

Görme Engelli Bireylerin Matematiksel İletişim Süreçlerinde Matematiksel Dil Kullanımlarının İncelenmesi: Kabartma Yazının Rolü *

Fatma Nur Aktaş^a ve Ziya Argün^b

^aKahramanmaraş Sütçü İmam Üniversitesi, Eğitim Fakültesi, Kahramanmaraş/Türkiye, (ORCID: 0000-0002-3804-3650)

^bGazi Üniversitesi, Gazi Eğitim Fakültesi, Ankara/Türkiye, (ORCID: 0000-0001-8101-7215)

Makale Geçmişi: Geliş tarihi: 5 Ağustos 2019; Yayına kabul tarihi: 28 Aralık 2019; Çevrimiçi yayın tarihi: 5 Mart 2020

Öz: Semboller, şekiller gibi görsel ve soyut kavramların yer aldığı matematiksel dil, görme engelli bireyler için farklılıklar içermektedir. Bu farklılıkları oluşturan çeşitli yazı kodları kullanma ve dokunarak okuma, görme engelli bireyler için matematiksel iletişimin kaynağıdır. Ülkelere ve kurumlara göre farklılıkları olan kabartma yazıda matematiksel dil ortak bir çerçeveye sahip değildir. Dolayısıyla Türkiye’de kabartma yazıda matematiksel dile ait bir standart yer almamaktadır. Bu durum görme engelli öğrencilerin matematiksel iletişimine yansımaktadır. Bu çalışmada kabartma yazının matematiksel iletişimdeki rolü incelenmiştir. Çoklu durum çalışması deseninde tasarlanan araştırmanın katılımcıları, ölçüt ve tabakalı örnekleme yöntemine göre belirlenmiş altı görme engelli bireydir. Matematiği öğrenme sürecindeki tecrübeleri ve bazı cebirsel kavramlara ilişkin düşünceleri üzerine gerçekleştirilen klinik görüşmelerde, sınıflarda sıklıkla kullandıkları kabartma yazı metinler, tablolar ve grafikler kullanılmıştır. İçerik analizi ile elde edilen bulgular incelendiğinde kabartma yazının matematiksel dil kullanımında güçlükler neden olduğu, sembol ve şekillerin kullanımında önemli roller oynadığı belirlenmiştir. Kabartma yazının, görme engelli bireylerin eğitim uygulamalarında etkileşim halinde olduğu bireyler ile iletişimi sağlayacak şekilde ve matematiksel dil gereklilikleri dikkate alınarak uyarlanması gerektiği tespit edilmiştir.

Anahtar Kelimeler: Braille kod, görme engelli birey, kabartma yazı, matematiksel dil, Nemeth kod

DOI: 10.16949/turkbilmat.602095

Abstract: Mathematical language, which embodies visuals and abstract concepts such as symbols, shapes, contains differences for visually impaired individuals. Using various writing codes that make these differences and reading by touch is the source of mathematical communication for visually impaired individuals. Mathematical language does not have a common framework in Braille, which differs according to countries and institutions. Therefore, there is no standard in mathematical language for Braille in Turkey. This situation is reflected in the mathematical communication of visually impaired students. In this study, it is examined the role of Braille in mathematical communication. The participants of the study which was designed in a multi-case study design were six visually impaired individuals determined according to the criteria and stratified sampling method. The texts, tables and graphics that the participants frequently use in classrooms were used in the clinical interviews on their experiences in mathematics learning and their reflections on some algebraic concepts. When the findings obtained by content analysis were examined, it was found that Braille caused difficulties in mathematical language usage and played an important role in the use of symbols and shapes. In addition, it has been determined that embossed writing should be adapted in a way to enable communication with visually impaired individuals in the educational practices and in consideration of mathematical language requirements.


Keywords: Braille code, individuals with visual impairment, Braille, mathematical language, Nemeth code

[See English Version](#)

1. Giriş

Kendisine ait bir işlevden yoksun kalan bireyin diğer organlarının, bu işlevi üstlenerek ihtiyaçları karşılamaya çalıştığı bilinmektedir (Vygotsky, 1993). Farklılaştırılmış öğretim uygulamalarına ihtiyacı olan bireyler için sadece bu işlevleri üstlenen güçlü yönlerini ortaya çıkarmak yeterli değildir. Bireylerin belirlenen güçlü özelliklerinden yararlanarak akranları ile eşit şartlara sahip olmaları da sağlanmalıdır. Eğitimde eşitlik her öğrencinin aynı eğitim uygulamalarını tecrübe etmesinden ziyade, öğretim faaliyetlerinde öğrencinin ihtiyacı olan uyarlamaların yapılmasını kapsamaktadır (National Council of Teachers of Mathematics [NCTM], 2000, s.12). Mevcut öğretim uygulamalarında görme engelli bireylere fırsat eşitliğini sağlamak için kabartma yazı, dokunsal ve sesli materyaller yer almaktadır. Geliştirilen bu araçlar görme engelli bireylerin güçlü yönleri olan dokunma ve işitme duyularına hitap etmektedir. Söz konusu araçların eğitimde fırsat eşitliği bağlamında uygulamadaki etkililiğinin değerlendirilmesinde yarar vardır.

Görme engelli bireyler için matematik uygulamaları sözlü betimleme aktiviteleri ve dokunsal araçlar ile tasarlanmaktadır (Rule, Stefanich, Boody ve Peiffer, 2011). Bu materyaller aracılığı ile sözlü ve yazılı

Sorumlu yazar: Fatma Nur Aktaş 

e-posta: fnuraktas@gmail.com

* Bu çalışma 2019 Uluslararası Fen, Matematik, Girişimcilik ve Teknoloji Eğitimi Kongresi’nde sunulan “Görme Engelli Bireyler İçin Matematiksel Dil: Kabartma Yazının Rolü” adlı bildirinin genişletilmiş halidir.

Kaynak Gösterme: Aktaş, F. N. ve Argün, Z. (2020). Görme engelli bireylerin matematiksel iletişim süreçlerinde matematiksel dil kullanımlarının incelenmesi: Kabartma yazının rolü. *Türk Bilgisayar ve Matematik Eğitimi Dergisi*, 11(1), 128-156.

matematiksel iletişim türlerinden söz etmek mümkündür. Böylece bireyin matematik yapma süreçlerinde eş zamanlı olarak sözlü ve yazılı matematiksel dil becerisi gelişmektedir (Kabael ve Baran, 2016). Ancak indis, kuvvet ve kesir gibi sembol gösterimlerinin yer aldığı lineer olmayan matematiksel yazı dili, kabartma yazı sisteminde tamamen lineer (tek satır) şekil almaktadır. Ayrıca kabartma yazı kodları dünyanın pek çok ülkesinde bağımsız olarak geliştirilmiştir. Her ne kadar matematik, müzik gibi anadilden bağımsız olarak kabul edilse de matematiğe ait evrensel kabartma yazı kodu yer almamaktadır (Bitter, 2013). Bu bağlamda çeşitli güçlükler barındıran kabartma yazıda matematiksel dil kullanımının incelenmesi dikkate değerdir.

1.1. Matematiksel İletişim ve Görme Engelli Bireyler

Matematiksel iletişim, öğrencinin matematiksel düşüncelerini ortaya çıkaran ve matematiksel kavramları anlamlandırmada yer alan bir süreç becerisidir. Matematiksel iletişim becerisi öğrenci düşünmesini düzenlemeye ve aktarmaya imkân sunar. Böylece birey düşüncelerini açıkça ifade edebilir ve diğer bireylerin düşüncelerini anlamlandırabilir. Bu nedenle matematik öğrenme sürecinde, öğrenenin yazılı ve sözlü matematiksel dili doğru ve etkili bir şekilde kullanabilmesi beklenmektedir (Barwell, 2008; Kabael ve Baran, 2016; NCTM, 2000).

Matematik eğitiminde aktif öğrenme için öğrencinin akranları ve öğretmeni ile matematiksel içerikler hakkında tartışmaları beklenir. Matematiğin kendine ait başta yazı dili ve söylemdeki farklılıkları öğrenen için matematiksel iletişim sürecinde güçlük oluşturabilmektedir. Kaynaştırma eğitimi alan görme engelli bireyler için gören akranları ve öğretmeni ile iletişim kurma, ayrıca Latin alfabe ve kabartma yazı alfabe olmak üzere iki farklı yazı diline hâkim olma diğer güçlükleri ortaya çıkarmaktadır. Farklı anadillere sahip öğrencilerin bulunduğu sınıflardaki eğitim uygulamaları çeşitliliğine göre matematiksel iletişim türlerini araştıran Brenner (1998), yazı dili ve söylemdeki farklılıkların önemini vurgulamaktadır. Brenner (1994, 1998) problem çözme sürecini dikkate alarak tasarladığı araştırmasında matematiksel anlayışın gelişimi için iletişim kategorileri tanımlamıştır: (i) *Matematik hakkında iletişim*: problem çözme sürecinde bilişsel boyutta bireysel düşünceleri ve akıl yürütmeleri içermektedir. Kalabalık sınıf ortamında bireyin zihninde oluşturduğu matematiksel düşünceler ve bu düşüncelerin uygulamaya yansımaları ele alınır. (ii) *Matematik içinde iletişim*: matematiğe ait şekilleri, sembolleri ve dili kullanmaktır. Ayrıca matematik içinde tartışmalarda dilin söylem üzerindeki kullanımınıdır. Başka bir ifade ile bireyin sözcük dağarcığının matematiksel dile hâkimiyetine yansımalarıdır. (iii) *Matematikte iletişim*: öğrencilerin matematiksel argümanları kullanması ve alternatif çözümler bulma sürecini ele almaktadır.

Brendefur ve Frykholm (2000) matematiksel etkileşim ve iletişim süreçlerini ele aldıkları çalışmalarında sınıf uygulamalarında dört iletişim türünden bahsetmektedirler: (a) *Tek yönlü iletişim*, matematik derslerinde öğretmenin aktif rol aldığı ve öğrencinin dinleyici olduğu iletişimidir. (b) *Yardımcı (destekleyici) iletişim*, öğrenciler arasındaki veya öğretmen ve öğrenciler arasındaki etkileşim sürecinde matematik hakkındaki iletişimi içermektedir. Burada amaçlanan yalnızca fikirleri paylaşmak ve akıl yürütme için fırsat sunmaktır. (c) *Dönüşümlü (yansıtıcı) iletişim*, öğrencilerin fikirlerini, stratejilerini ve sonuçlarını akranlarına ve öğretmene aktardığı iletişimidir. Öğretmen ve öğrencilerin birbiriyle matematiksel iletişimleri akıl yürütmeler sonucu, planlı ve argümanlara dayalı olarak gerçekleştirmesidir. İletişim süresince öğrenci ve öğretmenin aktif roller almaları birbirini takip ederek devam etmektedir. (d) *Öğretici iletişim*, öğretmen ve öğrenci arasındaki etkileşimin ötesinde öğretmenin öğrenciyi derinlemesine düşünmeye teşvik etmesi, öğrencinin anlamasını desteklemesidir.

Sınıf iletişiminin bir bileşeni olan kaynaştırma öğrencileri niteliklerine göre kategorilere ayrılmaktadır. Bu bağlamda görme duyularını öğrenme uygulamalarında kullanamayan bireyler eğitsel açıdan görme engelli olarak tanımlanmaktadır. Kör ve az gören olarak sınıflandırılan, eğitsel açıdan görme engelli bireyler için dokunmaya ve işitmeye ait materyallere ihtiyaç duyulmaktadır (Gürgür ve Şafak, 2017, s. 139). Şimdiki çalışmada eğitim-öğretim uygulamalarında görme duyusunu kullanamayan görme engelli, iki gözle görmesi onda birden aşağı olan bireyler olarak ele alınmıştır.

Görme engelli bireyler için matematiksel iletişim betimlemeye dayalı sözel, yazılı ve dokunsal olarak sürdürülmektedir. Görme engellilerde matematiksel iletişim yalnızca öğretmen ve akranları ile değil, ulusal sınavlarda veya gönüllü platformlarda yer alan okuyucu bireylerle de ortaya çıkmaktadır. Görme engelli öğrenciler için gören akranları ile kıyaslandığında öğretim uygulamalarında dokunma, hareket ve söylemler daha aktif rol almaktadır. Uygulamada ders içeriğinin görme engelli bireylere uyarlanmasında strafor, kil, plastik kaplı tel gibi malzemelerin, kabartma şekil ve yazıların yer alması önemli sorunları ortadan kaldırmaktadır (Argyropoulos, 2002; Rule ve ark., 2011; Spindler, 2006).

1.2. Matematiksel Dil ve Görme Engelli Bireyler

Bilginin ifade edilmesinde bir araç olarak dil, düşüncenin şekillenmesinde de temel unsurdur (Schutz, 2014). Alan yazında matematiksel iletişim ile düşünme süreçleri arasındaki ilişkiye dayanan farklı tanımlamalar ve açıklamaların her birinde, sözel dilin matematik yapma sürecinde önemli role sahip olduğu belirtilmektedir (Dubinsky, 2000; Sfard, 2001). Nitekim Ernest (1999) matematiksel düşünceleri tanımlama, formüle etme ve karşılaştırma süreçlerinde dilin bir araç olduğunu vurgulamaktadır. Ayrıca Sfard (2012), matematiğin bir söylem olduğunu ve karakteristik özelliklere sahip olduğunu belirtmektedir. Matematiksel terimler, semboller, grafikler,

kullanımının ve lineer yazının neden olduğu karmaşıklığın azaltılması amaçlanmıştır (Nemeth, 1972; bkz. Şekil 3).

$$\begin{array}{r} 1 + 3 \\ 4 + 5 \\ \hline 8 + 4 \\ 5 + 6 \end{array}$$

Şekil 3. <https://vocalinkglobal.com> Nemeth kod ile yazılmış kabartma yazı örneği. 5 Mart 2019.

Rakamların ve denklemlerin kabartma yazıda kodlanması için farklı yolların arayışı bir ihtiyaçtır (Karshmer ve Farsi, 2007). Mevcut sistemde kabul görmüş standart Braille yazının yanında Fransa, Amerika ve İngiltere gibi ülkelerde geliştirilmiş kabartma yazı stilleri yer almaktadır. Bu yaklaşımların avantajları olduğu gibi dezavantajları da beraberinde ortaya çıkmaktadır. Bu nedenle dünyada standartlaşmayı sağlamak ve teknolojik araçlarda kullanılmak üzere standart kabartma yazı kullanımı kabul görmüştür. Benzer bir uzlaşma, denklemlerin yazılmasındaki kullanılabilirliği dikkate alınarak Nemeth kodun kullanılmasındadır (Bitter, 2013). Bu uzlaşmalara rağmen matematik evrensel bir dil olsa da, görme engelli öğrenciler için kabul edilen evrensel bir matematiğe ait kabartma yazı yoktur. Hem yazı hem de matematik sembolleri her ülke için farklılıklar arz etmektedir (Edwards ve ark., 1995). Bu nedenle kabartma yazının gerekliliği ve yaygın kullanımı tartışmalı konular arasında yer almaktadır. Görme engelli bireyler için teknolojik veya somut materyaller üretilmesi amaçlanan çeşitli projelerde, Braille yazının karmaşık ve güç yapısına çözüm önerileri aranmıştır. Ancak ortaya çıkarılan ürünler erişilebilirlik ve ekonomiklik noktasında yetersiz kalmıştır (Bitter, 2013; Edwards ve ark., 1995).

