Ahi Evran Üniversitesi

Kırşehir Eğitim Fakültesi Dergisi

(KEFAD)

Ahi Evran University

Journal of Kırşehir Education Faculty

(JKEF)

Cilt 23, Özel Sayı, Mart, 2022

Volume 23, Special Issue, March, 2022

ISSN 2147 - 1037

Ahi Evran Üniversitesi
Kırşehir Eğitim Fakültesi Dergisi
(KEFAD)

Ahi Evran University
Journal of Kırşehir Education Faculty
(JKEF)

Dergimiz ULAKBİM, EBSCO, ASOS, DOAJ, GOOGLE AKADEMİK, DRJI, ERIH PLUS, Türk Eğitim İndeksi ve SOBIAD veri tabanında yer almaktadır

Bu dergi yılda üç defa yayınlanan hakemli bir dergidir

This journal takes place at ULAKBIM, EBSCO, ASOS, DOAJ, GOOGLE SCHOLAR, DRJI, ERIH PLUS, Index of Turkish Education and SOBIAD data base.

This journal is published three times in a year .This journal is refereed

İÇİNDEKİLER

KEFAD
http://kefad.ahievran.edu.tr
Ahi Evran Üniversitesi
Kırşehir Eğitim Fakültesi Dergisi
ISSN: 2147 - 1037

An Examination of Teachers' Views on the Use of Mathematical Skills in Social Studies Teaching: A Case Study

Burcu Sel

Article Information

CrossMark

DOI: 10.29299/kefad.986866

Received: 25.08.2021
Revised: 05.12.2021
Accepted: 22.12.2021

Keywords:
Interdisciplinarity,
Mathematical Skills,
Social Studies

Abstract

In this research, it was aimed to examine teachers' views on the use of mathematical skills in social studies teaching. In the research, which used case study method among qualitative research designs, the study group consisted of 10 classroom teachers determined by the criterion sampling method. Semi-structured interview form was used as a data collection tool, and the data obtained were analyzed by content analysis method. As a result of the research, it is seen that teachers express their opinions that it contributes to the development of understanding processes and thinking skills, increases academic success and quality in application processes. When the activities they performed in the use of mathematical skills in social studies lesson were examined, three sub-categories were identified: pre-lesson activities, activities during the lesson, and also the concept, subject and learning areas. The problems encountered in the teaching of the social studies course are respectively; The problems experienced in terms of curriculum-process-material are classified as teacher-oriented problems and student-oriented problems. When the findings for the solution of the problems are examined, it is seen that two categories have been created: the teacher education and the curriculum-process-material category.

Sosyal Bilgiler Öğretiminde Matematiksel Becerilerin Kullanımına İlişkin Öğretmen Görüşlerinin İncelenmesi: Bir Durum Araştırması

Makale Bilgileri

CrossMark

DOI: 10.29299/kefad.986866

Yükleme: 25.08.2021
Düzeltme: 05.12.2021
Kabul: 22.12.2021

Anahtar Kelimeler:
Disiplinlerarasılık,
Matematiksel Beceriler,
Sosyal Bilgiler

Öz

Bu araştırmada sosyal bilgiler öğretiminde matematiksel becerilerin kullanımına ilişkin öğretmen görüşlerinin incelenmesi amaçlanmıştır. Nitel araştırma desenlerinden durum araştırması yönteminden yararlanılan çalışmada, çalışma grubunu ölçüt örnekleme yönetimiyle belirlenen 10 sınıf öğretmeni oluşturmaktadır. Veri toplama aracı olarak yarı yapılandırılmış görüşme formundan yararlanılmış, elde edilen veriler içerik analizi yöntemiyle analiz edilmiştir. Araştırma sonucunda sınıf öğretmenlerinin sosyal bilgiler dersinde matematiksel becerilerin kullanımına ilişkin; anlama süreçlerini ve düşünme becerilerini geliştirmeye katkı sağladığına, akademik başarıyı ve uygulama süreçlerinde niteliği artırdığına dair görüş bildirdikleri görülmektedir. Sosyal bilgiler dersinde matematiksel becerilerin kullanımında gerçekleştirdikleri uygulamalar incelendiğinde ders öncesi uygulamalar, ders sırasındaki uygulamalar ve ayrıca uygulamaların gerçekleştiği kavram, konu ve öğrenme alanları olmak üzere üç alt kategori tespit edilmiştir. Sosyal bilgiler dersinin öğretiminde karşılaşılan sorunlar ise sırasıyla; öğretim programı-süreç-materyal açısından yaşanan sorunlar, öğretmen odaklı sorunlar ve öğrenci odaklı sorunlar olmak üzere sınıflandırılmıştır. Sorunların çözümüne yönelik bulgular incelendiğinde ise öğretmen eğitimi ve öğretim programı-süreç-materyal kategorisi olmak üzere iki kategorinin oluşturulduğu görülmektedir.

Sorumlu Yazar: Burcu Sel, Dr., Milli Eğitim Bakanlığı, Türkiye, burcusel3@gmail.com, ORCID ID: 0000-0002-7663-0434

Atıf için: Sel, B. (2022). Sosyal bilgiler öğretiminde matematiksel becerilerin kullanımına ilişkin öğretmen görüşlerinin incelenmesi: bir durum araştırması. *Kırşehir Eğitim Fakültesi Dergisi*, *23*(Özel Sayı), 1-45.

Giriş

Sosyal bilgiler dersinin kültür, ekonomi, coğrafya gibi farklı disiplinler aracılığıyla sunduğu kapsamlı içerik göz önünde bulundurulduğunda; uzamsal düşünme, mekânı algılama, zaman ve kronolojiyi algılama, değişim ve sürekliliği algılama, finansal okuryazarlık, konum analizi gibi matematikle doğrudan ya da dolaylı olarak ilişki içerisinde olan becerilerin öğretimi dikkat çekmektedir. Bu kapsamda alanyazın incelendiğinde sosyal bilgiler ile dil sanatlarının veya matematik ve bilimin bütünleştirilmesi konusunda önemli araştırmalar olduğu görülmektedir; ancak matematik ve sosyal bilgilerin bütünleştirilmesi konusunda çok az çalışma söz konusudur (Guerra ve An, 2016, s. 11). Genellikle öğretim programlarının bütünleştirilmesi geleneksel bir biçimde (fen-matematik ve sosyal bilgiler-dil/sanat göz önünde bulundurularak) gerçekleştirildiğinden sosyal bilgilerin fen ya da matematikle bütünleştirilmesi geleneksel olmayan bir durum olarak kabul görmektedir (İlter, 2014, s. 1124). Charlesworth (1988) matematiğin çoğu zaman öğretim programındaki diğer disiplinlerden bağımsız ve ezbere dayalı bir beceri olarak öğretildiğini, ancak bu durumun tam tersine tüm disiplinlerin ortak kavramlar barındırdığından ve doğal bir bütünleşme oluşturduğundan dolayı bilim ve sosyal bilgilerle bütünleşen matematiğin önemine vurgu yapmaktadır.

Günümüzde insanlar bilginin hızlı yayılmasının doğal bir sonucu olarak sayısal verilerle sıklıkla karşılaşmaktadırlar. Ancak öğrencilerin sosyal konuları keşfetmek için matematiği kullanma fırsatlarını nadiren yakaladıkları söylenebilir (Thompson, 2006)[1]. Oysa grafikleri ve istatistiksel verileri yorumlamaktan güncel olaylara, tarihsel verileri kullanmadan bu verileri analiz etmeye kadar birçok aşamada matematik ve sosyal bilgiler alanlarının doğal olarak birbirine eşlik ettiği söylenebilir. Örneğin ülkelerin ekonomik gelişimlerinin anlamlandırılması, haritaların yorumlanması veya konumlandırma ya da nüfus planlaması yapılması her iki disiplinden de beceriler gerektirmektedir (Coleman ve Mcmurtrie, 2017). Bu bağlamda McGee ve Hostetler (2014) sosyal bilgiler dersi kapsamında Atlantik ötesi köle ticaretine dair matematikle bütünleştirilmiş bir anlayış sunmuş; matematiksel beceriler kapsamında köle nüfusunda yaşanan dalgalanmalara, kölelerin yaşadığı veya kaçtığı yerlerin konumlarına ilişkin zaman çizelgesi oluşturulabileceğini, veri tablosu, pasta grafiği, Venn diagramı gibi çizelgeler tasarlanabileceğini, kölelerin yaşadıkları şartlara istatistiksel bir bakış açısı sunulabileceğini ortaya koymuştur. Tanase ve Lucey (2015) de sosyal adalet bağlamında finansal eşitsizliğe odaklanarak matematiksel gerçekliğin sosyal adalet konusundaki öneminin altını çizmiştir. Bununla birlikte birbirinden bağımsız iki disiplin gibi görünen matematiksel ve tarihsel konuların birbirine entegre edilebileceği (Türk ve İşleyen, 2004); öğrencilerin matematiksel becerilerinin, harita

[1] Alanyazın incelendiğinde "sosyal matematik" kavramı ile karşılaşılabilir. Hem okul içinde hem de okul dışında sosyal meseleleri kapsayan nicel bilgileri anlamayı içeren konular "sosyal matematik" şeklinde ifade edilmektedir (Thompson, 2006, s. 269). Sosyal matematik, sayısal olarak sunulan bilgilerin tanınması, toplanması, ölçülmesi, değerlendirilmesi ve analiz edilmesi, hatalı verilerden elde edilen sonuçların tanınması ve matematiksel ve istatistiksel kanıtların ve sonuçların başkalarına iletilmesi için öğretim ve gerçekçi uygulamaları içerir (Mauch, 2005, s. 2).

okuma, grafik okuma ve tablo okuma becerileri kapsamında anlamlı bir yordayıcı olduğu belirtilmektedir (Pala ve Başıbüyük, 2019). Her ne kadar matematik ve sosyal bilgilerdeki problem çözme adımlarının bazıları farklı şekilde adlandırılmış olsa da, birbirine oldukça benzer ve paralel olduğu, tüm modellerin benzer temel adımlara sahip olduğu, modellerin hepsinin bir planlama aşaması boyunca sorunun tanımlanmasından, bir planın yürütülmesine, izlenmesine, nihayetinde çözülmesine ve sorun üzerinde düşünülmesine odaklandığı görülebilir (Rose ve Schuncke, 1997). Ayrıca sosyal bilgiler dersi, matematik öğrenmeyi öğrencilerin hayatları ve deneyimleriyle bağlantılı hale getirdiği için "matematik" daha anlamlı bir şekilde öğretilebilir (Guerra ve An, 2016, s. 10). Matematik bireylere kendilerinin ve diğerlerinin kültürel birikimini tanımalarına olanak sağlamakta; böylesine bir öğrenme farklı türdeki geleneklerin, değerlerin, katkıların öğrenilmesi, takdir edilmesi, fark edilmesi, yanıt verilmesi ve bunları işe koşma için önem teşkil etmektedir (Ball, Goffney ve Bass, 2005, s. 4). Matematiğin de "sosyal" olarak inşa edildiği ve bir insan ürünü olduğu düşünüldüğünde (Baki, 2019) her iki disiplin alanın birbirinden beslendiği ve bütünleştiği görülebilmektedir. Matematiksel beceriler ile sosyal bilgiler dersinin kesişim noktasının sunduğu eleştirel bağlam dikkate alındığında, bu bağlamın oluşturulmasında ve öğrencilere sunulmasında önemli rol oynayan sınıf öğretmenlerinin sosyal bilgiler dersinde matematiksel becerilerin kullanımına ilişkin görüşlerinin incelenmesi önemlidir.

Sosyal Bilgiler ve Matematik Derslerinin Bütünleştirilmesi

Sosyal bilgiler dersinin matematik ile bütünleştirilmesi sadece problem çözme, zamanı ölçme ya da konum analizi gibi mekanik/teknik ölçüm ya da formüle dayalı hesaplamalarda değil, sosyal bilgiler dersinin içerisinde yer alan çok sayıda ideolojik ya da politik kavramla da gerçekleştirilebilmektedir. Matematik ve sosyal bilgiler derslerinin bütünleştirilmesi üzerine yürütülen çalışmalarda, sosyal adalet (Bartell, 2013; Garii ve Rule, 2009; Guerra ve An, 2016; Gutstein ve Peterson, 2006), demokrasi (Brams, 2008; Steen, 2001), vatandaşlık (Andersone ve Helmane, 2013, Fawcett, 1947; Maass, Doorman, Jonker ve Wijers, 2019; Malvern, 2004) gibi kavramların ön plana çıktığı görülmektedir. Bu bağlamda (Crowe, 2010); matematiksel becerilerin vatandaşlar için önemli olan birçok yönü olmasına rağmen, bireylerin hem demokratik bir cumhuriyetin hem de sürekli büyüyen küresel bir toplumun düşünceli, bilgili, aktif üyeleri olduklarını fark etmeleri için temel olan dört alan var olduğunu belirtmekte ve bu alanları ham sayısal verileri bağlam içinde anlama becerisi, yüzdeleri bağlam içinde anlama becerisi, ortalamanın anlamını kavrama yeteneği, grafik ve çizelgeleri yorumlayabilme ve sorgulayabilme şeklinde sıralamaktadır. Ayrıca matematikçiler ve matematik eğitimcileri, matematiksel ve istatistiksel bilgi ile sosyal, ekonomik ve politik güç arasında bir bağlantı kurma girişiminde olmakla birlikte; bazıları demokrasinin sağlığı ile halkın matematiksel veya nicel okuryazarlığı arasında doğrudan bir ilişki görmektedir (Mauch, 2005, s. 6). Söz gelimi matematiksel becerilerin kullanımı; medyanın, politik sistemlerin, sivil toplum örgütlerinin ya da çeşitli kurum ve kuruluşların sunduğu istatistiksel bilgileri, grafikleri, tabloları, büyük veri yığınlarını eleştirel bir gözle değerlendirilmesine olanak sağlayabilir.

Öğrenciler matematiği öğrenirken, vatandaşlık, hükümet, harita becerileri, coğrafya, tarih, ekonomi, aile ve toplum gibi sosyal bilgilerin tüm temel bileşenleri hakkında da bilgi edinmekte ve disiplinler arası bağlantılar (özellikle sosyal bilgilerle), öğrencilerin dünyayı anlama ve yorumlamada matematiğin gücünün önemli bir analitik araç olarak kavramalarına yardımcı olabilmektedir (Coleman ve Mcmurtrıe, 2017, s. 3). Önemli sosyal ve politik konularda yüzeysel bir anlayıştan daha fazlasına sahip olmak için matematiğe ihtiyaç vardır. Matematik olmadan bir hükümet bütçesini, bir savaşın etkisini, ulusal bir borcun anlamını veya sosyal güvenliğin özelleştirilmesi gibi bir önerinin uzun vadeli etkilerini tamamen anlamak olası değildir (Gutstein ve Peterson, 2006, s. 2). Bu bağlamda dikkat çekilmesi gereken bir diğer husus sosyal bilgiler öğretimi kapsamında ele alınması gereken temel kavramlardan biri olan "aktif vatandaşlık"tır. Öğrencilerin bilinçli ve mantıklı kararlar verebilecek aktif vatandaşlar haline gelmelerine yardımcı olunacak ise, matematiksel beceriler kesinlikle sosyal bilgiler eğitiminde incelenmesi ve değerlendirilmesi gereken bir unsurdur (Crowe, 2010, s. 106). Toplumsal hayatta aktif vatandaşlık yetkinliklerinin kazandırılabilmesinde ve özellikle gerçek yaşam problemlerinin çözümünde disiplinler arası anlayış önem taşımaktadır. Kaldı ki sosyal hayat heterojen ve çok katmanlı olduğu için birbirinden bağımsız disiplinler yerine bütüncül bir bakış açısının oluşturulması gerekmektedir. Öte yandan aktif birer vatandaş olarak ekonomik kalkınmada bireylerin sosyal bilgiler kapsamında vergi ahlakını elde etmeleri gerekirken bir diğer yandan matematiksel açıdan finansal okuryazarlık becerilerine sahip olmaları gerekmektedir. Bununla birlikte örneğin sosyal bilgiler dersinde geçmişe yönelik tarihsel bilinci elde etmeleri gerekirken bir diğer yandan matematiksel açıdan kronolojik sıralama, mesafelendirme ya da zamanı ölçme gibi becerileri kazanmaları gerekmektedir.

Türkiye'de Sosyal Bilgiler Öğretim Programında Matematiksel Konular ve Beceriler

Türkiye'deki mevcut sosyal bilgiler öğretim programları değerlendirildiğinde içeriğin vatandaşlık, felsefe, tarih, çevre, coğrafya, sosyoloji, ekonomi, hukuk, etnografya, matematik, antropoloji, psikoloji, insan hakları ve demokrasi, arkeoloji, siyaset bilimi gibi farklı disiplinlerle ilişkilendirildiğini görmek mümkündür (Demir ve Haçat, 2018; Sağdıç, 2019; Turan, 2019). Ancak genel itibari ile sosyal bilgiler öğretim programlarında tarih ve coğrafya ağırlıklı bir yaklaşımın benimsendiği görülmektedir (Demir ve Haçat, 2018; Keçe ve Merey, 2011). 2018 sosyal bilgiler öğretim programı incelendiğinde "Türkiye Yeterlilikler Çerçevesi" kapsamında yer alan sekiz anahtar yetkinlikten birinin de matematiksel yetkinlik olduğu görülebilir. Bu kapsamda söz konusu öğretim programında matematiksel yetkinlik aşağıda belirtildiği gibi ifade edilmiştir:

> Matematiksel yetkinlik, günlük hayatta karşılaşılan bir dizi problemi çözmek için matematiksel düşünme tarzını geliştirme ve uygulamadır. Sağlam bir aritmetik becerisi üzerine inşa edilen süreç, faaliyet ve bilgiye vurgu yapılmaktadır. Matematiksel yetkinlik,

> düşünme (mantıksal ve uzamsal düşünme) ve sunmanın (formüller, modeller, kurgular, grafikler ve tablolar) matematiksel modlarını farklı derecelerde kullanma beceri ve isteğini içermektedir (MEB, 2018, s. 5).

Sosyal bilgiler öğretim programında yer alan temel beceriler açısından değerlendirildiğinde ise matematiksel becerilerin değişim ve sürekliliği algılama becerisi, finansal okuryazarlık, harita okuryazarlığı, konum analizi, mekânı algılama, tablo, grafik ve diyagram çizme ve yorumlama, zaman ve kronolojiyi algılama gibi becerilerle doğrudan ilişkilendirilebileceğini söylemek mümkündür. Söz gelimi sosyal bilgiler öğretim programı incelendiğinde "Kültür ve Miras" öğrenme alanında geleneksel çocuk oyunlarını değişim ve süreklilik açısından karşılaştırma, "Birey ve Toplum" öğrenme alanında yaşamına ilişkin belli başlı olayları kronolojik olarak sıralama, "İnsanlar Yerler ve Çevreler" öğrenme alanında doğal ve beşerî unsurlara yakınlık-uzaklık açısından konum analizi yapma, "Bilim, Teknoloji ve Toplum" öğrenme alanında çevresindeki teknolojik ürünleri, kullanım alanlarına göre sınıflandırma gibi matematiksel yetkinlik ve beceri isteyen konu ve kazanımların dikkat çektiğini görmek mümkündür. Ayrıca sosyal bilgiler dersi öğretim programının uygulanmasında dikkat edilecek hususlar bölümünde aşağıdaki açıklamalara yer verilmiştir.

> Sosyal Bilgiler öğrenme alanlarında; tarih, coğrafya, ekonomi, sosyoloji, antropoloji, psikoloji, felsefe, siyaset bilimi ve hukuk gibi sosyal bilimler ile insan hakları, yurttaşlık ve demokrasi konuları bütünleştirilmiş olarak ele alınmaktadır. Konular tarih, coğrafya, insan hakları ve vatandaşlık diye ayrı ayrı değil, disiplinler arası yaklaşımla işlenmelidir (MEB, 2018, s. 9).

Dolayısıyla disiplinler arası bir yaklaşımla sosyal bilgiler dersinin kapsadığı geniş içeriğin öğretim sürecinde kimi zaman bir tarihçinin, kimi zaman bir coğrafyacının kimi zamanda bir matematikçinin kullandığı bilimsel yöntemlerin kullanılması, öğretimin sosyal bilgiler dersinin kapsadığı sosyal bilimlerin bir gerekliliği olarak sarmal ve bütüncül bir yaklaşımla gerçekleştirilmesi önemli hale gelmektedir. Bununla birlikte gerektiğinde matematiksel becerileri temele alan bir öğrenme yaklaşımı organize ederken, öğrenme alanlarının birbiriyle olan ilişkisini matematiksel kapsama ve becerilere göre inşa etmek de diğer dikkat çekici boyuttur. Bu anlamda matematik ve sosyal bilgiler dersinin ilişkilendirilmesine yönelik çeşitli etkinlikler ve materyaller kullanılabilmektedir. Konu alanının bütünleştirilmesi düşünüldüğünde sosyal bilgiler ve matematik öncelikli olarak hemen akla gelmeyebilir; ancak, bu içerik alanları çocuk edebiyatı ve ilgi çekici faaliyetler kullanılarak etkili bir şekilde entegre edilebilir (Kinniburgh ve Byrd, 2008, s. 33). Benzer bir biçimde İlter (2014) de çocuk edebiyatı aracılığıyla sosyal bilgilerin matematikle bütünleştirilebileceğini, böylelikle çocukların sosyal olaylarla ilgili olarak matematiksel ilişkiler kurabileceğini ifade etmektedir. Abel ve Abel (1996) ise öğretmenlerin matematik ve sosyal bilgiler disiplinlerini öğrencileri için anlamlı bir şekilde bütünleştirebilecekleri ve bu öğrencilerin kendi bilgilerini temel alarak inşa edebilecekleri internet kaynaklarına dayalı örnekler vermektir. Peterson (2006) ise matematiğin entegre edilebileceği eşitlik, kalıp yargıları ortaya çıkarma, tarihi anlama gibi sosyal bilgiler temelli etkinlik örnekleri sunmaktadır.

Matematik ve sosyal bilimlerin doğal bütünleşmesi, toplumun birbirine bağlı yapısı içinde açık bir şekilde görülmektedir. Öğretmenler her iki içerik alanını da bu bütünleşme içinde düşünerek ve öğreterek öğrenciler için süreci daha amaca uygun ve anlamlı hale getirebilirler (Coleman ve Mcmurtrıe, 2017, s. 1-2). Bu kapsamda sosyal bilgiler dersi ve matematik dersinin bütünleştirilmesi aktif vatandaşlıktan demokrasi eğitimine, sosyal adaletten akademik başarıya kadar geniş bir eğitsel kazanç sunmanın yanında; öğrencilerin sosyal konuları keşfetmek için nadiren matematiği kullanma fırsatı elde ettikleri (Thompson, 2006), matematik ve sosyal bilgiler dersinin bütünleşmesine yönelik çok az sayıda araştırma olduğu (Guerra ve An, 2016) da görülmektedir. Matematiksel becerilerin ve sosyal bilgiler dersinin kesişim alanının sunduğu önemli bağlam göz önünde bulundurulduğunda; söz konusu bağlamın oluşturulmasında ve öğrenciye sunulmasında önemli bir rol oynayan sınıf öğretmenlerinin görüşlerinin incelenmesi önem taşımaktadır. Bu doğrultuda gerçekleştirilen araştırmalar incelendiğinde; öğretmenlerin büyük çoğunluğunun sosyal bilgiler dersini matematik ya da fen disiplinlerinden daha çok sosyal bilimlerle ilişkilendirdikleri, sınırlı bir biçimde disiplinler arası örnekler verebildikleri (Aybek, 2001), disiplinlerarası beceri ve bilgileri sentezleme konusunda yetersizliklerinin olduğu (Karacaoğlu, 2008), öğretmen adaylarının sosyal bilgiler ve matematik dersinin ilişkilendirilebileceği konulara ilişkin sınırlı oranda örnekler sunabildikleri (Aladağ ve Şahinkaya, 2012), öte yandan çoğunlukla matematikle ilişkilendirebilecekleri disiplinlerden birinin de sosyal bilgiler dersi olduğunu vurguladıkları (Yorulmaz ve Çalışkan, 2017) görülmektedir. Bu kapsamda bu araştırmada sosyal bilgiler öğretiminde matematiksel becerilerin kullanımına ilişkin sınıf öğretmenlerinin görüşlerinin incelenmesi amaçlanmış ve aşağıda yer alan alt problemlere odaklanılmıştır:

- Sosyal bilgiler dersinde matematiksel becerilerin kullanımının faydalarına ilişkin sınıf öğretmenlerinin görüşleri nelerdir?

- Sosyal bilgiler dersinde matematiksel becerilerin kullanımına ilişkin sınıf öğretmenleri nasıl uygulamalar yapmaktadırlar?

- Sosyal bilgiler dersinde matematiksel becerilerin kullanımı sırasında yaşanılan sorunlara ilişkin sınıf öğretmenlerinin görüşleri nelerdir?

- Sosyal bilgiler dersinde matematiksel becerilerin kullanımı sırasında yaşanılan sorunların çözümüne yönelik sınıf öğretmenlerinin görüşleri nelerdir?

Yöntem

Araştırma Modeli

Bu araştırmada sınıf öğretmenlerinin sosyal bilgiler dersinde matematiksel becerilerin kullanımına ilişkin görüşlerinin incelenebilmesine yönelik nitel araştırma desenlerinden durum çalışaması yönteminden yararlanılmıştır. Durum çalışmaları, araştırmacının bir programı, olayı, etkinliği, süreci veya bir ya da daha fazla kişiyi derinlemesine araştırdığı nitel bir tasarım olarak ifade edilmektedir (Creswell, 2014). Söz konusu durum okumayı öğrenmekte güçlük çeken bir öğrenci, bir sosyal bilgiler sınıfı, bir özel okul veya bir ulusal öğretim programı projesi gibi yalnızca bir bireyi, sınıfı, okulu veya programı içerebilir. Buna ek olarak bazı araştırmacılar için durum; yalnızca bir birey veya kolayca tanımlanabilen bir olay (örneğin belirli bir birey, sınıf, organizasyon veya proje) değildir; bir etkinlik (örneğin bir kampüs kutlaması), bir aktivite (örneğin bilgisayar kullanmayı öğrenme) veya devam eden bir süreç (örneğin öğretim süreci) olabilir (Fraenkel, Wallen ve Hyun, 2011). Bu araştırmada sınıf öğretmenlerinin sosyal bilgiler dersi öğretiminde matematiksel becerilerin kullanımına ilişkin görüşleri bir durum olarak belirlenmiş ve bu kapsamda görüşlerinin ortaya çıkarılması amaçlanmıştır.

Çalışma Grubu

Çalışma grubu Ankara ve Eskişehir'de dört farklı devlet ilkokulunda görev yapan 10 sınıf öğretmeninden meydana gelmektedir. Çalışma grubu belirlenirken amaçlı örnekleme yöntemlerinden ölçüt örnekleme yöntemine başvurulmuştur. Ölçüt örnekleme yaklaşımındaki temel bakış açısı belirlenen bir dizi ölçütün tümüyle karşılanmasıdır (Yıldırım ve Şimşek, 2016). Bu doğrultuda katılımcıların mesleki deneyimlerinin 5 yıl ve üzerinde olması, sosyal bilgiler dersinin yer aldığı dördüncü sınıflarda en az 3 kez görev yapmış olması ve aktif olarak hali hazırda sınıf öğretmenliği yapıyor olması birer ölçüt olarak belirlenmiştir.

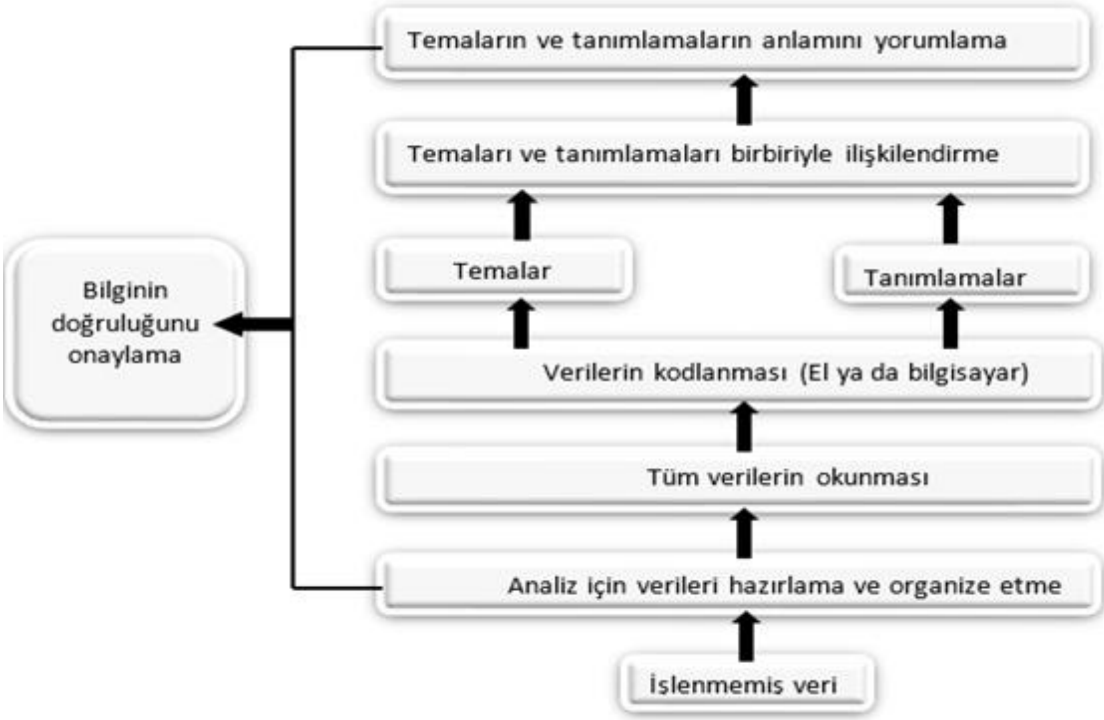
Tablo 1. *Katılımcılara ait bilgiler*

No	Cinsiyet	Kıdem yılı	Dördüncü sınıfta görev yapma süresi	Kod adı
1	Kadın	18	4	K1
2	Kadın	21	6	K2
3	Erkek	19	5	E1
4	Kadın	24	5	K3
5	Kadın	7	3	K4
6	Kadın	16	3	K5
7	Erkek	22	5	E2
8	Kadın	15	3	K6
9	Kadın	15	3	K7
10	Kadın	10	3	K8

Veri Toplama Süreci ve Analizi

Veri toplama aracı olarak araştırmacı tarafından hazırlanan beş sorudan oluşan yarı yapılandırılmış bir görüşme formundan yararlanılmıştır. Görüşme formunda yer alan temel sorulara ilişkin ayrıca 1 alternatif ve 17 sonda soru da geliştirilmiştir. İlk aşamada taslak bir görüşme formu ve görüşme protokolü hazırlanmıştır. Sonrasında hazırlanan görüşme protokolü sınıf öğretmenliği bölümünde görev yapan bir uzman akademisyenin görüşüne sunulmuştur. Elde edilen geri bildirimlere göre üç sonda soruda değişikliğe gidilmiş, söz konusu sorularda yer alan katılımcıları yönlendirebileceği düşünülen ifadeler çıkarılmış ve forma son hali verilmiştir. Ayrıca son aşamada görüşme protokolünde görüşmenin amacının ne olduğuna, verilerin ne amaçla kullanılacağına, kişisel bilgilerin saklı tutulacağına, ses kayıt cihazı aracılığıyla görüşme sürecinin kaydedileceğine, tahmini görüşme süresine ilişkin açıklamalara da yer verilmiştir. Görüşmeler yedi katılımcı ile yüz yüze, üç katılımcı ile pandemi sebebiyle telefon aracılığıyla olmak üzere bir defada gerçekleştirilmiştir. Görüşme protokolünde yer alan soruların sırasında herhangi bir değişiklik yapılmadan görüşme süreçleri tamamlanmıştır.

Verilerin analizinde içerik analizi yönteminden yararlanılmıştır. Creswell (2014) nitel veri analizi sürecinde Şekil 1'de belirtildiği üzere aşağıdan yukarıya doğru inşa edilen doğrusal, hiyerarşik bir yaklaşım önermektedir, ancak bu süreçteki çeşitli aşamaların birbiri ile ilişkili olduğunu ve her zaman belirtilen sıranın izlenemeyebileceğini de ifade etmektedir.



Şekil 1. Nitel araştırmalarda veri analizi (Creswell, 2014)

Bu doğrultuda elde edilen ses dosyalarının tümü ilk olarak çözümlenerek bilgisayar ortamına aktarılmış ve her bir sınıf öğretmenine kod numaraları verilmiştir. Sınıf öğretmenliği bölümünde görev yapan bir uzman tarafından ses dosyaları ve bilgisayar ortamına aktarılan transkriptler tekrar kontrol edilmiştir. Bilgisayar ortamına aktarılan veriler genel bir izlenim elde etmek amacıyla iki kez ön okumadan geçirilmiştir. Ardından kodlama aşamasına geçilmiş, kodlama formu oluşturulmuş ve kodlama birimleri tespit edilmiştir. Kodlama aşamasında analiz sürecinde kullanılacak olan birimlerin (sözcükler, cümleler, sözcük öbekleri, görseller vb.) tespit edilmesi gerekmektedir (Fraenkel ve diğerleri., 2011). Bu süreçte Creswell (2014) kodları; geçmiş literatüre ve sağduyuya dayalı olarak okuyucuların bulmayı bekleyeceği kodlar, şaşırtıcı olan ve çalışmanın başında beklenmeyen kodlar ve olağandışı olan ve okuyucular için kavramsal açıdan ilgi çekici olan kodlar olmak üzere üç kategoriye ayırma eğilimindedir. Bu araştırmada elde edilen kodlar ise daha çok geçmişte ortaya konulan literatüre paralel bir biçimde şekillenmiştir. Ardından sürekli karşılaştırmalı yaklaşım benimsenerek ortaya konulan kodların benzerlik ve farklılıkları, birbirlerini kapsama ve dışlama durumları, birbirleri arasındaki ilişkiler dikkate alınarak alt ve ana kategorileri oluşturma sürecine geçilmiştir.

Gerçekleştirilen içerik analizi sürecinde matematiksel becerilerin kullanımının faydaları, gerçekleştirilen uygulamalar, karşılaşılan sorunlar ve çözüm önerileri olmak üzere dört ana ve bu kategorilere bağlı 12 alt kategori oluşturulmuştur. Sonrasında oluşturulan kodlar ve kategoriler çerçevesinde sıklık analizi yapılmış, elde edilen oranlar frekanslar halinde belirlenmiştir. Ardından araştırmanın alt problemleri göz önünde bulundurularak elde edilen kategoriler yorumlanmıştır.

Geçerlik ve Güvenirlik Süreçleri

Geçerlik ve güvenirlik kapsamında Guba (1981) tarafından nitel araştırmalar için ortaya konulan inandırıcılık (iç geçerlik), aktarılabilirlik (dış geçerlik), tutarlılık (iç güvenirlik), teyit edilebilirlik (dış güvenirlik) süreçleri göz önünde bulundurulmuştur. Aktarılabilirlik kapsamında ayrıntılı betimlemeye gidilmiş, araştırma süreci ve süreç sonunda elde edilen bulgular katılımcılardan sağlanan doğrudan alıntılarla birlikte sunulmuştur. Tutarlılık (iç güvenirlik) kapsamında elde edilen veriler ikinci bir uzman tarafından da kodlanarak kodlama güvenirliği sağlanmıştır. Bu kapsamda rastgele seçilen dört adet görüşme transkripti diğer bir uzman tarafından kodlanmış ve kodlama güvenirliği Miles ve Huberman (1994) tarafından geliştirilen "Güvenirlik=Görüş Birliği/(Görüş Birliği+Görüş Ayrılığı) x100" formülünden yararlanılarak değerlendirilmiştir.

Tablo 2. *Kodlayıcılar arası güvenirlik oranları*

Kategoriler	Uyum	Uyuşmazlık	Uyum yüzdesi
Matematiksel becerilerin kullanımının faydaları	12	6	66.67
Gerçekleştirilen uygulamalar	14	3	82.35
Karşılaşılan sorunlar	9	2	81.81
Çözüm önerileri	10	5	66.67
Toplam	45	16	73.77

Tablo 2'de görüldüğü üzere kodlayıcılar arası güvenrilik değeri ilk kategori için % 66,67, ikinci kategori için % 82,35, üçüncü kategori için % 81,81, dördüncü kategori için % 66,67 ve toplam kodlama süreci için ise % 73,77 olarak tespit edilmiştir. Özellikle matematiksel becerilerin kullanımının faydaları adlı kategoride "gerekli olma" ve "yararlı olma" kodları; çözüm önerileri adlı kategoride ise "metaryal sağlanması" ve "etkinlik/kılavuz kitaplarının oluşturulması" kodları konusunda uzlaşma sağlanamamış, araştırmacı tarafından söz konusu kodların ayrı ayrı ele alınması gerektiği düşünülmüştür. Kodlayıcılar arası güvenirliğin yanı sıra araştırmacı tarafından kodlamalar arası güvenirlik değerleri de tespit edilmiştir. Önceden kodlaması gerçekleştirilen dört görüşme transkriptine yedi haftalık bir süre sonra aynı araştırmacı tarafından tekrar kodlama yapılmıştır. Bu doğrultuda ulaşılan uyum yüzdesi Tablo 3'te sunulmuştur.

Tablo 3. *Kodlamalar arası güvenirlik*

Kategoriler	Uyum	Uyuşmazlık	Uyum yüzdesi
Matematiksel becerilerin kullanımının faydaları	18	1	94,73
Gerçekleştirilen uygulamalar	13	4	76,47
Karşılaşılan sorunlar	11	1	91,67
Çözüm önerileri	11	4	73,33
Toplam	53	10	84,13

Tablo 3'te belirtildiği üzere kodlayıcılar arası güvenrilik değeri ilk kategori için % 94.73, ikinci kategori için %76,47, üçüncü kategori için %91,67, dördüncü kategori için %73,33 ve toplam kodlama süreci için ise %84,13 olarak tespit edilmiştir. Teyit edilebilirlik kapsamında görüşme transkriptleri ve kodlama formu örneği gerektiğinde uzman teyidine sunabilmek için saklanmıştır. Son olarak inandırıcılık sürecinde ise görüşmeler sonucu elde edilen görüşme transkriptleri e-posta aracılığıyla ve yüz yüze olacak şekilde katılımcıların teyidine sunulmuştur.

Araştırmanın Etik İzinleri

Yapılan bu çalışmada "Yükseköğretim Kurumları Bilimsel Araştırma ve Yayın Etiği Yönergesi" kapsamında uyulması belirtilen tüm kurallara uyulmuştur. Yönergenin ikinci bölümü olan "Bilimsel Araştırma ve Yayın Etiğine Aykırı Eylemler" başlığı altında belirtilen eylemlerden hiçbiri gerçekleştirilmemiştir.

Etik kurul izin bilgileri:

Etik değerlendirmeyi yapan kurul adı = Ankara Üniversitesi

Etik değerlendirme kararının tarihi= 05.07.2021

Etik değerlendirme belgesi sayı numarası= 12/242

Bulgular

Matematiksel Becerilerin Kullanımının Faydalarına İlişkin Görüşler

Sınıf öğretmenlerinin sosyal bilgiler dersinde matematiksel becerilerin kullanımının faydalarına ilişkin görüşleri analiz edilerek elde edilen bulgular Tablo 4'te sunulmuştur:

Tablo 4. *Sosyal bilgiler dersinde matematiksel becerilerin kullanımına ilişkin öğretmen görüşleri*

Alt kategoriler	Kodlar	Frekans (f)
Anlama süreçlerini geliştirme	Kavramayı/öğrenmeyi destekleme	6
	Somutlaştırma	1
	Unutmayı önleme	3
	Pekiştirme/tekrar olanağı sağlama	3
	Öğreneni aktif hale getirme	1
	Etkili öğrenme	2
	Ezberden uzaklaşma	1
	Uygulama fırsatı sunma	1
Düşünme becerilerini geliştirme	Problem çözme becerisini geliştirme	2
	Eleştirel düşünme becerisini geliştirme	1
	Karar verme becerisini geliştirme	1
	Pratik düşünmeyi sağlama	1
	Yaratıcı düşünmeyi geliştirme	4
	Neden sonuç ilişkisi kurma	1
Akademik başarıyı artırma	Sosyal bilgiler dersindeki akademik başarıyı artırma	2
	Sosyal bilgiler haricindeki derslerde akademik başarıyı artırma	3
İhtiyaca cevap vererek fayda sağlama	Gerekli olma	5
	Yararlı olma	7
Toplam		45

Tablo 4 incelendiğinde sınıf öğretmenlerinin sosyal bilgiler dersinde matematiksel becerilerin kullanımına ilişkin; anlama süreçlerini ve düşünme becerilerini geliştirmeye katkı sağladığına, akademik başarıyı artırdığına ve ihtiyaca cevap vererek fayda sağladığına dair görüş bildirdikleri görülmektedir. Bu kapsamda belirlenen söz konusu dört ana kategori incelendiğinde sıklıkla vurgulanan kategorilerin sırasıyla; anlama süreçlerini geliştirme, uygulama süreçlerinde niteliği artırma, düşünme becerilerini geliştirme ve akademik başarıyı artırma olduğu görülmektedir.

Sınıf öğretmenleri sosyal bilgiler dersinde matematiksel becerilerin kullanımına ilişkin olarak "anlama süreçlerini geliştirme" kategorisinde; kavramayı/öğrenmeyi destekleme, somutlaştırma, unutmayı önleme, pekiştirme/tekrar olanağı sağlama, öğreneni aktif hale getirme, etkili öğrenme, ezberden uzaklaşma ve uygulama fırsatı sunma süreçlerine vurgu yapmışlardır. Bu kapsamda E2 kodlu öğretmen görüşlerini şu şekilde açıklamıştır:

> …Sosyal bilgiler dersinde matematiksel konuların öğretimini faydalı buluyorum. Son dönemlerde disiplinler arası yaklaşım olarak da ifade ediliyor. Biz yıllardır aslında farkında olmadan tüm derslerimizde kullanıyoruz, bu sayede çocuklar öğrendiklerini bir daha kolay kolay unutmuyor, en az iki üç derste pekiştirmiş oluyor öğrendiği yeni konuyu… (E2)

Ayrıca K2 kodlu katılımcı aşağıda belirtildiği üzere matematiksel konuların/becerilerin sosyal bilgiler dersi kapsamında kullanılmasının somutlaştırma ve uygulama süreçlerine olan katkısı hakkında görüş bildirmiştir.

> …Sosyal bilgiler dersinde matematiksel konuların kullanımını yararlı ve gerekli buluyorum. Böylece öğrenciler hem yeni öğrendikleri matematiksel konuları uygulama fırsatı buluyorlar, hem de sözel çoğu zamanda soyut bir konuyu somutlaştırarak öğrenmiş oluyorlar. Sadece sosyal bilgiler dersinde değil, Türkçe dersinde de matematiksel konuları birinci sınıftan itibaren kullanıyorum… (K2)

Düşünme becerilerini geliştirme kategorisinde sınıf öğretmenleri sosyal bilgiler dersinde matematiksel becerilerin kullanımının; problem çözme, eleştirel düşünme, yaratıcı düşünme, pratik düşünme, karar verme becerisinin ve neden sonuç ilişkisi kurma süreçlerinin gelişimini sağladığı yönünde görüş bildirmişlerdir. Bu doğrultuda K7 kodlu katılımcı söz konusu kategori ile ilgili olarak şunları belirtmiştir:

> …Matematik her alanda kullanılması gereken şey bence. Çünkü bir farklı bakış açısı geliştiriyor. Pratik düşünmeyi sağlıyor. Bir düşünüş tarzı aslında. Hani sadece bir ders olarak öğretilmesi değil de bakış açısı geliştiren bir kavram. Matematiksel olarak bakabiliyorsanız her şeyi daha rahat çözebilirsiniz… Problemleri vesaire diye düşünüyorum… Bence her alanda gerekli, sosyal bilgilerde de gerekli (K7).

Düşünme becerilerine ve süreçlerine vurgu yapan bir diğer katılımcılar olan K4 ve K8 kodlu öğretmenler ise görüşlerini şu şekilde ifade etmiştir:

> …Matematiksel becerileri iyi olan bir öğrenci kıvrak zekâlı oluyor, çocuğu ezbere yönlendirmez matematik, sözel konuların da kendi içerisinde bir neden-sonuç ilişkisi yani bir mantığı olduğunu hissettirirseniz bu çocuklar daha başarılı oluyor. Yaratıcı çalışmalar yapabiliyorlar (K4).
>
> …Matematik aslında her yerde rahatlıkla kullanılabilecek bir kavram hatta önemli bir beceri. Sosyal bilgiler dersinin pek çok alanında kullanılabilir. Çünkü sosyal bilgiler insanla ilgili bir bilgi birikimi sunuyor. Çocuğun dünya meseleleri ile ilgili problem çözmesi, karar vermesi, eleştirel düşünmesi gerekiyor. Kaldı ki bunlar aslında birer matematiksel beceri… (K8)

Sınıf öğretmenleri, ihtiyaca cevap vererk fayda sağlama kategorisinde sosyal bilgiler dersinde matematiksel becerilerin kullanımının "gerekli" ve "yararlı" olduğuna vurgu yapmışlardır. Bu kapsamda E1 kodlu katılımcı görüşlerini; *"…Disiplinler arası yaklaşım en etkili öğrenme yöntemlerinden birisi; o yüzden sosyal bilgiler dersinde matematiksel becerilerin kullanımını yararlı buluyorum… "*; K4 kodlu katılımcı ise *"…Tabi ki çok faydalı ve gerekli buluyorum. Netice de disiplinler arası yaklaşım etkili öğrenmeyi sağlıyor…"* K5 kodlu katılımcı ise *"…Sosyal bilgiler dersinde matematiksel konuların öğretimini faydalı ve gerekli buluyorum hatta tüm dersler arasında ilişki kurulmalı, bu sayede çocuklar daha iyi öğreniyor, yeni öğrenilen konular da pekişmiş oluyor…"* şeklinde ifade etmektedir.

Gerçekleştirilen Uygulamalar

Sınıf öğretmenlerinin sosyal bilgiler dersinde matematiksel becerilerin kullanımı sürecinde gerçekleştirdikleri uygulamalara ilişkin bulgular Tablo 5'te belirtilmiştir.

Tablo 5. *Sosyal bilgiler dersinde matematiksel becerilerin kullanımında gerçekleştirilen uygulamalar*

Alt kategoriler	Kodlar	Frekans (f)
Ders öncesi uygulamalar	Hazırlık yapma	5
	İçeriği yeniden düzenleme	1
Ders sırasındaki uygulamalar	Video, slayt vb. görsel araçlar kullanma	5
	Drama	3
	Tablo ve grafik yorumlama	5
	Harita okuma	4
	Hikâye anlatımı	3
	Örnek olay kullanımı	3
	Soru-cevap	1
	Özet yapma	1
	Plan ve kroki oluşturma	4
	Düz anlatım	1
	Konum analizi	2
Toplam		38

Tablo 5'te de görüldüğü üzere ders öncesi uygulamalar, ders sırasındaki uygulamalar, uygulamaların gerçekleştiği kavram, konu ve öğrenme alanları olmak üzere üç ana kategori tespit edilmiştir. Ders öncesi uygulamalar kategorisinde öğretmenlerin hazırlık yapma ve içeriği yeniden düzenleme süreçleri ile ilgili hazırlıklarda bulunduklarını ifade ettikleri görülmektedir. Ders sırasındaki uygulamalarda ise en çok video, slayt vb. görsel araçlar kullanma, tablo ve grafik yorumlama, harita okuma ve plan ve kroki oluşturma etkinliklerine; en az soru-cevap, düz anlatım, özet yapma etkinliklerine yer verdiklerini belirttikleri görülmektedir. Bu kapsamda K8 kodlu katılımcı görüşlerini şu şekilde ifade etmiştir:

> …Tabloları, grafikleri kullanıyoruz. Herhangi bir metindeki veriyi tabloya ya da grafiğe dökmesini istiyoruz. Ya da grafikteki ya da tablodaki verileri karşılaştırmasını, yorumlamasını istiyoruz. Hava durumunu tahmin etmesini istiyoruz mesela ya da yer yön ile ilgili şeyler, matematikle ilgili ya da bir gazete haberi verdiğimizde oradaki sorunu çözmesi de matematikle ilgili… (K8).

Süreç içerisinde gerçekleştirilen uygulamalar kapsamında K3 kodlu katılımcı örnek olay, slayt, drama; E1 kodlu katılımcı ise hikâye, örnek olay, soru-cevap gibi unsurlara vurgu yapmaktadır. Bu kapsamda K3 ve E1 kodlu katılımcıların görüşleri şu şekildedir:

> …Plan ve kroki, bilinçli tüketici konularında mutlaka matematiksel konuları kullanıyoruz. Ben hep örnek bir olay üzerinden ya da yaşanması mümkün bir olay üzerinden konuları anlatmaya başlarım. Konunun yapısına göre slayt üzerinden de anlatıyorum. Tabi genç arkadaşlar çok farklı yöntemler biliyorlar, onlar sayesinde de yeni şeyler öğrendim; mesela dramayı kullanmaya başladık son zamanlarda… (K3).

> …Bilim, Teknoloji ve Toplum; Üretim, Dağıtım ve Tüketim öğrenme alanlarında matematiksel konuları kullanıyoruz. Derslere mümkün olduğu kadar hazırlıklı gelmeye çalışıyorum. Hikâye ya da örnek bir olaydan yola çıkarak soru-cevap şeklinde vermek… İstediğim mesajı öğrencilerime buldurmaya çalışıyorum, dersin sonunda da defterlerine özet yazdırıyorum… (E1).

Tablo 6. *Sosyal bilgiler dersinde matematiksel becerilerin kullanımı sürecinde temele alınan öğrenme alanları ve konular*

Alt kategoriler	Kodlar	Frekans (f)
Uygulamaların gerçekleştiği öğrenme alanları	Üretim, dağıtım ve tüketim (3); bilim, teknoloji ve toplum (1), İnsanlar yerler ve çevreler (1)	5
Uygulamaların gerçekleştiği kavramlar	İstek ve ihtiyaçlar (1), nüfus (1), bütçe (2), bilinçli tüketici olma (4), ekonomik faaliyetler (1)	9
Toplam		14

Sosyal bilgiler dersinde matematiksel becerilerin kullanımı sürecinde temele alınanan konu ve öğrenme alanları incelendiğinde ise Tablo 6'da belirtildiği üzere katılımcıların en fazla "Üretim, dağıtım ve tüketim" öğrenme alanında ve "bilinçli tüketici olma" konusunda matematiksel becerileri kullandıklarını ifade ettikleri görülmektedir. Bu doğrultuda konuyla ilgili K1 kodlu katılımcı şu açıklamalarda bulunmuştur:

> …Matematiksel becerileri en çok Üretim, Dağıtım ve Tüketim öğrenme alanında kullanıyoruz ama dolaylı olarak matematiksel becerisi iyi olan bir öğrenci diğer öğrenme alanlarındaki konuları öğrenmede de başarılı olur çünkü epey soyut kavram ve konular var; bilimsel etik, teknoloji kullanımı, iyi vatandaş olma, demokrasi, kültürel miras vb. gibi. Ben derslerimde öğrencilerimin daha iyi anlaması en çok video, sunum gibi görsel araçlardan yararlanıyorum, kimi zamanda drama yapıyoruz, çok faydalı oluyor… (K1).

Ayrıca katılımcıların sosyal bilgiler dersi kapsamında gerçekleştirdikleri matematik temelli uygulamalar bağlamında bütçe, istek ve ihtiyaçlar, nüfus, bilinçli tüketici olma, ekonomik faaliyetler gibi konu ve kavramlara da vurgu yaptıkları görülmektedir. Bu doğrultuda K5 kodlu katılımcı *"ekonomik faaliyetler, haritada yer belirleme, uzaklık bulma, kroki çizme, bilinçli tüketici, aile bütçesi konularında matematiksel konuları kullanıyoruz…"* K2 kodlu katılımcı

> …Sosyal bilgiler dersinde tablo, grafik yorumlama ya da örnek bütçe hazırlama konularında da hep matematiksel konuları kullanıyoruz. Bu durum öğrencilerin çok daha iyi öğrenmesini ve konuları unutmamasını sağlıyor, dolayısıyla başarı artıyor…

ve E2 kodlu katılımcı ise *"…Plan ve kroki, haritada yer bulma, iki konum arasındaki uzaklığı hesaplama, nüfus özellikleri, istek ve ihtiyaçlar konularında matematiksel konuları kullanıyoruz..."* şeklinde görüş bildirmişlerdir.

Karşılaşılan Sorunlar

Sınıf öğretmenlerinin sosyal bilgiler dersinde matematiksel becerilerin kullanımı sürecinde yaşadıkları sorunlara ilişkin elde edilen bulgular Tablo 7'de ifade edildiği gibidir:

Tablo 7. *Karşılaşılan sorunlar*

Alt kategoriler	Kodlar	Frekans (f)
Öğretmen odaklı sorunlar	Tedirginlik yaşama	1
	Gerginlik yaşama	1
	Kendini yeterli görmeme	3
	Farklı yöntemlere hâkim olamama	1
	Farklı etkinlikler hazırlayamama	2
	Matematiksel becerilerle ilişki kurumama	7
Öğrenci odaklı sorunlar	Çocukların matematiksel hazır bulunuşluğunun yeterli olmaması	2
Öğretim programı, süreç ve materyal açısından yaşanan sorunlar	Öğrenilenleri gerçek yaşama transfer edememe	1
	Kazanımların öğrenci seviyesine uygun olmaması	1
	Ölçme araçlarının yetersizliği	6
	Özgün ve ilgi çekici etkinlik eksikliği	10
	Doküman/materyal eksikliği	8
	Zaman yetersizliği	2
	Ders kitabında var olan yetersizlikler	5
Toplam		50

Tablo 7 incelendiğinde karşılaşılan sorunlar sırasıyla; öğretim programı, süreç ve materyal açısından yaşanan sorunlar, öğretmen odaklı sorunlar ve öğrenci odaklı sorunlar olmak üzere kategorilendirilmiştir. Bu kapsamda sınıf öğretmenlerinin öğretmen odaklı sorunlarda tedirginlik ve gerginlik yaşadıkları, kendilerini yeterli görmedikleri, farklı yöntemlere hâkim olamadıkları, farklı etkinlikler hazırlamakta güçlük yaşadıkları görülmüştür. Ayrıca öğretmen odaklı sorunlarda en sıklıkla ele alınan yetersizlik matematiksel becerilerle ilişki kuramama alt kategorisi olmuştur. Bu doğrultuda K2 ve K8 kodlu katılımcıların görüşleri şu şekildedir:

> …Programda kazanımlar nitelik ve nicelik açısında gayet iyi hatta çok kapsamlı kazanım ifadeleri var, ama çoğu zaman tam manasıyla verip veremediğim konusundan tedirginlik de yaşıyorum. Ders kitaplarında güzel etkinliklerimiz var ama daha ilgi çekici ve farklı etkinliklere de yer verebilirler… (K2).

> …Bu konuda kendimi çok yeterli görmüyorum. Çok fazla zaman ve enerji harcamak gerekiyor. Yeni etkinlikler oluşturmak, tasarlamak gerekiyor. Çünkü bu konuda yeterli eğitim almadık üniversitede. Uygulamada da çok fazla görmedik bu nedenle eksikliklerimiz söz konusu… (K8).

Sınıf öğretmenlerinin sosyal bilgiler dersinin öğretiminde yaşadıkları matematik temelli sorunlar öğretim programı, süreç ve materyaller açısından incelendiğinde ise en sıklıkla ele alınan yetersizliğin özgün ve ilgi çekici etkinlik eksikliği, doküman/materyal eksikliği ve ölçme araçlarının yetersizliği olmuştur. Bu kapsamda K1 kodlu katılımcı görüşlerini şu şekilde ifade etmektedir:

> …Öğretim programında da matematiksel yetkinliğe çok önem veriliyor. Ancak ders kitaplarımızda bu konuyla ilgili daha çok etkinlik ve ölçme aracı yer alabilir. Kazanımların içeriği öğrencilerim için biraz üst düzey, sosyokültürel açıdan dezavantajlı bir bölgede çalıyorum ama ben öğrencilerimin seviyesine en uygun şekilde içeriği düzenlemeye çalışıyorum. Matematik dersinde sorun yaşayan bir öğrenci bu konuların öğrenimi sırasında da sorun yaşıyor. Öğretim programı ve zaman yönünden bir sıkıntım yok ama özgün ve ilgi çekici etkinlikler bulmakta zorlanıyorum aslında, sadece çalışma kâğıtları ile de olmuyor, öğrenciler sıkılabiliyor… (K1).

Benzer bir biçimde K3, K4, K5, K8, E2 kodlu katılımcılarda matematiksel konuların/becerilerin sosyal bilgiler dersi bağlamında öğretimi sürecinde materyal, etkinlik, zaman ya da ölçme gibi faktörlerde yaşadıkları yetersizlikler ve eksiklikler konusunda görüşlerini ifade etmişlerdir. Bu doğrultuda K3, K4, K5, K8 ve E2 kodlu katılımcıların görüşleri şu şekildedir:

> …Aslında yaşadığım en temel sorun bir süre sonra etkinliklerimin tek düze olması, farklı etkinlikler bulmada sorun yaşıyorum; benzer sorun ölçme kısmında da var, hep aynı araçları kullanmaya başlıyorum bir süre sonra, tüm öğretmen arkadaşlarım da benzer uygulamaları yapıyor, çevremde de farklı şeyleri az görüyorum, biraz yeniliğe ihtiyacım var… (K4).

> …Materyal ve etkinlik bulmada sıkıntı yaşıyorum en fazla bir iki tane kaynak bulabiliyorum, o zamanda konular iyi pekişmiyor. Başlı başına Sosyal Bilgiler dersine ait etkinlik kitabı/materyal önerileri kitabı olmalı… (K5).

> …Materyal hazırlama, bulma, etkinlik hazırlama konularında sorun yaşıyorum, bu alanda çok az kaynak var. Tüm kaynaklar birbirine benziyor, kaynakların ön sözünde matematiksel konulara değindiklerini söylüyorlar ama ben pek fazla iki dersin tam manasıyla ve çocukların ilgisini çekebilecek şekilde etkinlikler sunduklarını düşünmüyorum. Kaynak ciddi bir sıkıntı oluyor bu süreçte… (E2).

> …Kazanımlar yeterli ama ders kitaplarında içerik, etkinlik ve ölçme sayfaları az. Tek başına etkinlik kitabı olsa daha iyi olur. İnternette de bu alanda fazla doküman yok, bazen zorlanıyorum… (K3).

> …Ayrıca zaman da çok kısıtlı. Programı ders kitabını yetiştirmek de gerekiyor. O süreçte es geçilebiliyor bazen matematiksel beceriler. Bir de ders kitabına bakacak olursak çok da fazla matematikle sosyal bilgileri birleştirmiyor… (K8).

Sınıf öğretmenlerinin sosyal bilgiler dersinin öğretiminde yaşadıkları matematik temelli sorunlar “öğrenci” boyutu açısından incelendiğinde ise katılımcıların çocukların matematiksel hazır bulunuşluğunun yeterli olmamasına ve öğrenilenleri gerçek yaşama transfer edememelerine vurgu yaptıkları görülmektedir. Bu kapsamda K8 kodlu katılımcı şu şekilde görüşlerini ifade etmektedir:

> …Her ders aslında birbiriyle bağlantılı çocuğun matematiksel bir zemini yoksa nitelikli bir matematik geçmişi yoksa zaten sosyal bilgilerde de başarılı olamıyor. Önce tablo ya da grafik nedir bunu mu anlatacaksın bir öğretmen olarak yoksa asıl sosyal bilgiler konusunu mu? Matematiğin temeli oluşmamışsa ilişkilendirmek çok zor… (K8)

şeklinde görüşlerini belirtmiştir.

Çözüm Önerileri

Sınıf öğretmenlerinin sosyal bilgiler dersinde matematiksel becerilerin kullanımı sürecinde yaşadıkları sorunların çözümüne yönelik elde edilen bulgular Tablo 8’de belirtildiği gibidir:

Tablo 8. *Sosyal bilgiler dersinde yaşanan sorunlara ilişkin çözüm önerileri*

Alt kategoriler	Kodlar	Frekans (f)
Öğretmen eğitimi	Seminer verilmesi	6
	Hizmet içi eğitim verilmesi	3
	Atölye çalışması	1
	Uygulamalı eğitim	3
	Öğretmen eğitimi süresinin artırılması	1
	Materyal geliştirme derslerinin verilmesi	1
Öğretim programı, süreç ve materyal	Öğretim programının revize edilmesi	1
	Materyal sağlanması	3
	Etkinlik/kılavuz kitabının oluşturulması	5
	Ders kitaplarının revize edilmesi	4
	İyi örneklerin paylaşımı	1
	Etkinliklerin mevcut sosyokültürel çevreye uyarlanması	2
Toplam		31

Tablo 8 incelendiğinde öğretmen eğitimi kategorisi ve öğretim programı-süreç ve materyal kategorisi olmak üzere iki kategorinin oluşturulduğu görülmektedir. Öğretmen eğitimi kategorisi kapsamında öğretmenlerin sırasıyla seminer, hizmet içi eğitim, uygulamalı eğitim verilmesi, atölye çalışmalarının yapılması, öğretmen eğitimi süresinin artırılması ve materyal geliştirme derslerinin verilmesi hususlarına dikkat çektikleri görülmektedir. Bu bağlamda K7 kodlu katılımcının görüşleri şu şekildedir:

> …Öğretmenlerin içerisinde de bir matematiksel bakış açısı olanlar ve olmayanlar olabilir. Çünkü hepimizin aldığı eğitimler vesaire farklı, eşitlendiğimiz tek yerin eğitim fakülteleri olduğunu düşünüyorum. Eğitim fakültelerinde de aldığımız derslerde de bakış açısını geliştireceğimiz, entelektüel bakış açımızı geliştireceğimiz, matematiksel bakış açımızı geliştireceğimiz vesaire… Bunları geliştirecek yeterli düzeyde ders var mı? Bundan da açıkçası tam emin değilim. Olsa bile kısıtlı çünkü belki de eğitim yılının, donanımın artırılması gerekir… Seminerlerde hizmetçi eğitimlerde aslında pek çok şey yapılabilir… Öğretmenler de ne bileyim materyal geliştirme dersi alabilir… (K7).

Benzer bir biçimde K2, E1, K4 kodlu katılımcıların hizmet içi eğitim ya da atölye çalışmaları gibi öğretmenlere yönelik eğitimlere vurgu yaptıkları görülmektedir: *"…Ben bu konuda yetkin birisinden eğitim almak isterdim, özellikle ilgi çekici ve farklı etkinlikler hazırlama konusunda bir kaynağım olsa çok iyi olurdu…"* (K2). *"…Öğretmenlere sosyal bilgiler dersinin ezberden ibaret olmadığını anlatan, uygulamaya dönük bir hizmet içi eğitim verilebilir, öğretmenler de velilerine seminer verebilir…"* (E1).

> …Özellikle etkinlik ve ölçme aracı hazırlama konularında hizmeti içi eğitim alabilirsem çok iyi olur diye düşünüyorum, tabi ki bu eğitim uygulama ağırlıklı olmalı, atölye çalışması diyorlar sanırım. Sadece düz anlatım yapılmamalı. O zaman hiçbir faydası olmuyor… (K4).

Sınıf öğretmenlerinin öğretim programı, süreç ve materyal kategorisinde öne sürdükleri çözüm önerilerinde ise sırasıyla etkinlik/kılavuz kitabının oluşturulması, ders kitaplarının revize edilmesi, materyal sağlanması, etkinliklerin mevcut sosyokültürel çevreye uyarlanması, iyi örneklerin paylaşımı, öğretim programının revize edilmesi yer almaktadır. Bu kapsamda K7 kodlu katılımcı görüşlerini şu şekilde ifade etmiştir:

…Bizim de elimizde bu materyalleri geliştirecek kaynak yok. Biz de bu konuda zorlanıyoruz. Ama bir yazılım şeklinde veya yaparak yaşayarak elde edebilecekleri materyaller olsa elimizde çocuk bir şey üretse çok daha diğer etkinlikler için istekli olacağını düşünüyorum. Bu matematiksel bakış açısının daha da gelişeceğini düşünüyorum. Farklı alanlarda kullanılabilir düzeye ulaşabileceğini düşünüyorum ama bizim elimizde bu şekilde kaynaklar materyaller maalesef ki mümkün değil. İnternetten ulaşabildiğimiz kaynaklarda genellikle dediğim gibi ezbere yönlendiren sadece bir kavramın aklında kalacağı şekilde tasarlandığı için çok yeterli bulmuyorum açıkçası… (K7).

K1 ve K3 kodlu katılımcılar ise çözüm önerisi olarak uzmanlar tarafından verilecek eğitimlerin yanı sıra etkinlik ve ders kitaplarında revizyonlara, iyi örneklerin paylaşımına vurgu yapmıştır. *"…Kitaplar daha çok etkinlik ağırlıklı olabilir, biz de bu etkinlikleri bulunduğumuz sosyal çevreye göre düzenleriz. Bu konuyla ilgili uzmanlar tarafından eğitim verilebilir. Disiplinler arası yaklaşımın kullanıldığı iyi örnekler paylaşılabilir…"* (K1).*"…Materyal ve etkinlik sıkıntısı var, dediğim gibi tek başına etkinlik kitaplarımız olsa çok iyi olur. Tabi bu kitabın içinde de hep benzer etkinlikler olmasın, bize farklı çalışmalar yapma fırsatı sunsun…"* (K3) şeklinde görüşlerini ifade etmişlerdir.

Tartışma ve Sonuç

Bu araştırmada sosyal bilgiler öğretiminde önemli bileşenlerden biri olan matematiksel becerilerin kullanımına ilişkin sınıf öğretmenlerinin görüşlerinin incelenmesi amaçlanmıştır. Araştırma sonucu elde edilen sonuçlara göre sınıf öğretmenlerinin sosyal bilgiler dersinde matematiksel becerilerin kullanımına ilişkin; anlama süreçlerini ve düşünme becerilerini geliştirmeye katkı sağladığına, akademik başarıyı ve uygulama süreçlerinde niteliği artırdığına dair görüş bildirdikleri görülmektedir. Benzer bir biçimde Aladağ ve Şahinkaya (2009) tarafından gerçekleştirilen araştırmada sınıf öğretmenliği ve sosyal bilgiler öğretmenliği adaylarının sosyal bilgiler ve matematik derslerinin ilişkilendirilmesi sürecinin öğrenmenin etkililiğini, anlamlı öğrenmeyi, derse karşı ilgiyi artırdığını, farklı bakış açıları oluşturduğunu ve neden-sonuç ilişkileri kurmayı sağladığını ifade ettiği görülmektedir. Bu kapsamda işlenen bir sosyal bilgiler dersinde öğrencilerin derse yönelik ilgilerinin arttığı, derse motive olmalarının olumlu yönde etkilendiği gibi olumlu görüşlere sahip oldukları görülmüştür (Sert, 2019). Ayrıca ilköğretim düzeyinde disiplinler arası bir anlayışın ve buna bağlı olarak dersler arası ilişkilendirmenin/bütünleştirmenin bilgilerin kalıcılığını artırdığı, öğrencilerin öğrendikleri bilgileri günlük yaşamla bütünleştirmesine katkı sağladığı, problem çözme becerisini geliştirdiği (Yolcu Aslan, 2013); daha iyi kavramaya yardımcı olduğu, günlük hayatla bağlantı kurmayı kolaylaştırdığı, akademik başarıyı artırdığı (Demir, 2008; Göğebakan, 2009), kavramsal anlamayı güçlendirdiği (Gürkan, 2015) görülmektedir. Benzer bir biçimde yapılan bir diğer araştırmada da sosyal bilgiler dersinin fen ve dil bilimleri gibi farklı disiplinlerle bütünleştirilmesinin öğrencilerin başarılarını artırdığı, gerçek hayattaki uygulamaların daha belirgin hale geldiği (Akins ve Akerson, 2002) sonucuna ulaşılmıştır. Gross, Morton ve Poliner (1993) tarafından hazırlanan "Sosyal Bilgiler Bağlamında Matematik İçin Öğretmen Kılavuzu "adlı çalışmada da söz konusu süreçle birlikte gerçek yaşam deneyimlerine katkı sağlanabileceği belirtilmektedir. Dolayısıyla incelenen araştırmalar çerçevesinde sosyal bilgiler dersi kapsamında matematiksel becerilerin kullanımına dair sınıf öğretmenleri tarafından ortaya konulan gerek akademik başarı, gerek düşünme ve anlama süreçleri, gerekse uygulama süreçlerinin niteliğinin artırılmasına dair olumlu görüşler ilgili alanyazın tarafından desteklenmektedir.

Sınıf öğretmenlerinin sosyal bilgiler dersinde matematiksel becerilerin kullanımında gerçekleştirdikleri uygulamalar incelendiğinde ders öncesi uygulamalar ve ders sırasındaki uygulamalar olmak üzere iki ana kategori kapsamında değerlendirilmiştir. Ders öncesi uygulamalar kategorisinde öğretmenlerin hazırlık yapma ve içeriği yeniden düzenleme süreçleri ile ilgili hazırlıklarda bulunduğu görülmektedir. Ders sırasındaki uygulamalarda ise en çok video, slayt, vb. görsel araçlar kullanma, tablo ve grafik yorumlama, harita okuma ve plan/kroki oluşturma etkinliklerine; en az soru-cevap, düz anlatım, özetleme etkinliklerine yer verdiklerini ifade ettikleri görülmektedir. Aladağ ve Şahinkaya (2009) tarafından gerçekleştirilen araştırmada sınıf ve sosyal bilgiler öğretmen adaylarının da benzer bir biçimde sosyal bilgiler-matematik derslerini nüfus, tablo, grafik, harita konularında ilişkilendirebileceğini ifade ettikleri görülmüştür. Sert (2019) tarafından yapılan benzer bir araştırmada da sosyal bilgiler dersinde "Bölgemdeki Ekonominin Ülkedeki Yeri" ve "Birlikte Yaşamak İçin" isimli konularda ilişkilendirmeler gerçekleştirilirken "İnsanlığın Ortak Mirası" isimli konuda gerçekleştirilemediği sonucuna ulaşılmıştır.

Sosyal bilgiler dersinde matematiksel becerilerin kullanımı sürecinde temele alınanan konu ve öğrenme alanları incelendiğinde daha çok bütçe, bilinçli tüketici, istek ve ihtiyaçlar gibi "ekonomi" konularıyla doğrudan ilişki olan kavramlar üzerinden ele alındığı görülmektedir. Oysaki alanyazın incelendiğinde matematiksel becerilerin sosyal bilgiler dersinin içerdiği vatandaşlık (Andersone ve Helmane, 2013; Maass ve diğerleri., 2019; Malvern, 2004), sosyal adalet (Bartell, 2013; Garii ve Rule, 2009; Guerra ve An, 2016; Gutstein ve Peterson, 2006; McGee ve Hostetler, 2014; Tannase ve Lucey, 2015), demokrasi (Brams, 2008; Steen, 2001) gibi kavramlarla da yakın ilişki içerisinde olduğu görülmüştür. Buna rağmen katılımcıların bu kavramlar yerine sıklıkla aslında doğrudan sayılar/niceliksel göstergeler barındıran ekonomi ile ilişkili kavram, konu ve öğrenme alanlarına vurgu yaptıkları görülmektedir. Bu durum katılımcıların matematiksel becerileri sosyal bilgiler dersi içerisinde daha çok "numerik" zeminde ele alınabilecek ekonomi ya da nüfus gibi konularla ilişkilendirebildiklerini; matematiksel becerileri aslında sosyokültürel ya da politik açıdan inşa edilen vatandaşlık, demokrasi, katılımcı anlayış, eşitlik, sosyal adalet gibi perspektiflerden değerlendiremediklerini ortaya koyabilir.

Sınıf öğretmenlerinin sosyal bilgiler dersinin öğretiminde yaşadıkları sorunlar sırasıyla; öğretim programı, süreç ve materyal açısından yaşanan sorunlar, öğretmen odaklı sorunlar ve öğrenci odaklı sorunlar olmak üzere kategorilendirilmiştir. Öğretim programı öğrencileri matematik ile tarih, matematik ve politika, matematik ve edebiyat, matematik ve insanlar arasında bağlantı kurmaya nadiren teşvik etmektedir; matematik izole edildiğinde ise talihsiz sonuçlar oluşmaktadır (Peterson, 2006, s. 10). Genel olarak, öğretmenler öğretim programlarında matematik / fen ve dil sanatları / sosyal bilgiler gibi derslerde geleneksel bütünleştirmeyi nispeten basit bulmakta, ancak alışılmadık bazı ilişkilendirmeleri - örneğin matematik ve sosyal bilgiler arasında – daha zor bulmaktadırlar (Rose ve Schuncke, 1997, s. 137). Öğretmenlerin okumaya, dile, fene, matematiğe dayalı becerileri, toplumsal ve küresel problemleri merkeze alan sosyal bilgiler dersi ile bütünleştirmesi önem taşımaktadır (Wade, 2001, s. 23). Bu kapsamda sosyal bilgiler dersinde yapılan ilişkilendirmelere yönelik Aybek (2000) tarafından gerçekleştirilen araştırmada öğretmenlerin sosyal bilgiler dersini daha çok Türkçe dersi ile ilişkilendirdikleri, sosyal bilgiler dersi bağlamında disiplinler arası ilişkilendirmeyi engelleyen unsurların ise çoğunlukla hizmet içi eğitim faaliyetlerinin olmaması, uzun süreli bir ders planla sürecinin gerekli olması, sosyal bilgiler ders kitaplarının ve öğretim programlarının böylesine bir öğretim için elverişli olmaması şeklinde açıkladıkları görülmüştür. Sert (2019) tarafından yürütülen çalışmada ise sosyal bilgiler öğretimi açısından disiplinler arası yaklaşımda ders saatlerinin sınırlandırıcı bir unsur olduğu, diğer derslerin öğretim programlarıyla sosyal bilgiler dersinin öğretim programlarının uygulama zamanı açısından bir takım uyumsuzluklar içerdiği ortaya konulmuştur. Çeken ve Ayaş (2010), fen ve teknoloji, sosyal bilgiler ve matematik dersi kapsamında oran-orantı kavramlarını incelemiş benzer bir biçimde programlar arası zamansal eşgüdümsüzlüğe değinmiştir. Dolayısıyla özellikle sosyal bilgiler dersi kapsamında kullanılması öngörülen matematiksel beceriler açısından öğretim programları arasında bir koordinasyonun oluşturulması ve dersler arası ilişkilendirmeye elverişli programların ortaya konulması önem taşımaktadır. Öte yandan bu çalışmada öğretmen odaklı sorunlar açısından öğretmenlerin tedirginlik ve gerginlik yaşadıklarını, kendilerini yeterli görmediklerini, farklı etkinlikler hazırlayamadıklarını, farklı yöntemlere hâkim olamadıkları gibi unsurlara vurgu yaptıkları görülmüştür. Bu bağlamda; Gürbüz ve İnci Kuzu (2018) tarafından sosyal bilgiler öğretmen adayları ile gerçekleştirilen araştırmada katılımcıların harita bilgisi ya da konum analizi gibi matematiksel işlem-bilgi ve beceri gerektiren süreçlerde başarısız oldukları, bu durumun motivasyon kaybı, moral bozukluğu ya da performans düşüklüğü gibi durumlara neden olduğu görülmüştür. Kaldı ki biliş, motivasyon ve duygu derinlemesine iç içe geçmiş ve her biri diğerlerini bir dereceye kadar düzenlemektedir (Hannula, 2004, s. 55). Aladağ ve Şahinkaya (2009) tarafından gerçekleştirilen araştırmada da sınıf öğretmenliği ve sosyal bilgiler öğretmenliği adaylarının lisans öğrenimi boyunca aldıkları dersler arası ilişkilendirme süreçlerinin yetersiz olduğunu belirttikleri görülmektedir. Benzer bir biçimde sınıf öğretmeni adaylarının matematiksel beceri gerektiren harita okuryazarlık düzeylerinin düşük seviyede olduğu görülmüştür (Koç ve Çiftçi, 2016). Bununla birlikte matematik becerilerinin sosyal bilgiler dersindeki harita, grafik ve tablo okuma becerileri üzerinde etkisinin olduğu (Pala ve Başıbüyük 2019), matematik başarı ve kaygısının coğrafya başarısının anlamlı bir yordayıcı olduğu (Bekdemir ve Başıbüyük, 2011) görülmektedir. Sosyal bilgiler dersi kapsamında sınıf öğretmenlerinin yaşadıkları matematik temelli sorunlar dikkate alındığında öğretmenlerin matematiksel bilgi ya da beceriler konusunda taşıdıkları kaygılar ya da yetersizlikler dolaylı olarak sosyal bilgiler dersindeki akademik başarıyı da etkileyebilmektedir. Kaldı ki öğrencilerin matematiksel beceri düzeylerinin, sosyal bilgiler beceri düzeylerinin anlamlı bir yordayıcısı olduğu (Pala ve Başıbüyük, 2019), matematik ve coğrafya başarısı açısından pozitif düzeyde anlamlı bir ilişkinin tespit edildiği (Bekdemir ve Başıbüyük, 2011) görülmektedir.

