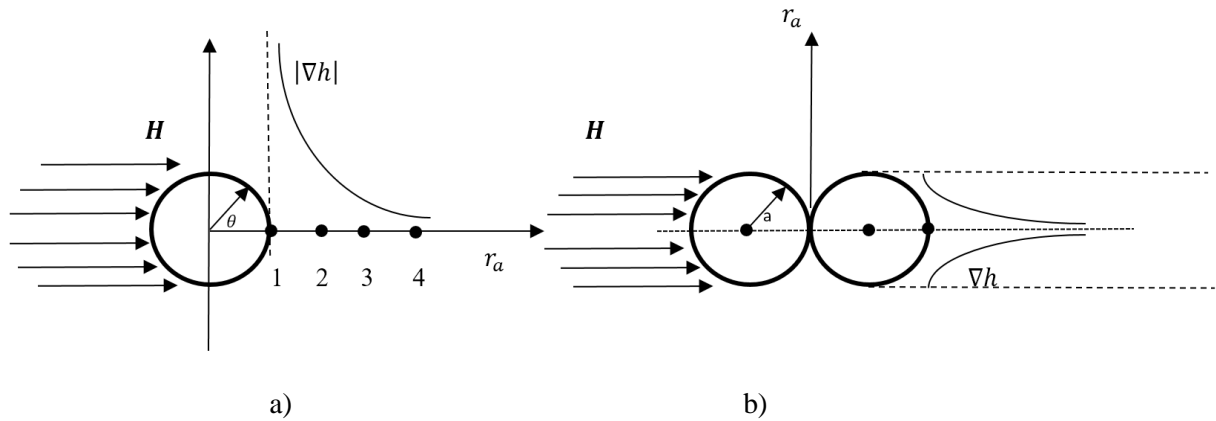
Burada, $k = k_p - k_f$ – efektif manyetik alınganlıktır, $k_p(k_f)$ - parçacığın (taşıyıcı ortamın) manyetik alınganlıklarıdır, $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} H/m$ boşluğun manyetik geçirgenliğidir, $w_p = \frac{\pi \delta^3}{6}$ – parçacığın hacmi, δ – parçacığın çapı, h - parçacığın tutulduğu bölgedeki manyetik alan şiddetidir.

Basit hesaplamalar göstermiştir ki [1,2] manyetik ayrıştırıcılarda manyetik kuvvetin etkisi klasik ayrıştırıcılardaki diğer kuvvetlerin (Gravitasyon, Arşimet, Van der Waals, iki kat elektrik tabakası vb.) etkisinden birkaç kat yüksektir. Mikron boyutlu parçacıkların ayrıştırılmasında ise bu kuvvete karşı koyabilecek kuvvet Stokse sürüklenme kuvvetidir,

$$F_D = 3 \pi \eta \delta (V_p - V) \quad 2$$

Burada, η - taşıyıcı ortamın dinamik viskozitesi, $V_p(V)$ – parçacığın (akışkan ortamın) hareket hızıdır. Denklem 1’den görüldüğü gibi, parçacığa etkileyen F_m kuvvetinin genliği manyetik alan gradyanına ($gradh$) bağımlıdır. Manyetik alan gradyanı ne kadar büyük olursa, F_m kuvveti de bir o kadar etkin olur. Genelde dış homojen manyetik alan şiddeti (H) sınırlı olduğu için $gradh$ yükseltilmesi manyetik alan kutuplarının veya çalışma bölgesinin geometrisinin değişimi ile elde edilebilir. Manyetik ayrıştırıcılarda yüksek gradyanlar genelde matris elemanlarının geometrisinin değişimi ile elde edilir. Pratik kullanım bakımından ferromanyetik matris elemanları olarak mıknatıslanmış tel ve küreler yaygın olarak kullanılırlar [1-4]. Şekil 1’de ferromanyetik tel ve teğetlenmiş kürelerin etrafında oluşan gradyantlı manyetik alan değişimlerinin grafikleri gösterilmiştir.