Türkiye’de yapılan çalışmalar incelendiğinde görme engelli bireyler için fen eğitiminde ihtiyaçlar ve çözüm önerileri ele alınırken, matematik eğitiminde araştırmalar bazı somut materyallerin geliştirilmesi üzerine ve kavram odaklı olarak karşımıza çıkmaktadır (Bülbül, Garip, Cansu ve Demirtaş, 2012; Horzum ve Bülbül, 2017; Okçu ve Sözbilir, 2016; Zorluoğlu ve Sözbilir, 2017). Matematiksel kavram öğretme ve öğrenme süreçleri ve bu süreçlere ilişkin araştırmaların etkililiği için matematiksel dil kullanım becerilerinin belirlenmesi gerekmektedir. Kabartma yazının güçlükleri, matematiksel dil kullanımının matematiksel iletişim sürecindeki rolü ve her ülkenin kendine ait kabartma yazı kodlarının olması dikkate alındığında Türkiye’de mevcut durumun belirlenmesi önem arz etmektedir. Bu çalışmanın amacı görme engelli bireylerin matematik yapma sürecinde matematiksel dil kullanımını ve kabartma yazının bu süreçteki rolünü incelemektir. Matematik yapma süreçleri ve matematiksel dil kavramları daha detaylı ele alındığında alt amaçlar şekillenmektedir. Matematik yapma süreçleri, bireyin içinde bulunduğu tüm eğitim-öğretim uygulamalarını içermektedir. Bu uygulamalarda bireyin matematiksel kavramları kavrayışı, algılaması, matematiksel işlemleri sürdürmesi, sembol ve tablo, grafik gibi temsilleri kullanma süreçleri matematiksel dil kullanımını gerekli kılan bileşenlerdir. Dolayısı ile araştırmanın alt amaçları şöyle sıralanmaktadır: (i) Görme engelli bireylerin sınıf uygulamalarını, destek eğitim hizmetlerini ve sınavları kapsayan eğitim-öğretim uygulamalarında bireyler ile iletişim süreçlerinde matematiksel dil kullanımını ve bu süreçte kabartma yazının yansımalarını belirlemek. (ii) Görme engelli bireylerin özel olarak cebirsel kavramlar üzerine düşünme süreçlerinde ve bu kavramlara ait sembol kullanımında matematiksel dil kullanımını ve bu süreçte kabartma yazının yansımalarını belirlemek. (iii) Görme engelli bireylerin tablo, grafik ve diyagram gibi görsel temsillerde matematiksel dil kullanımını ve bu süreçte kabartma yazının yansımalarını belirlemek. Bu doğrultuda araştırma problemi şu şekilde ifade edilmektedir: ‘Görme engelli bireylerin matematiksel iletişim sürecinde matematiksel dil kullanımı ve matematiksel dil kullanımına kabartma yazının yansımaları nasıldır?’. Matematiksel terimleri, sembolleri ve grafikleri içeren yazılı ve sözlü matematiksel dil göz önüne alındığında ana probleme ilişkin alt problemler aşağıdaki gibi sıralanabilir:

- Görme engelli bireylerin eğitim-öğretim uygulamalarında (sınıf uygulamaları, destek eğitim hizmetleri, sınavlar vb.) öğretmenler veya okuyucu bireyler ile matematiksel iletişim sürecinde matematiksel dil kullanımı ve bu süreçte kabartma yazının yansımaları nasıldır?
- Görme engelli bireylerin özel olarak cebir kavramları bağlamında, matematiksel kavramlar üzerine düşünme süreçlerinde ve bu kavramlara ait sembol kullanımında matematiksel dil kullanımı ve bu süreçte kabartma yazının yansımaları nasıldır?
- Görme engelli bireylerin tablo, grafik ve diyagramlar gibi temsil türlerinde matematiksel dil kullanımı ve bu süreçte kabartma yazının yansımaları nasıldır?

2. Yöntem

Görme engelli bireylerin matematiksel dil kullanımlarının ayrıntılı incelenmesini amaçlayan bu araştırma, durumları mevcut var oldukları şartlar altında ele alarak, bütüncül bir yorum ile çalışmanın sunulmasına imkân veren durum çalışması (Merriam, 1998) deseninde tasarlanmıştır. Çoklu durum çalışması, araştırmada ortak özellikleri olan birden fazla vakanın ele alınarak çeşitli ve zengin yorumlar sunmaya zemin hazırlayan durum çalışması türüdür (Merriam, 1998, s.49). Bu araştırmada, her bir katılımcı görme engelli birey ve bu katılımcıların matematiksel dil kullanım süreçleri, kendi içinde farklı algı ve kavrayışlara sahip birer durum olarak ele alındığından iç içe geçmiş çoklu durum deseni benimsenmiştir.

2.1. Katılımcılar

Görme engelli bireyin görme kaybının doğuştan olması veya okul çağında meydana gelmesi bireyin algılama, anlama ve özelde matematik öğrenme süreçlerinde önem arz etmektedir (Ferrell, Buettel, Sebald ve Pearson, 2006). Ayrıca ışık ve renk algısı, görme kaybı oranı da öğrenmeyi, yazı ve materyal kullanımını etkileyen faktörlerdendir. Braille yazı kullanımı ise hem öğrenme hem de matematik yapma süreçlerini şekillendirmektedir. Katılımcılar, araştırmanın amacı dikkate alınarak söz konusu ölçütler bağlamında ölçüt örnekleme ve tabakalı örnekleme ile gönüllülük esasına göre belirlenmiştir. Braille kullanımı, renk ve ışık algısının olması/olmaması, görme kaybının yaşandığı dönem tabakalı örnekleme metodunun değişkenleri iken, %90 ve üzeri görme kaybı olma ve eşlik eden başka bir engellin olmaması ölçütleri oluşturmaktadır. Katılımcıların matematiksel içeriklere ilişkin önbilgilerinin olması araştırmanın amacına odaklanmayı sağlayacağından, en az lise mezunu olma ölçütü de eklenmiştir. Kod isimler ile katılımcılara ait bilgiler Tablo 1’de yer almaktadır.

Tablo 1. Katılımcı Bilgileri

Katılımcı	Görme Kaybı	Renk ve Işık Algısı	Görme Kaybı Zamanı	Braille Kullanımı	Eğitim Durumu
İsmet	% 95	Var	Doğuştan	Evet	PDR
Okan	% 98	Var	Doğuştan	Evet	PDR
Şeyda	% 98	Yok	Doğuştan	Evet	Görme Engelli Öğretmeni
Erdem	% 90	Var	4. Sınıfta	Hayır	Akademisyen
Cem	% 98	Yok	6. Sınıfta	Hayır	Edebiyat
Nuran	% 98	Yok	3. Sınıfta	Evet	Psikoloji

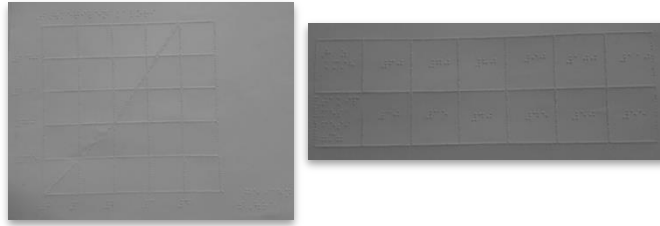
2.2. Veri Toplama Aracı

Matematik eğitimi araştırmalarında öğrenenin zihnindeki yapıyı keşfetmek, temel aktiviteleri belirlemek ve bilişsel süreçleri incelemek amacıyla klinik mülakat etkili yöntemlerden biridir (Clement, 2000, s.547). Görme engelli bireylerin matematiksel dil ve kabartma yazı kullanımı süreçleri sözlü, yazılı ve bilişsel süreçleri içerdiğinden araştırmanın verileri görev tabanlı klinik mülakatlar ve yarı-yapılandırılmış görüşme formları ile toplanmıştır. Video kaydına alınan görüşmeler 2 oturumda gerçekleşmiş ve her bir oturum ortalama 90 dakika sürmüştür. İlk oturumun görüşme soruları genelde matematik ve özelde cebir alt öğrenme alanına ilişkin ihtiyaçlar, sorunlar ve uygulamalar için mevcut durumda Braille yazı, matematiksel iletişim ve dil kullanımı üzerine tasarlanmıştır. Görme engelli bireylerin matematik eğitimi uygulamalarında önemli unsur olan söylem, kavram tanımları, görsel unsurları anlama ve problem çözüme süreçlerine odaklanmaktadır (Baki ve Çelik, 2018). Ayrıca matematiksel iletişim becerisinin gelişmesinde farklı temsiller, ilişkilendirme ve matematiksel dil önem arz etmektedir (NCTM, 2000). Bu bağlamda ikinci oturumun görüşme soruları cebirsel kavramları tanımlamayı, cebirsel işlemlerde düşünmeyi ve uygulamayı, tablo, grafik ve şekil incelemeyi ve bu temsiller arasındaki geçiş süreçlerini incelemeyi amaçlamaktadır. Klinik görüşmelerde sonda sorular yardımı ile katılımcıların düşünceleri üzerine akıl yürütmelerini ve daha fazla matematiksel dil kullanımını gerektirecek durumlarla karşı karşıya kalmaları sağlanmıştır. Görme engelli bireylerin mevcut durumu herhangi bir etki altında kalmadan incelenmesi amaçlandığı için kabartma olarak yazı, şekil ve diyagramlar kullanılmıştır. Braille yazı kullanımı gerektiren sorular, Braille bilmeyen katılımcılara onların matematik derslerindeki uygulamalarına göre uyarlanmıştır. Örneğin, verilenlerin birkaç kez tekrar okunması veya katılımcının elinin kabartma çizgiler üzerinde gezdirilerek şeklin betimlenmesi gibi uygulamalar yapılmıştır. Katılımcılar her ne kadar Braille yazıyı aktif kullanmasa da kabartma yazı alfabesini ve rakamları okuyabilmektedir.

45 sorudan oluşan görüşme soruları bir alan (matematik) uzmanı, bir matematik eğitimi uzmanı ve bir görme engelliler eğitimi uzmanı olmak üzere 3 akademisyen tarafından incelenmiştir. Uzman görüşlerine göre kavram tanımları dikkate alınarak cebirsel kavramlara (değişken, bilinmeyen, denklem kurma, eşitlik, eşitsizlik, fonksiyon, örüntü) dair soruların sıralamaları değiştirilmiştir ve Braille yazıda oluşan yazıcı materyalden kaynaklı hatalar düzeltilmiştir. Daha sonra %95 görme kaybı olan, ışık ve renk algısı olmayan, doğuştan görme engelli bir üniversite öğrencisi ile pilot görüşmeler gerçekleştirilmiştir. Pilot görüşme sonucunda kabartma yazıdan kaynaklı okumada ya da hissetmede yaşanan güçlükleri önlemek amacıyla düzenlemeler yapılmıştır.

Ayrıca Braille yazıdan başka Nemeth kod gibi uygulamaları kullanıp kullanmadıklarına dair görüşme sorusu eklenmiştir. Aşağıda örnek görüşme sorularına yer verilmiştir (bkz. Şekil 4).

- Matematik dersinde kullandığınız size özel herhangi bir sözlü ifade, işaret ya da model var mı? Neden böyle bir uygulamayı tercih ettiniz?
- Ne zamandır matematik derslerinde Braille alfabesi kullanıyorsunuz? Nemeth kod kullandınız mı? Deneyimlerinizi paylaşabilir misiniz?
- Eşitlik kavramı denildiğinde zihninizde neler canlanıyor? Eşitlik kavramını nasıl açıklarsınız? (Kabartma yazı kodu, kullandığı materyallerde yer alan sembol temsili, gören bireylerin kullandığı '=' sembolü vb)
- “ $a \in Z$ için $18a - 12 > 12a + 30$ ifadesini sağlayan a tamsayılarının toplamı nedir?” sorusunda ' a ' ve ' $>$ ' sembolleri için neler söylersiniz? Açıklar mısınız?
- [...] tüketilen enerji miktarının zaman içinde değişimi tabloda yer almaktadır. Buna göre size vereceğim grafiklerden hangisi bu tabloya aittir. Açıklayabilir misiniz?



Şekil 4. Görüşme sorularında yer alan kabartma yazı ile tasarlanmış grafik ve tablo örneği

2.3. Verilerin Analizi

Video kayıtları ilk olarak katılımcıların söylemleri transkript edilerek ve görsel unsurlarda el hareketleri incelenerek içerik analizi ile analiz edilmiştir. Daha sonra kabartma yazının uygulamadaki yansımalarını belirlemek için matematiksel dil kullanımı bağlamında katılımcıların kabartma yazıları veya sözlü betimlemeleri detaylı analiz edilmiştir. Görme engelli bireylerin söylemleri, Braille yazı ve çizimleri, el hareketleri analiz birimleridir. Analizler araştırmacılar tarafından fikir birliğine varılarak (Miles ve Huberman, 1994) ve görme engelliler alanında uzman bir araştırmacı tarafından görüş alınarak tamamlanmıştır. Veri analizlerine ilişkin araştırmacılar arasındaki görüşmelerde, Braille yazının doğasından kaynaklı matematiksel dilde yer alan farklı kodlamaların alan yazın incelemesinde ele alınan teorilerle benzerlik ve farklılıkları tartışılmış ve fikir birliğine varılmıştır.

Araştırma verilerinden 'yazı dilinin betimlenmesi' kategorisi altında yer alan analiz örnekleri sunulmuştur:

Şeyda: Bana gören birisine anlatır gibi anlatmadıysa, yani tahtada yazar gibi değil benim beynime yazar gibi anlattıysa gayet güzel anlıyorum. [...] ' $2(2x+1)=?$ ' burada bana tahtaya yazar mesela şuraya şunu koyuyoruz, işte şunu da şuna dağıtıyoruz şöyle oluyor der. Ben de ne olmuş şimdi derim. Ama “2 parantezinde $2x+1$ demiştik değil mi, 2'yi alıyoruz parantez içine dağıtıyoruz. Nasıl dağıtıyoruz, 2'yi $2x$ 'le çarpıyoruz $4x$, orda 1 ile 2'yi çarpıyoruz 2, $4x+2$ oluyor değil mi Şeyda?” dediği zaman ben orda haa bu parantezin içine böyle dağıtılmış diyorum.

Okan: Mesela karışan durumlarda üslü ifadede üssün konumu! 2 üzeri 2' de tamam bir sorun yok, 2 orada duruyor. Ama 2 üzeri $2x+1$ diyor mesela bunu algılamakta. Mesela artı bir nerede yanında mı, sağında mı, solunda mı bunu nasıl ifade edeceğiz?

Şeyda ve Okan, matematiksel iletişim sürecinde öğreticinin işlemleri betimlemesi gerektiğini belirtiyor. Buradaki söylem hem yazı dilinde şekilsel, hem de işlem özelliklerini açıklamaya ilişkin olmasını kapsamaktadır. Ayrıca matematiksel dilde sembollerin betimlenmesi ve 'üssü ya da üzeri' kelimelerinin yazı dilinde karşılığının belirtilmesi şeklinde yorumlanmıştır. Böylece yazı dilinin betimlenmesi kategorisini örnek kodlarla şu şekilde açıklayabiliriz:

- Sınıf uygulamalarında tahtaya yazılan metinler, denklemler vb için betimsel söylemlere yer verilmesi (Örneğin; '2'yi $2x$ 'le çarpıyoruz $4x$, orda 1 ile 2'yi çarpıyoruz 2, $4x+2$ oluyor değil mi Şeyda?')
- Sınıf uygulamalarında bireylerin, okuyucuların ya da ekranların matematiksel işlemlerde, kavramlarda vb yer alan sembolleri betimlemesi (Örneğin; 'artı bir nerede yanında mı, sağında mı, solunda mı bunu nasıl ifade edeceğiz?')

2.4. Araştırma Süreci

Araştırma görme engelli bireylerin matematiksel kavramlar ile işlemler yaparken, sınıf uygulamalarında yer alan söylemlerde ve okuyucu ile iletişim sürecinde matematiksel dil kullanımlarında kabartma yazının yansımalarını incelemektedir. Bunun için gerçekleştirilecek olan görüşme soruları matematiksel kavramlara, problem çözme uygulamalarına, sınıf uygulamaları ve sınav uygulamaları gibi iletişim ortamlarına dair tecrübeler, matematiksel sembol kullanımına ve sembollerin algılanmasına, kabartma yazı metin ve şekillerin incelenmesine ilişkin boyutlar kapsamında tasarlanmıştır. Ardından veri toplama aracı başlığı altında ele alınan uzman görüşü alma ve pilot çalışma uygulamaları gerçekleştirilmiştir. Elde edilen dönütler ışığında görüşme sorularında uyarlamaların yapılmasının ardından katılımcılar ile ikişer oturumda bireysel görüşmeler yapılmıştır. Süreç takvimi Tablo 2’de sunulmuştur.