Sınıf öğretmenlerinin sosyal bilgiler dersinin öğretiminde yaşadıkları sorunların çözümüne yönelik bulgular incelendiğinde öğretmen eğitimi kategorisi ve öğretim programı, süreç ve materyal kategorisi olmak üzere iki kategorinin oluşturulduğu görülmektedir. Öğretmen eğitimi kategorisi kapsamında öğretmenlerin sırasıyla seminer hizmet içi eğitim, uygulamalı eğitim verilmesi, atölye çalışmalarının yapılması, öğretmen eğitimi süresinin artırılması ve materyal geliştirme derslerinin verilmesi hususlarına dikkat çektikleri görülmektedir. Benzer bir biçimde Gürbüz ve İnci Kuzu (2018) tarafından sosyal bilgiler öğretmen adayları ile gerçekleştirilen araştırmada matematik kaynaklı sorunlara yönelik çözüm önerileri kapsamında lisansta seçmeli ya da zorunlu matematik dersi verilmesi gibi öğretmen eğitimine yönelik öneriler geliştirilmiştir. Ayrıca Sert (2019) tarafından gerçekleştirilen ve sosyal bilgiler öğretiminde dersler arası ilişkilendirmenin temel alındığı araştırmada öğretmenlerin üniversite öncesi edindikleri bilgilerin ve yükseköğrenim sırasında aldıkları eğitim, mesleki deneyim ve tecrübelerin etkili olduğu sonucuna ulaşılmıştır. Bu bağlamda araştırma kapsamında elde edilen bulgulardan yola çıkılarak aşağıdaki önerilere yer verilmiştir:

- Politika üreticilere yönelik öneriler: Sınıf öğretmenlerinin sosyal bilgiler dersinde matematiksel becerileri kullanma yetkinliklerini geliştirmeye yönelik olarak uygulamaya dönük öğretmen eğitimleri gerçekleştirebilir. Disiplinlerarası anlayışa uygun olarak matematiksel becerilerin sosyal bilgiler dersi kapsamında kullanımına yönelik öğretim programında ve ders kitaplarında çeşitli düzenlemelere gidilebilir.

- Araştırmacılara öneriler: Bu çalışma durum araştırması yaklaşımıyla gerçekleştirilmiştir. Özellikle matematiksel becerilerin kullanımında yaşanan öğretmen odaklı sorunlara yönelik olarak eylem araştırmaları yürütülebilir. Bununla birlikte öğretmenler kadar öğretmen adaylarının ya da farklı kıdemlerdeki öğretmenlerin söz konusu sürece ilişkin görüşlerinin ve deneyimlerinin incelendiği karşılaştırmaları araştırmalar yürütülebilir. Ayrıca sosyal bilgiler dersinde matematiksel becerilerin ekonomi ya da nüfus gibi konuların dışında sosyal adalet, demokrasi ve vatandaşlık gibi diğer sosyal bilgiler kavramları ile olan ilişkisine yönelik korelasyonel araştırmalar gerçekleştirilebilir.

Ahi Evran University
Journal of Kırşehir Education Faculty
ISSN: 2147 - 1037
http://kefad.ahievran.edu.tr

ENGLISH VERSION

Introduction

Considering the comprehensive content offered by the social studies course through different disciplines such as culture, economy, and geography, it is important to develop skills such as spatial thinking, perceiving space, perceiving time and chronology, perceiving change and continuity, financial literacy, and location analysis, which are directly or indirectly related to mathematics, in students In this regard, looking at the relevant literature, there is a significant body of research on integrating social studies with language arts or mathematics and science; however, there is little work on integrating mathematics with social studies (Guerra & An, 2016, p. 11). Since curricula are generally integrated in a conventional manner (science with mathematics and social studies with language/art), integrating social studies with science or mathematics is considered an unconventional approach (İlter, 2014, p. 1124). Charlesworth (1988) emphasizes that although mathematics is often taught independently from other disciplines and with a rote learning-based method, it is important to integrate mathematics with science and social studies since all disciplines have common concepts and integrate naturally.

Today, people frequently encounter numerical data in their everyday life as a natural result of the rapid spread of information. However, it can be said that students rarely find the opportunity to use mathematics to explore social issues (Thompson, 2006)[2]. Nevertheless, from interpreting graphs and statistical data to current events and from using historical data to analyzing these data, mathematics and social studies naturally accompany each other. For example, interpreting the economic development of countries or maps, positioning, or population planning requires skills from both disciplines (Coleman & Mcmurtrie, 2017). In this context, within the scope of the social studies course, McGee and Hostitler (2014) presented a math-based understanding of the transatlantic slave trade, arguing that mathematical skills could be used to timeline the fluctuations in the slave

[2]When the literature is examined, the concept of "social mathematics" can be encountered. Topics both in and out of school that involve being able to make sense of quantitative information involving social issues is called "social mathematics" (Thompson, 2006, p. 269). Social mathematics includes instruction and realistic practice in recognizing, collecting, measuring, judging, and analyzing numerically-presented information, recognizing the conclusions drawn from faulty data, and communicating mathematical and statistical evidence and conclusions to others (Mauch, 2005, p. 2).

population, to demonstrate the locations of where slaves lived or fled, to devise charts such as data tables, pie charts, Venn diagrams, and ultimately to provide a statistical perspective on the conditions in which slaves lived. Also, Tanase and Lucey (2015) focused on financial inequality in the context of social justice, underlining the importance of mathematical reality on the topic of social justice. It is stated that the subjects taught in mathematics and history, which seem to be two independent disciplines, can be integrated with each other (Türk and İşlenen, 2004) and that students' mathematical skills are a significant predictor of their map reading, graphic reading, and table reading skills (Pala & Başıbüyük, 2019). Although some of the problem-solving steps in mathematics and social studies are termed differently, these steps are quite similar and parallel to each other, and all models have similar basic steps, such as defining the problem, following and executing a plan, and eventually solving the problem (Rose & Schuncke, 1997). Moreover, because the social studies course connects learning mathematics with students' lives and experiences; “mathematics” can be taught in a more meaningful way (Guerra & An, 2016, p. 10). Mathematics helps individuals to be aware of their own and others' cultural backgrounds; such learning is important for learning, appreciating, recognizing, responding to, and employing different traditions, values, and contributions (Ball, Goffney, & Bass, 2005, p. 4). Considering that mathematics is constructed "socially" and is a human product (Baki, 2019), it can be seen that both disciplines feed off and complement each other. Given the critical context offered by the intersection of mathematical skills and social studies course, it is important to investigate the views of classroom teachers, who play a major role in creating this context and presenting it to students, on the use of mathematical skills in social studies classes.

Integration of Social Studies and Mathematics Courses

The social studies course can be integrated with mathematics not only through mechanical/technical measurements or formula-based calculations such as problem-solving, measuring time, or location analysis but also through many ideological or political concepts included in the social studies course. Studies on the integration of mathematics and social studies courses have focused on concepts such as social justice (Bartell, 2013; Garii & Rule, 2009; Guerra & An, 2016; Gutstein & Peterson, 2006), democracy (Brams, 2008; Steen, 2001), and citizenship (Andersone & Helmane, 2013, Fawcett, 1947; Maass, Doorman, Jonkeri and Wijers, 2019; Malvern, 2004). In this context, Crowe (2010) states that although mathematical skills have many aspects that are important to citizens, there are four areas essential for individuals to realize that they are thoughtful, informed, and active members of both a democratic republic and an ever-growing global society. The author lists these areas as the ability to understand raw numerical data in context, the ability to understand percentages in context, the ability to understand the meaning of means, and the ability to interpret graphs and charts. In addition, while some mathematicians and mathematics educators claim that there is a relationship between mathematical and statistical knowledge and social, economic, and political power, some see a direct relationship between the health of a country's democracy and the mathematical or quantitative literacy of the citizens of that country (Mauch, 2005, p. 6). Indeed, mathematical skills can enable the critical evaluation of statistical information, graphs, tables, and large data piles presented by the media, political systems, non-governmental organizations, or various institutions and organizations.

While learning mathematics, students also learn about all the basic components of social studies such as citizenship, government, map skills, geography, history, economy, family, and society, and the connections between disciplines (especially with social studies) can help students comprehend mathematics as an important analytical tool in understanding and interpreting the world (Coleman & Mcmurtrie, 2017, p. 3). Mathematics is necessary to be able to develop a more comprehensive insight into important social and political issues. Without mathematics, it is not possible to fully understand the long-term effects of a government budget, the impact of a war, the meaning of a national debt, or a proposal to privatize social security (Gutstein & Peterson, 2006, p. 2). Another point to be noted in this context is "active citizenship", which is one of the basic concepts that should be addressed within the scope of social studies teaching. If it is desired to help students become active citizens who can make conscious and logical decisions, mathematical skills should be addressed in social studies education (Crowe, 2010, p. 106). An interdisciplinary approach is important to help students gain active citizenship competencies in social life and develop skills to solve real-life problems. Indeed, heterogeneous and multi-layered social life requires the creation of a holistic perspective instead of employing disciplines separately. On the other hand, for economic development, individuals, as active citizens, need to develop tax morale and have financial literacy skills within the scope of social studies. Moreover, in the social studies course, students need to gain awareness of the past and to develop skills such as chronological ordering, distancing, or measuring time from a mathematical point of view.

Mathematics Subjects and Skills in Social Studies Curriculum in Turkey

Current social studies curricula in Turkey are associated with different disciplines such as citizenship, philosophy, history, environment, geography, sociology, economics, law, ethnography, mathematics, anthropology, psychology, human rights and democracy, archaeology, and political science (Demir & Haçat, 2018; Sağdıç, 2019; Turan, 2019). However, in general, social studies curricula have adopted an approach based on history and geography (Demir & Haçat, 2018; Keçe & Merey, 2011). When the social studies curriculum in 2018 is examined, it is seen that one of the eight key objectives within the scope of "Turkey Qualifications Framework" is mathematical competence. In this context, mathematical competence in the curriculum is expressed as follows:

> Mathematical competence is improving and applying mathematical thinking to solve a series of problems encountered in daily life. Emphasis is placed on process, activity, and knowledge built on a solid arithmetic skill. Mathematical competence includes the ability and willingness to use mathematical modes of thinking (logical and spatial thinking) and presentation

> (formulas, models, constructs, graphs, and tables) at varying degrees (T.R. Ministry of National Education [MoNE], 2018, p. 5).

Looking at the basic skills included in the social studies curriculum, mathematical skills can be directly associated with skills such as the ability to perceive change and continuity, financial literacy, map literacy, location analysis, perception of space, drawing and interpreting tables, graphs and diagrams, and perceiving time and chronology. For example, considering the social studies curriculum, subjects and learning outcomes that require mathematical competence and skills draw attention, such as comparing traditional children's games in terms of change and continuity in the "Culture and Heritage" learning area, chronologically listing the main events in one's life in the "Individual and Society" learning area, performing location analysis on natural and human elements in the "People, Places, and Environments" learning area and classifying the technological products around according to their usage areas in the "Science, Technology, and Society" learning area. Besides, the following explanations are given for the points to pay attention in the implementation of the social studies curriculum.

> Social studies course deals with social sciences such as history, geography, economics, sociology, anthropology, psychology, philosophy, political science, and law in connection with topics such as human rights, citizenship, and democracy. In the social studies course, the subjects should not be studied separately as history, geography, human rights, and citizenship, but with an interdisciplinary approach (MoNE, 2018, p. 9).

Therefore, based on an interdisciplinary approach, it is important to use scientific methods used sometimes by a historian, sometimes by a geographer, and sometimes by a mathematician in the teaching of the broad content covered by the social studies course, and to carry out the teaching with a spiral and holistic approach as a necessity of social sciences. Furthermore, while organizing a learning approach based on mathematical skills, building the relationship between learning areas according to mathematical content and skills is another remarkable dimension. In this regard, various activities and materials can be used to associate mathematics and social studies courses. Considering the integration of the subject area, social studies and mathematics may not come to mind at first, but these content areas can be integrated effectively using children's literature and interesting activities (Kinniburgh & Byrd, 2008, p. 33). Similarly, İlter (2014) argues that social studies can be integrated with mathematics through children's literature so that children can establish mathematical relationships between social events. Abel and Abel (1996), on the other hand, give examples based on internet resources where teachers can integrate the disciplines of mathematics and social studies in a meaningful way for their students and students can build on their knowledge. Peterson (2006) provides examples of social studies-based activities such as equality, revealing stereotypes, and understanding history, to which mathematics can be integrated.

The inherent integration of mathematics and social sciences is clearly seen in the interconnected structure of society. By teaching both content areas based on this integration, teachers can make the process more relevant and meaningful for students (Coleman & Mcmurtrie, 2017, p. 1-2).

In this context, the integration of social studies and mathematics courses offers a wide range of educational benefits in several fields from active citizenship to democracy education, from social justice to academic success. Moreover, it is seen that students rarely find the opportunity to use mathematics to explore social issues (Thompson, 2006) and there is very little research on the integration of mathematics and social studies courses (Guerra & An, 2016). Given the importance of the context offered by the junction of mathematical abilities and social studies courses, it is critical to consider the perspectives of classroom teachers, who play a key role in developing and presenting this context to students. Considering the relevant literature, it is seen that the majority of teachers associate the social studies course with social sciences rather than mathematics or science disciplines and can only give a limited number of interdisciplinary examples (Aybek, 2001), that they are not good enough at synthesizing interdisciplinary skills and knowledge (Karacaoğlu, 2008), prospective teachers can present only a limited number of examples related to the subjects where social studies and mathematics courses can be associated (Aladağ & Şahinkaya, 2012), and that one of the courses that are mostly associated with math is social studies (Yorulmaz & Çalışkan, 2017). Taking these as a starting point, this research aimed to investigate the views of classroom teachers on the use of mathematical skills in social studies teaching and focused on the following sub-problems:

- What do classroom teachers think about the benefits of using mathematical skills in social studies classes?
- What practices do classroom teachers apply regarding the use of mathematical skills in social studies classes?
- What do classroom teachers think about the problems experienced during the use of mathematical skills in social studies classes?
- What do classroom teachers think about the solutions to the problems experienced during the use of mathematical skills in social studies classes?

Method

Research Model

This research used the case study method, one of the qualitative research designs, to examine classroom teachers' views on the use of mathematical skills in social studies classes. The case study method is a qualitative research method in which the researcher investigates a program, event, activity, process, or one or more people in depth (Creswell, 2014). The case may involve only one individual, class, school, or program, such as a student having difficulty learning to read, a social studies class, a private school, or a national curriculum project. Also, for some researchers, the case is not just an individual or an easily identifiable event (for example, a particular individual, class, organization, or project); the case can be an event (for example, a campus celebration), an activity (for example, learning to use a computer), or an ongoing process (for example, a teaching process) (Fraenkel, Wallen, & Hyun, 2011). In this study, the case was determined as the views of classroom teachers on the use of mathematical skills in teaching social studies classes, and it was aimed to reveal their views in this context.

Research Group

The research group was comprised of 10 classroom teachers working in four public primary schools in Ankara and Eskişehir. While choosing the research group, criterion sampling method, one of the purposeful sampling methods, was used. The main purpose of the criterion sampling method is to fully meet a set of criteria (Yıldırım & Şimşek, 2016). In this study, the determining criteria were as follows: having a teaching experience of five or more years, having taught fourth graders the social studies course at least three times, and working as a classroom teacher.

Table 1. *Demographic data of the participants*

No	Gender	Teaching experience	Experience in teaching fourth graders	Code Name
1	Female	18	4	F1
2	Female	21	6	F2
3	Male	19	5	M1
4	Female	24	5	F3
5	Female	7	3	F4
6	Female	16	3	F5
7	Male	22	5	M2
8	Female	15	3	F6
9	Female	15	3	F7
10	Female	10	3	F8

Data Collection and Analysis

A semi-structured interview form consisting of five questions developed by the researcher was used as a data collection tool. In addition to the main questions in the interview form, one alternative and 17 probing questions were developed. In the first stage, a draft interview form and an interview protocol were prepared. Afterwards, the developed interview protocol was presented to an expert academic working in the classroom teaching department. Based on the feedback obtained, three probing questions were revised, and manipulative statements were removed from the questions. Thus, the form was finalized. Also, in the last stage, the interview protocol was provided with explanations regarding the purpose of the interviews, for what the interview data would be used, the confidentiality of personal information, the recording of the interviews via a voice recorder, and the estimated duration of the interviews. The interviews were conducted face-to-face with seven participants, and via phone with three participants due to the pandemic. The order of the questions in the interview protocol was not changed during the interviews.

The content analysis method was utilized to analyze the data. Creswell (2014) suggests a linear, hierarchical approach built from bottom to top in the qualitative data analysis process, as indicated in Figure 1, but also states that the various stages in this process are interrelated and that the specified sequence may not always be followed.

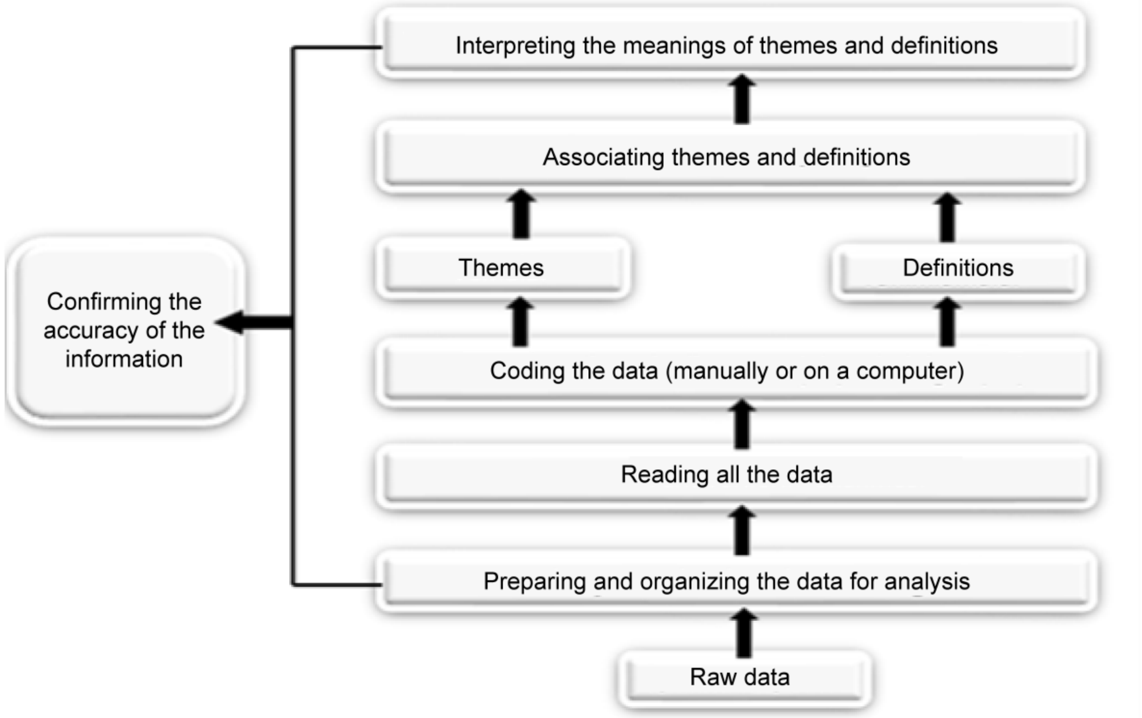


Figure 1. Data analysis in qualitative research (Creswell, 2014)

First, all the obtained audio files were analyzed and transferred to the computer environment, and a code was assigned to each classroom teacher. An expert working in the classroom teaching department checked the audio files and the transcripts transferred to the computer. The data transferred to the computer was reviewed twice in order to get a general idea. Then, the coding phase was initiated, a coding form was created, and the coding units were determined. In the coding phase, the units (words, sentences, phrases, visuals, etc.) to be used in the analysis process need to be determined (Fraenkel et al., 2011). In this process, Creswell (2014) tends to gather codes into three categories: codes that readers would expect to find, based on the relevant literature and common sense, codes that are surprising and unexpected at the start of the study, and codes that are unusual and conceptually interesting to readers. In this study, codes mostly emerged in parallel with the relevant literature. Then, the constant comparative method was adopted: the similarities and differences of the codes, whether they included or excluded each other, and the relations between each other were taken into account, and sub- and main categories were started to be created.

As a result of the content analysis, four main categories (benefits of using mathematical skills, applied practices, problems encountered, and solution suggestions) and 12 subcategories were created. Afterwards, frequency analysis was applied to the codes and categories, and the rates obtained were presented in frequency and percentages. Then, the categories were interpreted by considering the sub-problems of the research.

Validity and Reliability Process

For validity and reliability, the processes of credibility (internal validity), transferability (external validity), dependability (internal reliability), and confirmability (external reliability) suggested by Guba (1981) for qualitative research were taken into consideration. Within the scope of transferability, a detailed description was made, and the research process and the findings were presented along with excerpts from the interviews. Within the scope of dependability (internal reliability), the data obtained were coded by a second expert to ensure coding reliability. In this context, four randomly selected interview transcripts were coded by another expert, and the coding reliability was evaluated using the formula "reliability=consensus / (consensus + dissensus) *100" developed by Miles and Huberman (1994).

Table 2. *Intercoder reliability*

Categories	Agreement	Disagreement	Percentage
Benefits of using mathematical skills	12	6	66.67
Applied practices	14	3	82.35
Problems encountered	9	2	81.81
Solution suggestions	10	5	66.67
Total	45	16	73.77

As can be inferred from Table 2, the intercoder reliability value was 66.67% for the first category, 82.35% for the second category, 81.81% for the third category, 66.67% for the fourth category, and 73.77% for the whole coding process. No consensus could be reached for the "necessary" and "useful" codes in the "benefits of using mathematical skills" category, and for "providing materials" and "creation of activities/guidebooks" codes in the "solution suggestions" category. Thus, the researcher thought that these codes should be handled separately. In addition to the intercoder reliability, the intercoding reliability values were also determined by the researcher. Four previously coded interview transcripts were re-coded by the same researcher after a period of seven weeks. The obtained percentage of agreement is presented in Table 3.

Table 3. *Intercoding reliability*

Categories	Agreement	Disagreement	Percentage
Benefits of using mathematical skills	18	1	94.73
Applied practices	13	4	76.47
Problems encountered	11	1	91.67
Solution suggestions	11	4	73.33
Total	53	10	84.13

As can be inferred from Table 3, the intercoder reliability value was 94.73% for the first category, 76.47% for the second category, 91.67% for the third category, 73.33% for the fourth category, and 84.13% for the whole coding process. Within the scope of confirmability, interview transcripts and a sample coding form were kept so that they could be submitted to an expert for confirmation when necessary. Finally, for credibility, the interview transcripts were submitted to the participants for confirmation via e-mail and face-to-face.

Ethical Considerations

This study was carried out in accordance with all the rules specified in the "Higher Education Institutions Scientific Research and Publication Ethics Directive." None of the actions specified under the "Actions Contrary to Scientific Research and Publication Ethics" in the second part of the directive were carried out.

Information on ethics committee approval:

Name of the board that performed ethical review = Ankara University

Date of ethical approval decision= 05.07.2021

Ethical approval document number = 12/242

Findings

Views on the benefits of using mathematical skills

The findings regarding the participants' views on the benefits of using mathematical skills in social studies classes are given in Table 4:

Table 4. *Classroom teachers' views on using mathematical skills in social studies classes*

Subcategories	Codes	Frequency (f)
Improves comprehension processes	Supports learning	6
	Helps concretize subjects	1
	Provides permanent learning	3
	Helps consolidate/review learned topics	3
	Enhances the learner's involvement	1
	Provides effective learning	2
	Helps achieve meaningful learning without memorization	1
	Provides the opportunity to do practices	1
Helps develop thinking skills	Helps develop problem-solving skills	2
	Helps develop critical thinking skills	1
	Helps develop decision-making skills	1
	Helps develop practical thinking skills	1
	Helps develop creative thinking skills	4
	Helps establish cause-effect relationships	1
Helps boost academic achievement	Helps boost academic achievement in social studies classes	2
	Helps boost academic achievement in classes other than social studies	3
Responds to needs	Necessary	5
	Useful	7
Total		45

As can be inferred from Table 4, regarding the benefits of using mathematical skills in social studies classes, the participating classroom teachers thought that doing so improved comprehension processes, helped develop thinking skills, helped boost academic achievement, and responded to needs. Accordingly, the four subcategories that emerged from their views, in order of frequency of emphasis, were "improves comprehension processes," "helps develop thinking skills," "helps boost academic achievement," and "responds to needs."

On the other hand, the codes that emerged from the "improves comprehension processes" sub-category were "supports learning," "helps concretize the subjects," "provides permanent learning," "helps consolidate/review the learned subjects," "enhances the learner's involvement," "provides effective learning," "helps achieve meaningful learning without memorization," and "provides the opportunity to do practices." In this context, M2 coded teacher explained his opinions as follows:

> …I find it useful to teach mathematical subjects in social studies course. Recently, this has been expressed as an interdisciplinary approach. For years, we have been using this approach in all our classes without even realizing it; in this way, children do not easily forget what they have learned and consolidated the learned subject in at least two or three classes… (M2)

Additionally, the participant F2 remarked the contribution of using mathematical subjects/skills within the scope of social studies course to concretization and application as follows.

> …I find it useful and necessary to use mathematical subjects in social studies course. In this way, students both have the opportunity to apply the mathematical subjects they have just learned, and they learn by concretizing an abstract, and most times verbal, subject. I have been using mathematical subjects not only in social studies course, but also in Turkish lessons... (F2)

In the category of developing thinking skills, regarding the use of mathematical skills in social studies course, classroom teachers stated that it provided improvement in processes of problem solving, critical thinking, creative thinking, practical thinking, decision-making skills, and establishing cause and effect relationship. In this direction, the participant F7 stated the following regarding the category in question:

> …I think mathematics should be used in every field. Because it provides a different perspective. Provides practical thinking. It's a way of thinking actually. It is a concept that should not only be taught as a lesson, but also used as a tool to gain perspective. If you can look at things mathematically, you can comprehend everything more easily... I mean problems, etc. I think it is necessary for every field, as well as social studies (F7).

F4 and F8 coded teachers who emphasized thinking skills and processes expressed their views as follows:

> …A student with good mathematical skills is quick-witted; mathematics does not lead the child to memorization; if you make them feel that social subjects also have a cause-effect relationship, that is, logic in themselves, the children become more successful. They can produce creative work (F4).

> …Mathematics is a concept, even an important skill, that can be used everywhere. It can be used in many areas of social studies course. Because social studies offers an accumulation of

knowledge about people. The child needs to solve problems, make decisions, and think critically about issues in the world. Besides, these are actually mathematical skills… (F8)

In the category of "responds to needs," classroom teachers emphasized that using mathematical skills in social studies classes was "necessary" and "useful." In this context, participant M1 expressed his views as follows: *"…The interdisciplinary approach is one of the most effective learning methods; therefore, I find using mathematical skills useful in social studies classes… "*. On the other hand, F4 said, *"…Of course, I find it very useful and necessary. After all, the interdisciplinary approach provides effective learning…"*. Another participant, F5, said, *"…I find the teaching of math subjects in social studies classes useful and necessary; in fact, a relationship should be established between all lessons so that children can learn better and consolidate the learned subjects…"*

Applied Practices

Table 5 presents the findings regarding the practices that classroom teachers applied in the process of using mathematical skills in social studies classes.

Table 5. *The practices applied in the process of using mathematical skills in social studies classes*

Subcategories	Codes	Frequency (f)
Pre-class practices	Preparation before the class	5
	Rearranging the content	1
	Using visual tools such as videos, slides	5
	Drama	3
	Interpreting tables and charts	5
	Reading maps	4
Classroom practices	Storytelling	3
	Case studies	3
	Q&A	1
	Summarizing	1
	Creating plans and sketches	4
	Direct instruction	1
	Location analysis	2
Total		38

As can be seen in Table 5, three main categories were identified as pre-class practices, classroom practices, and concepts, subjects, and learning areas in which the practices took place. In the pre-class practices category, the teachers stated that they made preparations for the class and made rearrangements in the content. Regarding the classroom practices, the most frequently used activities were visual tools such as videos and slides, interpreting tables and charts, reading maps, and creating plans and sketches, while the least frequently used activities were question-answer, direct instruction, and summarizing activities. In this context, F8 expressed her views as follows:

…We use tables, graphics. We ask them to put the data in any text into a table or graph. Or we ask them to compare and interpret the data in a chart or table. We ask them to try to forecast the weather or stuff related to direction, or solving a problem in a newspaper article is also about mathematics… (F8).

Within the scope of the practices implemented during the process, F3 coded participant emphasizes case studies, slides, and drama; whereas the participant M1 emphasizes elements such as stories, case studies, and question-answer. In this context, the opinions of the participants coded F3 and M1 are as follows:

> …We definitely use mathematical subjects in plans and cartographical sketches, conscious consumer subjects. I always start explaining the subjects over an event or a possible event. Depending on the subject, I also use slides. Young colleagues know very different methods, and thanks to them I have learned new things; for example, I have started using the drama method recently... (F3).

> …We use mathematical subjects in the learning areas of Science, Technology and Society, Production, Distribution and Consumption. I try to be as prepared as possible for classes. To carry out the lecture starting with a story or an event, with question-answer... I try to get my students to find the message I want to convey, and I have them write a summary in their notebooks at the end of the class... (M1).

Table 6. *Learning areas and topics focused on when using mathematical skills in social studies classes*

Subcategories	Codes	Frequency (f)
Learning areas for applications	Production, distribution, and consumption (3); science, technology, and society (1), people, places, and environments (1)	5
The concepts about which practices were applied	Desires and needs (1), population (1), budget (2), being a conscious consumer (4), economic activities (1)	9
Total		14

Regarding the subjects and learning areas focused on when using mathematical skills in social studies classes, the participants most frequently emphasized the "production, distribution, and consumption" learning area "being a conscious consumer" subject, as can be inferred from Table 6. In this regard, participant F1 expressed her views as follow:

> …We use mathematical skills mostly in the learning area of Production, Distribution, and Consumption; but a student with good mathematical skills will be successful in other learning areas, too, because there are abstract concepts and topics, such as scientific ethics, use of technology, good citizenship, democracy, cultural heritage, etc. In my classes, I mostly use visual tools such as videos and presentations for my students to understand better, and sometimes we use dramas, which are very useful… (F1).

Besides, the participants also emphasized subjects and concepts such as budget, desires and needs, population, being a conscious consumer, and economic activities in the context of mathematics-based practices that they applied in social studies classes. In this regard, F5 said, *"We use mathematical subjects in economic activities, locating places on a map, finding distance, drawing sketches, conscious consumers, family budgets…"* On the other hand, F2 said,

> …We use mathematical skills when interpreting tables and charts or preparing a sample budget in social studies classes. This enables students to learn much better and not to easily forget what they have learned. In this way, their academic achievement also increases…

while M2 said, *"…We use mathematical skills in planning and sketching, locating a place on a map, calculating the distance between two locations, population characteristics, desires and needs..."*.

Problems Encountered

Table 7 presents the findings regarding the problems encountered by classroom teachers when using mathematical skills in social studies classes.

Table 7. *Problems encountered*

Subcategories	Codes	Frequency (f)
Teacher-related problems	Anxiety	1
	Tension	1
	Not feeling good enough	3
	Not being good at using different teaching methods	1
	Inability to develop different activities	2
	Inability to relate subjects to mathematical skills	7
Student-related problems	Insufficient mathematical readiness	2
	Inability to relate what is learned to real life	1
Problems related to the curriculum, process, and materials	The learning outcomes are not suitable for the level of the students	1
	Insufficient measurement tools	6
	Lack of original and engaging activities	10
	Lack of documents/materials	8
	Shortage of Time	2
	Inadequacies in the textbook	5
Total		50

As can be inferred from Table 7, the problems encountered by classroom teachers were categorized as problems related to the curriculum, process, and materials, problems related to the teacher, and problems related to the student. In this context, it was observed that the problems related to the teacher were anxiety, tension, not feeling good enough, not being good at using different teaching methods, and inability to develop different activities. Besides, the most frequently addressed insufficiency in teacher-related problems was the sub-category of not being able to relate the subject to mathematical skills. In this regard, F2 and F8 expressed their views as follows:

> …The learning outcomes specified in the curriculum are good in terms of quality and quantity; there are even very comprehensive statements about the learning outcomes but most of the time I feel anxious about whether I can teach all the learning outcomes. We have good activities in the textbooks but there could be more engaging activities… (F2).

> …I do not find myself very competent in this regard. It requires a lot of time and energy. It is necessary to create and design new activities. Because we did not receïve enough education on this subject at the university. We also did not do much practice, so we are not good enough... (F8).

When the problems encountered by classroom teachers when using mathematical skills in social studies classes are examined in terms of the curriculum, process, and materials, the most frequently addressed inadequacy was the lack of original and engaging activities, lack of documents/materials, and insufficient measurement tools. In this context, F1 expressed her views as follows:

> …Much importance is given to mathematical competence in the curriculum. However, our textbooks could include more activities and measurement tools on this subject. The content of the objectives are a bit high level for my students, I work in a socio-culturally disadvantaged area, but I try to organize the content in the most appropriate way for my students' level. A student who has problems in mathematics also has problems learning these subjects. I do not have a problem in terms of curriculum and time, but I find it difficult to find original and interesting activities, actually, worksheets are not sufficient either, students can get bored… (F1).

Similarly, F3, F4, F5, F8, and M2 mentioned the inadequacies and deficiencies they experienced in factors such as materials, activities, time, or measurement when using mathematical subjects/skills in social studies classes. In this regard, the views of F3, F4, F5, F8, and M2 are as follows:

> …Actually, my main problem is that after a while my activities become monotonous, and I have trouble finding different activities; there is a similar problem in terms of measurement: I always start using the same tools after a while. In fact, all my colleagues do similar practices, and I don't see different practices a lot, so I need some innovation… (F4).

> …I have difficulty finding materials and activities: I can only find one or two resources, and then the topics are not well consolidated. There should be an activity book/materials book for the social studies course… (F5).

> …I have problems in preparing and finding material, preparing activities, there are very few resources in this area. All the resources are alike. In the preface of the resources they say they address mathematical subjects, but I don't think that they offer activities in a way that can attract the attention of children. Finding resources is a serious problem in this process... (M2).

> …The objectives are sufficient, but content, activity, and measuring material in the textbooks are very little. It would be better if there was a book allocated only to activities. There are not many documents in this area on the internet, so, sometimes I have difficulties… (F3).

> …Also, time is very limited. We also have to cover everything in the textbook. Sometimes mathematical skills can be ignored during this process. Also, if we look at the textbook, it does not combine mathematics with social studies much... (F8).

When the mathematics-based problems experienced by classroom teachers in teaching social studies course are examined in terms of the "student" dimension, it is seen that the participants emphasize the insufficiency of children's mathematical background and their inability to transfer what is learned to real life. In this context, the participant F8 expressed her views as follows:

> …In fact, all courses are connected to each other, if the children do not have a sufficient, qualified mathematical background, they cannot be successful in social studies. As a teacher, what are you supposed to do? Leave the social studies subject aside and teach tables or charts? If the student does not have basic math knowledge, it is very difficult to relate it (to social studies subjects) ... (F8).

Solution Suggestions

Table 8 presents the findings regarding the solution suggestions expressed by classroom teachers for the problems encountered when using mathematical skills in social studies classes.

Table 8. *Solution suggestions for the problems encountered in social studies classes*

Subcategories	Codes	Frequency (f)
	Seminars	6
	In-service training	3
	Workshops	1
Teacher training	Hands-on training	3
	Increasing the teacher training duration	1
	Material development training for teachers	1
	Revising the curriculum	1
Curriculum, process, and materials	Providing materials	3
	Activity books/guidebooks	5
	Revising textbooks	4
	Sharing effective practices	1
	Adapting the activities to the sociocultural environment	2
Total		31

As can be inferred from Table 8, two categories, namely "teacher training" and "curriculum, process, and materials" emerged. The "teacher training" category comprised the codes of seminars, in-service training, workshops, hands-on training, increasing the teacher training duration, and material development training for teachers. In this context, F7 expressed her views as follows:

> …Teachers may include those with or without a mathematical perspective. Because the education we all receive is different, etc. and I think the only place where we are on the same footing is education faculties. Among the courses we take at education faculties where we can improve our perspective, improve our intellectual perspective, develop our mathematical perspective, etc. ... Are there courses at a sufficient level? Frankly, I'm not sure about that. Even if there is, they are limited because perhaps the number and quality of education years should be increased. In fact, many things can be done in seminars and in-service training… Teachers can receive material development lessons, for example… (F7).

Similarly, F2, M1, and F4 emphasized training for teachers such as in-service training or workshops: *"…"…I would like to receive training from someone who is competent on this subject; it would be great if I had a resource especially about developing various engaging activities…"* (F2).*"…"…Teachers can be provided with practical in-service training where they can learn methods other than rote-based learning, and they can give seminars to parents…"* (M1).

> …I think it would be great if I could get in-service training especially on the subjects of activity and measurement tool preparation. Of course, this training should be applied, I think they call it workshop. The training should not include only direct instruction. Because that is not useful at all… (F4).

The solution suggestions put forward by classroom teachers in the "curriculum, process, and material category" include providing an activity/guide book, revising the textbooks, providing materials, adapting activities to the sociocultural environment, sharing effective practices, and revising the curriculum. In this context, F7 expressed her views as follows:

> …We do not have resources to develop these materials. So, we have difficulties in this regard. But if we had materials in the form of a software, with which they can make something and have experience, if the students produced something, I think they will be more eager for the other activities. I think this mathematical perspective will develop further. I think it will reach a level where it can be used in different areas, but unfortunately, we don't have access to such

> resources and materials. Since the online resources are designed in such a way that leads to memorization, honestly, I do not find them very adequate… (F7).

F1 and F3 emphasized, as solution suggestions, revisions to be made in activities and textbooks and sharing effective practices, as well as training to be given by experts.

> …Books may be more activity oriented, and we will organize these activities according to the social environment we are in. Training can be given by experts on this subject. Effective practices using an interdisciplinary approach can be provided... (F1).
>
> …There is a shortage of materials and activities; as I said before, it would be great if we had books allocated only to activities. Of course, there should not be similar activities in this activity book, it should offer us the opportunity to do different activities... (F3).

Discussion and Conclusion

This study aimed to investigate the views of classroom teachers on usïng mathematical skills, which is one of the important components in social studies teaching. According to the results of the research, regarding the classroom teachers' use of mathematical skills in social studies classes, they think that doing so contributes to the development of understanding processes and thinking skills and increases academic achievement and quality in application processes. Similarly, in the study conducted by Aladağ and Şahinkaya (2009), prospective classroom and social studies teachers stated that using mathematical skills in social studies classes increased effective learning, meaningful learning, and interest in the lesson, offered different perspectives and helped students to establish cause-effect relationships. In a social studies class taught in this way, students' interest and motivation for the lesson increased (Sert, 2019). Furthermore, using an interdisciplinary method at the primary education level and integration of the courses enhances permanent learning, contributes to relating the learned subject to daily life, and improves the problem-solving skills (Yolcu Aslan, 2013), helps understand the material better, facilitates relating what is learned to daily life, increases academic achievement (Demir, 2008; Göğebakan, 2009), and consolidates conceptual understanding (Gürkan, 2015). In a similar study, it was concluded that integrating the social studies course with different disciplines such as science and linguistics increased students' academic achievement and made real-life practices more evident (Akins & Akerson, 2002). In the study titled "Teacher's Guide to Mathematics in the Context of Social Studies" prepared by Gross, Morton and Poliner (1993), it is stated that this process can contribute to real life experiences. Therefore, looking at the relevant literature, the participants' positive views on the effect of using mathematical skills in social studies classes on academic achievement, thinking and understanding processes, and the quality of practices are supported.

The practices performed by the classroom teachers when using mathematical skills in social studies classes were grouped into two sub-categories: pre-class practices and classroom practices. The "pre-class practices" sub-category included the codes of preparation before the class and rearranging the content. On the other hand, the most frequently expressed codes in the "classroom practices" were using visual tools such as videos and slides, interpreting tables and charts, reading maps, and creating plans and sketches, while the least expressed ones were Q&A, direct instruction, and summarizing. Likewise, in the study by Aladağ and Şahinkaya (2009), prospective classroom and social studies teachers stated that social studies and mathematics courses could be integrated into the subjects of population, tables, charts, and maps. In a similar study by Sert (2019), participants stated that mathematical skills could be used in the subjects of “The Place My Region's Economy in the Country” and “To Live Together” in the social studies course but they could not be used in the subject of "Common Heritage of Humanity."

Regarding the subjects and learning areas focused on when using mathematical skills in social studies classes, it is seen that the concepts that are directly related to the "economy," such as budget, conscious consumer, desires and needs were emphasized. However, looking at the relevant literature, it is seen that mathematical skills are included in the social studies course subjects such as citizenship (Andersone & Helmane, 2013; Maass et al., 2019; Malvern, 2004), social justice (Bartell, 2013; Garii & Rule, 2009; Guerra & An, 2016; Gutstein & Peterson, 2006; McGee & Hostetler, 2014; Tannase & Lucey, 2015), and democracy (Brams, 2008; Steen, 2001). Nevertheless, the participants of this study mostly emphasized the concepts, subjects, and learning areas related to the economy, which contains numbers/quantitative indicators. This result suggests that the participants were able to associate mathematical skills with subjects such as economy or population that could be dealt with on a "numerical" basis in the social studies course but they were unable to evaluate mathematical skills from sociocultural or political perspectives such as citizenship, democracy, participatory understanding, equality, and social justice.

The problems encountered by classroom teachers were categorized as problems related to the curriculum, process, and materials, problems related to the teacher, and problems related to the student. Curricula rarely encourage students to make connections between mathematics and history, mathematics and politics, mathematics and literature, mathematics and people, and when mathematics is isolated, unfortunate results occur (Peterson, 2006, p. 10). Usually, teachers find it easy to integrate disciplines such as mathematics and science and language arts and social studies but they find some unconventional integrations – for example, between mathematics and social studies – more difficult (Rose & Schuncke, 1997, p. 137). It is important for teachers to integrate reading, language, science, and math skills with the social studies course, which focuses on social and global problems (Wade, 2001, p. 23). In this context, in the research conducted by Aybek (2000) on the associations made in social studies classes, it was found that teachers usually associated the social studies course with the Turkish course. In the same study, the factors preventing the interdisciplinary approach in the social studies course were determined as the lack of in-service training, the lack of a long-term lesson planning process, and social studies textbooks and curricula that are not suitable for such teaching. In the study by Sert (2019), it was determined that course hours were a limiting factor in using the interdisciplinary approach in social studies teaching and that there were some inconsistencies in the curriculum of other courses and the curriculum of the social studies course in terms of implementation durations. Çeken and Ayaş (2010) examined the concepts of ratio-proportion within the scope of science and technology, social studies, and mathematics, and similarly referred to the temporal incoordination between programs. Therefore, it is important to establish a coordination in curricula and to introduce programs suitable for integration of courses, especially in terms of mathematical skills that are intended to be used within the scope of social studies course. On the other hand, in this study, it was observed that teachers emphasized elements such as anxiety and tension in terms of teacher-based problems, they did not feel sufficient, they could not prepare different activities, and they did not have a good command of different methods. In this context, in the study conducted by Gürbüz and İnci Kuzu (2018) with prospective social studies teachers, it was found that the participants failed in processes that required mathematical operations, knowledge, and skills such as map knowledge or location analysis, which led to a loss of motivation, low morale, or low performance. Indeed, cognition, motivation, and emotion are deeply intertwined, with each of them regulating the others to some degree (Hannula, 2004, p. 55). In the study conducted by Aladağ and Şahinkaya (2009), prospective classroom and social studies teachers stated that they could not make enough connections between the courses they received during their undergraduate education. Similarly, it was reported that prospective classroom teachers were not at a sufficient level in map literacy, which requires mathematical skills (Koç & Çiftçi, 2016). On the other hand, it was reported that math skills had an effect on a map, chart, and table reading skills in the social studies course (Pala & Başıbüyük 2019), and that mathematics achievement and anxiety were a significant predictor of geography achievement (Bekdemir & Başıbüyük, 2011). Considering the mathematics-related problems encountered by classroom teachers in social studies classes, teachers' anxiety or inadequacies about mathematical knowledge or skills may indirectly affect the academic achievement in the social studies course. Indeed, students' mathematical skill levels were found to be a significant predictor of their social studies skills (Pala & Başıbüyük, 2019), and a positive significant relationship was found between mathematics and geography achievement (Bekdemir & Başıbüyük, 2011).

Concerning the findings on solutions to the mathematics-related problems encountered by classroom teachers in teaching social studies classes, two categories emerged: "teacher training" and "curriculum, process, and material." In the teacher training category, the most frequently stated codes were seminars, in-service training, hands-on training, workshops, increasing the teacher training duration, and material development training for teachers. Similarly, in the study conducted by Gürbüz and İnci Kuzu (2018) with social studies teacher candidates, suggestions were made towards teacher education such as providing elective or compulsory mathematics courses at the undergraduate level. Moreover, in the study conducted by Sert (2019), based on integration of other courses into social studies education, it was concluded that the knowledge acquired by teachers before university and their professional experiences during higher education were effective. Based on the findings of the study, the following suggestions can be made:

• Suggestions for policymakers: Practical teacher training can be delivered in order to develop the competencies of classroom teachers in using mathematical skills in social studies classes. In accordance with the interdisciplinary approach, various arrangements can be made in the curriculum and textbooks to ensure using mathematical skills in social studies classes.

• Suggestions for researchers: This study was carried out with the case study method. Action research can be conducted to address particularly teacher-related problems in the use of mathematical skills. Besides, comparative studies can be conducted to examine the views and experiences of prospective teachers or teachers with different levels of teaching experience regarding the process in question. Finally, correlational studies can be conducted on the relationship between mathematical skills and social studies concepts such as social justice, democracy, and citizenship, apart from subjects such as economy or population.

Kaynakça

Abel, F. J., & Abel, J. P. (1996). *Integrating mathematics and social studies: activities based on internet resources*. Working paper presented at the annual meeting of the Montana Council of Teachers of Mathematics, Helena, MT.

Akins, A., & Akerson, V. L. (2002). Connecting science, social studies and language arts: An interdisciplinary appoach, *Educational Action Research, 10*(3), 479-498. https://doi.org/10.1080/09650790200200196

Aladağ, E., & Şahinkaya N. (2009). *Sınıf öğretmenliği ve sosyal bilgiler öğretmenliği adaylarının matematik ve sosyal bilgiler derslerinin ilişkilendirilmesine yönelik görüşleri.* 18. Eğitim Bilimleri Kurultayı, İzmir.

Aladağ, E., & Şahinkaya, N. (2013). Sosyal bilgiler ve sınıf öğretmeni adaylarının sosyal bilgiler ve matematik derslerinin ilişkilendirilmesine yönelik görüşleri. *Kastamonu Üniversitesi Kastamonu Eğitim Dergisi*, *21*(1), 157-176.

Andersone, R., & Helmane, I. (2013). Citizenship education in the mathematics curriculum. *Rural Environment Education Personality*, *6*, 173-178.

Aybek, B. (2000). *Evaluation of the relationship between 4 th grade social studies instruction and social and other sciences.* Unpublished Master's Thesis, Çukurova University Institute of Social Sciences, Adana.

Aybek, B. (2001). İlköğretim 4 sınıf sosyal bilgiler dersi öğretiminin sosyal ve diğer bilimlerle ilişkisinin değerlendirilmesi. *Çukurova Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü Dergisi*, *7*(7), 34-48.

Baki, A. (2019). *Matematiği öğretme bilgisi.* Pegem Akademi.

Ball, D. L., Goffney, I. M., & Bass, H. (2005). The role of mathematics instruction in building a socially just and diverse democracy. *The Mathematics Educator*, *15*(1), 2-6.

Bartell, T. G. (2013). Learning to teach mathematics for social justice: Negotiating social justice and mathematical goals. *Journal for Research in Mathematics Education*, *44*(1), 129-163. https://doi.org/10.5951/jresematheduc.44.1.0129

Bekdemir, M., & Başıbüyük, A. (2011). The prediction of the levels of mathematics achievement and anxiety of the social sciences and primary education students to their geography achievement. *Gazi University Journal of Gazi Education Faculty*, *31*(2), 459-477.

Brams, S. J. (2008). Mathematics and democracy: Designing better voting and fair-division procedures. *Mathematical and Computer Modelling*, *48*(9-10), 1666-1670. https://doi.org/10.1016/j.mcm.2008.05.013

Charlesworth, R. (1988). Integrating math with science and social studies: A unit example. *Day Care and Early Education*, *15*(4), 28-31. https://doi.org/10.1007/BF02361671

Coleman, B. K., & Mcmurtrıe, D. H. (2017). *Investıgatıng presıdentıal data to connect math and socıal studıes.* Hawaii Unıversıty Internatıonal Conferences Arts, Humanities, Social Sciences & Education, Honolulu, Hawai.

Creswell, J. W. (2014). *Research design. Qualitative, quantitative and mixed methods approaches.* Thousand Oaks: Sage.

Crowe, A. R. (2010). “What's math got to do with it?” Numeracy and social studies education. *The Social Studies*, *101*(3), 105-110. https://doi.org/10.1080/00377990903493846

Çeken, R., & Ayas, C. (2010). Ratios and proportions in both elementary science & technology and social studies education curricula. *Gaziantep University Journal of Social Sciences*, *9*(3), 669 -679.

Demir, K. (2008). *Efficacy of applying integrated teaching program using cooperative and project based learning approaches.* Unpublished Doctoral dissertation, Hacettepe University Institute of Social Sciences, Ankara.

Demir, F. B., & Haçat, S. O. (2018). Sosyal bilim disiplinlerine göre 2005 ve 2018 sosyal bilgiler dersi öğretim programındaki kazanımların değerlendirilmesi. *Uluslararası Sosyal Bilgilerde Yeni Yaklaşımlar Dergisi*, *2*(2), 27-56.

Fawcett, H. P. (1947). Mathematics for responsible citizenship. *The Mathematics Teacher*, *40*(5), 199-205.

Fraenkel, J. R., Wallen, N. E., & Hyun, H. H. (2011). *How to design and evaluate research in education*. New York: McGraw-Hill.

Garii, B., & Rule, A. C. (2009). Integrating social justice with mathematics and science: An analysis of student teacher lessons. *Teaching and teacher education*, *25*(3), 490-499. https://doi.org/10.1016/j.tate.2008.11.003

Göğebakan, Y. (2009). *The effect of associating the subjects of visual arts social studies on the realization of educational gains about recognizining and protecting the cultural entities, and on students attitudes.* Unpublished Doctoral dissertation, Gazi University Institute of Educational Sciences, Ankara.

Gross, F. E. (1993). *The power of numbers. A teacher's guide to mathematics in a social studies context. An interdisciplinary curriculum*. Educators for Social Responsibility, 23 Garden St., Cambridge.

Guba, E. G. (1981). Criteria for assessing the trustworthiness of naturalistic inquiries. *Educational Communication and Technolohy Journal, 29*(2), 75-91.

Guerra, P. P., & An, S. (2016). Possibilities and challenges of teaching ıntegrated math and social studies for social justice: two teacher educators' collaborative self-study. *Georgia Educational Researcher*, *13*(2), 1-32. https://doi.org/10.20429/ger.2016.130201

Gutstein, E., & Peterson, B. (Eds.). (2006). *Rethinking mathematics: Teaching social justice by the numbers*. Milwaukee, WI: Rethinking Schools, Ltd.

Gürbüz, N., & İnci Kuzu, Ç (2018). Mathematics-based difficulties experienced by social studies teacher candidate. *International Journal of Education Science and Technology*, *4*(3), 141-154.

Gürkan, B. (2015). *The contextual learning based interdisciplinary teaching practises in developing conceptual understanding skills in fourth grade social science classes: a case study.* Unpublished Doctoral dissertation, Cukurova University Department of Educational Sciences, Adana.

Hannula, M. S. (2004). *Affect in mathematical thinking and learning*. Master Thesis, University of Turku, Finland.

İlter, I. (2014). Integrating with social studies and mathematics through children's literature. *International Journal of Human Sciences*, *11*(2), 1117-1138. http://dx.doi.org/10.14687/ijhs.v11i2.2839

Karacaoğlu, Ö. C. (2008). *Avrupa birliği uyum sürecinde öğretmen yeterlilikleri (*Doktora tezi). Ankara Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Ankara.

Keçe, M., & Merey, Z. (2011). Determınatıon of suıtabılıty of objectıves of elementary social studies to social science disciplines and to interdisciplinary mentality. *Van Yuzuncu Yıl University Journal of Education*, *8*(1), 110-139.

Koç, H., & Çifçi, T. (2016). An İnvestigation into map literacy levels of elementary school teacher candidates based on various variables. *Marmara Geographical Review, 34,* 9-20.

Kinniburgh, L. H., & Byrd, K. (2008). Ten black dots and September 11: Integrating social studies and mathematics through children's literature. *The Social Studies*, *99*(1), 33-36. https://doi.org/10.3200/TSSS.99.1.33-36

Maass, K., Doorman, M., Jonker, V., & Wijers, M. (2019). Promoting active citizenship in mathematics teaching. *ZDM ZDM: The International Journal on Mathematics Education*, *51*(6), 991-1003. https://doi.org/10.1007/s11858-019-01048-6

Malvern, D. (2004). Mathematics, valuesand citizenship. In R. Bailey (Ed.), *Teaching values and citizenship across the curriculum: educating children for the world* (pp. 92-105). Routledge.

Mauch, J. W. (2005). *Social mathematics in the curriculum of American civics: an analysis of selected national and state standards and of magruderís American government*. Unpublished Doctoral dissertation, The Graduate School College of Education, The Pennsylvania State University.

McGee, E. O., & Hostetler, A.L. (2014). Historicizing mathematics and mathematizing social studies for social justice: A call for integration. *Equity &Excellence in Education 47*(29), 208.229. https://doi.org/10.1080/10665684.2014.900428

Milli Eğitim Bakanlığı [MEB] (2018). *Sosyal bilgiler öğretim programı* http://mufredat.meb.gov.tr/Dosyalar/201812103847686-SOSYAL%20B%C4%B0LG%C4%B0LER%20%C3%96%C4%9ERET%C4%B0M%20PROGRAMI%20.pdf

Miles, M. B., & Huberman, A.M. (1994). *Qualitative data analysis: an expanded sourcebook.* California: SAGE.

Pala, Ş. M., & Başıbüyük, A. (2019). Matematik becerisinin sosyal bilgiler derslerindeki harita grafik ve tablo okuma becerilerine etkisi. *Uluslararası Sosyal Bilgilerde Yeni Yaklaşımlar Dergisi (Ijonass)*, *3*(1), 41-56.

Patton, M. Q. (2014). *Nitel araştırma ve değerlendirme yöntemleri* (Çeviri Editöreri M. Bütün ve S. B. Demir). Ankara: Pegem Akademi.

Peterson, B. (2006). Teaching math across the curriculum. In E. Gutstein & B. Peterson (Eds.), *Rethinking mathematics: Teaching social justice by the numbers* (pp. 9-15). Milwaukee, WI: Rethinking Schools.

Rose, T. D., & Schuncke, G. M. (1997). Problem solving: The link between social studies and mathematics. *The Clearing House: A Journal of Educational Strategies, Issues and Ideas*, *70*(3), 137-140. https://doi.org/10.1080/00098655.1997.10543912

Sağdıç, M. (2019). Historical development of interdisciplinary teaching approaches in social studies education in Turkey. *Journal of History Culture and Art Research, 8*(2), 390-403. http://dx.doi.org/10.7596/taksad.v8i2.2121

Sert, C. (2019). *A case study on the ınter-class assocıatıon in social studıes education.* Unpublished Master's Thesis, Department of Turkish and Social Studies Education Adnan Menderes University, Aydın.

Steen, L. A. (Ed.). (2001). *Mathematics and democracy: The case for quantitative literacy*. NCED. New York: Woodrow Wilson National Fellowship Foundation.

Tanase, M. & Lucey, T. A. (2015). Interdisciplinary connections: teaching mathematics for social justice and financial literacy. *Journal of Mathematics & Culture, 9*(1), 81-118.

Thompson, T. (2006). Teaching for social mathematics: exploring the collaborative roles of social studies and mathematics educators. *Social Studies Research and Practice, 1*(2), 268-283.

Turan, S. (2019). Examining the interdisciplinary structure of the 2018 social studies curriculum. *Journal of Innovative Research in Social Studies. 2*(2), 166-190.

Türk, İ. C., & İşleyen, T. (2004). Tarih dersi öğretiminde matematik dersinin yeri. *Atatürk Üniversitesi Kazım Karabekir Eğitim Fakültesi Dergisiournal of Kazım Karabekir Education Faculty, 9*, 445- 455.

Wade, R. C. (2001). Social action in the social studies: From the ideal to the real. *Theory into Practice, 40*(1), 23-28.

Yıldırım, A., & Şimşek, H. (2016). *Sosyal bilimlerde nitel araştırma yöntemleri.* Ankara: Seçkin Yayıncılık.

Yolcu Aslan, F. (2013). *Effectiveness of the interdisciplinary approach on process of performance task and project implementation at primary level.* Unpublished Doctoral dissertation, Hacettepe University Institute of Social Sciences, Ankara.

Yorulmaz, A., & Çokçalışkan, H. (2017). Sınıf öğretmeni adaylarının matematiksel ilişkilendirmeye yönelik görüşleri. *International Primary Education Research Journal*, *1*(1), 8-16.

KEFAD Cilt 23, (Özel Sayı), 2022

Ahi Evran Üniversitesi
Kırşehir Eğitim Fakültesi Dergisi

ISSN: 2147 - 1037

http://kefad.ahievran.edu.tr

An Analysis of the 4th and 8th Grade Mathematics Textbooks by TIMSS Cognitive Domains

Zehra Taşpınar-Şener
Ahsen Seda Bulut

Article Information

CrossMark

DOI: 10.29299/kefad.999519

Received: 23.09.2021
Revised: 12.01.2022
Accepted: 25.01.2022

Keywords:

TIMSS 2019
Mathematics Text Book
Cognitive Domain

Abstract

The aim of this study is to analyze questions in the fourth and eighth grade textbooks by cognitive areas addressed within the framework of the TIMSS 2019 program. The research was performed with document analysis, one of the qualitative research methods. The questions in textbooks were classified independently considering the TIMSS 2019 cognitive domains. It was determined 42% was at the level of knowing, 46% was at the level of practice and 11% was at the level of reasoning in the fourth grade mathematics textbook. Besides, 49% of the questions in the mathematics textbook at the eighth grade level are at the level of knowing, 48% at the application level and 3% at the reasoning level. When these rates and the distribution of questions in the TIMSS exam by cognitive domains are compared, the ratio of questions at the knowledge and application level in the textbooks of both grade levels is higher than the TIMSS research; it was concluded that there were fewer questions at the reasoning level. As a result, it was detected at both grade levels, textbooks focused on cognitive skills of knowing and application, and there were very few questions about reasoning that require high-level cognitive skills.

4. ve 8. Sınıf Matematik Ders Kitaplarının TIMSS Bilişsel Alanlarına Göre Analizi

Makale Bilgileri

CrossMark

DOI: 10.29299/kefad.999519

Yükleme: 23.09.2021
Düzeltme: 12.01.2022
Kabul: 25.01.2022

Anahtar Kelimeler:

TIMSS 2019
Matematik Ders Kitabı
Bilişsel Alan

Öz

Bu çalışmanın amacı, dördüncü ve sekizinci sınıf düzeyi matematik ders kitaplarında yer alan soruları TIMSS 2019 programı çerçevesinde ele alınan bilişsel alanlara göre analiz etmektir. Araştırma nitel araştırma yöntemlerinden doküman analizi ile gerçekleştirilmiştir. Ders kitaplarında bulunan sorular, TIMSS 2019 bilişsel alanları göz önüne alınarak ve birbirlerinden bağımsız olarak sınıflandırılmıştır. Yapılan inceleme sonucunda, dördüncü sınıf düzeyi matematik ders kitabındaki soruların %42'sinin bilme, %46'sının uygulama ve %11'inin akıl yürütme seviyesinde olduğu belirlenmiştir. Sekizinci sınıf matematik ders kitabında yer alan soruların ise %49'unun bilme, %48'i uygulama ve %3'ünün akıl yürütme seviyesinde olduğu bulgusuna ulaşılmıştır. Bu oranlar ile TIMSS sınavındaki soruların bilişsel alanlara göre dağılımı kıyaslandığında ise her iki sınıf düzeyindeki ders kitaplarında, bilme ve uygulama seviyesindeki soruların oranının TIMSS araştırmasına göre daha fazla; akıl yürütme seviyesindeki soruların ise daha az olduğu sonucuna ulaşılmıştır. Sonuç olarak her iki sınıf düzeyinde de ders kitaplarının bilme ve uygulama bilişsel becerilerine ağırlık verdiği, üst düzey bilişsel beceri gerektiren akıl yürütmeye yönelik sorulara ise daha az yer verildiği belirlenmiştir.

Sorumlu Yazar : Ahsen Seda Bulut, Dr. Öğretim Üyesi, Kırşehir Ahi Evran Üniversitesi, Türkiye,ahsenseda@ahievran.edu.tr, ORCID ID: 0000-0003-2192-7799.

Zehra Taşpınar- Şener, Dr. Öğretim Üyesi, Yıldız Teknik Üniversitesi, Türkiye, taspinar@yildiz.edu.tr, ORCID ID: 0000-0001-8914-784X.

Atıf için: Taşpınar-Şener, Z. & Bulut, A. S. (2022). 4. ve 8. sınıf matematik ders kitaplarının TIMSS bilişsel alanlarına göre analizi. *Kırşehir Eğitim Fakültesi Dergisi, 23*(Özel Sayı), 46-83.

Giriş

Eğitim sistemlerinin başarı düzeylerini ortaya koyarak karşılaştırma amacı taşıyan ve geniş ölçekte uygulanan az sayıda sınav bulunmaktadır (Gürlen vd., 2019). Öğrenci başarılarının izlendiği bu sınavlarda, hedef grupta bulunan öğrencilerin belirlenen başarı ölçütlerine hangi düzeyde ulaşabildikleri değerlendirilir (Suna vd., 2020). Uluslararası katılımla belirli aralıklarla uygulanan sınavlar ile katılımcı ülkeler, eğitim sistemlerinin verimliliğini belirleme, eğitim sistemleri arasında karşılaştırma yapma, başarılı olan politikaları değerlendirip kendi ülkelerinde uygulama gibi imkânlar elde eder (Theisen vd., 1983; Yıldırım vd., 2016). Hatta bazı ülkelerde eğitim politikaları ve eğitim sistemlerinde değişikliğe gidilerek yeni öğretim programları hazırlanmış ve uygulamaya konulmuştur (Ababneh vd., 2016; Aydın, 2016). Dolayısıyla, bu sınavlar, ülkelerin performanslarına göre sıralanmasının yanında, bu ülkelerdeki başarı ve öğrenmeyi etkileyen faktörler hakkında çıkarımlarda bulunulmasını sağlar (Martin ve Kelly, 1998).

İlk ve ortaokul düzeyinde yapılan sınavların en bilinenlerinden biri 4. ve 8. sınıf öğrencilerinin matematik ve fen alanlarında bilgi ve becerilerin değerlendirildiği Uluslararası Matematik ve Fen Eğilimleri Araştırması (Trends in International Mathematics and Science Study [TIMSS])dır. TIMSS'in genel olarak amacı; araştırmaya katılan ülkelerdeki dördüncü ve sekizinci sınıf öğrencilerinin matematik ve fen alanlarındaki başarılarını ölçmek; öğrencilerin fen ve matematik alanındaki performansları, eğitim sistemleri, öğretim programları, öğrenci özellikleri, öğretmen ve okulların karakteristik özellikleri ile ilgili bilgiler toplamaktır (Yıldırım vd., 2016).

TIMSS gibi uluslararası ölçekte uygulanan sınavlar (PISA, PEARLS vb.), birbirinden farklı özelliklere sahip eğitim sistemlerindeki öğrencilerin eğitsel çıktılarının iki şekilde karşılaştırılmasına imkân sağlamaktadır. Bu karşılaştırmalardan ilkinde, ülkeler performanslarını daha önceki performansları ile karşılaştırabilmektedir. Böylece ülkelerin zaman içindeki performans değişimleri izlenebilmektedir. İkinci karşılaştırmada ise ülkeler kendi performanslarını diğer ülkelerin performansları ile karşılaştırma imkânı bulmaktadır. Bu açıdan uluslararası sınavlar, ülkelerin eğitimdeki durumuna dair bilgi sağlayan önemli kaynaklardır (Suna vd., 2020). TIMSS ise, diğer sınavlardan farklı olarak iki farklı sınıf düzeyinde uygulanmaktadır. Böylelikle, ilk uygulamada dördüncü sınıf olan öğrenciler uygulamanın bir sonraki adımında sekizinci sınıfa gelmiş olacaktır. Böylelikle katılımcı ülkeler aynı evren grubundaki değişim hakkında da bilgi sahibi olabilmektedir. Ayrıca bu sınav çerçevesinde, pek çok değişkenin (cinsiyet, bölge, öğrenme alanı, bilişsel alan ve yeterlik düzeyleri gibi) başarı durumuna nasıl etki ettiği araştırılmaktadır.

Türkiye, 1995 ve 2003'te TIMSS'e katılmazken 1999 ve 2007'de yalnızca sekizinci sınıf düzeyinde katılmıştır. 2011, 2015 ve 2019 sınavlarına ise hem dördüncü hem de sekizinci sınıf düzeylerinde katılmıştır. Türkiye matematik alanında sekizinci sınıf düzeyinde TIMSS 1999'da 429 puanla 31. sırada, TIMSS 2007'de 432 puanla 30. sırada, TIMSS 2011'de 452 puan ile 24. sırada, TIMSS

2015'te 458 puan alarak 24. sırada, TIMSS 2019'da ise 496 puan ile 20. sırada yer almıştır. Dördüncü sınıf düzeyinde ise 2011 ve 2015 yıllarında sınava katılan Türkiye 2011 yılında 50 ülke arasında 469 puanla 35. sırada yer alırken; 2015 yılında 483 puan ile 36. sırada, 2019 yılında ise 523 puan alarak 23. sırada yer almıştır (MEB, 2020). Bu sonuçlara bakıldığında, Türkiye'nin TIMSS 2019 döngüsüne kadar matematik alanında ortalama başarısını zamanla artırdığı görülmektedir. Ancak yine de 2019 yılı haricindeki tüm TIMSS sınavlarında bir referans olarak kabul edilen ölçek orta noktasının (500 puan) altında ya da ölçek orta noktası düzeyinde performans göstermiştir. Katıldığı ilk günden bu yana Türkiye'nin sınav sonuçlarına genel olarak bakıldığında sonuçların istenen seviyede olmadığı söylenebilir.

TIMSS'de yer alan sorular, 'bilme', 'uygulama' ve akıl yürütme' olmak üzere 3 temel bilişsel alan doğrultusunda hazırlanmaktadır. Buna göre, 'bilme' basamağında yer alan sorular, matematiksel kavramlara aşina olmayı gerektiren temel düzeydeki sorulardan oluşmaktadır. 'Uygulama' düzeyinde ise, öğrencilerin bilgilerini problem çözümlerinde kullanmaları hedeflenir. Son olarak 'akıl yürütme' düzeyinde, öğrencinin daha önce karşılaşmadığı, yeni ve rutin olmayan problem durumları için mantıksal ve sistematik düşünmeyi gerektiren sorular yer almaktadır (MEB, 2020). TIMSS 2019 sınavında kullanılan soruların bilişsel alanlara göre dağılımı incelendiğinde, 8. sınıf düzeyinde soruların %35'i bilme, %40'ı uygulama ve %25'i akıl yürütme düzeyindedir. 4. Sınıf düzeyinde ise soruların dağılımı bilme %40, uygulama %40 akıl yürütme ise %20 oranındadır. (MEB, 2020; Suna ve diğerleri, 2020). Bu sonuçlar, öğrencinin temel tanımlamalar ve basit hesaplamalar yapmasının ötesinde, sistematik düşünme ve rutin olmayan problemleri çözebilme becerisine de ihtiyacı olduğunu göstermektedir.

Ders kitapları, eğitim öğretim sürecinde kullanılan en önemli ve yaygın materyallerden biridir (Beaton vd., 1996). Yapılan araştırmalarda, öğrencilerin matematik derslerinde kullandığı kitapların başarılarını önemli oranda etkilediği sonucuna ulaşılmıştır (Reys ve Reys, 2006; Stein vd., 2007). TIMSS sınavlarında da öğrencilerin başarılarındaki farklılıklarda, kullanılan ders kitaplarının etkili olduğunu gösteren çalışmalar bulunmaktadır (Fan vd., 2013; Kulm ve Capraro, 2008; Törnroos, 2005). Beckmann (2004) çalışmasında Singapur'un TIMSS sınavında yüksek başarı göstermesinin, matematiğin ders kitaplarında sunulma biçimiyle ilgili olduğunu ifade etmiştir. Bu bağlamda, Türkiye'de hali hazırda kullanılan ders kitaplarının içeriklerinin incelenmesi önemli hale gelmektedir.

Türkiye'nin aldığı skorlar, mevcut eğitim sisteminin bileşenlerinin geliştirilmesi ve düzenlenmesiyle ilgili tartışmaları da beraberinde getirmiştir. Bunun dışında, belirli aralıklarla yenilenen öğretim programlarının, TIMSS programı çerçevesinde bilişsel alan (İncikabı, Mercimek, Ayanoğlu, Aliustaoğlu ve Tekin, 2016) ve içerik ve hedefler (Kılıç, Aslan-Tutak ve Ertaş, 2014) açısından kıyaslandığı çalışmalara rastlanmıştır. TIMSS'in, öğretmen (Bulut, 2016) ve öğretmen adayları (İpek, Yılmaz-Turgut ve Tunga, 2016) görüşlerine göre değerlendirildiği çalışmalar bulunmaktadır. Ayrıca Türkiye'deki mevcut sınavlar ile TIMSS sınav içeriklerinin karşılaştırıldığı çalışmalar bulunmaktadır (İncikabı, 2012). Yapılan bu araştırmalarda öğrencilerin TIMSS sınavlarında elde ettiği düşük puanlara neden olabilecek pek çok faktörden bahsedilirken; kullanılan ders kitaplarının da bu faktörlerden biri olabileceği ifade edilmektedir (Reçber, 2012; Severin ve Capota, 2011). Matematik ders kitaplarının incelendiği çalışmalara bakıldığında, özellikle uluslararası sınav sonuçlarına göre yüksek skor alan ülkelerin kitapları ile karşılaştırmalı analizlerin yapıldığı çalışmalar (Cai, 1995; Çilingir ve Dinç-Artut, 2016; Delil, 2006; Erbaş vd., 2012; İncikabı ve Tjoe, 2013; Kul vd., 2018; Li, 2000) göze çarpmaktadır. Bu çalışmalar genel olarak yüksek skor alan ülkelerin kitaplarında daha yüksek bilişsel alan düzeyinde, daha açık uçlu soruların yer aldığını bildirmektedir (Coşar, 2010; Kul vd., 2018). Güner vd. (2013), çalışmalarında öğretmenlerin %76,5' inin, ders kitaplarını TIMSS'e hazırlama açısından yetersiz bulduklarını bildirmişlerdir. Bu bağlamda, Türkiye'de tüm öğrencilere ücretsiz olarak dağıtılan ders kitaplarının TIMSS bilişsel alanlara göre analizi, kitapların istenilen hedeflere ulaşmada ne derece işlevsel olduğunun bir göstergesi olacaktır. Literatürde yenilenen öğretim programlarına uygun olarak hazırlanmış ders kitaplarının 4. ve 8. sınıf düzeyinde TIMSS bilişsel alanlarına göre inceleyen bir çalışmaya rastlanılmamıştır. Her iki sınıf düzeydeki ders kitabının birlikte incelenmesi, kitaplardaki soruların bilişsel alanlarındaki benzerlik-farklılıkları da ortaya koyabilecektir.

Bu çalışmanın amacı, 2019-2020 eğitim öğretim döneminde Talim ve Terbiye Kurulu'nun onayladığı 4. ve 8. Sınıflarda matematik dersinde kullanılan ders kitaplarında yer alan ünite sonu değerlendirme sorularını TIMSS 2019 programı çerçevesinde ele alınan bilişsel düzeylere göre analiz etmektir.

Yöntem

Araştırmanın Modeli

Bu çalışma nitel araştırma yöntemlerinden doküman analizi ile gerçekleştirilmiştir. Doküman analizi, araştırılması hedeflenen olgu veya olgular hakkında bilgi içeren yazılı materyallerin analizini kapsar (Yıldırım ve Şimşek, 2016). Dolayısıyla bu çalışmada da, analizini gerçekleştirmek üzere, 2019-2020 eğitim öğretim yılında okutulan Milli Eğitim Bakanlığı Yayınevi'nin çıkardığı dördüncü ve sekizinci sınıf matematik kitapları seçilmiş ve bu kitaplarda yer alan sorular incelenmiştir.