Şekil 1’den görüldüğü gibi, ferromanyetik elemanların yüzeylerinden uzaklaştıkça gradyant hızla azalmaktadır. Genelde bu değişimler koordinat düzleminde üç boyutlu değişimlerdir. Ancak simetri bakımından mıknatıslanmış tek tel üzerindeki alan değişimi iki boyutlu (r, θ) olarak değerlendirilebilir [31]. Bu nedenle HGMS’lerde manyetik parçacıkların tutulması teorisinde de esasen “trajektory model” yaklaşımında iki boyutlu hareket denklemi incelenmektedir [3,4,7,13,14]. Bazı durumlarda bu modelin analitik çözümleri elde edildiği halde [13,14,21], bir çok durumlarda bu denklemlerin ancak nümerik çözümleri elde edilebilir [4,21,37,38]. Oysa mıknatıslanmış ve teğetlenmiş ferromanyetik kürelerin oluşturduğu alan gradyanı baskın olarak kürelerin teğet noktaları etrafında olup, esasen radyal yönde değişmektedir. Bu nedenle parçacıkların manyetik ayrıştırılmasının mıknatıslanmış ve teğetlenmiş ferromanyetik küreler etrafındaki gradyantlı alanda incelenmesi hem teorik hem de pratik bakımdan daha avantajlı görülmektedir.



Şekil 1. Mıknatıslanmış ferromanyetik malzemelerin etrafında manyetik alan gradyantın değişimleri.

- a) Teklenmiş ferromanyetik silindir ($\theta=0$), b) Teğetlenmiş iki küre.

2.1. Mıknatıslanmış Ferromanyetik Granüllü Yataklarda HGMS Difüzyon Denklemi (HGMS Diffusion Equation in Magnetized Ferromagnetic Granular Beds)

Genelde difüzyon problemleri en basit halde Fucks denkleminin [39] kararlı durumu için çözülmektedir [24-27]. Bazı durumlarda bu denklemin numerik ve kararsız (non steady state) çözümleri de elde edilebilmektedir. Zaman ve konum bakımından difüzyon denklemi aşağıdaki gibi yazılabilir [24-27].

$$\frac{\partial C(r_a, t)}{\partial t} = \nabla(D\nabla C) - \nabla[VC(r_a, t)] \quad 3$$

Burada $C(r_a, t)$ – parçacıkların t zaman anında, r_a - konumunda sahip oldukları konsantrasyon, $D = \frac{k_B}{3\pi\eta\delta}$ - difüzyon katsayısı, $k_B = 1,381 \cdot 10^{-23} \text{ j/k}$ – Boltzman sabiti, T -Mutlak sıcaklık, η – taşıyıcı ortamın dinamik viskozitesi, \mathbf{V} – parçacığın drift hızıdır.

$r_a = \frac{r}{a}$ – küre yarıçapına göre boyutlandırılmış radyal koordinattır. Parçacığın drift hızı, parçacığa etkileyen bütün kuvvetlerin (manyetik, drage sürüklenme katsayısı, iki kat elektrik, Van der Waals, Brownian vb.) dengesinden belirlenir. Difüzyon teorisinde tek parçacığa yönelik drift hızı aşağıdaki şekilde belirlenebilir [21-27]. Burada $\mathbf{F}(r)$, r konumunda partikül üzerindeki toplam kuvvettir, $u = \frac{1}{3\pi\mu\delta}$ ise partikülün hareket mobilitesidir. Bu formüllerde $\mathbf{V} = u \cdot \mathbf{F}(r)$ olduğu da dikkate alınmaktadır [21-27].

Mikron ve submikron boyutlu parçacıklara etkileyen bu kuvvetlerden etkin olanları \mathbf{F}_m ve \mathbf{F}_D kuvvetleridir [5,21-27]. Mıknatıslanmış ve teğetlenmiş kürelerin teğet noktaları etrafında parçacığa etkileyen kuvvetin yaklaşık ifadesi ise literatürde aşağıdaki gibi verilmiştir [40].

$$F_m = \frac{\pi\delta^3}{4} \frac{\mu_0 k \cdot \mu^{1,38} H^2 (1-\phi)}{ar_a} \quad 4$$

Burada μ -matris elemanının (kürenin) manyetik geçirgenliği, ϕ - kürelerin teğet noktaları etrafında tutularak biriken parçacıkların konsantrasyonudur ve genelde $\phi \ll 1$ 'dir. HGMS'lerde manyetik parçacıkların difüzyon teorisinde bu bölge "statik birikme" bölgesi olarak da tanımlanmaktadır [21-27], a ise kürelerin yarıçapıdır.