Tablo 2. Araştırma Süreç Takvimi

Araştırma Süreci Basamakları	Tarih
Görüşme formlarının tasarlanması	Ocak 2018
Görüşme formları için uzman görüşlerinin alınması	1-15 Şubat 2018
Uzman görüşü doğrultusunda görüşme formunun uyarlanması	15-20 Şubat 2018
Pilot görüşmenin yapılması	8 Mart 2018
Pilot görüşme doğrultusunda görüşme formunun uyarlanması	10-15 Mart 2018
Araştırma katılımcıların belirlenmesi	15 Mart-25 Nisan 2018
Katılımcılar ile görüşmelerin gerçekleştirilmesi	2 Mayıs-7 Haziran 2018

2.5. Araştırmacının Rolü

Görüşmeleri araştırmacı rolü ile ilk yazar gerçekleştirmiştir. Görüşmelerde araştırmacı katılımcının matematiksel dil kullanımını incelemek amacıyla kavramlara ilişkin bazı sorularda betimlemelerden kaçınmış ve yazılı materyaller kullanmayı tercih etmiştir. Sembol ya da denklem içerikli sorularda kabartma yazılı kâğıtlar üzerinden ‘Burada yer alan sembol senin için ne anlam ifade ediyor? Bu denklemi nasıl yorumlarsın? Bu problemin çözümünü nasıl kurgularsın?’ gibi sorular yönelmiştir. Ancak araştırmacı sözel problemlerde katılımcının istediği her zaman problemi tekrar okunmuş ya da bireyin betimlemesini istediği yazı veya materyali betimleyerek anlatmıştır. Ayrıca katılımcıya sunulan yazılı materyaller için ‘Şu an başka bir form bırakıyorum.’ veya ‘Burada başka bir tablo daha var.’ gibi açıklamalarla katılımcıyı yönlendirmiştir.

2.6. Geçerlik ve Güvenirlilik

Görüşmelerden önce katılımcılarla 15-30 dakika arasında sohbet edilmiş ve araştırma kapsamına ilişkin bilgilendirme gerçekleştirilmiştir. Ayrıca özel eğitim kurumlarına devam eden katılımcılar ile bu kurumlarda kısa süreli tanışma ve gözlem yapma fırsatı oluşturulmuştur. Böylece katılımcılar hakkında daha fazla bilgi edinilmiş ve onların fikirlerini rahatlıkla ifade etmeleri için güven ortamı sağlamak mümkün olmuştur. Görüşmeler gerçekleştirilmeden önce katılımcıların görüşmelerin yapıldığı ortamı incelemeleri ve ortama alışmaları için zaman verilmiştir. Bazı oturumlarda görüşmeye ara verilerek katılımcının dinlenmesi için fırsat verilmiştir. Ayrıca görüşmelerde görme engelli bireylerin ihtiyaçları dikkate alınarak, katılımcının dilediğinde kullanması için Braille yazı tahtası ve küptaş kasa materyali gibi araçlar hazır bulundurulmuştur.

Ayrıntılı betimleme ve amaçlı örnekleme ile araştırma sonuçlarının başka ortamlara aktarılabilirliğinin sağlanması amaçlanmıştır. Ölçüt ve tabakalı örnekleme metotlarının uygulanması ve ayrıntılı betimlenmesi, katılımcılar hakkında detaylı bilgiye yer verilmesi, araştırmanın yapıldığı ortamların betimlenmesi, araştırmacının rolünün açıklanması ve elde edilen verilerden yapılan doğrudan alıntılar ile sonuçlar ayrıntılı bir şekilde betimlenmiştir. Ayrıca öğretim oturumunda kullanılan etkinliklerin ve somut materyallerin betimlenmiş ve açıklanmış olması da önem arz etmektedir.

Veri toplama araçları için uzman görüşü alınması ve pilot uygulamanın yapılması araştırmanın güvenirliliği için önemli bulunmaktadır. Araştırmacıların ham verileri ayrı ayrı kodlaması ve bir alan eğitimi uzmanından elde edilen kategoriler için teyit alınması ile tutarlılık çalışması yapılmıştır. Araştırmacıların kodlamalarında yaklaşık %90 oranında çakışma belirlenmiştir. Sadece kategorilerin oluşmasında yaşanan fikir ayrılıkları müzakere edilmiş ve fikir birliğine varılmıştır. Örneğin; sınıf uygulamaları ile sınavlar gibi okuyucuların yer aldığı uygulamalar için yazılı dilin betimlenmesi başlangıçta iki ayrı kategori kabul edilmişken, daha sonra ‘yazılı dilin betimlenmesi’ olarak tek kategoride ele alınmıştır. İkinci kodlayıcının üç katılımcıdan elde edilen verilerin tamamı için yaptığı analizler ile yaklaşık %86 oranında çakışma tespit edilmiştir. Fikir birliğine varılan farklılıklara örnek vermek gerekirse; ikinci kodlayıcı tarafından veriler Latin ve Braille alfabe ayrıt etmeden kategorilendirilmiş olduğundan ve kavram odaklı kategorilere yer verdiğinden söz edilebilir. Görüşmeler sonucunda alfabelerin yazı dilindeki önemi ve kavramın değil, kavramlarda yer alan sembolik dil gibi matematiksel dil kullanımının önemli olduğunun fikir birliğine varılarak analizler tamamlanmıştır.

3. Bulgular

Görme engelli bireylerin matematiksel iletişim süreçleri ele alınarak eğitim-öğretim uygulamalarında, matematiksel kavramlar, semboller ve tablo, grafik gibi temsiller ile matematiksel dil kullanımlarına ve kabartma yazının yansımalarına ilişkin elde edilen bulgular alt başlıklar altında ele alınmıştır. Öncelikle temaları oluşturan bu başlıkların kapsamı, kavramsal çerçeve ile ilişkilendirilerek göstergeleriyle birlikte açıklanmıştır. Ardından katılımcılardan elde edilen bulgulara alıntılar ile desteklenerek yer verilmiştir.

3.1. Eğitim-Öğretim Uygulamalarında Matematiksel İletişim Süreçlerinde Matematiksel Dil

Görme engelli bireyler sınıf uygulamalarında, okul veya ulusal sınavlarında, özel eğitim kurumlarındaki destek eğitim uygulamalarında öğretmenleri, akranları veya okuyucu bireyler ile iletişim içerisinde. Söz konusu eğitim-öğretim uygulamalarında yer alan iletişim Brenner' e (1994, 1998) göre matematik hakkında iletişim süreçlerini kapsamaktadır. Bu süreçte görme engelli bireylerin matematiksel dil kullanımlarında tespit edilen kategoriler arasında en dikkat çeken söylemlerde *betimleyici bir dil* kullanımıdır. Görme engelli bireyler ile matematik hakkında iletişim süreçlerinde öğretmenin/okuyucunun kavramlara, sembollere, şekillere, problem durumuna veya denklem çözümlerine ilişkin betimsel bir anlatım sergilemesi önem arz etmektedir. Öğretmenin etkin olduğu tek yönlü iletişim (Brendefur ve Frykholm, 2000) sürecinde, açıklamalarda bulunulması veya yapılan ardışık işlemlerin betimlenmesi kaçınılmaz bir gerçektir. Görme engelli bireyin yardımcı, dönüşümlü veya öğretici iletişim (Brendefur ve Frykholm, 2000) süreçlerinin gerçekleştiği sınıf uygulamalarında, destek eğitim uygulamalarında veya sınavlarda gören akranları, öğretmen ya da okuyucu ile etkili ve anlaşılabilir bir iletişim kurması için bireylerin *Latin ve Braille alfabe de matematiksel dile aşına olması* beklenmektedir. Böylece anlatılan kavramın öğrenilmesi, açıklanan denklemin takip edilmesi veya matematiksel düşünmenin gerçekleşmesi mümkün olacaktır. Ayrıca görme engelli bireyin dinlediğini *not almasının* yanı sıra gören bireyler ile matematiksel iletişim kurması ve okuyucuya *not aldırması* mümkün olacaktır. Bu süreçlerde *dokunsal iletişim* söylemler kadar kilit rol oynamaktadır. Bu bölümde eğitim-öğretim uygulamalarında söz konusu matematiksel dil kullanımına ve kabartma yazının yansımalarına ilişkin göstergelere örnek bulgular sunulmuştur.

Cem görme duyusunu ilerleyen yaşlarda kaybettiği için Braille yazı bilmemektedir. Bu nedenle Cem matematiksel iletişimi öğretici veya okuyucu ile karşılıklı avuç içlerine sembolleri yazarak sağlamaktadır. Bu durum matematik içinde iletişim için dokunma duyusunun yansımaları olarak değerlendirilebilir.

Cem: *Avucumun içerisine çiziyorduk, mesela üçgen çiziyordu, sonra ben onun eline çiziyordum doğru mu anlamışım diye. Mesela açığı çiziyorduk ya da şuradan bir dik inelim diye avucuma çiziyordu öğretmenim [...]*

Okan ise gören bireylerin matematiksel dil kullanımını anlamının öneminden bahsetmektedir. Burada sadece Latin sembollerde matematiksel dil kullanımına değinmemiştir. Ayrıca kabartma yazıda not almanın ve not tutturmanın önemine ve bu süreçte matematiksel dilin yerine vurgu yapmıştır.

Okan: *[...] Çünkü devamlı not alıp karalayamıyorum. Ama mesela birine not aldırma da bir beceri bence, bazen sınava giriyoruz bir okuyucu desteği oluyor. Ben not aldırıyorum, mesela bir işlem çok uzun oluyor. Ama önce bütünü okuyor, kafamda belli şeyler belirliyorum kesilebilecek bölümler, şuraya kadar oku diyorum. İşte önce payı oku, sonra işte paydayı oku, o bölü çizgisinin yanında hangi işaret var. Onu söylerken kafamda önce bir nereden çözüme ulaşabileceğime dair bir şekil var.*

Okan'ın ifadelerinde yardımcı (destekleyici) ve dönüşümlü iletişim için görme engelli bireylerin her iki alfabede de sembolleri bilmenin yeterli olmadığı, bireylerin birbirini yönlendirmesinin ve betimlemenin de gerekli olduğu yer almaktadır. Görme engelli bireyler için not alma ve okuyucuya not aldırma matematiksel iletişim için güçlük ve önem arz eden iletişim türleri olarak dikkat çekmektedir. Burada dikkat çeken bir diğer bulgu matematikle iletişim için dokunma, görme engelli bireyler için matematiksel dil kullanımı temsillerinden biridir. İsmet de dönüşümlü iletişimin sağlanması ve matematikle iletişim sürecinin devamlılığı için betimlemenin, not almanın ve aldırmanın önemine vurgu yapmaktadır.

İsmet: *[...] Ben bilgiyi nasıl alacağımı bilmem lazım ki matematikte öğretmeni yönlendireyim. Matematiğe dair hiçbir bilgim yoksa öğretmeni yönlendiremiyorum. Orada dilemma var yumurta mı tavuktan tavuk mu yumurtadan. Şimdi ben onu bildiğim için mi öğretmeni doğru yönlendiriyorum, öğretmen doğru anlattığı için mi ben doğru anlatabilme şeklini biliyorum. Ben mesela ikincisini düşünüyorum. Ama öğretmenden değil, kardeşimden kaynaklı olarak. Biz kardeşimle bana anlatma yöntemleri geliştirdik [...]* Sonrasında bana nasıl matematik anlatacağımı öğretmene ben anlatıyordum.

İsmet'in ifadelerinden matematiksel iletişim ve dil becerisinin önemli olduğunu ve bilişsel bir süreç içerdiğini söyleyebiliriz. Görme engelli bireyler için yardımcı ve dönüşümlü iletişimin öğretim uygulamalarında daha fazla öneme sahip olduğu belirlenmiştir. Doğuştan ve daha sonra görme kaybı yaşayan katılımcılar için benzer bir düşünme de matematiksel işlemleri takip etme süreçleridir. Braille yazıda matematik yapma sürecinde yaşanan sıkıntılardan biri karakter sayısının fazla olmasıdır. Söz konusu güçlüğü daha da artıran bir diğer durum ise tablet kalem ile not alma veya matematiksel problem çözüme sürecidir. Katılımcıların işlem takibine dair

düşünceleri, okuyucuya not aldırmanın ve matematiksel dil kullanımının iletişim için önemine dair bulguları destekler niteliktedir.

Nuran: *Mesela elime Braille kalemini alıyorum, böyle normal yazıyormuş gibi yaza yaza kafamda yapıyorum. Masaya aslında yazıyorum zihnimdekileri, o şekilde ilerliyorum, gören yazıyla yazarak yani, o şekilde yaza yaza gidiyorum. [...] Ben gören yazıyla daha çok sayıları düşünüyorum şu an onu fark ettim.*

Araştırmacı: *Braille hiç aklına geldiği oluyor mu?*

Nuran: *Evet oluyor, o da geliyor da gören yazı bir tık daha fazla ona göre. [...] mesela + ve - koyuyorum veya ne bileyim logaritmada o şekli koyuyorum kafamda, türevin şeklini getiriyorum. Evet, önümde beyaz boş bir tahta var ve ben ona çizerek çözüyorum zihnimde.*

Nuran ilkokulun ilk yıllarında görme yetersizliği olmadığı için Latin rakam, harf ve sembolleri bilmektedir. Bu nedenle özellikle matematiksel işlemleri yaparken Latin rakam ve semboller ile zihinden takibi sağladığını ifade etmektedir. Braille yazı kullandığı için her iki alfabede işlem yapsa da Latin yazının daha işlevsel olduğunu düşünmektedir. Bu durum kabartma yazıda matematiksel işlemlerin daha fazla karakter kullanımını gerektirmesinin ve işlem yapma ve not alma güçlüğüne yansımaları olabilir.



Şekil 5. Şeyda matematiksel işlemler için kabartma yazıyı zihninde hayal ediyor

Şeyda: *Mesela masaya dokunduğum zaman parmağımın altında noktalar olduğunu hayal ediyorum böyle bir şey oluşturduğum kendi kendime. Ama yine de noktalar da olsa yazmadığım zaman kesinlikle kaçıyor kafamda. Basit denklemler için bu olmuyor ama uzun ifadeler için bahsediyorum (bkz. Şekil 5).*

Şeyda, matematiksel iletişimde yazının önemi için dikkate değer bir noktayı belirtmiştir. Kabartma yazı, matematiksel dil kullanımında özellikle karmaşık işlemlerde veya sembol kullanımının arttığı içeriklerde güçlük oluşturmaktadır. Not alma güçlüğü ile paralellik gösteren bu durum zihinde işlem yapma yeteneğinin gelişmesini gerektirmektedir. Bu işlemleri çeşitli bölümlere ayırma veya matematiksel olarak ifade etme becerisi ise matematiksel dil kullanımına dayanmaktadır.

3.2. Matematiksel Kavramlar ve Semboller İle Matematiksel Dil

Matematiksel dilin doğasında yer alan semboller ve işaretler kavramların yapılandırılmasında da etkili rol oynamaktadır. Bireyin kavramı anlamasını, algılamasını ve bu kavrama ilişkin düşüncelerini ortaya koymak semboller aracılığı ile matematiksel dil gerektirmektedir. Görme engelli bireylerin kullandığı yazılı ve/veya dokunsal materyaller, kabartma yazıda yer alan kodlar ve bu kodların bireysel farklılıklar arz etmesi matematiksel dil kullanımında sembollerin yerine ilişkin temayı meydana getirmektedir. Buna karşılık görme engelli bireylerin somut nesnelere ya da kavramlar kullanarak soyut matematiksel kavramları yapılandırdıkları, matematiksel kavramlar ya da bu kavramlara ait semboller için kendilerine özgü bireysel kısaltmalar, semboller ya da analogiler gibi yapılar kurdukları belirlenmiştir. Latin alfabede ve Braille alfabede sembollerin ve bu sembollere ait kodların, gösterimlerin ve temsillerin öğrenen ve öğretici tarafından bilinmesinin iletişimde kullanılan matematiksel dile yansımaları yer almaktadır. Bu kategoriler Brenner' in (1994, 1998) matematiksel semboller ile matematiksel dil kullanımını ele alan matematik içinde iletişim kategorisini kapsamaktadır. Ayrıca bireylerin alternatif semboller, kısaltmalar vb kullanmaları matematikle iletişim kategorisinin göstergeleri arasında yer almaktadır. Bu tema altında elde edilen bulgulardan etkili birkaç örnek sunulmuştur.