Veri Toplama Araçları

Bu araştırmada veri toplama aracı olarak 2019-2020 eğitim öğretim yılında 4. ve 8. sınıflarda matematik ders kitabı olarak kullanılan İlkokul Matematik 4. Sınıf Ders Kitabı (Kayapınar vd., 2019) ve Ortaokul ve İmam Hatip Ortaokulu Matematik 8 Ders Kitabı (Böge ve Akıllı, 2019) kullanılmıştır. Aşağıda, her iki kitabın ünitelerini oluşturan bileşenler yer almaktadır.

Tablo 1. *Dördüncü sınıf matematik ders kitabını oluşturan bileşenler*

Bölümler	Açıklamalar
Terim güneşi	Konu ile ilgili öğrenilecek terimlerin ismi yer almaktadır.
Hatırlayalım	Bir önceki yıl konu ile ilgili öğrenilenlerin kısa hatırlatmasını yapan resim-karikatür bulunmaktadır.
Öğrenelim	Konu anlatımı ve konu ile ilgili örnekler yer almaktadır. Bu örneklerin cevapları da bulunmaktadır.
Eğlenelim	Öğrencilerin konu ile ilgili eğlenebilecekleri bulmaca ve oyunlara yer verilmiştir.
Çalışalım	Konuya yönelik problemlere yer verilmiştir.
Bilgi bulutu	Mevcut konuya yönelik önemli bilgiler verilmiştir.
Etkinlik sepeti	Konuya yönelik sınıf içi etkinlik örneği verilmiştir.
Ünite değerlendirme soruları	Her ünite sonunda, o üniteyi oluşturan tüm konulara yönelik değerlendirme soruları yer almaktadır.

Tablo 1'e bakıldığında, dördüncü sınıf matematik ders kitabının hedeflenen konu ile ilgili ön hazırlık (terim güneşi, hatırlayalım bölümleri) – öğrenme süreci (öğrenelim-eğlenelim- bilgi bulutu-etkinlik sepeti bölümleri) ve değerlendirme (çalışalım- ünite değerlendirme) aşamalarından oluştuğu söylenebilir. Kitapta "Öğrenelim", "Eğlenelim", "Çalışalım", "Etkinlik sepeti" ve "Ünite Değerlendirme Soruları" bölümleri, öğrencilere yöneltilen soru, örnek, problem ve alıştırmalardan oluşmaktadır. "Öğrenelim" bölümünde, söz konusu problemlerin cevapları da yer almaktadır. "Eğlenelim" ve "Etkinlik Sepeti" bölümü ise daha çok öğrencilerin duyuşsal ve psikomotor becerilerine yönelik ve her bölüm için 1 adet hazırlanmış türden etkinliklerden oluşmaktadır. Dolayısıyla, bu çalışma kapsamına, "Çalışalım" ve "Ünite Değerlendirme Soruları" bölümlerinde yer alan soru türleri alınmıştır.

Tablo 2. *Sekizinci sınıf matematik ders kitabı'nı oluşturan bileşenler*

Bölümler	Açıklamalar
Terimler	Konu ile ilgili terim-kavram ve sembollere yer verilmiştir.
Zeka oyunu	Konu ile ilgili zekâ oyunlarına yer verilmiştir.
Neden öğrenmeliyiz	Konunun gerçek hayat ile ilişkisine yönelik örnekler yer almaktadır
Hazır mıyız?	İşlenecek ders kapsamında neler öğrenileceğine yönelik kısa bilgiler verilmiştir.
Hatırlayalım	Önceki yıllarda öğrenilenlerin kısa bir hatırlatması yer almaktadır.
Bunu öğrenelim	Konuya ilişkin önemli bilgiler yer almaktadır.
Birlikte yapalım	Konuya yönelik çözümlü sorular ve problemler yer almaktadır.
Dikkat	İhtiyaç duyulan konularda, dikkat edilmesi gereken bilgilere yer verilmiştir.
Araştıralım-Düşünelim	Araştırmaya yönelik sorulara yer verilmiştir
Sıra sizde	Konuya yönelik problemlere yer verilmiştir.
Ünite değerlendirme	Her ünite sonunda, üniteyi oluşturan tüm bölümlere yönelik değerlendirme soruları yer almaktadır.

Tablo 2'ye bakıldığında, sekizinci sınıf matematik ders kitabında yine derse ön hazırlık (terimler-zekâ oyunu-neden öğrenmeliyiz-hazır mıyız-hatırlayalım bölümleri) öğrenme süreci (bunu öğrenelim- birlikte yapalım-dikkat-araştıralım-düşünelim bölümleri) ve değerlendirme süreci (sıra sizde- ünite değerlendirme) bölümlerinin yer aldığı görülmektedir. Dolayısıyla her iki kitap da benzer formatlarda hazırlanmış denebilir. Bu yüzden, kitap içerisinde "Sıra Sizde" ve "Ünite Değerlendirme" bölümlerinde yer alan soru türleri, bu çalışma kapsamında incelenmiştir. Bu kitapta, "Araştıralım-Düşünelim" bölümünde, öğrenciye konu ile ilgili araştırabileceği, her bölüm için 1 adet soru yöneltilmiştir fakat bu bölüm, konunun anlaşılması için değil, ilave araştırma yapmak isteyenler için ayrılmış bir bölüm olarak kitapta yer aldığı düşünülerek çalışma kapsamına alınmamıştır.

Sonuç olarak bu çalışmada, dördüncü sınıf matematik ders kitabından 408, sekizinci sınıf matematik ders kitabından toplam 543 olmak üzere toplam 951 soru incelenmiştir.

Verilerin Analizi

Araştırmada nitel analiz yöntemlerinden betimsel analiz kullanılmıştır. Bu bağlamda, araştırma kapsamına alınan sorular, aşağıdaki tabloda yer alan (Tablo-3) TIMMS bilişsel düzeylerine göre analiz edilmiştir.

Tablo 3. *TIMSS 2019'a göre matematik bilişsel düzeyleri*

	Hatırlama	Tanımları, terminolojiyi, sayı özelliklerini, ölçme birimlerini, geometrik özellikleri ve formülleri hatırlar (ör. axb=ab, a+a+a=3a).
	Tanıma / Ayırt Etme	Sayıları, ifadeleri, nicelikleri ve şekilleri ayırt eder. Matematiksel açıdan eşit olan olguları (ör. eşdeğer kesirler, ondalık sayılar ve yüzdelikler, basit geometrik şekillerin farklı konumları) ayırt eder.
	Sınıflandırma-sıralama	Sayıları, ifadeleri, nicelikleri ve şekilleri ortak özelliklerine göre sınıflandırır.
Bilgi	İşlem Yapma	+, –, ×, ÷ için veya bunların doğal sayılar, kesirler, ondalık sayılar ve tam sayılar ile kombinasyonu için algoritma yöntemleri kullanır. Basit cebirsel süreçleri uygular.
	Bilgiyi alma/ Okuma	Grafiklerdeki, tablolardaki, metinlerdeki ve diğer kaynaklardaki bilgileri anlar.
	Ölçme	Ölçme araçlarını kullanır ve uygun ölçme birimlerini seçer.
	Belirleme/ karar verme	Yaygın çözüm yöntemleri olan problemler için etkili/uygun işlemleri, stratejileri ve araçları belirler.
	Sunma/modelleme	Verileri tablo veya grafiklerle gösterme, eşitlikler, eşitsizlikler, geometrik şekiller, problem durumları için diyagramlar oluşturur ve matematiksel ilişkinin eşdeğer gösterimlerini üretir.
Uygulama	Uygulama	Matematiksel kavramları ve prosedürleri içeren problemleri çözmek için stratejiler uygular.
	Analiz etme	Sayılar, ifadeler, nicelikler ve şekiller arasındaki ilişkileri belirler, tanımlar ve kullanır.
	Sentez yapma	Problemleri çözmek için bilgi, ilgili gösterimler ve prosedürlerin farklı unsurları arasında bağlantı kurar.
	Değerlendirme	Alternatif problem çözme stratejilerini ve çözümlerini değerlendirir.
Akıl yürütme	Sonuç Çıkarma	Bilgi ve kanıta dayalı geçerli çıkarımlar yapar.
	Genelleme	İlişkileri, daha genel ve geniş uygulanabilir şartlarda gösteren ifadeler kurar.
	Doğrulama	Bir stratejiyi veya çözümü desteklemek için matematiksel iddialar sunar.

Tablo 3'e bakıldığında, söz konusu 3 farklı bilişsel alanın kendi içerisinde de farklı kollara ayrıldığı görülmektedir. Soruların analizi yapılırken, yukarıdaki tablo göz önüne alınarak aşağıdaki kodlama tablosu oluşturulmuştur.

Tablo 4. *Araştırma için tasarlanan kodlama tablosu*

Bilişsel Düzey	Soru kalıpları-tipleri
Bilme	Boşluk doldurma- doğru yanlış – eşleştirme soruları, işlem prosedürlerini uygulayarak elde edilen tüm hesaplamalar, bir kavramın özelliklerini bulma, grafik okuma
Uygulama	Bilme düzeyindeki tüm soruların, rutin problemlere dönüşmüş versiyonları, grafik oluşturma, denklem kurma
Akıl yürütme	Rutin olmayan problemler, açık uçlu- çoklu cevaba sahip- gerçek durumlarla birebir ilişkili problemler, problem kurma, uzamsal beceri içeren problemler

Tablo 4. baz alınarak, tüm soruların sınıflandırılması yapılmıştır. Örneğin aşağıda 3 farklı bilişsel seviyeye yönelik örnek soru ve sınıflandırma gerekçesi verilmiştir.

Tablo 5. *Düzeylere göre örnek problemler ve gerekçeleri*

Bilişsel Düzey	Örnek soru	Gerekçe
Bilme	Verilen çarpma işlemlerini kısa yoldan yapınız. 15x10= 3000x2= ….vb.	Bu sorudan önce, 'öğrenelim' bölümünde, 10, 100 ve 1000 katlarıyla kısa yoldan çarpma işleminin kuralı anlatılmıştır. Bilme düzeyinde, hesaplama yapmaları gerekmektedir.
Uygulama	Ayda 600 TL ödeyen bir kiracının yıllık gelirini hesaplayınız.	100 ile çarpma kuralının rutin probleme dönüştürülmüş halidir. Uygun işlemi bularak problemi çözmeleri gerekmektedir.
Akıl yürütme	Kumbaramda 1 TL ve 50 kuruşlar var. Kumbaramdan 3 tane bozuk para aldığımda, elime kaç lira geçmiş olabilir? Olabilecek sonuçları liste halinde yazarak gösteriniz. Daha sonra bu durumu sınıf ortamında canlandırınız.	Sorunun birden fazla cevabı vardır. Öğrenciler farklı kombinasyonlarla farklı cevaplar verebilir, gerçek durumla bağlantılı olduğundan canlandırma yapabilir, cevaplar arasında ilişki kurabilir.

Geçerlik ve Güvenirlik

Bu çalışmada incelenen her iki ders kitabında yer alan ünitelerden, rastgele yöntemle seçilen 1'er ünitede yer alan sorular çalışmayı yapan iki araştırmacı ve matematik eğitimi alanında doktora yapan başka bir araştırmacı tarafından ayrı ayrı bilişsel alan sınıflandırmasına tabi tutulmuştur. Bu sınıflandırma sonucu ortaya çıkan uyum yüzdesi %80 (Miles ve Huberman, 1994) olarak bulunmuştur. Daha sonra bu sınıflandırmalar karşılaştırılarak, farklılıklar üzerinde bir uzlaşmaya varılmıştır. Örneğin, dördüncü sınıf ders kitabında, doğal sayılarda dört işlem yapılırken, rutin bir problem bağlamında sorulan soruların "bilme" ya da "uygulama" basamağında olması konusunda görüş farklılıkları ortaya çıkmış, bu hesaplamaların, sonuçta bir problem bağlamında sorularak uygulamasının yapıldığı gerekçesiyle "uygulama" basamağında değerlendirilmesine karar verilmiştir.

Bununla birlikte, nitel çalışmalarda, güvenirliği sağlamanın bir yolu da, çalışmanın verilerini olabildiğince aktarmaktır (Creswell ve Miller, 2000). Bu çalışmada ise, belirlenen tüm soruların hangi ünitede olduğu ve soru kalıplarının ne olduğu bulgular kısmında verilmiştir.

Bulgular

Çalışmada kullanılan 4. sınıf matematik ders kitabında bulunan soruların her üniteye göre analizi aşağıdaki verilmiştir. Buna göre, 4. sınıf ders kitabındaki doğal sayılara yönelik ilk 3 ünitede yer alan başlıklar ve alt başlıklarda bulunan "çalışalım" ve "ünite değerlendirme" bölümlerine ait soruların analizi Tablo 6'da yer almaktadır.

Tablo 6. *Dördüncü sınıf matematik ders kitabının ilk üç ünitesinde yer alan soruların analizi*

	Konu Başlığı	Alt Başlık		Bilme	Uygulama	Akıl Yürütme	Toplam
1.ÜNİTE	Doğal Sayılar	4 basamaklı doğal sayılar	Ç-1	4	0	0	4
		Bölük kavramı	Ç-2	3	0	0	3
		6 basamaklı doğal sayılar	Ç-3	8	0	0	8
		4 basamaklı sayılarla yüzer ve biner sayma	Ç-4	3	3	0	6
		Doğal sayıları yuvarlama	Ç-5	0	2	1	3
		Doğal sayılarda sıralama	Ç-6	5	1	0	6
		Doğal sayılarla örüntü	Ç-7	0	6	1	7
	Doğal Sayılarla Toplama	Doğal sayılarla toplama	Ç-8	1	3	0	4
	Doğal S. Çıkarma	Çıkarma İşlemi	Ç-9	3	1	0	4
		Zihinden Çıkarma	Ç-10	2	2	0	4
	ÜNİTE DEĞERLENDİRME			12	9	0	21
TOPLAM				41(%58)	27 (%38)	2(%3)	70
2. ÜNİTE	Doğal Sayılarla Toplama İşlemi	Toplama işleminde tahmin etme	Ç-11	4	3	0	7
		Doğal sayıları zihinden toplama	Ç-12	2	3	0	5
		Problem çözme ve kurma	Ç-13	0	6	3	9
	Doğal sayılarla çıkarma işlemi	Çıkarma işleminde tahmin etme	Ç-14	1	5	0	6
		Problem çözme ve problem kurma	Ç-15	0	6	3	9
	ÜNİTE DEĞERLENDİRME			2	15	1	18
TOPLAM				9 (%17)	38 (%70)	7 (%13)	54
3. ÜNİTE	Doğal sayılarla çarpma işlemi	Çarpma İşlemi	Ç-16	2	1	0	3
		Çarpan sırası	Ç-17	5	2	0	7
		Kısa yoldan çarpma işlemi	Ç-18	2	1	0	3
		Zihindençarpma işlemi	Ç-19	2	2	0	4
		Çarpma işlem tahmini	Ç-20	2	1	0	3
		Problem çözme ve kurma	Ç-21	0	7	2	9
	Doğal Sayılarda Bölme İşlemi	Bölme İşlemi	Ç-22	4	0	0	4
		4 basamaklı doğal sayılarda bölme	Ç-23	2	0	0	2
		Zihinden bölme işlemi	Ç-24	2	0	0	2
		Bölme işlemi tahmini	Ç-25	1	3	0	4
		Çarpma ve bölme ar. İlişki	Ç-26	2	0	0	2
		Problem kurma ve çözme	Ç-27	1	3	2	6
		Matematikte eşitlik	Ç-28	2	1	0	3
		Matematikte eşitliği	Ç-29	2	1	0	3

sağlama				
Ünite Değerlendirme	13	12	3	28
TOPLAM	42(%51)	34 (%40)	7 (%8)	83

Ç: Çalışalım Bölümü

Tabloya bakıldığında, ilk üç ünitenin doğal sayılar ve doğal sayılarda işlemlerin öğretiminin yer aldığı görülmektedir. İlk ünitede "çalışalım" ve "ünite değerlendirme" bölümlerini oluşturan toplam 70 adet sorunun bulunduğu görülmektedir. Bu soruların %58'i bilme, %38'i uygulama ve %3'ü akıl yürütme düzeyindeki sorular olduğu tespit edilmiştir. Yine ikinci ünitede yer alan 54 adet sorunun %17'si bilme, %70'i uygulama ve %13'ü akıl yürütme düzeyindedir. Üçüncü ünitede yer alan toplam 83 adet sorunun ise %51'i bilme, %34'ü uygulama ve %8'i akıl yürütme düzeyindedir. Üç ünitede yer alan bilme düzeyindeki sorular, doğal sayıların adlandırılması ve doğal sayılarda dört işlemin gerçekleştirilmesi üzerine sorulardır. Uygulama düzeyinde ise, doğal sayılarda dört işleme yönelik rutin problemlerin yer aldığı görülmektedir. Akıl yürütme düzeyinde yer alan sorular ise, gerçek durumdan örnekler bulma ve verilen bilgileri kullanarak problem kurma sorularından oluşmaktadır.

Tablo 7. *Dördüncü sınıf matematik ders kitabı dördüncü ünitedeki soruların analizi*

	Konu Başlığı	Alt Başlık		B	U	A	T
4. ÜNİTE	Kesirler	Basit-bileşik-tam sayılı kesirler	Ç-30	2	2	0	4
		Birim kesirleri karşılaştırma ve sıralama	Ç-31	3	0	0	3
		Kesrin belirtilen kadar kısmını bulma	Ç-32	0	4	0	4
		Paydaları eşit kesirleri karşılaştırma	Ç-33	1	0	0	1
		Kesirlerle toplama ve çıkarma işlemi	Ç-34	6	0	0	6
		Problem çözme	Ç-35	0	7	0	7
	Zaman Ölçme	Zaman ölçü birimleri arasındaki ilişki	Ç-36	4	0	0	4
		Problem çözme ve kurma	Ç-37	0	7	2	9
	Veri toplama ve değerlendirme	Sütun grafiği inceleme	Ç-38	4	0	0	4
		Sütun grafiği oluşturma	Ç-39	1	2	0	3
		Elde ettiği veriyi sunma	Ç-40	0	0	4	4
		Problem çözme ve kurma	Ç-41	2	1	1	4
	Ünite Değerlendirme			10	5	2	17
	TOPLAM			33 %47	28 %40	9 %13	70

B:Bilme, U: Uygulama A: Akıl Yürütme, Ç: Çalışalım Bölümü

Tablo 7'ye bakıldığında, dördüncü ünitede öğrencilere yöneltilen toplam 70 adet sorunun %47'si bilme, %40'ı uygulama, %13'ü ise akıl yürütme düzeyindeki sorulardan oluşmuştur. Bilme düzeyindeki sorular, kesirlerin gösterimi, kesirlerde sıralamanın nasıl yapıldığının öğretimi sonrası öğrencinin sıralamasının istendiği sorular, kesirlerde işlemleri yapma, zaman ölçü birimlerinden yıl-ay- hafta gibi birimleri birbirine çevirme, verilen sütun grafiğini okumayı amaçlayan sorulardır. Uygulama düzeyindeki sorular, kesirlerle ilgili rutin problemler çözme, zaman ölçü birimleriyle ilgili rutin problemler, sütun grafiği oluşturma gibi amaçları içeren sorulardır. Akıl yürütme düzeyindeki sorular ise, verilen duruma yönelik problem kurma ve bir durumdan öğrencinin veri toplamasını sağlayarak sütun grafiği oluşturmayı amaçlayan sorulardır.

Tablo 8. *Dördüncü sınıf matematik ders kitabı beşinci ünitede yer alan soruların analizi*

	Konu Başlığı	Alt Başlık		B	U	A	T
5. ÜNİTE	Geometrik cisimler ve şekiller	Üçgen kare dikdörtgeni isimlendirme	Ç-42	3	0	0	3
		Kare ve dikdörtgenin kenar özellikleri	Ç-43	3	0	0	3
		Kenarlarına göre üçgen türleri	Ç-44	2	0	0	2
		Küp oluşturma	Ç-45	0	0	3	3
		Eş küplerle model oluşturma	Ç-46	0	0	3	3
	Geometride temel kavramlar	Düzlem	Ç-47	2	0	0	2
		Açının belirlenmesi ve isimlendirilmesi	Ç-48	2	0	0	2
		Açının ölçümü	Ç-49	2	0	0	2
		Açının çizimi	Ç-50	0	2	0	2
	Uzamsal ilişkiler	Simetri doğrusu çizme	Ç-51	1	2	0	3
		Şeklin doğruya göre simetriğini çizme	Ç-52	0	2	0	2
	Uzunluk ölçme	Milimetrenin kullanımı	Ç-53	0	3	0	3
		Ölçü birimlerinin dönüşümü	Ç-54	4	0	0	4
		Uzunluğu tahmin etme	Ç-55	0	1	0	1
		Problem çözme	Ç-56	0	5	0	5
	Ünite Değerlendirme			7	8	4	19
	TOPLAM			26(%44)	23(%40)	10(%16)	59

B:Bilme, U: Uygulama A: Akıl Yürütme, Ç: Çalışalım Bölümü

Tablo 8'e göre beşinci ünitede öğrencilere yöneltilen 59 adet sorunun %44'ü bilme, %40'ı uygulama ve %16'sı akıl yürütme düzeyindeki sorulardır. Bilme düzeyindeki sorular, geometrik şekilleri ve kenarlarını isimlendirme, kenar uzunluklarını hesaplama, düzlem modellerini bulma, açıları isimlendirme gibi sorulardır. Uygulama düzeyindeki sorular, verilen açıları iletki yardımıyla çizme, verilen görsellerde simetri doğrularını çizme, günlük hayatta kullanılan nesnelerin uzunluklarının ölçümü, ölçmeye yönelik rutin problemleri içeren sorulardır. Akıl yürütme düzeyinde ise, açılımı verilen küplerin kapalı şekil halinde nasıl görüneceğini bulma, belirli sayıda küp ile farklı şekiller inşa etme, verilen şekilde kaç küp kullanılmış olduğunu bulma gibi amaçları bulunan sorular bulunmaktadır. 6. Ünitede yer alan soruların analizi ise aşağıda verilmiştir.

Tablo 9. *Dördüncü sınıf matematik ders kitabı altıncı ünitede yer alan soruların analizi*

	Konu Başlığı	Alt Başlık		B	U	A	T
6. ÜNİTE	Çevre Ölçme	Kare ve dikdörtgenin çevre uzunlukları	Ç-57	5	0	0	5
		Çevre uz. Aynı olan geometrik şekiller oluşturma	Ç-58	0	0	1	1
	Alan ölçme	Problem çözme ve kurma	Ç-59	0	7	0	7
		Düzlemsel şekillerin alanı	Ç-60	2	2	1	5
		Kare ve dikdörtgenin alanı	Ç-61	2	4	0	6
	Tartma	Kilogram ve gram	Ç-62	2	0	0	2
		Kütle ölçme	Ç-63	0	1	0	1
		Ton ve mg kullanım yerleri	Ç-64	1	0	0	1
		Kütle ölçü birimleri ar. İlişki	Ç-65	2	0	0	2
		Problem çözme ve kurma	Ç-66	0	5	1	6
	Sıvı ölçme	Litre ve mililitre	Ç-67	2	2	0	4
		Litre ve mililitreyi kullanma	Ç-68	0	3	0	3
		Sıvı ölçmede tahmin etme	Ç-69	0	0	1	1
		Problem çözme ve kurma	Ç-70	0	4	1	5
	Ünite Değerlendirme			7	12	4	23
TOPLAM				23(%32)	40(%55)	9(%12)	72

B:Bilgi, U: Uygulama A: Akıl Yürütme, T: Toplam, Ç: Çalışalım Bölümü

Tablo 9' a göre altıncı ünitede ise, öğrencilere yönelik toplam 72 adet sorunun %32'si bilme, %55'i uygulama ve %12'si akıl yürütme seviyesindedir. Bilme düzeyinde; kenar uzunlukları verilen kare ve dikdörtgenin çevre uzunluklarını hesaplama, birim kareleri sayarak alan hesabı, kütle ve sıvı ölçü birimlerini dönüştürme gibi amaçları bulunan sorular bulunmaktadır. Uygulama düzeyindeki sorular, çevre uzunluğu- alan hesabı, kütle ve sıvı ölçü birimlerine yönelik rutin problemleri içermektedir. Akıl yürütme seviyesinde, aynı çevre uzunluğuna sahip farklı geometrik şekiller çizme, verilen alan ölçülerine uygun şekil çizme ve verilen durumlara yönelik problem kurmayı amaçlayan sorular bulunmaktadır.

Sekizinci sınıf matematik ders kitabına yönelik analiz tabloları ise, aşağıda birinci üniteden başlayarak verilmiştir. Sekizinci sınıf matematik ders kitabında, öğrencilere yöneltilen sorular "sıra sizde" ve "ünite değerlendirme" bölümlerinde verilmiştir. Bu kitapta, her alt başlık içerisinde birden fazla "sıra sizde (SS)" bölümlerine rastlanmış ve tabloda, numaralandırılmış "sıra sizde" bölümleri aralık olarak verilmiştir. Örnek olarak "SS: 1-5" birden beşe kadar numaralandırılmış toplam 6 adet sıra sizde bölümünü temsil etmektedir.

Tablo 10. *Sekizinci sınıf matematik ders kitabında yer alan soruların analizi*

	Konu	Alt Başlık	SS	B	U	A	T
1. ÜNİTE	Çarpanlar ve Katlar	Pozitif tamsayıların çarpanları	SS; 1-5	4	0	1	5
		EKOK	SS; 6-7	1	5	0	6
		EBOB	SS;8-12	4	11	0	15
	Üslü ifadeler	Tamsayıların tamsayı kuvvetleri	SS;13-18	5	4	0	9
		Ondalık gösterimlerin çözümlenmesi	SS;19-21	2	1		3
		Çok büyük ve çok küçük sayılar	22-23	2	0	0	2
		Sayıların bilimsel gösterimi	24--27	3	5	0	8
		Ünite Değerlendirme		20	9	3	32
	TOPLAM			41(%51)	35(%44)	4(%5)	80
2.ÜNİTE	Kareköklü ifadeler	Kareköklü ifadeler	SS;28-32	4	3	0	7
		Köklü sayıların hangi iki sayı arasında olduğunu belirleme	SS;33-36	2	5	1	8
		Kareköklü ifadelerin yazım biçimleri	SS;37-41	4	1	0	5
		Kareköklü ifadelerde çarpma ve bölme	SS;42-45	4	6	0	10
		Kareköklü ifadelerde toplama ve çıkarma	SS;46-48	3	5	1	9
		Kareköklü ifade ile çarpıldığında sonucu doğal sayı olan çarpanlar	SS;49-51	3	0	0	3
		Ondalık ifadelerin karekökü	SS;52-55	2	5	0	7
		İrrasyonel sayılar ve gerçel sayılar	SS;56-60	3	4	0	7
	Veri Analizi	Çizgi ve sütun grafiklerini yorumlama	SS;61-66	3	3	0	6
		Verileri uygun grafik ile gösterme	SS;67-71	0	3	2	5
	Ünite Değerlendirme			19	11	1	31
	TOPLAM			47(%48)	46(%46)	5(%5)	98
3.ÜNİTE	Basit olayların olma olasılığı	Olası durumları belirleme	SS;72-75	2	3	0	5
		Bir olayın olma olasılığı	SS;76-79	3	14	0	17
	Cebirsel ifadeler ve özdeşlikler	Cebirsel ifadeler	SS 80-85	5	1	0	6
		Cebirsel ifadelerde çarpma	SS 86-90	2	6	0	8
		Özdeşlikler	SS;91-98	7	7	0	14
		Çarpanlara ayırma	SS;99-106	5	6	0	11
	Ünite değerlendirme			19	20	1	40
	TOPLAM			43(%42)	57(%56)	1(%1)	101

Tablo 10'un devamı

	Konu	Alt Başlık	SS	B	U	A	T
4. ÜNİTE	Doğrusal denklemler	Birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemler	SS; 107-112	8	6	0	14
		Koordinat sistemi	SS; 113-115	4	2	0	6
		Doğrusal İlişkiler	SS;116-120	0	6	1	7
		Doğrusal denklemlerin grafiği	SS;121-125	3	4	0	7
		Doğrusal ilişki içeren gerçek hayat durumları	SS;126	0	3	0	3
		Doğrunun eğimi	SS;127-130	4	0	0	4
	Eşitsizlikler	Birinci dereceden bir bilinmeyenli eşitsizlikler	SS;131-137	3	8	2	13
	Ünite Değerlendirme			20	16	0	36
	TOPLAM			42(%47)	45(%50)	3(%3)	90
5. ÜNİTE	Üçgenler	Üçgende kenarortay, açıortay, yükseklik	SS;138-142	4	3	0	7
		Üçgenlerin kenarları arasındaki ilişkiler	SS;143-145	9	0	0	9
		Üçgenin açı ve kenarları arasındaki ilişkiler	SS;146-148	4	1	0	5
		Üçgen çizimleri	SS;149-152	0	5	0	5
		Pisagor bağıntısı	SS;153-157	1	5	0	6
	Eşlik benzerlik	Eşlik benzerlik	SS-158-163	3	6	0	9
	Ünite değerlendirme			14	13	2	29
	TOPLAM			35(%50)	33(%47)	2(%3)	70
6. ÜNİTE	Dönüşüm geometrisi	Öteleme	SS; 164-167	2	2	0	4
		Yansıma	SS; 168-170	3	2	0	5
		Ardışık öteleme ve yansıma	SS; 171-174	0	8	0	8
	Geometrik cisimler	Dik prizmaların temel elemanları ve açınımı	SS; 175-180	5	1	0	6
		Dik dairesel silindir	SS;181-184	3	3	0	6
		Dik dairesel dilindirin yüzey alanı	185-186	12	11	0	23
		Dik dairesel silindirin hacmi	187-191	5	6	1	12
		Dik piramidin temel elemanları ve açınımı	192-195	2	2	0	4
		Dik koninin temel elemanları ve açınımı	196	3	1	0	4
	Ünite değerlendirme			24	11	3	38
	TOPLAM			59(%53)	47(%43)	4(%4)	110

B:Bilgi, U: Uygulama A: Akıl Yürütme, T: Toplam, SS; Sıra Sizde Bölümü

Tablo 10 incelendiğinde, ilk ünitede toplam 80 adet sorunun %51'i bilme, %35'i uygulama, %4'ü ise akıl yürütme seviyesindeki sorulardan oluşmuştur. Bunlar içerisinden, bilme seviyesindeki sorular, pozitif tam sayı ve asal çarpanların nasıl bulunduğunun gösterimi sonrası verilen sayılarda bulma, verilen sayıların EBOB-EKOK unu bulma, üslü ifade işlemlerini yapma, ondalık gösterimlerin çözümlenmesi, büyük sayıları 10'un kuvvetleri şeklinde yazma, sayıları bilimsel gösterimleriyle yazma ve sıralama gibi amaçları içeren soru kalıplarından oluşmuştur. Uygulama seviyesi, ünitedeki konulara yönelik rutin problemlerden oluşan soruları içermektedir. Akıl yürütme seviyesinde ise, verilen bilgilerden yola çıkarak sayının ne olabileceğini bulmaya yönelik sorulardan oluşmaktadır. Akıl yürütme seviyesindeki sorulardan, ünite değerlendirme bölümünde olanlar, önceki yıllarda merkezi sınavlarda sorulmuş sorulardır.

İkinci ünitede toplam 98 adet sorunun %47'si bilme, %46'sı uygulama, %5'i ise akıl yürütme seviyesindedir. Bilme düzeyindeki sorular, kareköklü ifadelerin gösterimi, sayı doğrusunda yerinin bulunması ve kareköklü ifadelerde dört işlem yapma, rasyonel-irrasyonel sayıları belirleme, çizgi ve sütun grafiklerinde verileri okumayı amaçlayan sorulardır. Uygulama düzeyindeki sorular, kareköklü ifadelere yönelik gerçek durumlarla ilişkilendirilmiş rutin problemler, akıl yürütme düzeyinde ise, belirli bir noktaya en yakın konumda olan sayıyı bulmaya yönelik sorular bulunmaktadır. Ünite değerlendirme bölümündeki akıl yürütmeye yönelik soru ise, önceki yıllarda merkezi sınavlarda sorulan soru olduğu tespit edilmiştir.

Üçüncü ünitede yer alan 101 adet sorunun %42'si bilme, %56'sı uygulama ve %1 'i akıl yürütmeye yöneliktir. Bilme düzeyindeki sorular, olası durumları bulma, belirli durumlara uygun cebirsel ifade yazma, cebirsel ifadeleri sadeleştirme, denklem-özdeşlik ayrımını yapma gibi amaçları içeren sorulardan oluşmaktadır. Uygulama düzeyindeki sorular, olasılık ve cebirsel ifadelerle ilgili problemleri içermektedir. Akıl yürütmeye dayalı ise, ünite değerlendirme bölümünde, öğrencinin hem bölünebilme hem de olasılık konularını bilerek çıkarım yapmasını sağlayan bir sorudur.

Dördüncü ünitede, 90 adet sorunun %47'si bilme, %50'si uygulama ve %3'ü akıl yürütme seviyesindedir. 'Bilme' aşamasındaki sorular, eşitsizlik çözümleri, bağımlı-bağımsız değişkenlerin belirlenmesi, verilen noktaların koordinat değerlerini bulma gibi soru kalıplarından oluşurken, uygulama basamağındaki sorular, eşitsizlik, denklem ve koordinat düzlemindeki soruların problem bağlamına alınmasıyla oluşturulmuş soru tipleridir. Akıl yürütmeye yönelik soru tipleri ise, şekli verilen bir örüntü denklemi ve problem kurmaya yönelik sorulardan oluşmuştur.

Beşinci ünitede yer alan 70 adet sorunun %50'si bilme, %33'ü uygulama ve %2'si akıl yürütme düzeyinde yer almaktadır. Tabloda yer alan bilme basamağındaki soru kalıpları: üçgende açıortay-kenarortay bulma, açıortay-kenarortay yardımıyla üçgende açı bulma, iki kenarı verilen üçgenin diğer kenarını üçgen eşitsizliği yardımıyla bulma, üçgenlerin açıları arasındaki ilişkiye göre kenarları arasındaki ilişkiyi bulma, eş ve benzer üçgen çiftlerini bulma ve gösterme ile ilgili sorulardan oluşmaktadır. Uygulama basamağındaki sorular ise; hesaplanması istenen durumların problem bağlamına aktarılarak ifade edilmesiyle hazırlanan sorular, cetvel ve açıölçer yardımıyla üçgen çizimleri, eş ve benzer üçgenler çizme ile ilgilidir. Son olarak akıl yürütme basamağına yönelik sorular ise, geçmiş yıllarda merkezi sınavlarda sorulmuş ve verilen durumda öğrencinin bilgilerini kullanarak açı ve kenarların alacağı değerleri bulmasına yönelik 2 adet sorudan oluşmaktadır.

Altıncı ünitede toplam 110 adet sorudan yaklaşık %53'ü bilme, %42'si uygulama ve %4'ü akıl yürütme seviyesindedir. Bilme seviyesindeki sorular, yansımalar sonucu elde edilen yeni görüntülerin koordinatlarını söyleme, dik prizmaları isimlendirme, ayrıt uzunluklarını belirleme, taban yarıçapı, yüksekliği verilen silindirin yüzey alanını ve hacmini verilen formüle göre bulma, piramidin, yüz ayrıt köşe sayısını yazma gibi soru kalıplarından oluşmuştur. Uygulama seviyesinde, yansıma sonucu oluşan yeni şekil ya da koordinatları oluşturma, motiflerin içindeki yansıma ve ötelemeleri gösterme, ayrıt uzunlukları verilen prizma, piramit ve koni çizimi, silindir şeklindeki cisimler üzerinden yüzey alanına ve hacime yönelik problemlerden oluşmuştur.

Akıl yürütmeye yönelik bir problem, tabanı verilen bir silindirin hacmini tahmin etmeye yöneliktir. Buradaki sorudan önce, öğrenciye nasıl tahmin edilmesi gerektiği konusunda bir yönlendirme yapılmıştır fakat soru kökünde tahmin etme olduğu için, bu sorunun akıl yürütme seviyesinde incelenmesine karar verilmiştir. Ünite değerlendirme sorularında ise, açılımı verilen bir cisim üzerindeki bir noktanın kapatılınca nerede olacağına yönelik soru türleri yer almaktadır. Bu sorular yine önceki yıllarda merkezi sınavlarda sorulan sorulardan oluşmuştur.

Her iki kitapta yer alan soruların bilişsel seviyelere göre analizi ise Tablo 11' de verilmiştir.

Tablo 11. *4.ve 8. Sınıf matematik ders kitabındaki tüm soruların bilişsel seviyelere göre analizi*

Sınıf düzeyi	Bilme	Uygulama	Akıl Yürütme	Toplam
4.Sınıf	174(%42)	190(%46)	44(%11)	408(%100)
8.Sınıf	267(%49)	263(%48)	19(%3)	543(%100)

Tablo 11'e bakıldığında, dördüncü sınıf matematik ders kitabında yer alan soruların %42'si bilme, %46'sı uygulama ve %11'i akıl yürütme seviyesindedir. Sekizinci sınıf matematik ders kitabında yer alan soruların ise, %49'u bilme, %48'i uygulama ve %3'ü akıl yürütme seviyesindedir.

Sonuç, Tartışma ve Öneriler

Bu çalışmada, 2019-2020 yılında okutulan dördüncü ve sekizinci sınıf matematik ders kitaplarında yer alan soruların, TIMSS bilişsel alanlarına göre ayrıntılı incelemesi yapılmıştır. Öncelikle, kitaplarda yer alan soru sayılarına bakıldığında, dördüncü sınıflara yönelik ders kitabındaki soru sayısının (408) sekizinci sınıfa yönelik kitaptaki soru sayısından (544) daha az olduğu görülmektedir. Sekizinci sınıf öğrencilerinin, ortaöğretime geçiş için merkezi olarak yapılan Liselere Geçiş Sistemi (LGS) sınavına hazırlanmaları nedeniyle bu sınıf düzeyindeki kitapların daha fazla soru bulundurması olumlu bir durumdur. Kitaplarda bulunan soruların bilişsel seviyeleri incelendiğinde dördüncü sınıf ders kitabında, bilme, uygulama ve akıl yürütme seviyesindeki soruların yüzdesi sırasıyla, %42, %46 ve %11’dir. Sekizinci sınıfta ise bu oranlar %49 bilme, %48 uygulama ve %3 akıl yürütme olarak değişmektedir. 2019 TIMSS’ de yer alan soruların yüzdesine bakıldığında, dördüncü sınıflar için, bilme, uygulama ve akıl yürütme seviyesindeki sorular, sırasıyla yüzde 40, 40 ve 20 iken, sekizinci sınıflar için 35, 40 ve 25 olarak değişmektedir (Suna vd., 2020). Buna göre, her iki sınıfın ders kitabında da, “bilme” ve “uygulama” seviyesindeki soru oranının olması gerekenden fazla, “akıl yürütme” seviyesindeki soru oranının ise az olduğu ortaya çıkmıştır. Bununla birlikte, akıl yürütmeye yönelik ünite değerlendirme soruları incelendiğinde bu soruların büyük çoğunluğunun, geçmiş yıllarda çıkan TIMSS ya da Türkiye’de merkezi sınavlarda sorulmuş sorulardan oluştuğu tespit edilmiştir. Akıl yürütme seviyesindeki soruların, bilme ve uygulama seviyesindeki sorulara göre daha üst düzey düşünme becerileri gerektirmesi bu seviyedeki soruların öğrenci tarafından “zor” olarak algılanmasına neden olabilir. Merkezi sınavlarda da çok benzer hatta aynı soruları gören öğrenciler, sınavların daha zor ve karmaşık olduğunu düşünerek sınavlara karşı olumsuz bir tutum sergileyebilir. Dolayısıyla kitaplarda konularla alakalı olarak akıl yürütme seviyesinde yöneltilen soruların direkt merkezi sınavlarla ilişkilendirilmesinden ziyade, bu basamağa yönelik daha özgün soruların bulunması yerinde olacaktır.

Üniteler ve ünitelerde yer alan başlıklar ayrı ayrı incelendiğinde, ders kitaplarının her ikisinin de konu başlıklarının, Matematik Dersi Öğretim Programı’nda (MEB, 2018) yer alan kazanımlar doğrultusunda oluşturulduğu tespit edilmiştir. Bu bağlamda, kazanımların bilişsel seviyelerinin analiz edildiği çalışmalar da önem kazanmaktadır. Delil vd. (2020)’ın ilkokul 1-4. sınıf kazanımlarını, TIMSS bilişsel seviyelerine göre değerlendirdikleri çalışmaya bakıldığında, 4. sınıflara yönelik kazanımların, bilme, uygulama ve akıl yürütme seviyelerinin sırasıyla yüzde 53, 34 ve 13 oranında olduğu tespit edilmiştir. Benzer şekilde Aktan (2019), 1-4. sınıf kazanımlarını Bloom taksonomisine dayanarak değerlendirmiş ve kazanımların çok az bir kısmının, üst düzey bilişsel basamakta olduğunu tespit etmiştir. Literatürdeki yapılan çalışmalar, ders kitaplarındaki soruların kazanımlardaki bilişsel seviyelerle paralellik gösterdiğini doğrulamaktadır.

Bu araştırmada, akıl yürütme basamağındaki soru yüzdelerinin beklenenden az olmasının yanı sıra, sekizinci sınıftaki akıl yürütme soru yüzdesinin, dördüncü sınıf ders kitabının gerisinde kaldığı belirlenmiştir. Bunun nedeninin kazanımlarla ilgili olduğu düşünülmektedir. Nitekim, dördüncü sınıf matematik dersi kazanımları incelendiğinde özellikle problem kurma çalışmalarına daha fazla yer verildiği görülmüştür. Buna bağlı olarak ders kitabındaki akıl yürütme basamağındaki soruların büyük bir kısmı da problem kurma çalışmalarından oluşmuştur. Bu noktada görülüyor ki, öğrencilerin üst düzey düşünmelerini geliştirme ve akıl yürütme becerilerini geliştirmek amacıyla kazanımların da revize edilmesi gerekmektedir.

Tüm bunlarla birlikte, dördüncü sınıf matematik ders kitabındaki, “çalışalım” bölümlerindeki soruların tek bir bilişsel alana yönelik olarak dağıldığı tespit edilmiştir. Ünite değerlendirme sorularında ise soru dağılımları farklı bilişsel alanları içerecek şekilde düzenlenmiştir. Ünite değerlendirme bölümünde; bilme ve uygulamaya yönelik soru sayıları birbirine yakındır. "Çalışalım" bölümleri ise, her bölümü oluşturan sorular; aynı tip benzer soruların bir araya getirilmesiyle oluşmuştur. Kitabın genel görünümüne bakıldığında, konunun anlatımı ve soruların nasıl çözüleceğinin gösterimi, "çalışalım" bölümünde gösterilen biçime göre öğrencilerin pratik kazanmasının amaçlandığı görülmektedir. Yani, öğrencinin bilme seviyesinde bir kazanımı varsa, önce buna yönelik kitaptan örnekler ve çözümleri, daha sonra "çalışalım" bölümlerinde örnek çözümlere çok benzer sorular yer almaktadır. Sekizinci Sınıf Matematik Ders Kitabı'ndaki sorulara bakıldığında, her ne kadar sorular (bilme ve uygulama basamağında) heterojen dağılıyor gibi görünse de, bu kitapta her alt başlıkta birden fazla sayıda "sıra sizde" bölümlerinin yer aldığı görülmektedir. Kitabın genel yapısına bakıldığında dördüncü sınıf ders kitabına çok benzer olarak bir kazanıma yönelik durumun anlatımı, örnek çözümler ve aynı örnek çözüme benzer sorular bulunan "sıra sizde" bölümlerinden oluştuğu tespit edilmiştir. Dolayısıyla, her iki kitaptaki öğretim biçimine bakıldığında, hedef kazanıma yönelik bir anlatım, konuya yönelik örnek sorular ve benzer soruların öğrencilere de yaptırılması şeklinde bir yöntem izlenmiştir. Bir diğer deyişle bir kavramın öğretimi için, "gösterip yaptırma" tekniğinin ağır bastığı söylenebilir. Bir örnek vermek gerekirse, öğrenciye kâğıt katlama tekniği ile açıortay ve kenarortayın nasıl bulunacağı kitapta adım adım gösterilmiştir. Burada, somut materyalle desteklenmiş bir uygulama olmasına rağmen, öğretim tekniğinin öğrencilerin akıl yürütebilecekleri, sonuçları kendi kendilerine çıkarıp yorumlayabilecekleri bir şekilde düzenlenmediği düşünülmektedir. Bu bağlamda kitaptaki öğretim tekniklerinin tekrar ele alınması önerilmektedir.

Son yıllardaki Türkiye'nin TIMSS başarısı incelendiğinde, 2019 yılında, her iki sınıf düzeyinde de puanların arttığı bilinmektedir. Dördüncü sınıflar için, en fazla puanın uygulama, sekizinci sınıflar için ise en fazla akıl yürütme bilişsel düzeyindeki sorularda alındığı ortaya çıkmıştır (Suna vd., 2020). Bilindiği gibi özellikle son yıllarda, ortaöğretime giriş için yapılan merkezi sınavlarındaki (LGS) soru tipleri de, öğrencilerin akıl yürütme, çıkarım yapmalarına olanak sağlayacak soru tiplerinden seçilmeye başlanmıştır. Bu doğrultuda yapılan çalışmalara bakıldığında, Korkmaz, Tutak ve İlhan (2020), ortaokul matematik öğretmenleri ile yaptığı çalışmalarında, öğretmenlerin ders kitaplarını aktif bir şekilde kullanmayı tercih etmediklerini, LGS'ye hazırlık için de yetersiz bulduklarını belirtmişlerdir. Bu çalışmada da, TIMSS'de her geçen gün daha yüksek hedeflere ulaşmayı amaçlayan Türkiye için, ders kitaplarındaki soru düzeylerinin yeterli olmadığı görülmektedir. Ders kitaplarının, ülke çapında ücretsiz dağıtıldığı bilinmektedir. Bu kitaplar dışında farklı kaynaklara ulaşma fırsatı olmayan öğrenciler için, kitapların içeriği daha önemli hale gelmektedir. Ülkemizde okul koşulları ve kaynaklara ulaşma anlamında öğrencilerin farklı imkânlara sahip olması nedeniyle özellikle ders kitaplarında yapılacak içeriğinin daha donanımlı hale getirilmesi gibi değişimler, fırsat eşitliğini sağlama açısından da önemlidir.

KEFAD
http://kefad.ahievran.edu.tr
Ahi Evran University
Journal of Kırşehir Education Faculty
ISSN: 2147 - 1037

ENGLISH VERSION

An Analysis of the 4th and 8th Grade Mathematics Textbooks by TIMSS Cognitive Domains

In exams applied on a large scale which aim to evaluate the success of educational systems (Gürlen, et al., 2019), student achievements are qualified and the achievement level of target groups is measured according to predetermined success criteria (Suna, et al., 2020). Through international coordination, participating countries have the opportunity to determine the efficiency of their educational systems, make comparisons between education systems, identify successful policies and implement them in their own countries (Theisen, et al., 1983; Yıldırım, et al., 2016). In some countries, completely new educational programs have been installed though changes in education policies and systems (Ababneh, et al., 2016; Aydın, 2016). In this way, these exams not only rank countries according to their performance, but also make inferences about the factors affecting success and learning in these countries (Martin and Kelly, 1998). One of the most well-known exams at the primary and secondary school level is the T.I.M.S.S., Trends in International Mathematics and Science Study, which assesses the mathematics and science knowledge and skills of 4th and 8th grade students. The general purpose of TIMSS is to measure the field related achievements of students in participating countries, but also to collect information about education systems, curricula, student characteristics, teachers, and school characteristics (Yıldırım et al., 2016).

Internationally administered exams such as TIMSS, PISA, PEARLS, etc., allow for the outcomes of students in education systems with different characteristics to be compared in two ways. In the first, countries can contrast performance with previous results and changes over time can be monitored. Secondly, countries have the opportunity to compare their performance against the scores of other countries. In this respect, international exams are important resources providing valuable information about individual countries' educational environments (Suna et al., 2020). Unlike other exams, TIMSS is administered at two different grade levels, evaluating students in both fourth and eighth grades. In this way, participating countries can also gather data about changes within the same environmental group. In addition, within the framework of this exam, the effect of a range of variables (such as gender, region, learning area, cognitive area and proficiency levels) on achievement is investigated.

While Turkey did not participate in TIMSS in 1995 and 2003 and only joined at the eighth grade level in 1999 and 2007, the country did participate in the 2011, 2015, and 2019 exams at both the fourth and eighth grade levels. Turkey ranked 31st with 429 points in TIMSS 1999 at the eighth grade level in the field of mathematics, 30th with 432 points in 2007, 24th with 452 points in 2011 and 24th with 458 points in. TIMSS 2019 brought them 20th place with 496 points. At the fourth grade level, Turkey, who wrote the exam in 2011 and 2015, ranked 35th among 50 countries with 469 points in 2011, 36th with 483 points in 2015 and 23rd with 523 points in 2019 (MoNE, 2020). Looking at these results, it can be seen that Turkey's average ranking in mathematics has increased until the TIMSS 2019 cycle. However, Turkish students still performed at or below the midpoint of the scale (500 points), which is accepted as a reference in all TIMSS exams (except for 2019). Looking at Turkey's exam results in general since the beginning of participation, it can be said that the results are not at desired levels.

TIMSS questions are prepared in line with three basic cognitive domains: “knowing”, “application” and “reasoning”. Accordingly, questions in the “knowing” level consist of basic problems that require familiarity with simple mathematical concepts. At the “practice” level, the aim is for students to use their knowledge in problem-solving. Finally, the level of “reasoning” requires logical and systematic thinking for new and non-routine problem situations students have not encountered before (MoNE, 2020). Looking at the distribution of the questions used in the TIMSS 2019 exam according to cognitive domains, 35% of the questions at the 8th grade level are at the level of “knowing”, 40% at “practice” level and 25% at the level of “reasoning”. For the 4th grade exam, the distribution of questions is 40% “knowing”, 40% “applying”, and 20% “reasoning” (MoNE, 2020; Suna et al., 2020). These results show that students need not only basic definitions and simple calculations, but also the ability to think systematically and to solve non-routine problems.

Textbooks are one of the most important and common materials used in the education process (Beaton et al., 1996). In a review of available research, it was concluded that the books that students use in mathematics lessons significantly affect their success (Reys and Reys, 2006; Stein, et al., 2007). Studies also show that the textbooks used are responsible for differences in the success of students in TIMSS exams (Fan, et al., 2013; Kulm and Capraro, 2008; Törnroos, 2005). Beckmann (2004) stated in his study that Singapore's high success in the TIMSS exam is related to the way mathematics is presented in textbooks. In this context, it becomes important to examine the content of textbooks currently used in Turkey.

Turkey's scores have brought up discussions about the development and regulation of the the current education system. Apart from this, studies have been found in which the curriculum, which is renewed at regular intervals, is compared in terms of the cognitive domain (Incikabı, et al, 2016) and content and objectives (Kılıç, et al., 2014) within the framework of the TIMSS program. There are studies in which TIMSS was evaluated according to the views of teachers (Bulut, 2016) and teacher candidates (İpek, et al., 2016). In addition, there are studies comparing the content of current exams in Turkey and TIMSS exams (İncikabı, 2012). In these studies, many factors that could lead to low scores obtained by students in TIMSS exams are mentioned, including the specific textbooks used (Reçber, 2012; Severin and Capota, 2011). When we look at research in which mathematics textbooks are examined, studies that stand out conduct comparative analyzes between the books of countries with high scores according to international exam results (Cai, 1995; Çilingir and Dinç-Artut, 2016; Delil, 2006; Erbaş, et al., 2012; İncikabı and Tjoe , 2013; Kul, et al., 2018; Li, 2000). These papers generally report that there are more open-ended questions at a higher cognitive level in the books of countries with high scores (Coşar, 2010; Kul, Cute, and Aksu, 2018). Güner, et al. (2013) reported that 76.5% of teachers found their textbooks insufficient in terms of preparation for TIMSS. In this context, an analysis of the textbooks distributed to all students in Turkey according to TIMSS cognitive domains will be an indicator of how functional they are in achieving desired goals. In the literature, no study has been found that examines the textbooks in accordance with the renewed curricula according to the TIMSS cognitive domains at the 4th and 8th grade levels. Evaluating textbooks in both grades together will reveal similarities and differences in the cognitive domains of the questions in the books.

This study analyzes the end-of-unit evaluation questions in the textbooks used in mathematics lessons in the 4th and 8th grades approved by the Board of Education in the 2019-2020 academic year, according to the cognitive levels discussed within the framework of the TIMSS 2019 program.

Method

Research Design

This study used document analysis, a qualitative research method. Document analysis includes the examination of written materials covering information about the phenomenon or phenomena that are to be investigated (Yıldırım and Şimşek, 2016). Therefore, fourth and eighth grade mathematics books which were published by the Ministry of National Education Publishing House and were taught in the 2019-2020 academic year were the subject of the present study, and the questions in these books examined.

Data Collection Tools

This study employed the Primary School Mathematics 4th Grade Textbook (Kayapınar et al., 2019), which was used as a mathematics course book for 4^{th}- and 8^{th}-graders during the 2019-2020 academic year, and the Secondary School and Imam Hatip Secondary School Mathematics 8 Textbooks (Böge and Akıllı, 2019).

Table 1. *Components of the fourth grade mathematics textbook*

Sections	Explanations
Term sun	The names of the terms of the topic are included.
Let's remember	This section includes a picture-caricature that serves as a brief reminder of what was covered on the topic in the previous year.
Let's learn	Lectures and samples related to the topic are included. Solutions are also given.
Let's have fun	This section provides puzzles and games that students can have fun with.
Let's study	Problems related to the topic are included.
Information cloud	Important information on the current topic is presented.
Activity Basket	An example of an in-class activity on the topic is given.
Unit Evaluation Questions	At the end of each unit, there are evaluation questions for all the topics making up the unit.

Table 1 shows that the Fourth Grade Mathematics Textbook consists of preliminary preparation stages (term sun, let's remember sections), learning process (let's learn- let's have fun-information cloud-activity basket parts) and evaluation (let's study - unit evaluation). The "Let's learn", "Let's have fun", "Let's study", "Activity basket" and "Unit evaluation questions" sections include questions, examples, problems and exercises for students. The "Let's Learn" section also includes answers to these problems. The "Let's Have Fun" and "Activity Basket" sections are activities mostly related to students' affective and psychomotor skills, with one activity prepared for each section. Therefore, this study focused on questions in the "Let's study" and "Unit evaluation questions" sections.

Table 2. *Components of the eighth grade mathematics textbook*

Sections	Explanations
Terms	Terms-concepts and symbols related to the topic are included.
Mind game	Mind games related to the topic are included.
Why We Should Learn?	This section discusses the relationship between the topic and real life.
Are we ready?	Brief information about what will be learned within the scope of the course is given.
Let's remember	A short reminder of what has been taught previously is included.
Let's learn	This section contains significant information on the topic.
Let's do it together	There are questions and problems related to the topic with solutions.
Attention	Information that needs attention is presented on the issues that are needed.
Let's Explore - Let's Think	Questions related to searching are included.
It is your turn	Problems related to the topic are provided.
Unit Evaluation Questions	The end of each unit includes evaluation questions for all sections that make up the unit.

Upon analyzing Table 2, the Eighth Grade Mathematics Textbook consists of sections related to preliminary preparation for the lesson (Terms-Mind game-Why should we learn?-Are we ready?-Let's remember sections), the learning process (Let's learn this-Let's do it together-attention-Let's explore-Think) and the evaluation process (It's your turn - Unit evaluation). Hence, it may be wise to mention that both books were prepared in similar formats. This study examined the types of questions included in the "It's your turn" and "Unit evaluation" sections of the book. In the "Let's explore Let's think" section, the student is posed a single question for each section that could be researched, but this was excluded from this study as it was determined to be only for those who want to do additional research.

Hereby, this study analyzed a total of 951 questions, 408 of which were from the Fourth Grade Mathematics Textbook and 543 from the Eighth Grade Mathematics Textbook.

Data Analysis

This study used descriptive analysis, one of the qualitative research methods. In this regard, the questions included in the study were analyzed according to the TIMMS cognitive domains as illustrated in Table 3.

Table 3. *Textbook mathematics cognitive domains according to TIMSS 2019*

Knowing	Recall	Recall definitions, terminology, number properties, units of measurement, geometric properties, and notation (e.g., a × b = ab, a + a + a = 3a).
	Recognize	Recognize numbers, expressions, quantities, and shapes. Recognize entities that are mathematically equivalent (e.g., equivalent familiar fractions, decimals, and percent; different orientations of simple geometric figures).
	Classify/Order	Classify numbers, expressions, quantities, and shapes by common properties.
	Compute	Perform algorithmic procedures for +, –, ×, ÷, or a combination of these with whole numbers, fractions, decimals, and integers. Perform straightforward algebraic procedures.
	Retrieve information	Retrieve information from graphs, tables, texts, or other sources.
	Measure	Use measuring instruments and choose appropriate units of measurement.
Applying	Determine	Determine efficient/appropriate operations, strategies, and tools for solving problems which have commonly used methods of solution.
	Represent/Model	Display data in tables or graphs, create equations, inequalities, geometric figures, or diagrams that model problem situations and generate equivalent representations for a given mathematical entity or relationship.
	Implement	Implement strategies and operations to solve problems including familiar mathematical concepts and procedures.
Reasoning	Analyze	Identify, describe, or use relationships among numbers, expressions, quantities, and shapes.
	Synthesize	Link different elements of knowledge, related representations, and procedures to solve problems.
	Evaluate	Evaluate alternative problem solving strategies and solutions.
	Draw Conclusions	Make valid inferences based upon information and evidence.
	Generalize	Make statements that represent relationships in more general and more widely applicable terms.
	Justify	Provide mathematical arguments to support a strategy or solution.

Table 3 suggests that these 3 different cognitive domains are divided into different components within themselves. The following coding table was generated in consideration of the table above while analyzing the questions.

Table 4. *Coding table designed for the study*

Cognitive Domain	Question patterns-types
Knowing	Fill-in-the-blank – true/false - matching questions, all calculations requiring operating procedures, finding properties of a concept, analyzing graphs
Applying	The versions of all questions at the level of "knowing" - turning into routine problems, creating graphs, create equations
Reasoning	Non-routine problems, open-ended-multiple-answer problems, problems purely related to real situations, modelling problems, problems involving spatial skills

All questions were classified on the basis of Table 4. To demonstrate, sample questions and classification rationale for 3 different cognitive domains are presented as follows:

Table 5. *Sample problems by domain and their rationales*

Cognitive Domain	Sample question	Rationale
Knowing	Do the given multiplication operations in a short way. 15x10= 3000x2= ….etc.	Before posing this question, the rule of multiplication with multiples of 10, 100 and 1000 was explained in the "Let's learn" section. They are required to do calculations at the level of "knowing".
Applying	Calculate the annual income of a tenant who pays 600 TL per month.	It is the rule of the transformation of multiplying by 100 into a routine problem. The students need to find the appropriate operation and solve the problem.
Reasoning	I have 1 TL and 50 cents in my penny bank. How many liras could I get if I took 3 coins from my penny bank? Show the possible results by writing them in a list. Then, act out this situation in the classroom environment.	This question has multiple answers. Students can come to different answers with different combinations, which can be acted out as it is related to the real situation, and connections can be made between the answers.

Validity and Reliability

The randomly selected questions from the units in both textbooks were classified separately based upon cognitive domains by a researcher who has a doctorate degree in mathematics with two researchers. The consensus percentage resulting from this classification was found to be 80% (Miles & Huberman, 1994). Afterwards, the classifications were compared and a consensus was reached on the differences. For instance, different views emerged on whether the questions in the context of a routine problem should be at the "knowing" or "applying" level while performing four operations on natural numbers in the fourth grade textbook, and it was ultimately decided to evaluate these calculations in the "applying" domain on the grounds that they were applied by asking them within the context of a problem.

Another way to ensure reliability in qualitative studies is to transfer study data as much as possible (Creswell & Miller, 2000). Therefore, the findings of this study present information regarding the units containing all the determined questions and the question types.

Findings

The analysis of questions in the 4th Grade Mathematics Textbook in terms of each unit is shown below. Accordingly, Table 6 presents the analysis of questions belonging to the "Let's study" and "Unit evaluation" sections in the titles and sub-titles available in the first three units for natural numbers in the 4th grade textbook.

Table 6. *An Analysis of the questions in the first three units of the fourth grade mathematics textbook*

	Topic Title	Sub-Title		Knowing	Applying	Reasoning	Total
1st UNIT	Natural Number	4-digit natural numbers	S-1	4	0	0	4
		The concept of division in natural numbers 5-digit natural numbers	S-2	3	0	0	3
		6-digit natural numbers	S-3	8	0	0	8
		Counting in hundreds and thousands with a four-digit number	S-4	3	3	0	6
		Rounding down natural numbers	S-5	0	2	1	3
		Sorting natural numbers	S-6	5	1	0	6
		Pattern with natural numbers	S-7	0	6	1	7
	Addition with Natural Numbers	Adding natural numbers up to 4 digits	S-8	1	3	0	4
	Subtraction with Natural Numbers	Subtraction	S-9	3	1	0	4
		Mental Subtraction	S-10	2	2	0	4
	Unit Evaluation			12	9	0	21
TOTAL				41 (58%)	27 (38%)	2 (3%)	70
2nd UNIT	Addition with Natural Numbers	Prediction in addition	S-11	4	3	0	7
		Mental calculus of natural numbers in multiples of 100	S-12	2	3	0	5
		Solving and creating problems problem	S-13	0	6	3	9
	Subtraction with Natural Numbers	Prediction in subtraction	S-14	1	5	0	6
		Solving and creating problems problem	S-15	0	6	3	9
	Unit Evaluation			2	15	1	18
TOTAL				9 17(%)	38 (70%)	7 (13%)	54
	Multiplication with Natural Numbers	Multiplication	S-16	2	1	0	3
		Changing the order of the multiplier	S-17	5	2	0	7

		Short cut operation	S-18	2	1	0	3
		Mental multiplication	S-19	2	2	0	4
		Predict the multiplication	S-20	2	1	0	3
		Solving and creating problems	S-21	0	7	2	9
3rd UNIT	Division with Natural Numbers	Division	S-22	4	0	0	4
		Divide 4-digit natural numbers	S-23	2	0	0	2
		Mental calculus of division	S-24	2	0	0	2
		Predicting the division	S-25	1	3	0	4
		Relationship between multiplication and division	S-26	2	0	0	2
		Creating and solving problem	S-27	1	3	2	6
		Equality in mathematics	S-28	2	1	0	3
		Ensuring equality in mathematics	S-29	2	1	0	3
	Unit Evaluation			13	12	3	28
TOTAL				42(51%)	34 (40%)	7 (8%)	83

S: Let’s study section

Table 6 shows that the first three units included natural numbers and teaching operations in natural numbers. The first unit was found to include a total of 70 questions that made up the “Let's study” and “Unit evaluation” sections. 58% of these questions were at the level of “knowing”, 38% “applying” and 3% at the level of “reasoning”. Likewise, 17% of the 54 questions in the second unit were at the level of “knowing”, 70% “applying” and 13% “reasoning”. Of the 83 questions in the third unit, 51% were at the level of “knowing”, 34% “applying” and 8% “reasoning”. Questions at the level of “knowing” in three units were found to be about naming natural numbers and performing four operations with natural numbers. The “applying” questions included routine problems for four operations in natural numbers, while those at the “reasoning” level consisted of finding examples from real situations and creating problems.

Table 7. *An Analysis of the questions in unit four of the fourth grade mathematics textbook*

	Topic Title	Sub-title		K	A	R	T
4TH UNIT	Fractions	Simple-compound-integer fractions	S-30	2	2	0	4
		Comparing and sorting unit fractions	S-31	3	0	0	3
		Finding the specified part of the fraction	S-32	0	4	0	4
		Comparing fractions with equal denominators	S-33	1	0	0	1
		Adding and subtracting fractions	S-34	6	0	0	6
		Problem solving	S-35	0	7	0	7
	Measuring Time	Relationship between time measurement units	S-36	4	0	0	4
		Solving and creating problems	S-37	0	7	2	9
	Data collection and evaluation	Column chart review	S-38	4	0	0	4
		Create a column chart	S-39	1	2	0	3
		Presenting data	S-40	0	0	4	4
		Solving and creating problems	S-41	2	1	1	4
	Unit Evaluation			10	5	2	17
	TOTAL			33	28	9	70
				47%	40%	12%	100%

K: Knowing, A: Applying R: Reasoning, S: "Let's Study" section

As is seen in Table 7, the fourth unit encompassed a total of 70 questions, 47% of which were at the level of "knowing", 40% "applying" and 12% "reasoning". Questions at the "knowing" level were related to the problems such as showing fractions, having students order after teaching them how to rank fractions, performing operations in the fractions, converting units of time such as year-month-week to each other, interpreting given column charts. Questions at the "applying" level were found to include solving routine problems with fractions, routine problems with time units and creating a column chart. Moreover, those at the "reasoning" level were: posing a problem for the given situation and creating a column chart by enabling the student to collect data from a situation.

Table 8. *An analysis of the questions in unit five of the fourth grade mathematics textbook*

	Topic Title	Sub-title		K	A	R	T
5TH UNIT	Geometric objects and shapes	Naming a triangular square rectangle	S-42	3	0	0	3
		Edge properties of a square and rectangle	S-43	3	0	0	3
		Types of triangles by side	S-44	2	0	0	2
		Cube creation	S-45	0	0	3	3
		Modeling with synonym cubes	S-46	0	0	3	3
	Basic concepts in geometry	Plane	S-47	2	0	0	2
		Determining and naming the angle	S-48	2	0	0	2
		Measurement of the angle	S-49	2	0	0	2
		Drawing the angle	S-50	0	2	0	2
	Spatial relationships	Drawing a line of symmetry	S-51	1	2	0	3
		Drawing the symmetry of the shape with respect to the line	S-52	0	2	0	2
	Measuring length	Use of millimeter	S-53	0	3	0	3
		Conversion of units of measurement	S-54	4	0	0	4
		Prediction of the length	S-55	0	1	0	1
		Problem solving	S-56	0	5	0	5
	Unit Evaluation			7	8	4	19
	TOTAL			26	23	10	59
				44%	40%	16%	

K: Knowing, A: Applying R: Reasoning, S: "Let's Study" section

Table 8 revealed that 44% of the 59 questions in the fifth unit were at the level of "knowing", 40% "applying" and 16% "reasoning". Questions in the "knowing" category included naming geometric shapes and their sides, calculating side lengths, finding plane models, naming angles. Questions at the "applying" level consisted of drawing the given angles with the help of a protractor, drawing symmetry lines in given diagrams, measuring lengths of objects used in daily life and routine problems for measuring. Questions included in "reasoning" had functions such as finding out how cubes with explanations would appear as closed shapes, constructing different shapes with a certain number of cubes and finding out how many cubes were used in the given figure. An analysis of the questions in Unit 6 is shown below.

Table 9. *An analysis of the questions in unit six of the fourth grade mathematics textbook*

	Topic Title	Sub-title		K	A	R	T
	Perimetry	Perimeters of square and rectangle	S-57	5	0	0	5
		Creating geometric shapes that have the same perimeter	S-58	0	0	1	1
		Solving and creating problems	S-59	0	7	0	7
	Planimetry	Planimetry of planar shapes	S-60	2	2	1	5
		Planimetry of square and rectangle	S-61	2	4	0	6
		Kilograms and grams	S-62	2	0	0	2
	Weighing	Mass measurement	S-63	0	1	0	1
6TH UNIT		Ton and mg usage areas	S-64	1	0	0	1
		Relationship between mass units of measure	S-65	2	0	0	2
		Solving and creating problems	S-66	0	5	1	6
	Liquid Measure	Liters and milliliters	S-67	2	2	0	4
		Using liters and milliliters	S-68	0	3	0	3
		Prediction in liquid measurement	S-69	0	0	1	1
		Solving and creating problems	S-70	0	4	1	5
	Unit Evaluation			7	12	4	23
	TOTAL			23	40	9	72
				32%	55%	13%	

K: Knowing, A: Applying R: Reasoning, S: “Let’s Study” section

According to Table 9, the sixth unit covered a total of 72 questions, 32% of which were at the level of “knowing”, 55% “applying” and 13% “reasoning”. Questions at the “knowing” level were aimed at calculating the perimeters of squares and rectangles with given side lengths, calculating a field by counting unit squares, converting mass and liquid measurement units. “Applying” level questions were seen to include routine problems for perimeter-field calculation, mass and liquid units of measure. Questions at the “reasoning” level involved such purposes as drawing different geometric shapes with the same perimeter, drawing shapes in accordance with the given field dimensions and creating problems for given situations.

Analysis tables for the Eighth Grade Mathematics Textbook are displayed below starting from the first unit. The questions were taken from in the “It's your turn” and “Unit evaluation” sections of the eighth-grade mathematics textbook. More than one “It's your turn (YT)” sections were found in each sub-heading, and numbered “It's your turn” sections are provided as intervals in the table. For example, “YT:1-5” represents a total of 6 “It's your turn” sections numbered from one to five.

Table 10. *An analysis of the questions the eighth grade mathematics textbook*

	Topic Title	Sub-title	YT	K	A	R	T
1ST UNIT	Multipliers and Multiples	Multipliers of positive integers	YT; 1-5	4	0	1	5
		LCM	YT; 6-7	1	5	0	6
		HCF	YT;8-12	4	11	0	15
	Exponential Numbers	Integer powers of integers	YT 13-18	5	4	0	9
		Resolving decimal notations	YT;19-21	2	1		3
		Very large and very small numbers	22-23	2	0	0	2
		Scientific notation of numbers	24--27	3	5	0	8
	Unit Evaluation			20	9	3	32
	TOTAL			41(51%)	35(44%)	4(5%)	80
2ND UNIT	Square Root Numbers	Square root expressions	YT;28-32	4	3	0	7
		Determining between which two numbers the square roots lie	YT;33-36	2	5	1	8
		Spelling formats of square root expressions	YT;37-41	4	1	0	5
		Multiplication and division in square root	YT;42-45	4	6	0	10
		Adding and subtracting square root expressions	YT;46-48	3	5	1	9
		Multipliers that result in natural numbers when multiplied by square root	YT;49-51	3	0	0	3
		Square root of decimals	YT;52-55	2	5	0	7
		Irrational numbers and real numbers	YT;56-60	3	4	0	7
	Data Analysis	Interpret line and column charts	YT;61-66	3	3	0	6
		Show data with appropriate graph	YT;67-71	0	3	2	5
	Unit Evaluation			19	11	1	31
	Total			47 (48%)	46 (46%)	5 (5%)	98
3RD UNIT	Probability of simple events	Identifying possible situations	YT;72-75	2	3	0	5
		Probability of an occurrence of an event	YT;76-79	3	14	0	17
	Algebraic expressions and identities	Algebraic expressions	YT 80-85	5	1	0	6
		Multiplication in algebraic expressions	YT 86-90	2	6	0	8
		Identities	YT;91-98	7	7	0	14
		Factorization	YT;99-106	5	6	0	11
	Unit Evaluation			19	20	1	40

	Total			43(42%)	57(56%)	1(1%)	101
4TH UNIT	Linear equations	First degree equations with one unknown	YT; 107-112	8	6	0	14
		Coordinate system	YT; 113-115	4	2	0	6
		Linear Relationships	YT; 116-120	0	6	1	7
		Graph of linear equations	YT; 121-125	3	4	0	7
		Real-life situations with linear relationships	YT;126	0	3	0	3
		Slope of the line	YT;127-130	4	0	0	4
	Inequalities	First degree inequalities with one unknown	YT;131-137	3	8	2	13
	Unit Evaluation			20	16	0	36
	Total			42(47%)	45(50%)	3(3%)	90
5TH UNIT	Triangles	Median, bisector, elevation in a triangle	YT;138-142	4	3	0	7
		Relationships between the sides of triangles	YT;143-145	9	0	0	9
		Relationships between angles and sides of a triangle	YT;146-148	4	1	0	5
		Triangle drawings	YT;149-152	0	5	0	5
		Pythagorean relation	YT;153-157	1	5	0	6
	Accompaniment similarity	Accompaniment similarity	YT-158-163	3	6	0	9
	Unit Evaluation			14	13	2	29
	Total			35(50%)	33(47%)	2 (3%)	70
6TH UNIT	Transformation geometry	Translation	YT;164-167	2	2	0	4
		Reflection	YT;168-170	3	2	0	5
		Sequential translation and reflection	YT;171-174	0	8	0	8
	Geometric objects	Fundamental elements and development of perpendicular prisms	YT;175-180	5	1	0	6
		Right circular cylinder	YT;181-184	3	3	0	6
		Surface fields of a right circular cylinder	185-186	12	11	0	23
		Volume of right circular cylinder	187--191	5	6	1	12
		Basic elements and development of a right pyramid	192--195	2	2	0	4
		Basic elements and development of a right cone	196	3	1	0	4

Unit Evaluation	24	11	3	38
Total	59	47	4	110
	53%	43%	4%	

K: Knowing, A: Applying, R: Reasoning, YT: "It is Your Turn"

Table 10 shows that the first unit included a total of 80 questions, 51% of which were at the level of "knowing", 35% "applying" and 4% "reasoning". Questions at the level of "knowing" were aimed at finding positive integers and prime factors in the given numbers after showing how to find them, finding the HCF-LCM of the given numbers, performing the exponential operations, solving decimal notations, writing large numbers as powers of 10, using and ranking numbers in scientific representations. The chapter consisted of question patterns that included purposes such as writing and sequencing. The "applying" level included questions consisting of routine problems related to the topics in the unit. At the "reasoning" level, questions were related to finding out what a number might be based on information given. At the "reasoning" level, questions in the unit evaluation section were taken from central exams of previous years.

The first unit had a total of 98 questions, 47% at the level of "knowing", 46% "applying" and 5% "reasoning". Questions at the "knowing" level were those designed to show square root expressions, find their place on the number line and perform four operations in square roots, determine rational-irrational numbers, interpret data in line and column graphs. While questions at the "applying" level covered routine calculations associated with real situations for square root expressions, those at the "reasoning" level were created to find the number closest to a certain point. The "reasoning" questions in the unit evaluation section were determined to be from the central exams of previous years.

Of the 101 questions in the third unit, 42% were for "knowing", 56% for "applying" and 1% for "reasoning" levels. Questions at the "knowing" level consisted of problems related to finding possible situations, writing algebraic expressions suitable for certain situations, simplifying algebraic expressions and distinguishing between equations and identities. "Applying" level questions included problems with probability and algebraic expressions. Questions at the level of "reasoning" in the unit evaluation section allow students to make inferences consciously about both divisibility and probability.

47% of 90 questions were at the level of "knowing", 50% "applying" and 3% at the level of "reasoning" in the fourth unit. While questions at the level of "knowing" included patterns such as inequality solutions, determining the dependent-independent variables, finding the coordinate values of the given points, "applying" questions were those formed by taking the questions in the inequality, equation and coordinate plane into the context of the problem. Question types for the level of "reasoning" were built on a given pattern equation and creating problems.