Denklem (1-4) dikkate alındığında ve [21-27]'da gösterilen yaklaşımlara benzer olarak yapılan basit matematiksel işlemlerden sonra mıknatıslanmış teğet kürelerin tutma bölgelerinde difüzyon denklemlerinin kararlı durum çözümü aşağıdaki gibi elde edilir.

$$C=C_0(r_a)^{G_0} \quad 5$$

Burada C_0 - parçacıkların başlangıç anındaki ($t=0$) konsantrasyonu ve G_0 ise HGMS sisteminin geometrik, manyetik ve difüzyon karakteristiklerini değerlendirme katsayısıdır.

$$G_0 = \frac{-\pi\delta^3}{4} \frac{\mu_0 k \mu^{1,38} H^2}{k_B T} \quad 6$$

Denklem 5'den görüldüğü gibi kürelerin teğet noktasından uzaklaştıkça parçacıkların konsantrasyonu r_a 'nın dereceleri ile ters orantıda azalmaktadır. Öte yandan filtre parametresi G_0 arttıkça C konsantrasyonunun azalma hızı da artar.

Taşıyıcı ortamın içerdikleri manyetik parçacıkların boyutları azaldıkça bu parçacıkların difüzyon olaylarının da arttığı bellidir [21,27,28]. Böyle ki, parçacıkların boyutlarının $\delta \leq 10...20\mu\text{m}$ olduğunda HGMS sistemlerinde atalet, Van der Waals, iki kat elektrik tabakası vb kuvvetler ihmal edilebilir düzeyde olurlar ve parçacığın tutulma özelliği "trajektory model" e göre yapılabilir [1-3]. Ancak $\delta < 1\mu\text{m}$ parçacıkların incelenmesinde ise artık Brownian hareketi baskın olmaktadır [21-27]. Öte yandan manyetik parçacık boyutları küçüldükçe onun manyetik özellikleri de hızla zayıflar. Tek domenli yapılarda bu değişim kritik boyutlara ulaşabilir (süper paramanyetik parçacıklar). Bu nedenle, HGMS manyetik difüzyon olaylarında manyetik parçacıkların kritik boyutlarının belirlenmesi ve değerlendirilmesi önem arz etmektedir [21-27]. Mıknatıslanmış ve teğetlenmiş ferromanyetik kürelerin teğet noktaları etrafında parçacıkların difüzyon olaylarında parçacıkların kritik boyutları Denklem 4 ve Denklem 6'ya göre belirlenebilir ve aşağıdaki gibi olur.

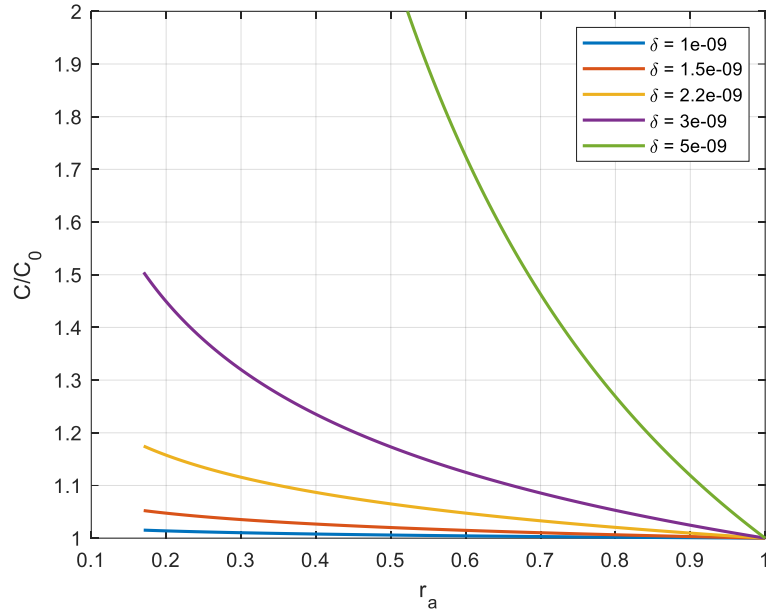
$$\delta = \left[\frac{4k_B T \ln \frac{C}{C_0}}{\pi \mu_0 k \mu^{1,38} H^2 \ln \frac{1}{r_0}} \right]^{1/3} \quad 7$$

Denklem 7'den görüldüğü gibi, ısı difüzyonunun artmasıyla parçacıkların kritik boyutları arttığı halde, sistemin manyetik özellikleri arttıkça bu boyutlar daha düşük düzeylere doğru kaymaktadır. Fakat bu küçülmeler belli bir alt sınır seviyelerinden az olamaz. Gerçek HGMS sistemlerin sahip oldukları parametreler ışığında [21, 22] bu ilişkiler sonuç ve tartışma kısmında yorumlanmıştır.