Cem: *Şöyle bir şekil vardı (avucunun içine paranteze benzer bir şekil çizer) dışarıdan ayırıyorduk falan [...] Sayıyı hatta çizdiğimiz şeklin üzerine yazınca farklı bir anlama geliyor, iç tarafına yazınca farklı bir manaya geliyor. [...] Üslü ifadeler [...] Şimdi mesela nasıl söyleyeyim şekli kafamda ben öyle canlandırdım (avucunun içine parantez çizer). Ama ben onu antenli sayı olarak canlandırdım.*

Cem matematiksel kavramları zihninde canlandırmak için somut kavramlardan yararlanmaktadır. Bu süreçte daha önce görme duyusuna dayanan nesnelere veya kavramları dikkate aldığı söylenebilir. Somut nesnelere benzetme ya da analogi kullanamayacak olan doğuştan görme engelli katılımcıların ise kendilerine ait semboller veya kısaltmalara sıklıkla başvurduğu belirlenmiştir. Şeyda sadece Braille kod karakterleri için değil, yanı sıra teknolojik cihazlarda not alırken matematiksel sembollerin kullanımına işaret etmektedir:

Şeyda: [...] bilmediğim için bilgisayarda kimi sembollerin nasıl yapıldığını, hâlbuki varmış. Mesela faktöriyelleri yazarken faktöriyel işareti konur, ama işte bilmediğim için de yazıyla yazıyordum. Mesela kök içinde olacaksa bir şey onu yapamıyordum, kendim kök aç yazıyordum oraya sonra kök kapat gibi. [...]

Şeyda'nın ifadesinde katılımcıların her birinde gözlemlenen bulguya dair bir örnek yer almaktadır. Katılımcıların Braille yazıda matematiksel sembollerin pek çoğunun karakter karşılığını bilmediği ve bunun için çözüm önerisi olarak metinlerde kısaltmalara başvurdıkları belirlenmiştir. Burada dikkat çeken bir diğer durum Braille yazıda sembollerin harf karakterleri için kullanılan 6 nokta alfabesi ile yapılmasından kaynaklanan alternatif sembol kullanımı ihtiyacıdır. Okan'ın ifadesinde kendisine ait sembol kullanımına yine köklü ifade kavramı üzerinden örnek yer almaktadır:

Okan: [...] mesela köklü ifadelerde açılır ama kapanmaz. [...] İşte onu ne yapıyordum ben, kök yazıyordum parantezler kullanıyordum ya da aynı kökü kapatmak için de kullanıyordum. Yani işareti tekrar sonuna koyuyordum. [...] normalde görenlerde ufak bir v-imsi bir çentik var, işte onun içine yazıyor. Ondan sonra uzun bir çizgi üste devam ediyor. Onun gittiği yere kadar kökün kapsamı devam ediyor. Bizde öyle değil. Normal yazıda ş harfi olan 1-4-6 dan oluşan kabartma sembolünü oraya koyuyoruz kök işareti oluyor. Kökün kapsamı nerede başlıyor nerede bitiyor sembolik olarak onu göstermek biraz ya zor ya da bize göstermediler [...] Nemeth kod gibi farklı bir şey var. Onun biraz daha yazımı farklı. O da tabii Braille alfabesi, yine sınırlılıkları olabilir ama görenlere dil olarak bizi biraz daha yaklaştırıyor. Benim savunduğum şey şu bizim görenlerin dilini yazı dilini oturtmamız lazım, çünkü şöyle oluyor sınıfta hoca diyor ki bu buradan gitti bu buradan geldi, aşağıdaki onu götürdü yukarıdaki... benim yazımda aşağı yukarı yok her şey yan yana, Türkiye'deki kodlama sisteminde. Nemeth' de öyle değil Nemeth de aşağı yukarı da var. [...] İleri matematik işaretlarini bilmiyordum kafamdan uyduruyordum (gülür). Çünkü bize ortaokulda şeyi öğretmediler toplam sembolü mesela sigmayı, ben ne bileyim yani (gülür) kafamdan sanırım şey yapıyordum 3-4 yapıyordum galiba (düşünür). Eğik çizgi (/ işaret eder) normalde [...]

Okan'ın sadece metinle değil aynı zamanda parantez yardımı ile işlemleri yazdığı belirlenmiştir. Okan ve Şeyda'nın kabartma yazıda matematiksel sembolere hâkim olmadığı açıktır. Ayrıca burada kabartma yazının sembol kullanımı için karmaşık ve yetersiz kaldığını belirtebiliriz. Okan'ın ifadelerinde matematiksel dil kullanımı için gören akranlar, öğreticiler veya okuyucular ile iletişim kurmak adına Nemeth kodun Latin yazı ile daha fazla benzerliğe sahip olduğu açıktır. Matematik içinde iletişim kategorisine göre bireysel sembol kullanımından bahsedebiliriz. Okan bireysel sembol kullanımında en önemli gerekeciyi sembollerin kabartma yazıdaki karşılıklarına hâkim olmama ile açıklamaktadır.

İlkokul yıllarında görme yetisi bulunan Nuran, Latin alfabede yer alan matematiksel sembollerini gören öğreticilerin veya akranların betimlediği şekilde kabartma yazıda yazmaya çabalamaktadır.

Nuran: Daha doğrusu ben o şekilleri anlattıkları şekilde kabartmaya geçiyordum hemen hemen gören yazıyla aynı olacak şekilde. Mesela logaritmayı log yazıyordum, sağ alt köşesine bir satır altına da mesela 2 yazıyordum o şekilde gören yazıya uyarlayarak. [...] öyle daha çok akılda kalıyordu.

Burada yardımcı (destekleyici) ve öğretici iletişimin önemli olduğunu söyleyebiliriz. Benzer şekilde doğuştan görme engelli olan Okan, iletişim halinde olduğu gören bireylerin kullandığı semboller, işaretler veya görsel unsurlar hakkında bilgi sahibi olmanın önemine değinmiştir. Görme engelli bireyler için hem Latin hem de kabartma yazıda matematik içinde iletişim kurmanın gerekli olduğunu söyleyebiliriz.

Okan: [...] görsel dile yaklaşmayı öğrendiğim zaman ben rahat eder oldum. Çünkü karşı tarafın söylediğini artık anlar oldum. [...] Benim için iyi idi çünkü dediğim gibi görsel öğreniyorum, dokunmak benim için görmek anlamına geliyor. Hatta Braille kitabını savunmam da o yüzden çünkü oturuyor kafamda öbür türlü sözel anlatılıyor. [...]

Okan dokunma duygusu ile algıyı 'görsel öğrenme' ifadesi ile betimlemiştir. Böylece dokunsal iletişimin sadece görme engelli bireylerin avuç içlerine şekil çizmek ya da onlardan masa üzerine algıladığı şekli çizmesini beklemek ile sınırlı olmadığını söyleyebiliriz. Dokunma eyleminin matematiksel dil kullanımının gelişiminde önemini vurgulayan bir diğer bulgu şöyledir:

Nuran: [...] Arkadaşlarım elleriyle çizerek anlatarak sağında solunda diyerek veya geometrik şekilleri kalemlerle falan o şekilde anlatmaya çalışıyorlardı.

Nuran'ın ifadesinden görme engelli bireylerde matematiksel iletişimin her kategorisi için dokunma veya dokunsal aktivitelerin yer aldığı söyleyebiliriz. Görme engelli bireyin anlama, algılama ve düşünme süreçleri için iletişimin sağlanmasında söylemlerin dokunsal eylemler ile desteklenmesi gerekmektedir. Görme engelli bireylerle iletişimde matematiksel dil kullanımı için söylemin önemine dair bir diğer bulgu şöyledir:

Erdem: Sembol olarak komik veya acı bir şey aslında, orta 3' te iken veya lise 1' de üslü sayılar anlatılırken, 2 kare 3 diyordu hoca veya 3 kare 5 vs oradaki kareyi ben görsel olarak, tahtayı görmediğim için hep

şekilsel, yani defterime yazarken hep kare çizip yazıyordum. Aslında 3 kare (eli ile karesel bölge çizer). Kare dediğimiz şeyin üsse küçük bir sembol olarak yazıldığını bilmiyordum. [...] faktöriyel işareti bana şey diyor bir tane İ var ama noktası altta ya da mutlak değer diyor ki iki tane çizgi var diyor.

Erdem ilkökul dönemlerinde görme kaybı yaşadığı için zihninde geometrik bir kavram olan kare ile kuvveti 2 olan üslü ifadeyi eşleştirmiştir. Burada kavram tanımına dair bilgi eksikliği olabileceği gibi öğreticinin söyleminde ifadelere dikkat etmediği veya ses tonlamasında düzenleme yapmadığı da düşünülebilir. Bu durum matematiksel yazı dilinin, başka bir ifade ile sembollerin, genellemelerin ya da eşitliklerin, gerektiği şekilde betimlenmemesi ve ayrıntılı açıklanmamasından kaynaklanmış olabilir. Braille yazı kullanmayan veya görme kaybı doğuştan olmayan bireylerde söylemin önemine dair Cem' in ifadesinden sembol kullanımında kavram yanlışlığına bir başka örnek yer almaktadır:

Araştırmacı: *18a-12 > 12a+30 ifadesinde > (büyüktür) sembolü ne anlam ifade ediyor?*

Cem: *12a+30' un 18a-12' den büyük olduğunu gösterir.*

Araştırmacı: *Sağ ve sol ya da önce ve sonra gelen şekilde ifade edersek?*

Cem: *Sonra gelen daha büyüktür.*

Cem'in yanlışlığı söylemden veya kavrama dair bilgi eksikliğinden kaynaklanabilir. Ancak benzer bir güçlüğü yaşayan Şeyda, yalnızca söylemden değil, kabartma yazıdan kaynaklanabileceğini ortaya çıkarmıştır.

Şeyda: *Büyüktür sembolünden büyüktür, yani 18a-12 büyüktür (vurgulu söyler) 12a+30' dan. Ben bunu çok karıştırırdım, mesela önceki sonrakinden amaaan, evet önceki sonrakinden daha büyük. Yanlış mı söylüyorum? Ama ben bunu öğrenene kadar ciddi sıkıntı çekmiştim. [...] Mesela ben "-den" ifadesinin sayıların en sonuna geldiğini hayal ederek yapıyorum.*

Şeyda kabartma yazı kullanmasına rağmen söylemin algılamasında etkili olduğunu ifade etmektedir. Burada ayrıca kabartma yazıda sembollerin veya işaretlerin ifadelerinde karakterlerin birden fazla olması veya öncül karakterlerin olması etkili olabilir.

3.3. Tablo, Grafik ve Diyagramlar İle Matematiksel Dil

Brenner'in (1994, 1998) kategorilerine göre matematiksel iletişim süreçlerinin tümünde tablo, grafik, diyagram gibi görsel içerikler temsil türleri bağlamında matematiksel dilin önemli bileşenleridir. Görsel içerikleri görme engelli bireyler için erişilebilir kılmanın en etkili yolu olan *dokunsal destek eğitim araçlarının kullanılması* ve *eş zamanlı betimlemeye dayalı söylemlerin yer alması* önemli matematiksel dil kullanımı kategorileridir. Dokunsal materyallerin tasarlanmasında ise kabartma yazı ve kabartma nokta vuruşları önemli rol oynamaktadır. Bu bölümde tablo ve grafik kullanımında matematiksel dil kullanımları ve kabartma yazının uygulanmasına ilişkin bulgulara yer verilmiştir.

Tablo okumada katılımcıların güçlük yaşadığı belirlenmiştir. Katılımcılar bu güçlüğü eğitim uygulamalarında tablonun sıklıkla kullanılmadığından kaynaklandığını belirtmiştir. Katılımcıların dikey konumlandırılmış tabloları okumakta, anlamakta ve ilişki kurmakta daha başarılı oldukları tespit edilmiştir. Örneğin iki küme arasındaki ilişkinin tablo ile temsilinde iki sütunda elemanlar eşlendiğinde katılımcıların daha hızlı anlamlandırdığı gözlenmiştir. Katılımcılar sağ ve sol elleri ile aynı anda takip ettikleri iki sütundaki hücrelerde yazan ifadelerin nasıl bir ilişkiye göre eşlendiğini belirleyebilmiştir.

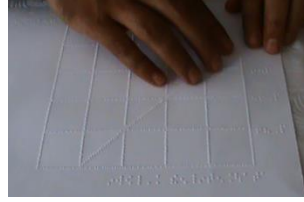
Görüşmelerde tasarlanan kabartma yazıyla çizilmiş grafikleri katılımcıların algılamakta güçlük çekmedikleri belirlenmiştir. Katılımcılardan yalnızca Cem daha önce grafik incelemeye ifadesiyle ifade etmiştir. Koordinat sistemi, sıralı ikililer ve noktaların belirlenmesine dair bilgi sahibi oldukları için katılımcılar grafikleri incelemiş, okumuş ve anlamlandırmıştır. Grafikler, tablo veya cebirsel ifadeler ile verilen ilişkilerin temsili için çizildiğinden, katılımcılar bu ilişkileri betimlemede, açıklamada veya doğru grafiği belirlemede başarılı olmuştur. Katılımcıların görüşmede verilen ilk grafiği incelerken farklı dokularda olan ilişkiyi gösteren grafik, koordinat eksenleri ve gridleri ayırt etmede güçlük çektikleri belirlenmiştir. Daha sonraki grafiklerde aynı dokuda kabartma yazı ile devam edildiği için daha anlaşılır buldukları dikkat çekmiştir. Dolayısıyla kabartma yazının kullanılması anlaşılabilir olmayı sağladığı gibi çeşitli güçlükleri de beraberinde getirmiştir.

Araştırmacı: *Doğru ilişkiyi gösteren grafiği belirlemenizi istiyorum.*

İsmet: *Şimdi bakalım, anladım. Şu 35' e denk gelmiş ((0,35) noktasına dokunur) şuradan bakıyorum ((1,35) noktasına dokunur). Bir kutucuk gittim buraya geldim ((1,35) noktasından (0,35) noktasına parmağımı gezdirir). Buraya denk gelmiş, burayı kesmiş (bkz. Şekil 6).*

Araştırmacı: *Öyle mi olmuş sizce?*

İsmet: *Gelmemiş mi? (grafiği takip eder tekrar 35 noktasını belirler). Gelmiş ne demek ki?*



Şekil 6. İsmet'in kabartma grafik inceleme süreci

İsmet, grafiği incelerken söylem ile dokunarak okuma arasındaki ilişkinin eş zamanlı olmasına dikkat çekmektedir. Burada İsmet'in grafiğin oluşmasında eşlemeleri gösteren noktaların belirlenmesi ve grafiğin bu noktaları içermesi konularına dair önbilgisi olsa da söylem olarak güçlük yaşadığı gözlenmiştir. İsmet belirlediği noktanın grafiğe ait (üzerinde) bir nokta olduğunu ifade etmek için 'gelmek' kelimesini kullanmıştır. Ancak bu söylemin zihninde bir şema olduğu ve daha önce öğreticileri tarafından ifade edildiği düşünülebilir.

4. Sonuç ve Tartışma

Görme engelli bireylerin matematiksel iletişim için matematiksel dil kullanımı süreçlerine dair bu araştırmanın bulguları genelde araştırmanın bağlamı dikkate alınarak ve özelden Brenner' in (1998) ve Brendefur ve Frykholm' ün (2000) kategorileri göz önünde bulundurularak tartışılmıştır. Bu doğrultuda araştırmanın sonuçları alt problemler ve dolayısı ile bulgularda yer alan temalar dikkate alınarak sunulmuştur.

4.1. Eğitim-Öğretim Uygulamalarında Matematiksel İletişim Süreçlerinde Matematiksel Dil Kullanımı ve Bu Süreçte Kabartma Yazının Rolüne İlişkin Sonuçlar

Brendefur ve Frykholm (2000) her ne kadar kategorilerini duyuşsal ve bilişsel bağlamda, sınıf uygulamaları odaklı, söylemleri dikkate alarak oluştursa da, kategoriler matematiksel iletişimde öğrenenin düşüncelerini incelemekte yetersiz kalmaktadır. Sözlü ve dokunsal uyaranların iletişimdeki önemi göz önüne alınarak görme engelli bireylerin düşünceleri incelendiğinde, matematiksel dil kullanımı için iki önemli nokta ortaya çıkmaktadır. Bunlardan biri yazılı matematiksel dil ve diğeri de sözlü matematiksel dildir. Kabael ve Baran (2016) matematiksel dilde semantik ve semiyotik yapının eş zamanlı öğretilmesinin önemine işaret etmiştir. Dolayısı ile matematiksel kavramların temsilleri ile birlikte öğretilmesi ve beraberinde yazılı ve sözlü dilin etkili bir şekilde kullanımı öne çıkmaktadır. Ancak görme engelli bireyler için matematiksel iletişimde matematiksel dilin görsel ve sözlü olarak eş zamanlı oluşması, dokunsal hareketler ile söylemin eş zamanlı olmasına bağlıdır. Bu nedenle görme engelli bireyler için söylemin yanında dokunma duyusu (jest ve mimikler gibi el hareketleri, kabartma yazı veya şekil inceleme vb) matematiksel dil becerisi için bir bileşen olarak ele alınması önem arz etmektedir. Brenner (1998) sözlü iletişimde matematiksel dilin yer aldığı öğretim uygulamalarına göre kategoriler oluşturmuştur. Ancak bu kategorilerin oluşturulmasında dikkate alınmayan dokunsal hareketler, genel olarak 'jest ve mimikler' bağlamında ele alınabilir.