Among the 70 questions in the fifth unit, 50% were determined to be at the level of "knowing", 33% "applying" and 2% "reasoning". Questions at the "knowing" level were designed to find the bisector-median line in a triangle, find the angle in a triangle with the help of bisector-median line, find the other side of the triangle given two sides with the help of triangle inequality, finding the relationship between the sides of the triangles according to the relationship between the angles, finding and showing synonyms and similar triangles. Questions at the “applying” level encompassed those expressing situations to be calculated by transferring them to the problem context, drawing triangles with the help of ruler and protractor, drawing synonym and similar triangles. Questions at the “reasoning” level were asked in central exams in previous years. These consisted of two questions for students to find the values of the angles and sides by using their knowledge in the given situation.

Out of a total of 110 questions in the sixth unit, approximately 53% were at the level of “knowing”, 42% “applying” and 4% “reasoning”. Questions at the “knowing” level showed patterns such as saying the coordinates of the new images obtained as a result of the reflections, naming the vertical prisms, determining the edge lengths, finding the surface area and volume of the cylinder with the base radius and height according to the given formula, and writing the number of hundred corner vertices of the pyramid. Questions at the “applying” level were related to creating new shapes or coordinates resulting from reflection, showing reflections and translations in motifs, drawing prisms, pyramids and cones with edge lengths, and problems related to surface area and volume over cylindrical objects.

A reasoning problem is estimating the volume of a cylinder with the given base. Before the question here, students were given guidance on how to guess, though as guessing was at the root of the question, it was decided to include this question in the “reasoning” level. Unit evaluation questions included those about where a point on a given object would be when closed. These questions came from examples in central exams from previous years.

The analysis of the questions in both books according to cognitive domains is illustrated in Table 11.

Table 11. *Analysis of all questions in the 4th and 8th grade mathematics textbook by cognitive domains*

Grade Level	Knowing	Applying	Reasoning	Total
4th Grade	174(42%)	190(46%)	44(11%)	408(100%)
8th Grade	267(49%)	263(48%)	19(3%)	543(100%)

Table 11 suggests that 42% of the questions in the Fourth Grade Mathematics Textbook were at the level of “knowing”, 46% at the level of “applying” and 11% at the level of “reasoning”. Additionally, 49% of the questions in the Eighth Grade Mathematics Textbook were at the level of “knowing”, 48% at the level of “applying”, and 3% at the level of “reasoning”.

Results and Discussion

This study performed an in-depth analysis of questions in fourth and eighth grade mathematics textbooks in 2019-2020 according to TIMSS cognitive domains. Considering the number of questions in each book, the number of questions in the textbook for the fourth graders (408) was found to be less than those in the textbook for the eighth graders (544). The fact that the books at this grade level contain more questions is satisfactory as the eighth graders prepare for the centrally held High School Entrance Exam (LGS) for transition to secondary education. Upon analyzing the cognitive domains of the questions, the percentages of the questions at the level of "knowing", "applying" and "reasoning" in the fourth-grade textbook were 42%, 46% and 11%, respectively. As for the eighth grade, rankings varied as 49%, 48% and 3%. The percentages of questions in 2019 TIMSS at the "knowing", "applying" and "reasoning" domains for fourth graders were identified to be 40%, 40% and 20%, respectively, while it differed for eighth graders, showing 35%, 40% and 25% (Suna et al., 2020). In this way, the percentage of questions at the levels of "knowing" and "applying" was found to be higher than it should be, and that questions at the level of "reasoning" was less in both books. In addition, the Unit evaluation questions at the level of "reasoning" suggested that most of these questions had been asked in TIMSS or central exams in Turkey in previous years. The fact that "reasoning" level questions require higher level thinking skills than "knowing" or "applying" level questions may lead the students to perceive these questions as difficult. Students who encounter very similar or even the same questions in the central exams may have a negative attitude towards the exams with the thought that the tests are more challenging and complex. Therefore, it would be appropriate to find more original questions for "reasoning" level evaluation rather than directly associating the questions at this level with the central exams related to the topics in the books.

Upon examining the units and topics in the units separately, the titles of both textbooks were generated in line with the learning outcomes in the Mathematics Lesson Curriculum (MoNE, 2018). In this regard, studies on analyzing the cognitive domains of learning outcomes gain significance. Delil et al. (2020) analyzed primary school 1st-4th grade learning outcomes of TIMSS cognitive domains and concluded that the levels of "knowing", "applying" and "reasoning" for 4th graders were 53%, 34% and 13%, respectively. Likewise, Aktan (2019) evaluated 1st-4th grade learning outcomes based on Bloom's taxonomy and determined that very few of the learning outcomes were at the high-level cognitive level. Studies in available literature also confirmed that the questions in the textbooks are in line with the cognitive domains of the learning outcomes.

This study certified that the percentage of questions at the "reasoning" level was lower than expected, and that the percentage of "reasoning" questions in the eighth grade lagged behind the fourth-grade textbook. This may be directly related to the learning outcomes. In fact, the fourth-grade mathematics course outcomes were especially related to creating problems, and a large part of the questions at the "reasoning" level consisted of problem creation exercises. It is therefore recommended that the learning outcomes be revised in order to develop students' high-level thinking and reasoning skills.

Considering the "Let's study" sections of each sub-title within the units separately in the Fourth Grade Mathematics Textbook, the questions were largely not homogeneously distributed. In other words, all the questions in a “Let's study” section were either at the “knowing” or “applying” level. Unit evaluation questions showed a more homogeneous distribution. Namely, the number of “knowing” and “applying” questions was close in a Unit evaluation section, equating to the fact that the book is structured to enable students to gain practice by having them perform tasks it in the same way in the “Let's study” section after being taught how to perform a situation for an outcome before asking questions. To illustrate, if the student enjoys a learning outcome at the “knowing” level, first there are examples and answers from the book, and then there are questions very similar to the sample solutions in the “Let's study” sections. Taking the questions in the Eighth Grade Mathematics Textbook into consideration, more than one “It's your turn” sections were found in each sub-title in this book, though the questions seemed to be heterogeneously distributed among the “knowing” and “applying” levels. The general structure of the book was identified to include “It's your turn” sections regarding the explanation of a situation for a learning outcome, sample solutions and questions similar to the same sample solution. Therefore, the teaching style of both books suggested that a method was followed in the form of an explanation for the target learning outcome, sample questions on the topic along with asking the students to have similar questions. In other words, it is likely that the 2demonstration” technique predominates for the teaching of a concept. For instance, the student is shown step-by-step how to find the bisector and the median through use of the paper folding technique within the book. Despite supported by concrete materials, the teaching technique was not arranged in a way that students could reason and interpret results on their own. Within this scope, it is recommended that the teaching style of the book should be reconsidered.

When Turkey's TIMSS achievement from recent years is examined, it is seen that the scores increased for both grade levels in 2019. The cognitive domain of "knowing" increased the most for the fourth-graders, and the "reasoning" cognitive level for eighth-graders (Suna et al., 2020). As is known, the question types in the central exams for entry to secondary education (LGS) have been chosen from the types of questions that will allow students to reason and make inferences, especially in recent years. In the study conducted with secondary school mathematics teachers, Korkmaz et al. (2020) stated that teachers did not prefer to use textbooks actively and that they found it insufficient for LGS preparation. In this study, it is seen that question levels in the textbooks are not sufficient for Turkey, which aims to achieve higher goals in TIMSS every year. It is widely known that textbooks are distributed free of charge throughout the country. Since students have different opportunities in terms of school conditions and access to resources in our country, it is of great importance to make relevant changes such as better equipped content of the textbooks in terms of ensuring equality of opportunity.

References

Ababneh, E., Al-Tweissi, A. & Abulibdeh, K. (2016). TIMSS and PISA impact – the case of Jordan. *Research Papers in Education*, *31*(5), 542-555.

Aktan, O. (2019). İlkokul matematik öğretim programı dersi kazanımlarının yenilenen Bloom taksonomisine göre incelenmesi. *Pamukkale Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 48*, 1-18.

Aydın, M. (2016). Uluslararası öğrenci değerlendirmeleri bize ne söyler? E. Yılmaz, M. Çalışkan ve S. A. Sulak (Ed.), *Eğitim bilimlerinden yansımalar* içinde (ss. 213-226). Konya: Çizgi Kitabevi.

Beaton, A. E., Mullis, I. V. S., Martin, M. O., Gonzalez, E. J., Kelly, D. L. & Smith, T. A. (1996). *Mathematics achievement in the middle school years: IEA's third international mathematics and science study*. Chestnut Hill, MA, USA: TIMSS International Study Center.

Beckmann, S. (2004). Solving algebra and other story problems with simple diagrams: A method demonstrated in grade 4-6 texts used in Singapore. *The Mathematics Educator, 14*(1), 42-46.

Bilican, S., Demirtaşlı, R. N. & Kilmen, S. (2011). The attitudes and opinions of the students towards mathematics course: The comparison of TIMSS 1999 and TIMSS 2007. *Kuram ve Uygulamada Eğitim Bilimleri, 11*(3), 1277-1283.

Böge, H. & Akıllı, R. (2019). *Ortaokul ve imamhatip ortaokulu matematik 8 ders kitabı.* Ankara: Millî Eğitim Bakanlığı Yayınları.

Bulut A. S. (2016). *TIMSS sınavının öğretmen görüşleri açısından incelenmesi*. 1st International Academic Research Congress (INES), 3-5 Kasım. 2016, 2585-2592. Antalya. Erişim adresi: https://books.inescongress.com/publication-ines-2016-full-text-book-2.html

Cai, J. (1995). *A cognitive analysis of U.S and Chinese students' mathematical performance on tasks involving computation, simple problem solving, and complex problem solving*. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

Coşar, N. (2010). *İlköğretim 6. sınıf matematik ders kitaplarındaki problemlerin analizi*. Yayımlanmamış yüksek lisans tezi, Celal Bayar Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü, Manisa.

Creswell, J. W. & Miller, D. W. (2000). Determining validity in qualitative inquiry. *Theory into Practice, 39*(3), 124-130.

Çilingir, E. & Dinç-Artut, P. (2016). 4. Sınıf TIMSS 2011 matematik soruları ile matematik ders kitabındaki soruların bilişsel alanlara göre incelenmesi. *Electronic Turkish Studies*, *11*(21),79-94.

Delil, H. (2006). *An analysis of geometry problems in 6-8 grades Turkish mathematics textbooks.* Yayınlanmamış Doktora Tezi, Orta Doğu Teknik Üniversitesi, Ankara.

Delîl, A., Özcan, B. & Işlak, O. (2020). İlkokul matematik dersi öğretim programı kazanımlarının TIMSS-2019 değerlendirme çerçevesine göre analizi. *Manisa Celal Bayar Üniversitesi Sosyal Bilimler Dergisi, 18*(1), 270-282.

Erbas, A., Alacaci, C., & Bulut, M. (2012). A Comparison of mathematics textbooks from Turkey, Singapore, and the United States of America. *Educational Sciences: Theory & Practice, 12*(3), 2311-2330.

Fan, L., Zhu, Y. & Miao, Z. (2013). Textbook research in mathematics education: Development status and directions. *ZDM: The International Journal on Mathematics Education*, *45*(5), 633-646.

Gürlen, E., Demirkaya, A. & Doğan, N. (2019). Uzmanların PISA ve TIMSS sınavlarının eğitim politika ve programlarına etkisine ilişkin görüşleri. *Mehmet Akif Ersoy Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 52*, 287-319.

Güner, N., Sezer, R. & Akkuş-İspir, O. (2013). İlköğretim ikinci kademe öğretmenlerinin TIMSS hakkındaki görüşleri. *Pamukkale Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, *33*(1), 11-29.

İncikabi, L. (2012). After the reform in Turkey: A content analysis of SBS and TIMSS assessment in terms of mathematics content, cognitive domains, and item types. *Education as Change*, *16*(2), 301-312.

İncikabı, L. & Hartono, T. (2013). A comparative analysis of ratio and proportion problems in Turkish and the US middle school mathematics textbooks. *Journal of Kirsehir Education Faculty*, *14*(1), 1-15.

İncikabı, L., Mercimek, O., Ayanoğlu, P., Aliustaoğlu, F. & Tekin, N. (2016). Ortaokul matematik dersi öğretim programı kazanımlarının TIMSS bilişsel alanlarına göre değerlendirilmesi. *İlköğretim Online, 15*(4), 1149-1163.

İncikabı, L. & Tjoe, H. (2013). A comparative analysis of ratio and proportion problems in Turkish and the US middle school mathematics textbooks. *Journal of Kirsehir Education Faculty, 14*(1), 1-15.

İpek, J., Yılmaz-Turgut, G. & Tunga, Y. (2016). Matematik öğretmen adaylarının PISA ve TIMSS sınavları hakkındaki görüşleri. *International Journal of Innovative Research in Education, 3*(1), 32-41.

Kayapınar, A., Şahin N., Erdem G. & Şentürk-Leylek B. (2019). *İlkokul matematik 4.sınıf ders kitabı.* Ankara: Millî Eğitim Bakanlığı Yayınları.

Kılıç, H., Aslan-Tutak, F. & Ertaş, G. (2014). TIMSS merceğiyle ortaokul matematik öğretim programındaki değişiklikler. *Mersin Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 10*(2), 129-141.

Korkmaz, H. (2004). *Fen ve teknoloji eğitiminde alternatif değerlendirme yaklaşımları*. Ankara: Yeryüzü Yayınevi.

Kul, Ü., Sevimli, E. & Aksu, Z. (2018). A comparison of mathematics questions in Turkish and Canadian school textbooks in terms of synthesized taxonomy. *Turkish Journal of Education, 7*(3), 136-155.

Kulm G. & Capraro R. M. (2008). Textbook use and student learning of number and algebra ideas in middle grades. G. Klum (Ed.), *Teacher knowledge and practice in middle grades mathematics* in (pp. 255-272). Rotterdam, The Netherlands: Sense.

Li, Y. (2000). A comparison of problems that follow selected content presentations in American and Chinese mathematics textbooks. *Journal for Research in Mathematics Education*, *31*, 234-241.

Millî Eğitim Bakanlığı, (2018). *Matematik dersi öğretim programı.* Erişim adresi: http://mufredat.meb.gov.tr/ProgramDetay.aspx?PID=329

Martin, M. O., & Kelly, D. L. (1998). *TIMSS technical report.* Erişim adresi: https://timssandpirls.bc.edu/isc/publications.html

Miles, M. B. & Huberman, A.M. (1994). *Qualitative data analysis: an expanded sourcebook.* (2nd Ed.). USA: SAGE Publications.

Mullis, I. V. S., Martin, M. O., Foy, P., Kelly, D. L. & Fishbein, B. (2020). *TIMSS 2019 International Results in Mathematics and Science.* Boston College, TIMSS & PIRLS International Study Center.

Reçber, H. (2012). *Türkiye 8. sınıf matematik ders kitabındaki etkinliklerin bilişsel düzeylerinin programdakilerle ve ülkeler arası karşılaştırılması.* Yayınlanmamış Yüksek lisans tezi. Ankara Üniversitesi, Ankara.

Reys, B. J. & Reys, R.E. (2006). The development and publication of elementary mathematics textbooks: Let the Buyer Beware! *Phi Delta Kappan*, *87*(5), 377-384.

Suna H.E., Şensoy S., Parlak B., & Özdemir E. (2020). *TIMSS 2019 Türkiye ön raporu*. Erişim adresi: https://odsgm.meb.gov.tr/meb_iys_dosyalar/2020_12/10175514_TIMSS_2019_Turkiye_On_Raporu_.pdf

Stein, M.K., Remillard, J. & Smith, M.S. (2007). How curriculum influences student learning. In F. K. Lester, Jr., (Ed.), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning* (319–369). Information Age.

Şişman, M., Acat, M. B., Aypay, A. & Karadağ, E. (2011). *TIMSS 2007 ulusal matematik ve fen raporu 8. sınıflar*. Ankara: EARGED Yayınları.

Theisen, G. L. & Boakari, F. M. (1983). The underachievement of cross-national studies of achievement. *Comparative Education Review*, *27*(1), 46-68.

Törnroos, J. (2005). Mathematics textbooks, opportunity to learn and student achievement. *Studies in Educational Evaluation*, *31*(4), 315-327.

Yanpar-Şahin, T. & Yıldırım, S. (1999). *Öğretim teknolojileri ve materyal geliştirme.* Ankara: Anı Yayıncılık.

Yıldırım, A., Özgürlük, B., Parlak, B., Gönen, E., & Polat, M. (2016). *TIMSS 2015 ulusal matematik ve fen bilimleri ön raporu 4. ve 8. sınıflar.* Erişim adresi https://odsgm.meb.gov.tr/meb_iys_dosyalar/2017_06/23161945_timss_2015_on_raporu.pdf

Yıldırım, A., & Şimşek, H. (2016). *Sosyal bilimlerde nitel araştırma yöntemleri* (10. Baskı). Ankara: Seçkin.

KEFAD Cilt 23, (Özel Sayı), 2022

Ahi Evran Üniversitesi
Kırşehir Eğitim Fakültesi Dergisi

ISSN: 2147 - 1037

http://kefad.ahievran.edu.tr

Mathematics Teachers' Instructional Explanations and Estimation Skills about Area Measurement

Simge Sayın
Ümare Özdemir
Ayşe Tuğba Öner

Article Information

CrossMark

DOI: 10.29299/kefad.997703

Received: 20.09.2021
Revised: 26.02.2022
Accepted: 17.03.2022

Keywords:

Instructional Explanation,
Secondary School Mathematics Teachers,
Estimation Skill,
Measurement Estimation

Abstract

Teachers develop instructional explanations with their pedagogical content knowledge. These explanations are effective on students' learning. This study aims to determine instructional explanations of mathematics teachers about area measurement, whether they use measurement estimation skills in their instructional explanations, and what strategies they use if they do. The study was conducted with 12 middle school mathematics teachers within various years of experience. Instructional explanations were obtained by semi-structured interviews and analyzed descriptively according to understanding levels that were developed by Kinach (2002a). Measurement estimation skills were also examined. The study concluded that teachers' instructional explanations are mainly at the instrumental level. In the sub-categories of this level, they are mostly distributed as directly expressing the rules and relations and directly expressing how a procedure will be applied. Teachers made an instructional explanation by including the estimation skill in the question that obviously required estimation but did not mention estimation in other questions. The reference point strategy was used by teachers. Last, teachers' measurement estimation was found partially correct because of not using any numerical explanation about area measurement.

Matematik Öğretmenlerinin Alan Ölçme Konusuna İlişkin Öğretimsel Açıklamaları ve Tahmin Becerileri

Makale Bilgileri

CrossMark

DOI: 10.29299/kefad.997703

Yükleme: 20.09.2021
Düzeltme: 26.02.2022
Kabul: 17.03.2022

Anahtar Kelimeler:

Öğretimsel Açıklama,
Ortaokul Matematik Öğretmenleri,
Tahmin Becerisi,
Ölçüm Tahmini

Öz

Öğretmenler sahip oldukları pedagojik alan bilgisi doğrultusunda öğretimsel açıklamalar geliştirirler ve bu açıklamalar öğrencilerin öğrenmeleri üzerinde çok etkilidir. Bu çalışmanın amacı matematik öğretmenlerinin alan ölçme konusundaki öğretimsel açıklamalarını incelemek, öğretimsel açıklamalarında ölçüm tahmini becerisi kullanıp kullanmadıklarını tespit etmek ve kullanıyorlarsa hangi stratejiler olduğunu belirlemektir. Farklı kıdem yıllarına sahip 12 ortaokul matematik öğretmeni ile gerçekleştirilen çalışmada öğretimsel açıklamalar yarı yapılandırılmış görüşme formuyla elde edilmiş ve Kinach (2002a) tarafından geliştirilen anlama düzeyleri çerçevesinde betimsel olarak analiz edilmiştir. Ayrıca ölçüm tahmini becerileri de incelenmiştir. Öğretmenlerin öğretimsel açıklamalarının işlemsel düzeyde yoğunlaştığı, bu düzeyin alt kategorilerinde ise en çok, kural ve ilişkileri doğrudan ifade etme ve bir prosedürün nasıl uygulanacağını doğrudan ifade etme olarak dağıldığı belirlenmiştir. Öğretmenler tahmin gerektirdiği belli olan soruda tahmin becerisine yer vererek öğretimsel açıklama yapmış, diğer sorularda tahminden söz etmemişlerdir. Tahmine ilişkin yapılan açıklamalarda referans alma stratejisi kullanılmış, tahmin sonuçları sayısal veri içermediğinden kısmi tahmin olarak değerlendirilmiştir.

Sorumlu Yazar : Ayşe Tuğba Öner, Dr. Öğr. Üyesi, İstanbul Medeniyet Üniversitesi, Türkiye, tugba.oner@medeniyet.edu.tr, ORCID ID: https://orcid.org/0000-0001-9543-6576
Simge Sayın, Matematik Öğretmeni, Hasköy Ortaokulu, Türkiye, simgesayin51@gmail.com, ORDIC ID: https://orcid.org/0000-0002-8760-5074
Ümare Özdemir, Matematik Öğretmeni, Sezai Karakoç İHO, Türkiye, umareozdemir@gmail.com, ORCID ID: https://orcid.org/0000-0001-8337-8188
Bu araştırmaya, İstanbul Medeniyet Üniversitesi Eğitim Bilimleri Etik Kurulu'nun 07.06.2021 tarihli toplantısında 2021/06-25 sayılı yazısı ile etik açıdan uygunluk onayı verilmiştir. Bu araştırma 14. Ulusal Fen Bilimleri ve Matematik Eğitimi Kongresi'nde (UFBMEK) sözlü bildiri olarak sunulan çalışmanın genişletilmiş versiyonudur.
Atıf için: Sayın, S., Özdemir, Ü., & Öner, A. T. (2022). Matematik öğretmenlerinin alan ölçme konusuna ilişkin öğretimsel açıklamaları ve tahmin becerileri. *Kırşehir Eğitim Fakültesi Dergisi, 23*(Özel Sayı), 84-127.

Giriş

Her derste olduğu gibi matematik dersinde de en önemli rollerden birisini öğretmen üstlenir. Öğretmen, öğretim programları çerçevesinde rehber (Altun, 2004) rolü üstlenerek dersin yürütülmesini sağlayan temel kişidir. Öğrenme-öğretme süreçlerinde bir öğretmende aranan en kritik özellik öğretmenin matematik alan bilgisidir ki; bu bilgi matematik öğrenme-öğretme sürecinde varılmak istenen sonuçlara ve hedeflenen matematiksel kavramların öğrenme ve uygulanabilme düzeyine ulaşmada öğretmenin matematiği öğretmek için en iyi şekilde nasıl yapılandırdığıyla ilişkilidir (Shulman, 1986). Matematiği öğretmek için yapılandırılan bu bilgi, pedagojik alan bilgisi olarak adlandırılmaktadır ki (Shulman, 1986), matematikçiler ile matematik eğitimcilerini birbirinden ayıran özelliktir. Öğretmen, sahip olduğu matematiksel bilgiyi, pedagojik alan bilgisi sayesinde öğrencinin bilişsel düzeyine uygun olarak ve matematiğin soyut dünyasını anlaşılır kılacak şekilde öğretimsel olarak açıklar (Ma, 2010). Öğretimsel açıklamalar matematik öğretmeninin matematik dersi bağlamında öğrenciye sunduğu tüm içeriktir (Leinhardt, 2010) ve "bir öğrenci ya da öğrenci grubuna özel bir öğretim amacıyla tasarlanmış açıklamalardır" (Leinhardt ve Steele, 2005, s. 90).

Öğretmenlerin matematik alan bilgileri ile bu bilgileri anlama düzeyleri öğretimsel açıklamalarına doğrudan yansımaktadır (Kinach, 2002a; 2002b). İyi öğretimsel açıklamanın nasıl olacağına ve nelere bağlı olduğuna ilişkin matematik öğretmen adaylarıyla çalışan Kinach (2002a; 2002b), öğretmenlerin öğretimsel açıklamalarının matematiği anlama düzeyleriyle ilişkili olduğunu ifade etmiş ve matematiği anlama düzeylerini sınıflandırmıştır.

Anlama Düzeyleri

Çalışmanın teorik çerçevesini Kinach (2002a) anlama düzeyleri oluşturmaktadır. Kinach (2002a), öğretimsel açıklamalara ilişkin kuramsal yapıyı Skemp (1978) tarafından ortaya konulan işlemsel (instrumental) ve ilişkisel (relational) olarak matematiği anlama ayrımını kullanıp, Perkins ve Simmons (1988)'ın geliştirdiği matematiksel ve bilimsel kavramları derinlemesine anlamaya ait bilgi düzeyleri olan içerik/konu (content), kavram (concept), problem çözme, epistemik ve araştırma/sorgulama (inquiry) düzeyleri üzerinde değişiklikler yaparak inşa etmiştir. Böylelikle Kinach anlama düzeylerini işlemsel ve ilişkisel olarak iki kısımda ayırmıştır. İçerik/konu (content) düzeyi anlama işlemsel anlama olarak; kavram, problem çözme, epistemik ve araştırma/sorgulama düzeylerini ise ilişkisel anlama altında sınıflandırmıştır. Bu düzeyler hiyerarşik olmamakla beraber sadece bilgi ya da anlama düzeylerini belirtmek amacıyla tasarlanmış aynı zamanda birbirlerinden ayrık değillerdir yani bir düzeyde yaşanan durum kişinin bakış açısına göre diğerine ait de olabilir. İşlemsel düzeyi anlama ki içerik/konu düzeyi anlama da denilebilir, matematiksel bilgi doğrudan sunulur ve kurallar, formüller, ezberlenecek öğeler yer alır, matematiksel bilginin dayanaklandırılması, ilişkilendirilmesi söz konusu değildir, bilgi sadece işlemleri sürdürecek kadardır

(Kinach, 2002a). Bu düzeyde bilgi öğrenciler tarafından kazanılmak yerine direkt alınır ve en yüzeysel anlama düzeyidir.

İlişkisel düzey anlamanın ilk sınıfı olan kavram düzeyi anlama, matematiksel bilginin ön öğrenmelerle ilişkilendirilmesinin yapıldığı, tanım, kural ve işlemlerin ne anlama geldiğinin açıklandığı, sayı doğrusu, cebir karoları gibi materyallerin kullanılmasıyla altta yatan matematiksel fikirlerin ortaya çıkarılmasının amaçlandığı, örüntülerin ve ilişkilerin belirlendiği düzeydir (Kinach, 2002a). Analitik stratejilerden yararlanarak alternatif çözümler üzerinde sorgulama ve tartışmanın yapıldığı, çözüme ilişkin yapılacakların problem bağlamının mantığından, hikayesinden ve matematiksel sembollerin anlamından çıkarılmasının amaçlandığı düzey problem çözme düzeyi anlama olarak tanımlanmıştır (Kinach, 2002a). Bu düzeyde örüntü bulma, benzer problem çözme, geriye doğru çalışma veya bir durumu farklı durumlara uygulama gibi problem çözmeye yönelik adımlar da mevcuttur. Matematiksel bağlantıların sebeplerinin bilimsel olarak ispatlandığı, bilginin kaynağı ya da nasıl test edildiği gibi bilgiye dair bilgilerin olduğu düzey ise epistemik düzey anlamadır (Kinach, 2002a; 2002b). Yeni bir bilginin ya da teorinin üretildiği, öğrencilerin yeni matematiksel ilişkiler keşfetmeye yöneldikleri, problem kurdukları ve sorguladıkları araştırma/sorgulama düzeyi anlama (Kinach, 2002a) olarak tanımlanmıştır. Eğer bir sınıf ortamında bir kavram öğretimi anlatarak oluşturuluyorsa araştırma/sorgulama düzeyi anlamanın ortaya çıkması mümkün değildir (Kinach, 2002a).

Kaliteli öğretimsel açıklamalar, öğrencilerin önceki kavram ve becerilerinin üstüne inşa edilmesi, onların kavram yanılgılarını ve yaşadıkları zorlukları dikkate alarak hazırlanması, dikkatle seçilmiş gösterimlerin ve aralarındaki bağlantının kullanılması, anlamlı ve doğru bilgilerin sunulması ve işlemde yer alan adımların anlamlandırılarak tanımlanması gibi özellikleri içermelidir (Charalambous, Hill ve Ball, 2011). Öğretmenin uygulamak istediği öğretim modeli, modelin uygulanış biçimi, ders kitabı içerikleri, öğretmenin kullandığı benzetmeler, günlük yaşamla ilişkilendirme çabaları ve analojiler, öğrencinin öğrenme eyleminde neyi, ne kadar ve nasıl öğreneceğini çok derinden etkilemektedir (Bingölbali ve Özmantar, 2015) ve bu bağlamda öğretimsel açıklamaların doğru seçilmemesi öğrencinin kavram yanılgıları oluşturmasına ya da ezberleyerek anlamlı bir öğrenme gerçekleştirememesine neden olabilir. Öğretimsel açıklamaların farklı çerçevelerle incelendiği (bkz. Baki, 2013; Charalambous ve diğerleri, 2011; Karakuş, 2017; Levenson, Tirosh ve Tsamir, 2006; Sırmacı ve Gökkurt Özdemir, 2016; Thanheiser, 2009) görülmektedir; ancak Kinach (2002a,200b) tarafından sunulan matematiksel kavramları anlama düzeyleri kullanılarak öğretimsel açıklamaların incelendiği çalışmalar özellikle sayılar ve işlemler öğrenme alanlarında yoğunlaşmaktadır (bkz. Alkan, 2016; Gökkurt, Şahin ve Soylu, 2012; Kinach 2002a, 2002b; Korkmaz, 2021; Toluk Uçar, 2010, 2011). Ayrıca veri işleme (Akyıldız, 2019) ve cebir (Güler ve Çelik, 2016) öğrenme alanlarında da sınırlı sayıda çalışma bulunmaktadır. Çalışmalar, sınıf öğretmeni adayları (Toluk Uçar, 2010, 2011), matematik öğretmeni adayları (Akyıldız, 2019; Güler ve Çelik, 2016; Kinach, 2002a, 2002b; Toluk, 2011), sınıf öğretmenleri (Korkmaz, 2021) ve matematik öğretmenleri (Alkan, 2016; Gökkurt ve diğerleri, 2012; Korkmaz, 2021) ile gerçekleştirilmiştir. Bu çalışmaların bulguları incelendiğinde ise katılımcılar öğretmen adayı da olsa öğretmen de olsa öğretimsel açıklamalarının yoğunlukla işlemsel düzeyde olması (Alkan, 2016; Akyıldız, 2019; Gökkurt ve diğerleri, 2012; Güler ve Çelik, 2016; Kinach 2002a, 2002b; Korkmaz, 2021; Toluk Uçar, 2010, 2011) dikkat çekici bir sonuçken, ilişkisel düzeyde (Akyıldız, 2019; Kinach 2002a, 2002b) özellikle kavram (Alkan, 2016; Güler ve Çelik, 2016) ve problem çözme (Korkmaz, 2021) anlama düzeyinde sınırlı sayıda katılımcı açıklaması olduğu görülmektedir.

Ölçüm Tahmini

Ölçme; günlük yaşamda örnekleri sıkça görülen, önemli bir konu olduğu herkes tarafından ifade edilen (Zembat, 2015), Millî Eğitim Bakanlığı (MEB) matematik dersi öğretim programında (1-8. sınıflar) her sınıf seviyesinde yer alan matematik öğrenme alanlarından biridir. Matematiğin temel konularından olan ölçme konusuna ilişkin öğrencilerin öğrenme çıktıları incelendiğinde, ölçme kavramlarını öğrenmede ve bu kavramları ilişkilendirmede güçlük yaşadıkları ve formülleri ezberleyerek sonuca ulaşmaya çalıştıkları görülmüştür (Dağlı, 2010; Tan Şişman ve Aksu, 2009).

Tahmin konusu yığın tahmin, işlemsel tahmin ve ölçüm tahmini olarak üç başlık altında incelenmiştir (Berry, 1998; Dowker, 1992). Birden fazla nesnenin bir araya geldiğinde oluşturduğu çokluğun sayısının belirlenmesi yığın tahmin (Akkuşçi, 2019), matematiksel işlem ve matematik problemlerinin sonucunu bulmada hesaplama yapmadan, en uygun ve gerçeğe yakın sonuçlar verilmesi işlemsel tahmin (Dowker, 1997), bir nesnenin ölçülerinin ölçme aracı kullanılmadan yaklaşık olarak belirlenmesi ise ölçüm tahmini (Budak, 2019) olarak tanımlanmıştır.

Tahmin, ölçmenin günlük yaşama yansıdığı, aynı zamanda da öğrencilerin zorlandığı bir beceridir ve bu nedenle ölçme konularının öğretimi yapılırken tahmin içeren örneklere, etkinliklere yer verilmesi öğrencilerin tahmin becerisini kazanmalarına ve geliştirmelerine imkan vermektedir (Satan, 2020). Kişiler günlük yaşamda sıkça kullanılan tahmin becerisinde sonuca en yakın değere ulaşmak için çeşitli kısa yollar kullanırlar, bu kısa yollar da tahmin stratejisi olarak ifade edilmektedir (Van de Walle, Karp ve Bay-Williams, 2019). Ölçüm tahmininde kullanılan bazı stratejiler; birim tekrarı, fiziksel olarak orada olan ya da olmayan bir refensla karşılaştırma, sıkıştırma, alt bölümlere ayırma, ön bilgileri kullanma, zihinsel metre olarak ifade edilmektedir (Gooya, Khosroshahi ve Teppo, 2011).

Ölçüm tahmini ve kullanılan stratejiler ile ilgili çalışmalar incelendiğinde öğrencilerin ölçüm tahmini stratejilerini kullanmada zayıf oldukları görülmüştür (Bulut ve Şener, 2017; Kumandaş ve Gündüz, 2014; Tekinkır, 2008). Ayrıca sınıf düzeyinin artmasıyla kullanılan ölçüm tahmini stratejileri de zenginleşmektedir (Kumandaş ve Gündüz, 2014; Siegel, Goldsmith ve Madson, 1982; Tekinkır, 2008). Boz Yaman ve Bulut (2017) öğretmenler ile yaptıkları çalışmada öğretmenlerin genel olarak tahmin becerilerinin ve kullanılan stratejilerin farkında olmalarına rağmen, öğretimde bu becerilere çok fazla yer vermediklerini belirtmişlerdir.

Ölçmenin matematiğin önemli ve temel konularından olması, ölçmenin alt öğrenme alanları olan uzunluk ölçme, alan ölçme, hacim ölçme ve ölçü birimlerinin dönüştürülmesi gibi konularında öğrencilerin formül odaklı hareket etmeleri ve yaşadıkları zorluklar (Tan Şişman ve Aksu, 2009), MEB matematik öğretim programının özel amaçları ve kazanımları arasında tahmin becerisinin önemli bir beceri olarak yer alması ve ayrıca kazanımlarda da değinilmesi, ancak öğretmenlerin derslerinde tahmin becerisine yeteri kadar yer vermemeleri (Boz Yaman ve Bulut, 2017), alanyazında ölçme alanına ve özelinde de alan ölçmeye ilişkin öğretimsel açıklamaları konu edinen bir çalışmaya rastlanılmamış olması sebebiyle bu çalışmanın alanyazına katkı sağlayacağı düşünülmektedir. Alanyazında öğretmen veya öğretmen adaylarının öğretimsel açıklamalarının işlemsel düzeyde yoğunlaşıyor olması bilginin kurallar ve prosedürlere bağlı olarak öğrencilere aktarılmasına, dolayısıyla öğrencilerde kavramsal bir anlamanın oluşmamasına sebep olabilmektedir. Alan ölçme kavramına dair matematik öğretim programında yer alan kazanımlar incelendiğinde ise öğrencilerden beklenenin verilen bir geometrik şeklin alan bağıntısını oluşturma olduğu görülmektedir (MEB, 2018). Öğrencilere kazandırılmaya çalışılan bu hedefler kavramsal anlamayı gerektirirken, matematik öğretmenlerinin bu konulara dair anlamalarının öğrencilerin anlama düzeylerini etkileyeceği göz önünde bulundurulduğunda, öğretmenlerinin öğretimsel açıklamalarının hangi matematiksel anlama düzeyinde olduğunu belirlemenin incelenmesi büyük önem taşımaktadır. Ayrıca bu açıklamalarda tahmin becerisine ne kadar yer verildiğinin araştırılması da bir başka değinilmesi gereken noktadır çünkü matematik öğretim programında özellikle tahmin becerisinin kazandırılmasına yönelik açıklamalar yer almaktadır (MEB, 2018).

Çalışmanın amacı matematik öğretmenlerinin alan ölçme konusunda oluşturdukları öğretimsel açıklamaları Kinach (2002a) matematiği anlama düzeyleri bağlamında değerlendirmek, öğretimsel açıklamalarında tahmin becerisi kullanıp kullanmadıklarını tespit etmek ve kullanıyorlarsa hangi stratejiler olduğunu belirlemektir. Bu amaçla şu araştırma sorularına yanıt aranmıştır:

1. Matematik öğretmenlerinin alan ölçme konusuna yönelik öğretimsel açıklamaları anlama düzeylerine göre incelendiğinde nasıldır?

2. Matematik öğretmenlerinin alan ölçme konusuna yönelik öğretimsel açıklamaları tahmin becerisi kullanımı açısından nasıldır?

Yöntem

Matematik öğretmenlerinin alan ölçme konusuna ait matematik problemlerinin çözümünde kullandıkları öğretimsel açıklamaları anlama düzeyleri bağlamında ortaya çıkarmak ve ölçüm tahmini becerilerine yer verip vermediklerini belirlemek amacıyla tasarlanmış bu çalışma nitel bir araştırmadır. Bu tip araştırmalar, "gözlem, görüşme ve doküman analizi gibi nitel veri toplama yöntemlerinin kullanıldığı, algıların ve olayların doğal ortamında gerçekçi ve bütüncül bir biçimde ortaya konmasına yönelik nitel bir sürecin izlendiği" (Yıldırım ve Şimşek, 2016, sy. 41) araştırmalardır. Genel nitel araştırmalar (generic qualitative inquiry), nitel yöntemlerin kullanıldığı ancak bilinen nitel araştırma yaklaşımlarının (durum çalışması, olgubilim gibi) herhangi birisinin seçilmediği ve sadece araştırma sorusunun cevaplandırılmaya çalışıldığı araştırmalardır (Patton, 2015). Bu çalışmada matematik öğretmenlerinin alan ölçme konusuna dair öğretimsel açıklamalarının anlama düzeylerine göre belirlenmesi ve tahmin becerisine yer verip vermediklerinin, veriyorlarsa ne gibi strateijler kullandıklarının tanımlanması amaçlandığı için Patton (2015)'ın belirttiği genel nitel araştırma kullanılmıştır. Öğretimsel açıklamaları belirlemek için sınıf ortamında gözlem ya da görüşme gibi farklı yollar kullanılabilir. Görüşmelerin kişilerin düşüncelerini, duygularını açığa çıkarmada kullanılan güçlü bir yöntem (Bogdan ve Biklen, 1992) oluşu ve aynı zamanda çalışmanın yürütüldüğü dönemde salgın sebebiyle sınıf ortamında gözlem yapmanın zorlayıcı olmasından dolayı görüşme yoluyla veri elde etmenin daha uygun olacağı düşünülmüştür. Çalışmada kuramsal çerçeve olarak kabul edilen ve Kinach (2002a) tarafından uyarlanmış olan matematiği anlama düzeyleri kullanılarak betimsel analiz yoluyla veri analizi gerçekleştirilmiştir.

Çalışma Grubu

Araştırmanın çalışma grubu, amaçlı örnekleme yöntemi ile belirlenmiştir. Nitel çalışmalarda çalışma grubuna karar verilirken genelleme yapmaktan ziyade ayrıntılı açıklama yapmak amaçlandığından (Creswell, 2012) katılımcıların seçiminde çalışmanın amacına uygun olarak belli bazı kriterlere uyup uymadıklarına dikkat edilir (Johnson ve Christensen, 2014). Bu çalışmada yer alan katılımcılar için aranan ilk kriter öğretmenlerin ortaokul matematik öğretmeni olmalarıdır. İkinci kriter ise öğretmenlerin kıdem süreleridir. Öğretmenlerin öğretim deneyimleri arttıkça kavramsal bilgilerinin de geliştiği (Abd-El-Khalick, 2006; Roehrig ve Nam, 2011), deneyim süreleriyle düşünce ve öğretimsel uygulamalarında da farklılıklar olduğu (Borko ve Livingston, 1989; Leinhardt, 1989; Niess, 2005) göz önünde bulundurularak, katılımcılarda aranacak kıdem süreleri 1-5 yıl, 6-10 yıl ve 10 yıl ve üstü şeklinde gruplandırılmıştır. Öncelikle kaç katılımcı ile çalışmanın gerçekleştireceğine karar verilmiştir. Katılımcı sayısı belirlenirken Guest, Bunce ve Johnson (2006) veri doygunluğuna ilişkin yaptıkları çalışmada ilk altı görüşmeyle en temel temaları üretmede, 12 görüşmeyle ise %90 üzerinde doygunluğa; ayrıca Francis ve diğerleri (2009) ise, on ile 17 görüşmeyle veri doygunluğuna ulaştıkları göz önünde bulundurularak 12 katılımcıda karar kılınmıştır. Katılımcıların her birinin kıdem yıllarına göre eşit sayıda (i.e. 1-5 yıl 4 katılımcı, 6-10 yıl 4 katılımcı, 10 yıl ve üstü 4 katılımcı) olmasına dikkat edilmiştir. Creswell (2012) örnekleme stratejilerinin veri toplamaya başlamadan ya da veri toplamaya başladıktan sonra olmak üzere farklılık gösterdiğini belirtmiştir. Araştırmacılar bu aşamada her bir kıdem süresi kategorisinde katılımcı elde edebilmek için veri toplamaya başlarken amaçlı örnekleme stratejilerin birisi olan kartopu örnekleme (Creswell, 2012) ile mülakat esnasında katılımcılara farklı kıdem sürelerinde olan ortaokul matematik öğretmeni tavsiye etmelerini istemiş ve bu şekilde amaçladıkları farklı kıdem sürelerinde olan 12 katılımcıya ulaşılarak çalışma gerçekleştirilmiştir. Katılımcılardan çalışmada yer almak istediklerine dair onayları aydınlatılmış onam formu ile alınmıştır.

Veri Toplama Aracı

Çalışmada ortaokul matematik öğretmenlerinin alan ölçme konusundaki öğretimsel açıklamalarının Kinach (2002a)'ın geliştirdiği anlama düzeyleri bağlamında belirlenmesi ve ölçüm tahminine yönelik kullandıkları stratejilerin açığa çıkarılması amacıyla görüşme soruları kullanılmıştır. Araştırmacılar tarafından sekiz açık uçlu matematik sorusundan oluşan görüşme soruları, ilk olarak uzman görüşüne sunulmuştur. Üç tane matematik eğitimi uzmanından görüş alınmıştır. Bu görüşlere göre; soruların sıralaması değiştirilmiş, soruyu oluşturan ifadelerde düzenlemeler yapılmış, benzer nitelikte olduğu düşünülen sorular azaltılmış ve öğretmenlerden istenenin ne olduğunun anlaşılması için ilave açıklamalar eklenmiştir. Bu düzenlemeler ile görüşme sorularının sayısı altıya indirilmiştir. Uzman görüşü sonrasında görüşme soruları üzerinde revizyon ihtiyacı olıp olmadığına karar vermek amacıyla pilot görüşmeler yapılmıştır. İlk pilot görüşmenin sonrasında görüşme sorularının sonuncusunda sorunun içeriğinde yer alan farklı iki araba türü katılımcı tarafından anlaşılamadığı için bu soruya söz edilen arabalara ait görseller eklenmiştir. İkinci pilot görüşme yapılmış ve sonrasında herhangi bir düzenlemeye gerek duyulmamıştır. Çalışmanın gerçekleştirileceği 12 katılımcı ile pilot görüşmeler sonrasında karar kılınan altı soru ile mülakatlar yapılmıştır. Görüşme sorularının ilkinde öğretmenlerden 5. sınıf öğrencisine "alan" kavramını nasıl açıkladığını anlatmaları istenmiştir. İkinci soruda bir dik üçgen verilmiş ve altıncı sınıf öğrencilerine dik üçgenin alanının hesaplanmasına dair nasıl bir açıklama yaptıkları sorulmuştur. Üçüncü soruda yedinci sınıf öğrencilerine köşegen uzunlukları bilinen eşkenar dörtgen şeklindeki bir fayans ile alanı bilinen bir bölgenin kaplanması durumunda ihtiyaç duyulacak fayans sayısının bulunmasına yönelik işlemlerin yapılması ve açıklanması, dördüncü soruda dikdörtgensel bir bölgenin karesel bölgelere ayrılmasının ortaokul düzeyinde öğrencilere açıklanması, beşinci soruda farklı alanlara sahip dikdörtgensel bölgelerin bir araya gelmesiyle oluşan karesel bölgenin kenar uzunluğunun bulunmasına ilişkin açıklamaların yapılması istenmiştir. Sonuncu soruda sedan ve pickup iki araç görselinin yer aldığı ve araçlara ait otopark bölmelerinin alanlarının tahmin edilmesinin istendiği bir probleme dair nasıl öğretimsel açıklama yaptıkları sorulmuştur. Yarı yapılandırılmış görüşmeler esnasında katılımcının çözümde yer verdiği ancak açıklamadığı birim dönüştürme işlemlerine dair araştırmacılar tarafından ek sorular yöneltilmiştir. Aşağıda bu ek sorulara örnekler sunulmuştur

"Peki hocam, çevirme aşamasında yani m^2'den cm^2'ye çevirme aşamasında nasıl bir açıklama yapardınız?"

"Onu nasıl hatırlatırsınız hocam? 7.sınıftaki öğrenci onu kazanım olarak görmüyor 6. Sınıfta alan ölçü birimlerini görüyor. O dönüşümü hatırlatmanız gerektiğinde ne dersiniz nasıl açıklarsınız?"

Veri Toplama Süreci

Araştırmanın verileri bir video konferans platformu üzerinden, 12 ortaokul matematik öğretmeniyle yarı yapılandırılmış görüşmeler sonucunda elde edilmiştir. Yarı yapılandırılmış görüşme ile katılımcının düşüncelerini derinlemesine açıklamasına (Büyüköztürk, Kılıç Çakmak, Akgün, Karadeniz ve Demirel, 2020), öğretimsel açıklamalarına yön veren temel fikirlerini anlatmasına ve ölçüm tahmine yönelik açıklamalarının ne olduğunun anlaşılmasına imkân sunulmuştur. Görüşme sırasında, görüşme soruları ekrana yansıtılmış ve katılımcıdan, her bir sorunun çözümüne ilişkin, soruda ifade edilen öğrenci sınıf seviyesine uygun olarak ne tür işlemler, anlatımlar yapacağını açıklanması istenmiştir.

Veri Analizi Süreci

Verilerin analiz edilmesine görüşme kayıtlarının transkripsiyonu ile başlanmış ve elde edilen metinlerin betimsel analizi yapılmıştır. Bu aşamada öğretmenlerin öncelikle alan ölçmeye dair bilgisinin doğrulu kontrol edilmiş, eğer sorunun çözümü yanlış ise öğretmenlerin cevapları analize dahil edilmemiştir. Öğretmenlerin öğretimsel açıklamaları Kinach'ın (2002a) geliştirmiş olduğu anlama düzeylerine göre incelemiştir. Bu aşamada Alkan'nın (2016) öğretimsel açıklamalara ilişkin Kinach'ın (2002a) geliştirmiş olduğu anlama düzeylerine dair oluşturduğu alt kategoriler baz alınarak öğretimsel açıklamaların kategorilerine karar verilmiştir. Alkan (2016) işlemsel düzeye ait; tanımı doğrudan ifade etme (İB1), kural ve ilişkileri doğrudan ifade etme (İB2), bir prosedürün nasıl uygulanacağını doğrudan ifade etme (İB3) olarak üç alt kategori belirlemiştir. Araştırmacılar tarafından Alkan'ın (2016) işlemsel düzeyde belirlediği bu üç alt kategoriye ek olarak matematiksel öğretim "hileleri" (İB4) dördüncü alt kategori olarak eklenmiştir. Bu kategorinin dahil edilmesinde Toluk Uçar (2011)'ın elde etmiş olduğu sonuçlardan ve Kinach'ın (2002a) bahsettiği mantıksal hilelerden yola çıkılarak karar verilmiştir. Matematiksel öğretim hileleri; öğretmenlerin öğretimsel açıklamalarının matematiksel nedenlere dayanmadığı, bir tür kolay ya da akılda kalıcı hikaye, benzetme gibi durumlardan oluşmaktadır (Kinach 2002a; Toluk Uçar, 2011). İlişkisel düzeyde yer alan her bir anlama düzeyini de kendi içinde üç alt kategoriye ayıran Alkan (2016) kavramsal düzeyi açıklayıcı düzey olarak tanımlamış ve bu düzeyde, tanımın ne anlama geldiğini açıklama (AB1), ilişki ve özelliklerin ne anlama geldiğini açıklama (AB2), çözüm adımlarını ve gerekçelerini açıklama (AB3) şeklinde alt kategoriler geliştirmiştir. Problem çözme düzeyini de, açıklamalarında modelleme gibi analitik stratejilerden yararlanma (PB1), kavramın anlamlarını bir problem durumu içerisinde kullanma (PB2), bir problemi farklı problem çözme stratejilerinden yararlanarak çözme (PB3); epistemik düzeyi ise, açıklamalarında matematiksel bilginin (ilgili konu kapsamında) kaynağına ve gelişimine vurgu yapma (EB1), açıklamalarında matematiğin diğer disiplinlerdeki rolüne vurgu yapma (EB2), matematiksel ilişkilerin altında yatan nedenleri gerekçelendirerek ispatlama (EB3) olarak belirlemiştir (Alkan, 2016). Alkan (2016), sonuncu anlama düzeyi olan araştırma/sorgulama düzeyine ait alt kategoriler belirtmediği için, araştırmacılar Kinach'ın (2002a) açıklamaları doğrultusunda araştırma/sorgulama düzeyine yönelik alt kategorileri şu şekilde belirlemiştir: Açıklamalarında öğrencileri yeni matematiksel ilişkileri keşfettirmeye yönlendirme (SB1), yeni problem durumları kurdurmaya yönelik çalışmalar gerçekleştirme (SB2), ve kavramları sorgulayıcı yaklaşımlara yer verme (SB3). Tablo 1'de bu çalışmada yer alan katılımcılar tarafından verilen cevaplar kullanılarak, bazı öğretimsel açıklamaların alt kategorilerine ait örnek cümlelere yer verilmiştir.

Tablo 1. *Örnek öğretimsel açıklama alt kategorileri*

Öğretimsel Açıklama Kategorisi	Katılımcının açıklaması
Örnek 1: İB3	14 m² bir alan döşemek için… Önce tabii ki bunun alanını bulması gerekiyor. Eşkenar dörtgenin alanını bulması gerekiyor. e çarpı f bölü 2'den bunun alanını buldurup daha sonra bütün alanı böldürmem gerekiyor
Örnek 2: AB2/AB3	Şimdi mesela dikdörtgenin alanını önceden biliyorlar. Hani 5. Sınıfta, onun yarısı olduğunu gösterebilirim, kâğıt kesilebilir ya da dikdörtgenin alanını buldurup bunun köşegen yardımıyla ayrıldığını, tam iki parçaya bölündüğünü söyleyip hani o yüzden üçgenin alanında taban çarpı yükseklik bölü iki kullandığımızı o şekilde anlatırım yani.
Örnek 3: İB2	Sonrasında zaten biz 7. sınıf öğrencilerine eşkenar dörtgen formülünü veriyoruz. Yani köşegen uzunlukları çarpım bölü 2. Sonra da kaplamak istediğimiz alanın içerisinde bu eşkenar dörtgenin alanından kaç tane var, diye yaptırırdım.
Örnek 4: İB4	Kamile Hanım damda, Mehmet dayım camda, merhaba merbaha, diye. Yani bu tekerleme aslında öğrencilerin hani zihninde çok daha kalıcılık ortaya çıkartıyor ve bu sayede hani öğrenci birim dönüştürmede çok fazla sıkıntı ortaya çıkarmıyor.
Örnek 5: AB1	Ben önce uzunluk kavramıyla başlıyorum, başlamayı tercih ediyorum. Tek boyuttan iki boyuta geçmiş oluyoruz. Alan kavramıyla birlikte tek boyuttan iki boyuta geçmiş oluyoruz. Öncelikle bu farkındalığı oluşturmaya çalışıyorum. Alanda artık karşımıza bir yüzey çıkıyor. Bu tabii kare olabilir, üçgen alabiliyor, dikdörtgen olabilir, daire olabilir. İlerleyen zamanlarda 7'nci sınıfta eşkenar dörtgen yamuk vs olabilir. Ama ilk etapta dediğim gibi ikinci boyuta geçtiğimizden bahsediyorum. İkinci boyutu olduğu için artık burada bir en ve bir boydan söz edebiliriz. Bu aradaki yüzeyi doldurduğumuzu anlatıyorum. Bunun için bazen dinamik yazılımlar kullanıyoruz, bazen tahtaya çizimler yapabiliyoruz.

Örneğin katılımcı Ö3 eşkenar dörtgenin alanına ilişkin soruda Tablo 1'de yer alan örnek 1'deki açıklamayı yapmıştır. Ö3 bu açıklamasında alanın bulunmasına ilişkin sadece işlem adımlarından söz etmiş yani bir prosedürün nasıl kullanılacağını doğrudan ifade etme (İB3) alt boyutunda işlemsel düzeyde olan bir öğretimsel açıklamada bulunmuştur.

Katılımcı Ö8 ise üçgenin alanına ilişkin örnek 2'deki öğretimsel açıklamayı yapmıştır: Katılımcı Ö8'in burada üçgenin alanını dikdörtgenin alanıyla ilişkilendirerek ilişki ve özelliklerin ne anlama geldiğini açıklama (AB2) alt boyutunda ve ayrıca alan formülünü buldururken nereden geldiğine, yani dikdörtgeni kullandığına ve bu sonuca ulaşırken şekil gibi görsel öğelerden yararlandığı için çözüm adımlarını ve gerekçelerini açıkladığı AB3 kategorisinde açıklayıcı düzey bir öğretimsel açıklamada bulunduğu görülmüştür.

Katılımcı Ö10 eşkenar dörtgenin alanının hesaplanması gereken soruda örnek 3'teki öğretimsel açıklamayı yapmıştır. Burada eşkenar dörtgen biçiminde verilen fayansın alanının bulunması için doğrudan formül kullanımına giderek kural ilişkileri doğrudan ifade etmeyi seçtiği İB2 kategorisinde bir öğretimsel açıklama yapmıştır.

Katılımcı Ö4 alan ölçü birimlerinden m^2 ile cm^2 arasında dönüşüm yapılması gereken soruya ilişkin örnek 4'teki öğretimsel açıklamasında bir tekerleme ile alan ölçü birimlerinin sıralamasından söz ederek matematiksel bir açıklama yapmayıp bir öğretim "hilesi" kullanarak İB4 kategorisinde öğretimsel açıklamada bulunmuştur.

Katılımcı Ö7, örnek 5'teki "alan" kavramının öğretimine ilişkin öğretimsel açıklamasında "alan" kavramının ne anlama geldiğini açıklamış, uzunluktan alana geçişi boyut kavramıyla ilişkilendirerek anlattığı AB1 kategorisinde öğretimsel açıklama yapmıştır.

Ölçüm tahmini ve kullanılan stratejileri belirlemede öğretmenlerin verdikleri cevaplar, tahmin becerisi kullanma durumlarına göre, araştırmacılar tarafından daha önceden belirlenen "doğru tahmin", "kısmi tahmin" ve "yanlış tahmin/açıklama yok" kodlarına uygun olarak eşleştirilmiştir. Tahmin stratejisi kullanarak sonucu sayısal bir veri olarak ifade etmek "doğru tahmin", strateji kullanıp ancak sonucu sayısal veri olarak ifade etmemek "kısmi tahmin" ve herhangi bir strateji kullanmayıp tahminde bulunmamak "yanlış tahmin/açıklama yok" olarak değerlendirilmiştir. Örneğin katılımcının "*Bu araç yaklaşık 5 m'ye 1,5 m olsa, diğer araç bunun 1,5 kat büyüğü olsa herhalde en az 12 m^2 bir alana ihtiyaç olurdu*" şeklinde vereceği bir cevap "doğru tahmin" olarak kodlanabilecek bir örnek olarak düşünülmüştür çünkü burada sorunun doğru yanıtına yönelik sayısal değerler kullanılmıştır. Ancak hiç bir katılımcı doğru tahmin kategorisine uygun bir cevap vermediği için bu yanıt araştırmacılar tarafından örnek olarak üretilmiştir. "*Tam olarak bilemiyorum, diğerinden büyük olacaktır ancak 5-10 kat da değildir*" şeklinde verilen katılımcı yanıtı ise kısmi tahmin olarak kodlanmıştır, çünkü doğru cevaba yakın sayısal değerler içermeyen ancak daha büyük/küçük şeklinde bir tahminine yer verildiğinden dolayı "kısmi tahmin" kategorisi uygun görülmüştür. Daha sonra katılımcıların kullandıkları tahmin stratejileri belirlenmiştir.

Verilerin analizinde katılımcılardan alınan 72 öğretimsel açıklamanın iki tanesinin yanlış olması ve iki soruya da cevap alınamamasından ötürü kalan 68 öğretimsel açıklama iki araştırmacı tarafından farklı zamanlarda kodlanmıştır. Araştırmacılar yaptıkları kodlamaların 65 tanesinde aynı düzey ve alt kategori tespit etmişlerdir. Kodlayıcılar arası güvenirlik ise Miles ve Huberman (1994) tarafından önerilen formül ile hesaplanmış ve %95,5 olarak tespit edilmiştir. Üç öğretimsel açıklamanın alt kategorilerinde farklı kodlamalar yapıldığı için araştırmacılar bir araya gelerek bu açıklamalar hakkında tekrar analiz yaparak görüş birliğine varmıştır.

Araştırmanın Etik İzinleri

Yapılan bu çalışmada "Yükseköğretim Kurumları Bilimsel Araştırma ve Yayın Etiği Yönergesi" kapsamında uyulması belirtilen tüm kurallara uyulmuştur. Yönergenin ikinci bölümü olan "Bilimsel Araştırma ve Yayın Etiğine Aykırı Eylemler" başlığı altında belirtilen eylemlerden hiçbiri gerçekleştirilmemiştir.

Etik kurul izin bilgileri:

Etik değerlendirmeyi yapan kurul adı=İstanbul Medeniyet Üniversitesi Eğitim Bilimleri Etik Kurulu

Etik değerlendirme kararının tarihi=07.06.2021

Etik değerlendirme belgesi sayı numarası=2021/06-25

Bulgular

Ortaokul matematik öğretmenlerinin alan ölçme konusuna dair öğretimsel açıklamalarının anlama düzeyleri ve kullandıkları açıklamalarda ölçüm tahminine ne kadar yer verdikleri; yer verdiler ise hangi tahmin stratejisini kullandıklarının araştırıldığı bu çalışmaya dair sonuçlar öncelikle öğretimsel açıklamaların sınıflandırılması, alan ölçme konusuna dair sorular bazında her bir öğretimsel açıklamaya dair sonuçlar ve tahmin becerisine ait bulgular şeklinde bu bölümde yer almaktadır.

Kinach Anlama Düzeylerine Göre Öğretimsel Açıklamaların Sınıflandırılması

Çalışmada her bir soru için öğretmenlerin öğretimsel açıklamaları düşünüldüğünde toplamda 72 öğretimsel açıklama elde edilmesi gerekirken, iki öğretimsel açıklamanın yanlış olması ve iki soruya da cevap alınamamasından dolayı 68 öğretimsel açıklama analiz edilmiştir. 68 öğretimsel açıklama işlemsel düzey ile açıklayıcı düzeyde yer alırken, problem çözme düzeyi, epistemik düzey ve araştırma sorgulama düzeyinde tespit edilmemiştir. Elde edilen verilerin Tablo 2'de sunulan dağılıma göre öğretimsel açıklamaların yaklaşık %66,18'i işlemsel düzey anlama seviyesinde, %33,82'si de açıklayıcı düzeydedir. Öğretimsel açıklamaların alt kategorilere göre dağılımının açıklandığı Tablo 2'ye göre toplam 114 tane kodlama yapıldığı görülmektedir. Elde edilen kodlama sayısının 68'den fazla olmasının sebebi bir öğretimsel açıklamanın birden fazla alt kategori bulundurması durumudur.

Tablo 2. *Öğretimsel açıklamaların anlama düzeylerinin alt kategorilerine göre dağılımı*

Düzeyler	Sayı	%	Alt kategoriler	Sayı	%
			Tanımı doğrudan ifade etme (İB1)	3	2,63
			Kural ve ilişkileri doğrudan ifade etme (İB2)	30	26,32
			Bir prosedürün nasıl uygulanacağını doğrudan ifade etme (İB3)	30	26,32
İşlemsel Düzey	45	66,18	Matematiksel öğretim hilesi kullanma (İB4)	2	1,76
			Tanımın ne anlama geldiğini açıklama (AB1)	14	12,28
			İlişki ve özelliklerin ne anlama geldiğini açıklama (AB2)	19	16,67
Açıklayıcı Düzey	23	33,82	Çözüm adımlarını ve gerekçelerini açıklama (AB3)	16	14,04

"Alan" Kavramına Dair Öğretimsel Açıklamalar

Öğretmenlerin alan kavramına ilişkin örnek öğretimsel açıklamaları şu şekildedir:

"*Kapladığı yer genelde kareli bölge üzerinden kareli kâğıt üzerinden dikdörtgene geldiğinizde tabii kaç karelik yer kaplıyor kareleri sayarak öyle başlıyoruz*" açıklamasında öğretmen; dikdörtgenin alanı için kapladığı yerin bulunmasında birim kareleri saydırmaktan söz ederek kural ve ilişkileri doğrudan ifade ettiği İB2 kategorisinde bir öğretimsel açıklamada bulunmuştur.

> Sınıfın alanını daha doğrusu en kolay gösterilen alanlardan bir tanesi düzgün şekiller, kare ya da dikdörtgen olduğu için. Sınıf da karolarla kaplı olduğu için alan kaplamak daha rahat olurdu. Dikey ya da dikey ve yatay sıraları saydırıp çarptığım anda ortaya çıkacaktır alan zaten. Herhangi bir dikey, herhangi bir yatay. Onların kolayına gelir. Boya ile de anlatılabilir muhtemelen. Imm…Hani boyadığımız bölge alandır şeklinde ıı düşünebilirim. Duvar boyası veya halı. Metrekare mantığını oradan biliyordurlar diye düşünüyorum beşinci sınıf öğrencisi.

biçiminde yapılan öğretimsel açıklama ise AB1 kategorisindedir. Çünkü burada öğretmen alan kavramını günlük yaşamdan örneklerle ne anlama geldiğini açıklamaya çalışmıştır.

> Çocuklar az çok ilkokuldan gelirken o kavramı bildikleri için uzun kenar kısa kenar çarpıyoruz alanını buluyoruz ya da işte bir bölgenin alanını dediği zaman direkt aklına çocuğun hatta sorduğumuz zaman o da direkt dikdörtgenle başlıyor, kısa kenar uzun kenar şeklinde. Herhalde ilkokulda bu şekilde verildiği için, anlatıldığı için yerleştirildiği için

biçiminde yapılan öğretimsel açıklama ise dikdörtgeninin alanının uzun kenar çarpı kısa kenar olarak doğrudan ifade edilmesini içerdiğinden İB1 alt kategorisinde yer almaktadır.

Açıklayıcı düzeyin AB1 alt kategorisinde örnek olarak sunulan aşağıdaki açıklamada ise; alan kavramına ait somut örnekler verilmesi, çevre kavramından hareketle alan kavramına geçiş yapılması yer almaktadır.

> İlk öncelikle alan kavramının ne olduğunu anlatmak için çevremizden örnekler verdirmeye çalışırdım ve alan kavramını ilk önce günlük hayatımızda nerede duyduğunu öğrenmeye çalışırdım. Çevre ile alan arasındaki ilişkiyi fark ettirip, önce çevrenin ne olduğunu, sonra da alanın da çevre ile ilişkisini açıklayıp alan kavramını o şekilde açıklardım

Genel anlamda alan kavramına yönelik öğretimsel açıklamalar incelendiğinde, katılımcıların altısı (%50) işlemsel düzeyde diğer altısı (%50) açıklayıcı düzeyde öğretimsel açıklama yapmıştır. Alan kavramının ne olduğununun anlamlandırılmasından ziyade alanın değerinin bulunması üzerine inşa edilen açıklamalar işlemsel düzey anlama kapsamındadır. Açıklamaların bir kısmı öğretmenlerin işlemsel anlama düzeyinde kalan yani aslında en yüzeysel açıklama türü olan öğretimsel açıklama yaklaşımını tercih ettiklerini göstermektedir. Bunun yanı sıra ilişkisel anlama düzeyinden en temeli olan kavramsal anlama (açıklayıcı) düzeyine uyan öğretimsel açıklamalar kullanıldığı da görülmektedir. Ancak ilişkisel anlama düzeyinin diğer sınıfları olan problem çözme ya da epistemik düzeyde bir öğretimsel açıklamaya rastlanmamıştır. Alan kavramının nasıl tanıtıldığına dair sorulan soruda öğretmenlerin öğretimsel açıklamalarında matematiksel bilginin kaynağına ya da gelişimine vurgu yapan herhangi bir açıklama örneğine rastlanmamıştır.

Dik Üçgenin Alanına Dair Öğretimsel Açıklamalar

Dik üçgeninin alanına dair öğretmenlerden birinin (%8,33) işlemsel düzeyde, 11'nin (%91,66) açıklayıcı düzeyde öğretimsel açıklama yaptığı görülmüştür. Aşağıda dik üçgenin alanına ait formüle ulaştırmak için bir prosedürün nasıl uygulanacağının doğrudan ifade edildiğini gösteren işlemsel düzeyde ve İB3 alt kategorisinde öğretimsel açıklama yer almaktadır.

> Çocuklar gördüğün üzere taban 8 birim ve yüksekliği bizim burada bulmamız gerekiyor. Şimdi yükseklik nasıl bulunuyordu? Önemli olan alanda o tabana ait yükseklik. Yani şu da aslında yükseklik olur. Ama şunu da dik çizelim. Bu da bir yükseklik. Ama bu yükseklik şu tabana ait. Bizim tabanımız eğer 8 ise bu 8 birime ait yüksekliği bulmamız gerekiyor. O daha nerede, şurada dikine yani 4 birim. 4 birim olduğu için bunları çarpıp 2'ye bölebiliriz. Zaten biz ne demiştik dipnot olarak da? Dik üçgende dik kenarlar ne oluyordu? Bizim yüksekliğimiz olarak da adlandırılabiliyordu aslında

Aşağıda yer alan açıklayıcı düzey ve AB2 alt kategorisindeki açıklamalarda ise dik üçgenin alanına ilişkin bağıntıyı doğrudan sunmak yerine, alana ulaşmak için dikdörtgenin alanından hareket edilmesi veya eş bir dik üçgen daha çizip dikdörtgen oluşturulması gibi yeni bilginin önceki bilgiden hareketle buldurulması yer almaktadır.

> Dikdörtgene tamamlayalım bunu diyorum önce hani dikdörtgen tamamlarsa muhtemelen karelerin tamamını sayabilecek sonra onun yarısı olduğunu fark edebilecek oradan işte üçgenin alanına ulaşıp 4x 8=32 yarısından 16 dikdörtgene tamamlamasını söylerim
>
> Ben bir tane daha üçgen çizip bunun bir dikdörtgenin aslında yarısı olduğunu gösterirdim. Dikdörtgenin alanını daha önceden bildikleri için. Normalde dikdörtgenin alanı nasıl buluyorsam o şekilde alanını hesaplayıp, bunu da şeklini yarısı olduğu için yarısına böyle bölerek formülü o şekilde çıkartırdım

Öğretmenlerin dik üçgenin alanına dair problem çözümünde kullandıkları öğretimsel açıklamaların dikdörtgenin alanından yararlanılarak anlatılması en sık rastlanan bulgu olmuştur. İlişkisel düzey anlamanın en temel düzeyi olan kavram (açıklayıcı) düzey anlama seviyesindeki öğretimsel açıklamaların kullanılmasının işlemsel düzey anlamaya kıyasla tercih edildiği görülmektedir.

Eşkenar Dörtgenin Alanına Dair Öğretimsel Açıklamalar

Bu kısım ile ilgili olarak katılımcıların sekizi (%66,6) işlemsel düzeyde, üçü (%25) açıklayıcı düzey öğretimsel açıklama yapmıştır, bir katılımcı ise yanlış cevap vermiştir. İşlemsel düzeyde anlama seviyesinde yer alan aşağıdaki açıklamada eşkenar dörtgenin alanının köşegenlere bağlı formülünün direkt uygulanmasının yer aldığı, bir formülün prosedürün nasıl uygulanacağının gösterildiği İB3 alt kategorsindeki açıklama görülmektedir.

> Zaten biz 7. sınıf öğrencilerine eşkenar dörtgen formülünü veriyoruz. Yani köşegen uzunlukları çarpım bölü 2. Sonra da kaplamak istediğimiz alanın içerisinde bu eşkenar dörtgenin alanından kaç tane var, diye yaptırırdım.

Aşağıda yer alan diğer öğretimsel açıklamada ise eşkenar dörtgenin alanının bulunması için, eşkenar dörtgenin köşegen uzunluklarının dikdörtgenin kenar uzunluğu olacak şekilde dikdörtgene tamamlayıp, dikdörtgenin alanından hareketle eşkenar dörtgenin alan bağıntısının bulunması ve sonrasında formüle dönüştürülmesi yer almaktadır. İşlem adımlarını gerekçelendiren, formülün altında yatan nedenleri açıklayan bu ifadeler açıklayıcı düzey ve AB3 alt kategorsinde yer almaktadır.

> Dikdörtgenin köşelerini çizdiğimiz zaman eşkenar dörtgen köşelerinden çizdiğimiz zaman dikdörtgeni aslında dört eş parçaya ayırdığımızı görüyoruz. Bu dört eş parçanın da aslında iki eş üçgene ayrıldığını görüyor öğrenci bunlardan birer tanesi. Her birinin birer tanesi eşkenar dörtgene ait. Dolayısıyla burada yine dikdörtgenin alanının yarısı olduğunu, herhangi bir eşkenar dörtgenin bir dikdörtgenin yarısı, alanının yarısı olduğunu görebilir. İşte biz ne yapıyoruz o zaman? Köşegenlerden bir tanesi dikdörtgen uzun kenarı. Diyelim ki burada örneğin 20 cm olabilir, diğeri de kısa kenarı 14 cm olabilir. Normalde dikdörtgen alanı 14 çarpı 20 olacaktı ama eşkenar dörtgen yarısını almış oluyor.

Öğretmenlerin eşkenar dörtgenin alanına dair öğretimsel açıklamaları incelendiğinde, işlemsel düzeyde kalan öğretimsel açıklamalarının kural ve ilişkileri doğrudan ifade etme (İB2) ve bir prosedürün nasıl uygulanacağını doğrudan ifade etme (İB3) alt kategorilerinde toplandığı, açıklayıcı düzey anlamada seviyesindeki öğretimsel açıklamaların ise ilişki ve özelliklerin ne analama geldiğini açıklama (AB2) ve çözüm adımlarını ve gerekçelerini açıklama (AB3) olarak verildiği bulunmuştur. Öğretmenlerin büyük çoğunluğunun eşkenar dörtgenin alanına dair açıklamada formül kullanmayı tercih ettikleri, dik üçgenin alanına dair açıklamalarında olduğu gibi alan formülünün kavramsal olarak nereden geldiğini açıklamaktan kaçındıkları görülmüştür. Yüzeysel bir öğretimsel açıklama olan işlemsel düzeyde anlama içeren açıklamalara yer verilmiş, ilişkisel düzeyde olan problem çözme düzeyi veya epistemik düzeyde açıklamalara yer verilmemiştir. Halbuki öğretmenlere sorulan eşkenar dörtgenin alanının bulunmasını gerektiren soru problem şeklinde tasarlanmış yani soru üzerinden alan bulmayı gerektirecek şekilde sunulmuştur. Dolayısıyla görüşme sorusunun kendi tasarısı dahi problem çözme düzeyinde bir açıklama sunmaya olanak sağlamasına rağmen öğretmenlerin prosedür kullanımı ile soruyu çözdürmeye yönelik açıklama yaptıkları dikkat çekmiştir.

Alan Ölçme Birimlerine Dair Öğretimsel Açıklamalar

Katılımcıların tamamı alan ölçme birimlerinin çevrilmesi için merdiven-basamak metaforu kullanmıştır. Birimleri sıra ile ezberleten ve aşağı yönde çarparız, yukarı yönde böleriz gibi matematiksel temellendirmeden uzak ifadeler işlemsel düzey anlamayı göstermektedir. Ayrıca birimleri şarkı tekerleme gibi söyleyerek hafızada kalmalarını sağlamak da öğretim hilesi olarak ifade edilmektedir (Toluk Uçar, 2011) ve bu ifadeler de işlemsel düzeyde anlamayı gösteren açıklamalardır. Katılımcıların tamamı birim dönüştürme işleminde m^2'yi cm^2'ye dönüştürmeyi tercih etmişlerdir. Bunun sebebini de cm^2'yi m^2'ye dönüştürmek için 10000'e böldüklerinde elde edilen sonucun ondalık sayı olması ve öğrencilerin ondalık sayılarla işlem yapmada istenen düzeyde bulunmamaları olarak ifade etmişlerdir. Aşağıda işlemin nasıl uygulanacağının anlatıldığı İB2 alt kategorisinde yer alan üç adet öğretimsel açıklama örneği yer almaktadır:

"*Metre desimetre santimetre… Yani 2 basamak var. Ama kare olunca bir 2 daha sıfır geliyordu. Totalde ne olacak 4 tane sıfır gelmiş olacak*."

"*Merdiveni hatırlatırdım. Yani işte metrekareden santimetrekareye gitmek daha kolay olduğu için onu tercih ederdim*."

> m2 'den cm2 'ye kaç basamak, nereye gidiyoruz diye sorardım. 2 basamak aşağı gideceğini ve her basamakta da 2 sıfır ekleyeceğinden toplamda 14'ün yanına 4 tane sıfır eklemesi gerektiğini yapıp, işlemi yapardım.

Aşağıdaki örnekte ise, bir öğretim hilesi olan tekerleme ile alan ölçme birimlerinin ezberletildiği İB4 alt kategorisinde öğretimsel açıklama örneği görülmektedir.

> Kamile Hanım damda, Mehmet dayım camda, merhaba merhaba, diye. Yani bu tekerleme aslında öğrencilerin hani zihninde çok daha kalıcılık ortaya çıkartıyor ve bu sayede hani öğrenci birim dönüştürmede çok fazla sıkıntı ortaya çıkarmıyor.

Tahmin Becerisinin Kullanımına Dair Bulgular

Katılımcıların öğretimsel açıklamalarında tahmin becerisini kullanıp kullanmadıklarına ve eğer kullanıyorsa ne gibi stratejilere yer verdiklerini anlamak amacıyla, öğretimsel açıklamaları incelenmiştir. Öğretmenlerin tahmin becerisi kullanımlarına ilişkin sonuçlar Tablo 3'te yer almaktadır.