3. SONUÇLAR VE TARTIŞMA (RESULTS AND DISCUSSION)

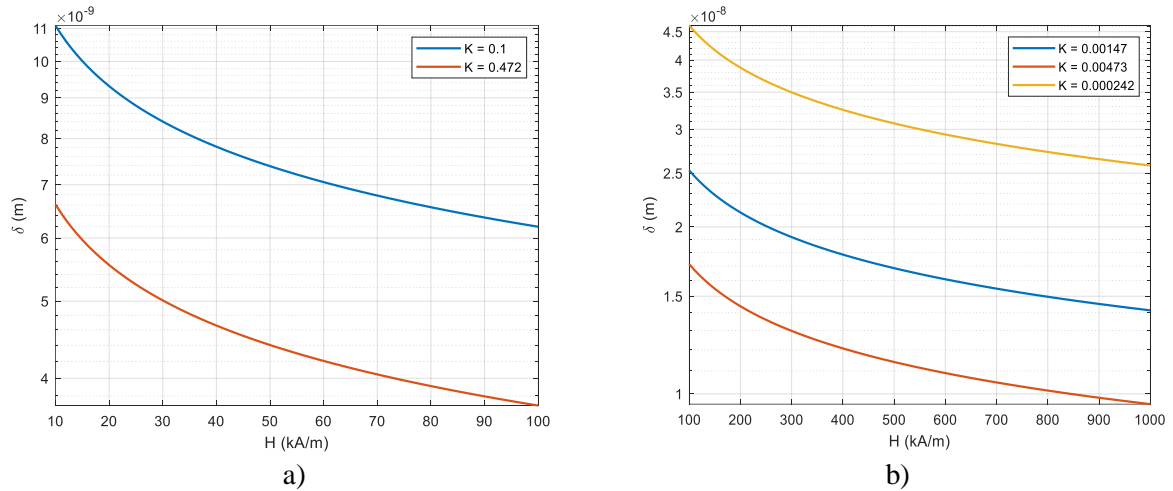
Mıknatıslanmış ve teğetlenmiş ferromanyetik kürelerin teğet noktaları etrafında submikron parçacıkların difüzyon olarak tutulması olayı Denklem 5'e göre değerlendirilmiştir. Kıyaslanmalar için literatürde [23-27] sunulmuş teorik ve deneysel incelemelerde kullanılan veriler kullanılmıştır. Manyetik (ferro ve para) özellikli parçacıklar olarak Fe_3O_4 ($k_p = 0,1$ ve $k_p = 0,472$, $H = 100\text{kA/m}$), $Mn_2P_2O_7$ ($k_p = 4,73 \cdot 10^{-3}$, $H=800\text{kA/m}$) α - Fe_2O_3 ($k_p = 1,47 \cdot 10^{-3}$, $H=800\text{kA/m}$), CuO ($k_p = 2,42 \cdot 10^{-4}$, $H=800\text{kA/m}$).

Bütün durumlar için $T = 300\text{K}$ olarak kabul edilmiştir. Mıknatıslanmış kürelerin teğet noktaları etrafında parçacıkların konsantrasyonunun değişimlerinin logaritmik değişimine (e , $2e...5e$) karşılık gelen kritik parçacık boyutları hesaplanmıştır.



Şekil 2. Miknatislanmış kürelerin teğet noktaları etrafında parçacıkların konsantrasyonunun değişimi. (Veriler referans [23-25]'den alıntı yapılmıştır.)

Şekil 2'de manyetik submikron parçacıkların konsantrasyonunun kürelerin teğet noktalarından uzaklaştıkça değişim profilleri verilmiştir. Şekil 2'den görüldüğü gibi, teğet noktalardan uzaklaştıkça parçacıkların konsantrasyonu hızla azalır ve kürelerin boyutları düzeyinde ($r_a = 1$) neredeyse konsantrasyon sıfıra yaklaşmış olur. Bu durumda r_{a_0} alt limit değerleri $r_{a_0} = 0.17$ [32] olarak değerlendirilebilir. Bu değer parçacıkların statik birikim [23-25] düzeyi olarak da kabul edilebilir.