Görme engelli bireyler için matematiksel iletişimde dokunsal materyallerin kullanımı kadar kabartma yazının da rolü ön plana çıkmaktadır. Dokunsal materyaller, kabartma yazı dâhil iletişimin parçası haline geldiğinde söylemlerin dokunma eylemi ile eş zamanlı olması ve onlarla tutarlılığı önemlidir. Gören akranın, öğreticinin ya da okuyucunun söylemleri matematiğe ait kabartma yazının karakterleri ile uyum içinde olmalıdır. Burada bir diğer unsur görme engelli bireyin Latin alfabede matematiksel dile de hâkim olmasının gerekliliğidir. Bu hâkimiyet Latin sembolleri veya söylemleri bilme ile sınırlı değildir. Görme engelli bireyin kabartma metinleri okuyabilmesi ve kabartma yazıda not alabilmesi için kabartma alfabede matematiksel dile hâkim olması gerekmektedir. Ayrıca görme engelli bireyin gören bireyler ile iletişim kurabilmek için de Latin alfabede matematiksel dile hâkim olması gerekmektedir. Bu bağlamda görme engelli bireylere fırsat eşitliği sunan kabartma yazı, dil kullanımında güçlüklerle de sebep olmaktadır. Kabartma yazının bir diğer sınırlılığı ise matematiksel yazı dilinde yazı karakterlerinin fazlalığından dolayı not alma güçlüğüdür. Bu sınırlılık bireyleri söylemler üzerinden zihinsel işlem yapmaya sürüklemektedir. Matematiksel denklemlerin veya işlemlerin artması zihinde işlemlerin yapılmasında hatalara neden olmaktadır. Bu nedenle görme engelli bireylerin öğretici veya okuyucu birey ile matematiksel iletişimde sözlü matematiksel dil kullanımı önem arz etmektedir.

Bir söylem olarak matematiksel dil görme engelli bireyin, onların öğreticilerinin ve okuyucularının matematiksel iletişimi için önemlidir. Öğretim uygulamalarında öğrenenin not alması veya not tutturması güçlük teşkil etmektedir. Bu süreçlerde yazılı matematiksel dil olarak kabartma yazı ile not alamayan bireyin, okuyucu veya öğreticiye not tutturması gerekmektedir. Ancak bireyler iletişim halinde oldukları okuyucu veya öğretici ile hem kabartma yazıda hem de görenlerin kullandığı matematiksel dilde iletişim kurmaya ihtiyaç duymaktadır. Bu uygulamalarda öğreticinin nasıl iletişim kuracağını bilmesi, ses tonunu düzenlemesi ve yazılanları betimlemesi önem arz etmektedir. Bununla birlikte öğretici veya okuyucunun söyleminden kaynaklı yanlışlar veya hatalar oluşabilmektedir. Ayrıca görme engelli bireyin kaynaştırma sınıflarında bireyler ile iletişim kurması gerekmektedir. Araştırmanın sonuçları eğitim uygulamalarında görme engelli bireyden hem kabartma yazıda

hem de Latin yazıda matematiksel dile hâkim olmasının beklendiğini göstermektedir. Ancak her iki yazıda matematiksel dil becerisine sahip olmak, matematiksel iletişimi ve anlamayı kolaylaştırdığı gibi yanlış ve güçlüklerle de neden olabilmektedir.

4.2. Matematiksel Kavramlar ve Semboller İle Matematiksel Dil Kullanımı ve Bu Süreçte Kabartma Yazının Rolüne İlişkin Sonuçlar

Görme engelli bireylere, özellikle zorunlu kaynaştırma uygulamalarında, gören öğretmenler matematik öğretmektedir. Bu durum kabartma yazı bilmeyen veya daha önce görme engelli bireye eğitim vermeyen öğretmenler ile karşılaşma olasılığını artırmaktadır. Bu nedenle görme engelli bireyler kabartma yazıda matematiksel sembollerini öğrenmemeyi tercih edebilmektedir. Bu duruma kabartma yazıda not alma güçlüğü de eklendiğinde görme engelli bireyler bireysel kısaltmalar, semboller veya işaretler kullanmayı çözüm olarak görmektedir. Matematiksel dilde doğuştan görme engelli bireyler metin ifadelerde kısaltmaları veya bireysel kabartma sembollerini tercih ederken, daha sonra görme kaybı yaşayan bireyler Latin harflere veya sembolere benzer ifadeler veya analogilere yönelmektedir. Bunun sonucunda Braille yazının ulusal kullanımının yanı sıra, bireye özgü matematiksel dil kullanımı ortaya çıkmaktadır. Evrensel bir dil olan matematiğin görme engelliler için bireysel bir yazı dili içermesi, matematiksel iletişim için çözüm bekleyen bir sorundur.

Bu araştırma Türkiye’de kullanılan Braille yazı ve Nemeth kodlar ele alınarak tasarlanmıştır. Katılımcılar Latin alfabe ve sembollerini içeren matematiksel dile uyarlanabilir olduğundan Nemeth kodun daha kullanışlı olduğunu belirtmektedir. Ancak özellikle doğuştan görme engelli bireyler, ilköğretim çağından itibaren Braille yazı kullandıkları için bu kabartma yazıya daha fazla aşina olduklarını söyleyebiliriz. Hâlbuki araştırmanın sonuçları, Braille yazının doğasından kaynaklı olarak bireyde kavram yanlışlarına sebep olduğunu ortaya koymaktadır. Braille yazıda sembollerin veya işaretlerin kullanımında öncül karakterlerin olması bu yanlışların sebeplerinden biri olarak tespit edilmiştir.

4.3. Tablo, Grafik ve Diyagramlar İle Matematiksel Dil Kullanımı ve Bu Süreçte Kabartma Yazının Rolüne İlişkin Sonuçlar

Dokunsal algılamada görme engelli bireyin bütünü anlamlandırması, bütünü oluşturan parçaları anlaması ile mümkün olmaktadır (Thinus-Blanc ve Gaunet, 1997). Bu nedenle tablo incelerken görme engelli bireyler önce ilk satırı ya da sütunu, sonra ikinciyi incelediklerinde kümeler arasındaki ilişkiyi anlamakta zorlanabilmektedir. Başka bir ifade ile görme engelli birey tablo veya grafikleri bütün-parça ilişkisi ile incelemektedir. Bu nedenle grafik veya tablo incelerken elemanlar ya da noktalar gibi parçalar arasındaki ilişkinin ve genelde bütüne ait ilişkinin bireyin dokunma hareketleri ile paralel olarak söyleme yansıması gerekmektedir. Şeklin açıklanması, matematiksel ilişkilerin ve işlemlerin açıklanmasında betimleyici bir dil kullanımı da önemlidir. Sonuç olarak, görme engelli bireylerin tablo ve grafik incelemede uygun materyal kullanımı ve eş zamanlı söylem desteği ile başarılı oldukları belirlenmiştir. Ayrıca dikey konumda verilen tabloları incelemede ve anlamlandırmada daha başarılı oldukları sonucuna ulaşmıştır. Bu durum görme engelli bireylerin sıklıkla küp taş ve Taylor kasa materyali kullanımından kaynaklanabilir. Ayrıca Braille yazının lineer yapısına aşina olan bireyler, yatay konumlanmış tabloda alt alta yazılmış hücrelerdeki elemanlar arasında ilişki kurmakta güçlük yaşıyor olabilir.

5. Öneriler

Araştırma sonuçlarına dayanarak görme engelli bireyler ile matematiksel iletişim süreçlerinde matematiksel dil kullanımı ve bu süreçte kabartma yazının yerine ilişkin araştırmacılara, öğretmenlere, okuyuculara ve uygulamacılara öneriler sunulmuştur.

5.1. Görme Engelli Bireyler İle Matematiksel İletişimde Matematiksel Dil Kullanımına İlişkin Öneriler

Öğretim ortamlarında görme engelli bireylerin gören akranları ile aynı seviyede matematiksel diyalog gerçekleştirilmesi sağlanmalıdır. Bunun için görme engelli bireylerin matematiksel iletişim süreçlerinde matematiksel dil kullanımını yönlendirebilme becerisine sahip olması gerekmektedir. Başka bir ifade ile gören bireyler ile iletişimde matematiksel sembol kullanımı, işlem takibi veya not tutturma güçlükleri yaşanmamalıdır. Ayrıca görme engelli bireyin gören akranlarının kullandığı matematiksel sembol ve söylemlere hâkim olmasının yanında, gören bireylerin de kabartma yazıya dair bilgi sahibi olması kolaylaştırıcı bir önlem olacaktır. Burada söz konusu olan bireyler, görme engelli öğrencilerin destek odasında, kaynaştırma sınıfında eğitim veren öğretmenler ve sınavlarda görev alan okuyuculardır. Eğitim uygulamalarında öğretmenlerin sadece matematiksel ifadeler için kabartma yazı bilmesi yeterli değildir. Kabartma yazıda ve Latin alfabede matematiksel dile hâkim olmada güçlük yaşayan görme engelli birey ile öğreticinin matematiksel iletişimi kolaylaştırıcı uygulamalara sahip olması gerekmektedir. Bu uygulamalar için söylemde betimleyici dil kullanma, ses tonlaması, her iki alfabede sembol kullanımına yer verme, dokunsal araç kullanımı önerilebilir. Özellikle Braille yazı kullanmayan görme engellilerin söylemleri zihinlerinde temsil etmeleri için ayrıntılı ve ses tonlaması yaparak betimleme yapması yarar sağlayacaktır. Ayrıca görsel unsurları incelerken, görme engelli birey için her zaman okuyucu desteği imkânı olmayabilir veya betimleme desteği ve farklı dokularda kabartma çizgiler olsa da güçlükler

yaşanabilir. Bu nedenle, görme engelli bireylerin grafiği bir okuyucuya ihtiyaç duymadan ve dilediğinde inceleyebilmesi için grafikte farklı dokulardaki çizgilerin neyi temsil ettiğini gösteren bir lejantta yer verilebilir.

5.2. Matematiksel Dil Kullanımında Kabartma Yazıya İlişkin Öneriler

Matematiksel ifadeler için kabartma yazı kodlarının karmaşıklığı, yaygın kullanılmaması veya aşına olunmaması ve kodlarda kullanılan karakter sayısının fazla olması sonucunda, görme engelli bireyler için kabartma yazının erişilebilir olmadığı belirlenmiştir. Görme engelli bireylerin bu güçlükler ile baş etmek için bireysel kabartma yazı kodları kullanması, iletişimin önünde önemli bir engel teşkil etmektedir. Bu nedenle, öncelikle ulusal ve daha sonra uluslararası bağlamda kabartma yazı kullanımından kaynaklandığı tespit edilen sorunlar için çözüm önerileri gerekmektedir. Türkiye’de mevcut kullanılan kabartma yazının, görenlerin yazılı ve sözlü matematiksel dillerine yakın kodlar ile yeniden uyarlanmasına ihtiyaç vardır. Bu uyarlamanın yapılmasında matematiksel dilde standartlaşmayı sağlamak için uluslararası kabul gören kodların dikkate alınmasında yarar vardır. Nihayetinde görme engelli bireyler için, özellikle ileri matematiksel kavramların kullanımında, evrensel olmasa da ortak bir matematiksel dil geliştirilmesi önemli görülmektedir. Yaygınlaştırılması gereken kabartma yazının matematiksel iletişimin önünde bir engel değil, kolaylaştırıcı bir araç olarak uyarlanması gerekmektedir. Bunun için öncelikle Latin alfabede matematiksel dile yakın, söylemlere uyarlanabilir ve not almada güçlük oluşturmayacak bir uyarlama yapılması bu tür sorunların aşılmasına katkı sağlayacaktır.

Araştırmanın cebir kavramları üzerine ve bireysel görüşmeler ile gerçekleştirilmiş olması, bir sınırlılık olarak görülebilir. Bu nedenle geometrik kavramlar da dâhil edilerek görme engelli bireyler için bütünleştirilmiş sınıf ortamlarında ve öğretim uygulaması sürecinde matematiksel iletişim ve dil kullanımı incelenebilir. Bu araştırmalara dayanarak kabartma yazıda yapılacak olan düzenlemelerin ve yaygınlaştırmanın gerçekleştirilmesinde yarar vardır.

Examination of Mathematical Language Use of Individuals with Visual Impairment in Mathematical Communication Processes: The Role of Braille

1. Introduction

It is known that when an individual lacks one of human functions, other organs try to meet the needs by undertaking this function (Vygotsky, 1993). It is not enough for those who need differentiated teaching practices to reveal only their strengths that undertake these functions. Individuals should also be ensured to have equal conditions with their peers by taking advantage of the determined strong features. Equality in education involves making the adaptations that the student needs in teaching activities, rather than having every student experience the same educational practices (National Council of Teachers of Mathematics [NCTM], 2000, p.12). There are Braille, tactile and audio materials in order to ensure equal opportunity for individuals with visual impairment in current teaching practices. These developed tools are appropriate for the touch and hearing senses, which are the strengths of visually impaired individuals. It is useful to evaluate the effectiveness of those tools in practice in terms of the equal opportunity in education.

Mathematical applications for individuals with visual impairment are designed with verbal description activities and tactile tools (Rule, Stefanich, Boody & Peiffer, 2011). It is possible to mention to the types of verbal and written mathematical communication through these materials. Thus, verbal and written mathematical language skills develop simultaneously in the individual's mathematics making processes (Kabael & Baran, 2016). However, nonlinear mathematical writing language with symbolic notations such as indicial, exponent and fraction takes completely linear shape (single line) in Braille system. In addition, Braille codes were developed independently in many countries of the world. Although mathematics is accepted as independent from the mother tongue like music, there are no universal Braille codes for mathematics (Bitter, 2013). In this context, it is noteworthy to examine the use of mathematical language in Braille, which has a variety of difficulties.

1.1. Mathematical Communication and Individuals with Visual Impairment

Mathematical communication is a process skill that reveals the student's mathematical thinking and takes part in making sense of mathematical concepts. Mathematical communication skill allows to organize and transfer student thinking. Thus, the individual can express his/her thoughts clearly and make sense of the thoughts of other individuals. Therefore, in the process of learning mathematics, it is expected that the learner can use the written and verbal mathematical language correctly and effectively (Barwell, 2008; Kabael & Baran, 2016; NCTM, 2000).

For active learning in mathematics education, the student is expected to discuss with his/her peers and teacher about mathematical contents. For the learner of the differences in initially his/her own language and discourse, mathematics can create difficulties in the process of mathematical communication. Communicating with their peers and teachers for blind individuals who take inclusive education also brings about other difficulties in having comprehensive knowledge of two different written languages: Latin alphabet and Braille. Brenner (1998), who investigates the types of mathematical communication in terms of the variety of educational practices in classes with students with different mother tongues, emphasizes the importance of differences in written language and discourse. Brenner (1994, 1998) has defined communication categories in the development of mathematical understanding in his research by considering the problem solving process: (i) *Communication about mathematics*: It includes individual thoughts and reasoning in cognitive dimension in the problem solving process. The mathematical thoughts that the individual creates in his mind in the crowded classroom environment and the reflections of these thoughts on practice are discussed. (ii) *Communication in mathematics*: This is about using the shapes, symbols and language of mathematics. It is also the use of language on discourse in discussions in mathematics. In other words, it is the reflection of the individual's vocabulary on the mastering of mathematical language. (iii) *Communication with mathematics*: It deals with the students' use of mathematical arguments and the process of finding alternative solutions.