Tablo 3. *Tahmin becerisinin kullanımına ilişkin dağılım*

	Sayı	%
Doğru tahmin	-	-
Kısmı tahmin	10	83,33
Yanlış tahmin/Açıklama yok	2	16,67

Katılımcıların onu (%83,33) bağlamında tahmin gerektirdiği belli olan soruya işlemsel düzeyde öğretimsel açıklama yapmış, iki katılımcı ise açıklama yapamamıştır. Yapılan açıklamaların tümünde öğretmenler nasıl açıklama yapacaklarını anlatırken sayısal anlamda sorunun çözümünün tahmininin nasıl yapılacağından ziyade sözel olarak açıklamaya odaklanmış, dolayısıyla açıklamalar "kısmi tahmin" kategorisine uygun görülmüştür. Kısmi tahmin yapanların dokuzu (%90) tahmin stratejisi olarak referans alma stratejisini kullanmıştır. Bir katılımcı ise sorunun tahmin becerisi gerektirdiğini anlamış ancak istenen cevaba ilişkin tahminde bulunamamıştır. Katılımcıların öğretimsel açıklamalarından bazıları aşağıdaki gibidir:

> Büyük araçtan da anlamamız gereken şey şeklin daha da büyüdüğüdür. Ama boy olarak aynı, sadece genişlik olarak farklıysa boyunu aynı tutup genişliğini düzenleyebiliriz. Yani Ali Bey'in yönetime diyeceği Metin Bey'in çizilen otopark çizgisinden daha geniş yönde bir çizgiye ihtiyacı var.
>
> "*1,5 kat daha büyük gibi duruyor ortalama*."
>
> Benim aracım sedan standart otopark çizgisi bana uyar dediyse benim aracım sedan değil pickup o zaman standart otopark çizgisi bana uymaz diyecek, onu uygunsa buna dar gelecektir ben daha geniş çizgi istiyorum

"*Tam olarak ölçülerinin oranları ne kadar büyüktür bilemiyorum. Sedanın kaç katıdır? Kaç katıdır derken tabi burada 1/2 ve 1/3 katlarından bahsediyoruz. 5 -10 katı değil elbette*."

Yukarıda yer verilen öğretimsel açıklama örneklerinde pickup aracın, sedan araçtan büyük olduğu ve bu nedenle daha büyük otopark alanına ihtiyaç duyulacağının tahmin edilmesi, sedan arabayı referans kabul ederek yapıldığı yani zihinde bilinen bir nesneden hareketle tahmin edildiği (Gooya ve diğerleri., 2011) için referans alma tahmin stratejisi kullanılmıştır.

Sonuç ve Tartışma

Bu çalışmada matematik öğretmenlerinin alan ölçme konusuna dair öğretimsel açıklamalarını Kinach (2002a) anlama düzeyleri bağlamında değerlendirmek, öğretimsel açıklamalarında tahmin becerisi kullanıp kullanmadıklarını tespit etmek ve kullanıyorlarsa hangi stratejiler olduğunu belirlemek amaçlanmıştır. Çalışmada öğretmenlerin öğretimsel açıklamalarının işlemsel düzey ve ilişkisel düzeyin en temel düzeyi olan açıklayıcı diğer bir ifade ile kavramsal düzey anlamada yığıldıkları görülmüştür. Alan kavramının tanımına yönelik öğretimsel açıklamalarda alanın bir yeri kaplama olduğuna dair tanımlar ile dikdörtgenin alanına yönelik açıklamaların yer olduğu dikkat çekmektedir. Bu açıklamarın en yüzeysel düzey olan işlemsel düzeyde ve kavramsal düzeyde toplandığı bulunmuştur. Üçgenin alanına yönelik açıklamalarda ise en dikkat çekici sonuç dikdörtgenin alanı üzerinden açıklamaların gerçekleştirilmiş olmasıdır. Bu bağlamda öğretmenlerin üçgenin alanına dair öğretimde bu şekilde bir öğretimsel açıklamaya yer vermeleri bilginin ezberletilmesinden ziyade kavramsallaştırılması açısından önem taşımaktadır. Ancak eşkenar dörtgenin alanı için yapılan öğretimsel açıklamalarda ise aynı durum söz konusu değildir. Öğretmenlerin burada en çok işlemsel düzeyde anlama ile açıklamalarda bulunmaları ve formül kullanımına en çok burada yer vermiş olmaları önemli bir başka bulgudur. Görüşmeler sonunda alan ölçme konusuna dair öğretimsel açıklamaların çoğunlukla işlemsel düzeyde kaldığı, daha sonra ise ilişkisel düzeyin en temeli olan kavramsal düzeyde kaldığı görülmüştür. Matematik öğretmenlerinin görüşme sorularında yer alan bazı matematik problemlerinin çözümüne dair açıklamalarında ilişkisel düzeyde yer alan problem çözme düzeyinde anlamaya yönelik bir öğretimsel açıklamaya dahi yer vermemeleri dikkat çekicidir. Öğretmenlerin öğretimsel açıklamalarının çoğunlukla işlemsel düzeyde olması sonucu farklı konularda öğretmen ya da öğretmen adaylarının öğretimsel açıklamalarını inceleyen çalışmalarla da paralellik göstermektedir; zira alanyazında yer alan diğer araştırmaların bulguları çoğunlukla öğretimsel açıklamaların işlemsel ya da kavramsal düzeyde yığıldığını göstermektedir (Alkan, 2016; Akyıldız, 2019; Gökkurt ve diğerleri, 2012; Güler ve Çelik, 2016; Kinach 2002a, 2002b; Korkmaz, 2021; Toluk Uçar, 2010, 2011).

Öğretmenlerin öğretimsel açıklamalarının neden yüzeysel düzeyde kaldığının derinlenmesine incelenmesi bu anlamda önem taşımaktadır. Alanyazında yer alan bir çok çalışmada ve bu çalışmada da öğretmenlerin işlemsel düzeyde açıklamalar yapmalarının altında yatan sebeplerin araştırılması ve ayrıntılandırılmasına dair çalışmalara ihtiyaç vardır. Bu sebeplerden biri; öğretmenlerin matematik öğretim programında yer alan kazanımları bir eğitim-öğretim yılında yetiştiremeyeceklerini düşünmeleri ve işlemsel düzeyde kural, ilişkileri ve bir prosedürün nasıl uygulanacağını doğrudan ifade ederek kısıtlı bir zamanda öğretimsel süreci tamamlamaya çalışmaları olabilir. Öğretmenlerin gerekçelere yani ilişkisel düzeyde öğretimsel açıklama yapmanın zaman kaybı olduğuna, kural vererek hızlıca geçmeye niyetli (Gökkurt ve diğerleri, 2012) oldukları belirtilmiştir. Öğretmenlerin aslında ileri anlama düzeyinde olmalarına rağmen işlemsel düzeyde öğretimsel açıklamalar yaparak öğrencilere konuyu daha rahat açıklayabileceklerini düşünmeleri ya da öğrencilerin daha kolay anlayabileceklerini düşünmeleri bu çalışmada da görüşme kayıtları sonlandırıldıktan sonra katılımcılarla yapılan teşekkür konuşmasında ortaya çıkan bir bulgudur. Katılımcılardan bazıları ise öğretimsel açıklamaları belirleyici unsurlardan birinin de öğrencilerin matematik başarı seviyeleri olduğunu dile getirmiştir. Katılımcılar bazı sınıflarda yüzeysel bazı sınıflarda ise derinlemesine öğretimsel açıklamalar yaptıklarını ifade etmiştir. Öğrencilerin önceki bilgileri üzerine yeni bilgilerin inşa edilmesi öğretimsel açıklamalarda sağlanması gereken bir koşuldur (Leinhardt ve Steele, 2005) ancak bu durumun öğrencilerin ön bilgi (ya da kavrama seviyeleri) farklılıkları öne sürülerek niteliksiz ya da yüzeysel öğretimsel açıklama yapılması anlamına gelmemelidir. Ayrıca matematik öğretim programında vurgulanan ve öğrencilerin kazanması beklenen hedef davranış ve becelerin istenilen düzeyde olmamasıyla da sonuçlanabilir.

Matematik öğretmelerinin öğretimsel açıklamalarının işlemsel ya da açıklayıcı düzeyde olmasının bir diğer sebebi ise öğretmenlerin matematik alan bilgilerinin ilişkisel düzey olan problem çözme, epistemik ve araştırma/sorgulama düzeyinde açıklamalara yer vermek için yeterli olmaması olabilir. Matematik öğretmenlerinin lisans eğitimleri sürecinde özellike öğretmen adayı oldukları dönemde aldıkları eğitimin önemli rol oynadığı aşikardır. Öğretmen adaylarının öğretimsel açıklamalarının matematik öğretim programında hedeflenen düzeyde bir öğrenmeyi sağlayabilecek yeterlikte olmaması (Toluk Uçar, 2010), pedagojik alan bilgilerinin öğretim stratejileri boyutunda istenen düzeyde olmaması ve bundan hareketle öğrencileri anlamada ve etkili bir matematik öğretimi sağlamada güçlük yaşamaları (Şahin, Erdem, Başıbüyük, Gökkurt ve Soylu, 2014) öğretmenlerin öğretimsel açıklamalarının yüzeysel bir şekilde olmasının altında yatan sebebi güçlendirmektedir. Öğretmen adayları için öğretimsel açıklamaları yaratmanın hiç de kolay olmadığı (Kinach, 2002a) bilinmekle beraber öğretmenler için de aynı durum söz konusu ya da tercih edilememesi bir seçenek olabilir. Ancak nedeni ne olursa olsun pedagojik alan bilgisinin bir parçası olan matematik alan bilgisinin (Shulman, 1986) önemi öğretimsel açıklamalarda rol oynaması kaçınılmazdır (Charalambous ve diğerleri, 2011). Sınırlı matematik alan bilgisinin öğretmen (Blum & Krauss, 2008; Gökkurt ve diğerleri, 2012; Gökkurt ve Soylu, 2016; Tekin-Sitrava, 2014) ya da öğretmen adaylarının (Ding, He, ve Leung, 2014; Evan, 1993) pedagojik alan bilgisini etkilediği görülmektedir ve ayrıca öğretimsel açıklamaların niteliğiylede güçlü bir bağlantısı vardır (Charalambous ve diğerleri, 2011). Dolayısıyla öğretmenlerin iyi bir matematik alan bilgisine sahip olmaları onların kavram ve kurallara yoğunlaşmış öğretimsel açıklamalara da hakim olmalarını sağlar. Bu açıklamalar öğrencilerin gerçekleştirdiği aktiviteleri derinlemesine anlamalarına yardımcı olurken öğrenme sürecinde bilişsel şemalarının oluşumunda da önemli yer taşır (Wittwer ve Renkl, 2008). Örneğin, Asya ülkelerinde ve Amerika Birleşik Devletleri'nde (ABD) görev yapan matematik öğretmenlerinin öğretimsel açıklamaları arasındaki farkın kavram ve kuralların arkasında yatan ve neden çalıştığını açıklayan kavramsal açıklamalar olduğu görülmüştür (Perry, 2000). Bir konunun öğretiminde matematik öğretmenlerinin öğretimsel açıklamalarıyla kullandıkları örnek türleri incelendiğinde açıklayıcı boyutta açıklama yapan öğretmenlerin konular arası ilişki içeren, geliştirici ya da örnek dışı örneklere yer verdikleri, işlemsel boyutta olanların ise standart örnekleri kullandıkları ortaya konmuştur (Alkan, 2016). Öğretmenlerin standart ve geliştirici örneklere yer verdikleri (Alkan, 2016) dikkate alındığında öğretmenlerin pedagojik alan bilgisinin Kinach (2002a) anlama düzeyleri bağlamında incelendiğinde yüzeysel ya da temel düzeyde olduğu dolayısıyla da sınıfta öğrencinin matematiği anlama düzeyini de etkileyecek açıklamaların yanında örnek türlerinin de çok farklılaşmadığı ve bu durumun öğrenci öğrenmelerinde etkili olabileceği söylenebilir. Matematiği öğretme bilgisisinin derste kullanılan açıklama ve örneklerden oluştuğu (Leinhardt, 2001) dikkate alındığında öğretmenlerin açıklamaları ne kadar yüzeysel olursa örneklerinin de o kadar farklılaşmayacağı fikrine ulaşılabilir. Öğretimsel açıklamanın öğretilen kavrama yönelik hem örnek hem de örnek olmayan durumları içermesi (Leinhardt ve Steele, 2005) gerektiğinden öğretmenlerin de öğretimsel açıklamalarının en az kavramsal düzeyde olması nitelikli bir öğretim için kaçınılmazdır.

Katılımcıların deneyim yıllarına göre hangi düzeyde öğretimsel açıklama yaptıkları çalışmanın temel amacı olmasa da, bu çalışma sonucunda dikkat çekici bir bulgu, 11-15 yıl deneyime sahip öğretmenlerin açıklamalarının kavramsal düzey açıklama olduğudur. Her ne kadar bu katılımcıların öğretimsel açıklamaları problem çözme veya diğer ilişkisel düzey anlama seviyesinde açıklamalar olmasa da işlemsel düzeyde olmayan, daha ziyade kavrama ait ilişki ve özelliklerin ne anlama geldiğinin açıklandığı, çözüm adımlarının ve gerekçelerinin açıklandığı kategorilerde yoğunlaşması ezberden uzak bir öğretim yapılmaya çalışıldığının göstergesi olabilir. Deneyimli öğretmenlerin problemleri daha hızlı bir şekilde uygun problem çözme stratejilerine göre tanımladıkları ve meslekte yeni olan öğretmenlere kıyasla kavramlara daha detaylı bir hakim oldukları görülmektedir (Wittwer ve Renkl, 2008). Böylelikle kavramların ve prosedürlerin altında yatan nedenleri öğretimsel açıklamalarında da kullanabilirler.

Öğretmenlerin öğretimsel açıklamalarının öğrencilerin başarıları üzerinde etkisi olduğu bilindiğine göre problem çözme ve epistemik düzeylerde öğretimsel açıklamalar yapabilen öğretmen adayları yetiştirmek ve sınıf ortamında ise ileri anlama düzeylerinde açıklamalar yapılmasına olanak sağlayacak ortamları öğretmenlere sağlamak ya da öğretmenlerin bu ortamları yaratmasını beklemek gerekir. Öğretmenlerin bu tür açıklamaları daha sık kullanması, bir matematiksel bilginin kaynağına vurgu yapılması, fikrin nereden geldiğinin ilişkilerle öğrencilere vurgulanması öğrencilerin anlamlı öğrenme gerçekleştirmelerine faydalı olacaktır.

Tahmin becerisinin kullanımına ilişkin sorularda da katılımcıların bağlamında tahmin gerektirdiği belli olan sorularda tahmin becerisi kullandıkları diğer sorularda tahmin becerisine yer vermedikleri görülmüştür. Boz Yaman ve Bulut (2017) tahmin hakkındaki öğretmen görüşlerini incelendikleri çalışmalarında öğretmenlerin tahmin becerisine derslerinde yer vermedikleri sonucuna ulaşmışlardır. Tahmine yönelik uygulamaların öğrencilerin ölçme anlayışlarını değerlendirmede öğretmenler açısından faydalı olduğu (Gooya ve diğerleri., 2011) göz önünde bulundurulduğunda ve tahmin becerisine hem uluslararası hem de ulusal öğretim programında yer verilirken öğretmenlerin bu becerileri artıracak ya da strateji kullanıma yönelik işlemlere yer vermeyen öğretimsel açıklamalar yaptıkları görülmektedir.

Öneriler

Öğretmenlerin öğretimsel açıklamalarında kendi öğrenme deneyimleri rol oynamaktadır (Karakuş, 2017; Leinhardt, 2010; Toluk Uçar, 2011). Bu bağlamda öğretmenlerin lisans eğitimleri sırasında, henüz öğretmen adayı iken matematik öğretimine dair aldıkları derslerde öğretimsel açıklamalarını ilişkisel düzeyde yapmalarını sağlayacak uygulamalara yer verilebilir.

Matematiğin soyut yapısının anlaşılması ve ilişkilendirmenin yapılabilmesi için öğretimsel açıklamalar esnasında öğretmenlerin materyal kullanımı desteklenmeli ve öğretmenlerin derste kullanacakları somut materyallere erişimleri ve okullarda bu materyallerin tedarik edilmesi kolaylaştırılmalıdır. Öğretmenlerin alan ölçme birimlerini öğretmede ve hatırlatmada basamak metaforu dışında alternatif yöntemlere ihtiyaç duydukları görülmektedir. Bu bağlamda MEB Ders Aletleri Yapım Merkezi’nin yayınladığı ortaokul matematik ders araç listesine ölçme birimlerinin birbiriyle ilişkisini gösterir somut materyaller hazırlanarak eklenebilir.

Alan ölçme matematik öğretim programının ilkokul 3. sınıf kazanımlarında başlar ve 4. sınıf ile ortaokul boyunca devam eder. İlkokul seviyesindeki öğretim için öğretmenlerin öğretimsel açıklamaları işlemsel olmayıp kavramsal anlamayı sağlayacak düzeyde olmalıdır ve alan ölçme konusunda öğrencilerin şemalarının doğru bir şekilde oluşturulması gerekmektedir. Bunun için derslerde öğrencilerin aktif olduğu, alanı hesaplanacak yüzeylerin kenar uzunluklarının cetvel kullanarak ölçüldüğü, birim kareler kullanılarak zemin-yüzey kapladıkları bazı somut uygulamalara yer verilebilir. Eğer her öğrenciye cetvel içeren bir ölçme seti, birim kareler somut modelleri gibi araçlar sağlanırsa ölçme alanına ait kazanımların hedeflenen şekilde öğrenilmesine katkıda bulunulur. Birim kareler, ders kitaplarının arka sayfalarına ek olarak koparmalı kağıt materyal şeklinde hazırlanabilir ve ölçüm setleri de tıpkı ders kitaplarının ücretsiz sunulması gibi öğrencilere bedelsiz olarak verilebilir.

Ortaokulda ise öğretmenler alan ölçme konusuna ilişkin ilkokulda başlamış olan bir süreci devam ettirirler. İlkokuldan gelen öğrencilerde varolması gereken-beklenen matematiksel becerilerin neler olduğunun belirtildiği ve konuya hangi düzeyden başlanabileceğinin yer aldığı öğretmen kılavuz kitapları hazırlanabilir. Daha önceki matematik öğretim programında (bkz. MEB, 2005) yer alan öğretmen kılavuz kitapları öğretmenlere rehberlik eden, dersin akışı için örnek bir plan sunan, alternatif örneklere yer veren ve öğrencilerin yapabileceği hatalara ilişkin notlar içeren ve bu yönüyle de öğretmenin dersine bir çerçeve çizmesini sağlayan ve böylelikle öğretimsel açıklamalarına destek olan yayınlar olarak görülmekteydi. Bu nedenle matematik dersi öğretmen kılavuz kitapları tekrar hazırlanabilir.

Tüm bunlara ek olarak öğretmenlerin mesleki gelişimlerine katkı sağlayacak her türlü etkinliğin (seminer, proje katılımı vb.) öğretimsel açıklamalarının niteliğine artırmalarında fayda sağlaması da mümkündür.

KEFAD
http://kefad.ahievran.edu.tr
Ahi Evran University
Journal of Kırşehir Education Faculty
ISSN: 2147 - 1037

ENGLISH VERSION

Introduction

As in every lesson, the teacher takes on one of the essential roles in mathematics. The teacher is the main person who ensures the conduct of the course by taking the role of a guide (Altun, 2004) within the framework of the curriculum. The most critical feature sought in a teacher in the learning-teaching processes is the teacher's knowledge of mathematics. This knowledge is related to how the teacher configures mathematics in the best way to achieve the desired results in the mathematics learning-teaching process and the level of learning and application of the targeted mathematical concepts (Shulman, 1986). This knowledge, which is structured to teach mathematics, is called pedagogical content knowledge (Shulman, 1986), which is the feature that distinguishes mathematics educators from mathematicians. The teacher explains the mathematical knowledge in an instructional way utilizing their pedagogical content knowledge following the student's cognitive level to make the abstract world of mathematics understandable (Ma, 2010). Instructional explanations are all the content that the mathematics teacher presents to the student in the context of the mathematics lesson (Leinhardt, 2010) and are “explanations that are designed with the specific purpose of teaching a student or group of students” (Leinhardt and Steele, 2005, p. 90).

Teachers' subject matter knowledge and their level of understanding of mathematics knowledge are directly reflected in their instructional explanations (Kinach, 2002a; 2002b). Kinach (2002a; 2002b), who worked with pre-service mathematics teachers, stated that teachers' instructional explanations were related to their understanding of mathematics and classified their level of understanding of mathematics.

Understanding Levels

This study used levels of understanding mathematics proposed by Kinach (2002a) as a theoretical framework. Kinach (2002a) has built the theoretical structure of instructional explanations by making changes on the content, concept, problem-solving, epistemic, and inquiry levels related to the knowledge levels for the in-depth understanding of mathematical and scientific concepts developed by Perkins and Simmons (1988), also by using the statements introduced by Skemp (1978) on the distinction between understanding mathematics at instrumental or relational levels. Thus, Kinach divided the levels of understanding into two parts: instrumental and relational. Content level understanding is instrumental understanding, while the conceptual, problem solving, epistemic, and inquiry levels are classified under relational understanding. Although these levels are not hierarchical, they are designed only to indicate the level of knowledge or understanding. They are also not mutually exclusive, so a situation experienced at one level may belong to another according to one's point of view. In instrumental understanding level, which can also be called content level understanding, mathematical knowledge is presented directly and includes rules, formulas, items to be memorized, and there is no grounding or association of mathematical knowledge; the knowledge is just enough to continue the operations (Kinach, 2002a). At this level, knowledge is directly acquired rather than deeply understood by students and is the most superficial level of understanding.

Concept level understanding is the first level of relational understanding, at which mathematical knowledge is associated with previous learning experiences. At this level, definitions, rules, and operations are explained, the underlying mathematical ideas are aimed to be revealed by using materials such as number lines and algebra tiles, and patterns and relationships are determined (Kinach, 2002a). Problem-solving level understanding is defined as where questioning and discussion are made on alternative solutions by making use of analytical strategies, and it is aimed to extract what will be done about the solution from the logic of the problem context, its story, and the meaning of mathematical symbols (Kinach, 2002a). There are also steps for problem-solving at this level, such as finding patterns, solving similar problems, working backward, or applying a situation to different situations. The epistemic level understanding is at the level where there are the reasons for mathematical connections are scientifically proven, the source of knowledge or how it is tested, and information about knowledge (Kinach, 2002a; 2002b). The inquiry level understanding is defined as in which a piece of new knowledge or theory is produced; students tend to explore new mathematical relationships pose problems and questions (Kinach, 2002a). If a concept is only formed by explanation made by the teacher in a classroom environment, it would be difficult to observe inquiry-level understanding (Kinach, 2002a).

Quality instructional explanations should include certain characteristics such as building on students' existing concepts and skills, taking into account their misconceptions and difficulties, using carefully selected representations and connections between them, presenting meaningful and accurate information, and describing the steps in a procedure by giving meaning to them (Charalambous, Hill, and Ball, 2011). The teaching methods that the teacher wants to apply; the way the method is applied; the contents of the textbook, and the metaphors used by the teacher; also the efforts to associate it with daily life and the analogies deeply affect what, how much, and in which way the student will learn in the learning activities (Bingölbali and Özmantar, 2015) and this context. Not choosing the proper instructional explanations may cause the student to form misconceptions or not learn meaningfully by memorizing the data. It is seen that instructional explanations are examined in different frameworks (see Baki, 2013; Charalambous et al., 2011; Karakus, 2017; Levenson, Tirosh, and Tsamir, 2006; Sırmacı and Gökkurt Özdemir, 2016; Thanheiser, 2009); however, studies examining instructional explanations using the levels of understanding of mathematics presented by Kinach (2002a,200b) concentrate mainly on numbers and operations (see Alkan, 2016; Gökkurt, Şahin, and Soylu, 2012; Kinach 2002a, 2002b; Korkmaz, 2021; Toluk Uçar, 2010, 2011). In addition, there are limited studies in the domains of statistics (Akyıldız, 2019) and algebra (Güler and Çelik, 2016). The studies were conducted with pre-service elementary teachers (Toluk Uçar, 2010, 2011), pre-service mathematics teachers (Akyıldız, 2019; Güler and Çelik, 2016; Kinach, 2002a, 2002b; Toluk, 2011), elementary teachers (Korkmaz, 2021) and mathematics teachers (Alkan, 2016; Gökkurt et al., 2012; Korkmaz, 2021). When the findings of these studies are examined, whether the participants are pre-service teachers or teachers, their instructional explanations are primarily at the instrumental level (Alkan, 2016; Akyıldız, 2019; Gökkurt et al., 2012; Güler and Çelik, 2016; Kinach 2002a, 2002b; Korkmaz, 2021; Toluk Uçar, 2010, 2011), which is an important result, while a limited number of participant explanations are available at the relational level (Akyıldız, 2019; Kinach 2002a, 2002b), especially at the concept (Alkan, 2016; Güler and Çelik, 2016) and problem-solving (Korkmaz, 2021) level understanding.

Measurement Estimation

Measurement is one of the learning domains at every grade (1 to 8) level in the Ministry of National Education (MoNE) mathematics curriculum. It is stated that examples of measurement are frequently seen in daily life and accepted by everyone to be an essential subject (Zembat, 2015). When the learning outcomes of the students about measurement, which is one of the primary subjects of mathematics, are examined, it is seen that they have difficulty in learning measurement concepts and associating these concepts, and they try to reach the result by memorizing the formulas (Dağlı, 2010; Tan Şişman and Aksu, 2009).

The subject of estimation is analyzed under three categories: numerosity estimation, computational estimation, and measurement estimation (Berry, 1998; Dowker, 1992). Determining the number of multiplicities created when more than one object comes together, it is called the numerosity estimation (Akkuşçi, 2019), giving the most relevant and realistic results without calculating the results of mathematical operations and mathematical problems, is called computational estimation (Dowker, 1997), approximation of the dimensions of an object without using a measuring tool was defined as the measurement estimation (Budak, 2019).

Estimation is a skill in which measurement is reflected in daily life, and students have difficulties simultaneously; therefore, including examples and activities that include predictions while teaching measurement subjects allow students to gain and develop their estimation skills (Satan, 2020). People use various shortcuts to reach the closest value in the estimation skill, which is frequently used in daily life, and these shortcuts are expressed as estimation strategies (Van de Walle, 2008, Karp, and Bay-Williams, 2019). Some strategies used in measurement estimation are as follows: unit iteration, using a reference point, squeezing, dividing into parts, using prior knowledge, and mental meter (Gooya, Khosroshahi, and Teppo, 2011).

When the studies on measurement estimation and the strategies used were examined, it was seen that students were weak in using measurement estimation strategies (Bulut and Şener, 2017; Kumandaş and Gündüz, 2014; Tekinkır, 2008). In addition, the measurement estimation strategies being used get richer with the increase in the grade level (Kumandaş and Gündüz, 2014; Siegel, Goldsmith and Madson, 1982; Tekinkır, 2008). In their study with teachers, Boz Yaman and Bulut (2017) stated that although teachers are generally aware of measurement estimation skills and their strategies, they do not use these skills during their teaching.

Several reasons guide the current study. First of all, measurement is considered as one of the critical and fundamental contents in mathematics. Second, students may have difficulties measuring length, area, and volume, and use memorization to convert measurement units (Tan Şişman and Aksu, 2009). Third, estimation is an essential skill among the standards and subject-specific learning outcomes stated in the mathematics curriculum. Fourth, teachers do not include sufficient estimation skills in their teaching (Boz Yaman and Bulut, 2017). To this end, not having a study about instructional explanations on area measurement in the literature makes this study salient to investigate. Also that it is thought that this study will contribute to the literature relatively, the fact that the instructional explanations of teachers or pre-service teachers in the field literature are concentrated at the instrumental level understanding may cause the transfer of mathematical knowledge to students depending on the rules and procedures, thus causing a conceptual understanding not to be formed in the students. When the mathematics curriculum standards about area measurement are taken into account, students are expected to find the area formula of a given geometric shape (MoNE, 2018). These standards require conceptual understanding, so considering that mathematics teachers' understanding of these concepts is effective on students' understanding levels, it is of great importance to examine the level of mathematical understanding of teachers' instructional explanations. In addition, investigating how much measurement estimation skill is included in these explanations is another point that should be mentioned because there are statements about improving students' estimation skills emphasized in the mathematics curriculum (MoNE, 2018).

This study aims to determine the instructional explanations of mathematics teachers about area measurement in the context of the level of understanding mathematics proposed by Kinach (2002a), identify whether they use estimation skills in their instructional explanations, and investigate what strategies they use. For this purpose, answers to the following research questions were sought:

1. How are the instructional explanations of mathematics teachers on area measurement when examined according to their level of understanding?

2. How are the instructional explanations of mathematics teachers on area measurement regarding their use of estimation skills?

Method

This study is designed to be qualitative research to reveal the instructional explanations used by mathematics teachers to solve mathematical problems related to area measurement in the context of their level of understanding and determine whether they include measurement estimation skills. Qualitative research is one through which "qualitative data collection methods such as observation, interview, and document analysis are used, and a qualitative process is followed to reveal perceptions and cases realistically and holistically in their natural environment" (Yıldırım and Şimşek, 2016, p. 41). Generic qualitative inquiry is research that uses qualitative methods but does not choose any of the known qualitative inquiry approaches (such as case study, phenomenology) and tries to answer only the research question (Patton, 2015). In this study, the generic qualitative inquiry stated by Patton (2015) was used, as it was aimed to determine the instructional explanations of mathematics teachers on area measurement according to their level of understanding and to define whether they include estimation skills, and if so, what strategies they use. Different ways such as observation in the classroom environment or interview could be used to identify instructional explanations; however, it was thought that it would be more appropriate to obtain data through interviews since interviews are a powerful method used to reveal people's thoughts and feelings (Bogdan and Biklen, 1992). At the same time, it was challenging to make observations in the classroom environment due to the epidemic during the study period. Data analysis was carried out through descriptive analysis using the levels of understanding mathematics, which is accepted as the theoretical framework in the study and modified by Kinach (2002a).

Participants

The sample group of the research was determined by the purposive sampling method. While deciding on the study group in qualitative studies, it is aimed to make detailed explanations rather than generalizations (Creswell, 2012), so whether they comply with specific criteria following the purpose of the study in the selection of the participants (Johnson and Christensen, 2014). The first criterion sought for the participants in this study is that the teachers are secondary school mathematics teachers (aka Grade 5-8). The second criterion is the teachers' years of teaching experience. It should be noted that as teachers' teaching experience increases, their conceptual knowledge also improves (Abd-El-Khalick, 2006; Roehrig and Nam, 2011), and there are differences in their experience, thought, and instructional practices (Borko and Livingston, 1989; Leinhardt, 1989; Niess, 2005). The years of teaching experience of the participants are grouped as 1-5 years, 6-10 years, 10 years, and above experience. First of all, it was decided how many participants would work within the study. While determining the number of participants, Guest, Bunce, and Johnson (2006) produced the most basic themes with the first six interviews and reached data saturation above 90% with 12 interviews in their study about data saturation. Also, Francis et al. (2009) declared that they reached data saturation with ten to 17 interviews; therefore, it was decided on conducting the study with 12 participants in this study. Attention was paid to ensure that each participant group had an equal number of years of teaching experience (i.e., 4 participants for 1-5 years, 4 participants for 6-10 years, 4 participants for ten years and above). Creswell (2012) stated that sampling strategies differ before or after data collection. At this stage, researchers used the snowball sampling (Creswell, 2012) technique, which is one of the purposive sampling strategies, to obtain participants in each teaching experience category. Researchers asked the participants to recommend a secondary school mathematics teacher with different teaching experience years during the interview. The study was carried out by reaching 12 participants. Each participant's consent was obtained with an informed consent form.

Data Collection Tool

In the study, interview questions were used to determine the instructional explanations of secondary school mathematics teachers about area measurement in the context of understanding levels developed by Kinach (2002a) and to reveal the strategies they use for measurement estimation. The interview questions consisting of eight open-ended mathematics questions were first presented to the expert opinion by the researchers. Opinions were received from three mathematics education experts. According to their feedback, the order of the questions has been changed, the expressions that make up the question have been edited, the questions thought to be similar have been reduced, and additional explanations have been added to understand what is required from the teachers. With these regulations, the number of interview questions was reduced to six. After the expert opinion, pilot interviews were conducted to decide whether there was a need to revise the interview questions. After the first pilot interview, figures related to the question (i.e., cars) were added to the last question since the participant could not understand the two different cars included in the last interview questions. The second pilot interview was held, and no adjustments were needed afterward. Interviews were conducted with 12 participants with six questions that were decided after the pilot interviews. In the first interview questions, the teachers were asked to explain how they teach the concept of "area" to the fifth-grade student. In the second question, a right triangle was given, and they were asked how they explained the calculation of the area of the right triangle to their sixth-grade students. In the third question, they were asked how to solve and explain the operations to find the number of tiles needed if a rhombus-shaped tile of known diagonal lengths is covered with a region of the known area to their seventh-grade students. In the fourth question, the teachers were asked how the division of a rectangular shape into squares was explained to secondary school students. Then in the fifth question, they were asked to explain the area of square formed by rectangular shapes with different areas to the seventh-grade student. It is requested to explain finding the side length of the quadratic region formed by combining the areas. The last question asked how they provided an instructional explanation for a problem in which sedan and pickup vehicle figures were included, and the areas of the parking spaces of the vehicles were asked to be estimated. During the semi-structured interviews, additional questions were asked by the researchers about the unit conversion processes where the participant included in the solution but did not explain in detail. Below are examples of these additional questions.

"Well, how would you explain the conversion phase, that is, in the conversion phase from square meters to square centimeters?"

> How do you make your students recall that? This is not a 7th-grade standard. It is taught in the 6th grade; they study the units of measurement. How would you describe it when you need to be reminded of that conversion?

Data Collection Process

The data were obtained through a video conference platform through semi-structured interviews with 12 secondary school mathematics teachers. With the semi-structured interview, the participant was allowed to explain their thoughts in depth (Büyüköztürk, Kılıç Çakmak, Akgün, Karadeniz, and Demirel, 2020), to explain the basic ideas that guide their instructional explanations, and to understand what their explanations for measurement estimation are. During the interview, the interview questions were projected onto the screen, and the participant was asked to explain what kind of operations and explanations s/he would make in accordance with the class level of the student expressed in the question regarding the solution of each question.

Data Analysis Process

The data analysis started with the transcription of the interviews, and the descriptive analysis of the obtained texts was made. At this stage, the teachers' knowledge about area measurement was checked whether it was correctly solved or not, and if the solution of the problem was wrong, the teachers' answers were not included in the analysis. Teachers' instructional explanations were analyzed according to the level of understanding mathematics used by Kinach (2002a). At this stage, the categories of instructional explanations were decided based on the subcategories created by Alkan (2016) regarding the levels of understanding developed by Kinach (2002a) regarding instructional explanations. Alkan (2016) identified three subcategories of the instrumental level: expressing the definition directly (IB1), expressing rules and relationships directly (IB2), and expressing how a procedure will be applied directly (IB3). In addition to these three subcategories, researchers were added mathematical teaching "tricks" (IB4) as the fourth subcategory. The inclusion of this category was decided based on the results obtained by Toluk Uçar (2011) and the logical tricks mentioned by Kinach (2002a). Mathematical teaching tricks consist of teaching with an easy or catchy story, analogy, where teachers' instructional explanations are not based only on mathematical reasons (Kinach 2002a;

Toluk Uçar, 2011). Alkan (2016), who divides each understanding level at the relational level into three subcategories, defined the conceptual level as the explanatory level. At this level, she has developed subcategories in the form of explaining what the definition means (AB1), explaining what the relationship and characteristics mean (AB2), explaining the solution steps and reasons (AB3). For the problem-solving level, subcategories were: Using analytical strategies such as modeling in explanations (PB1), using the meanings of the concept in a problem situation (PB2), solving a problem using different problem-solving strategies (PB3). Considering the epistemic level, it was determined as emphasizing the source and development of mathematical knowledge (within the scope of the relevant subject) in their explanations (EB1), emphasizing the role of mathematics in other disciplines in their explanations (EB2), proving the underlying causes of mathematical relations by justifying them (EB3) (Alkan, 2016). Becasue Alkan (2016) did not specify the subcategories of the last level of understanding, the level of inquiry, the researchers determined the subcategories for the level of inquiry as follows, in line with the explanations of Kinach (2002a): Guiding students to discover new mathematical relationships in their explanations (SB1), carrying out studies aimed at establishing new problem situations (SB2), and including interrogative approaches to concepts (SB3). In Table 1, sample sentences belonging to the subcategories of some instructional explanations are given by using the answers given by the participants in this study.

Table 1. *Example instructional description subcategories*

Instructional Description Category	Explanation of the participant
Example 1: IB3	To cover an area of 14 m^2… First, of course, the student has to find its area. It is needed to find the area of the rhombus. I need to make student find this area from e times f over 2 and then divide the whole area.
Example 2: AB2/AB3	Now, for example, they know the area of the rectangle beforehand. In the 5th grade, I can show that it is half, the paper can be cut, or I can find the area of the rectangle and say that it is divided with the help of a diagonal, that it is divided into exactly two parts. Hence, we use the base times the height divided by two in the triangle area.
Example 3: IB2	Afterward, we already give the 7th-grade students the rhombus formula. So the length of diagonals are multiplied and divided by 2. Then I would have it done to see how many of these rhombuses are in the area we want to cover.
Example 4: IB4	Mrs. Kamile is on the roof, Uncle Mehmet is on the window, saying hello, hello. In other words, this nursery rhyme creates much more permanence in the students' minds, and in this way, the student does not face much trouble in unit conversion.
Example 5: AB1	I start with the concept of length; first, I prefer to start this way. We are moving from one dimension to two dimensions. We pass from one dimension to two dimensions with the concept of area. First of all, I am trying to create this awareness. A surface now appears in the concept of area. Of course, it can be a square, a triangle, a rectangle, or a circle. In the future, there may be a rhombus trapezoidal, etc., in the 7th grade. But as I said in the first place, I am talking about moving to the second dimension. Since it has a second dimension, we can now talk about width and length here. I tell you that we have filled the surface in between. Sometimes, we use dynamic software to draw on the board to show.

For example, participant T3 explained Example 1 in Table 1 in the question about the area of the rhombus. In this explanation, T3 only talked about the process steps of finding the area; s/he made an instructional explanation at the instrumental level in the sub-dimension of directly expressing how to use a procedure (IB3).

On the other hand, participant T8 made the instructional explanation regarding the area of the triangle in example 2: In the sub-dimension of explaining what relations and properties mean by relating the area of the triangle to the area of the rectangle (AB2), and also where it came from, that is, s/he used the rectangle when finding the area formula, and to this conclusion. It was seen that s/he made an explanatory instructional explanation in the AB3 category, in which s/he explained the solution steps and justifications, as s/he made use of visual elements such as shapes while reaching.

Participant T10 made the instructional explanation in example 3 for the question in which the area of the rhombus should be calculated. Here, s/he made an instructional explanation in the IB2 category, in which s/he chose to directly use the formula to find the area of the tile given in the form of a rhombus.

Participant T4 did not make a mathematical explanation by mentioning the order of area measurement units with a rhyme in the instructional explanation in example 4 regarding the question that requires conversion between m^2 and cm^2, and made an instructional explanation in the IB4 category by using instructional "trick."

Participant T7 explained what the concept of "area" means in her/his instructional explanation of teaching the concept of "area" in example 5. S/he made an instructional explanation in the AB1 category, which s/he explained by associating the transition from length to the area with the concept of dimension.

The answers given by the teachers in determining the measurement estimation and the strategies used were matched under the codes of "correct estimate," "partial estimate," and "false estimate/no explanation" previously determined by the researchers, according to their use of estimation skills. Expressing the result as numerical data by using the estimation strategy was evaluated as "correct estimation," using a strategy but not expressing the result as numerical data was evaluated as a "partial estimation," and not using any strategy and not making an estimation was evaluated as "incorrect estimation/no explanation." For example, if the participant was said, "If *this vehicle were approximately 5 m by 1.5 m, if the other vehicle was 1.5 times larger, I guess it would be at least 12 m^2 would need a space*" would be considered as an example that can be coded as "correct estimate" because numerical values for the correct answer to the question are used here. However, the researchers created this answer as an example since no participant answered the correct estimate category suitably. The participant's response as "*I do not know exactly, it will be bigger than the other, but not 5-10 times*" was coded as a partial estimate because the "partial estimate" category was deemed appropriate since it included an estimate of greater/smaller, which did not include numerical values close to the correct answer. Then, the prediction strategies used by the participants were determined.

In the data analysis, the remaining 68 instructional explanations were coded by two researchers at different times since two of the 72 instructional explanations received from the participants were incorrect, and no answer could be received for two other questions. Researchers identified the same level and subcategory in 65 of their coding. Inter-coder reliability was calculated with the formula suggested by Miles and Huberman (1994) and was determined as 95.5%. Because different coding was done in the subcategories of the three instructional explanations, the researchers came together and reached a consensus by reanalyzing these explanations.

Ethical Permissions of the Study

Throughout the analysis, all guidelines specified to be applied within the scope of the "Scientific Research and Publication Ethics Directive for Higher Education Institutions" were implemented. None of the actions stated under the title "Actions Against Scientific Research and Publication Ethics," which is the second part of the directive, were performed during the study.

Ethics committee permission information

Name of the committee that made the ethical evaluation = Istanbul Medeniyet University Educational Sciences Ethics Committee

Date of ethical review decision = June 07, 2021

Ethics evaluation document issue number = 2021/06-25

Results

The level of understanding of secondary school mathematics teachers' instructional explanations on area measurement and the extent to which and how much they include measurement estimation in the explanations they use; whether they did is presented in this section. The results of this study, which investigated which estimation strategy they used, are included in this section in the form of classification of instructional explanations, results for each instructional explanation based on questions about area measurement, and findings related to estimation skills examined.

Classification of Instructional Explanations According to Kinach Understanding Levels

Considering the instructional explanations made by the teachers for each question in the study, a total of 72 instructional explanations should be obtained. In comparison, 68 instructional explanations were analyzed because two instructional explanations were wrong, and no answer could be obtained for two other questions. While 68 instructional explanations occurred at the procedural and explanatory levels, the problem-solving, epistemic, and inquiry levels were not determined. Regarding the distribution of the data obtained in Table 2, 66.18% of the instructional explanations are at the instrumental understanding level and 33.82% at the explanatory level. According to Table 2, which presented the distribution of instructional explanations, the following subcategories are explained; it is seen that a total of 114 codings were made. The number of coding obtained is more than 68 because some instructional explanations contain more than one subcategory.

Table 2. *Distribution of understanding levels of instructional explanations by subcategories*

Levels	Number	%	Subcategories	Number	%
Instrumental Level	45	66.18	Expressing the definition directly (IB1)	3	2.63
			Expressing rules and relationships directly (IB2)	30	26.32
			Expressing directly how a procedure will be performed (IB3)	30	26.32
			Using a mathematical teaching trick (IB4)	2	1.76
Explanatory Level	23	33.82	Explaining what the definition means (AB1)	14	12.28
			Explaining what relationships and properties mean (AB2)	19	16.67
			Explaining the operation steps and reasons (AB3)	16	14.04

Instructional Explanations on the Concept of "Area"

Sample instructional explanations of teachers regarding the concept of area are as follows:

"we start by counting the squares on the checkered paper when it comes to the area of rectangle" The teacher made an instructional explanation in the IB2 category, in which s/he directly expressed the rules and relations, by talking about counting the unit squares in finding the space it occupies for the area of the rectangle.

> The classroom area, or rather, one of the easiest areas to show, is regular shapes, square or rectangular. Since the classroom is also covered with tiles, it would be more comfortable. The area will appear as soon as I count and multiply the vertical or vertical and horizontal rows. Any vertical or horizontal. It comes easy for them to understand. It can also be explained by painting. Ermm… I can think of it as the surface we paint is the area. Wall paint or carpet. I think they know the square meter logic from there, as fifth-grade students.

This instructional explanation was in the AB1 category because the teacher tried to explain what the concept of the area means with examples from daily life.

> Children know somewhat the concept from primary school, we multiply the long side with the short side, we find the area, or when the area of shape is the topic, the child thinks of, and when we ask him, it starts with a rectangle, the short side or the long side. Probably because it was given this way in primary school, because it was emphasized because it was explained in that way

was coded in the IB1 subcategory since it includes expressing the area of the rectangle directly as the long side times the short side.

The following explanation, presented as an example in the AB1 subcategory of the explanatory level, gives concrete examples of area and transitions from the concept of environment to area.

> First of all, I would try to give examples from our environment to explain what the concept of area is, and I would try to learn where the concept of area was first heard by the students in their daily life. I would make them realize the relationship between the perimeter and the area, first explain what the perimeter is, then explain the relationship between the area and the perimeter and explain the concept of area in that way.

When the instructional explanations for the area concept were examined in general, six (50%) of the participants made instructional explanations at the instrumental level, and the other six (50%) at the explanatory level. The explanations built on finding the value of the area rather than making sense of what the area concept is are within the scope of instrumental level understanding. Some explanations showed that teachers prefer the instructional explanation approach, the most superficial explanation, which remains at the instrumental understanding level. In addition, instructional explanations that fit the conceptual understanding (explanatory) level, which is the most basic of the relational understanding level, were used. However, no instructional explanation was found at the level of problem solving or epistemic understanding. In the question asked about how the concept of the area was introduced, no examples of explanations emphasizing the source or development of mathematical knowledge were found in the instructional explanations of the teachers.

Instructional Explanations on the Area of a Right Triangle

One of the teachers (8.33%) made an instructional explanation about the area of the right triangle at an instrumental level, and 11 (91.66%) at an explanatory level. Below is an instructional explanation at the instrumental level and in the IB3 subcategory, which shows how to apply a formula for the area of the right triangle.

> Dear students, as you can see, the base is 8 units, and we need to find the height here. How was the height found now? The important thing is the height of that base in the area. So that is height. However, let us draw this upright. This is also a height. However, this height belongs to that base. If our base is 8, we need to find the height of these 8 units. Where is it, right there, 4 units? Since there are 4 units, we can multiply them and divide them by 2. After all, what did we say as a footnote? What happens to side (i.e. opposite or adjacent) in a right triangle? It could actually be called our height.

In the explanations in the explanatory level and AB2 subcategory below, instead of directly presenting the relation related to the area of the right triangle, it is aimed to find new information based on previous knowledge, such as moving from the area of the rectangle to reach the area, or drawing another right triangle and forming a rectangle.

> I say let us complete this to make a rectangle first, you know, if the rectangle was completed, they will probably be able to count all the squares and then realize that it is half of it. From there, I will reach the area of the triangle and complete it from 4x 8=32 halves to 16 rectangles.
>
> I would draw another triangle and show that it is actually half of a rectangle. Because they already know the area of the rectangle. Normally, I would calculate the area of the rectangle in the same way as I find the area, and divide it in half, since it has half its shape, and derive the formula that way.

The most common finding was that the instructional explanations used by the teachers in solving problems about the area of the right triangle were explained by using the area of the rectangle. It was found that the use of instructional explanations at the concept (explanatory) level understanding, which is the most basic level of relational level understanding, is preferred over the instrumental understanding level.

Instructional Explanations on the Area of the Rhombus

Regarding this part, eight (66.6%) of the participants made an instructional explanation at the instrumental level, three (25%) at the explanatory level, and one participant gave an incorrect answer. In the explanation below, which is at the instrumental level understanding and in theİB3 subcategory, in which the direct application of the formula of the area of the rhombus depends on the diagonals, and how to apply a formula to the procedure is seen.

> Afterward, we already give the 7th-grade students the rhombus formula. So the diagonal lengths are multiplied and divided by 2. Then I would have it done to see how many of these rhombuses are in the area we want to cover.

In the other instructional explanation given below, in order to find the area of the rhombus, the length diagonals of the rhombus are completed into the sides of rectangle to create a rectangle, and the area of the rhombus was found from the area of the rectangle and then converted into a formula. These statements, which justify the process steps and explain the reasons behind the formula, were at the explanatory level and in the AB3 subcategory.

> When we draw the corners of the rectangle, we see that when we draw from the corners of the rhombus, we divide the rectangle into four equal parts. The student sees that these four congruent parts are divided into two congruent triangles. One of each belongs to a rhombus. So here again, they can see that the rectangle area is half; any rhombus is half of a rectangle, half its area. So what are we doing then? One of the diagonals is the long side of the rectangle. Let's say it could be 20 cm, for example, and the other short side could be 14 cm. Normally the area of the rectangle would be 14 times 20, but the rhombus takes up half.

When the teachers' instructional explanations about the rhombus area were examined, the instructional explanations remaining at the instrumental level were grouped under the subcategories of directly expressing the rules and relations (IB2) and directly expressing how to apply a procedure (IB3). It was found that the instructional explanations at the explanatory level of understanding were given as explaining what the relationship and features mean (AB2) and explaining the solution steps and reasons (AB3). It was observed that the majority of the teachers preferred to use formulas while explaining the area of the rhombus, and they avoided explaining where the area formula came from conceptually as they did for the area of the right triangle. Instructional explanations were at the superficial level, and there were no explanations at the problem-solving or epistemic level of understanding. Although the design of the interview question itself allows explaining the problem-solving level, it was noted that the teachers made explanations for solving the question with the use of the procedure.

Instructional Explanations on Area Measurement Units

All of the participants used the ladder method to convert area measurement units. Statements that memorize the units sequentially and multiply downwards, divide upwards, or so on, which are far from mathematical foundations, show instrumental level understanding. In addition, ensuring that the units remain in the memory by singing or like rhymes is also expressed as a teaching trick (Toluk Uçar, 2011) and these expressions are explanations that show understanding at the instrumental level. All participants preferred to convert m^2 to cm^2 in the unit conversion process. They stated that the reason for this was that when they divided the number by 10000 to convert cm^2 to m^2, the result obtained was a decimal number, and the students were not at the desired level in dealing with decimal numbers. Below are three examples of instructional explanations in the IB2 subcategory, where the procedure is explained:

"*Meter, decimeter, centimeter… So there are 2 steps. However, when it was a square, remember that another 2 zeros were coming. What will happen in total There will be 4 zeros*."

"*I would make them remember the ladder. So here I would prefer it as it is easier to go from square to square centimeter*."

> I would ask how many steps from m2 to cm2, to where are we going? Since it will go down 2 digits and it will add 2 zeros in each digit, saying that I would have to add 4 zeros in total next to 14, and I would do the operation.

The example below shows an example of instructional explanation in the IB4 subcategory, where area measurement units are memorized as a teaching trick.

> Mrs. Kamile is on the roof, my uncle Mehmet is on the window, saying hello, hello. In other words, this nursery rhyme creates much more permanence in the students' minds, and in this way, the student does not face much trouble in unit conversion.

Findings on the Use of Estimation Skills

Instructional explanations were examined to understand whether the participants used the estimation skill in their instructional explanations and what strategies they included. The results of teachers' use of estimation skills are given in Table 3.

Table 3. *Distribution of the use of estimation skill*

	Number	%
Correct estimation	-	-
Partial estimate	10	83.33
Wrong estimation/No explanation	2	16.67

Ten participants (83.33%) made an instructional explanation at the instrumental level to the question, which required estimation, and two participants could not explain at all. In all of the explanations, while the teachers were explaining how to explain, they focused on verbal explanation rather than how to estimate the problem's solution in numerical terms, so the explanations were considered suitable for the "partial estimation" category. Nine (90%) of the partial estimators used the reference point strategy as their estimation strategy. On the other hand, one participant understood that the question required estimation skills but could not estimate the desired answer. Some of the instructional explanations of the participants are as follows:

> We have to understand the bigger vehicle gets that the shape accordingly gets bigger. However, if it is the same length, only different in width, we can keep the same height and edit the width. In other words, Mr. Metin, whom Ali Bey will call the management, needs a line in a wider direction than the car park line drawn.
>
> *"Looks like 1.5 times bigger on average."*
>
> If she said that his vehicle is a sedan, the standard parking line fits me at first, but now he has to declare that his vehicle is now not a sedan but a pickup, then the standard parking line does not suit for his vehicle. Therefore, he should say that he wants a wider line in the parking lot.
>
> I do not know exactly how big their proportions are. How many times bigger is the pickup car than to sedan car? When we say how many times it is, of course, we are talking about 1/2 and 1/3 multiples here. Not 5-10 times, of course.

In the instructional explanation examples given above, estimating that the pickup vehicle is larger than the sedan vehicle and therefore a larger parking area will be needed was made by accepting the sedan as a reference so that from an object known in mind (Gooya et al., 2011) was used as a reference point known as an estimation strategy.

Conclusions and Discussion

This study aimed to determine the instructional explanations of mathematics teachers on area measurement in the context of Kinach's (2002a) understanding levels, whether they use estimation skills in their instructional explanations, and what strategies they use. In the present study, it was found that the instructional explanations of the teachers were stacked in the instrumental level of understanding and the conceptual level, which is the most basic level of the relational level of understanding. It is noteworthy that in the instructional explanations for area concept, there are definitions that the area covers a place and explanations about the rectangle area. It was found that these explanations are collected at the instrumental and conceptual levels, which are the most superficial ones. The most striking result in the explanations for the triangle area was that the explanations were made over the rectangle area. It is important that teachers need to include such an instructional explanation in teaching the area of a triangle for conceptualizing knowledge rather than rote learning. However, the same is not the case in the instructional explanations for the area of the rhombus. Another important finding is that the teachers mostly made explanations at the instrumental understanding level and mainly included formulas here. At the end of the interviews, it was seen that the instructional explanations on the area mostly remained at the instrumental level and then at the conceptual level. It is noteworthy that mathematics teachers did not even include an instructional explanation for understanding at the relational level of problem-solving in their explanations of the solution of some mathematical problems in the interview questions. Instructional explanations of the teachers were mainly at the instrumental level, and this finding also showed parallelism with the studies examining the instructional explanations of teachers or pre-service teachers on different concepts. The findings of other studies in the literature showed that instructional explanations were mostly stacked at the instrumental or conceptual level (Alkan, 2016; Akyıldız, 2019; Gökkurt et al., 2012; Güler & Çelik, 2016; Kinach 2002a, 2002b; Korkmaz, 2021; Toluk Uçar, 2010, 2011).

In this sense, it is crucial to examine in-depth why teachers' instructional explanations remain at a superficial level. Regarding many studies in the literature and this study, investigating and elaborating the reasons behind teachers' explanations at the instrumental level is needed. One of these reasons; maybe that teachers think that they cannot accomplish to teach standards in the mathematics curriculum in one academic year, and they try to complete the instructional process in a limited time by directly expressing the rules, relations, and how a procedure will be applied, which were at the instrumental level. It was pointed out that the teachers intend to pass quickly by giving rules and think that it is a waste of time to make instructional explanations at the relational level (Gökkurt et al., 2012). Also, during the thank-you speech process made with the participants after the interview recordings were terminated, the teachers indicated that they thought that they could explain the subject to the students more efficiently by making instructional explanations at the instrumental level or that the students would understand it more easily, although they were actually at the advanced level of understanding. Some participants stated that one of the determining factors in the instructional explanations is the students' mathematics performance. Participants stated that they made superficial instructional explanations in some classes and in-depth instructional explanations in some classes. Building new knowledge on students' previous knowledge is necessary for instructional explanations (Leinhardt & Steele, 2005), but this should not mean unqualified or superficial instructional explanations by citing differences in students' prior knowledge (or comprehension levels). In addition, it may result that the target behaviors and skills that are emphasized in the mathematics curriculum and expected to be acquired by the students are not at the desired level.

Another reason mathematics teachers' instructional explanations were at the instrumental or explanatory level may be that teachers' knowledge of mathematics is insufficient to include explanations at the relational level of problem-solving, epistemic, and inquiry. It is obvious that mathematics teachers' undergraduate education plays an essential role, especially when they are teacher candidates. The fact that the pre-service teachers' instructional explanations were not sufficient to provide teaching according to a targeted level of standards in the mathematics curriculum (Toluk Uçar, 2010), their pedagogical content knowledge is not at the desired level in the dimension of teaching strategies, and accordingly, they have difficulties in understanding students and providing an effective mathematics teaching (Şahin, Erdem, Başıbüyük, Gökkurt, & Soylu, 2014) reinforces the underlying reason why teachers' instructional explanations remain superficial. Although it is known that it is not easy to create instructional explanations for pre-service teachers (Kinach, 2002a), the same is valid for teachers, or it may be an option not to be preferred. However, whatever the reason is, it is inevitable that mathematics subject matter knowledge (Shulman, 1986), which is a part of pedagogical content knowledge, plays a role in instructional explanations (Charalambous et al., 2011). The limited subject matter knowledge of teachers (Blum & Krauss, 2008; Gökkurt et al., 2012; Gökkurt & Soylu, 2016; Tekin-Sitrava, 2014) or pre-service teachers (Ding, He, & Leung, 2014; Evan, 1993) affects the pedagogical content knowledge and also has a strong connection with the quality of instructional explanations (Charalambous et al., 2011). Therefore, when teachers have excellent mathematical subject matter knowledge, it also helps them to master the instructional explanations focused on concepts and rules. While these explanations help students understand the activities they perform in-depth, they also play an important role in forming their cognitive schemas in the learning process (Wittwer & Renkl, 2008). For example, it has been seen that the difference between the instructional explanations of mathematics teachers working in Asian countries and the United States (USA) is the conceptual explanations behind the concepts and rules and explaining how they work (Perry, 2000). When the types of examples used by mathematics teachers with their instructional explanations in teaching a concept were examined, it was revealed that the teachers who made explanations in the explanatory dimension included developmental or non-exampling examples that included relations between the subjects. In contrast, those in the instrumental dimension used standard examples (Alkan, 2016). Considering that teachers include standard and improving examples (Alkan, 2016) when teachers' pedagogical content knowledge is examined in the context of Kinach's (2002a) understanding levels, it was found that the types of examples did not differ much in addition to the explanations that will affect the student's understanding of mathematics in the classroom. It can be said that this situation may be effective in student learning. Considering that the knowledge of teaching mathematics consists of explanations and examples used in the lesson (Leinhardt, 2001), it can be concluded that the more superficial the teachers' explanations, the more their examples will not differ. Since the instructional explanation should include both exemplary and non-exemplary situations (Leinhardt & Steele, 2005) regarding the concept being taught, it is inevitable for qualified teaching that the instructional explanations of the teachers should be at least at the conceptual level.

Although the level of instructional explanation according to the participants' years of experience is not the study's primary purpose, a remarkable finding from this study is that the explanations of teachers with 11-15 years of experience were made explanations at the conceptual level. Although the instructional explanations of these participants were not at problem-solving or other relational level understanding, the fact that they concentrate on the categories that are not at the instrumental level, but rather explain what the relation and features of the concept mean, and explain the solution steps and reasons, may be an indication that an attempt is made to teach away from rote learning. Experienced teachers define problems more quickly according to appropriate problem-solving strategies and have a more detailed grasp of concepts than teachers who are new to the profession (Wittwer & Renkl, 2008). Thus, they can also use the underlying reasons for concepts and procedures in their instructional explanations.

Since it is known that the instructional explanations of the teachers affect the success of the students, it is necessary to train pre-service teachers who can make instructional explanations at epistemic and problem-solving levels and provide teachers with environments that will allow for explanations at advanced understanding levels in the classroom environment, or wait for the teachers to create these environments. It will be beneficial for students to realize meaningful learning by using such explanations more frequently by teachers, emphasizing a source of mathematical knowledge, and emphasizing where the idea comes from with relationships.

In the questions about the use of the estimation skill, it was seen that the participants used estimation skills in the questions that required estimation in the context, and they did not include estimation skills in the other questions. Boz Yaman and Bulut (2017), in their study examining teachers' opinions about estimation, concluded that teachers do not include estimation skills in their lessons. Considering that estimation practices are beneficial for teachers in evaluating students' understanding of measurement (Gooya et al., 2011) and estimation skill is included in both international and national curricula, findings of teachers making instructional explanations that will neither increase these skills nor include operations for strategy use was a disappointment.

Suggestions

Teachers' learning experiences play a role in their instructional explanations (Karakuş, 2017; Leinhardt, 2010; Toluk Uçar, 2011). In this context, practices that will enable teachers to make their instructional explanations at a relational level in the lessons they take on mathematics teaching while they are still pre-service teachers can be included during their undergraduate education.

To understand the abstract structure of mathematics and make connections, teachers' use of materials should be supported during instructional explanations, and teachers' access to concrete materials that they will use in the lesson and the provision of these materials in schools should be facilitated. It is seen that teachers need alternative methods other than the ladder method in teaching and reminding area measurement units. In this context, concrete materials showing the relationship between measurement units can be prepared and added to the tool list for the secondary school mathematics course published by the MoNE Course Equipment Production Center.

Standards about area measurement in the national mathematics curriculum begin at the 3rd-grade and continue throughout middle school. For primary school level teaching, teachers' instructional explanations should be non-instrumental but at a level to provide conceptual understanding, and students' schemas for measuring areas should be formed correctly. For this, some concrete applications can be included in the lessons where the students are active such as the lengths of the sides of the shapes to be calculated are measured using a ruler, and they cover the ground surface using unit square. If each student is provided with tools such as a measuring set with a ruler and concrete models of unit square, it will contribute to the targeted learning of the standards about area measurement. Unit squares can be prepared in the form of tear-off paper material in addition to the back pages of textbooks, and measurement sets can be given to students free of charge, just as textbooks are provided free of charge.

In secondary school, teachers continue a process that started in primary school on area measurement. Teacher's books can be prepared in which the required-expected mathematical skills of students coming from primary school are stated, and the level at which the subject can be started is explained. The teacher's books included in the previous mathematics curriculum (see MoNE, 2005) guide teachers, provide an example plan for the course of the lesson, include alternative examples, and include notes about the mistakes that students can make, and thus enable the teacher to draw a framework for the lesson. Thus, they were seen as publications that supplemented with instructional explanations. For this reason, mathematics lesson teacher's books can be rereleased.

In addition to all these, it is possible that any activity such as seminar and project participation that will contribute to the professional development of teachers can be beneficial in increasing the quality of their instructional explanations.

References

Abd-El-Khalick, F. (2006). Preservice and experienced biology teachers' global and specific subject matter structures: Implications for conceptions of pedagogical content knowledge. *Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education,* *2*(1), 1-29. https://doi.org/10.12973/ejmste/75435

Akkusçi, H. (2019). *Altı ve yedinci sınıf öğrencilerinin uzunluk ölçümsel tahmin becerilerin incelenmesi.* Unpublished Master's Thesis, Erzincan Binali Yıldırım Üniversitesi, Erzincan.

Akyıldız, P. (2019). *Matematik öğretmeni adaylarının öğretimsel açıklamalarının matematiksel inanç perspektifinden incelenmesi.* Unpublished Doctoral Dissertation, Gazi Üniversitesi, Ankara.

Alkan, S. (2016). *Matematik öğretmenlerinin kullandıkları örneklerin sınıflandırılması ve öğretimsel açıklama boyutlarıyla ilişkisinin incelenmesi.* Unpublished Doctoral Dissertation, Karadeniz Teknik Üniversitesi, Trabzon.

Altun, M. (2004). *Matematik öğretimi*. Bursa: Alfa Aktüel Yayınları.

Baki, M. (2013). Sınıf öğretmeni adaylarının bölme işlemi ile ilgili matematiksel bilgileri ve öğretimsel açıklamaları. *Eğitim ve Bilim*, *38*(167), 300-311.

Berry, R. Q. (1998). *Computational estimation skills of eight grade students.* Unpublished Master's Thesis, Christopher Newport University, Virginia.

Bingölbali, E., & Özmantar, M. F. (2015). Matemtiksel kavram yanılgıları: Sebep ve çözüm arayışları. In M. F. Özmantar & E. Bingölbali (Eds.), *İlköğretimde karşılaşılan matematiksel zorluklar ve çözüm önerileri* (pp.1-28) Ankara: Pegem Akademi Yayınları.

Blum, W., & Krauss, S. (2008). *The professional knowledge of German secondary mathematics teachers: Investigations in the context of the COACTIV Project*. Paper presented at the Symposium on the Occasion of the 100th Anniversary of ICMI, Roma: Italya.

Bogdan, R. C., & Biklen, S. K. (1992). *Qualitative research for education: An introduction to theory and methods*. Boston: Allyn and Bacon

Borko, H., & Livingston, C. (1989). Cognition and improvisation: Differences in mathematics instruction by expert and novice teachers. *American Educational Research Journal, 26*(4), 473-498.

Boz Yaman, B., & Bulut, S. (2017). Ortaokul matematik öğretmenlerinin tahmin hakkındaki görüşleri. *Necatibey Eğitim Fakültesi Elektronik Fen ve Matematik Eğitimi Dergisi*, *11*(1), 48–80.

Budak, E. B. (2019). *Senaryolaştırılmış kavram karikatürlerinin 5. ve 6. sınıf öğrencilerinin ölçüsel tahmin ve yansıtıcı düşünme becerilerine etkisinin incelenmesi.* Unpublished Master's Thesis, Marmara Üniversitesi, İstanbul.

Bulut, A. S., & Şener, Z. T. (2017). İlkokul 4. sınıf öğrencilerinin uzunluk ölçümü konusundaki tahmin performanslarının incelenmesi. In H. Bağcı, F. Yardımcıoğlu & F. Beşel (Eds.), *3rd International*

Congress on Politic, Economic and Social Studies (pp. 12-19). Pesa Yayınları.

Büyüköztürk, Ş., Kılıç Çakmak, E., Akgün, Ö., Karadeniz, Ş., & Demirel, F. (2020). *Bilimsel araştırma yöntemleri* (28th ed.). Ankara: Pegem Akademi Yayınları.

Charalambous, C. Y., Hill, H. C., & Ball, D. L. (2011). Prospective teachers' learning to provide instructional explanations: how does it look and what might it take?. *Journal of Mathematics Teacher Education*, *14*(6), 441–463. doi:10.1007/s10857-011-9182-z

Creswell, J. W. (2012). *Educational research: Planning, conducting, and evaluating quantitative and quantitative research.* USA: Pearson Publicher.

Creswell, J. W. (2018). *Beş yaklaşıma göre nitel araştırma ve araştırma deseni.* (M. Bütün & S. B. Demir, Trans.). Ankara: Siyasal Yayınevi.

Dağlı, H. (2010). *İlköğretim beşinci sınıf öğrencilerinin çevre, alan ve hacim konularına ilişkin kavram yanılgıları.* Unpublished Master's Thesis, Afyon Kocatepe Üniversitesi, Afyonkarahisar.

Ding, L., He, J., & Leung, F. K. S. (2014). Relations between subject matter knowledge and pedagogical content knowledge: A study of Chinese pre-service teachers on the topic of three-term ratio. *The Mathematics Educator, 15*(2), 50-76.

Dowker, A. (1992). Computational estimation strategies of professional mathematicians. *Journal for Research in Mathematics Education*, *23*(1), 45-55.

Dowker, A. (1997). Young children‟s addition estimates. *Mathematical Cognition, 3*(2), 141-154.

Evan, R. (1993). Subject-matter knowledge and pedagogical content knowledge: Prospective secondary teachers and the function concept. *Journal for Research in Mathematics Education, 24*(2), 94-116.

Francis, J. J., Johnston, M., Robertson, C., Glidewell, L., Entwistle, V., Eccles, M. P., & Grimshaw, J. M. (2010). What is an adequate sample size? Operationalising data saturation for theory-based interview studies. *Psychology and health*, *25*(10), 1229-1245. doi: 10.1080/08870440903194015

Gökkurt, B., & Soylu, Y. (2016). Ortaokul matematik öğretmenlerinin pedagojik alan bilgilerinin incelenmesi: Koni örneği. *İlköğretim Online, 15*(3), 946-973.

Gökkurt, B., Şahin, Ö., & Soylu, Y. (2012). Matematik öğretmenlerinin matematiksel alan bilgileri ile pedagojik alan bilgileri arasındaki ilişkinin incelenemsi. *The Journal of Academic Social Science Studies*, *5*(8), 997–1012. doi:10.7583/jkgs.2017.17.2.107

Gooya, Z., Khosroshahi, L. G., & Teppo, A. R. (2011). Iranian students' measurement estimation performance involving linear and area attributes of real-world objects. *ZDM Mathematics Education*, *43*(5), 709–722. doi:10.1007/s11858- 011-0338-1

Guest, G., Bunce, A., & Johnson, L. (2006). How many interviews are enough? An experiment with data saturation and variability. *Field Methods*, *18*(1), 59-82.

https://doi.org/10.1177/1525822X05279903

Güler, M., & Çelik, D. (2016). A research on future mathematics teachers instructional explanations: The sample of algebra. *Educational Research and Reviews*, *11*(16), 1500–1508. doi:10.5897/ERR2016.2823

Johnson R. B., & Christensen, L. (2014). *Educational research: Quantitative, qualitative, and mixed approaches* (5th ed.). USA: Sage Publicher.

Karakuş, F. (2017). İlköğretim matematik öğretmeni adaylarının öğretimsel açıklamalara ilişkin tercihleri: sıfıra bölme konusu. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education*, *8*(3), 352–377. doi:10.16949/turkbilmat.302049

Kinach, B. (2002a). Understanding and learning-to-explain by representing mathematics: epistemological dilemmas facing teacher educators in the secondary mathematics ``methods'' course. *Journal of Mathematics Teacher Education*, *5*(2), 153–186. doi:10.1023/A:1015822104536

Kinach, B. (2002b). A cognitive strategy for developing pedagogical content knowledge in the secondary mathematics methods course: Toward a model of effective practice. *Teaching and Teacher Education, 18*, 51-71. https://doi.org/10.1016/S0742-051X(01)00050-6

Korkmaz, E. (2021). Instructional explanations of class teachers and primary school mathematics teachers about division. *International Journal of Progressive Education, 17(*2), 29-54. doi: 0.29329/ijpe.2020.332.3

Kumandaş, H., & Gündüz, Y. (2014). İlkokul, ortaokul, lise ve üniversitede öğrenim gören öğrencilerin ölçüsel tahmin becerilerinin doğruluğunun incelenmesi. *Kalem Eğitim ve İnsan Bilimleri Dergisi, 4(1),* 165-187.

Leinhardt, G. (1989). Math lessons: A contrast of novice and expert competence. *Journal for Research in Mathematics Education*, *20*(1), 52–75. https://doi.org/10.2307/749098

Leinhardt, G. (2001). Instructional explanations: A commonplace for teaching and location for contrast. In V. Richardson (Ed.), *Handbook of research on teaching* (4th ed.) (pp.333-357). Washington, D.C.: American Educational Research Association

Leinhardt, G. (2010). Instructional explanations in the disciplines. In Stein, M. K. & Kucan, L. (Eds.), *Angewandte chemie international edition* (pp. 1–9). Boston, MA: Springer US. doi:10.1007/978-1-4419-0594-9

Leinhardt, G., & Steele, M. D. (2005). Seeing the complexity of standing to the side: Instructional dialogues. *Cognition and Instruction*, *23*(1), 87-163.

Levenson, E., Tirosh, D., & Tsamir, P. (2006). Mathematically and practically-based explanations: Individual preferences and sociomathematical norms. *International journal of science and mathematics education*, *4*(2), 319-344.

Ma, L. (2010). *Knowing and teaching elementary mathematics*. New York, NY: Routledge.

Miles, M, B., & Huberman, A. M. (1994). *Qualitative data analysis: An expanded sourcebook* (2nd ed). Thousand Oaks, CA: Sage.

Millî Eğitim Bakanlığı [MoNE]. (2018). *İlkokul ve ortaokul matematik dersi (1,2,3,4,5, 6, 7 ve 8. sınıflar) öğretim programı*. https://mufredat.meb.gov.tr adresinden erişilmiştir.

Niess, M. L. (2005). Preparing teachers to teach science and mathematics with technology: Developing a technology pedagogical content knowledge. *Teaching and Teacher Education, 21*(5), 509-523.

Patton, M. Q. (2015). *Qualitative research and evaluation methods: Integrating theory and practice* (4th ed.). Thousand Oaks, CA: Sage.

Perkins, D. N., & Simmons, R. (1988). Patterns of misunderstanding: An integrative model for science, math, and programming. *Review of educational research*, *58*(3), 303-326.

Perry, M. (2000). Explanations of mathematical concepts in Japanese, Chinese, and U.S. first and fifth-grade classrooms. *Cognition and Instruction, 18*, 181–207.

Roehrig, G. H., & Nam, Y. K. (2011). A review of teachers' pedagogical content knowledge and subject matter knowledge for teaching earth system concepts. *Journal of The Korean Earth Science Society, 32*(5), 494-503. https://doi.org/10.5467/JKESS.2011.32.5.494

Satan, N. (2020). *Ortaokul öğrencilerinin ölçmede tahmin performanslarının ve tahmin stratejilerinin belirlenmesi.* Unpublished Master's Thesis, Hacettepe Üniversitesi, Ankara.

Shulman, L. S. (1986). Those who understand: Knowledge growth teaching. *Educational Researcher*, *15*(2), 4–14.

Skemp, R. R. (1978). Relational understanding and instrumental understanding. *The Arithmetic Teacher*, *26*(3), 9-15.

Sırmacı, N., & Gökkurt Özdemir, B. (2016). Matematik öğretmenlerinin sonsuzluk, belirsizlik ve tanımsızlık kavramlarına ilişkin öğretimsel açıklamaları. *Bartın Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, *5*(3), 788–806. doi:10.14686/buefad.v5i3.5000201306

Siegel, A.W., Goldsmith, L.T., & Madson, C.R. (1982), Skill in estimation problems of extent and numerosity. *Journal for Research in Mathematics Education, 13*(3), 211-232.

Şahin, Ö., Erdem, E., Başıbüyük, K., Gökkurt, B., & Soylu, Y. (2014). Ortaokul matematik öğretmenlerinin sayılarla ilgili pedagojik alan bilgilerinin gelişiminin incelenmesi. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education*, *5*(3), 207–230.

Tan Şişman, G., & Aksu, M. (2009). Yedinci sınıf öğrencilerinin alan ve çevre konularındaki başarıları. *Elementary Education Online, 8*(1), 243–253.

Tekin Sitrava, R. (2014). *An investigation into middle school mathematics teachers' subject matter knowledge and pedagogical content knowledge regarding the volume of 3D solids.* Unpublished Doctoral

Dissertation, Ortadoğu Teknik Üniversitesi, Ankara.

Tekinkır, D. (2008). *İlköğretim 6-8. sınıf öğrencilerinin matematik alanındaki tahmin stratejilerini belirleme ve tahmin becerisi ile matematik başarısı arasındaki ilişki.* Unpublished Master's Thesis, Dokuz Eylül Üniversitesi, İzmir.

Thanheiser, E. (2009). Preservice elementary school teachers' conceptions of multidigit whole numbers. *Journal for Research in mathematics Education*, *40*(3), 251-281.

Toluk Uçar, Z. (2010). Sınıf öğretmeni adaylarının matematiksel bilgileri ve öğretimsel açıklamaları. *Education Sciences*, *5*(3), 911-920.