Şekil 3. Miknatislanmış ferromanyetik kürelerin teğet noktaları etrafından tutulan sunmicron parçacıkların kritik boyutlarının manyetik alan şiddetine göre değişimleri a) Fe_3O_4 parçacıkları, b) $Mn_2P_2O_7$, CuO parçacıkları (Veriler referans [23-25]'den alıntı yapılmıştır.)

Şekil 3'de ise miknatislanmış kürelerin oluşturduğu gradientli manyetik alanda tutulan parçacıkların kritik boyutlarının manyetik alan şiddetine göre değişimleri gösterilmiştir. Bu ilişki Denklem 7'ye göre hesaplanmıştır. Dış manyetik alan şiddetinin artmasıyla tutulan parçacıkların kritik boyutları azalmaktadır. Fakat bu durumda parçacıkların tek domenli veya çok domenli olmaları önem arz etmektedir. Tutulan

parçacıkların kritik boyutlarının dış manyetik alana bağımlılık derecesi mıknatıslanmış ferromanyetik telin etrafındaki parçacıkların difüzyon olaylarından [23-25] farklıdır. Bu sonuç mıknatıslanmış kürelerin oluşturduğu gradyantlı alanın özelliklerinden ileri gelmektedir. Öte yandan mıknatıslanmış ferromanyetik tel etrafındaki difüzyon olaylarında [23-25] olduğu gibi mıknatıslanmış ve teğetleşmiş kürelerin gradyantlı alanlarında da tutulan parçacıkların kritik boyutlarının matris elemanının (kürelerin) boyutlarından bağımsız olduğu gözlenmiştir. Bu denklem 7'den de açıkça görülmektedir. Fakat mıknatıslanmış kürelerin teğet noktalarında ve etrafında manyetik alan kuvvet çizgilerinin geometrisi dikkate alındığında [1] bu hipotezin yeni ve daha kapsamlı deneysel sonuçlarla kanıtlanması gerekmektedir.

4. SONUÇLAR (RESULTS)

Mikron ve submikron parçacıkların mıknatıslanmış ferromanyetik kürelerden oluşturulmuş matris elemanlarında difüzyon denklemi incelenmiştir. Mıknatıslanmış kürelerin teğet noktaları etrafında oluşan yüksek gradyantlı manyetik alanda difüzyon denkleminin kararlı durumlar için analitik çözümleri elde edilmiştir. Elde edilen teorik formüller parçacıkların difüzyon olaylarına HGMS sisteminden geometrik, manyetik ve hidrodinamik etkilerini değerlendirmeye imkân sağlamaktadır.

Manyetik seperatörde tutulan parçacıkların kritik boyutları belirlenmiştir. Bu boyutlardan küçük parçacıkların mıknatıslanmış ferromanyetik kürelerin tutma bölgelerinde (teğet noktaları etrafında) tutulmasının ve statik birikmelerinin (static buildup) düşük olasılıklı olduğu vurgulanmıştır. Parçacıkların tutulma bölgesindeki radyal yönde difüzyon konsantrasyonunun değişimi değerlendirilmiştir. Tutulan parçacıkların kritik boyutlarının manyetik alan şiddetine göre değişimi incelenmiştir. Manyetik alan şiddetinin artmasıyla parçacıkların kritik boyutlarının belli bir sınıra kadar azaldığı gözlenmiştir.

Dış manyetik alanın artmasıyla parçacıkların kritik boyutlarının azalması halinde matris elemanları olan kürelerin boyutlarından bağımsız oldukları gözlenmiştir. Fakat matris elemanlarının boyutları HGMS sisteminin diğer önemli parametrelerini (manyetik, hidrodinamik, ısı transferi vb) önemli derecede etkilediğine göre parçacıkların kritik boyutlarının matris elemanlarının boyutlarına bağımlı olup olmadığı yeni ve daha hassas deneysel incelemelerle kanıtlanmalıdır. Çünkü matris elemanlarının boyutları yalnız F_m manyetik kuvveti değil, matris yapısını ve gözenekli ortamların porozitesini de dolayısıyla F_D sürüklenme kuvvetini de etkilemektedir. Fakat bu ilişki sürüklenme kuvvetinin (F_D) stokes yaklaşımında (Denklem 2) dikkate alınmamıştır. Bu yaklaşımları daha geniş ele almak için matris yapısının akışkan ortamların faz profiline etkisini de ayrıca dikkate almak gerekir [41,42].