Brendefur and Frykholm (2000) examined mathematical communication by considering the interaction and communication processes in classroom practices. They clarified four types of communication as uni-directional, contributive, reflective and instructive communication. (a) *Uni-directional communication* is communication where the teacher takes an active role in mathematics lessons and the student is the listener. (b) *Contributive communication* includes communication about mathematics in the process of interaction between students or between teacher and students. The aim is only to share ideas and provide opportunities for reasoning. (c) *Reflective communication* is the communication that students convey their ideas, strategies and results to their peers and teachers. It is the teacher and students' mathematical communication with each other as a result of reasoning as planned and based on arguments. During the communication, the active role of the student and the teacher continues following each other. (d) *Instructive communication* involves the encouragement to think deeply and support for comprehending to student, which is beyond the interaction between teacher and student.

Inclusive students, a component of classroom communication, are categorized according to their qualifications. In this context, individuals who cannot use their eyesight in learning practices are defined as visually impaired in terms of the education. For the individuals classified as blind and low vision, individuals with visual impairment in terms of education, there is a need for tactile and audio materials (Gürgür & Şafak, 2017, p. 139). In the current study, individuals with visual impairment who cannot use the eyesight in educational practices are considered as the individuals whose eyesight is lower than one tenth.

For individuals with visual impairments, mathematical communication is maintained description based verbally, written and tactually. Mathematical communication occurs not only with teachers and peers, but also with readers in national exams or voluntary platforms. For students with visual impairments, touch, movement and discourses play a more active role in teaching practices compared to their peers. Involving materials such as styrofoam, clay, plastic-coated wire, Braille shapes and writings in the adaptation of the course content to the individuals with visual impairment in the teaching practice eliminates important problems (Argyropoulos, 2002; Rule et al., 2011; Spindler, 2006).

1.2. Mathematical Language and Individuals with Visual Impairment

Language, as a means in expressing the knowledge, is also the basic element in shaping the thought (Schutz, 2014). In the literature, in each of the different definitions and explanations based on the relationship between mathematical communication and thinking processes, verbal language has an important role in doing mathematics (Dubinsky, 2000; Sfard, 2001). Indeed, Ernest (1999) emphasizes that language is a means in the processes of defining, formulating and comparing mathematical thoughts. In addition, Sfard (2012) states that mathematics is a discourse and has characteristic features. These characteristics, which include mathematical terms, symbols, graphics, arguments, make up the structure of mathematical language. In the broadest sense, mathematical language is verbal or numerical communicative processes through representations, notations, symbols and shapes (Ernest, 1999).

Language, whose main function is communication organizes thinking through concepts, terms and symbols. Thus, it strengthens the student's understanding, enables them to explain the concepts and express their mathematical ideas. In this process, the mathematical language used by individuals in communication is better understood (Lee, 2006). In this context, mathematics education practices for individuals with visual impairment, where discourse is prominent in mathematical communication, are carried out in individual and inclusive education settings. In Turkey, there are schools for the individuals with visual impairment from 1st to 8th grades inclusion practices and inclusive education at K12 grades. In inclusive education practices, individual education programs are implemented in the support training rooms. While individuals with visual impairment at primary schools learn Braille, some of the individuals who have vision loss after primary school age do not know Braille. Besides Braille and Nemeth texts, which are commonly used as teaching materials, there are also reader programs and tactile materials. These teaching tools play an important role in the mathematical communication processes and mathematical language development of individuals with visual impairment (Karshmer & Farsi, 2007).

While sighted peers can immediately detect mathematical representations addressing the visualization in the practice, individual with visual impairment need significantly more cognitive processes (Spindler, 2006). In this process, the individual with visual impairment communicate by reading, by touching and by verbal description (Argyropoulos, 2002). Teaching mathematics of the sighted individuals to the individuals with visual impairment with Latin letters create difficulties stemming from written and verbal differences in mathematical language. This situation arises from various differences in implementations such as using symbols differently and not writing processes linearly (Argyropoulos, 2002; Bitter, 2013; Spindler, 2006). Considering the concurrent progress of the use of mathematical language as both verbally and in writing, the place of Braille in the communication of individuals with visual impairment is considered worth examining.

1.3. Braille and Mathematics

Language is not only a discourse phenomenon, but also plays a functional role in the use of signs. The use of signs or symbols emphasizes the importance of language in writing as well as in verbal communication. As a matter of fact, written language appears as the most detailed form of language (Tuna, 2006). The tactile writing language for the individuals with visual impairment all over the world consists of the BBraille alphabet, which we called as dot alphabet.

Braille, the alphabet of the individuals with visual impairment, was developed in 1829 by the French Louis Braille. In Turkey after various arrangements in 1975, Braille was finalized with the abbreviations and mathematical symbols based on 6-dots Braille alphabet. If the letters in the Braille script are written after a character ($\cdot\dot{}$ symbol) called a number sign, numbers are obtained. For example, the symbol that corresponds to the letter *a* in Braille, also represents the number 1 when a number sign is placed in front of it (see Figure 1).

individuals in the educational practices including the exams of the individuals with visual impairment and the reflections of Braille in this process. (ii) To determine the use of mathematical language usage of individuals with visual impairment in particularly algebraic thinking processes and in the symbol use of those concepts, and the reflections of Braille in this process. (iii) To determine the use of mathematical language of the individuals with visual impairment in visual representations of such as tables, graphs and diagrams and the reflections of Braille in this process. In order to achieve these objectives, the research question is expressed as follows: ‘How is the use of mathematical language use of the individuals with visual impairment in the mathematical communication process and what are the reflections of Braille on the use of mathematical language?’. Given the written and spoken mathematical language, which includes mathematical terms, symbols, and graphics, the sub-research questions about the main question can be listed as follows:

- How are the use of mathematical language in the mathematical communication process in the educational practices of individuals with visual impairment (class applications, supportive education services, exams, etc.) with teachers or readers and the reflections of Braille in these processes?
- How are the use of mathematical language in the processes of thinking about mathematical concepts and the use of symbols belonging to these concepts particularly in the context of algebraic concepts and the reflections of Braille in those processes?
- How is the use of mathematical language in representation types such as tables, graphics and diagrams of the individuals with visual impairment and what are the reflections of Braille in this process?

2. Method

This study, which aims to examine the mathematical language usage of individuals with visual impairments in detail, was designed as a case study (Merriam, 1998) that allows a holistic interpretation by addressing the situations under their existing conditions. Multiple case study is a type of case study that provides the ground for presenting various and rich comments by considering more than one case that has common features in the research (Merriam, 1998, p.49). In this study, as each participant with visual impairment and their mathematical language usage processes are considered as a case with different perceptions and insights, a multiple case-embedded design pattern is adopted.

2.1. Participants

When the visually impaired individual's vision loss is congenital or occurs at school age, it plays an important role in the individual's perception, understanding and learning mathematics in particular (Ferrell, Buettel, Sebald & Pearson, 2006). In addition, light and color perception, vision loss percentage are also among the factors affecting learning, use of text and materials. Braille use forms both learning and mathematics making processes. By taking into account the purpose of the study, participants were determined on a voluntary basis by criterion sampling and stratified sampling in the context of the mentioned criteria. While the use of Braille, the presence / absence of color and light perception, the period of sight loss are the variables of the stratified sampling method, 90% or more vision loss and no accompanying disability make up the criteria. Criterion of being at least high school graduate was also added since the participants' prior knowledge of mathematical content would focus on the aim of the research. The code names and information about the participants are given in Table 1.

Table 1.Information of the Participants

Participant	Percentage of Vision Loss	Color and light perception	The Period of the Vision Loss	Braille Use	Education
İsmet	% 95	Available	Congenital	Yes	Psychological Counseling and Guidance Teacher
Okan	% 98	Available	Congenital	Yes	Psychological Counseling and Guidance Teacher
Şeyda	% 98	None	Congenital	Yes	Division of Visually Impaired Students Education
Erdem	% 90	Available	in 4th Grade	No	Academician
Cem	% 98	None	in 6th Grade	No	Literature
Nuran	% 98	None	in 3rd Grade	Yes	Psychology

2.2. Data Collection Tools

In mathematics education research, clinical interview method is one of the effective methods to discover the structure in the mind of the learner, to determine the basic activities and to examine the cognitive processes (Clement, 2000, p.547). Since the processes of mathematical language and Braille use of individuals with visual impairment include verbal, written and cognitive processes, the data of the study were collected through task-

based clinical interviews and semi-structured interview forms. The interviews recorded through video took place in 2 sessions and each session lasted an average of 90 minutes. The interview questions of the first session were designed about the current Braille, mathematical communication, language, and problems and practices of mathematics curriculum. It focuses on discourse, an important element in mathematics education practices of individuals with visual impairment, concept definitions, understanding visual elements and problem solving processes. (Baki & Çelik, 2018). Additionally, different representations, associating and mathematical language are important in the development of mathematical communication skills (NCTM, 2000). In this context, the interview questions of the second session aim to define algebraic concepts, to think and apply in algebraic operations, to examine tables, graphics and figures, and to examine the transition processes between these representations. With the help of prompt questions at clinical interviews, the participants were enabled to reason on their own thinking and to face situations that would necessitate the use of more mathematical language. Since it is aimed to examine the current situation of individuals with visual impairment without any effect, writing, figures and diagrams in Braille were used. Questions that require use of Braille were adapted to participants who do not know Braille as regards to their implementations in mathematics lessons. For example, implementations such as re-reading a few times or describing the shape by moving the participant's hand over the Braille lines were made. Although the participants do not use Braille actively, they were able to read the Braille alphabet and numbers.

The interview questions, which consisted of 45 questions, were examined by 3 academicians, a field expert (mathematics), a mathematics education expert and a blind education expert. By taking concept definitions into account according to the expert opinions, the order of the questions about algebraic concepts (variable, unknown, equation, equality, inequality, function, pattern) was changed and the errors arising from the printer material in Braille were corrected. Then, pilot interviews were conducted with an congenitally visually impaired university student with 95% vision loss, no light and color perception. As a result of the pilot interview, arrangements were made to prevent difficulties in reading or feeling, which stem from Braille. In addition, an interview question was added as whether they used applications such as Nemeth code other than Braille. Sample interview questions are given below (See Figure 4).

- Are there any verbal expressions, signs or models that you use in your math class? Why did you prefer such an application?
- How long have you used the Braille alphabet in math classes? Have you used Nemeth code? Could you share your experiences?
- What comes to your mind with the concept of equality? How would you explain the concept of equality? (Braille code, symbol representation in the materials used, '=' the symbol used by the sighted individuals, etc.)
- In the question "What is the sum of the integers a that provide the expression of $18a - 12 > 12a + 30$ for $a \in \mathbb{Z}$?" What would you say about the ' a ' and '>' symbols in the question? Could you explain?
- The change of the amount of energy consumed in [...] over time is in the table. Accordingly, which of the graphics I will give you belongs to this table. Could you explain?

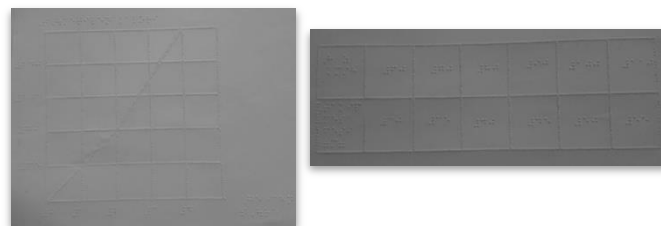


Figure 4. Example of graphic and table designed with Braille in the interview questions.

2.3. Data Analysis

The video recordings were first analyzed by content analysis by transcribing the participants' discourses and examining the hand movements in the visual elements. Then, in order to determine the reflections of Braille in practices, the Braille writings or verbal descriptions of the participants were analyzed in detail in the context of the use of mathematical language. Discourses of individuals with visual impairments, Braille writing and drawings, hand gestures are analysis units. The analyzes were completed by consensus by the researchers (Miles & Huberman, 1994) and by receiving opinions by a researcher who is specialist in the field of visual impairment. In the interviews between the researchers regarding data analysis, the similarities and differences of the different coding in the mathematical language originating from the nature of Braille with the theories discussed in the literature were discussed and reached a consensus.

Analysis samples under the category of 'description of written language' are presented from the research data below:

Şeyda: I understand very well if he did not explain as if teaching someone sighted, namely, as if he was writing on my brain, not like a writer on the board. [...] ' $2(2x + 1) = ?$ ' Here he writes to me on the board, he says, for example, we put this here, and we distribute this to this, and this happens. I say what happens now. But, when he says: "We said $2x + 1$ in 2 brackets, right?, we take 2 and distribute it in the brackets. How do we distribute, we multiply 2 with $2x$; $4x$, there we multiply 1 with 2; 2, it is $4x+2$, right Şeyda?", I figure out that this is distributed in the parenthesis in such a way.

Okan: For example, the position of the exponent in the exponential number in the complex situations! There is no problem at 2 to 2, 2 stands there. But it says $2x + 1$ to 2, the problem is to comprehend this. For example, where is it plus 1, on the right or on the left, how do we express it?

Şeyda and Okan state that the teacher should describe the processes in the mathematical communication process. The discourse here covers both formal and operational features about the explanation in written language. In addition, it was interpreted as describing the symbols in mathematical language and stating the equivalent of the words 'exponentiate or power' in the written language. Thus, we can explain the category of description of the written language with sample codes as follows:

- Including descriptive discourses for texts, equations etc. written on the board in classroom applications (For example; 'we multiply 2 by $2x$; $4x$, we multiply 1 by 2; 2, $4x + 2$, right, Şeyda?')
- In class practices, individuals, readers or peers describe the symbols in mathematical operations, concepts, etc.(For example; 'where is plus one, to the next, to the right or to the left? How do we express this?')

2.4. Research Process

The research examines the reflections of Braille in the use of mathematical language in the discourses of classroom practices and in the communication process with the reader while the individuals with visual impairment perform operations with mathematical concepts. The interview questions to be carried out for this were designed within the scope of the dimensions related to mathematical concepts, problem solving practices, experiences in communication environments such as classroom implementations and exam implementations, the use of mathematical symbols and the perception of symbols, the examination of Braille text and shapes. Next, implementations of taking expert opinion and pilot study under the data collection tool title were carried out. Following the adaptation of the interview questions in the light of the feedback obtained, individual interviews were held with the participants in two sessions. Process calendar is presented in Table 2.

Table 2. Research Process Calendar

Steps of the Research Process	Date
Designing interview forms	January 2018
Getting expert opinions for interview forms	February 1-15, 2018
Adaptation of the interview form in line with the expert opinion	February 15-20, 2018
Pilot interview	March 8, 2018
Adaptation of the interview form in line with the pilot interview	March 10-15, 2018
Determination of research participants	March 15-April, 25 2018
Conducting interviews with participants	May 2-June 7, 2018

2.5. The Role of Researcher

The first author conducted the interviews with the role of researcher. In the interviews, the researcher avoided descriptions in some questions about the concepts and preferred to use written materials in order to examine the participants' use of mathematical language. For questions with symbols or equations through Braille text papers, she asked questions such as 'What does the symbol shown here mean to you? How would you interpret this equation? How do you build the solution of this problem?'. However, in the verbal problems, the researcher always re-read the problem or explained by describing the text or material that the individual wanted to describe. For the written materials presented to the participant, she also directed the participant with the explanations such as 'I am leaving another form at the moment' or 'There is another table here'.

2.6. Validity and Reliability

Before the interviews, the participants were chatted for 15-30 minutes and were informed about the scope of the research. In addition, the researcher visited the participants attending special education institutions and had the opportunity to meet them for a short time and made observations. Thus, more information about the participants was obtained and it was made possible to provide an environment of trust for them to express their opinions easily. Before the interviews were conducted, the participants were given time to examine the

environment in which the interviews were held and they got used to the environment. In some sessions, the interview was interrupted and the participant was given the opportunity to rest. In addition, considering the needs of individuals with visual impairments during the interviews, tools such as Braille writing board and cube stone material were made available for the participant to use whenever they wish.

With the detailed description and purposeful sampling, it was aimed to enable the transmissibility the research results to other environments. The results were described in detail with the implementation of criterion and stratified sampling methods, giving detailed information about the participants, describing the environments where the research was carried out, explanation of the role of the researcher and direct quotations through obtained data. Additionally, it is also important that the activities and concrete materials in the teaching session were described and explained.