Toluk Uçar, Z. (2011). Öğretmen adaylarının pedagojik içerik bilgisi: Öğretimsel açıklamalar. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education*, *2*(2), 87–102. doi:10.16949/turcomat.09150

Van de Walle, J. A., Karp, K. S., & Bay-Williams, J. W. (2019). *İlkokul ve ortaokul matematiği gelişimsel yaklaşımla öğretim* (S. Durmuş, Trans.). Ankara: Nobel Yayınları.

Wittwer, J., & Renkl, A. (2008). Why instructional explanations often do not work: A framework for understanding the effectiveness of instructional explanations. *Educational Psychologist*, *43*(1), 49-64. https://doi.org/10.1080/00461520701756420

Yıldırım, A., & Şimşek, H. (2016). *Sosyal bilimlerde nitel araştırma yöntemleri* (11th ed.). Ankara: Seçkin Yayıncılık.

Zembat, İ. Ö. (2015). Ölçme, temel bileşenleri ve sık karşılaşılan kavram yanılgıları. In M. F. Özmantar & E. Bingölbali (Eds.), *İlköğretimde karşılaşılan matematiksel zorluklar ve çözüm önerileri* (pp.127-151). Ankara: Pegem Akademi Yayınları.

KEFAD Cilt 23, (Özel Sayı), 2022

http://kefad.ahievran.edu.tr

Ahi Evran Üniversitesi
Kırşehir Eğitim Fakültesi Dergisi

ISSN: 2147 - 1037

Mathematics Teachers' Instructional Explanations and Estimation Skills about Area Measurement

Simge Sayın
Ümare Özdemir
Ayşe Tuğba Öner

Article Information

CrossMark

DOI: 10.29299/kefad.997703

Received: 20.09.2021
Revised: 13.02.2022
Accepted: 17.03.2022

Keywords:

Instructional Explanation,
Secondary School Mathematics Teachers,
Estimation Skill,
Measurement Estimation

Abstract

Teachers develop instructional explanations with their pedagogical content knowledge. These explanations are effective on students' learning. This study aims to determine instructional explanations of mathematics teachers about area measurement, whether they use measurement estimation skills in their instructional explanations, and what strategies they use if they do. The study was conducted with 12 middle school mathematics teachers within various years of experience. Instructional explanations were obtained by semi-structured interviews and analyzed descriptively according to understanding levels that were developed by Kinach (2002a). Measurement estimation skills were also examined. The study concluded that teachers' instructional explanations are mainly at the instrumental level. In the sub-categories of this level, they are mostly distributed as directly expressing the rules and relations and directly expressing how a procedure will be applied. Teachers made an instructional explanation by including the estimation skill in the question that obviously required estimation but did not mention estimation in other questions. The reference point strategy was used by teachers. Last, teachers' measurement estimation was found partially correct because of not using any numerical explanation about area measurement.

Matematik Öğretmenlerinin Alan Ölçme Konusuna İlişkin Öğretimsel Açıklamaları ve Tahmin Becerileri

Makale Bilgileri

CrossMark

DOI: 10.29299/kefad.997703

Yükleme: 20.09.2021
Düzeltme: 13.02.2022
Kabul: 17.03.2022

Anahtar Kelimeler:

Öğretimsel Açıklama,
Ortaokul Matematik Öğretmenleri,
Tahmin Becerisi,
Ölçüm Tahmini

Öz

Öğretmenler sahip oldukları pedagojik alan bilgisi doğrultusunda öğretimsel açıklamalar geliştirirler ve bu açıklamalar öğrencilerin öğrenmeleri üzerinde çok etkilidir. Bu çalışmanın amacı matematik öğretmenlerinin alan ölçme konusundaki öğretimsel açıklamalarını incelemek, öğretimsel açıklamalarında ölçüm tahmini becerisi kullanıp kullanmadıklarını tespit etmek ve kullanıyorlarsa hangi stratejiler olduğunu belirlemektir. Farklı kıdem yıllarına sahip 12 ortaokul matematik öğretmeni ile gerçekleştirilen çalışmada öğretimsel açıklamalar yarı yapılandırılmış görüşme formuyla elde edilmiş ve Kinach (2002a) tarafından geliştirilen anlama düzeyleri çerçevesinde betimsel olarak analiz edilmiştir. Ayrıca ölçüm tahmini becerileri de incelenmiştir. Öğretmenlerin öğretimsel açıklamalarının işlemsel düzeyde yoğunlaştığı, bu düzeyin alt kategorilerinde ise en çok, kural ve ilişkileri doğrudan ifade etme ve bir prosedürün nasıl uygulanacağını doğrudan ifade etme olarak dağıldığı belirlenmiştir. Öğretmenler tahmin gerektirdiği belli olan soruda tahmin becerisine yer vererek öğretimsel açıklama yapmış, diğer sorularda tahminden söz etmemişlerdir. Tahmine ilişkin yapılan açıklamalarda referans alma stratejisi kullanılmış, tahmin sonuçları sayısal veri içermediğinden kısmi tahmin olarak değerlendirilmiştir.

Sorumlu Yazar : Ayşe Tuğba Öner, Dr. Öğr. Üyesi, İstanbul Medeniyet Üniversitesi, Türkiye, tugba.oner@medeniyet.edu.tr, ORCID ID: https://orcid.org/0000-0001-9543-6576
Simge Sayın, Matematik Öğretmeni, Hasköy Ortaokulu, Türkiye, simgesayin51@gmail.com, ORDIC ID: https://orcid.org/0000-0002-8760-5074
Ümare Özdemir, Matematik Öğretmeni, Sezai Karakoç İHO, Türkiye, umareozdemir@gmail.com, ORCID ID: https://orcid.org/0000-0001-8337-8188
Bu araştırmaya, İstanbul Medeniyet Üniversitesi Eğitim Bilimleri Etik Kurulu'nun 07.06.2021 tarihli toplantısında 2021/06-25 sayılı yazısı ile etik açıdan uygunluk onayı verilmiştir. Bu araştırma 14. Ulusal Fen Bilimleri ve Matematik Eğitimi Kongresi'nde (UFBMEK) sözlü bildiri olarak sunulan çalışmanın genişletilmiş versiyonudur.
Atıf için: Sayın, S., Özdemir, Ü., & Öner, A. T. (2022). Matematik öğretmenlerinin alan ölçme konusuna ilişkin öğretimsel açıklamaları ve tahmin becerileri. *Kırşehir Eğitim Fakültesi Dergisi, 23*(Özel Sayı), 84-127.

Giriş

Her derste olduğu gibi matematik dersinde de en önemli rollerden birisini öğretmen üstlenir. Öğretmen, öğretim programları çerçevesinde rehber (Altun, 2004) rolü üstlenerek dersin yürütülmesini sağlayan temel kişidir. Öğrenme-öğretme süreçlerinde bir öğretmende aranan en kritik özellik öğretmenin matematik alan bilgisidir ki; bu bilgi matematik öğrenme-öğretme sürecinde varılmak istenen sonuçlara ve hedeflenen matematiksel kavramların öğrenme ve uygulanabilme düzeyine ulaşmada öğretmenin matematiği öğretmek için en iyi şekilde nasıl yapılandırdığıyla ilişkilidir (Shulman, 1986). Matematiği öğretmek için yapılandırılan bu bilgi, pedagojik alan bilgisi olarak adlandırılmaktadır ki (Shulman, 1986), matematikçiler ile matematik eğitimcilerini birbirinden ayıran özelliktir. Öğretmen, sahip olduğu matematiksel bilgiyi, pedagojik alan bilgisi sayesinde öğrencinin bilişsel düzeyine uygun olarak ve matematiğin soyut dünyasını anlaşılır kılacak şekilde öğretimsel olarak açıklar (Ma, 2010). Öğretimsel açıklamalar matematik öğretmeninin matematik dersi bağlamında öğrenciye sunduğu tüm içeriktir (Leinhardt, 2010) ve "bir öğrenci ya da öğrenci grubuna özel bir öğretim amacıyla tasarlanmış açıklamalardır" (Leinhardt ve Steele, 2005, s. 90).

Öğretmenlerin matematik alan bilgileri ile bu bilgileri anlama düzeyleri öğretimsel açıklamalarına doğrudan yansımaktadır (Kinach, 2002a; 2002b). İyi öğretimsel açıklamanın nasıl olacağına ve nelere bağlı olduğuna ilişkin matematik öğretmen adaylarıyla çalışan Kinach (2002a; 2002b), öğretmenlerin öğretimsel açıklamalarının matematiği anlama düzeyleriyle ilişkili olduğunu ifade etmiş ve matematiği anlama düzeylerini sınıflandırmıştır.

Anlama Düzeyleri

Çalışmanın teorik çerçevesini Kinach (2002a) anlama düzeyleri oluşturmaktadır. Kinach (2002a), öğretimsel açıklamalara ilişkin kuramsal yapıyı Skemp (1978) tarafından ortaya konulan işlemsel (instrumental) ve ilişkisel (relational) olarak matematiği anlama ayrımını kullanıp, Perkins ve Simmons (1988)'ın geliştirdiği matematiksel ve bilimsel kavramları derinlemesine anlamaya ait bilgi düzeyleri olan içerik/konu (content), kavram (concept), problem çözme, epistemik ve araştırma/sorgulama (inquiry) düzeyleri üzerinde değişiklikler yaparak inşa etmiştir. Böylelikle Kinach anlama düzeylerini işlemsel ve ilişkisel olarak iki kısımda ayırmıştır. İçerik/konu (content) düzeyi anlama işlemsel anlama olarak; kavram, problem çözme, epistemik ve araştırma/sorgulama düzeylerini ise ilişkisel anlama altında sınıflandırmıştır. Bu düzeyler hiyerarşik olmamakla beraber sadece bilgi ya da anlama düzeylerini belirtmek amacıyla tasarlanmış aynı zamanda birbirlerinden ayrık değillerdir yani bir düzeyde yaşanan durum kişinin bakış açısına göre diğerine ait de olabilir. İşlemsel düzeyi anlama ki içerik/konu düzeyi anlama da denilebilir, matematiksel bilgi doğrudan sunulur ve kurallar, formüller, ezberlenecek öğeler yer alır, matematiksel bilginin dayanaklandırılması, ilişkilendirilmesi söz konusu değildir, bilgi sadece işlemleri sürdürecek kadardır

(Kinach, 2002a). Bu düzeyde bilgi öğrenciler tarafından kazanılmak yerine direkt alınır ve en yüzeysel anlama düzeyidir.

İlişkisel düzey anlamanın ilk sınıfı olan kavram düzeyi anlama, matematiksel bilginin ön öğrenmelerle ilişkilendirilmesinin yapıldığı, tanım, kural ve işlemlerin ne anlama geldiğinin açıklandığı, sayı doğrusu, cebir karoları gibi materyallerin kullanılmasıyla altta yatan matematiksel fikirlerin ortaya çıkarılmasının amaçlandığı, örüntülerin ve ilişkilerin belirlendiği düzeydir (Kinach, 2002a). Analitik stratejilerden yararlanarak alternatif çözümler üzerinde sorgulama ve tartışmanın yapıldığı, çözüme ilişkin yapılacakların problem bağlamının mantığından, hikayesinden ve matematiksel sembollerin anlamından çıkarılmasının amaçlandığı düzey problem çözme düzeyi anlama olarak tanımlanmıştır (Kinach, 2002a). Bu düzeyde örüntü bulma, benzer problem çözme, geriye doğru çalışma veya bir durumu farklı durumlara uygulama gibi problem çözmeye yönelik adımlar da mevcuttur. Matematiksel bağlantıların sebeplerinin bilimsel olarak ispatlandığı, bilginin kaynağı ya da nasıl test edildiği gibi bilgiye dair bilgilerin olduğu düzey ise epistemik düzey anlamadır (Kinach, 2002a; 2002b). Yeni bir bilginin ya da teorinin üretildiği, öğrencilerin yeni matematiksel ilişkiler keşfetmeye yöneldikleri, problem kurdukları ve sorguladıkları araştırma/sorgulama düzeyi anlama (Kinach, 2002a) olarak tanımlanmıştır. Eğer bir sınıf ortamında bir kavram öğretimi anlatarak oluşturuluyorsa araştırma/sorgulama düzeyi anlamanın ortaya çıkması mümkün değildir (Kinach, 2002a).

Kaliteli öğretimsel açıklamalar, öğrencilerin önceki kavram ve becerilerinin üstüne inşa edilmesi, onların kavram yanılgılarını ve yaşadıkları zorlukları dikkate alarak hazırlanması, dikkatle seçilmiş gösterimlerin ve aralarındaki bağlantının kullanılması, anlamlı ve doğru bilgilerin sunulması ve işlemde yer alan adımların anlamlandırılarak tanımlanması gibi özellikleri içermelidir (Charalambous, Hill ve Ball, 2011). Öğretmenin uygulamak istediği öğretim modeli, modelin uygulanış biçimi, ders kitabı içerikleri, öğretmenin kullandığı benzetmeler, günlük yaşamla ilişkilendirme çabaları ve analojiler, öğrencinin öğrenme eyleminde neyi, ne kadar ve nasıl öğreneceğini çok derinden etkilemektedir (Bingölbali ve Özmantar, 2015) ve bu bağlamda öğretimsel açıklamaların doğru seçilmemesi öğrencinin kavram yanılgıları oluşturmasına ya da ezberleyerek anlamlı bir öğrenme gerçekleştirememesine neden olabilir. Öğretimsel açıklamaların farklı çerçevelerle incelendiği (bkz. Baki, 2013; Charalambous ve diğerleri, 2011; Karakuş, 2017; Levenson, Tirosh ve Tsamir, 2006; Sırmacı ve Gökkurt Özdemir, 2016; Thanheiser, 2009) görülmektedir; ancak Kinach (2002a,200b) tarafından sunulan matematiksel kavramları anlama düzeyleri kullanılarak öğretimsel açıklamaların incelendiği çalışmalar özellikle sayılar ve işlemler öğrenme alanlarında yoğunlaşmaktadır (bkz. Alkan, 2016; Gökkurt, Şahin ve Soylu, 2012; Kinach 2002a, 2002b; Korkmaz, 2021; Toluk Uçar, 2010, 2011). Ayrıca veri işleme (Akyıldız, 2019) ve cebir (Güler ve Çelik, 2016) öğrenme alanlarında da sınırlı sayıda çalışma bulunmaktadır. Çalışmalar, sınıf öğretmeni adayları (Toluk Uçar, 2010, 2011), matematik öğretmeni adayları (Akyıldız, 2019; Güler ve Çelik, 2016; Kinach, 2002a, 2002b; Toluk, 2011), sınıf öğretmenleri (Korkmaz, 2021) ve matematik öğretmenleri (Alkan, 2016; Gökkurt ve diğerleri, 2012; Korkmaz, 2021) ile gerçekleştirilmiştir. Bu çalışmaların bulguları incelendiğinde ise katılımcılar öğretmen adayı da olsa öğretmen de olsa öğretimsel açıklamalarının yoğunlukla işlemsel düzeyde olması (Alkan, 2016; Akyıldız, 2019; Gökkurt ve diğerleri, 2012; Güler ve Çelik, 2016; Kinach 2002a, 2002b; Korkmaz, 2021; Toluk Uçar, 2010, 2011) dikkat çekici bir sonuçken, ilişkisel düzeyde (Akyıldız, 2019; Kinach 2002a, 2002b) özellikle kavram (Alkan, 2016; Güler ve Çelik, 2016) ve problem çözme (Korkmaz, 2021) anlama düzeyinde sınırlı sayıda katılımcı açıklaması olduğu görülmektedir.

Ölçüm Tahmini

Ölçme; günlük yaşamda örnekleri sıkça görülen, önemli bir konu olduğu herkes tarafından ifade edilen (Zembat, 2015), Millî Eğitim Bakanlığı (MEB) matematik dersi öğretim programında (1-8. sınıflar) her sınıf seviyesinde yer alan matematik öğrenme alanlarından biridir. Matematiğin temel konularından olan ölçme konusuna ilişkin öğrencilerin öğrenme çıktıları incelendiğinde, ölçme kavramlarını öğrenmede ve bu kavramları ilişkilendirmede güçlük yaşadıkları ve formülleri ezberleyerek sonuca ulaşmaya çalıştıkları görülmüştür (Dağlı, 2010; Tan Şişman ve Aksu, 2009).

Tahmin konusu yığın tahmin, işlemsel tahmin ve ölçüm tahmini olarak üç başlık altında incelenmiştir (Berry, 1998; Dowker, 1992). Birden fazla nesnenin bir araya geldiğinde oluşturduğu çokluğun sayısının belirlenmesi yığın tahmin (Akkuşçi, 2019), matematiksel işlem ve matematik problemlerinin sonucunu bulmada hesaplama yapmadan, en uygun ve gerçeğe yakın sonuçlar verilmesi işlemsel tahmin (Dowker, 1997), bir nesnenin ölçülerinin ölçme aracı kullanılmadan yaklaşık olarak belirlenmesi ise ölçüm tahmini (Budak, 2019) olarak tanımlanmıştır.

Tahmin, ölçmenin günlük yaşama yansıdığı, aynı zamanda da öğrencilerin zorlandığı bir beceridir ve bu nedenle ölçme konularının öğretimi yapılırken tahmin içeren örneklere, etkinliklere yer verilmesi öğrencilerin tahmin becerisini kazanmalarına ve geliştirmelerine imkan vermektedir (Satan, 2020). Kişiler günlük yaşamda sıkça kullanılan tahmin becerisinde sonuca en yakın değere ulaşmak için çeşitli kısa yollar kullanırlar, bu kısa yollar da tahmin stratejisi olarak ifade edilmektedir (Van de Walle, Karp ve Bay-Williams, 2019). Ölçüm tahmininde kullanılan bazı stratejiler; birim tekrarı, fiziksel olarak orada olan ya da olmayan bir refensla karşılaştırma, sıkıştırma, alt bölümlere ayırma, ön bilgileri kullanma, zihinsel metre olarak ifade edilmektedir (Gooya, Khosroshahi ve Teppo, 2011).

Ölçüm tahmini ve kullanılan stratejiler ile ilgili çalışmalar incelendiğinde öğrencilerin ölçüm tahmini stratejilerini kullanmada zayıf oldukları görülmüştür (Bulut ve Şener, 2017; Kumandaş ve Gündüz, 2014; Tekinkır, 2008). Ayrıca sınıf düzeyinin artmasıyla kullanılan ölçüm tahmini stratejileri de zenginleşmektedir (Kumandaş ve Gündüz, 2014; Siegel, Goldsmith ve Madson, 1982; Tekinkır, 2008). Boz Yaman ve Bulut (2017) öğretmenler ile yaptıkları çalışmada öğretmenlerin genel olarak tahmin becerilerinin ve kullanılan stratejilerin farkında olmalarına rağmen, öğretimde bu becerilere çok fazla yer vermediklerini belirtmişlerdir.

Ölçmenin matematiğin önemli ve temel konularından olması, ölçmenin alt öğrenme alanları olan uzunluk ölçme, alan ölçme, hacim ölçme ve ölçü birimlerinin dönüştürülmesi gibi konularında öğrencilerin formül odaklı hareket etmeleri ve yaşadıkları zorluklar (Tan Şişman ve Aksu, 2009), MEB matematik öğretim programının özel amaçları ve kazanımları arasında tahmin becerisinin önemli bir beceri olarak yer alması ve ayrıca kazanımlarda da değinilmesi, ancak öğretmenlerin derslerinde tahmin becerisine yeteri kadar yer vermemeleri (Boz Yaman ve Bulut, 2017), alanyazında ölçme alanına ve özelinde de alan ölçmeye ilişkin öğretimsel açıklamaları konu edinen bir çalışmaya rastlanılmamış olması sebebiyle bu çalışmanın alanyazına katkı sağlayacağı düşünülmektedir. Alanyazında öğretmen veya öğretmen adaylarının öğretimsel açıklamalarının işlemsel düzeyde yoğunlaşıyor olması bilginin kurallar ve prosedürlere bağlı olarak öğrencilere aktarılmasına, dolayısıyla öğrencilerde kavramsal bir anlamanın oluşmamasına sebep olabilmektedir. Alan ölçme kavramına dair matematik öğretim programında yer alan kazanımlar incelendiğinde ise öğrencilerden beklenenin verilen bir geometrik şeklin alan bağıntısını oluşturma olduğu görülmektedir (MEB, 2018). Öğrencilere kazandırılmaya çalışılan bu hedefler kavramsal anlamayı gerektirirken, matematik öğretmenlerinin bu konulara dair anlamalarının öğrencilerin anlama düzeylerini etkileyeceği göz önünde bulundurulduğunda, öğretmenlerinin öğretimsel açıklamalarının hangi matematiksel anlama düzeyinde olduğunu belirlemenin incelenmesi büyük önem taşımaktadır. Ayrıca bu açıklamalarda tahmin becerisine ne kadar yer verildiğinin araştırılması da bir başka değinilmesi gereken noktadır çünkü matematik öğretim programında özellikle tahmin becerisinin kazandırılmasına yönelik açıklamalar yer almaktadır (MEB, 2018).

Çalışmanın amacı matematik öğretmenlerinin alan ölçme konusunda oluşturdukları öğretimsel açıklamaları Kinach (2002a) matematiği anlama düzeyleri bağlamında değerlendirmek, öğretimsel açıklamalarında tahmin becerisi kullanıp kullanmadıklarını tespit etmek ve kullanıyorlarsa hangi stratejiler olduğunu belirlemektir. Bu amaçla şu araştırma sorularına yanıt aranmıştır:

1. Matematik öğretmenlerinin alan ölçme konusuna yönelik öğretimsel açıklamaları anlama düzeylerine göre incelendiğinde nasıldır?

2. Matematik öğretmenlerinin alan ölçme konusuna yönelik öğretimsel açıklamaları tahmin becerisi kullanımı açısından nasıldır?

Yöntem

Matematik öğretmenlerinin alan ölçme konusuna ait matematik problemlerinin çözümünde kullandıkları öğretimsel açıklamaları anlama düzeyleri bağlamında ortaya çıkarmak ve ölçüm tahmini becerilerine yer verip vermediklerini belirlemek amacıyla tasarlanmış bu çalışma nitel bir araştırmadır. Bu tip araştırmalar, "gözlem, görüşme ve doküman analizi gibi nitel veri toplama yöntemlerinin kullanıldığı, algıların ve olayların doğal ortamında gerçekçi ve bütüncül bir biçimde ortaya konmasına yönelik nitel bir sürecin izlendiği" (Yıldırım ve Şimşek, 2016, sy. 41) araştırmalardır. Genel nitel araştırmalar (generic qualitative inquiry), nitel yöntemlerin kullanıldığı ancak bilinen nitel araştırma yaklaşımlarının (durum çalışması, olgubilim gibi) herhangi birisinin seçilmediği ve sadece araştırma sorusunun cevaplandırılmaya çalışıldığı araştırmalardır (Patton, 2015). Bu çalışmada matematik öğretmenlerinin alan ölçme konusuna dair öğretimsel açıklamalarının anlama düzeylerine göre belirlenmesi ve tahmin becerisine yer verip vermediklerinin, veriyorlarsa ne gibi strateijler kullandıklarının tanımlanması amaçlandığı için Patton (2015)'ın belirttiği genel nitel araştırma kullanılmıştır. Öğretimsel açıklamaları belirlemek için sınıf ortamında gözlem ya da görüşme gibi farklı yollar kullanılabilir. Görüşmelerin kişilerin düşüncelerini, duygularını açığa çıkarmada kullanılan güçlü bir yöntem (Bogdan ve Biklen, 1992) oluşu ve aynı zamanda çalışmanın yürütüldüğü dönemde salgın sebebiyle sınıf ortamında gözlem yapmanın zorlayıcı olmasından dolayı görüşme yoluyla veri elde etmenin daha uygun olacağı düşünülmüştür. Çalışmada kuramsal çerçeve olarak kabul edilen ve Kinach (2002a) tarafından uyarlanmış olan matematiği anlama düzeyleri kullanılarak betimsel analiz yoluyla veri analizi gerçekleştirilmiştir.

Çalışma Grubu

Araştırmanın çalışma grubu, amaçlı örnekleme yöntemi ile belirlenmiştir. Nitel çalışmalarda çalışma grubuna karar verilirken genelleme yapmaktan ziyade ayrıntılı açıklama yapmak amaçlandığından (Creswell, 2012) katılımcıların seçiminde çalışmanın amacına uygun olarak belli bazı kriterlere uyup uymadıklarına dikkat edilir (Johnson ve Christensen, 2014). Bu çalışmada yer alan katılımcılar için aranan ilk kriter öğretmenlerin ortaokul matematik öğretmeni olmalarıdır. İkinci kriter ise öğretmenlerin kıdem süreleridir. Öğretmenlerin öğretim deneyimleri arttıkça kavramsal bilgilerinin de geliştiği (Abd-El-Khalick, 2006; Roehrig ve Nam, 2011), deneyim süreleriyle düşünce ve öğretimsel uygulamalarında da farklılıklar olduğu (Borko ve Livingston, 1989; Leinhardt, 1989; Niess, 2005) göz önünde bulundurularak, katılımcılarda aranacak kıdem süreleri 1-5 yıl, 6-10 yıl ve 10 yıl ve üstü şeklinde gruplandırılmıştır. Öncelikle kaç katılımcı ile çalışmanın gerçekleştireceğine karar verilmiştir. Katılımcı sayısı belirlenirken Guest, Bunce ve Johnson (2006) veri doygunluğuna ilişkin yaptıkları çalışmada ilk altı görüşmeyle en temel temaları üretmede, 12 görüşmeyle ise %90 üzerinde doygunluğa; ayrıca Francis ve diğerleri (2009) ise, on ile 17 görüşmeyle veri doygunluğuna ulaştıkları göz önünde bulundurularak 12 katılımcıda karar kılınmıştır. Katılımcıların her birinin kıdem yıllarına göre eşit sayıda (i.e. 1-5 yıl 4 katılımcı, 6-10 yıl 4 katılımcı, 10 yıl ve üstü 4 katılımcı) olmasına dikkat edilmiştir. Creswell (2012) örnekleme stratejilerinin veri toplamaya başlamadan ya da veri toplamaya başladıktan sonra olmak üzere farklılık gösterdiğini belirtmiştir. Araştırmacılar bu aşamada her bir kıdem süresi kategorisinde katılımcı elde edebilmek için veri toplamaya başlarken amaçlı örnekleme stratejilerin birisi olan kartopu örnekleme (Creswell, 2012) ile mülakat esnasında katılımcılara farklı kıdem sürelerinde olan ortaokul matematik öğretmeni tavsiye etmelerini istemiş ve bu şekilde amaçladıkları farklı kıdem sürelerinde olan 12 katılımcıya ulaşılarak çalışma gerçekleştirilmiştir. Katılımcılardan çalışmada yer almak istediklerine dair onayları aydınlatılmış onam formu ile alınmıştır.

Veri Toplama Aracı

Çalışmada ortaokul matematik öğretmenlerinin alan ölçme konusundaki öğretimsel açıklamalarının Kinach (2002a)'ın geliştirdiği anlama düzeyleri bağlamında belirlenmesi ve ölçüm tahminine yönelik kullandıkları stratejilerin açığa çıkarılması amacıyla görüşme soruları kullanılmıştır. Araştırmacılar tarafından sekiz açık uçlu matematik sorusundan oluşan görüşme soruları, ilk olarak uzman görüşüne sunulmuştur. Üç tane matematik eğitimi uzmanından görüş alınmıştır. Bu görüşlere göre; soruların sıralaması değiştirilmiş, soruyu oluşturan ifadelerde düzenlemeler yapılmış, benzer nitelikte olduğu düşünülen sorular azaltılmış ve öğretmenlerden istenenin ne olduğunun anlaşılması için ilave açıklamalar eklenmiştir. Bu düzenlemeler ile görüşme sorularının sayısı altıya indirilmiştir. Uzman görüşü sonrasında görüşme soruları üzerinde revizyon ihtiyacı olıp olmadığına karar vermek amacıyla pilot görüşmeler yapılmıştır. İlk pilot görüşmenin sonrasında görüşme sorularının sonuncusunda sorunun içeriğinde yer alan farklı iki araba türü katılımcı tarafından anlaşılamadığı için bu soruya söz edilen arabalara ait görseller eklenmiştir. İkinci pilot görüşme yapılmış ve sonrasında herhangi bir düzenlemeye gerek duyulmamıştır. Çalışmanın gerçekleştirileceği 12 katılımcı ile pilot görüşmeler sonrasında karar kılınan altı soru ile mülakatlar yapılmıştır. Görüşme sorularının ilkinde öğretmenlerden 5. sınıf öğrencisine "alan" kavramını nasıl açıkladığını anlatmaları istenmiştir. İkinci soruda bir dik üçgen verilmiş ve altıncı sınıf öğrencilerine dik üçgenin alanının hesaplanmasına dair nasıl bir açıklama yaptıkları sorulmuştur. Üçüncü soruda yedinci sınıf öğrencilerine köşegen uzunlukları bilinen eşkenar dörtgen şeklindeki bir fayans ile alanı bilinen bir bölgenin kaplanması durumunda ihtiyaç duyulacak fayans sayısının bulunmasına yönelik işlemlerin yapılması ve açıklanması, dördüncü soruda dikdörtgensel bir bölgenin karesel bölgelere ayrılmasının ortaokul düzeyinde öğrencilere açıklanması, beşinci soruda farklı alanlara sahip dikdörtgensel bölgelerin bir araya gelmesiyle oluşan karesel bölgenin kenar uzunluğunun bulunmasına ilişkin açıklamaların yapılması istenmiştir. Sonuncu soruda sedan ve pickup iki araç görselinin yer aldığı ve araçlara ait otopark bölmelerinin alanlarının tahmin edilmesinin istendiği bir probleme dair nasıl öğretimsel açıklama yaptıkları sorulmuştur. Yarı yapılandırılmış görüşmeler esnasında katılımcının çözümde yer verdiği ancak açıklamadığı birim dönüştürme işlemlerine dair araştırmacılar tarafından ek sorular yöneltilmiştir. Aşağıda bu ek sorulara örnekler sunulmuştur

"Peki hocam, çevirme aşamasında yani m^2'den cm^2'ye çevirme aşamasında nasıl bir açıklama yapardınız?"

"Onu nasıl hatırlatırsınız hocam? 7.sınıftaki öğrenci onu kazanım olarak görmüyor 6. Sınıfta alan ölçü birimlerini görüyor. O dönüşümü hatırlatmanız gerektiğinde ne dersiniz nasıl açıklarsınız?"

Veri Toplama Süreci

Araştırmanın verileri bir video konferans platformu üzerinden, 12 ortaokul matematik öğretmeniyle yarı yapılandırılmış görüşmeler sonucunda elde edilmiştir. Yarı yapılandırılmış görüşme ile katılımcının düşüncelerini derinlemesine açıklamasına (Büyüköztürk, Kılıç Çakmak, Akgün, Karadeniz ve Demirel, 2020), öğretimsel açıklamalarına yön veren temel fikirlerini anlatmasına ve ölçüm tahmine yönelik açıklamalarının ne olduğunun anlaşılmasına imkân sunulmuştur. Görüşme sırasında, görüşme soruları ekrana yansıtılmış ve katılımcıdan, her bir sorunun çözümüne ilişkin, soruda ifade edilen öğrenci sınıf seviyesine uygun olarak ne tür işlemler, anlatımlar yapacağını açıklanması istenmiştir.

Veri Analizi Süreci

Verilerin analiz edilmesine görüşme kayıtlarının transkripsiyonu ile başlanmış ve elde edilen metinlerin betimsel analizi yapılmıştır. Bu aşamada öğretmenlerin öncelikle alan ölçmeye dair bilgisinin doğrulu kontrol edilmiş, eğer sorunun çözümü yanlış ise öğretmenlerin cevapları analize dahil edilmemiştir. Öğretmenlerin öğretimsel açıklamaları Kinach'ın (2002a) geliştirmiş olduğu anlama düzeylerine göre incelemiştir. Bu aşamada Alkan'nın (2016) öğretimsel açıklamalara ilişkin Kinach'ın (2002a) geliştirmiş olduğu anlama düzeylerine dair oluşturduğu alt kategoriler baz alınarak öğretimsel açıklamaların kategorilerine karar verilmiştir. Alkan (2016) işlemsel düzeye ait; tanımı doğrudan ifade etme (İB1), kural ve ilişkileri doğrudan ifade etme (İB2), bir prosedürün nasıl uygulanacağını doğrudan ifade etme (İB3) olarak üç alt kategori belirlemiştir. Araştırmacılar tarafından Alkan'ın (2016) işlemsel düzeyde belirlediği bu üç alt kategoriye ek olarak matematiksel öğretim "hileleri" (İB4) dördüncü alt kategori olarak eklenmiştir. Bu kategorinin dahil edilmesinde Toluk Uçar (2011)'ın elde etmiş olduğu sonuçlardan ve Kinach'ın (2002a) bahsettiği mantıksal hilelerden yola çıkılarak karar verilmiştir. Matematiksel öğretim hileleri; öğretmenlerin öğretimsel açıklamalarının matematiksel nedenlere dayanmadığı, bir tür kolay ya da akılda kalıcı hikaye, benzetme gibi durumlardan oluşmaktadır (Kinach 2002a; Toluk Uçar, 2011). İlişkisel düzeyde yer alan her bir anlama düzeyini de kendi içinde üç alt kategoriye ayıran Alkan (2016) kavramsal düzeyi açıklayıcı düzey olarak tanımlamış ve bu düzeyde, tanımın ne anlama geldiğini açıklama (AB1), ilişki ve özelliklerin ne anlama geldiğini açıklama (AB2), çözüm adımlarını ve gerekçelerini açıklama (AB3) şeklinde alt kategoriler geliştirmiştir. Problem çözme düzeyini de, açıklamalarında modelleme gibi analitik stratejilerden yararlanma (PB1), kavramın anlamlarını bir problem durumu içerisinde kullanma (PB2), bir problemi farklı problem çözme stratejilerinden yararlanarak çözme (PB3); epistemik düzeyi ise, açıklamalarında matematiksel bilginin (ilgili konu kapsamında) kaynağına ve gelişimine vurgu yapma (EB1), açıklamalarında matematiğin diğer disiplinlerdeki rolüne vurgu yapma (EB2), matematiksel ilişkilerin altında yatan nedenleri gerekçelendirerek ispatlama (EB3) olarak belirlemiştir (Alkan, 2016). Alkan (2016), sonuncu anlama düzeyi olan araştırma/sorgulama düzeyine ait alt kategoriler belirtmediği için, araştırmacılar Kinach'ın (2002a) açıklamaları doğrultusunda araştırma/sorgulama düzeyine yönelik alt kategorileri şu şekilde belirlemiştir: Açıklamalarında öğrencileri yeni matematiksel ilişkileri keşfettirmeye yönlendirme (SB1), yeni problem durumları kurdurmaya yönelik çalışmalar gerçekleştirme (SB2), ve kavramları sorgulayıcı yaklaşımlara yer verme (SB3). Tablo 1'de bu çalışmada yer alan katılımcılar tarafından verilen cevaplar kullanılarak, bazı öğretimsel açıklamaların alt kategorilerine ait örnek cümlelere yer verilmiştir.

Tablo 1. *Örnek öğretimsel açıklama alt kategorileri*

Öğretimsel Açıklama Kategorisi	Katılımcının açıklaması
Örnek 1: İB3	14 m² bir alan döşemek için… Önce tabii ki bunun alanını bulması gerekiyor. Eşkenar dörtgenin alanını bulması gerekiyor. e çarpı f bölü 2'den bunun alanını buldurup daha sonra bütün alanı böldürmem gerekiyor
Örnek 2: AB2/AB3	Şimdi mesela dikdörtgenin alanını önceden biliyorlar. Hani 5. Sınıfta, onun yarısı olduğunu gösterebilirim, kâğıt kesilebilir ya da dikdörtgenin alanını buldurup bunun köşegen yardımıyla ayrıldığını, tam iki parçaya bölündüğünü söyleyip hani o yüzden üçgenin alanında taban çarpı yükseklik bölü iki kullandığımızı o şekilde anlatırım yani.
Örnek 3: İB2	Sonrasında zaten biz 7. sınıf öğrencilerine eşkenar dörtgen formülünü veriyoruz. Yani köşegen uzunlukları çarpım bölü 2. Sonra da kaplamak istediğimiz alanın içerisinde bu eşkenar dörtgenin alanından kaç tane var, diye yaptırırdım.
Örnek 4: İB4	Kamile Hanım damda, Mehmet dayım camda, merhaba merbaha, diye. Yani bu tekerleme aslında öğrencilerin hani zihninde çok daha kalıcılık ortaya çıkartıyor ve bu sayede hani öğrenci birim dönüştürmede çok fazla sıkıntı ortaya çıkarmıyor.
Örnek 5: AB1	Ben önce uzunluk kavramıyla başlıyorum, başlamayı tercih ediyorum. Tek boyuttan iki boyuta geçmiş oluyoruz. Alan kavramıyla birlikte tek boyuttan iki boyuta geçmiş oluyoruz. Öncelikle bu farkındalığı oluşturmaya çalışıyorum. Alanda artık karşımıza bir yüzey çıkıyor. Bu tabii kare olabilir, üçgen alabiliyor, dikdörtgen olabilir, daire olabilir. İlerleyen zamanlarda 7'nci sınıfta eşkenar dörtgen yamuk vs olabilir. Ama ilk etapta dediğim gibi ikinci boyuta geçtiğimizden bahsediyorum. İkinci boyutu olduğu için artık burada bir en ve bir boydan söz edebiliriz. Bu aradaki yüzeyi doldurduğumuzu anlatıyorum. Bunun için bazen dinamik yazılımlar kullanıyoruz, bazen tahtaya çizimler yapabiliyoruz.

Örneğin katılımcı Ö3 eşkenar dörtgenin alanına ilişkin soruda Tablo 1'de yer alan örnek 1'deki açıklamayı yapmıştır. Ö3 bu açıklamasında alanın bulunmasına ilişkin sadece işlem adımlarından söz etmiş yani bir prosedürün nasıl kullanılacağını doğrudan ifade etme (İB3) alt boyutunda işlemsel düzeyde olan bir öğretimsel açıklamada bulunmuştur.

Katılımcı Ö8 ise üçgenin alanına ilişkin örnek 2'deki öğretimsel açıklamayı yapmıştır: Katılımcı Ö8'in burada üçgenin alanını dikdörtgenin alanıyla ilişkilendirerek ilişki ve özelliklerin ne anlama geldiğini açıklama (AB2) alt boyutunda ve ayrıca alan formülünü buldururken nereden geldiğine, yani dikdörtgeni kullandığına ve bu sonuca ulaşırken şekil gibi görsel öğelerden yararlandığı için çözüm adımlarını ve gerekçelerini açıkladığı AB3 kategorisinde açıklayıcı düzey bir öğretimsel açıklamada bulunduğu görülmüştür.

Katılımcı Ö10 eşkenar dörtgenin alanının hesaplanması gereken soruda örnek 3'teki öğretimsel açıklamayı yapmıştır. Burada eşkenar dörtgen biçiminde verilen fayansın alanının bulunması için doğrudan formül kullanımına giderek kural ilişkileri doğrudan ifade etmeyi seçtiği İB2 kategorisinde bir öğretimsel açıklama yapmıştır.

Katılımcı Ö4 alan ölçü birimlerinden m^2 ile cm^2 arasında dönüşüm yapılması gereken soruya ilişkin örnek 4'teki öğretimsel açıklamasında bir tekerleme ile alan ölçü birimlerinin sıralamasından söz ederek matematiksel bir açıklama yapmayıp bir öğretim "hilesi" kullanarak İB4 kategorisinde öğretimsel açıklamada bulunmuştur.

Katılımcı Ö7, örnek 5'teki "alan" kavramının öğretimine ilişkin öğretimsel açıklamasında "alan" kavramının ne anlama geldiğini açıklamış, uzunluktan alana geçişi boyut kavramıyla ilişkilendirerek anlattığı AB1 kategorisinde öğretimsel açıklama yapmıştır.

Ölçüm tahmini ve kullanılan stratejileri belirlemede öğretmenlerin verdikleri cevaplar, tahmin becerisi kullanma durumlarına göre, araştırmacılar tarafından daha önceden belirlenen "doğru tahmin", "kısmi tahmin" ve "yanlış tahmin/açıklama yok" kodlarına uygun olarak eşleştirilmiştir. Tahmin stratejisi kullanarak sonucu sayısal bir veri olarak ifade etmek "doğru tahmin", strateji kullanıp ancak sonucu sayısal veri olarak ifade etmemek "kısmi tahmin" ve herhangi bir strateji kullanmayıp tahminde bulunmamak "yanlış tahmin/açıklama yok" olarak değerlendirilmiştir. Örneğin katılımcının "*Bu araç yaklaşık 5 m'ye 1,5 m olsa, diğer araç bunun 1,5 kat büyüğü olsa herhalde en az 12 m^2 bir alana ihtiyaç olurdu*" şeklinde vereceği bir cevap "doğru tahmin" olarak kodlanabilecek bir örnek olarak düşünülmüştür çünkü burada sorunun doğru yanıtına yönelik sayısal değerler kullanılmıştır. Ancak hiç bir katılımcı doğru tahmin kategorisine uygun bir cevap vermediği için bu yanıt araştırmacılar tarafından örnek olarak üretilmiştir. "*Tam olarak bilemiyorum, diğerinden büyük olacaktır ancak 5-10 kat da değildir*" şeklinde verilen katılımcı yanıtı ise kısmi tahmin olarak kodlanmıştır, çünkü doğru cevaba yakın sayısal değerler içermeyen ancak daha büyük/küçük şeklinde bir tahminine yer verildiğinden dolayı "kısmi tahmin" kategorisi uygun görülmüştür. Daha sonra katılımcıların kullandıkları tahmin stratejileri belirlenmiştir.

Verilerin analizinde katılımcılardan alınan 72 öğretimsel açıklamanın iki tanesinin yanlış olması ve iki soruya da cevap alınamamasından ötürü kalan 68 öğretimsel açıklama iki araştırmacı tarafından farklı zamanlarda kodlanmıştır. Araştırmacılar yaptıkları kodlamaların 65 tanesinde aynı düzey ve alt kategori tespit etmişlerdir. Kodlayıcılar arası güvenirlik ise Miles ve Huberman (1994) tarafından önerilen formül ile hesaplanmış ve %95,5 olarak tespit edilmiştir. Üç öğretimsel açıklamanın alt kategorilerinde farklı kodlamalar yapıldığı için araştırmacılar bir araya gelerek bu açıklamalar hakkında tekrar analiz yaparak görüş birliğine varmıştır.

Araştırmanın Etik İzinleri

Yapılan bu çalışmada "Yükseköğretim Kurumları Bilimsel Araştırma ve Yayın Etiği Yönergesi" kapsamında uyulması belirtilen tüm kurallara uyulmuştur. Yönergenin ikinci bölümü olan "Bilimsel Araştırma ve Yayın Etiğine Aykırı Eylemler" başlığı altında belirtilen eylemlerden hiçbiri gerçekleştirilmemiştir.

Etik kurul izin bilgileri:

Etik değerlendirmeyi yapan kurul adı=İstanbul Medeniyet Üniversitesi Eğitim Bilimleri Etik Kurulu

Etik değerlendirme kararının tarihi=07.06.2021

Etik değerlendirme belgesi sayı numarası=2021/06-25

Bulgular

Ortaokul matematik öğretmenlerinin alan ölçme konusuna dair öğretimsel açıklamalarının anlama düzeyleri ve kullandıkları açıklamalarda ölçüm tahminine ne kadar yer verdikleri; yer verdiler ise hangi tahmin stratejisini kullandıklarının araştırıldığı bu çalışmaya dair sonuçlar öncelikle öğretimsel açıklamaların sınıflandırılması, alan ölçme konusuna dair sorular bazında her bir öğretimsel açıklamaya dair sonuçlar ve tahmin becerisine ait bulgular şeklinde bu bölümde yer almaktadır.

Kinach Anlama Düzeylerine Göre Öğretimsel Açıklamaların Sınıflandırılması

Çalışmada her bir soru için öğretmenlerin öğretimsel açıklamaları düşünüldüğünde toplamda 72 öğretimsel açıklama elde edilmesi gerekirken, iki öğretimsel açıklamanın yanlış olması ve iki soruya da cevap alınamamasından dolayı 68 öğretimsel açıklama analiz edilmiştir. 68 öğretimsel açıklama işlemsel düzey ile açıklayıcı düzeyde yer alırken, problem çözme düzeyi, epistemik düzey ve araştırma sorgulama düzeyinde tespit edilmemiştir. Elde edilen verilerin Tablo 2'de sunulan dağılıma göre öğretimsel açıklamaların yaklaşık %66,18'i işlemsel düzey anlama seviyesinde, %33,82'si de açıklayıcı düzeydedir. Öğretimsel açıklamaların alt kategorilere göre dağılımının açıklandığı Tablo 2'ye göre toplam 114 tane kodlama yapıldığı görülmektedir. Elde edilen kodlama sayısının 68'den fazla olmasının sebebi bir öğretimsel açıklamanın birden fazla alt kategori bulundurması durumudur.

Tablo 2. *Öğretimsel açıklamaların anlama düzeylerinin alt kategorilerine göre dağılımı*

Düzeyler	Sayı	%	Alt kategoriler	Sayı	%
			Tanımı doğrudan ifade etme (İB1)	3	2,63
			Kural ve ilişkileri doğrudan ifade etme (İB2)	30	26,32
			Bir prosedürün nasıl uygulanacağını doğrudan ifade etme (İB3)	30	26,32
İşlemsel Düzey	45	66,18	Matematiksel öğretim hilesi kullanma (İB4)	2	1,76
			Tanımın ne anlama geldiğini açıklama (AB1)	14	12,28
			İlişki ve özelliklerin ne anlama geldiğini açıklama (AB2)	19	16,67
Açıklayıcı Düzey	23	33,82	Çözüm adımlarını ve gerekçelerini açıklama (AB3)	16	14,04

"Alan" Kavramına Dair Öğretimsel Açıklamalar

Öğretmenlerin alan kavramına ilişkin örnek öğretimsel açıklamaları şu şekildedir:

"*Kapladığı yer genelde kareli bölge üzerinden kareli kâğıt üzerinden dikdörtgene geldiğinizde tabii kaç karelik yer kaplıyor kareleri sayarak öyle başlıyoruz*" açıklamasında öğretmen; dikdörtgenin alanı için kapladığı yerin bulunmasında birim kareleri saydırmaktan söz ederek kural ve ilişkileri doğrudan ifade ettiği İB2 kategorisinde bir öğretimsel açıklamada bulunmuştur.

> Sınıfın alanını daha doğrusu en kolay gösterilen alanlardan bir tanesi düzgün şekiller, kare ya da dikdörtgen olduğu için. Sınıf da karolarla kaplı olduğu için alan kaplamak daha rahat olurdu. Dikey ya da dikey ve yatay sıraları saydırıp çarptığım anda ortaya çıkacaktır alan zaten. Herhangi bir dikey, herhangi bir yatay. Onların kolayına gelir. Boya ile de anlatılabilir muhtemelen. Imm…Hani boyadığımız bölge alandır şeklinde ııı düşünebilirim. Duvar boyası veya halı. Metrekare mantığını oradan biliyordurlar diye düşünüyorum beşinci sınıf öğrencisi.

biçiminde yapılan öğretimsel açıklama ise AB1 kategorisindedir. Çünkü burada öğretmen alan kavramını günlük yaşamdan örneklerle ne anlama geldiğini açıklamaya çalışmıştır.

> Çocuklar az çok ilkokuldan gelirken o kavramı bildikleri için uzun kenar kısa kenar çarpıyoruz alanını buluyoruz ya da işte bir bölgenin alanını dediği zaman direkt aklına çocuğun hatta sorduğumuz zaman o da direkt dikdörtgenle başlıyor, kısa kenar uzun kenar şeklinde. Herhalde ilkokulda bu şekilde verildiği için, anlatıldığı için yerleştirildiği için

biçiminde yapılan öğretimsel açıklama ise dikdörtgeninin alanının uzun kenar çarpı kısa kenar olarak doğrudan ifade edilmesini içerdiğinden İB1 alt kategorisinde yer almaktadır.

Açıklayıcı düzeyin AB1 alt kategorisinde örnek olarak sunulan aşağıdaki açıklamada ise; alan kavramına ait somut örnekler verilmesi, çevre kavramından hareketle alan kavramına geçiş yapılması yer almaktadır.

> İlk öncelikle alan kavramının ne olduğunu anlatmak için çevremizden örnekler verdirmeye çalışırdım ve alan kavramını ilk önce günlük hayatımızda nerede duyduğunu öğrenmeye çalışırdım. Çevre ile alan arasındaki ilişkiyi fark ettirip, önce çevrenin ne olduğunu, sonra da alanın da çevre ile ilişkisini açıklayıp alan kavramını o şekilde açıklardım

Genel anlamda alan kavramına yönelik öğretimsel açıklamalar incelendiğinde, katılımcıların altısı (%50) işlemsel düzeyde diğer altısı (%50) açıklayıcı düzeyde öğretimsel açıklama yapmıştır. Alan kavramının ne olduğununun anlamlandırılmasından ziyade alanın değerinin bulunması üzerine inşa edilen açıklamalar işlemsel düzey anlama kapsamındadır. Açıklamaların bir kısmı öğretmenlerin işlemsel anlama düzeyinde kalan yani aslında en yüzeysel açıklama türü olan öğretimsel açıklama yaklaşımını tercih ettiklerini göstermektedir. Bunun yanı sıra ilişkisel anlama düzeyinden en temeli olan kavramsal anlama (açıklayıcı) düzeyine uyan öğretimsel açıklamalar kullanıldığı da görülmektedir. Ancak ilişkisel anlama düzeyinin diğer sınıfları olan problem çözme ya da epistemik düzeyde bir öğretimsel açıklamaya rastlanmamıştır. Alan kavramının nasıl tanıtıldığına dair sorulan soruda öğretmenlerin öğretimsel açıklamalarında matematiksel bilginin kaynağına ya da gelişimine vurgu yapan herhangi bir açıklama örneğine rastlanmamıştır.

Dik Üçgenin Alanına Dair Öğretimsel Açıklamalar

Dik üçgeninin alanına dair öğretmenlerden birinin (%8,33) işlemsel düzeyde, 11'nin (%91,66) açıklayıcı düzeyde öğretimsel açıklama yaptığı görülmüştür. Aşağıda dik üçgenin alanına ait formüle ulaştırmak için bir prosedürün nasıl uygulanacağının doğrudan ifade edildiğini gösteren işlemsel düzeyde ve İB3 alt kategorisinde öğretimsel açıklama yer almaktadır.

> Çocuklar gördüğün üzere taban 8 birim ve yüksekliği bizim burada bulmamız gerekiyor. Şimdi yükseklik nasıl bulunuyordu? Önemli olan alanda o tabana ait yükseklik. Yani şu da aslında yükseklik olur. Ama şunu da dik çizelim. Bu da bir yükseklik. Ama bu yükseklik şu tabana ait. Bizim tabanımız eğer 8 ise bu 8 birime ait yüksekliği bulmamız gerekiyor. O daha nerede, şurada dikine yani 4 birim. 4 birim olduğu için bunları çarpıp 2'ye bölebiliriz. Zaten biz ne demiştik dipnot olarak da? Dik üçgende dik kenarlar ne oluyordu? Bizim yüksekliğimiz olarak da adlandırılabiliyordu aslında

Aşağıda yer alan açıklayıcı düzey ve AB2 alt kategorisindeki açıklamalarda ise dik üçgenin alanına ilişkin bağıntıyı doğrudan sunmak yerine, alana ulaşmak için dikdörtgenin alanından hareket edilmesi veya eş bir dik üçgen daha çizip dikdörtgen oluşturulması gibi yeni bilginin önceki bilgiden hareketle buldurulması yer almaktadır.

> Dikdörtgene tamamlayalım bunu diyorum önce hani dikdörtgen tamamlarsa muhtemelen karelerin tamamını sayabilecek sonra onun yarısı olduğunu fark edebilecek oradan işte üçgenin alanına ulaşıp 4x 8=32 yarısından 16 dikdörtgene tamamlamasını söylerim
>
> Ben bir tane daha üçgen çizip bunun bir dikdörtgenin aslında yarısı olduğunu gösterirdim. Dikdörtgenin alanını daha önceden bildikleri için. Normalde dikdörtgenin alanı nasıl buluyorsam o şekilde alanını hesaplayıp, bunu da şeklini yarısı olduğu için yarısına böyle bölerek formülü o şekilde çıkartırdım

Öğretmenlerin dik üçgenin alanına dair problem çözümünde kullandıkları öğretimsel açıklamaların dikdörtgenin alanından yararlanılarak anlatılması en sık rastlanan bulgu olmuştur. İlişkisel düzey anlamanın en temel düzeyi olan kavram (açıklayıcı) düzey anlama seviyesindeki öğretimsel açıklamaların kullanılmasının işlemsel düzey anlamaya kıyasla tercih edildiği görülmektedir.

Eşkenar Dörtgenin Alanına Dair Öğretimsel Açıklamalar

Bu kısım ile ilgili olarak katılımcıların sekizi (%66,6) işlemsel düzeyde, üçü (%25) açıklayıcı düzey öğretimsel açıklama yapmıştır, bir katılımcı ise yanlış cevap vermiştir. İşlemsel düzeyde anlama seviyesinde yer alan aşağıdaki açıklamada eşkenar dörtgenin alanının köşegenlere bağlı formülünün direkt uygulanmasının yer aldığı, bir formülün prosedürün nasıl uygulanacağının gösterildiği İB3 alt kategorsindeki açıklama görülmektedir.

> Zaten biz 7. sınıf öğrencilerine eşkenar dörtgen formülünü veriyoruz. Yani köşegen uzunlukları çarpım bölü 2. Sonra da kaplamak istediğimiz alanın içerisinde bu eşkenar dörtgenin alanından kaç tane var, diye yaptırırdım.

Aşağıda yer alan diğer öğretimsel açıklamada ise eşkenar dörtgenin alanının bulunması için, eşkenar dörtgenin köşegen uzunluklarının dikdörtgenin kenar uzunluğu olacak şekilde dikdörtgene tamamlayıp, dikdörtgenin alanından hareketle eşkenar dörtgenin alan bağıntısının bulunması ve sonrasında formüle dönüştürülmesi yer almaktadır. İşlem adımlarını gerekçelendiren, formülün altında yatan nedenleri açıklayan bu ifadeler açıklayıcı düzey ve AB3 alt kategorsinde yer almaktadır.

> Dikdörtgenin köşelerini çizdiğimiz zaman eşkenar dörtgen köşelerinden çizdiğimiz zaman dikdörtgeni aslında dört eş parçaya ayırdığımızı görüyoruz. Bu dört eş parçanın da aslında iki eş üçgene ayrıldığını görüyor öğrenci bunlardan birer tanesi. Her birinin birer tanesi eşkenar dörtgene ait. Dolayısıyla burada yine dikdörtgenin alanının yarısı olduğunu, herhangi bir eşkenar dörtgenin bir dikdörtgenin yarısı, alanının yarısı olduğunu görebilir. İşte biz ne yapıyoruz o zaman? Köşegenlerden bir tanesi dikdörtgen uzun kenarı. Diyelim ki burada örneğin 20 cm olabilir, diğeri de kısa kenarı 14 cm olabilir. Normalde dikdörtgen alanı 14 çarpı 20 olacaktı ama eşkenar dörtgen yarısını almış oluyor.

Öğretmenlerin eşkenar dörtgenin alanına dair öğretimsel açıklamaları incelendiğinde, işlemsel düzeyde kalan öğretimsel açıklamalarının kural ve ilişkileri doğrudan ifade etme (İB2) ve bir prosedürün nasıl uygulanacağını doğrudan ifade etme (İB3) alt kategorilerinde toplandığı, açıklayıcı düzey anlamada seviyesindeki öğretimsel açıklamaların ise ilişki ve özelliklerin ne analama geldiğini açıklama (AB2) ve çözüm adımlarını ve gerekçelerini açıklama (AB3) olarak verildiği bulunmuştur. Öğretmenlerin büyük çoğunluğunun eşkenar dörtgenin alanına dair açıklamada formül kullanmayı tercih ettikleri, dik üçgenin alanına dair açıklamalarında olduğu gibi alan formülünün kavramsal olarak nereden geldiğini açıklamaktan kaçındıkları görülmüştür. Yüzeysel bir öğretimsel açıklama olan işlemsel düzeyde anlama içeren açıklamalara yer verilmiş, ilişkisel düzeyde olan problem çözme düzeyi veya epistemik düzeyde açıklamalara yer verilmemiştir. Halbuki öğretmenlere sorulan eşkenar dörtgenin alanının bulunmasını gerektiren soru problem şeklinde tasarlanmış yani soru üzerinden alan bulmayı gerektirecek şekilde sunulmuştur. Dolayısıyla görüşme sorusunun kendi tasarısı dahi problem çözme düzeyinde bir açıklama sunmaya olanak sağlamasına rağmen öğretmenlerin prosedür kullanımı ile soruyu çözdürmeye yönelik açıklama yaptıkları dikkat çekmiştir.

Alan Ölçme Birimlerine Dair Öğretimsel Açıklamalar

Katılımcıların tamamı alan ölçme birimlerinin çevrilmesi için merdiven-basamak metaforu kullanmıştır. Birimleri sıra ile ezberleten ve aşağı yönde çarparız, yukarı yönde böleriz gibi matematiksel temellendirmeden uzak ifadeler işlemsel düzey anlamayı göstermektedir. Ayrıca birimleri şarkı tekerleme gibi söyleyerek hafızada kalmalarını sağlamak da öğretim hilesi olarak ifade edilmektedir (Toluk Uçar, 2011) ve bu ifadeler de işlemsel düzeyde anlamayı gösteren açıklamalardır. Katılımcıların tamamı birim dönüştürme işleminde m^2'yi cm^2'ye dönüştürmeyi tercih etmişlerdir. Bunun sebebini de cm^2'yi m^2'ye dönüştürmek için 10000'e böldüklerinde elde edilen sonucun ondalık sayı olması ve öğrencilerin ondalık sayılarla işlem yapmada istenen düzeyde bulunmamaları olarak ifade etmişlerdir. Aşağıda işlemin nasıl uygulanacağının anlatıldığı İB2 alt kategorisinde yer alan üç adet öğretimsel açıklama örneği yer almaktadır:

"*Metre desimetre santimetre… Yani 2 basamak var. Ama kare olunca bir 2 daha sıfır geliyordu. Totalde ne olacak 4 tane sıfır gelmiş olacak.*"

"*Merdiveni hatırlatırdım. Yani işte metrekareden santimetrekareye gitmek daha kolay olduğu için onu tercih ederdim.*"

> m2 'den cm2 'ye kaç basamak, nereye gidiyoruz diye sorardım. 2 basamak aşağı gideceğini ve her basamakta da 2 sıfır ekleyeceğinden toplamda 14'ün yanına 4 tane sıfır eklemesi gerektiğini yapıp, işlemi yapardım.

Aşağıdaki örnekte ise, bir öğretim hilesi olan tekerleme ile alan ölçme birimlerinin ezberletildiği İB4 alt kategorisinde öğretimsel açıklama örneği görülmektedir.

> Kamile Hanım damda, Mehmet dayım camda, merhaba merhaba, diye. Yani bu tekerleme aslında öğrencilerin hani zihninde çok daha kalıcılık ortaya çıkartıyor ve bu sayede hani öğrenci birim dönüştürmede çok fazla sıkıntı ortaya çıkarmıyor.

Tahmin Becerisinin Kullanımına Dair Bulgular

Katılımcıların öğretimsel açıklamalarında tahmin becerisini kullanıp kullanmadıklarına ve eğer kullanıyorsa ne gibi stratejilere yer verdiklerini anlamak amacıyla, öğretimsel açıklamaları incelenmiştir. Öğretmenlerin tahmin becerisi kullanımlarına ilişkin sonuçlar Tablo 3'te yer almaktadır.

Tablo 3. *Tahmin becerisinin kullanımına ilişkin dağılım*

	Sayı	%
Doğru tahmin	-	-
Kısmı tahmin	10	83,33
Yanlış tahmin/Açıklama yok	2	16,67

Katılımcıların onu (%83,33) bağlamında tahmin gerektirdiği belli olan soruya işlemsel düzeyde öğretimsel açıklama yapmış, iki katılımcı ise açıklama yapamamıştır. Yapılan açıklamaların tümünde öğretmenler nasıl açıklama yapacaklarını anlatırken sayısal anlamda sorunun çözümünün tahmininin nasıl yapılacağından ziyade sözel olarak açıklamaya odaklanmış, dolayısıyla açıklamalar "kısmi tahmin" kategorisine uygun görülmüştür. Kısmi tahmin yapanların dokuzu (%90) tahmin stratejisi olarak referans alma stratejisini kullanmıştır. Bir katılımcı ise sorunun tahmin becerisi gerektirdiğini anlamış ancak istenen cevaba ilişkin tahminde bulunamamıştır. Katılımcıların öğretimsel açıklamalarından bazıları aşağıdaki gibidir:

> Büyük araçtan da anlamamız gereken şey şeklin daha da büyüdüğüdür. Ama boy olarak aynı, sadece genişlik olarak farklıysa boyunu aynı tutup genişliğini düzenleyebiliriz. Yani Ali Bey'in yönetime diyeceği Metin Bey'in çizilen otopark çizgisinden daha geniş yönde bir çizgiye ihtiyacı var.
>
> "*1,5 kat daha büyük gibi duruyor ortalama*."
>
> Benim aracım sedan standart otopark çizgisi bana uyar dediyse benim aracım sedan değil pickup o zaman standart otopark çizgisi bana uymaz diyecek, onu uygunsa buna dar gelecektir ben daha geniş çizgi istiyorum

"*Tam olarak ölçülerinin oranları ne kadar büyüktür bilemiyorum. Sedanın kaç katıdır? Kaç katıdır derken tabi burada 1/2 ve 1/3 katlarından bahsediyoruz. 5 -10 katı değil elbette*."

Yukarıda yer verilen öğretimsel açıklama örneklerinde pickup aracın, sedan araçtan büyük olduğu ve bu nedenle daha büyük otopark alanına ihtiyaç duyulacağının tahmin edilmesi, sedan arabayı referans kabul ederek yapıldığı yani zihinde bilinen bir nesneden hareketle tahmin edildiği (Gooya ve diğerleri., 2011) için referans alma tahmin stratejisi kullanılmıştır.

Sonuç ve Tartışma

Bu çalışmada matematik öğretmenlerinin alan ölçme konusuna dair öğretimsel açıklamalarını Kinach (2002a) anlama düzeyleri bağlamında değerlendirmek, öğretimsel açıklamalarında tahmin becerisi kullanıp kullanmadıklarını tespit etmek ve kullanıyorlarsa hangi stratejiler olduğunu belirlemek amaçlanmıştır. Çalışmada öğretmenlerin öğretimsel açıklamalarının işlemsel düzey ve ilişkisel düzeyin en temel düzeyi olan açıklayıcı diğer bir ifade ile kavramsal düzey anlamada yığıldıkları görülmüştür. Alan kavramının tanımına yönelik öğretimsel açıklamalarda alanın bir yeri kaplama olduğuna dair tanımlar ile dikdörtgenin alanına yönelik açıklamaların yer olduğu dikkat çekmektedir. Bu açıklamarın en yüzeysel düzey olan işlemsel düzeyde ve kavramsal düzeyde toplandığı bulunmuştur. Üçgenin alanına yönelik açıklamalarda ise en dikkat çekici sonuç dikdörtgenin alanı üzerinden açıklamaların gerçekleştirilmiş olmasıdır. Bu bağlamda öğretmenlerin üçgenin alanına dair öğretimde bu şekilde bir öğretimsel açıklamaya yer vermeleri bilginin ezberletilmesinden ziyade kavramsallaştırılması açısından önem taşımaktadır. Ancak eşkenar dörtgenin alanı için yapılan öğretimsel açıklamalarda ise aynı durum söz konusu değildir. Öğretmenlerin burada en çok işlemsel düzeyde anlama ile açıklamalarda bulunmaları ve formül kullanımına en çok burada yer vermiş olmaları önemli bir başka bulgudur. Görüşmeler sonunda alan ölçme konusuna dair öğretimsel açıklamaların çoğunlukla işlemsel düzeyde kaldığı, daha sonra ise ilişkisel düzeyin en temeli olan kavramsal düzeyde kaldığı görülmüştür. Matematik öğretmenlerinin görüşme sorularında yer alan bazı matematik problemlerinin çözümüne dair açıklamalarında ilişkisel düzeyde yer alan problem çözme düzeyinde anlamaya yönelik bir öğretimsel açıklamaya dahi yer vermemeleri dikkat çekicidir. Öğretmenlerin öğretimsel açıklamalarının çoğunlukla işlemsel düzeyde olması sonucu farklı konularda öğretmen ya da öğretmen adaylarının öğretimsel açıklamalarını inceleyen çalışmalarla da paralellik göstermektedir; zira alanyazında yer alan diğer araştırmaların bulguları çoğunlukla öğretimsel açıklamaların işlemsel ya da kavramsal düzeyde yığıldığını göstermektedir (Alkan, 2016; Akyıldız, 2019; Gökkurt ve diğerleri, 2012; Güler ve Çelik, 2016; Kinach 2002a, 2002b; Korkmaz, 2021; Toluk Uçar, 2010, 2011).

Öğretmenlerin öğretimsel açıklamalarının neden yüzeysel düzeyde kaldığının derinlenmesine incelenmesi bu anlamda önem taşımaktadır. Alanyazında yer alan bir çok çalışmada ve bu çalışmada da öğretmenlerin işlemsel düzeyde açıklamalar yapmalarının altında yatan sebeplerin araştırılması ve ayrıntılandırılmasına dair çalışmalara ihtiyaç vardır. Bu sebeplerden biri; öğretmenlerin matematik öğretim programında yer alan kazanımları bir eğitim-öğretim yılında yetiştiremeyeceklerini düşünmeleri ve işlemsel düzeyde kural, ilişkileri ve bir prosedürün nasıl uygulanacağını doğrudan ifade ederek kısıtlı bir zamanda öğretimsel süreci tamamlamaya çalışmaları olabilir. Öğretmenlerin gerekçelere yani ilişkisel düzeyde öğretimsel açıklama yapmanın zaman kaybı olduğuna, kural vererek hızlıca geçmeye niyetli (Gökkurt ve diğerleri, 2012) oldukları belirtilmiştir. Öğretmenlerin aslında ileri anlama düzeyinde olmalarına rağmen işlemsel düzeyde öğretimsel açıklamalar yaparak öğrencilere konuyu daha rahat açıklayabileceklerini düşünmeleri ya da öğrencilerin daha kolay anlayabileceklerini düşünmeleri bu çalışmada da görüşme kayıtları sonlandırıldıktan sonra katılımcılarla yapılan teşekkür konuşmasında ortaya çıkan bir bulgudur. Katılımcılardan bazıları ise öğretimsel açıklamaları belirleyici unsurlardan birinin de öğrencilerin matematik başarı seviyeleri olduğunu dile getirmiştir. Katılımcılar bazı sınıflarda yüzeysel bazı sınıflarda ise derinlemesine öğretimsel açıklamalar yaptıklarını ifade etmiştir. Öğrencilerin önceki bilgileri üzerine yeni bilgilerin inşa edilmesi öğretimsel açıklamalarda sağlanması gereken bir koşuldur (Leinhardt ve Steele, 2005) ancak bu durumun öğrencilerin ön bilgi (ya da kavrama seviyeleri) farklılıkları öne sürülerek niteliksiz ya da yüzeysel öğretimsel açıklama yapılması anlamına gelmemelidir. Ayrıca matematik öğretim programında vurgulanan ve öğrencilerin kazanması beklenen hedef davranış ve becelerin istenilen düzeyde olmamasıyla da sonuçlanabilir.

Matematik öğretmelerinin öğretimsel açıklamalarının işlemsel ya da açıklayıcı düzeyde olmasının bir diğer sebebi ise öğretmenlerin matematik alan bilgilerinin ilişkisel düzey olan problem çözme, epistemik ve araştırma/sorgulama düzeyinde açıklamalara yer vermek için yeterli olmaması olabilir. Matematik öğretmenlerinin lisans eğitimleri sürecinde özellike öğretmen adayı oldukları dönemde aldıkları eğitimin önemli rol oynadığı aşikardır. Öğretmen adaylarının öğretimsel açıklamalarının matematik öğretim programında hedeflenen düzeyde bir öğrenmeyi sağlayabilecek yeterlikte olmaması (Toluk Uçar, 2010), pedagojik alan bilgilerinin öğretim stratejileri boyutunda istenen düzeyde olmaması ve bundan hareketle öğrencileri anlamada ve etkili bir matematik öğretimi sağlamada güçlük yaşamaları (Şahin, Erdem, Başıbüyük, Gökkurt ve Soylu, 2014) öğretmenlerin öğretimsel açıklamalarının yüzeysel bir şekilde olmasının altında yatan sebebi güçlendirmektedir. Öğretmen adayları için öğretimsel açıklamaları yaratmanın hiç de kolay olmadığı (Kinach, 2002a) bilinmekle beraber öğretmenler için de aynı durum söz konusu ya da tercih edilememesi bir seçenek olabilir. Ancak nedeni ne olursa olsun pedagojik alan bilgisinin bir parçası olan matematik alan bilgisinin (Shulman, 1986) önemi öğretimsel açıklamalarda rol oynaması kaçınılmazdır (Charalambous ve diğerleri, 2011). Sınırlı matematik alan bilgisinin öğretmen (Blum & Krauss, 2008; Gökkurt ve diğerleri, 2012; Gökkurt ve Soylu, 2016; Tekin-Sitrava, 2014) ya da öğretmen adaylarının (Ding, He, ve Leung, 2014; Evan, 1993) pedagojik alan bilgisini etkilediği görülmektedir ve ayrıca öğretimsel açıklamaların niteliğiylede güçlü bir bağlantısı vardır (Charalambous ve diğerleri, 2011). Dolayısıyla öğretmenlerin iyi bir matematik alan bilgisine sahip olmaları onların kavram ve kurallara yoğunlaşmış öğretimsel açıklamalara da hakim olmalarını sağlar. Bu açıklamalar öğrencilerin gerçekleştirdiği aktiviteleri derinlemesine anlamalarına yardımcı olurken öğrenme sürecinde bilişsel şemalarının oluşumunda da önemli yer taşır (Wittwer ve Renkl, 2008). Örneğin, Asya ülkelerinde ve Amerika Birleşik Devletleri'nde (ABD) görev yapan matematik öğretmenlerinin öğretimsel açıklamaları arasındaki farkın kavram ve kuralların arkasında yatan ve neden çalıştığını açıklayan kavramsal açıklamalar olduğu görülmüştür (Perry, 2000). Bir konunun öğretiminde matematik öğretmenlerinin öğretimsel açıklamalarıyla kullandıkları örnek türleri incelendiğinde açıklayıcı boyutta açıklama yapan öğretmenlerin konular arası ilişki içeren, geliştirici ya da örnek dışı örneklere yer verdikleri, işlemsel boyutta olanların ise standart örnekleri kullandıkları ortaya konmuştur (Alkan, 2016). Öğretmenlerin standart ve geliştirici örneklere yer verdikleri (Alkan, 2016) dikkate alındığında öğretmenlerin pedagojik alan bilgisinin Kinach (2002a) anlama düzeyleri bağlamında incelendiğinde yüzeysel ya da temel düzeyde olduğu dolayısıyla da sınıfta öğrencinin matematiği anlama düzeyini de etkileyecek açıklamaların yanında örnek türlerinin de çok farkılılaşmadığı ve bu durumun öğrenci öğrenmelerinde etkili olabileceği söylenebilir. Matematiği öğretme bilgisisinin derste kullanılan açıklama ve örneklerden oluştuğu (Leinhardt, 2001) dikkate alındığında öğretmenlerin açıklamaları ne kadar yüzeysel olursa örneklerinin de o kadar farklılaşmayacağı fikrine ulaşılabilir. Öğretimsel açıklamanın öğretilen kavrama yönelik hem örnek hem de örnek olmayan durumları içermesi (Leinhardt ve Steele, 2005) gerektiğinden öğretmenlerin de öğretimsel açıklamalarının en az kavramsal düzeyde olması nitelikli bir öğretim için kaçınılmazdır.

Katılımcıların deneyim yıllarına göre hangi düzeyde öğretimsel açıklama yaptıkları çalışmanın temel amacı olmasa da, bu çalışma sonucunda dikkat çekici bir bulgu, 11-15 yıl deneyime sahip öğretmenlerin açıklamalarının kavramsal düzey açıklama olduğudur. Her ne kadar bu katılımcıların öğretimsel açıklamaları problem çözme veya diğer ilişkisel düzey anlama seviyesinde açıklamalar olmasa da işlemsel düzeyde olmayan, daha ziyade kavrama ait ilişki ve özelliklerin ne anlama geldiğinin açıklandığı, çözüm adımlarının ve gerekçelerinin açıklandığı kategorilerde yoğunlaşması ezberden uzak bir öğretim yapılmaya çalışıldığının göstergesi olabilir. Deneyimli öğretmenlerin problemleri daha hızlı bir şekilde uygun problem çözme stratejilerine göre tanımladıkları ve meslekte yeni olan öğretmenlere kıyasla kavramlara daha detaylı bir hakim oldukları görülmektedir (Wittwer ve Renkl, 2008). Böylelikle kavramların ve prosedürlerin altında yatan nedenleri öğretimsel açıklamalarında da kullanabilirler.

Öğretmenlerin öğretimsel açıklamalarının öğrencilerin başarıları üzerinde etkisi olduğu bilindiğine göre problem çözme ve epistemik düzeylerde öğretimsel açıklamalar yapabilen öğretmen adayları yetiştirmek ve sınıf ortamında ise ileri anlama düzeylerinde açıklamalar yapılmasına olanak sağlayacak ortamları öğretmenlere sağlamak ya da öğretmenlerin bu ortamları yaratmasını beklemek gerekir. Öğretmenlerin bu tür açıklamaları daha sık kullanması, bir matematiksel bilginin kaynağına vurgu yapılması, fikrin nereden geldiğinin ilişkilerle öğrencilere vurgulanması öğrencilerin anlamlı öğrenme gerçekleştirmelerine faydalı olacaktır.

Tahmin becerisinin kullanımına ilişkin sorularda da katılımcıların bağlamında tahmin gerektirdiği belli olan sorularda tahmin becerisi kullandıkları diğer sorularda tahmin becerisine yer vermedikleri görülmüştür. Boz Yaman ve Bulut (2017) tahmin hakkındaki öğretmen görüşlerini incelendikleri çalışmalarında öğretmenlerin tahmin becerisine derslerinde yer vermedikleri sonucuna ulaşmışlardır. Tahmine yönelik uygulamaların öğrencilerin ölçme anlayışlarını değerlendirmede öğretmenler açısından faydalı olduğu (Gooya ve diğerleri., 2011) göz önünde bulundurulduğunda ve tahmin becerisine hem uluslararası hem de ulusal öğretim programında yer verilirken öğretmenlerin bu becerileri artıracak ya da strateji kullanıma yönelik işlemlere yer vermeyen öğretimsel açıklamalar yaptıkları görülmektedir.