KAYNAKLAR (REFERENCES)

- [1] V. V. Karmazin, V. I. Karmazin, Magnetic methods of beneficiation. Moscow: Nedra, 1987.
- [2] J. Svoboda, Magnetic Techniques for the Treatment of Materials. Dordrecht: Kluwer Academic, 2004.
- [3] R. Gerber, R. . Birss, High gradient magnetic separation. New York, Research Studies Press, 1983.
- [4] Bean C.P. Theory of magnetic filtration. Bull. Am. Phys. Soc. 16, (1971) 350-355.
- [5] J. H. P. Watson, Magnetic filtration, J. Appl. Phys., 44: 9, (1973) 4209–4213.
- [6] J. A. Obertteuffer, Magnetic separation: a review of principles, devices and applications IEEE Trans. Magn. 10: 2, (1974), 223-238.
- [7] F. J. Friedlaender, M. Takayasu, A study of the mechanism of particle build-up on single ferromagnetic wires and spheres. IEEE Trans. Magn. Mag: 18, (1982) 817-819.
- [8] C. De Latour, Magnetic Separation in. Water Pollution Control, IEEE Trans. Magn., 3: MAG 9, (1973) 314–316.

- [9] J. Hristov, Magnetic field assisted fluidization - a unified approach. Part 9. Mechanical processing with emphasis on separations, *Rev. Chem. Eng.*, 28:4–6, (2012) 243–308.
- [10] E. J. Furlani, E. P. Furlani, A model for predicting magnetic targeting of multifunctional particles in the microvasculature, *J. Magn. Mater.*, 312: 1, (2007) 187–193.
- [11] X. Zheng, Z. Xue, Y. Wang, G. Zhu, D. Lu, X. Li, Modeling of particle capture in high gradient magnetic separation: A review, 352, (2019) 159-169.
- [12] C. T. Yavuz, A. Prakash, J. T. Mayo, V.L. Golvin, magnetic separations: From still plants to biotechnology, *Chemical Engineering Science*, 64: 10, (2009) 2510-2521.
- [13] F. Friedlaender, M. Takayasu, A study of the mechanisms of particle buildup on single ferromagnetic wires and spheres, *IEEE Trans. Magn.*, 18: 3, (1982) 817–821.
- [14] R. Gerber Theory of particle capture in axial filters for high gradient magnetic separation, *J. Phys. Appl. Phys.*, 11, (1978) 2119-2129.
- [15] T. Abbasov, S. Herdem, M. Köksal, Particle capture in axial magnetic filters with power law flow model. *J. Phys. D: Appl. Phys.* 32, (1999) 1097-1103.
- [16] X. Zheng, Y. Wang, D. Lu, X. Li, Theoretical and experimental study on elliptic matrices in the transversal high gradient magnetic separation, *Minerals Engineering*, 111, (2017) 68-78.
- [17] X. Zheng, Y. Wang, D. Lu, X. Li, S. Li, H. Chu, Comparative study on the performance of circular and elliptic cross-section matrices in axial high gradient magnetic separation: Role of the applied magnetic induction, *Minerals Engineering*, 110, (2017) 12-19.
- [18] Y. Wang, D. Gao, X. Zheng, D. Lu, X. Li, Rapid determination of the magnetization state of elliptic cross-section matrices for high gradient magnetic separation, *Powder Technology*, 339, (2018) 139-148.
- [19] Y. Wang, Z. Xue, X. Zheng, D. Lu, X. Li, H. Chu, Study on favorable matrix aspect ratio for maximum particle capture in axial high gradient magnetic separation, *Minerals Engineering* 135, (2019) 48-54.
- [20] Z. Kheshti, S. Hassanajili, K. Azodi Ghajar, Study and Optimization of a High-Gradient Magnetic Separator Using Flat and Lattice Plates, *IEEE Transactions on Magnetics* 55:2, (2019) 1-8.
- [21] N. Rezlescu, V. Murariu, O. Rotariu, V. Badescu, Capture modelling for an axial high gradient magnetic separation filter with a bounded flow model, *Powder Technol.*, 83, (1995), 259-264
- [22] V. Badescu, O. Rotariu, V. Murariu, N. Rezlescu, Magnetic capture modelling for a transversal high gradient filter cell with bounded flow field, *Int. J. Appl. Electrom. Mech.*, 7, (1996) 57-67.
- [23] M. Takayasu, R. Gerber, F. J. Friedlaender, Magnetic separation of submicron particles, *IEEE Trans. Magn.*, 19:5, (1983) 2112-2114.
- [24] R. Gerber, Magnetic filtration of ultra-fine particles, *IEEE Trans. Magn.*, MAG-20:5, (1984) 1159-1164.
- [25] R. Gerber, M. Takayasu, F. J. Friedlaender, Generalization of HGMS theory: The capture of ultra-fine particles, *IEEE Trans. Magn.* 19: 5, (1983) 2115-2117.
- [26] D. Fletcher, Fine Particle High Gradient Magnetic Entrapment, *IEEE Trans. Magn.*, 27: 4, (1991) 3655-3677.
- [27] E. Blums, A. Yu. Chukrov, Separation processes in polydisperse magnetic fluids, *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, 122, (1993) 110-114.