Getting expert opinion and making a pilot study for data collection tools are important in terms of the reliability of the research.. A consistency study was conducted by coding the raw data of the researchers separately and obtaining a confirmation for the categories obtained from a field education expert. In the coding of the researchers, approximately 90% overlap was detected. Disagreements between only the formation of categories were discussed and consensus reached. For example; while describing the written language for implementations involving readers such as class applications and exams was initially considered as two separate categories, and later on, it was considered in a single category as ‘description of the written language’. With the analysis made by the second coder for all the data obtained from three participants, approximately 86% consistency was detected. To give an example to the differences of consensus; it can be mentioned that concept-oriented categories were included since the data were categorized without discriminating between Latin and Braille alphabets by the second coder. As a result of the interviews, the analyses were completed with the consensus that the importance of alphabets in the written language and the use of mathematical language such as the symbolic language included in the concepts, the concepts themselves were important.

3. Findings

Findings obtained in relation to the mathematical concepts, representations such as symbols, tables, graphics etc in educational practices, mathematical language use and the reflections of the Braille were interpreted under sub-titles by taking the mathematical communication processes of individuals with visual impairment. First of all, the scope of these titles that make up the themes were explained with their indicators by associating them with the conceptual framework. Then, the findings drawn from the data were presented by supporting through quotations.

3.1. Mathematical Language in Mathematical Communication Processes in Educational Practices

Individuals with visual impairment are in communication with their teachers, peers or readers during classroom practices, school or national exams, and supportive education practices at private educational institutions. The communication in these educational practices covers the processes of communication about mathematics according to Brenner (1994, 1998). The most remarkable one among the categories determined in the mathematical language use of individuals with visual impairment in this process is the use of *a descriptive language* in discourses. It is important that the teacher/reader displays a descriptive explanation of concepts, symbols, shapes, problem status or solutions of equations in the processes of communication about mathematics with individuals with visual impairment. In the process of one-way communication in which the teacher is active (Brendefur & Frykholm, 2000), it is an inevitable fact to make statements or describe the sequential processes. Individuals with visual impairment are expected to be familiar with *the mathematical language in Latin and Braille alphabet* in order to establish an effective and understandable communication with their sighted peers, teachers or readers in the classroom practices, supportive educational practices or exams where contributive, reflective or instructive communication (Brendefur & Frykholm, 2000) processes take place. Thus, it will be possible to learn the concept described, to follow the explained equation or to realize mathematical thinking. It will also be possible for the individual with visual impairment *to take note* of what he is listening, as well as to establish mathematical communication with the sighted individuals and to have the reader take notes. In these processes, *tactile communication* plays a key role as much as discourses. In this section, sample findings were presented for the indicators related to the use of mathematical language and the reflections of Braille in educational practices.

Cem does not know Braille since Cem lost his vision at an older age. For this reason, Cem procures mathematical communication by writing symbols mutually on palms with the instructor or reader. This situation can be evaluated as a reflection of the sense of touch for communication in mathematics.

Cem: *We were drawing in the palm of my hand, like drawing a triangle, then I was drawing in his hand whether I understood correctly. For example, we were drawing an angle or my teacher was drawing in my palm by saying let's draw an orthogonol here [...]*

Okan, on the other hand, talks about the importance of understanding the mathematical language usage of sighted individuals. Here, he did not mention only the use of mathematical language with Latin symbols. He also emphasized the importance of taking note and having notes taken in Braille and the place of mathematical language in this process.

Okan: [...] Because I can not constantly take notes and scribble. But, for example, having somebody take a note is also a skill in my opinion, sometimes we take an exam, we have a reader support. I am having the note taken, for example, when an operation lasts too long. But firstly, he reads the whole, I set certain things in my mind, sections that can be cut. I say "Read until there. Here, read the numerator, first, then, read the denominator, which sign is next to that slash?". When I say it, I, first, have a figure in my mind about where I can find a solution.

As seen in Okan's statements that it is not enough to know the symbols in both alphabets for the contributive and reflective communication of individuals with visual impairment, and that it is also necessary to direct each other and describe. Note-taking and having the readers take notes for the individuals with visual impairment draw attention as the types of communication that are difficult and important for mathematical communication. Another remarkable finding here is that touch is one of the representations for communication with mathematics and mathematical language use. İsmet also emphasizes the importance of description, taking notes and having the reader take note to maintain the reflective communication and the continuity of the communication process with mathematics.

İsmet: [...] I need to know how to get the information that I will direct the teacher in mathematics. If I have no knowledge of mathematics, I cannot direct the teacher. There is dilemma there like which came first the chicken or the egg? Now, is it since I know that I direct the teacher right, or since the teacher expresses correctly and I know how to explain correctly? For example, I think of the latter. But not because of the teacher, but because of my brother. We developed methods of explaining me with my brother [...] Then I was telling the teacher how to express me mathematics.

From İsmet's statements, we can say that mathematical communication and language skills are important and involve a cognitive process. It was determined that contributive and reflective communication has more importance in teaching practices for the individuals visual impairment. A similar thinking for the congenital and later visual loss participants is the process of following mathematical operations. One of the problems in the process of making mathematics in Braille is that the number of characters is high. Another situation that increases the mentioned difficulty more is the process of taking notes or solving mathematical problems with a tablet pen. Participants' thinking about the operation follow-up supports the findings regarding the importance of having the readers take notes and the use of mathematical language for communication.

Nuran: For example, I take the Braille pen in my hand, I am doing as such by writing normally it in my mind. I am actually writing what is in my mind on the table, I am progressing in that way, by writing with sighted script, I keep on in that way. [...] I am thinking numbers more with sighted manuscript, I've realized it now.

Researcher: Does Braille ever come to your mind?

Nuran: Yes, it comes and it also comes but sighted script comes a bit more [...] For example, I put + and - or, anyway, in the logarithm I put that shape in my mind, I bring the shape of the derivative. Yes, I have a white blank board in front of me, and I draw it out by drawing it in my mind.

Nuran knows Latin numbers, letters and symbols since there was no visual impairment in the first years of primary school. For this reason, she expresses that she can maintain follow-up in her mind with Latin numbers and symbols especially when making mathematical operations. Although she can make operations by both alphabets since she uses Braille, she thinks that Latin writing is more functional. This may be a reflection of the requirement of more character use in Braille and difficulty of making operation and taking notes.



Figure 5. Şeyda imagines Braille in her mind for mathematical operations.

Şeyda: *For example, when I touch the table, I imagine that there are dots under my finger, I myself created something like this. But nevertheless, when I do not write, even though there are spots, it definitely disappears in my mind. This doesn't occur with the simple equations, but I'm talking about long expressions (see Figure 5).*

Şeyda stated a significant point for the importance of writing in mathematical communication. Braille creates difficulties in the use of mathematical language, particularly, in complex operations or in contents with increased use of symbols. This situation, which is in parallel with note-taking difficulties, necessitates the skill development of making operation in the mind. The ability to divide these processes into various sections or express them mathematically is based on the use of mathematical language.

3.2. Mathematical Language With Mathematical Concepts and Symbols

Symbols and signs, which are of the nature of the mathematics play an effective role in constructing concepts. The individual's understanding, perceiving and revealing of the thinking about this concept requires mathematical language through symbols. The written and/or tactile materials used by the individuals with visual impairment, the codes in Braille, and the individual differences of those codes constitute the theme regarding the place of symbols in the use of mathematical language. On the other hand, it was found out that the individuals with visual impairments construct abstract mathematical concepts *by using concrete objects or concepts*, build up structures such as *individual abbreviations, symbols or analogies* for mathematical concepts or symbols belonging to these concepts. There are reflections of being known of the *symbols in Latin alphabet and Braille alphabet* and codes, demonstrations and representations related to those symbols by the learner and the teacher on the mathematical language used in communication. These categories include Brenner's (1994, 1998) category of communication within mathematics, which deals with the use of mathematical symbols and mathematical language. In addition, individuals' use of alternative symbols, abbreviations, etc. are among the indicators of the category of communication with mathematics. A few effective examples from the findings obtained under this theme were presented.

Cem: *There was a shape like this (he drew a parenthesis-like shape in the palm of his hand) setting apart from the outside and so on. [...] When we write the number on the shape we draw, it means something different. [...] Exponential numbers [...] Now, well, for example, how to say that I characterized the shape like that in my mind (He draws parenthesis in the palm of his hand). But, I characterized it antenna number in my mind.*

Cem makes use of concrete concepts to visualize mathematical concepts in his mind. In this process, it can be said that he previously considered objects or concepts based on eyesight. It was determined that congenital participants with visual impairment, who cannot use simulation or analogy to concrete objects, often apply to their own symbols or abbreviations. Şeyda points out the use of mathematical symbols not only for Braille code characters, but also the use of mathematical symbols when taking notes on technological devices.

Şeyda: *[...] since I do not know how some symbols are made on the computer, however, they exist. For example, when writing the factorial, the factorial sign is put, but I was doing this by writing since I don't know. For example, if it is going to be radicand, I couldn't do anything, I, myself, was writing "write the radical expression" there, and then close the cube root. [...]*

In the statement of Şeyda, there is an example of the findings observed in each of the participants. It was determined that the participants did not know the character equivalent of many mathematical symbols in Braille and, therefore, they used abbreviations in the texts as a solution proposal for this. Another noteworthy situation here is the need to use alternative symbols in Braille, which is caused by using the 6-dots alphabet used for the letter characters. In Okan's statement, there is an example of using the symbol of his own over the concept of radical expression:

Okan: *[...] For example, it is opened but not closed in roots. [...] Here's what I was doing, I was writing radical, using parentheses, or using it to close the same radical. Namely, I was putting the mark at the end again. [...] There is a small v-like-notch in those who normally see it, that's what they write inside. A long line continues after that. The scope of the radical continues until it goes. That's not the case with us. In the normal text, we put there the Braille symbol composed of 1-4-6, ş letter, it turns out the radical sign. Where the scope of the radical begins and where it ends symbolically it is a bit difficult to show or they did not teach us how [...] There is something different like Nemeth code. Its writing is a bit different. Of course, it is also Braille alphabet and may have limitations, but it takes us closer to the sighted. My argument is that we need to put the language of the sighted, written language, on the right track, because the teacher in the classroom says that this went from there... that came from here... the one below took away that...the one above...in my writing there is no above-below but everything is side by side, in the coding system in Turkey. But in Nemeth,*

that is not the case, Nemeth has also above-below [...] I did not know the advanced mathematics symbols, I was making up them in my mind (laughs). Because they did not teach us the thing in the secondary school, the summation symbol, like sigma, I don't know, well.. (laughing) I think I was doing something in my head, I think I was doing 3-4 (thinks). The slash (/ points) is normally [...]

It is found that Okan wrote operations not only with text but also with the help of parentheses. It is clear that Okan and Şeyda do not have a comprehensive knowledge of mathematical symbols in the Braille. We can also state here that Braille writing is complex and insufficient for symbol use. It is clear in Okan's statements that Nemeth code has more similarities with the Latin script in order to communicate with sighted peers, tutors or readers for the use of mathematical language. We can mention the individual symbol use according to the category of communication in mathematics. Okan explains the most important rationale for the use of individual symbols by not having a full knowledge of the symbols in Braille.

Nuran, who had eye sight during primary school years, makes effort to write in Braille the mathematical symbols in the Latin alphabet as described by sighted teachers or peers.

Nuran: *More precisely, I was embossing those shapes as they describe, almost the same as sighted script. For example, I was writing logarithm as log, by writing a line below the bottom right corner, for example 2, by adapting it to sighted script in that way. [...] It was more memorable.*

We can say that contributive and instructive communication is important here. Similarly, Okan, who is congenitally visually impaired, dealt with the importance of having information about the symbols, signs, or visual elements used by sighted individuals with whom he is in contact. For the individuals with visual impairment, we can say that it is necessary to communicate in mathematics in both Latin and Braille.

Okan: *[...] I felt comfortable when I learned to approach the visual language. Because now I understand what the other side says. [...] It was good for me because, as I said, I'm learning visually, touching means seeing for me. That is why I am defending the Braille book, because it fits in my mind and, in other way, it is explained verbally. [...]*

Okan described the touch sensation and perception with the expression 'visual learning'. Thus, we can say that tactile communication is not limited to drawing shapes on the palms of individuals with visual impairment or waiting for them to draw the shape they perceive on the table. Another finding that emphasizes the importance of tactile action in the development of mathematical language use is as follows:

Nuran: *[...] My friends were trying to explain by drawing with their hands, saying to the right and to the left, or to describe geometric shapes with pens or something.*

From Nuran's statement, we can say that there are touching or tactile activities for each category of mathematical communication of individuals with visual impairment. Discourses should be supported with tactile actions in providing communication for the processes of understanding, perceiving and thinking of the individuals with visual impairment. Another finding about the importance of discourse for the use of mathematical language in communication with individuals with visual impairment is as follows:

Erdem: *Something funny or painful as a symbol, when I was in 3rd grade at secondary school or 1st grade at high school, when the exponential numbers were being taught, teacher was saying 2 squared 3 or 3 squared 5 etc, since visually I couldnt see the number there, I was writing visullay, in other words, I was always drawing and writing frames. Actually 3 frames (he draws 3 squared regions with his hand). I did not know that what we call a square was written on the exponent as a small symbol. [...]...says that factorial sign is something, there is one İ letter (in Turkish), but the point, he says at the bottom or absolute value, he says there are two lines.*

Since Erdem had vision loss in primary school period, he matched the square concept, a geometric concept in his mind, and the exponential expression with number of power, 2. Here, there may be a lack of information about the definition of the concept, or we can think that the instructor does not pay attention to the expressions in the discourse or do not arrange the tone of his voice. This may be due to the fact that the language of mathematical writing language, in other words, symbols, generalizations or equations, was not properly described and explained in detail. Another example of the misconception in the use of symbols from Cem's statement about the importance of discourse with individuals who do not use Braille writing or do not have visual loss congenitally is as follows:

Researcher: *What does the symbol ($>$ greater than) mean in $18a-12 > 12a + 30$?*

Cem: *It shows that $12a + 30$ is bigger than $18a-12$.*

Researcher: *If we express this right and left or before and after?*

Cem: *The next is bigger.*

Cem's mistake may stem from discourse or lack of knowledge regarding the concept. However, having a similar difficulty, Şeyda revealed that it can be caused not only by discourse but also by Braille.

Şeyda: *It is bigger than the symbol of greater than, 18a-12 is greater than that (emphasizes) 12a + 30. I used to confuse this a lot, for example, the previous one from the latter one, oh my!., yes, it's bigger than the latter one. Am I saying wrong? But I had serious trouble until I learned this. [...] For example, I was doing it by imagining that the "from" statement comes to the very end of the numbers.*

Although she uses Braille, she states that discourse is effective in her perceiving. In addition, here, the presence of more than one character or the leading characters in the expression of symbols or signs in Braille can also be effective.

3.3. Mathematical Language with Tables, Graphics and Diagrams

According to the categories of Brenner (1994, 1998), visual contents such as tables, graphics, diagrams in all mathematical communication processes are important components of mathematical language in terms of representation types. *The use of tactile supportive education tools*, which are the most effective way to make visual contents accessible to individuals with visual impairment, and *to include discourses based on simultaneous description* are important categories of mathematical language use. Braille writing and Braille dot strokes play an important role in the design of tactile materials. In this section, the findings regarding the use of mathematical language and the practice of Braille are given in the use of tables and graphics.

It was determined that the participants had difficulty in reading the table. The participants stated that this difficulty arises from the fact that the table is not used frequently in educational practices. It was found that the participants were more successful in reading, understanding and associating vertical positioned tables. For example, in the representation of the relationship between the two sets, it was observed that when the elements were matched in two columns made more sense to the participants.. The participants were able to define how the expressions written in the cells in the two columns that they followed concurrently with their right and left hands were matched according to what kind of relationship.

It was determined that the graphics, which were drawn with Braille, were not difficult for the participants to perceive. Only Cem from the participants stated that he had not studied graphics before. The participants studied, read and made sense of the graphics, since they had knowledge of coordinate system, ordered pairs and points. Since the graphics were drawn to represent the relationships given with tables or algebraic expressions, the participants were successful in describing, explaining, or determining the correct chart. While examining the first graphic given in the interview, it was pointed out that the participants had difficulty in distinguishing the graph, coordinate axes and grids showing the relationship in different textures. It was noted that they found it more understandable as the following graphics were continued with Braille text in the same texture. Therefore, the use of Braille made it understandable as it brought about several difficulties together.