Öneriler

Öğretmenlerin öğretimsel açıklamalarında kendi öğrenme deneyimleri rol oynamaktadır (Karakuş, 2017; Leinhardt, 2010; Toluk Uçar, 2011). Bu bağlamda öğretmenlerin lisans eğitimleri sırasında, henüz öğretmen adayı iken matematik öğretimine dair aldıkları derslerde öğretimsel açıklamalarını ilişkisel düzeyde yapmalarını sağlayacak uygulamalara yer verilebilir.

Matematiğin soyut yapısının anlaşılması ve ilişkilendirmenin yapılabilmesi için öğretimsel açıklamalar esnasında öğretmenlerin materyal kullanımı desteklenmeli ve öğretmenlerin derste kullanacakları somut materyallere erişimleri ve okullarda bu materyallerin tedarik edilmesi kolaylaştırılmalıdır. Öğretmenlerin alan ölçme birimlerini öğretmede ve hatırlatmada basamak metaforu dışında alternatif yöntemlere ihtiyaç duydukları görülmektedir. Bu bağlamda MEB Ders Aletleri Yapım Merkezi'nin yayınladığı ortaokul matematik ders araç listesine ölçme birimlerinin birbiriyle ilişkisini gösterir somut materyaller hazırlanarak eklenebilir.

Alan ölçme matematik öğretim programının ilkokul 3. sınıf kazanımlarında başlar ve 4. sınıf ile ortaokul boyunca devam eder. İlkokul seviyesindeki öğretim için öğretmenlerin öğretimsel açıklamaları işlemsel olmayıp kavramsal anlamayı sağlayacak düzeyde olmalıdır ve alan ölçme konusunda öğrencilerin şemalarının doğru bir şekilde oluşturulması gerekmektedir. Bunun için derslerde öğrencilerin aktif olduğu, alanı hesaplanacak yüzeylerin kenar uzunluklarının cetvel kullanarak ölçüldüğü, birim kareler kullanılarak zemin-yüzey kapladıkları bazı somut uygulamalara yer verilebilir. Eğer her öğrenciye cetvel içeren bir ölçme seti, birim kareler somut modelleri gibi araçlar sağlanırsa ölçme alanına ait kazanımların hedeflenen şekilde öğrenilmesine katkıda bulunulur. Birim kareler, ders kitaplarının arka sayfalarına ek olarak koparmalı kağıt materyal şeklinde hazırlanabilir ve ölçüm setleri de tıpkı ders kitaplarının ücretsiz sunulması gibi öğrencilere bedelsiz olarak verilebilir.

Ortaokulda ise öğretmenler alan ölçme konusuna ilişkin ilkokulda başlamış olan bir süreci devam ettirirler. İlkokuldan gelen öğrencilerde varolması gereken-beklenen matematiksel becerilerin neler olduğunun belirtildiği ve konuya hangi düzeyden başlanabileceğinin yer aldığı öğretmen kılavuz kitapları hazırlanabilir. Daha önceki matematik öğretim programında (bkz. MEB, 2005) yer alan öğretmen kılavuz kitapları öğretmenlere rehberlik eden, dersin akışı için örnek bir plan sunan, alternatif örneklere yer veren ve öğrencilerin yapabileceği hatalara ilişkin notlar içeren ve bu yönüyle de öğretmenin dersine bir çerçeve çizmesini sağlayan ve böylelikle öğretimsel açıklamalarına destek olan yayınlar olarak görülmekteydi. Bu nedenle matematik dersi öğretmen kılavuz kitapları tekrar hazırlanabilir.

Tüm bunlara ek olarak öğretmenlerin mesleki gelişimlerine katkı sağlayacak her türlü etkinliğin (seminer, proje katılımı vb.) öğretimsel açıklamalarının niteliğine artırmalarında fayda sağlaması da mümkündür.

KEFAD
http://kefad.ahievran.edu.tr
Ahi Evran University
Journal of Kırşehir Education Faculty
ISSN: 2147 - 1037

ENGLISH VERSION

Introduction

As in every lesson, the teacher takes on one of the essential roles in mathematics. The teacher is the main person who ensures the conduct of the course by taking the role of a guide (Altun, 2004) within the framework of the curriculum. The most critical feature sought in a teacher in the learning-teaching processes is the teacher's knowledge of mathematics. This knowledge is related to how the teacher configures mathematics in the best way to achieve the desired results in the mathematics learning-teaching process and the level of learning and application of the targeted mathematical concepts (Shulman, 1986). This knowledge, which is structured to teach mathematics, is called pedagogical content knowledge (Shulman, 1986), which is the feature that distinguishes mathematics educators from mathematicians. The teacher explains the mathematical knowledge in an instructional way utilizing their pedagogical content knowledge following the student's cognitive level to make the abstract world of mathematics understandable (Ma, 2010). Instructional explanations are all the content that the mathematics teacher presents to the student in the context of the mathematics lesson (Leinhardt, 2010) and are “explanations that are designed with the specific purpose of teaching a student or group of students” (Leinhardt and Steele, 2005, p. 90).

Teachers' subject matter knowledge and their level of understanding of mathematics knowledge are directly reflected in their instructional explanations (Kinach, 2002a; 2002b). Kinach (2002a; 2002b), who worked with pre-service mathematics teachers, stated that teachers' instructional explanations were related to their understanding of mathematics and classified their level of understanding of mathematics.

Understanding Levels

This study used levels of understanding mathematics proposed by Kinach (2002a) as a theoretical framework. Kinach (2002a) has built the theoretical structure of instructional explanations by making changes on the content, concept, problem-solving, epistemic, and inquiry levels related to the knowledge levels for the in-depth understanding of mathematical and scientific concepts developed by Perkins and Simmons (1988), also by using the statements introduced by Skemp (1978) on the distinction between understanding mathematics at instrumental or relational levels. Thus, Kinach divided the levels of understanding into two parts: instrumental and relational. Content level understanding is instrumental understanding, while the conceptual, problem solving, epistemic, and inquiry levels are classified under relational understanding. Although these levels are not hierarchical, they are designed only to indicate the level of knowledge or understanding. They are also not mutually exclusive, so a situation experienced at one level may belong to another according to one's point of view. In instrumental understanding level, which can also be called content level understanding, mathematical knowledge is presented directly and includes rules, formulas, items to be memorized, and there is no grounding or association of mathematical knowledge; the knowledge is just enough to continue the operations (Kinach, 2002a). At this level, knowledge is directly acquired rather than deeply understood by students and is the most superficial level of understanding.

Concept level understanding is the first level of relational understanding, at which mathematical knowledge is associated with previous learning experiences. At this level, definitions, rules, and operations are explained, the underlying mathematical ideas are aimed to be revealed by using materials such as number lines and algebra tiles, and patterns and relationships are determined (Kinach, 2002a). Problem-solving level understanding is defined as where questioning and discussion are made on alternative solutions by making use of analytical strategies, and it is aimed to extract what will be done about the solution from the logic of the problem context, its story, and the meaning of mathematical symbols (Kinach, 2002a). There are also steps for problem-solving at this level, such as finding patterns, solving similar problems, working backward, or applying a situation to different situations. The epistemic level understanding is at the level where there are the reasons for mathematical connections are scientifically proven, the source of knowledge or how it is tested, and information about knowledge (Kinach, 2002a; 2002b). The inquiry level understanding is defined as in which a piece of new knowledge or theory is produced; students tend to explore new mathematical relationships pose problems and questions (Kinach, 2002a). If a concept is only formed by explanation made by the teacher in a classroom environment, it would be difficult to observe inquiry-level understanding (Kinach, 2002a).

Quality instructional explanations should include certain characteristics such as building on students' existing concepts and skills, taking into account their misconceptions and difficulties, using carefully selected representations and connections between them, presenting meaningful and accurate information, and describing the steps in a procedure by giving meaning to them (Charalambous, Hill, and Ball, 2011). The teaching methods that the teacher wants to apply; the way the method is applied; the contents of the textbook, and the metaphors used by the teacher; also the efforts to associate it with daily life and the analogies deeply affect what, how much, and in which way the student will learn in the learning activities (Bingölbali and Özmantar, 2015) and this context. Not choosing the proper instructional explanations may cause the student to form misconceptions or not learn meaningfully by memorizing the data. It is seen that instructional explanations are examined in different frameworks (see Baki, 2013; Charalambous et al., 2011; Karakus, 2017; Levenson, Tirosh, and Tsamir, 2006; Sırmacı and Gökkurt Özdemir, 2016; Thanheiser, 2009); however, studies examining instructional explanations using the levels of understanding of mathematics presented by Kinach (2002a,200b) concentrate mainly on numbers and operations (see Alkan, 2016; Gökkurt, Şahin, and Soylu, 2012; Kinach 2002a, 2002b; Korkmaz, 2021; Toluk Uçar, 2010, 2011). In addition, there are limited studies in the domains of statistics (Akyıldız, 2019) and algebra (Güler and Çelik, 2016). The studies were conducted with pre-service elementary teachers (Toluk Uçar, 2010, 2011), pre-service mathematics teachers (Akyıldız, 2019; Güler and Çelik, 2016; Kinach, 2002a, 2002b; Toluk, 2011), elementary teachers (Korkmaz, 2021) and mathematics teachers (Alkan, 2016; Gökkurt et al., 2012; Korkmaz, 2021). When the findings of these studies are examined, whether the participants are pre-service teachers or teachers, their instructional explanations are primarily at the instrumental level (Alkan, 2016; Akyıldız, 2019; Gökkurt et al., 2012; Güler and Çelik, 2016; Kinach 2002a, 2002b; Korkmaz, 2021; Toluk Uçar, 2010, 2011), which is an important result, while a limited number of participant explanations are available at the relational level (Akyıldız, 2019; Kinach 2002a, 2002b), especially at the concept (Alkan, 2016; Güler and Çelik, 2016) and problem-solving (Korkmaz, 2021) level understanding.

Measurement Estimation

Measurement is one of the learning domains at every grade (1 to 8) level in the Ministry of National Education (MoNE) mathematics curriculum. It is stated that examples of measurement are frequently seen in daily life and accepted by everyone to be an essential subject (Zembat, 2015). When the learning outcomes of the students about measurement, which is one of the primary subjects of mathematics, are examined, it is seen that they have difficulty in learning measurement concepts and associating these concepts, and they try to reach the result by memorizing the formulas (Dağlı, 2010; Tan Şişman and Aksu, 2009).

The subject of estimation is analyzed under three categories: numerosity estimation, computational estimation, and measurement estimation (Berry, 1998; Dowker, 1992). Determining the number of multiplicities created when more than one object comes together, it is called the numerosity estimation (Akkuşçi, 2019), giving the most relevant and realistic results without calculating the results of mathematical operations and mathematical problems, is called computational estimation (Dowker, 1997), approximation of the dimensions of an object without using a measuring tool was defined as the measurement estimation (Budak, 2019).

Estimation is a skill in which measurement is reflected in daily life, and students have difficulties simultaneously; therefore, including examples and activities that include predictions while teaching measurement subjects allow students to gain and develop their estimation skills (Satan, 2020). People use various shortcuts to reach the closest value in the estimation skill, which is frequently used in daily life, and these shortcuts are expressed as estimation strategies (Van de Walle, 2008, Karp, and Bay-Williams, 2019). Some strategies used in measurement estimation are as follows: unit iteration, using a reference point, squeezing, dividing into parts, using prior knowledge, and mental meter (Gooya, Khosroshahi, and Teppo, 2011).

When the studies on measurement estimation and the strategies used were examined, it was seen that students were weak in using measurement estimation strategies (Bulut and Şener, 2017; Kumandaş and Gündüz, 2014; Tekinkır, 2008). In addition, the measurement estimation strategies being used get richer with the increase in the grade level (Kumandaş and Gündüz, 2014; Siegel, Goldsmith and Madson, 1982; Tekinkır, 2008). In their study with teachers, Boz Yaman and Bulut (2017) stated that although teachers are generally aware of measurement estimation skills and their strategies, they do not use these skills during their teaching.

Several reasons guide the current study. First of all, measurement is considered as one of the critical and fundamental contents in mathematics. Second, students may have difficulties measuring length, area, and volume, and use memorization to convert measurement units (Tan Şişman and Aksu, 2009). Third, estimation is an essential skill among the standards and subject-specific learning outcomes stated in the mathematics curriculum. Fourth, teachers do not include sufficient estimation skills in their teaching (Boz Yaman and Bulut, 2017). To this end, not having a study about instructional explanations on area measurement in the literature makes this study salient to investigate. Also that it is thought that this study will contribute to the literature relatively, the fact that the instructional explanations of teachers or pre-service teachers in the field literature are concentrated at the instrumental level understanding may cause the transfer of mathematical knowledge to students depending on the rules and procedures, thus causing a conceptual understanding not to be formed in the students. When the mathematics curriculum standards about area measurement are taken into account, students are expected to find the area formula of a given geometric shape (MoNE, 2018). These standards require conceptual understanding, so considering that mathematics teachers' understanding of these concepts is effective on students' understanding levels, it is of great importance to examine the level of mathematical understanding of teachers' instructional explanations. In addition, investigating how much measurement estimation skill is included in these explanations is another point that should be mentioned because there are statements about improving students' estimation skills emphasized in the mathematics curriculum (MoNE, 2018).

This study aims to determine the instructional explanations of mathematics teachers about area measurement in the context of the level of understanding mathematics proposed by Kinach (2002a), identify whether they use estimation skills in their instructional explanations, and investigate what strategies they use. For this purpose, answers to the following research questions were sought:

1. How are the instructional explanations of mathematics teachers on area measurement when examined according to their level of understanding?

2. How are the instructional explanations of mathematics teachers on area measurement regarding their use of estimation skills?

Method

This study is designed to be qualitative research to reveal the instructional explanations used by mathematics teachers to solve mathematical problems related to area measurement in the context of their level of understanding and determine whether they include measurement estimation skills. Qualitative research is one through which "qualitative data collection methods such as observation, interview, and document analysis are used, and a qualitative process is followed to reveal perceptions and cases realistically and holistically in their natural environment" (Yıldırım and Şimşek, 2016, p. 41). Generic qualitative inquiry is research that uses qualitative methods but does not choose any of the known qualitative inquiry approaches (such as case study, phenomenology) and tries to answer only the research question (Patton, 2015). In this study, the generic qualitative inquiry stated by Patton (2015) was used, as it was aimed to determine the instructional explanations of mathematics teachers on area measurement according to their level of understanding and to define whether they include estimation skills, and if so, what strategies they use. Different ways such as observation in the classroom environment or interview could be used to identify instructional explanations; however, it was thought that it would be more appropriate to obtain data through interviews since interviews are a powerful method used to reveal people's thoughts and feelings (Bogdan and Biklen, 1992). At the same time, it was challenging to make observations in the classroom environment due to the epidemic during the study period. Data analysis was carried out through descriptive analysis using the levels of understanding mathematics, which is accepted as the theoretical framework in the study and modified by Kinach (2002a).

Participants

The sample group of the research was determined by the purposive sampling method. While deciding on the study group in qualitative studies, it is aimed to make detailed explanations rather than generalizations (Creswell, 2012), so whether they comply with specific criteria following the purpose of the study in the selection of the participants (Johnson and Christensen, 2014). The first criterion sought for the participants in this study is that the teachers are secondary school mathematics teachers (aka Grade 5-8). The second criterion is the teachers' years of teaching experience. It should be noted that as teachers' teaching experience increases, their conceptual knowledge also improves (Abd-El-Khalick, 2006; Roehrig and Nam, 2011), and there are differences in their experience, thought, and instructional practices (Borko and Livingston, 1989; Leinhardt, 1989; Niess, 2005). The years of teaching experience of the participants are grouped as 1-5 years, 6-10 years, 10 years, and above experience. First of all, it was decided how many participants would work within the study. While determining the number of participants, Guest, Bunce, and Johnson (2006) produced the most basic themes with the first six interviews and reached data saturation above 90% with 12 interviews in their study about data saturation. Also, Francis et al. (2009) declared that they reached data saturation with ten to 17 interviews; therefore, it was decided on conducting the study with 12 participants in this study. Attention was paid to ensure that each participant group had an equal number of years of teaching experience (i.e., 4 participants for 1-5 years, 4 participants for 6-10 years, 4 participants for ten years and above). Creswell (2012) stated that sampling strategies differ before or after data collection. At this stage, researchers used the snowball sampling (Creswell, 2012) technique, which is one of the purposive sampling strategies, to obtain participants in each teaching experience category. Researchers asked the participants to recommend a secondary school mathematics teacher with different teaching experience years during the interview. The study was carried out by reaching 12 participants. Each participant's consent was obtained with an informed consent form.

Data Collection Tool

In the study, interview questions were used to determine the instructional explanations of secondary school mathematics teachers about area measurement in the context of understanding levels developed by Kinach (2002a) and to reveal the strategies they use for measurement estimation. The interview questions consisting of eight open-ended mathematics questions were first presented to the expert opinion by the researchers. Opinions were received from three mathematics education experts. According to their feedback, the order of the questions has been changed, the expressions that make up the question have been edited, the questions thought to be similar have been reduced, and additional explanations have been added to understand what is required from the teachers. With these regulations, the number of interview questions was reduced to six. After the expert opinion, pilot interviews were conducted to decide whether there was a need to revise the interview questions. After the first pilot interview, figures related to the question (i.e., cars) were added to the last question since the participant could not understand the two different cars included in the last interview questions. The second pilot interview was held, and no adjustments were needed afterward. Interviews were conducted with 12 participants with six questions that were decided after the pilot interviews. In the first interview questions, the teachers were asked to explain how they teach the concept of "area" to the fifth-grade student. In the second question, a right triangle was given, and they were asked how they explained the calculation of the area of the right triangle to their sixth-grade students. In the third question, they were asked how to solve and explain the operations to find the number of tiles needed if a rhombus-shaped tile of known diagonal lengths is covered with a region of the known area to their seventh-grade students. In the fourth question, the teachers were asked how the division of a rectangular shape into squares was explained to secondary school students. Then in the fifth question, they were asked to explain the area of square formed by rectangular shapes with different areas to the seventh-grade student. It is requested to explain finding the side length of the quadratic region formed by combining the areas. The last question asked how they provided an instructional explanation for a problem in which sedan and pickup vehicle figures were included, and the areas of the parking spaces of the vehicles were asked to be estimated. During the semi-structured interviews, additional questions were asked by the researchers about the unit conversion processes where the participant included in the solution but did not explain in detail. Below are examples of these additional questions.

"Well, how would you explain the conversion phase, that is, in the conversion phase from square meters to square centimeters?"

> How do you make your students recall that? This is not a 7th-grade standard. It is taught in the 6th grade; they study the units of measurement. How would you describe it when you need to be reminded of that conversion?

Data Collection Process

The data were obtained through a video conference platform through semi-structured interviews with 12 secondary school mathematics teachers. With the semi-structured interview, the participant was allowed to explain their thoughts in depth (Büyüköztürk, Kılıç Çakmak, Akgün, Karadeniz, and Demirel, 2020), to explain the basic ideas that guide their instructional explanations, and to understand what their explanations for measurement estimation are. During the interview, the interview questions were projected onto the screen, and the participant was asked to explain what kind of operations and explanations s/he would make in accordance with the class level of the student expressed in the question regarding the solution of each question.

Data Analysis Process

The data analysis started with the transcription of the interviews, and the descriptive analysis of the obtained texts was made. At this stage, the teachers' knowledge about area measurement was checked whether it was correctly solved or not, and if the solution of the problem was wrong, the teachers' answers were not included in the analysis. Teachers' instructional explanations were analyzed according to the level of understanding mathematics used by Kinach (2002a). At this stage, the categories of instructional explanations were decided based on the subcategories created by Alkan (2016) regarding the levels of understanding developed by Kinach (2002a) regarding instructional explanations. Alkan (2016) identified three subcategories of the instrumental level: expressing the definition directly (IB1), expressing rules and relationships directly (IB2), and expressing how a procedure will be applied directly (IB3). In addition to these three subcategories, researchers were added mathematical teaching "tricks" (IB4) as the fourth subcategory. The inclusion of this category was decided based on the results obtained by Toluk Uçar (2011) and the logical tricks mentioned by Kinach (2002a). Mathematical teaching tricks consist of teaching with an easy or catchy story, analogy, where teachers' instructional explanations are not based only on mathematical reasons (Kinach 2002a;

Toluk Uçar, 2011). Alkan (2016), who divides each understanding level at the relational level into three subcategories, defined the conceptual level as the explanatory level. At this level, she has developed subcategories in the form of explaining what the definition means (AB1), explaining what the relationship and characteristics mean (AB2), explaining the solution steps and reasons (AB3). For the problem-solving level, subcategories were: Using analytical strategies such as modeling in explanations (PB1), using the meanings of the concept in a problem situation (PB2), solving a problem using different problem-solving strategies (PB3). Considering the epistemic level, it was determined as emphasizing the source and development of mathematical knowledge (within the scope of the relevant subject) in their explanations (EB1), emphasizing the role of mathematics in other disciplines in their explanations (EB2), proving the underlying causes of mathematical relations by justifying them (EB3) (Alkan, 2016). Becasue Alkan (2016) did not specify the subcategories of the last level of understanding, the level of inquiry, the researchers determined the subcategories for the level of inquiry as follows, in line with the explanations of Kinach (2002a): Guiding students to discover new mathematical relationships in their explanations (SB1), carrying out studies aimed at establishing new problem situations (SB2), and including interrogative approaches to concepts (SB3). In Table 1, sample sentences belonging to the subcategories of some instructional explanations are given by using the answers given by the participants in this study.

Table 1. *Example instructional description subcategories*

Instructional Description Category	Explanation of the participant
Example 1: IB3	To cover an area of 14 m^2… First, of course, the student has to find its area. It is needed to find the area of the rhombus. I need to make student find this area from e times f over 2 and then divide the whole area.
Example 2: AB2/AB3	Now, for example, they know the area of the rectangle beforehand. In the 5th grade, I can show that it is half, the paper can be cut, or I can find the area of the rectangle and say that it is divided with the help of a diagonal, that it is divided into exactly two parts. Hence, we use the base times the height divided by two in the triangle area.
Example 3: IB2	Afterward, we already give the 7th-grade students the rhombus formula. So the length of diagonals are multiplied and divided by 2. Then I would have it done to see how many of these rhombuses are in the area we want to cover.
Example 4: IB4	Mrs. Kamile is on the roof, Uncle Mehmet is on the window, saying hello, hello. In other words, this nursery rhyme creates much more permanence in the students' minds, and in this way, the student does not face much trouble in unit conversion.
Example 5: AB1	I start with the concept of length; first, I prefer to start this way. We are moving from one dimension to two dimensions. We pass from one dimension to two dimensions with the concept of area. First of all, I am trying to create this awareness. A surface now appears in the concept of area. Of course, it can be a square, a triangle, a rectangle, or a circle. In the future, there may be a rhombus trapezoidal, etc., in the 7th grade. But as I said in the first place, I am talking about moving to the second dimension. Since it has a second dimension, we can now talk about width and length here. I tell you that we have filled the surface in between. Sometimes, we use dynamic software to draw on the board to show.

For example, participant T3 explained Example 1 in Table 1 in the question about the area of the rhombus. In this explanation, T3 only talked about the process steps of finding the area; s/he made an instructional explanation at the instrumental level in the sub-dimension of directly expressing how to use a procedure (IB3).

On the other hand, participant T8 made the instructional explanation regarding the area of the triangle in example 2: In the sub-dimension of explaining what relations and properties mean by relating the area of the triangle to the area of the rectangle (AB2), and also where it came from, that is, s/he used the rectangle when finding the area formula, and to this conclusion. It was seen that s/he made an explanatory instructional explanation in the AB3 category, in which s/he explained the solution steps and justifications, as s/he made use of visual elements such as shapes while reaching.

Participant T10 made the instructional explanation in example 3 for the question in which the area of the rhombus should be calculated. Here, s/he made an instructional explanation in the IB2 category, in which s/he chose to directly use the formula to find the area of the tile given in the form of a rhombus.

Participant T4 did not make a mathematical explanation by mentioning the order of area measurement units with a rhyme in the instructional explanation in example 4 regarding the question that requires conversion between m^2 and cm^2, and made an instructional explanation in the IB4 category by using instructional "trick."

Participant T7 explained what the concept of "area" means in her/his instructional explanation of teaching the concept of "area" in example 5. S/he made an instructional explanation in the AB1 category, which s/he explained by associating the transition from length to the area with the concept of dimension.

The answers given by the teachers in determining the measurement estimation and the strategies used were matched under the codes of "correct estimate," "partial estimate," and "false estimate/no explanation" previously determined by the researchers, according to their use of estimation skills. Expressing the result as numerical data by using the estimation strategy was evaluated as "correct estimation," using a strategy but not expressing the result as numerical data was evaluated as a "partial estimation," and not using any strategy and not making an estimation was evaluated as "incorrect estimation/no explanation." For example, if the participant was said, "If *this vehicle were approximately 5 m by 1.5 m, if the other vehicle was 1.5 times larger, I guess it would be at least 12 m^2 would need a space*" would be considered as an example that can be coded as "correct estimate" because numerical values for the correct answer to the question are used here. However, the researchers created this answer as an example since no participant answered the correct estimate category suitably. The participant's response as "*I do not know exactly, it will be bigger than the other, but not 5-10 times*" was coded as a partial estimate because the "partial estimate" category was deemed appropriate since it included an estimate of greater/smaller, which did not include numerical values close to the correct answer. Then, the prediction strategies used by the participants were determined.

In the data analysis, the remaining 68 instructional explanations were coded by two researchers at different times since two of the 72 instructional explanations received from the participants were incorrect, and no answer could be received for two other questions. Researchers identified the same level and subcategory in 65 of their coding. Inter-coder reliability was calculated with the formula suggested by Miles and Huberman (1994) and was determined as 95.5%. Because different coding was done in the subcategories of the three instructional explanations, the researchers came together and reached a consensus by reanalyzing these explanations.

Ethical Permissions of the Study

Throughout the analysis, all guidelines specified to be applied within the scope of the "Scientific Research and Publication Ethics Directive for Higher Education Institutions" were implemented. None of the actions stated under the title "Actions Against Scientific Research and Publication Ethics," which is the second part of the directive, were performed during the study.

Ethics committee permission information

Name of the committee that made the ethical evaluation = Istanbul Medeniyet University Educational Sciences Ethics Committee

Date of ethical review decision = June 07, 2021

Ethics evaluation document issue number = 2021/06-25

Results

The level of understanding of secondary school mathematics teachers' instructional explanations on area measurement and the extent to which and how much they include measurement estimation in the explanations they use; whether they did is presented in this section. The results of this study, which investigated which estimation strategy they used, are included in this section in the form of classification of instructional explanations, results for each instructional explanation based on questions about area measurement, and findings related to estimation skills examined.

Classification of Instructional Explanations According to Kinach Understanding Levels

Considering the instructional explanations made by the teachers for each question in the study, a total of 72 instructional explanations should be obtained. In comparison, 68 instructional explanations were analyzed because two instructional explanations were wrong, and no answer could be obtained for two other questions. While 68 instructional explanations occurred at the procedural and explanatory levels, the problem-solving, epistemic, and inquiry levels were not determined. Regarding the distribution of the data obtained in Table 2, 66.18% of the instructional explanations are at the instrumental understanding level and 33.82% at the explanatory level. According to Table 2, which presented the distribution of instructional explanations, the following subcategories are explained; it is seen that a total of 114 codings were made. The number of coding obtained is more than 68 because some instructional explanations contain more than one subcategory.

Table 2. *Distribution of understanding levels of instructional explanations by subcategories*

Levels	Number	%	Subcategories	Number	%
Instrumental Level	45	66.18	Expressing the definition directly (IB1)	3	2.63
			Expressing rules and relationships directly (IB2)	30	26.32
			Expressing directly how a procedure will be performed (IB3)	30	26.32
			Using a mathematical teaching trick (IB4)	2	1.76
Explanatory Level	23	33.82	Explaining what the definition means (AB1)	14	12.28
			Explaining what relationships and properties mean (AB2)	19	16.67
			Explaining the operation steps and reasons (AB3)	16	14.04

Instructional Explanations on the Concept of "Area"

Sample instructional explanations of teachers regarding the concept of area are as follows:

"we start by counting the squares on the checkered paper when it comes to the area of rectangle" The teacher made an instructional explanation in the IB2 category, in which s/he directly expressed the rules and relations, by talking about counting the unit squares in finding the space it occupies for the area of the rectangle.

> The classroom area, or rather, one of the easiest areas to show, is regular shapes, square or rectangular. Since the classroom is also covered with tiles, it would be more comfortable. The area will appear as soon as I count and multiply the vertical or vertical and horizontal rows. Any vertical or horizontal. It comes easy for them to understand. It can also be explained by painting. Ermm… I can think of it as the surface we paint is the area. Wall paint or carpet. I think they know the square meter logic from there, as fifth-grade students.

This instructional explanation was in the AB1 category because the teacher tried to explain what the concept of the area means with examples from daily life.

> Children know somewhat the concept from primary school, we multiply the long side with the short side, we find the area, or when the area of shape is the topic, the child thinks of, and when we ask him, it starts with a rectangle, the short side or the long side. Probably because it was given this way in primary school, because it was emphasized because it was explained in that way

was coded in the IB1 subcategory since it includes expressing the area of the rectangle directly as the long side times the short side.

The following explanation, presented as an example in the AB1 subcategory of the explanatory level, gives concrete examples of area and transitions from the concept of environment to area.

> First of all, I would try to give examples from our environment to explain what the concept of area is, and I would try to learn where the concept of area was first heard by the students in their daily life. I would make them realize the relationship between the perimeter and the area, first explain what the perimeter is, then explain the relationship between the area and the perimeter and explain the concept of area in that way.

When the instructional explanations for the area concept were examined in general, six (50%) of the participants made instructional explanations at the instrumental level, and the other six (50%) at the explanatory level. The explanations built on finding the value of the area rather than making sense of what the area concept is are within the scope of instrumental level understanding. Some explanations showed that teachers prefer the instructional explanation approach, the most superficial explanation, which remains at the instrumental understanding level. In addition, instructional explanations that fit the conceptual understanding (explanatory) level, which is the most basic of the relational understanding level, were used. However, no instructional explanation was found at the level of problem solving or epistemic understanding. In the question asked about how the concept of the area was introduced, no examples of explanations emphasizing the source or development of mathematical knowledge were found in the instructional explanations of the teachers.

Instructional Explanations on the Area of a Right Triangle

One of the teachers (8.33%) made an instructional explanation about the area of the right triangle at an instrumental level, and 11 (91.66%) at an explanatory level. Below is an instructional explanation at the instrumental level and in the IB3 subcategory, which shows how to apply a formula for the area of the right triangle.

> Dear students, as you can see, the base is 8 units, and we need to find the height here. How was the height found now? The important thing is the height of that base in the area. So that is height. However, let us draw this upright. This is also a height. However, this height belongs to that base. If our base is 8, we need to find the height of these 8 units. Where is it, right there, 4 units? Since there are 4 units, we can multiply them and divide them by 2. After all, what did we say as a footnote? What happens to side (i.e. opposite or adjacent) in a right triangle? It could actually be called our height.

In the explanations in the explanatory level and AB2 subcategory below, instead of directly presenting the relation related to the area of the right triangle, it is aimed to find new information based on previous knowledge, such as moving from the area of the rectangle to reach the area, or drawing another right triangle and forming a rectangle.

> I say let us complete this to make a rectangle first, you know, if the rectangle was completed, they will probably be able to count all the squares and then realize that it is half of it. From there, I will reach the area of the triangle and complete it from 4x 8=32 halves to 16 rectangles.
>
> I would draw another triangle and show that it is actually half of a rectangle. Because they already know the area of the rectangle. Normally, I would calculate the area of the rectangle in the same way as I find the area, and divide it in half, since it has half its shape, and derive the formula that way.

The most common finding was that the instructional explanations used by the teachers in solving problems about the area of the right triangle were explained by using the area of the rectangle. It was found that the use of instructional explanations at the concept (explanatory) level understanding, which is the most basic level of relational level understanding, is preferred over the instrumental understanding level.

Instructional Explanations on the Area of the Rhombus

Regarding this part, eight (66.6%) of the participants made an instructional explanation at the instrumental level, three (25%) at the explanatory level, and one participant gave an incorrect answer. In the explanation below, which is at the instrumental level understanding and in theİB3 subcategory, in which the direct application of the formula of the area of the rhombus depends on the diagonals, and how to apply a formula to the procedure is seen.

> Afterward, we already give the 7th-grade students the rhombus formula. So the diagonal lengths are multiplied and divided by 2. Then I would have it done to see how many of these rhombuses are in the area we want to cover.

In the other instructional explanation given below, in order to find the area of the rhombus, the length diagonals of the rhombus are completed into the sides of rectangle to create a rectangle, and the area of the rhombus was found from the area of the rectangle and then converted into a formula. These statements, which justify the process steps and explain the reasons behind the formula, were at the explanatory level and in the AB3 subcategory.

> When we draw the corners of the rectangle, we see that when we draw from the corners of the rhombus, we divide the rectangle into four equal parts. The student sees that these four congruent parts are divided into two congruent triangles. One of each belongs to a rhombus. So here again, they can see that the rectangle area is half; any rhombus is half of a rectangle, half its area. So what are we doing then? One of the diagonals is the long side of the rectangle. Let's say it could be 20 cm, for example, and the other short side could be 14 cm. Normally the area of the rectangle would be 14 times 20, but the rhombus takes up half.

When the teachers' instructional explanations about the rhombus area were examined, the instructional explanations remaining at the instrumental level were grouped under the subcategories of directly expressing the rules and relations (IB2) and directly expressing how to apply a procedure (IB3). It was found that the instructional explanations at the explanatory level of understanding were given as explaining what the relationship and features mean (AB2) and explaining the solution steps and reasons (AB3). It was observed that the majority of the teachers preferred to use formulas while explaining the area of the rhombus, and they avoided explaining where the area formula came from conceptually as they did for the area of the right triangle. Instructional explanations were at the superficial level, and there were no explanations at the problem-solving or epistemic level of understanding. Although the design of the interview question itself allows explaining the problem-solving level, it was noted that the teachers made explanations for solving the question with the use of the procedure.

Instructional Explanations on Area Measurement Units

All of the participants used the ladder method to convert area measurement units. Statements that memorize the units sequentially and multiply downwards, divide upwards, or so on, which are far from mathematical foundations, show instrumental level understanding. In addition, ensuring that the units remain in the memory by singing or like rhymes is also expressed as a teaching trick (Toluk Uçar, 2011) and these expressions are explanations that show understanding at the instrumental level. All participants preferred to convert m^2 to cm^2 in the unit conversion process. They stated that the reason for this was that when they divided the number by 10000 to convert cm^2 to m^2, the result obtained was a decimal number, and the students were not at the desired level in dealing with decimal numbers. Below are three examples of instructional explanations in the IB2 subcategory, where the procedure is explained:

"*Meter, decimeter, centimeter… So there are 2 steps. However, when it was a square, remember that another 2 zeros were coming. What will happen in total There will be 4 zeros*."

"*I would make them remember the ladder. So here I would prefer it as it is easier to go from square to square centimeter*."

> I would ask how many steps from m2 to cm2, to where are we going? Since it will go down 2 digits and it will add 2 zeros in each digit, saying that I would have to add 4 zeros in total next to 14, and I would do the operation.

The example below shows an example of instructional explanation in the IB4 subcategory, where area measurement units are memorized as a teaching trick.

> Mrs. Kamile is on the roof, my uncle Mehmet is on the window, saying hello, hello. In other words, this nursery rhyme creates much more permanence in the students' minds, and in this way, the student does not face much trouble in unit conversion.

Findings on the Use of Estimation Skills

Instructional explanations were examined to understand whether the participants used the estimation skill in their instructional explanations and what strategies they included. The results of teachers' use of estimation skills are given in Table 3.

Table 3. *Distribution of the use of estimation skill*

	Number	%
Correct estimation	-	-
Partial estimate	10	83.33
Wrong estimation/No explanation	2	16.67

Ten participants (83.33%) made an instructional explanation at the instrumental level to the question, which required estimation, and two participants could not explain at all. In all of the explanations, while the teachers were explaining how to explain, they focused on verbal explanation rather than how to estimate the problem's solution in numerical terms, so the explanations were considered suitable for the "partial estimation" category. Nine (90%) of the partial estimators used the reference point strategy as their estimation strategy. On the other hand, one participant understood that the question required estimation skills but could not estimate the desired answer. Some of the instructional explanations of the participants are as follows:

> We have to understand the bigger vehicle gets that the shape accordingly gets bigger. However, if it is the same length, only different in width, we can keep the same height and edit the width. In other words, Mr. Metin, whom Ali Bey will call the management, needs a line in a wider direction than the car park line drawn.
>
> *"Looks like 1.5 times bigger on average."*
>
> If she said that his vehicle is a sedan, the standard parking line fits me at first, but now he has to declare that his vehicle is now not a sedan but a pickup, then the standard parking line does not suit for his vehicle. Therefore, he should say that he wants a wider line in the parking lot.
>
> I do not know exactly how big their proportions are. How many times bigger is the pickup car than to sedan car? When we say how many times it is, of course, we are talking about 1/2 and 1/3 multiples here. Not 5-10 times, of course.

In the instructional explanation examples given above, estimating that the pickup vehicle is larger than the sedan vehicle and therefore a larger parking area will be needed was made by accepting the sedan as a reference so that from an object known in mind (Gooya et al., 2011) was used as a reference point known as an estimation strategy.

Conclusions and Discussion

This study aimed to determine the instructional explanations of mathematics teachers on area measurement in the context of Kinach's (2002a) understanding levels, whether they use estimation skills in their instructional explanations, and what strategies they use. In the present study, it was found that the instructional explanations of the teachers were stacked in the instrumental level of understanding and the conceptual level, which is the most basic level of the relational level of understanding. It is noteworthy that in the instructional explanations for area concept, there are definitions that the area covers a place and explanations about the rectangle area. It was found that these explanations are collected at the instrumental and conceptual levels, which are the most superficial ones. The most striking result in the explanations for the triangle area was that the explanations were made over the rectangle area. It is important that teachers need to include such an instructional explanation in teaching the area of a triangle for conceptualizing knowledge rather than rote learning. However, the same is not the case in the instructional explanations for the area of the rhombus. Another important finding is that the teachers mostly made explanations at the instrumental understanding level and mainly included formulas here. At the end of the interviews, it was seen that the instructional explanations on the area mostly remained at the instrumental level and then at the conceptual level. It is noteworthy that mathematics teachers did not even include an instructional explanation for understanding at the relational level of problem-solving in their explanations of the solution of some mathematical problems in the interview questions. Instructional explanations of the teachers were mainly at the instrumental level, and this finding also showed parallelism with the studies examining the instructional explanations of teachers or pre-service teachers on different concepts. The findings of other studies in the literature showed that instructional explanations were mostly stacked at the instrumental or conceptual level (Alkan, 2016; Akyıldız, 2019; Gökkurt et al., 2012; Güler & Çelik, 2016; Kinach 2002a, 2002b; Korkmaz, 2021; Toluk Uçar, 2010, 2011).

In this sense, it is crucial to examine in-depth why teachers' instructional explanations remain at a superficial level. Regarding many studies in the literature and this study, investigating and elaborating the reasons behind teachers' explanations at the instrumental level is needed. One of these reasons; maybe that teachers think that they cannot accomplish to teach standards in the mathematics curriculum in one academic year, and they try to complete the instructional process in a limited time by directly expressing the rules, relations, and how a procedure will be applied, which were at the instrumental level. It was pointed out that the teachers intend to pass quickly by giving rules and think that it is a waste of time to make instructional explanations at the relational level (Gökkurt et al., 2012). Also, during the thank-you speech process made with the participants after the interview recordings were terminated, the teachers indicated that they thought that they could explain the subject to the students more efficiently by making instructional explanations at the instrumental level or that the students would understand it more easily, although they were actually at the advanced level of understanding. Some participants stated that one of the determining factors in the instructional explanations is the students' mathematics performance. Participants stated that they made superficial instructional explanations in some classes and in-depth instructional explanations in some classes. Building new knowledge on students' previous knowledge is necessary for instructional explanations (Leinhardt & Steele, 2005), but this should not mean unqualified or superficial instructional explanations by citing differences in students' prior knowledge (or comprehension levels). In addition, it may result that the target behaviors and skills that are emphasized in the mathematics curriculum and expected to be acquired by the students are not at the desired level.

Another reason mathematics teachers' instructional explanations were at the instrumental or explanatory level may be that teachers' knowledge of mathematics is insufficient to include explanations at the relational level of problem-solving, epistemic, and inquiry. It is obvious that mathematics teachers' undergraduate education plays an essential role, especially when they are teacher candidates. The fact that the pre-service teachers’ instructional explanations were not sufficient to provide teaching according to a targeted level of standards in the mathematics curriculum (Toluk Uçar, 2010), their pedagogical content knowledge is not at the desired level in the dimension of teaching strategies, and accordingly, they have difficulties in understanding students and providing an effective mathematics teaching (Şahin, Erdem, Başıbüyük, Gökkurt, & Soylu, 2014) reinforces the underlying reason why teachers' instructional explanations remain superficial. Although it is known that it is not easy to create instructional explanations for pre-service teachers (Kinach, 2002a), the same is valid for teachers, or it may be an option not to be preferred. However, whatever the reason is, it is inevitable that mathematics subject matter knowledge (Shulman, 1986), which is a part of pedagogical content knowledge, plays a role in instructional explanations (Charalambous et al., 2011). The limited subject matter knowledge of teachers (Blum & Krauss, 2008; Gökkurt et al., 2012; Gökkurt & Soylu, 2016; Tekin-Sitrava, 2014) or pre-service teachers (Ding, He, & Leung, 2014; Evan, 1993) affects the pedagogical content knowledge and also has a strong connection with the quality of instructional explanations (Charalambous et al., 2011). Therefore, when teachers have excellent mathematical subject matter knowledge, it also helps them to master the instructional explanations focused on concepts and rules. While these explanations help students understand the activities they perform in-depth, they also play an important role in forming their cognitive schemas in the learning process (Wittwer & Renkl, 2008). For example, it has been seen that the difference between the instructional explanations of mathematics teachers working in Asian countries and the United States (USA) is the conceptual explanations behind the concepts and rules and explaining how they work (Perry, 2000). When the types of examples used by mathematics teachers with their instructional explanations in teaching a concept were examined, it was revealed that the teachers who made explanations in the explanatory dimension included developmental or non-exampling examples that included relations between the subjects. In contrast, those in the instrumental dimension used standard examples (Alkan, 2016). Considering that teachers include standard and improving examples (Alkan, 2016) when teachers' pedagogical content knowledge is examined in the context of Kinach's (2002a) understanding levels, it was found that the types of examples did not differ much in addition to the explanations that will affect the student's understanding of mathematics in the classroom. It can be said that this situation may be effective in student learning. Considering that the knowledge of teaching mathematics consists of explanations and examples used in the lesson (Leinhardt, 2001), it can be concluded that the more superficial the teachers' explanations, the more their examples will not differ. Since the instructional explanation should include both exemplary and non-exemplary situations (Leinhardt & Steele, 2005) regarding the concept being taught, it is inevitable for qualified teaching that the instructional explanations of the teachers should be at least at the conceptual level.

Although the level of instructional explanation according to the participants' years of experience is not the study's primary purpose, a remarkable finding from this study is that the explanations of teachers with 11-15 years of experience were made explanations at the conceptual level. Although the instructional explanations of these participants were not at problem-solving or other relational level understanding, the fact that they concentrate on the categories that are not at the instrumental level, but rather explain what the relation and features of the concept mean, and explain the solution steps and reasons, may be an indication that an attempt is made to teach away from rote learning. Experienced teachers define problems more quickly according to appropriate problem-solving strategies and have a more detailed grasp of concepts than teachers who are new to the profession (Wittwer & Renkl, 2008). Thus, they can also use the underlying reasons for concepts and procedures in their instructional explanations.

Since it is known that the instructional explanations of the teachers affect the success of the students, it is necessary to train pre-service teachers who can make instructional explanations at epistemic and problem-solving levels and provide teachers with environments that will allow for explanations at advanced understanding levels in the classroom environment, or wait for the teachers to create these environments. It will be beneficial for students to realize meaningful learning by using such explanations more frequently by teachers, emphasizing a source of mathematical knowledge, and emphasizing where the idea comes from with relationships.

In the questions about the use of the estimation skill, it was seen that the participants used estimation skills in the questions that required estimation in the context, and they did not include estimation skills in the other questions. Boz Yaman and Bulut (2017), in their study examining teachers' opinions about estimation, concluded that teachers do not include estimation skills in their lessons. Considering that estimation practices are beneficial for teachers in evaluating students' understanding of measurement (Gooya et al., 2011) and estimation skill is included in both international and national curricula, findings of teachers making instructional explanations that will neither increase these skills nor include operations for strategy use was a disappointment.

Suggestions

Teachers' learning experiences play a role in their instructional explanations (Karakuş, 2017; Leinhardt, 2010; Toluk Uçar, 2011). In this context, practices that will enable teachers to make their instructional explanations at a relational level in the lessons they take on mathematics teaching while they are still pre-service teachers can be included during their undergraduate education.

To understand the abstract structure of mathematics and make connections, teachers' use of materials should be supported during instructional explanations, and teachers' access to concrete materials that they will use in the lesson and the provision of these materials in schools should be facilitated. It is seen that teachers need alternative methods other than the ladder method in teaching and reminding area measurement units. In this context, concrete materials showing the relationship between measurement units can be prepared and added to the tool list for the secondary school mathematics course published by the MoNE Course Equipment Production Center.

Standards about area measurement in the national mathematics curriculum begin at the 3rd-grade and continue throughout middle school. For primary school level teaching, teachers' instructional explanations should be non-instrumental but at a level to provide conceptual understanding, and students' schemas for measuring areas should be formed correctly. For this, some concrete applications can be included in the lessons where the students are active such as the lengths of the sides of the shapes to be calculated are measured using a ruler, and they cover the ground surface using unit square. If each student is provided with tools such as a measuring set with a ruler and concrete models of unit square, it will contribute to the targeted learning of the standards about area measurement. Unit squares can be prepared in the form of tear-off paper material in addition to the back pages of textbooks, and measurement sets can be given to students free of charge, just as textbooks are provided free of charge.

In secondary school, teachers continue a process that started in primary school on area measurement. Teacher's books can be prepared in which the required-expected mathematical skills of students coming from primary school are stated, and the level at which the subject can be started is explained. The teacher's books included in the previous mathematics curriculum (see MoNE, 2005) guide teachers, provide an example plan for the course of the lesson, include alternative examples, and include notes about the mistakes that students can make, and thus enable the teacher to draw a framework for the lesson. Thus, they were seen as publications that supplemented with instructional explanations. For this reason, mathematics lesson teacher's books can be rereleased.

In addition to all these, it is possible that any activity such as seminar and project participation that will contribute to the professional development of teachers can be beneficial in increasing the quality of their instructional explanations.

References

Abd-El-Khalick, F. (2006). Preservice and experienced biology teachers' global and specific subject matter structures: Implications for conceptions of pedagogical content knowledge. *Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education,* *2*(1), 1-29. https://doi.org/10.12973/ejmste/75435

Akkusçi, H. (2019). *Altı ve yedinci sınıf öğrencilerinin uzunluk ölçümsel tahmin becerilerin incelenmesi.* Unpublished Master's Thesis, Erzincan Binali Yıldırım Üniversitesi, Erzincan.

Akyıldız, P. (2019). *Matematik öğretmeni adaylarının öğretimsel açıklamalarının matematiksel inanç perspektifinden incelenmesi.* Unpublished Doctoral Dissertation, Gazi Üniversitesi, Ankara.

Alkan, S. (2016). *Matematik öğretmenlerinin kullandıkları örneklerin sınıflandırılması ve öğretimsel açıklama boyutlarıyla ilişkisinin incelenmesi.* Unpublished Doctoral Dissertation, Karadeniz Teknik Üniversitesi, Trabzon.

Altun, M. (2004). *Matematik öğretimi*. Bursa: Alfa Aktüel Yayınları.

Baki, M. (2013). Sınıf öğretmeni adaylarının bölme işlemi ile ilgili matematiksel bilgileri ve öğretimsel açıklamaları. *Eğitim ve Bilim*, *38*(167), 300-311.

Berry, R. Q. (1998). *Computational estimation skills of eight grade students.* Unpublished Master's Thesis, Christopher Newport University, Virginia.

Bingölbali, E., & Özmantar, M. F. (2015). Matemtiksel kavram yanılgıları: Sebep ve çözüm arayışları. In M. F. Özmantar & E. Bingölbali (Eds.), *İlköğretimde karşılaşılan matematiksel zorluklar ve çözüm önerileri* (pp.1-28) Ankara: Pegem Akademi Yayınları.

Blum, W., & Krauss, S. (2008). *The professional knowledge of German secondary mathematics teachers: Investigations in the context of the COACTIV Project*. Paper presented at the Symposium on the Occasion of the 100th Anniversary of ICMI, Roma: Italya.

Bogdan, R. C., & Biklen, S. K. (1992). *Qualitative research for education: An introduction to theory and methods*. Boston: Allyn and Bacon

Borko, H., & Livingston, C. (1989). Cognition and improvisation: Differences in mathematics instruction by expert and novice teachers. *American Educational Research Journal, 26*(4), 473-498.

Boz Yaman, B., & Bulut, S. (2017). Ortaokul matematik öğretmenlerinin tahmin hakkındaki görüşleri. *Necatibey Eğitim Fakültesi Elektronik Fen ve Matematik Eğitimi Dergisi*, *11*(1), 48–80.

Budak, E. B. (2019). *Senaryolaştırılmış kavram karikatürlerinin 5. ve 6. sınıf öğrencilerinin ölçüsel tahmin ve yansıtıcı düşünme becerilerine etkisinin incelenmesi.* Unpublished Master's Thesis, Marmara Üniversitesi, İstanbul.

Bulut, A. S., & Şener, Z. T. (2017). İlkokul 4. sınıf öğrencilerinin uzunluk ölçümü konusundaki tahmin performanslarının incelenmesi. In H. Bağcı, F. Yardımcıoğlu & F. Beşel (Eds.), *3rd International*

Congress on Politic, Economic and Social Studies (pp. 12-19). Pesa Yayınları.

Büyüköztürk, Ş., Kılıç Çakmak, E., Akgün, Ö., Karadeniz, Ş., & Demirel, F. (2020). *Bilimsel araştırma yöntemleri* (28th ed.). Ankara: Pegem Akademi Yayınları.

Charalambous, C. Y., Hill, H. C., & Ball, D. L. (2011). Prospective teachers' learning to provide instructional explanations: how does it look and what might it take?. *Journal of Mathematics Teacher Education*, *14*(6), 441–463. doi:10.1007/s10857-011-9182-z

Creswell, J. W. (2012). *Educational research: Planning, conducting, and evaluating quantitative and quantitative research.* USA: Pearson Publicher.

Creswell, J. W. (2018). *Beş yaklaşıma göre nitel araştırma ve araştırma deseni.* (M. Bütün & S. B. Demir, Trans.). Ankara: Siyasal Yayınevi.

Dağlı, H. (2010). *İlköğretim beşinci sınıf öğrencilerinin çevre, alan ve hacim konularına ilişkin kavram yanılgıları.* Unpublished Master's Thesis, Afyon Kocatepe Üniversitesi, Afyonkarahisar.

Ding, L., He, J., & Leung, F. K. S. (2014). Relations between subject matter knowledge and pedagogical content knowledge: A study of Chinese pre-service teachers on the topic of three-term ratio. *The Mathematics Educator, 15*(2), 50-76.

Dowker, A. (1992). Computational estimation strategies of professional mathematicians. *Journal for Research in Mathematics Education*, *23*(1), 45-55.

Dowker, A. (1997). Young children‟s addition estimates. *Mathematical Cognition, 3*(2), 141-154.

Evan, R. (1993). Subject-matter knowledge and pedagogical content knowledge: Prospective secondary teachers and the function concept. *Journal for Research in Mathematics Education, 24*(2), 94-116.

Francis, J. J., Johnston, M., Robertson, C., Glidewell, L., Entwistle, V., Eccles, M. P., & Grimshaw, J. M. (2010). What is an adequate sample size? Operationalising data saturation for theory-based interview studies. *Psychology and health*, *25*(10), 1229-1245. doi: 10.1080/08870440903194015

Gökkurt, B., & Soylu, Y. (2016). Ortaokul matematik öğretmenlerinin pedagojik alan bilgilerinin incelenmesi: Koni örneği. *İlköğretim Online, 15*(3), 946-973.

Gökkurt, B., Şahin, Ö., & Soylu, Y. (2012). Matematik öğretmenlerinin matematiksel alan bilgileri ile pedagojik alan bilgileri arasındaki ilişkinin incelenemsi. *The Journal of Academic Social Science Studies*, *5*(8), 997–1012. doi:10.7583/jkgs.2017.17.2.107

Gooya, Z., Khosroshahi, L. G., & Teppo, A. R. (2011). Iranian students' measurement estimation performance involving linear and area attributes of real-world objects. *ZDM Mathematics Education*, *43*(5), 709–722. doi:10.1007/s11858- 011-0338-1

Guest, G., Bunce, A., & Johnson, L. (2006). How many interviews are enough? An experiment with data saturation and variability. *Field Methods*, *18*(1), 59-82.

https://doi.org/10.1177/1525822X05279903

Güler, M., & Çelik, D. (2016). A research on future mathematics teachers instructional explanations: The sample of algebra. *Educational Research and Reviews*, *11*(16), 1500–1508. doi:10.5897/ERR2016.2823

Johnson R. B., & Christensen, L. (2014). *Educational research: Quantitative, qualitative, and mixed approaches* (5th ed.). USA: Sage Publicher.

Karakuş, F. (2017). İlköğretim matematik öğretmeni adaylarının öğretimsel açıklamalara ilişkin tercihleri: sıfıra bölme konusu. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education*, *8*(3), 352–377. doi:10.16949/turkbilmat.302049

Kinach, B. (2002a). Understanding and learning-to-explain by representing mathematics: epistemological dilemmas facing teacher educators in the secondary mathematics ``methods'' course. *Journal of Mathematics Teacher Education*, *5*(2), 153–186. doi:10.1023/A:1015822104536

Kinach, B. (2002b). A cognitive strategy for developing pedagogical content knowledge in the secondary mathematics methods course: Toward a model of effective practice. *Teaching and Teacher Education, 18*, 51-71. https://doi.org/10.1016/S0742-051X(01)00050-6

Korkmaz, E. (2021). Instructional explanations of class teachers and primary school mathematics teachers about division. *International Journal of Progressive Education, 17(*2), 29-54. doi: 0.29329/ijpe.2020.332.3

Kumandaş, H., & Gündüz, Y. (2014). İlkokul, ortaokul, lise ve üniversitede öğrenim gören öğrencilerin ölçüsel tahmin becerilerinin doğruluğunun incelenmesi. *Kalem Eğitim ve İnsan Bilimleri Dergisi, 4(1),* 165-187.

Leinhardt, G. (1989). Math lessons: A contrast of novice and expert competence. *Journal for Research in Mathematics Education*, *20*(1), 52–75. https://doi.org/10.2307/749098

Leinhardt, G. (2001). Instructional explanations: A commonplace for teaching and location for contrast. In V. Richardson (Ed.), *Handbook of research on teaching* (4th ed.) (pp.333-357). Washington, D.C.: American Educational Research Association

Leinhardt, G. (2010). Instructional explanations in the disciplines. In Stein, M. K. & Kucan, L. (Eds.), *Angewandte chemie international edition* (pp. 1–9). Boston, MA: Springer US. doi:10.1007/978-1-4419-0594-9

Leinhardt, G., & Steele, M. D. (2005). Seeing the complexity of standing to the side: Instructional dialogues. *Cognition and Instruction*, *23*(1), 87-163.

Levenson, E., Tirosh, D., & Tsamir, P. (2006). Mathematically and practically-based explanations: Individual preferences and sociomathematical norms. *International journal of science and mathematics education*, *4*(2), 319-344.

Ma, L. (2010). *Knowing and teaching elementary mathematics*. New York, NY: Routledge.

Miles, M, B., & Huberman, A. M. (1994). *Qualitative data analysis: An expanded sourcebook* (2nd ed). Thousand Oaks, CA: Sage.

Millî Eğitim Bakanlığı [MoNE]. (2018). *İlkokul ve ortaokul matematik dersi (1,2,3,4,5, 6, 7 ve 8. sınıflar) öğretim programı*. https://mufredat.meb.gov.tr adresinden erişilmiştir.

Niess, M. L. (2005). Preparing teachers to teach science and mathematics with technology: Developing a technology pedagogical content knowledge. *Teaching and Teacher Education, 21*(5), 509-523.

Patton, M. Q. (2015). *Qualitative research and evaluation methods: Integrating theory and practice* (4th ed.). Thousand Oaks, CA: Sage.

Perkins, D. N., & Simmons, R. (1988). Patterns of misunderstanding: An integrative model for science, math, and programming. *Review of educational research*, *58*(3), 303-326.

Perry, M. (2000). Explanations of mathematical concepts in Japanese, Chinese, and U.S. first and fifth-grade classrooms. *Cognition and Instruction, 18*, 181–207.

Roehrig, G. H., & Nam, Y. K. (2011). A review of teachers' pedagogical content knowledge and subject matter knowledge for teaching earth system concepts. *Journal of The Korean Earth Science Society, 32*(5), 494-503. https://doi.org/10.5467/JKESS.2011.32.5.494

Satan, N. (2020). *Ortaokul öğrencilerinin ölçmede tahmin performanslarının ve tahmin stratejilerinin belirlenmesi.* Unpublished Master's Thesis, Hacettepe Üniversitesi, Ankara.

Shulman, L. S. (1986). Those who understand: Knowledge growth teaching. *Educational Researcher*, *15*(2), 4–14.

Skemp, R. R. (1978). Relational understanding and instrumental understanding. *The Arithmetic Teacher*, *26*(3), 9-15.

Sırmacı, N., & Gökkurt Özdemir, B. (2016). Matematik öğretmenlerinin sonsuzluk, belirsizlik ve tanımsızlık kavramlarına ilişkin öğretimsel açıklamaları. *Bartın Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, *5*(3), 788–806. doi:10.14686/buefad.v5i3.5000201306

Siegel, A.W., Goldsmith, L.T., & Madson, C.R. (1982), Skill in estimation problems of extent and numerosity. *Journal for Research in Mathematics Education, 13*(3), 211-232.

Şahin, Ö., Erdem, E., Başıbüyük, K., Gökkurt, B., & Soylu, Y. (2014). Ortaokul matematik öğretmenlerinin sayılarla ilgili pedagojik alan bilgilerinin gelişiminin incelenmesi. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education*, *5*(3), 207–230.

Tan Şişman, G., & Aksu, M. (2009). Yedinci sınıf öğrencilerinin alan ve çevre konularındaki başarıları. *Elementary Education Online, 8*(1), 243–253.

Tekin Sitrava, R. (2014). *An investigation into middle school mathematics teachers' subject matter knowledge and pedagogical content knowledge regarding the volume of 3D solids.* Unpublished Doctoral

Dissertation, Ortadoğu Teknik Üniversitesi, Ankara.

Tekinkır, D. (2008). *İlköğretim 6-8. sınıf öğrencilerinin matematik alanındaki tahmin stratejilerini belirleme ve tahmin becerisi ile matematik başarısı arasındaki ilişki.* Unpublished Master's Thesis, Dokuz Eylül Üniversitesi, İzmir.

Thanheiser, E. (2009). Preservice elementary school teachers' conceptions of multidigit whole numbers. *Journal for Research in mathematics Education*, *40*(3), 251-281.

Toluk Uçar, Z. (2010). Sınıf öğretmeni adaylarının matematiksel bilgileri ve öğretimsel açıklamaları. *Education Sciences*, *5*(3), 911-920.

Toluk Uçar, Z. (2011). Öğretmen adaylarının pedagojik içerik bilgisi: Öğretimsel açıklamalar. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education*, *2*(2), 87–102. doi:10.16949/turcomat.09150

Van de Walle, J. A., Karp, K. S., & Bay-Williams, J. W. (2019). *İlkokul ve ortaokul matematiği gelişimsel yaklaşımla öğretim* (S. Durmuş, Trans.). Ankara: Nobel Yayınları.

Wittwer, J., & Renkl, A. (2008). Why instructional explanations often do not work: A framework for understanding the effectiveness of instructional explanations. *Educational Psychologist*, *43*(1), 49-64. https://doi.org/10.1080/00461520701756420

Yıldırım, A., & Şimşek, H. (2016). *Sosyal bilimlerde nitel araştırma yöntemleri* (11th ed.). Ankara: Seçkin Yayıncılık.

Zembat, İ. Ö. (2015). Ölçme, temel bileşenleri ve sık karşılaşılan kavram yanılgıları. In M. F. Özmantar & E. Bingölbali (Eds.), *İlköğretimde karşılaşılan matematiksel zorluklar ve çözüm önerileri* (pp.127-151). Ankara: Pegem Akademi Yayınları.

Ahi Evran Üniversitesi
Kırşehir Eğitim Fakültesi Dergisi

ISSN: 2147 - 1037

http://kefad.ahievran.edu.tr

Examining Proof-Writing Skills of Pre-Service Mathematics Teachers' in Geometric Proofs: van Hiele Model

Ceylan Şen
Gürsel Güler

Article Information

CrossMark

DOI: 10.29299/kefad.997311

Received: 18.09.2021
Revised: 04.11.2021
Accepted: 17.03.2022

Keywords:

Van Hiele Model
Proof-Writing
Teaching Experiment
Pre-Service Mathematics Teacher

Abstract

The aim of this study is to examine the development of pre-service mathematics teachers' proof-writing skills in teaching activities based on the van Hiele model. The study was carried out with 10 pre-service mathematics teachers studying in the first year of the primary school mathematics teaching programme. In the study, teaching experiment design, one of the qualitative research methods, was adopted since it was aimed to reveal the effectiveness of the van Hiele model on pre-service mathematics teachers' proof-writing skills. For this purpose, qualitative data collection tools (personal interviews, pre-service teachers' worksheets, and researcher field notes) were used to collect data. The development of pre-service mathematics teachers' proof-writing skills was discussed within the scope of teaching stages and levels in the van Hiele model. As a result of the study, it was seen that the pre-service mathematics teachers' proof-writing skills were supported by a developmental process in the van Hiele model, and they were able to reach the van Hiele-4 level in proof-writing. It was concluded that knowledge and inquiry, guidance/directed orientation, explicitation/interpretation, free guidance and integration, which are the components of the teaching environment in the van Hiele model, are effective in supporting the pre-service mathematics teachers developmentally. In line with these results, suggestions were made to support the development of van Hiele geometric thinking in geometry learning of pre-service mathematics teachers.

Matematik Öğretmeni Adaylarının Geometrik İspatlarda İspat Yazma Becerilerinin İncelenmesi: van Hiele Modeli

Makale Bilgileri

CrossMark

DOI: 10.29299/kefad.997311

Yükleme: 18.09.2021
Düzeltme: 04.11.2021
Kabul: 17.03.2022

Anahtar Kelimeler:

Van Hiele Modeli
İspat Yazma
Öğretim Deneyi

Öz

Bu çalışmanın amacı, van Hiele modeline dayalı öğretim etkinliklerinde matematik öğretmeni adaylarının ispat yazma becerilerindeki gelişimlerinin incelenmesidir. Çalışma, ilköğretim matematik öğretmenliği programı birinci sınıfında öğrenim görmekte olan on öğretmen adayıyla gerçekleştirilmiştir. Çalışmada, van Hiele modelinin öğretmen adaylarının ispat yazma becerilerindeki etkiliğinin ortaya konulması amaçlandığından nitel araştırma yöntemlerinden öğretim deneyi deseni benimsenmiştir. Bu amaçla nitel veri toplama araçları (bireysel görüşmeler, öğretmen adaylarının çalışma kağıtları ve araştırmacı alan notları) veri toplanması için kullanılmıştır. Öğretmen adaylarının ispat yazma becerilerinin gelişimleri van Hiele modelinde yer alan öğretim aşamaları ve düzeyleri kapsamında ele alınmıştır. Çalışma sonucunda, VH modelinde öğretmen adaylarının ispat yazma becerilerinin gelişimsel bir süreç ile desteklendiği ve ispat yazmada van Hiele-4 düzeyine erişebildikleri görülmüştür. Matematik öğretmen adaylarının gelişimsel olarak desteklenmesinde ise van Hiele modelinde yer alan bilgi ve sorgulama, rehberlik etme/destekleyici yönlendirme, açıklama/yorumlama, serbest yönlendirme ve entegrasyon öğretim ortamı unsurları etkili olduğu sonucuna ulaşılmıştır. Bu sonuçlar doğrultusunda

Sorumlu Yazar: Ceylan Şen, Dr. Öğr. Üyesi, Yozgat Bozok Üniversitesi, Türkiye, ceylan.sen@yobu.edu.tr, ORCID ID: 0000-0002-6384-7941.

Gürsel Güler, Doç. Dr., Yozgat Bozok Üniversitesi, Türkiye, gursel.guler@yobu.edu.tr, ORCID ID: 0000-0003-1429-1585.

Atıf için: Şen, C., & Güler, G. (2022). Matematik öğretmeni adaylarının geometrik ispatlarda ispat yazma becerilerinin incelenmesi: van Hiele modeli. *Kırşehir Eğitim Fakültesi Dergisi, 23*(Özel Sayı), 128-176.

Matematik Öğretmeni Adayı

matematik öğretmen adaylarının geometri öğrenimlerinde van Hiele geometrik düşünme gelişimlerini destekleyici önerilerde bulunulmuştur.

Giriş

İspat, matematiksel bilginin oluşumu, gelişimi ve iletilmesi için gerekli olmakla birlikte matematiği anlamanın temelini oluşturmaktadır (Stylianides, 2007). Wu (1996) matematiğin ne olduğunu bilmek isteyen herkesin bir ispatı nasıl yazacağını anlaması ve öğrenmesi gerektiğini belirtmektedir. Benzer şekilde Hanna (2000) ispatı, matematikteki en önemli araç olarak görmüş ve ispatsız bir matematiğin matematik olmadığını savunmuştur. Bu sonuçlar doğrultusunda Ulusal Matematik Öğretmenleri Konseyi (National Council of Teachers of Mathematics [NCTM], 2000) akıl yürütme ve ispat yapmayı okul matematiğinde temel beceriler arasına dâhil etmiştir. Bu nedenle ispat, her düzeydeki okul matematiği ve sınıfının doğal ve devam eden bir parçası haline gelmiştir (Knuth, 2002). Bu doğrultuda üniversite matematik müfredatında da ispat gerekli bir bileşen olarak vurgulanmıştır.

İleri düzey matematik ve geometri öğretiminin temel amacı öğrencilere ispat becerisi kazandırmaktır (Weber, 2001). Matematik ve geometriyi bilmenin özünde ispat olmasına rağmen matematik öğretmeni adaylarının ispatı anlama ve ispat yazmada zorluk yaşadıkları (Almeida, 2000; Jones, 2000; Güler, Özdemir ve Dikici, 2012; Moore, 1994; Stylianides, Stylianides, ve Philippou, 2007) ve ispat becerilerinin yeterli düzeyde olmadığı (Jones, 2000; Stylianides, Stylianides, ve Philippou, 2004) görülmektedir. Senk (1985) çalışmasında geometrik ispatlamada öğrencilerin tümdengelimli ispatların gerekliliğini fark edemediklerini ve ispat türlerini yazmada yetersiz olduklarını belirtmiştir. Benzer şekilde Dimakos, Nikoloudakis, Ferentinos, ve Choustoulakis (2007) araştırmalarında öğrencilerin geometride formel ispat yazmada zorluk yaşadıklarını ortaya koymuşlardır. Bununla birlikte geometri müfredatının önemli bir hedefi olan ispat yapmanın öğrenciler tarafından önemsiz görüldüğü ve zorlanıldığı sonuçlarına ulaşılmıştır (Dimakos ve diğerleri, 2007). Bu çalışmada, geometri konularının öğretiminde gerçekleştirilecek olan van Hiele modeline dayalı öğretim deneyi ile matematik öğretmeni adaylarının geometrik ispatlardaki ispat yazma becerilerindeki gelişimin incelenmesi hedeflenmektedir. Bu sayede öğretmen adaylarının geometrik ispat yazmalarında van Hiele modelinin etkililiği ortaya konularak alanyazına katkı sunulacaktır. Bu amaçla bu çalışmada aşağıdaki araştırma sorusuna cevap aranmıştır:

1. Matematik öğretmeni adaylarının geometrik ispat yazma becerilerinde van Hiele Modeli'nin etkililiği nedir?

Kuramsal Çerçeve

Geometrik İspat

Geometri, şekil ve uzayı matematiksel bir bakış açısıyla incelemektedir. Geometri, matematiksel aksiyomlara dayanan ve ispatla gerekçelendirilen ifadelerden oluşan bilgi yapısıdır (Kotzé, 2007). İleri düzey matematik ve geometri öğretiminin temel amacı öğrencilere ispat becerisi kazandırmaktır (Weber, 2001). Geometri öğretimi ve özellikle geometrik ispat öğretiminin önemi birçok ülkenin matematik müfredatında vurgulanmaktadır (Milli Eğitim Bakanlığı [MEB], 2018, NCTM, 2000; Shanghai Education Committee, 2004). Okul matematiğinde geometri, öğrencilerin tümdengelimli düşünce gelişimini desteklemektedir (Howse ve Howse, 2014). Bu destek geometrik ispat ile sağlanmakla birlikte geometrik ispat, öğrencilerin geometri kavramlarını görselleştirmelerine, anlamalarına ve sınıflandırmalarına olanak sağlamaktadır (Bell, 1976). Öğrencilerin geometri öğretimlerindeki gelişimleri daha ileri eğitime hazırlık olarak ilkokul ve ortaokuldan itibaren matematik öğretmenleri tarafından desteklenmelidir. Fuys (1985), geometri öğretiminin öğrencilere kazandırdığı iki ana hedefinin olduğunu belirmektedir: Tümdengelimsel akıl yürütme becerisinin gelişimi ve tümdengelimin matematikteki rolünü anlamaktır. Tümdengelimsel akıl yürütme ve ispat yapmayı öğrenmek matematik için önemlidir fakat ispatın yer aldığı geometri konularında öğrencilerin sadece %30'unun ispat yapabildiği görülmektedir (Clements ve Battista, 1992). McCrone ve Martin (2004) çalışmalarında, öğrencilerin geometrik ispatlarda düşük ispat şemalarında yer aldıklarını ortaya koymuşlardır. Benzer şekilde Sevgi ve Orman (2020) çalışmasında 8. sınıf öğrencilerinin orta düzeyde ispat becerilerine sahip oldukları sonucuna ulaşmışlardır. Bu doğrultuda, öğrencilerin geometrik ispat yapmada yetersiz kaldıkları görülmektedir. Geometri öğretimi yoluyla öğrencilerin düşünce gelişimlerini desteklemek için öncelikle matematik öğretmenlerinin ve adaylarının geometrik ispat yazma becerilerine sahip olmaları gerekmektedir.

Matematik ve geometriyi bilmenin özünde ispat olmasına rağmen matematik öğretmeni ve adaylarının ispatı anlama ve ispat yazmada zorluk yaşadıkları (Almeida, 2000; Jones, 2000; Knuth, 2002; Moore, 1994; Stylianides ve diğerleri, 2007) ve ispat becerilerinin yeterli düzeyde olmadığı (Jones, 2000; Stylianides ve diğerleri, 2004) görülmektedir. Varghese (2008) matematik bölümü mezunu olan 17 öğretmenle gerçekleştirdiği çalışmasında "bir çokgenin dış açılarının ölçüleri toplamının 360^0 olduğunu ispatlayın" önermesine yönelik ispat yazmalarını istemiştir (s. 58). Verilen 14 yanıttan sadece iki öğretmenin ispatı şematik ve sözel formda, iki öğretmenin ise sembolik formda yazabildikleri görülmüştür. Diğer öğretmenler ise diyagram kullanarak, sözlü veya sembolik olarak kısmen doğru veya yanlış şekilde ispatlarını yapmışlardır. Öğretmen ve öğretmen adaylarının ispat yapmada zorlanmalarının yanı sıra ispat yazmanın ne olduğu konusuna dair sınırlı bir anlayışa sahip oldukları ve deneysel varsayımları geçerli ispatlar olarak algıladıkları görülmektedir. Goetting (1995) çalışmasında ilköğretim matematik öğretmeni adaylarının geometride çizim yolu ile gerçekleştirilen örnekleri ve çözümleri ispat olarak kabul etme eğiliminde olduklarını göstermiştir. Benzer şekilde Knuth (2002), "herhangi bir üçgenin iç açılarının ölçülerinin toplamı 180^0'dir" önermesi için, 5 matematik öğretmeninin örnek yolu ile açıklamalarını geçerli ispat olarak düşündüklerini ifade etmiştir. Çalışmada yer alan öğretmenlerden biri ise bu yolun geçerli bir ispat olduğunu fakat formal olmadığını belirtmiştir. Dickerson (2008) ise lise matematik öğretmenlerinin ispat anlayışlarını incelemiş ve geometride görsel ispatın yeterli ayrıntı içermediği için öğretmenler tarafından kabul edilemez olduğunu bildirmiştir. Özetle, yapılan çalışmalarda matematik öğretmeni ve adaylarının geometride ispat yazma konusunda zorluk yaşadıkları görülmektedir. Bu yüzden geometrik ispat yazma konusunda yaşanan zorlukların giderilmesi ve ispat yazma becerilerinin gelişimini destekleyen çalışmalar gerçekleştirilmiş ve öneriler sunulmuştur. Bu önerilerden bazıları; ders anlatmak (Wahlberg, 1997), örnek kullanımı ile soyutlama düzeyini azaltmak (Sowder ve Harel, 2003), ispatları sınıfta sunma (Freedman, 1983; Reisel, 1982), diyagram ve teknoloji kullanma (Hadas, Hershkowitz, ve Schwarz, 2000; Mariotti, 2000), matematikteki belirsizliklerden öğretimde yararlanmadır (Zaslavsky, 2005). Fakat bu önerilerin geometrik ispat öğretiminde yer verilmesi ve etkililiğinin görülmesi gerekmektedir.