- [28] E. Blums, A. Yu. Chukrov, Some problems of mass transfer in magnetic colloids, *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, 85, (1990) 210-215.
- [29] E. Blums, J. Plavins, A. Chukhrov, High-gradient magnetic separation of magnetic colloids and suspensions, *Journal of Magnetism and Magnetic Materials* 39, (1983) 147-151.
- [30] K. Hounkumnuard, M. Natenapit, Diffusive capture of magnetic particles by an assemblage of random cylindrical collectors, *Sep. Sci. Technol.* 43, (2008) 3448–3460.
- [31] T. Abbasov, M. Koksal, S. Herdem, Theory of High-Gradient Magnetic Filter Performance, *IEEE Transactions On Magnetics*, 35:4, (1999) 2128-2132.
- [32] Polygradient magnetic separators, by Ed. N. F. Measnikov, Moscow: Nedra, 1973.
- [33] A. Safonyk, A. Bomba, Mathematical modeling process of liquid filtration taking into account reverse influence of process characteristics on medium characteristics, *Int. J. Appl. Math. Res.*, 4:1 (2015) 1-7
- [34] C. Magnet, M. Akouala, P. Kuzhir, G. Bossis, A. Zubarev, N. M. Wereley, Closed-loop magnetic separation of nanoparticles on a packed bed of spheres, *J. Appl. Phys.*, 117:17, (2015) 117-119
- [35] M. F. Haque, S. Araj, C. Moyer, Experimental studies in magnetic separation of ultrafine hematite, *IEEE Trans. Magn.*, 24:6, (1988) 2413–2415.
- [36] C. Moyer, M. Natenapit, S. Araj, Filtration of submicron particles by spheres in HGMS, *J. Magn. Magn. Mater.*, 61:3, (1986) 271–277.
- [37] Y. I. Akoto, Mathematical modelling of high-gradient magnetic separation devices, *IEEE Trans. Magn.* 13: 5, (1977), 1486-1489.
- [38] J. H. P. Watson, Approximate solutions of the magnetic separator equations. *IEEE Trans. Magn.* 14: 4, (1978), 240-245.
- [39] N. Fuchs, *Z. Physik, Über die Stabilität und Aufladung der Aerosole*, *Zeitschrift für Physik*, 89, (1934) 736-743.
- [40] T. Abbasov, K. Ceylan, Filter Performance and Velocity Distribution Relation in Magnetic Filtration of Non-Newtonian Liquids, *Separation Science and Technology* 33: 7, (1998) 2177-2189.
- [41] T. Abbasov, A. Sarimeseli Altunbas, Determination of the particle capture radius in magnetic filters with velocity distribution profile in pores, *Separation Science and Technology* 37: 9, (2002) 2037-2053.
- [42] T. Abbasov, *Elektromanyetik Filtreleme İşlemleri Teori, Uygulama ve Konstrüksiyon*, Şeçkin, Ankara, 2002.