Researcher: *I want you to identify the graphic that shows the right relationship.*

İsmet: *Now let's see, I got it. That matches up to 35 (I am looking at that (touches the point (0.35)) touches the note (1.35). I went up to a checkbox and came here (he trails his finger from 2,35 point to 0,35 point). It comes to here and cut here (See Figure 6).*

Researcher: *Do you think so?*

İsmet: *Didn't it come? (He follows the graph and determines 35 point again). What does that mean?*

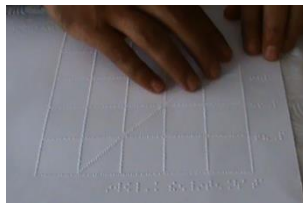


Figure 6. İsmet's Braille graphic review process

While analyzing the graph, İsmet draws attention to the simultaneous relationship between discourse and reading by touch. Although İsmet has a preliminary knowledge about the determination of the points showing the matchings in the formation of the graphs and inclusion of the those points in the graph, it was observed that he had difficulties during discourse. İsmet used the word 'to come' to express that the point he determined was a point on the graph (above). However, it can be thought that this discourse is a scheme in his mind and was previously told by his teachers.

4. Conclusion and Discussion

The findings of this research on the processes of mathematical language use for mathematical communication of individuals with visual impairment were discussed by considering the context of the research in general and by considering the categories of Brenner (1998) and Brendefur and Frykholm (2000) in particular. Accordingly, the results of the research were presented considering the sub-problems and, therefore, the themes in the findings.

4.1. Results on the Use of Mathematical Language in Mathematical Communication Processes in Education Practices and the Role of Braille in This Process

Although Brendefur and Frykholm (2000) created their categories in an affective and cognitive context, as classroom practices focused and by taking the discourses into account, the categories are insufficient to examine the thinking of the learner in mathematical communication. Considering the importance of verbal and tactile stimuli in communication, when the thinking of individuals with visual impairment were examined, two important points emerge for the use of mathematical language. One of them is written mathematical language and the other is verbal mathematical language. Kabael and Baran (2016) pointed out the importance of concurrent teaching of semantic and semiotic structures in mathematical language. Therefore, teaching mathematical concepts together with their representations and effective use of written and spoken language become prominent. However, for the individuals with visual impairment, the visual and verbal formation of the mathematical language in mathematical communication depends on the concurrent formation of tactile movements and discourse. For this reason, for individuals with visual impairments, it is important that touch sensation (hand movements such as gestures and facial expressions, Braille or shape examination etc) should be taken as a component for the mathematical language skill besides discourse. Brenner (1998) created categories according to teaching practices in mathematical language in verbal communication. However, tactile movements that were not taken into account in the creation of those categories can generally be considered in the context of 'gestures and facial expressions'.

For individuals with visual impairment, the use of embossed materials comes to the forefront as well as the use of tactile materials in mathematical communication. When tactile materials become part of communication, including Braille, synchronization with the act of touch and consistency with them are important. The discourses of the sighted peers, instructors or the readers should be in harmony with the characters of Braille of mathematics. Another factor here is the necessity for the individual with visual impairment to have a full knowledge of the mathematical language in the Latin alphabet. This knowledge is not limited to knowing Latin symbols or discourses. The individual with visual impairment must have a full comprehension of mathematical language in Braille in order to be able to read Braille and take notes in Braille, Braille alphabet. In addition, individual with visual impairment must have a full knowledge of mathematical language in the Latin alphabet in order to communicate with the sighted individuals. In this context, Braille, which offers equal opportunities to individuals with visual impairment, also causes difficulties in language use. Another limitation of Braille is the difficulty in taking notes due to the excessive number of characters in written mathematical language. This limitation leads individuals to do mental processing through discourses. Increasing mathematical equations or operations causes errors in making operations in the mind. Therefore, the use of verbal mathematical language is important in the mathematical communication of the individuals with visual impairment with the instructor or reader individual.

As a discourse, mathematical language is important for the mathematical communication of the individuals with visual impairment, their tutors and readers. It is difficult for the learner to take notes or have the notes taken in teaching practices. In these processes, the individual who can not take notes with Braille as a written mathematical language need to have the reader or the instructor take notes. However, those individuals need to communicate with the reader or instructor they are in contact with, both in Braille and in the mathematical language used by the sighted. In these practices, it is important for the instructor to know how to communicate, arrange the tone and describe what is written. Nevertheless, errors or mistakes can occur due to the discourse of the instructor or reader. In addition, individual with visual impairment should communicate with individuals in inclusive classes. The results of the research show that in the educational practices, individual with visual impairments are expected to have a comprehensive knowledge of mathematical language in both Braille and Latin script. However, having mathematical language skills in both writings both facilitates mathematical communication and comprehension and causes misconceptions and difficulties.

4.2. Results on Mathematical Language Use With Mathematical Concepts and Symbols, and the Role of Braille in This Process

Especially in compulsory inclusive practices, visually impaired individuals are taught by non-visually impaired teachers. This situation increases the probability of encountering teachers who do not know Braille or have not previously trained an individual with visual impairment. Therefore, individuals with visual impairment

may prefer not to learn mathematical symbols in Braille. When the difficulty of taking notes is added to this situation, individuals with visual impairment approaches using individual abbreviations, symbols or signs as a solution proposal. Individuals with congenital visual impairment prefer abbreviations or individual Braille symbols in text expressions in mathematical language, while individuals having vision loss later tend to expressions or analogies similar to Latin letters or symbols. As a result of this, besides the national uses of Braille, individual language use of mathematics emerges. The fact that mathematics, which is a universal language, contains an individual written language for the individuals with visual impairment, is a problem waiting for a solution proposal for mathematical communication.

This research was designed by considering the Braille and Nemeth codes in Turkey. Participants stated that Nemeth code is more useful since it is adaptable to the mathematical language containing Latin alphabets and symbols. However, we can say that since individuals with visual impairment congenitally particularly have used Braille since the primary school ages, they are more familiar with Braille. However, the results of the research revealed that Braille caused misconceptions in the individual due to the nature of Braille. The existence of leading characters in the use of symbols or signs in Braille was identified as one of the reasons for those errors.

4.3. Results on Mathematical Language Use with Tables, Graphs and Diagrams, and the Role of Braille in This Process

In tactile perception, it is possible for the individuals with visual impairment to make sense of the whole by understanding the components making up the whole (Thinus-Blanc & Gaunet, 1997). Therefore, when examining the table, individuals with visual impairment may find it difficult to understand the relationship between the clusters when they first examine the first row or column and then the second. In other words, individual with visual impairment examines the tables or graphics in a meronymy (part-whole) relationship. For this reason, when examining a graphic or table, the relationship between the pieces such as elements or points, and the overall relation of the whole, should be reflected in discourse in parallel with the tactile movements of the individual. It is also important to use a descriptive language for explaining the figure and explaining mathematical relations and operations. As a result, it was determined that individuals with visual impairment were successful with appropriate material use and simultaneous discourse support in table and graphic examination. In addition, the conclusion that they were more successful in analyzing and interpreting the tables given in the vertical position was found. This situation might stem from the frequent use of cube stone and Taylor case materials of the individuals with visual impairment. In addition, individuals who are familiar with the linear structure of Braille may have difficulties in establishing relationships between the elements in cells written one under the other in a horizontally positioned table.

5. Suggestions

Based on the results of the research, suggestions were presented to the researchers, teachers, readers and practitioners regarding the use of mathematical language in mathematical communication processes and the place of Braille in this process.

5.1. Suggestions for Using Mathematical Language in Mathematical Communication with Individuals with Visual Impairment

Carrying out the same level of mathematical dialogue with the sighted peers of individuals with visual impairment in the teaching environment should be ensured. For this, individuals with visual disabilities should have the ability to direct the use of mathematical language in mathematical communication processes. In other words, there should not be any difficulties in using mathematical symbols, following up the operations or taking notes in communication with sighted individuals. In addition to the fact that individuals with visual impairment have a good knowledge of the mathematical symbols and discourses used by their sighted peers, it will be a facilitating precaution that the sighted individuals have also the knowledge of Braille. The individuals in question here are the teachers who gives education in the support room and mainstreaming class to the visually impaired students and readers who take part in the exams. In educational practices, it is not enough for the teachers to know only Braille for mathematical expressions. The instructor need to have facilitator implementations of the mathematical communication with the individual with visual impairment, who has difficulty in comprehending the mathematical language in Braille and in the Latin alphabet. For these implementations, it is recommended to use descriptive language in discourse, tone of voice, use of symbols in both alphabets, use of tactile tools. In particular, it will be beneficial to describe in detailed and voice intonation for the individual with visual impairment who do not use Braille to represent the discourse in their minds. In addition, when examining the visual elements, there may not always be a reader support for the individual with visual impairment, or difficulties may occur even if there are descriptive support and Braille lines in different textures. Thus, a legend can be included in the chart that shows what the lines in different textures represent, so that individual with visual impairments can examine the chart without the need for a reader and whenever they want.

5.2. Suggestions for the Braille in the Use of Mathematical Language

As a result of the complexity of Braille codes for mathematical expressions, not being widely used or familiar with the number of characters used in the codes, it was determined that Braille is not accessible for individuals with visual impairment. The fact that individuals with visual impairment use individual Braille codes to deal with those difficulties creates an important challenge for communication. For this reason, solution proposals are required for the problems that are determined to be caused by the use of Braille letters in primarily the national and, then, international context. Currently used Braille is needed to be readapted with the codes closer to the written and verbal mathematical languages of the sighted. In making this adaptation, it is useful to consider internationally accepted codes in order to ensure standardization in mathematical language. Ultimately, it is important for individuals with visual impairments to develop a common, even if not universal, mathematical language, especially in the use of advanced mathematical concepts. Braille that needs to be disseminated should be adapted as a facilitating tool, not an obstacle to mathematical communication. For this, primarily, an adaptation in the Latin alphabet that is close to the mathematical language, adaptable to discourses and that will not cause difficulties in taking notes will contribute to overcome such problems.

The fact that the research was carried out on the concepts of algebra and with individual interviews can be seen as a limitation. Therefore, by including geometric concepts, mathematical communication and language use can be examined in integrated classroom settings for the individuals with visual impairment and in the process of teaching practice. Based on these studies, it is useful to implement the arrangements and dissemination to be made in Braille.

References

- Argyropoulos, V. S. (2002). Tactual shape perception in relation to the understanding of geometrical concepts by blind students. *British Journal of Visual Impairment*, 20(1), 7-16.
- Baki, A. ve Çelik, S. (2018). Veri işleme öğrenme alanına yönelik sınıf içindeki söylemlerin matematiksel dil bağlamında incelenmesi. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education*, 9(2), 283-311.
- Barwell, R. (2008). Discourse, mathematics and mathematics education. In N. H. Hornberger (Ed.), *Encyclopedia of language and education* (pp. 317-328). New York: Springer.
- Bitter, M. (2013). *Braille in mathematics education* (Unpublished master's thesis). Radboud University, Nijmegen, Netherlands.
- Braille Mathematics Guide (2017). *Özel eğitim ve rehberlik hizmetleri genel müdürlüğü*. Retrieved June 2019 from http://orgm.meb.gov.tr/dosyalar/00001/Braille_mat_kilavuzu.pdf
- Brendefur, J. & Frykholm, J. (2000). Promoting mathematical communication in the classroom: Two preservice teachers' conceptions and practices. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 3(2), 125-153.
- Brenner, M. E. (1994). A communication framework for mathematics: Exemplary instruction for culturally and linguistically different students. In B. McLeod (Ed.), *Language and learning: Educating linguistically diverse students* (pp. 233-267). Albany: Suny Press.
- Brenner, M. E. (1998). Development of mathematical communication in problem solving groups by language minority students. *Bilingual Research Journal*, 22(2-4), 149-174.
- Bülbül, M. Ş., Garip, B., Cansu, Ü. & Demirtaş, D. (2012). Mathematics instructional materials designed for visually impaired students: Needle page. *Elementary Education Online*, 11(4), 1-9.
- Clement, J. (2000). Analysis of clinical interviews: Foundations and model viability. In A. Kelly & R. Lesh (Eds.), *Handbook of research design in mathematics and science education* (pp. 547-590). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates, Inc.
- Dubinsky, E. (2000). Meaning and formalism in mathematics. *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, 5(3), 211-240.
- Edwards, A. D., Stevens, R. D., & Pitt, I. J. (1995). *Non-visual representation of mathematical information*. Retrieved November, 2018 from <https://www.researchgate.net/publication/2246200>.
- Ernest, P. (1999). Forms of knowledge in mathematics and mathematics education: Philosophical and rhetorical perspectives. *Educational Studies in Mathematics*, 38(1-3), 67-83.
- Ferrell, K. A., Buettel, M., Sebald, A. M., & Pearson, R. (2006). *American printing house for the blind mathematics research analysis*. Retrieved June, 2019 from <http://www.pathstoliteracy.org/research/american-printing-house-blind-mathematics-research-analysis>.
- Gürgür, H. & Şafak, P. (Ed.) (2017). *İşitme ve görme yetersizliği*. Ankara: Pegem Akademi.
- Horzum, T. & Bülbül, M. Ş. (2017). Görme engelliler için bir geometri öğretim materyali: Geometri kafesi. *Sürdürülebilir ve Engelsiz Bilim Eğitimi*, 3(1), 1-15.
- Kabael, T. & Baran, A. A. (2016). Matematik öğretmenlerinin matematiksel iletişim becerilerinin gelişimine yönelik farkındalıklarının incelenmesi. *İlköğretim Online*, 15(3), 868-881.
- Karshmer, A. I. & Farsi, D. (2007). Access to mathematics by blind students: A global problem. *Journal of Systemics, Cybernetics and Informatics*, 5(6), 77-81.

- Lee, C. (2006). *Language for learning mathematics: Assessment for learning in practice* (1st ed.). Maidenhead: Open University Press.
- Merriam, S. B. (1998). *Qualitative research and case study applications in education*. California: Jossey-Bass.
- Miles, M. B. & Huberman, A. M. (1994). *An expanded sourcebook qualitative data analysis* (2nd ed.). London: Sage Publications.
- National Council of Teachers of Mathematics [NCTM]. (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, VA: NCTM.
- Nemeth, A. (1972). *The Nemeth Braille code for mathematics and science notation*. Louisville, KY: American Printing House for the Blind.
- Okçu, B. & Sözbilir, M. (2016). 8. sınıf görme engelli öğrencilere “Yaşamımızdaki Elektrik” ünitesinde “Elektrik Motoru Yapalım” etkinliği. *Çukurova Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 45(1), 23-48.
- Rule, A. C., Stefanich, G. P., Boody, R. M. ve Peiffer, B. (2011). Impact of adaptive materials on teachers and their students with visual impairments in secondary science and mathematics classes. *International Journal of Science Education*, 33(6), 865-887.
- Schutz, P. A. (2014). Inquiry on teachers’ emotion. *Educational Psychologist*, 49(1), 1-12.
- Sfard, A. (2001). There is more to discourse than meets the ears: Looking at thinking as communicating to learn more about mathematical learning. *Educational Studies in Mathematics*, 46(1-3), 13-57.
- Sfard, A. (2012). Introduction: Developing mathematical discourse—Some insights from communicational research. *International Journal of Educational Research*, 51-52, 1-9.
- Spindler, R. (2006). Teaching mathematics to a student who is blind. *Teaching Mathematics and Its Applications*, 25(3), 120-126.
- Şafak, P. (2017). Braille yazı sistemi, tarihçesi ve dünyada Braille. P. Şafak (Ed.), *Görenler için Braille (kabartma) yazı rehberi* içinde (s. 2-24). Ankara: Pegem Akademi Yayıncılık.
- Thinus-Blanc, C. & Gaunet, F. (1997). Representation of space in blind persons: Vision as a spatial sense? *Psychological Bulletin*, 121(1), 20-42.
- Tuna, S. (2006). *Vygotsky ve Piaget’de düşünme/düşünce-dil ilişkisi* (Yayımlanmamış yüksek lisans tezi). Maltepe Üniversitesi, Sosyal Bilimler Enstitüsü, İstanbul.
- Vygotsky, L. S. (1993). Introduction: Fundamental problems of defectology. In R. W. Rieber ve A. S. Carton (Eds.), *The collected works of L. S. Vygotsky* (pp. 53-91). New York, NY: Plenum Press.
- Zorluoğlu, S. C. ve Sözbilir, M. (2017). Görme yetersizliği olan öğrencilerin öğrenmelerini destekleyici ihtiyaçlar. *Trakya Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 7(2), 659-682.