Van Hiele Modeli

Öğrencilerin ispatları anlama, oluşturma ve başarılı olabilmelerini etkileyen pek çok faktör olduğu için öğrencilerin ispat bilgilerini, anlayışlarını ve geçerli ispat yazma becerilerinin gelişimine ilişkin çeşitli modeller (Balacheff, 1988; Dreyfus, 1999; Hanna, 2000; Knuth, Choppin, Slaughter, ve Sutherland, 2002; Marrades ve Gutierrez, 2000; Martin ve McCrone, 2009; Raman ve Weber, 2006; Sowder ve Harel, 1998) geliştirilmiştir. Bu modeller arasında geometrik düşünce gelişiminin ispatla sonuçlanan ilerlemesini açıklayan van Hiele modelidir (Fuys, 1985). van Hiele (VH) modeli, geometrik akıl yürütmenin ve ispatın çocuklarda doğal olarak oluşmadığını bir dizi düzey ile desteklenmesi gerektiğini belirtir (van Hiele, 1984). VH modeli, öğrencilerin geometrik kavram gelişimlerini ve ilerlemelerini ortaya koyan geometrik düşünme düzeylerini ve geometrik düşünce gelişimini destekleyen öğretim sürecini tanımlamaktadır. VH modeli üç parçalı bir modeldir: (1) Geometrik düşünce geliştikçe gelişen ardışık ve ayrık beş seviyeyi tanımlar, (2) geometrik kavramlara ilişkin anlayışı ortaya koyar, (3) geometri öğretiminde aşamalı gelişim için bir rehber sunar (Wu, 1994). VH modeline göre sıralı ve hiyerarşik yapıda olan beş geometrik düşünce düzeyi vardır. VH-1 (tanıma), şekillerin isimlerinin öğrenildiği ve fiziksel görünümlerine bağlı olarak tanımlamanın yapıldığı düzeydir. Bu düzeydeki öğrenci geometrik bir şekli bütün olarak ele alır, tanır ve adlandırır. Öğrenci, temel geometrik kavramların özelliklerini dikkate almadan bir bütün olarak algılar, görsel değerlendirmeler yolu ile akıl yürütür (Burger ve Shaughnessy, 1986). Öğrenci henüz geometrik kavramların tanımlarını ve özelliklerini anlamamıştır. Örneğin, öğrenci dikdörtgenin yamuktan farklı bir şekil olduğunu tanıyabilir fakat detaylı olarak şekillerin özelliklerine dayalı çıkarımda bulanamaz. VH-2 (analiz)'de geometrik şekiller özellikleri doğrultusunda tanımlanır. Bu düzeyde öğrenci geometrik şekillerin tanımlarını bilmez fakat "tüm üçgenlerin üç kenarı, tüm dörtgenlerin dört kenarı vardır" gibi ortak özelliklerin farklılaşan temel noktalarına göre geometrik şekilleri sınıflandırabilir (Knight, 2006). Örneğin, bu düzeydeki öğrenci tüm dörtgenlerin özelliklerini listeleyebilir, tanımlayabilir fakat karenin neden dikdörtgen olduğunu dikdörtgenin de neden paralelkenar olduğu gibi geometrik şekillerin henüz farklı sınıfa dahil olabileceğini anlayamayabilir. VH-3 (soyutlama), geometrik şekillerin mantıksal ilişkilere göre sınıflandırıldığı düzeydir (Burger ve Shaughnessy, 1986). Öğrenci bir şeklin özellikleri doğrultusunda bir geometrik şekil sınıfı ya da sınıfları arasında karşılıklı ilişkiler kurar ve sınıflandırma yapabilir. Örneğin, öğrenci bir dikdörtgenin paralelkenarın tüm özelliklerine sahip olduğu için paralelkenar olduğunu bilir. VH-4 (tümdengelim), bu düzeyde tümdengelimin önemi anlaşılır ve varsayımların, tanımların, teoremlerin ve ispatın rolleri kavranır. Aksiyomatik sistemlerin özelliklerinin anlaşıldığı ve ispatın yapılabildiği düzeydir. Bu düzeyde öğrenciler geometrik şekil ve terimlerin tanımlarını anlar ve varsayımlarda bulunabilir. Öğrenci bir şeklin belirli bir geometrik şekli niteleyebilmesi için gerek ve yeter koşulları ifade edebilir (Hershkowitz, Bruckheimer, ve Vinner, 1987). Örneğin, öğrenci bir şeklin dörtgen olması için dört kenarı olması yeterlidir ancak paralelkenar olması için karşılıklı kenarlarının eş ve paralel olması gerektiği varsayımında bulunabilir ve bu varsayımını ispatlayabilir. Son olarak VH-5 (matematikleştirme)'te geometrideki aksiyomatik sistemler tam olarak kavranmış olunur ve soyut çıkarımlar yapılabilir (Battista ve Clements, 1995). Öklid dışı geometri gibi farklı aksiyomatik sistemler anlaşılır ve bu sistemlere ilişkin karşılaştırmalar yapılabilir. Örneğin, öğrenci aksiyomları ve tanımları manipüle etmenin sonuçlarını analiz edebilir. de Villiers (1987), geometride tümdengelimli akıl yürütmenin ilk olarak kavramların özellikleri arasında mantıksal ilişkinin kurulduğu VH-3'te olduğunu öne sürmektedir. VH-1 ve VH-2'de yer alan öğrenciler ise deneysel gözlemlerinin geçerliliğinden şüphe duymadıkları için formal ispata gerek görmemektedirler (Battista ve Clements, 1995; de Villiers, 1987; Senk, 1989; van Dormolen, 1977).

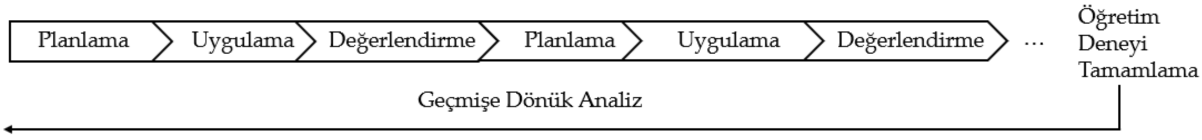
VH modeli öğrencilerin geometriyi nasıl anladıklarının ortaya konulmasında kabul görmüş bir modeldir (Burger ve Shaughnessy, 1986; Fuys, Geddes, ve Tischer, 1988; Usiskin, 1982). Bunun yanı sıra bazı araştırmacılar (Clements, Battista, Sarama, ve Swaminathan, 1997; Sarama ve Swaminathan, 1997) ise modelin küçük yaş çocuklarının geometri algısını tam olarak kapsamadığını ifade etmişlerdir. Clements ve Battista (1992), VH modelde Düzey 1'den önce Düzey 0'ı tanımlamış ve dahil etmişlerdir. VH-0 (biliş-öncesi), düzeyinde öğrenciler bazı geometrik şekilleri görsel özelliklerine göre adlandırabilir fakat aynı sınıf içerisinde yer alan geometrik şekilleri ve isimleri karıştırabilir (Clements ve Battista, 1992). Bu çalışmanın hedef kitlesi matematik öğretmeni adayları olduğu için van Hiele (1984) tarafından tanımlanan düzeyler (1-5) temel alınmıştır.

VH modeline göre öğrenciler tüm seviyeleri sırasıyla geçerlerse geometrik ispat yazmada başarılı olabilirler. Yani öğrencilerin (n) düzeyinde başarılı olabilmeleri için (n-1) düzeyinde başarılı olmaları gerekmektedir (Usiskin, 1982). Bu sebeple öğrencilerin üst seviyeye hazırlanmaları gerekmektedir. Bir seviyeden diğer seviyeye olan ilerleme yaş veya olgunluğa göre değil öğrencinin içinde bulunduğu öğrenme ortamına bağlıdır. Bu doğrultuda VH modelinde öğrencilerin bir seviyeden diğer seviye/lere geçişlerindeki öğretim sürecini tanımlanmıştır (van Hiele, 1984): (1) bilgi ve sorgulama, (2) rehberlik etme/destekleyici yönlendirme, (3) açıklama/yorumlama, (4) serbest yönlendirme ve (5) entegrasyon. Bu öğretim unsurlarının öğretim sürecine dâhil edilerek uzun süreli gerçekleştirilecek bir öğretim planı izlenmelidir. Bilgi ve sorgulama sürecinde, öğrencilere ilgili geometrik kavramlar sunularak öğrencilerin bu kavramlara ilişkin bilgileri ortaya çıkarılır. Öğrencilerin geometrik şekillere ilişkin yapmış oldukları açıklamaları sorgulanarak açıklama ve gerekçelendirmede bulunmaları, bu sayede öğretmenlerini ve arkadaşlarını ikna etme becerileri desteklenir. Rehberlik etme veya destekli yönlendirmede, öğrenciler geometrik şekillerin örtük özelliklerini keşfederler. Bu aşamada öğretmen öğrencilere destekleyici görevler vererek öğrencilerin yeni geometrik kavramların özelliklerini ve ilişkilerini fark etmelerini destekler. Öğrenciler tarafından bağlama ilişkin ilişkiler keşfedilir ve tartışılır, öğretmen ise yönlendirici sorular yöneltir: "Eşkenar bir dörtgen köşegeni doğrultusunda katlandığında ne olur?". Bir diğer aşama olan açıklama ve yorumlamada öğrencilerin keşfettikleri ilişkileri matematiksel olarak temsil etmeleri sağlanır. van Hiele (1984), öğrencilerin geometrik kavrama ilişkin özellikleri tanıdıktan sonra matematiksel dil ve sembol kullanımının daha etkili olduğunu belirtmektedir. Bu doğrultuda öğrencilerin keşiflerinin ardından öğretmen "fark ettiğiniz şekil ve özelliklerin ne anlama geldiğini tartışalım. Köşegenler simetri çizgilerinin üzerindedir. İki simetri çizgisi vardır ve karşılıklı açılar birbirine eşittir. Köşegenler tepe açılarını ikiye böler" şeklinde matematiksel dil ve terminolojiye yer verir. Bu aşamadan sonra öğrencilerin daha karmaşık görevlerde bağımsız olarak çalışmaları beklenmektedir. Öğrenciler geometrik kavramların ilişkilerine daha hâkimlerdir fakat bazı durumlarda karmaşık yapıların tanımlanmasında desteğe ihtiyaç duymaktadırlar. Bu faaliyetlerde öğretmenin desteği daha açık uçludur. Örneğin bir öğretmen şöyle diyebilir: Sadece iki kenarı verilmiş olan bir eşkenar dörtgeni nasıl oluşturabilirsiniz? Bu aşamada öğrencilerin çalışmalarını kendilerinin yapabilmesi için daha açık uçlu bir yönlendirme yapılmaktadır. Öğretim sürecindeki son evre ise entegrasyondur. Bu aşamada yeni bir bilginin öğretimi değil öğrencilerin edindikleri bilgileri farklı bağlamlarda kullanmaları ve yapılandırmaları hedeflenmektedir. VH modeline göre, öğrencinin bulunduğu öğrenme ortamında sunulan öğrenme fırsatları, örnekler ve uygulamalar ilerlemeyi destekleyen önemli unsurlardır. Öğrenenlerin öncelikle VH modelinin hangi geometrik seviyesinde olduklarının belirlenerek buna uygun bir geometri öğretimi ile zenginleştirilmelidir (Clements, 2003). Bu doğrultuda gerçekleştirilecek bu çalışma ile matematik öğretmeni adaylarının geometri konularında ispat yazma konusunda etkili bir öğretim ile ispat yazma becerilerinin geliştirilmesi hedeflenmiştir. Bu çalışma ile matematik öğretmeni adaylarının ispat yazma becerilerinin gelişiminde etkili bir geometri öğrenme ortamının düzenlenmesine katkıda bulunulacaktır.

Yöntem

Bu çalışma, nitel araştırma olarak desenlenmiştir. Nitel araştırmalar, çeşitli olgu ve durumların derinlemesine incelenmesine ve bütüncül bir yaklaşımla değerlendirilmesine olanak sağlamaktadır (Fraenkel ve Wallen, 2009). Çalışmada, VH modelinin matematik öğretmeni adaylarının geometrik ispat yazma becerilerine ilişkin etkililiğinin ortaya konulması amaçlandığı için nitel yöntemlerden biri olan öğretim deneyi benimsenmiştir.

Öğretim deneyi, belirli bir öğrenme hedefi doğrultusunda planlanan öğretim etkinliklerinin araştırmacı/öğretmen tarafından uygulanmasını içermektedir (Cobb, 2000). Öğretim deneyi, gelişimsel bir araştırma biçimi olması bakımından bir müdahalenin uygulanması yoluyla gerçekleştirilir. Bu doğrultuda öğretme deneyinde gerçekleştirilen pek çok öğretme olayı ve klinik görüşmeler mevcuttur (Yackel, Gravemeijer, ve Sfard, 2015). Bu yöntemde belirli bir öğrenme hedefi doğrultusunda araştırmacılar tarafından hazırlanan, planlanan ve geliştirilen "öğretim" etkinlikleri yer almakta ve uygulanması planlanan katılımcılar ile "deney"imlenmektedir. Uygulama sürecinde araştırmacı ve katılımcılar arasında uzun süreli etkileşim söz konusudur. Öğretim deneyinde veriler genellikle niteldir ve öğretim uygulamalarının kayıtları, klinik görüşmeler, gözlemler, yansıtıcı günlükler ve çalışma kağıtları nitel verileri oluşturmaktadır (Cobb, 2000). Nitel verilerin elde edilmesinin takibinde, öğretim etkinlikleri öğrencilerin öğrenme hedeflerini desteklemedeki etkililiği incelenmek için analiz edilir. Öğretim deneyi yinelemeli bir süreç içermektedir. Öğretim etkinlikleri, hedeflenen öğrenme hedeflerini daha iyi sağlayacak şekilde uygulanır, analiz edilir ve geliştirilir. Öğretim deneyinin tamamlanmasının ardından öğretim deneyi boyunca toplanan tüm veriler geriye dönük olarak analiz edilir. Bu çalışmada, geometri öğretiminde VH modeli öğrenme etkinliklerinin geliştirilmesi, uygulanması ve öğretmen adaylarının ispat yazma beceri durumlarının gelişimlerinin analiz edilmesi ile VH modelinin etkililiğinin ortaya konulması sağlanacaktır (Şekil 1).



Şekil 1. Bu çalışmada gerçekleştirilen öğretim deneyi modeli.

Çalışma Grubu

Çalışma, bir devlet üniversitenin ilköğretim matematik öğretmenliği programında öğrenim görmekte olan birinci sınıf öğrencileri ile gerçekleştirilmiştir. Bu amaçla 57 matematik öğretmeni adayı arasından 10 kişi çalışmaya dahil edilmiştir. Öğretmen adaylarının çalışmaya dahil edilmesinde amaçlı örneklem kullanılmıştır. Öğretmen adaylarının çalışmaya katılmaya gönüllü olmaları ve farklı VH düzeyinde olmaları ölçüt olarak belirlenmiştir. Öğretmen adaylarının VH düzeylerinin belirlenebilmesi amacıyla araştırmacılar tarafından 10 geometrik ispat sorusunun yer aldığı form uygulanmıştır. Öğretmen adaylarının vermiş olduğu yanıtlar değerlendirilerek geometrik ispat yapmada zorlanan, hatalı ispatlama yapan ve ispat yerine örneklendirme yolu ile geçerli ispat yaptığını düşünen öğretmen adayları çalışmaya dahil edilmiştir. Bu sayede geometrik ispatlamada VH-0 ve VH-1 düzeylerindeki öğretmen adaylarının çalışmada yer almaları sağlanmıştır. Katılımcı öğretmen adaylarının gizliliğinin sağlanması amacıyla Ö1, Ö2,…,Ö10 şeklinde kodlama yapılmıştır.

Çalışmada yer alan öğretmen adayları birinci sınıfta öğrenim görmektedirler. Matematik öğretmenliği programının birinci yarıyılını tamamlamışlar ve Matematiğin Temelleri-I, Analiz-I alan derslerini almışlardır. Bu alan dersleri kapsamında öğretmen adaylarının matematikte ispat ve ispat çeşitlerine ilişkin bilgileri olmakla birlikte ispat çeşitlerini uygulamalı olarak bu alan derslerinde gerçekleştirmişlerdir. Çalışmanın gerçekleştirildiği ikinci yarıyılda öğretmen adayları, Matematiğin Temelleri-II, Analiz-II ve Soyut Matematik alan derslerinde öğretim görmektedirler. Bu alan derslerinde yoğun şekilde ispat yapılmaktadır. Matematiğin Temelleri-II dersinde ise geometrik kavramların öğretimi yer almakla birlikte öğretmen adaylarının geometrik kavram ve tanımlara ilişkin bilgileri mevcuttur.

van Hiele Modeli Öğretim İçeriği

VH modeline dayalı olarak araştırmacılar tarafından öğretmen adaylarının geometrik düşünce gelişimlerini sağlamak ve dolayısıyla ispat yazma becerilerinin gelişimi ile sonlanan VH modelinde ileri düzeylerde yer almaları amacıyla öğretim içeriği geliştirilmiştir. Planlanan öğretim içeriği öğretmen adayları ile ders dışı zamanlarda haftalık 2 saat olacak şekilde gerçekleştirilmiştir. Bu öğretim etkinlikleri Tablo 1'de sunulmaktadır.

Tablo 1. *VH modeline dayalı öğretim içeriği ve zaman çizelgesi*

Hafta	Öğretim etkinliklerinin içeriği
1	Etkinlik-1: Geometrik şekilleri isimlendirme Bu etkinlikte öğretmen adaylarının geometrik şekilleri isimlendirme, tanımlama ve özelliklerini doğrulama çalışmaları gerçekleştirilir. Ardından sınıf içi tartışmalar yolu ile şekilleri sınıflandırma yapılır. Etkinlik-2: Temel geometrik şekilleri isimlendirme Bu etkinlikte tanımlı ve tanımsız kavramlar sunulur ve ardından Öklid'in postulatlarına ilişkin tanımlamalar ve açıklamalar gerçekleştirilir.
2	Etkinlik-3: Doğruların birbirlerine göre durumları ve açıların özellikleri Bu etkinlikte doğruların durumları ve açıların özelliklerine yönelik önermelerin ispatı gerçekleştirilir. Bu ispatlarda ilk olarak öğretmen adaylarının temel geometrik çizimler yolu ile ispat yazmalarına rehberlik edilir ardından kendi açıklamalarını ve gerekçelendirmelerini sunmada serbest yönlendirme yapılır.
3	Etkinlik-4: Üçgenlerin özelliklerini tanımlama ve sınıflandırma Bu etkinlikte üçgenlerin açı ve kenar özelliklerinin tanımlanmasına ve buna bağlı olarak sınıflandırmalar yapılır.
4	Etkinlik-5: Üçgenlerin yardımcı elemanlarının özelliklerini tanımlama ve ilişkilendirme

	Öğretmen adaylarının üçgenlerde açıortay, kenarortay ve yükseklik özelliklerini tanımlamaları ve ispatlamaları gerçekleştirilir.
5	Etkinlik-6: Üçgenlerin alan özelliklerini tanımlama ve ilişkilendirme Üçgenlerde alan bağıntılarına ilişkin önermelerin ispatı yapılır. Alan bağıntılarının bulunmasında ilişkilendirme yapılır (dörtgen, çember ile)
6	Etkinlik-7: Çokgenlerin köşe, kenar ve açı özelliklerini tanımlama, sınıflandırma ve mantıksal ilişki kurma Bu etkinlikte çokgenlerin özelliklerinin ispatlanması ve buna bağlı olarak geometrik şekillerin sınıflandırmaları gerçekleştirilir. Ardından içbükey ve dışbükey dörtgenlerin açı özelliklerine ilişkin önermelerin ispatı gerçekleştirilir.
7	Etkinlik-8 & 9: Dörtgenlerin açı, kenar, köşegen özelliklerini tanımlama, sınıflandırma, mantıksal ilişki kurma ve ispatlama Bu etkinlikte öğretmen adaylarının her bir dörtgenin özelliklerini tanımlarlar, birbirlerinin özellikleri arasında ilişki kurarlar, sınıflandırma yaparlar (alt küme ile) ve çıkarımlarını ispatlarlar.
8	Etkinlik: 10 & 11: Çember özelliklerini açıklama Bu öğretim etkinliğinde çemberin kiriş, teğet ve yay özellikleri öğretmen adayları tarafından tanımlanır ve ispatlanır. Ardından bu özelliklere bağlı olarak açı durumlarına ilişkin önermelerin ispatı gerçekleştirilir.

Öğretim etkinliklerinin planlanmasında VH modelindeki düzeyler ve van Hiele (1984) tarafından tanımlanan geometrik düşüncenin gelişimini destekleyen öğretim ortamı unsurları temel alınmıştır. Bunlar: (1) bilgi ve sorgulama, (2) rehberlik etme/destekleyici yönlendirme, (3) açıklama/yorumlama, (4) serbest yönlendirme ve (5) entegrasyon şeklindedir. Bu unsurlar ve VH düzeyleri gözetilerek planlanan öğretim etkinlikleri iki boyutlu (2B) geometrik şekillerin öğretimini kapsamaktadır. Etkinliklerde öğretmen adaylarının bireysel çalışmaları hedeflenmiş bu sebeple geometri konularına ilişkin bireysel çalışma yaprakları oluşturulmuştur. Öğretmen adaylarının bireysel çalışmalarının ardından sınıf içi tartışmalar yolu ile gerçekleştirdikleri ispatlarının değerlendirmesi yapılmıştır.

Öğretim etkinliklerinde ilk olarak 2B geometrik şekillerin ortak özelliklerinin öğretmen adayları tarafından tanımlama, analiz etme ve doğrulama yapabilme durumlarına ilişkin etkinlikler gerçekleştirilmiştir. Bu etkinliğin takibinde öğretmen adaylarının VH düzeylerinde düşünce gelişimlerini sağlamak amacıyla doğrular, açı, üçgen, dörtgen ve çember konularına ilişkin önermeler sunulmuştur. Bu konularda sunulan önermelerin ispatında rehberli bir tartışma yolu ile birbirlerine soru sorma ve ikna etmeye çalışmaları, gerekçelendirme yapmaları sağlanmıştır. Ardından serbest yönlendirme yolu ile öğretmen adaylarının edindikleri ispat yazma becerilerini farklı önermelerde kullanmaları sağlanmıştır.

Veri Toplama

Çalışmada veri toplama araçları olarak öğretim deneyi öncesi gerçekleştirilen bireysel görüşmeler, öğretim deneyi boyunca gerçekleştirilen sınıf içi çalışmalarının ses ve video kayıtları, araştırmacı alan notları ve öğretmen adaylarının bireysel çalışma kağıtları yer almıştır. Clements (2003)

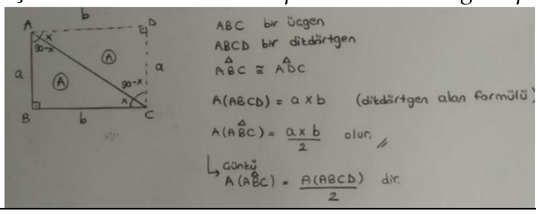
VH modelinin uygulanma öncesinde öğrencilerin hangi geometrik seviyesinde olduklarının belirlenerek buna uygun bir geometri öğretimi yapılması gerektiğini belirtmiştir. Bu amaçla öğretim deneyi öncesi öğretmen adaylarının çalışmaya dahil edilmesinde bireysel görüşmeler gerçekleştirilmiştir. Bu görüşmeler öğretmen adaylarının öğretim deneyi öncesi VH düzeylerini belirlemek amacıyla gerçekleştirilmiştir. Bu amaçla araştırmacılar tarafından geometrik ispat yapma gerektiren 10 sorunun yer aldığı ispat formu hazırlanmıştır. Formda yer alan sorularda arasında "sunulan geometrik şekilleri sınıflandırınız ve gerekçelendiriniz", "paralel iki doğrunun bir kesenle yaptığı iç ters açı çiftlerinin ölçüleri birbirine eşittir, ispatlayınız" şeklinde örnek durumlara yer verilmiştir. Formda yer alan soruların kapsam geçerliliği ve anlaşılabilirliğinin değerlendirilmesi amacıyla uzman görüşleri alınmış ve son hali verilmiştir. Öğretmen adaylarıyla gerçekleştirilen bireysel görüşmeler sonucunda öğretim deneyi öncesi VH düzeyleri belirlenmiştir.

VH modeline dayalı 8 hafta gerçekleştirilen sınıf çalışmalarında öğrencilerin bireysel çalışmaları çalışma kağıtları ile sınıf içi uygulamalar ise ses ve video kayıtları ile kaydedilmiştir. Bunun yanı sıra araştırmacı aynı zamanda gözlemci olarak alan notları kaydetmiştir. Her bir geometri konusuna ilişkin çalışma kağıtları araştırmacılar tarafından oluşturulmuştur. Çalışma kağıtlarında ilgili geometri konusuna ilişkin önermelere yer verilmiştir. Ardından çalışma kağıtlarında yer alan önermelerin kapsam ve düzeye uygunluklarının değerlendirilmesi amacıyla uzman görüşü alınarak düzenleme yapılmıştır. Öğretim etkinliklerinde öğretmen adaylarının çalışma kağıtlarında sunulan ilgili önermeyi bireysel olarak ispatlamaları, ardından sınıf içi tartışmalar yolu ile açıklama, gerekçelendirme ve genellemeye varmaları hedeflenmiştir. Öğretmen adaylarının gerçekleştirmiş oldukları sınıf içi çalışmaları video ve ses kayıtları ile eksiksiz olarak kaydedilmiştir.

Verilerin Analizi

Çalışmada, nitel veriler van Hiele (1984) tarafından tanımlanan geometrik düşünce gelişim düzeylerine göre analiz edilmiştir. Bu şekilde daha önceden belirlenen temalar çerçevesinde verilerin analiz edilmesi betimsel analiz olarak tanımlanmaktadır (Yıldırım ve Şimşek, 2016). Bireysel görüşmeler, ses ve video kayıtları, öğretmen adaylarının çalışma kağıtları ve araştırmacı alan notları çalışmanın nitel verilerini oluşturmaktadır. Öğretim deneyi öncesi gerçekleştirilen bireysel görüşmelere ait ses kayıtları yazıya çevrilmiş ve her bir öğretmen adayı için ayrı ayrı dosyalanmıştır. Öğretim etkinliklerine ait alan notları, ses ve video kayıtları ise her bir etkinlik için yazıya çevrilmiş ve dosyalanmıştır. van Hiele (1984) tarafından tanımlanan VH düzeyleri analizin tematik çerçevesini oluşturmuştur. Bu sayede kodlamaların yapılacağı kategoriler belirlenmiştir. VH düzeylerine yönelik literatürde (Daguplo, 2014; van Hiele, 1984; Senk, 1985) yapılan açıklamalar temel alınarak araştırmacılar tarafından bağımsız olarak kodlamalar yapılmıştır. Farklı veri kaynaklarından elde edilen verilerin karşılaştırması ve teyit edilmesi sonucunda kodlamalar gerçekleştirilmiştir. Buna ilişkin örnek kodlama Tablo 2'de sunulmuştur. Bağımsız gerçekleştirilen kodlamaların ardından araştırmacılar bir araya gelmişler ve gerçekleştirdikleri kodlamaları ve gerekçelerini karşılıklı olarak sunmuşlardır. Kod değerlendirmesi sonrasında tematik çerçevesi oluşturan VH düzeyleri doğrultusunda kategorilere ulaşılmıştır.

Tablo 2. *Analiz şeması ve örnek kodlamalar*

Düzey	Kodlama
VH-1	*Ö3: Dikdörtgen şekline benzediğini söyleyebiliriz.*
VH-2	Ö4: H*erhangi bir dörtgen hangi özelliği sağlarsa o sınıfa yerleştiririz. Örneğin paralelkenarın özelliklerini sağlarsa, şekli bu sınıfa yerleştiririz.*
VH-3	Ö9: *Karşılıklı kenarları birbirine paralel olan dörtgene paralelkenar denir.*
VH-4	Ö7: 

Araştırmanın Geçerlik ve Güvenirliği

Bu araştırmanın geçerliliği amaçlı örneklem, veri çeşitlemesi, uzman görüşü ve öğretim deneyinin detaylı sunulması ile sağlanmıştır. Nitel araştırma olan bu çalışmada, farklı veri toplama araçları olan görüşme, gözlem ve dokümanların (öğretmen adayı çalışma kağıtları ve araştırmacı alan notları) beraber kullanılması elde edilen verilerin teyidini sağladığı için inandırıcılığı sağlanmıştır. Nitel araştırmalarda katılımcı özelliklerinin ve uygulama içeriğinin detaylı sunulması ile transfer edilebilirlik sağlanmaktadır (Yıldırım ve Şimşek, 2016). Bu çalışmada, öğretmen adaylarının özellikleri ve geçmiş deneyimleri aynı zamanda öğretim deneyinin içeriğinin detaylı sunulması ile transfer edilebilirliği sağlanmıştır. Bu sayede çalışmanın benzer çalışmalara uyarlanabilirliği sağlanmıştır. Veriler, iki araştırmacı tarafından ayrı ayrı kodlanarak tutarlık sağlanmış ve gerçekleştirilen bağımsız kodlamalar sonrasında bir araya gelinerek fikir birliği sağlanmış ve temalara ulaşılmıştır. Bu sayede iç tutarlığın ve güvenirliğin sağlanması amaçlanmıştır.

Araştırmanın Etik İzinleri

Yapılan bu çalışmada "Yükseköğretim Kurumları Bilimsel Araştırma ve Yayın Etiği Yönergesi" kapsamında uyulması belirtilen tüm kurallara uyulmuştur. Yönergenin ikinci bölümü olan "Bilimsel Araştırma ve Yayın Etiğine Aykırı Eylemler" başlığı altında belirtilen eylemlerden hiçbiri gerçekleştirilmemiştir.

Etik kurul izin bilgileri:

Etik değerlendirmeyi yapan kurul adı = Yozgat Bozok Üniversitesi

Etik değerlendirme kararının tarihi= 20 Ocak 2021

Etik değerlendirme belgesi sayı numarası= 3198

Bulgular

Çalışmanın bulguları (1) öğretim deneyi öncesi ve (2) VH modeline dayalı öğretim etkinliklerinde öğretmen adaylarının ispat yazma becerilerinin düzeyleri olmak üzere iki aşamada ele alınmıştır. Öğretim etkinlikleri öncesinde öğretmen adaylarının ispat yazma becerileri VH düzeyleri kapsamında değerlendirilmiş ve sonuçları Tablo 3'te sunulmuştur.

Tablo 3. *Öğretim etkinlikleri öncesinde öğretmen adaylarının ispat yazma düzeyleri*

Düzey	**Katılımcı**
VH-1	Ö1, Ö2, Ö3, Ö5
VH-2	Ö4, Ö7, Ö8, Ö9
VH-3	Ö6, Ö10

Tablo 3'te yer alan bulgulara bakıldığında, öğretmen adaylarının ispat yazma becerilerinin çoğunlukla VH-1 (n=4) ve VH-2 (n=4) düzeyinde olduğu görülmektedir. Öğretim etkinlikleri öncesinde gerçekleştirilen bireysel görüşmelerde öğretmen adaylarına geçerli geometrik ispat yazmalarının hedeflendiği sorular yöneltilmiştir. Öğretmen adaylarına yöneltilen sorulardan biri "*iki dik açısı olan bir üçgen olabilir mi?*" sorusu olmuştur. Bu soruya ilişkin Ö2'nin açıklaması "*olamaz çünkü olduğu taktirde üçgenin iç açıları toplamı 180^0'den fazla olur*" şeklinde olmuştur. Benzer şekilde Ö5 de "*üçgenin iç açıları toplamı 180^0 olduğu için olmaz*" şeklinde açıklamada bulunmuştur. Örnek öğretmen adaylarının açıklamalarına bakıldığında üçgenin iç açıları toplamı özelliğini belirttikleri ve geçerli ispatlama yapmadıkları görülmektedir. Buna dayalı olarak öğretim etkinlikleri öncesinde öğretmen adaylarının geometrik düşünce gelişimlerinin düşük düzeyde olduğu dolayısıyla geçerli ispat yazmada yetersiz oldukları sonucuna ulaşılmaktadır. Bunun yanı sıra Ö6 ve Ö10 öğretmen adaylarının tümdengelim/mantıksal çıkarım düzeyinde oldukları görülmektedir. Aynı örnek görüşme sorusuna ilişkin Ö6'nin açıklamaları

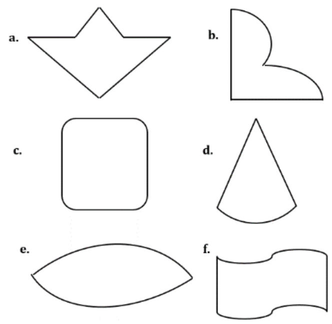
> bir üçgenin köşelerinden geçen bir çevrel çember çizdiğimizde bu üçgenin açıları çevre açılar olurlar. Bu açıların gördükleri yay uzunlukları açının ölçüsünün iki katıdır. Çember yayının ölçüsü 360^0 olduğunu biliyoruz, buradan sonuçlar üç noktanın doğru ile kesişimlerinin üçgen belirtebilmesi için iki dik açı olamaz diyebiliriz

şeklinde olmuştur. Bu doğrultuda bu iki öğretmen adayının geçerli ispat yazımının kabul edilen ilk düzeyinde oldukları sonucuna ulaşılmaktadır. Genel olarak öğretmen adaylarının öğretim etkinlikleri öncesinde ispat yazma becerileri değerlendirildiğinde ispat yazma becerilerinin yetersiz olduğu, ispat yazma konusunda zorlandıkları ve kısıtlı anlayışa sahip oldukları sonucuna ulaşılmaktadır.

Öğretmen adaylarının ispat yazma becerilerinin gelişiminin hedeflendiği VH modeli öğretim deneyi sürecinde yer alan örnek uygulamalar ve öğretmen adaylarının ispat yazma düzeyleri aşağıda sunulmuştur.

VH-1 Düzeyine İlişkin Bulgular

Çalışmada, öğretmen adaylarının ilgili öğretim etkinliklerinde çeşitli geometrik kavramları tanımlamaları, açıklamaları ve sınıflandırmaları istenmiştir. Bu uygulamalar VH modelinin bilgi ve sorgulama aşaması doğrultusunda gerçekleştirilmiştir. Bu amaçla, ilk olarak öğretmen adaylarının geometrik şekilleri (Şekil 2) incelemeleri ve ardından adlandırma ve sınıflandırma yapmaları istenmiştir. Aşağıda öğretmen adaylarının sunulan geometrik şekillere ilişkin örnek açıklamaları sunulmuştur.



Şekil 2. Öğretim etkinliğinde kullanılan örnek geometrik şekiller.

Geometrik şekillerin özelliklerinin tanımlanması, açıklanması ve sınıflandırılması etkinliğinde öğretmen adaylarının bilgileri sorgulanmıştır. Bu süreçte Ö2'nin

> bu şekiller için geometrik şekil diyebilir miyiz, emin değilim. c şekli dikdörtgene benziyor ama diğerleri geometrik şekil değil bence" ve Ö3'ün açıklaması "Bu mantıkla düşünürsek d şekli üçgene b şekli dik üçgene f ise dikdörtgene benziyor diyebiliriz ama bunlar tanıdığımız geometrik şekiller değiller

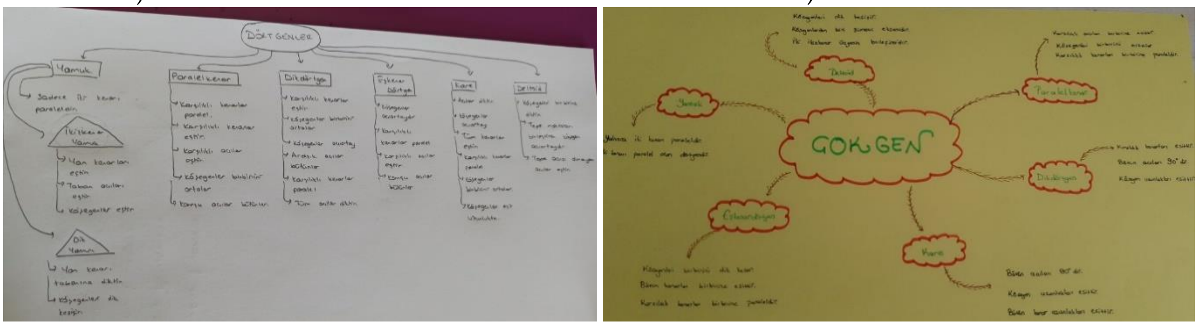
şeklinde olmuştur. Ö2 ve Ö3 kodlu öğretmen adaylarının geometrik şekillerin görünüşlerine dayalı olarak özelliklerini tanımladıklarını ve yetersiz akıl yürütmeleri sebebiyle VH-1 düzeyinde oldukları görülmektedir. Bu doğrultuda öğretmen adaylarının geometrik şekillerin özelliklerini bilmedikleri bu sebeple neden-sonuç ilişkisi kuramadıkları, açıklamalarında ise gerekçelendirmede yapamadıkları görülmektedir. Bu sonuçlar doğrultusunda geometrik şekillerin sınıflandırılmasında Ö2 ve Ö3'ün akıl yürütme becerilerinin sınırlı olduğu söylenebilir.

VH-2 Düzeyine İlişkin Bulgular

Öğretmen adaylarının geometrik şekil ve kavramlara ilişkin bilgileri öğretim etkinlikleri sürecinde ortaya çıkarılmış ve bu bilgileri sorgulanmıştır. Bu süreçte öğretmen adaylarına yönlendirici sorular ile rehberlik edilmiş ve gerek duyulan durumlarda açıklamalarda bulunulmuştur. Bazı öğretmen adaylarının geometrik şekillerin tanımlarını bilmeden sadece geometrik şekillerin özelliklerine dayalı sınıflandırmalarda bulundukları görülmektedir. Geometrik şekillerin sınıflandırılması etkinliğinde Ö1 sunulan görseldeki (Şekil 2) şekillere yönelik "*tanıdığımız geometrik şekillere benzemiyorlar. Tanıdığımız geometrik şekilleri kaç kenarı varsa ona göre; üçgen, dörtgen, beşgen, vb. şeklinde sınıflandırıyoruz. Ama burada kenar tam olarak yok*" şeklinde açıklamada bulunmuştur. Benzer şekilde Ö5 kodlu öğretmen adayı *"a seçeneği hariç diğer şekillerin kenarları düz değil"* açıklamasında bulunmuştur. Ö1 ve Ö5'in açıklamasına bakıldığında geometrik şekillerin tanımlarına dayalı olarak değil özelliklerine odaklanılarak açıklamada bulundukları ve buna göre sınıflandırma yaptıkları görülmektedir. Bu doğrultuda Ö1 ve Ö5 kodlu öğretmen adaylarının geometrik şekilleri sınıflandırmada VH-2 düzeyinde oldukları görülmüştür.

Dörtgenlerin sınıflandırılması etkinliğinde ise Ö4 ve Ö10 kodlu öğretmen adaylarının, dörtgenlerin hiyerarşik yapısını oluşturmada geometrik şekillerin özellikleri doğrultusunda sınıflandırma yaptıkları görülmektedir (Şekil 3).

a) b)



Şekil 3. a) Ö4 ve b) Ö10 öğretmen adaylarının dörtgen sınıflandırmaları.

Dörtgenlerin hiyerarşik yapısına ilişkin gerçekleştirilen etkinlikte Ö4 ve Ö10 kodlu öğretmen adaylarının geometrik şekillerin özelliklerini detaylı olarak listeledikleri ve bu özelliklere dayalı sınıflandırma yaptıkları görülmektedir. Şekil 3'te görüldüğü üzere, Ö4 ve Ö10 kodlu öğretmen adaylarının dörtgenleri yamuk grubu, paralelkenar grubu, vb. olarak sınıflandırdıkları fakat sınıflar arası bağlantıyı kuramadıkları görülmektedir. Öğretmen adaylarının sınıflandırma durumları sorgulandığında Ö4 *"herhangi bir dörtgen hangi özelliği sağlarsa o sınıfa yerleştiririz. Örneğin paralelkenarın özelliklerini sağlarsa, şekli bu sınıfa yerleştiririz"* şeklinde açıklamada bulunmuştur. Etkinliğin devamında öğretmen adaylarına eşkenar dörtgen ve deltoid arasında bir ilişkinin olup olmadığı sorgulanmıştır. Ö3'ün buna ilişkin açıklaması *"deltoid özel bir dörtgendir fakat eşkenar dörtgen ile ilişkilendirmesi yoktur"* şeklinde olmuştur. Benzer şekilde Ö7 kodlu öğretmen adayı da ilişkilendirmede bulunamamış ve *"eşkenar dörtgen en özelleşmiş dörtgen, deltoid ise daha farklı özellikleri var, ortak özellikleri yok gibi"* şeklinde açıklamada bulunmuştur. Bu doğrultuda öğretmen adaylarının dörtgenleri sınıflandırabildikleri fakat şekilleri farklı bir sınıfın parçası olarak göremedikleri sonucuna ulaşılmaktadır. Buna bağlı olarak Ö3, Ö4, Ö7 ve Ö10 kodlu öğretmen adaylarının dörtgenlerin hiyerarşik yapısını oluşturmada VH-2 düzeyinde oldukları sonucuna ulaşılmaktadır. Dörtgenlerin tanımlanmasının istendiği etkinlikte öğretmen adaylarının yapmış oldukları tanımların gerek ve yeter koşul belirten ekonomiklik ölçütünü sağlamadığı bunun yerine şekillerin özelliklerini ifade eden açıklamalardan oluştuğu görülmektedir. Örneğin, Ö6 kodlu öğretmen adayının paralelkenar tanımı *"dört kenarı olan, karşılıklı kenarları paralel ve eşit, iç açıları toplamı 360^{0}'dir"* şeklinde olmuştur. Benzer şekilde Ö2 kodlu öğretmen adayı kare tanımında "*dört kenarı olan, kenarları birbirine eşit, karşılıklı kenarları paralel, tüm açıları birbirine eşit ve 90⁰*" şeklinde açıklamalarda bulunmuştur. Buna bağlı olarak Ö2 ve Ö6 kodlu öğretmen adaylarının geometrik kavramları tanımlamada gereğinden fazla özelliği ifade ettikleri ve bu sebeple VH-2 düzeyinde oldukları görülmektedir.

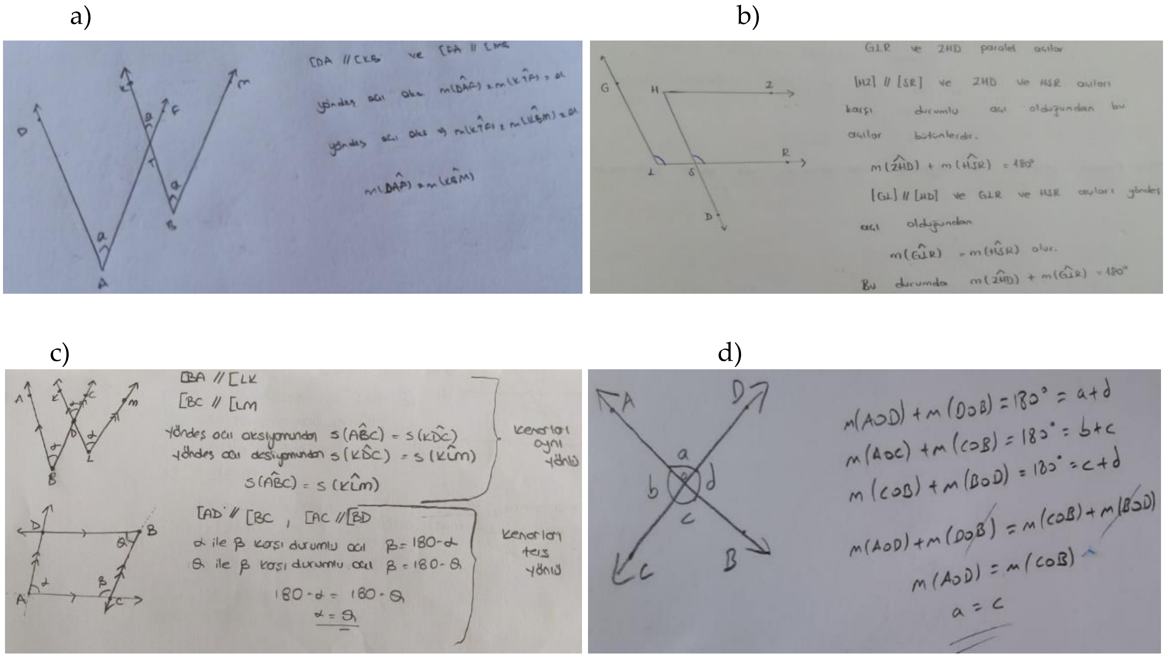
VH-3 Düzeyine İlişkin Bulgular

Geometrik kavramlara ilişkin bilgilerin sorgulandığı etkinlikte VH-2 düzeyinde olan öğretmen adaylarının (Ö2 ve Ö5) yanı sıra geometrik şekillerin tanımına dayalı çıkarımda bulunup VH-3 düzeyinde olan öğretmen adayları da bulunmaktadır. Şekil 2'de sunulan geometrik şekillerin sınıflandırılmasına ilişkin Ö5 kodlu öğretmen adayı

> noktalar ve bu noktaların doğru parçaları ile kesişimlerinden oluşuyorlar. Kaç kenarlılarsa üçgen, dörtgen, beşgen, vs. denir. Yani ben şu an çokgeni tanımladım. Bu tanıma göre sadece a şekli bir çokgendir diyebiliriz. Hatta iç bükey çokgen diye de özelleştirebiliriz

şeklinde açıklama yapmıştır. Ö7 kodlu öğretmen adayı ise "*Evet, diğer şekiller ise eğrilerden oluşuyor bunlar da kapalı eğri oluyor*" ve bu açıklamanın devamında Ö10 kodlu öğretmen adayı "*a şekli çokgen ama diğerlerini sınıflandıramayız*" şeklinde tanımdan yola çıkarak geometrik şekillerin sınıflandırmasına ilişkin çıkarımda bulunmuşlardır. Bu doğrultuda Ö5, Ö7 ve Ö10 öğretmen adaylarının çokgen, iç bükey/dış bükey ve eğri özellikleri doğrultusunda görselde yer alan şekillerin özelliklerine ilişkin karşılaştırmalarda ve çıkarımda bulundukları ve bu sebeple geometrik şekilleri adlandırma ve sınıflandırmada VH-3 düzeyinde yer aldıkları sonucuna ulaşılmaktadır.

Doğruların birbirlerine göre durumlarının ve açılarının özelliklerinin incelendiği etkinlikte öğretmen adaylarına doğruların birbirlerine göre durumlarının ve buna dayalı olarak açıların ölçülerinin özelliklerinin incelenmesi istenmiştir. Bu etkinlikte doğrularda belirtilen açı çiftlerinin eşitliği sorgulanmış ve öğretmen adaylarının çalışmalarında "acaba doğruların çakışması durumunda ne olur?" veya "doğruların paralelliğinin farklı konumlarında açıların eşitliği değişir mi?" gibi sorularla serbest yönlendirmede bulunmuştur. Şekil 4'te Ö4, Ö5, Ö7 ve Ö9 kodlu öğretmen adaylarının sundukları örnek çıkarımlar yer almaktadır.

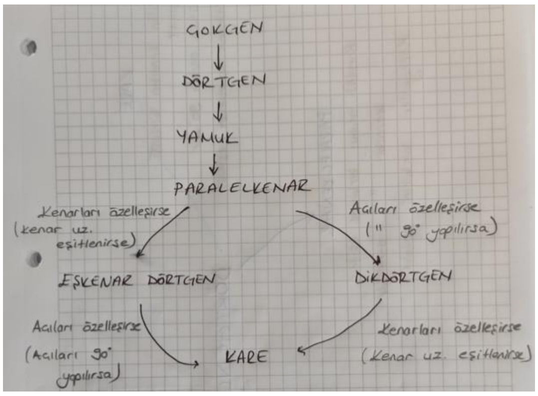


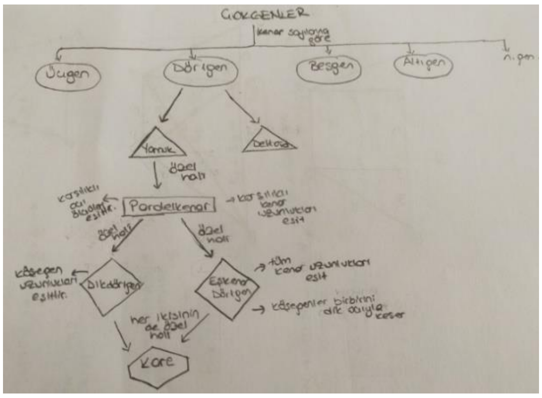
Şekil 4. a) Ö4, b) Ö5, c) Ö7, d) Ö9 öğretmen adaylarının doğruların durumları ve açı çiftlerine ilişkin açıklamaları.

Sunulan örneklerde öğretmen adaylarının yapmış oldukları açıklamalara ve kullandıkları ifadelere bakıldığında doğruların paralellik ve kesişim durumlarına bağlı olarak açıların ölçülerinin eşit olduğu çıkarımında bulundukları görülmektedir. Bu çıkarımların araştırmacı tarafından sorgulanması üzerine öğretmen adayları gerekçelendirmelerde bulunmuşlardır. Ö4, Ö5, Ö7 ve Ö9 kodlu öğretmen adaylarının gerekçelendirmelerine bakıldığında matematiksel sembol ve terminolojiyi doğru şekilde kullandıkları ve geçerli çıkarımlarda bulundukları görülmektedir. Buna dayalı olarak öğretmen adaylarının doğruların birbirine göre durumlarındaki ilişkileri inceleyerek farklı durumlardaki özelliklerine ilişkin informal çıkarımlarda bulunabildikleri ve bu sebeple Ö4, Ö5, Ö7 ve Ö9 kodlu öğretmenlerin VH-3 düzeyinde oldukları sonucuna ulaşılmaktadır.

Dörtgenlerin sınıflandırılması etkinliğinde VH-2 düzeyinde yer alan öğretmen adaylarının yanı sıra geometrik şekillerin farklı sınıfları arasında ilişkilendirme yapıp VH-3 düzeyinde yer alan öğretmen adayları da bulunmaktadır. Şekil 5'te Ö1 ve Ö8 kodlu öğretmen adaylarının dörtgenlerin hiyerarşik yapısına ilişkin oluşturdukları şemaları yer almaktadır.

a) b)





Şekil 5. a) Ö1 ve b) Ö8 öğretmen adaylarının dörtgen sınıflandırmaları.

Oluşturulan sınıflandırmalarda Ö1 kodlu öğretmen adayının paralelkenar grubunu, kenar uzunlukları eşit ise->eşkenar dörtgen, eşkenar dörtgeni ise açıları 90^0 olursa->kare olarak sınıflandırdığı ve sınıflar arası ilişkilendirme yaptığı görülmektedir. Aynı zamanda paralelkenar grubunu açı açıları 90^0 olursa->dikdörtgen, dikdörtgeni ise kenarları eşit olursa->kare olarak sınıflandırmıştır. Sınıflar arası ilişkilendirmenin benzer şekilde Ö8 kodlu öğretmen adayı tarafından da yapıldığı görülmektedir. Bu doğrultuda Ö1 ve Ö8 kodlu öğretmen adaylarının dörtgen sınıflarında ve sınıflar arasında ilişkilendirmede bulunabildikleri dolayısıyla VH-3 düzeyinde oldukları sonucuna ulaşılmaktadır. Üçgenlerin sınıflandırılması etkinliğinde ise tüm öğretmen adayları eşkenar üçgenin aynı zamanda ikizkenar üçgen olduğunu, bu üçgenlerde tepe açısından indirilen yüksekliğin, açıortay ve kenarortay olduğunu belirtmişlerdir. Bu doğrultuda tüm öğretmen adaylarının üçgenlerin özellikleri arasındaki ilişkilerin farkında olup çıkarımda bulundukları ve bu sebeple VH-3 düzeyinde oldukları sonucuna ulaşılmaktadır.

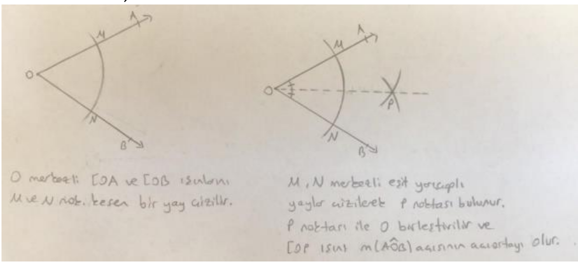
Öğretim etkinliklerinde üçgen ve dörtgenlerde yer alan geometrik şekillerin öğretmen adayları tarafından tanımlanması istenmiştir. Ö1, Ö2 ve Ö9 kodlu öğretmen adaylarının tanımlarında gerek ve yeter koşulları belirttikleri bunun haricinde açıklamaya dayalı ifadelere yer vermedikleri görülmektir. Ö1 kodlu öğretmen adayının üçgen kavramına ilişkin tanımı "*doğrusal olmayan üç noktanın, doğru parçalarının kesişimi ile oluşturduğu şekil*" şeklinde olmuştur. Yamuk kavramını Ö2 kodlu öğretmen adayı "*karşılıklı kenar çiftlerinden en az biri paralel olan dörtgen*" olarak tanımlamıştır. Benzer şekilde Ö9 kodlu öğretmen adayı da "*karşılıklı kenarları birbirine paralel olan dörtgene paralelkenar denir*" ifadesi ile paralelkenar kavramını tanımlamıştır. Bu doğrultuda Ö1, Ö2 ve Ö9 kodlu öğretmen adaylarının geometrik kavramlara ilişkin tanımlarında gerek ve yeter koşulları belirttikleri ve açıklama yapmayıp tanımlarında ekonomiklik ölçütüne dikkat ettikleri bu sebeple VH-3 düzeyinde oldukları görülmektedir.

VH-4 Düzeyine İlişkin Bulgular

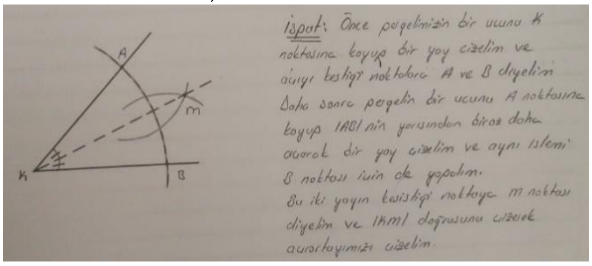
Öğretim etkinliklerinde öğretmen adaylarına ispat yazma uygulamaları öncesi önerme, teorem, postulat ve aksiyom kavramı sunulmuş ve öğretmen adaylarının bu kavramlara ilişkilerin bilgileri ortaya çıkarılmıştır. Önerme ve teorem Ö7 tarafından "*teorem, doğruluğu kanıtlanmış önermelerden oluşur, önermeler ise doğru veya yanlış olabilir doğruluğuna ise ispatla bakılır*" şeklinde tanımlanmıştır. Ö10 kodlu öğretmen adayı ise aksiyomu "*herkes tarafından doğruluğu kabul edilen önermeler*" şeklinde tanımlamış ve Ö3 kodlu öğretmen adayı ise "*mesela Öklid'in aksiyomlarından biri aynı şeye eşit şeyler birbirine eşittir*" şeklinde aksiyomu örneklendirmiştir. Ardından öğretmen adaylarına postulat ve aksiyom kavramlarının benzer/farklı kullanımlarını tartışmaları istenmiştir. Buna yönelik olarak Ö6 kodlu öğretmen adayı postulat ve aksiyom arasındaki farkı "*postulat sadece bir bilim alanında geçerlidir aksiyom ise tüm alanlarda… Mesela Öklid geometrisindeki beş postulat Öklid geometrisinde geçerli*" şeklinde ifade etmiştir. Ö6 kodlu öğretmen adayının açıklamasının ardından öğretmen adaylarının Öklid dışı geometri özelliklerini karşılaştırmaları amacıyla "*Öklid'in postulatlarının tümünü hatırlıyor musunuz? Sizce mantıksal hatanın olduğu durum var mı?*" sorusu yöneltilmiş ve Ö5 tarafından "*5. Postulattı sanırım -paralellik aksiyomu- çelişkili bir durum vardı hatta bundan dolayı Öklid dışı geometrinin çıkışı oluyordu*" şeklinde açıklamada bulunmuştur. Öğretmen adaylarının yaptıkları açıklamalara bakıldığında Ö5, Ö6, Ö7 ve Ö10 kodlu öğretmen adaylarının Öklid geometrisinde önerme, teorem, postulat ve aksiyom kavramları arasındaki ilişkilerin farkında oldukları fakat Öklid dışı geometriyi kavrayamadıkları bu sebeple VH-4 düzeyinde oldukları görülmektedir.

Öğretim etkinliklerinde öğretmen adaylarına çeşitli önermeler sunulmuş ve öğretmen adaylarının bu önermelerin doğruluğunu göstermeleri istenmiştir. İlk olarak doğruların özellikleri konusunda öğretmen adaylarının ispat yaptıkları görülmektedir. Ö4, Ö6, Ö7 ve Ö8 kodlu öğretmen adaylarının geometrik çizimler yolu ile gerçekleştirdikleri ispatları Şekil 6'da sunulmuştur.

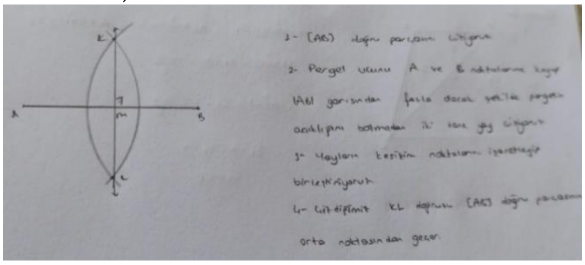
a)



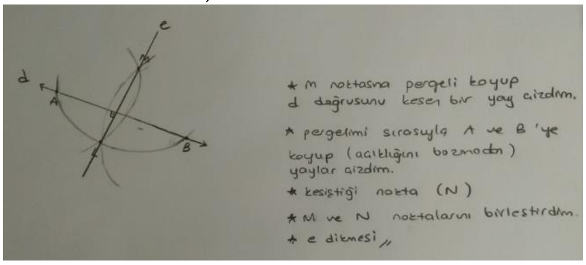
b)



c)



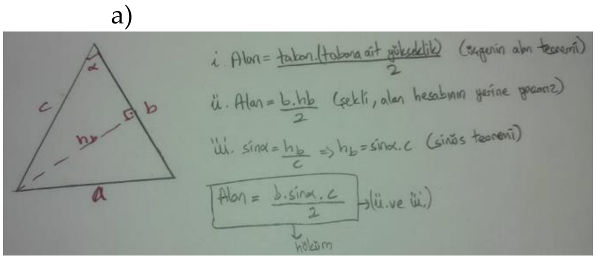
d)



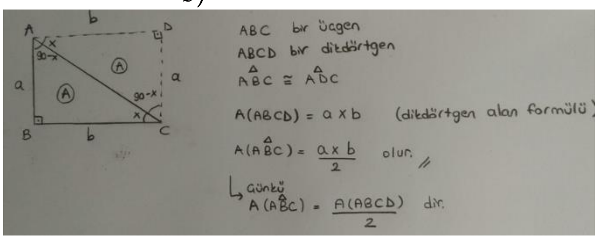
Şekil 6. a) Ö4, b) Ö6, c) Ö7 ve d) Ö8 öğretmen adaylarının doğruların özellikleri konusuna ilişkin çizim yolu ile ispatları.

Ö4 ve Ö8 kodlu öğretmen adaylarının bir açının açıortayını, Ö6 ve Ö7 kodlu öğretmen adayları ise bir doğruya dik bir doğru çizimini ispatladıkları görülmektedir. Buna dayalı olarak öğretmen adaylarının önermelerin doğruluklarının farklı yollarla ispatlanabileceğinin farkında oldukları görülmektedir. Ö6 ve Ö7'nin farklı çizimler yolu ile bir doğruya dik bir doğrunun oluşturulmasını ispatladıkları görülmektedir. Şekil 6'da sunulan öğretmen adaylarının örnek ispat yazımlarının çizimler yolu ile gerçekleştirdikleri görülmektedir. Bunun yanı sıra üçgen konusu öğretim etkinliğinde öğretmen adaylarına "*bir üçgenin alanını kaç farklı yolla bulabilirsiniz? bu yolunuz her zaman geçerli midir? nasıl karar verdiniz?*" soruları yöneltilmiş ve öğretmen adaylarının örnek ispatları Şekil 7'de sunulmuştur.

a)



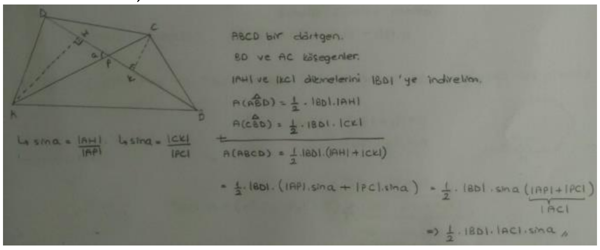
b)



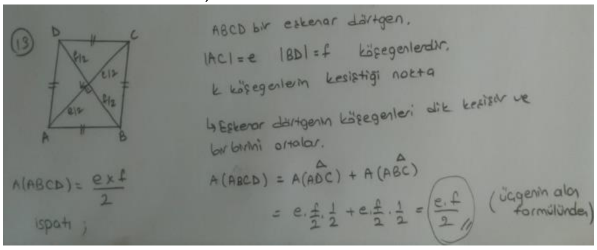
Şekil 7. a) Ö1 ve b) Ö3 öğretmen adaylarının üçgenlerde alan hesaplanmasına ilişkin ispatları.

Şekil 7'de Ö1 ve Ö3 kodlu öğretmen adaylarının üçgenin alan hesaplamasına ilişkin önermeleri ve bu önermelerine ilişkin gerçekleştirdikleri ispatları yer almaktadır. Öğretmen adaylarının ispat yazımlarında gerekçe ve iddialarını belirttikleri görülmektedir. Öğretmen adayları üçgenin alan hesaplamasına ilişkin farkı önermeler sunmuşlar ve farklı ispat yazımı gerçekleştirmişlerdir. Benzer şekilde dörtgenin alan hesaplamasına ilişkin Ö4 ve Ö7 kodlu öğretmen adaylarının gerçekleştirdikleri ispatları Şekil 8'de görülmektedir.

a)



b)

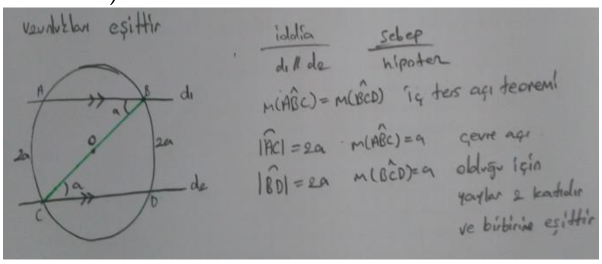


Şekil 8. Dörtgenlerde alan hesaplanmasına ilişkin öğretmen adaylarının ispatları.

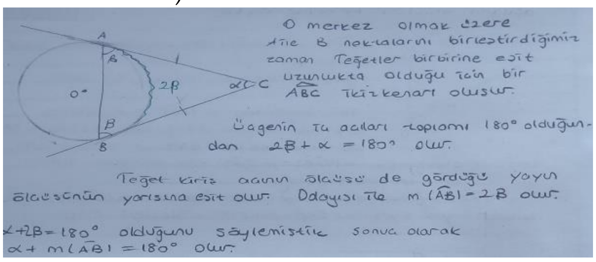
Dörtgenlerin alan hesaplamasında Ö4 düzgün olmayan bir dörtgenin alan hesabını "köşegenlerinin uzunlukları ile bu köşegenlerinin oluşturduğu açının sinüsü ile çarpımına eşittir" önermesinden yola çıkarak ispatlamıştır. Ö7 kodlu öğretmen adayı ise Ö4'ün bu ispatını özelleştirerek bu hesaplamayı eşkenar dörtgen şeklinde ispatlamıştır. Bu sayede öğretmen adaylarının geometrik şekiller ve özelliklerinin çeşitli gruplar ile ilişkilendirebildikleri ve bu ilişkileri ispat yolu ile doğruladıkları görülmektedir.

Öğretmen adaylarının ispatlarını iki kolonlu ve paragraf ispat biçimi olarak yazabildikleri görülmektedir. Örneğin, çember öğretimi etkinliğinde Ö9 kodlu öğretmen adayı "*eşit uzunluktaki kirişlerin ayırdığı çember yayları eşit uzunluktadır*" önermesine ilişkin ispatının iki kolonlu olduğu görülmektedir (Şekil 9). Benzer şekilde çemberde yay-kiriş özelliklerinin ispatında Ö1 kodlu öğretmen adayı iki kolonlu ispat biçimi ile ispatını yazarken Ö4 ve Ö7 kodlu öğretmen adayları paragraf ispat biçimini kullanmışlardır.

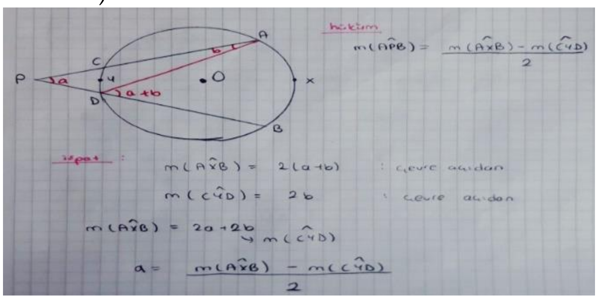
a)



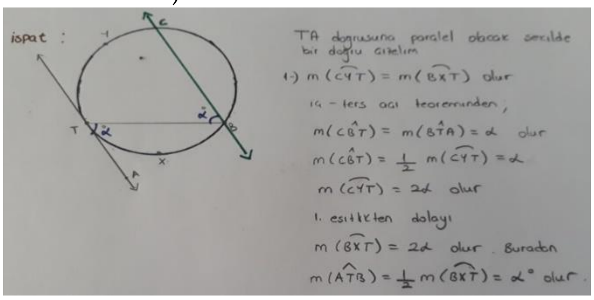
b)



c)

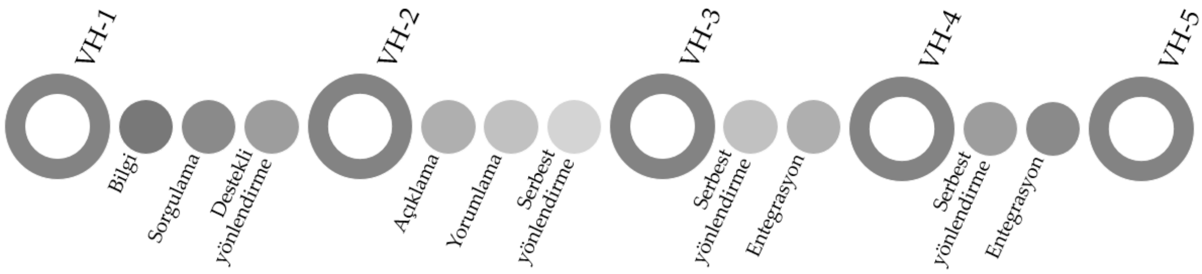


d)



Şekil 9. Çemberde teğet-kiriş-yay özelliklerine ilişkin öğretmen adaylarının a) iki kolonlu ispat b) c) d) paragraf ispat biçimi.

VH modeline dayalı öğretim etkinliklerinde sunulan önermelerin doğruluklarının gösteriminde öğretmen adaylarının geçerli ispat yazabildikleri ve bu yazımlarında farklı ispat gösterimlerinden faydalandıkları görülmektedir. Bu doğrultuda öğretmen adaylarının farklı ispatların birbirlerine denkliğinin farkında oldukları söylenebilir. Bu bulgular doğrultusunda öğretmen adaylarının ispat yazımında VH-4 düzeylerinde oldukları sonucuna ulaşılmaktadır. Tüm VH modeline dayalı öğretim sürecinin genel değerlendirilmesinde öğretmen adaylarının ispat yazma becerilerinin gelişimsel süreci Şekil 10'da sunulmuştur.



Şekil 10. VH modeline dayalı öğretim etkinliklerinde öğretmen adaylarının ispat yazma becerilerinin gelişimsel süreci.

VH modeline dayalı öğretim etkinliklerinde ilk olarak öğretmen adaylarının geometrik şekil ve kavramlara ilişkin bilgileri ortaya çıkarılmış ve sorgulanmıştır. Geometrik şekillerin, üçgenlerin, dörtgenlerin sınıflandırılmasında VH-1 düzeyinde olan öğretmen adaylarının olduğu görülmüştür. Öğretim süreci VH modeline dayalı olarak gerçekleştirilmiş ve öğretim etkinliklerinde destekli yönlendirmede bulunularak öğretmen adaylarının eksik bilgilerinin giderilmesi amacıyla araştırmacı tarafından açıklamalar yapılmıştır. Bu aşamada ise öğretmen adaylarının kavramların tanımlarına dayalı çıkarımda bulunabildikleri ve gerekçelendirme yapabildikleri bu sebeple VH-2 düzeyine geçişlerinin sağlandığı görülmüştür. Öğretmen adaylarına sunulan önermelerin doğruluklarının tartışılmasında ise serbest yönlendirme yapılmış ve bu süreçte öğretmen adaylarının tam olarak ispat yazımı olarak kabul edilmeyen fakat akıl yürütmelerine dayalı mantıksal çıkarımda bulunabildikleri ve bu sebeple VH-3 düzeyinde oldukları görülmüştür. Bu düzeyden sonra öğretmen adaylarının entegrasyon sağlamaları desteklenmiş ve farklı geometri konularında farklı bağlamlarda olan önermeler sunulmuştur. Bu aşamada ise öğretmen adaylarının geçerli ispat yazımı yapabildikleri ve farklı yollarla ispat yazabildikleri görülmüştür (VH-4). Bu bağlamda VH modeline dayalı yapılan öğretim sürecinin öğretmen adaylarının VH düzeyleri arasında geometrik düşüncelerini ve bu doğrultuda ispat yazma becerilerinin gelişimini desteklediği sonucuna ulaşılmaktadır.

Tartışma, Sonuç ve Öneriler

Bu çalışma, VH modeline dayalı öğretimin matematik öğretmeni adaylarının ispat yazma becerilerine ilişkin etkililiğinin ortaya konulması amacıyla gerçekleştirilmiştir. Bu amaçla öncelikle öğretim deneyi öncesi öğretmen adaylarının ispat yazmada geçerli olan VH düzeyleri belirlenmiştir. Öğretmen adaylarının VH modeli öğretim deneyi öncesi çoğunlukla VH-1 ve VH-2 düzeylerinde oldukları, ispata ilişkin sınırlı bilgi sahibi oldukları ve geçerli geometrik ispat yazmada zorlandıkları ortaya konulmuştur. Çalışmada ulaşılan bu sonucun öğretmen adaylarının geometrik ispat yazma konusunda gerçekleştirilen çalışmaların sonuçları ile uyumlu olduğu görülmüştür (Almeida, 2000; Jones, 2000; Knuth, 2002; Moore, 1994; Stylianides ve diğerleri, 2007). Matematik öğretmeni adaylarının öğretim deneyi öncesi VH düzeylerinin ortaya konulmasının ardından çalışmada VH modeline dayalı öğretim deneyi gerçekleştirilmiş ve öğretim deneyinde yer alan etkinliklerde öğretmen adaylarının VH düzeyleri gelişimsel olarak değerlendirilmiştir. Çalışmada, öğretmen adaylarının her zaman en üst VH düzeyinde olmadıklarını gelişimsel bir ilerleme ile üst seviyelere ve hedeflenen tümdengelimli düşünsel anlayışa ulaşabildikleri sonucuna ulaşılmıştır. Bu değerlendirmeler sonucunda VH modelinin öğretmen adaylarının ispat yazma becerilerinin gelişimlerinin VH-4 düzeyine desteklendiğini göstermiştir. VH modelinde öğretmen adaylarının ispat yazma becerilerini inceleyen Daguplo (2014), öğretmen adaylarının en üst düzey olan VH-4 ve VH-5 seviyesine ulaşabildiklerini belirtmiştir. Aynı zamanda çalışmadaki bulguları incelendiğinde öğretmen adaylarının her zaman ve her konuda ispat yazma anlamında en üst seviyede olmadıkları görülmektedir. Sonuç olarak, öğretmen adaylarının ispat yazma becerilerinin gelişimlerinin bir süreç olduğu ve VH modelinde yer alan öğretim unsurlarının öğretmen adaylarının geometrik düşünce gelişimini ve bu gelişimin ulaşılan en üst seviyesi olarak ispat yazma becerilerini desteklediği sonucuna ulaşılmaktadır.

Öğretmen adaylarının geometrik ispat yazmadaki düşük performanslarının giderilmesi, ispat yazma becerilerinin geliştirilmesi için ispat yazımı ile ilgili yapılacak farklı öğretim etkinliklerinin ve alıştırmaların kullanılması önerilmektedir (Daguplo, 2014; Sarı Uzun ve Bülbül, 2013). Bu bağlamda öğrencilere sunulan önerme-ispat uygulamaları onların akıl yürütme becerilerini geliştireceğinden geçerli ispat yazma becerilerinin de gelişimini desteklemektedir (Ball ve Bass, 2003; Diezmann, Watters, ve English, 2002). Bu çalışmada etkililiği incelenen VH modelinde öğretmen adaylarının geometrik düşünce gelişimlerinin ve bu gelişimin en ileri aşaması olan ispat yazma becerilerinin gelişiminin sağlandığı sonucuna ulaşılmaktadır. VH modelinde yer alan bilgi ve sorgulama, açıklama ve yorumlama, destekli/serbest yönlendirme ve entegrasyon unsurlarının geometrik düşünce gelişimlerini sağladığı ve öğretmen adaylarının ispat yazma becerilerini geliştirdiği görülmektedir. Sonuç olarak, öğretmen adaylarının sürekli ispatlamaya maruz kalmalarının ve sürekli ispat etkinliğinde yer almalarının ispat yazma becerilerini geliştirdiği anlamına gelmektedir. Buna bağlı olarak geometri öğretimi VH modeline dayalı bir düzende uygulandığında öğretmen adaylarının tümdengelimli düşünme anlayışlarının desteklendiği görülmektedir. VH modeline dayalı öğretim uygulamalarında matematik öğretmenlerinin geometrik ispat yazmalarını inceleyen Jupri (2018) geometrik ispat problemleri ile uğraşan öğretmenlerin ispat yazma ve problem çözme becerilerinin geliştiğini farklı stratejiler ve ispat yöntemleri ile ispat yazabildiklerini belirtmiştir. Çeşitli araştırmacılarında belirttiği gibi VH düzeylerinde bir seviyeden diğer seviyeye geçiş doğal gelişimin bir sonucu değil kişinin maruz kaldığı deneyimin kalitesine bağlıdır. Bu çalışmada da öğretmen adaylarının maruz kaldıkları yazılı ispat etkinlikleri onların geometrik ispat yazma kapasitelerini güçlendirmiştir. Benzer şekilde Armah, Cofie, ve Okpoti (2018) öğretmen adaylarının daha yüksek VH düzeylerinde çalışmalarını sağlamak için önermelerin yer aldığı ispat uygulamalarının, öğretmen adaylarının akıl yürütme ve tümdengelimli geometrik ispat yazmalarını desteklediğini belirtmektedir.

Bu çalışma, VH modeline dayalı olarak tasarlanmış ve uygulanmış öğretim etkinliklerinin matematik öğretmeni adaylarının geometrik ispat yazma becerilerinde olumlu gelişim sağladığını ortaya koymaktadır. Bunun yanı sıra öğretmen adaylarının geometrik şekillere ve kavramlara ilişkin geometrik düşüncelerinin de katıldıkları bir dizi öğretim etkinliği sonucunda geliştiği görülmektedir. Benzer şekilde Yi ve diğerleri (2020) çalışmalarında VH modeline dayalı öğretim etkinlikleri gerçekleştirmişler ve bu öğretimde matematik öğretmeni adaylarının geometri bilgilerinin gelişimini incelemişlerdir. Çalışmaları sonucunda VH modeline dayalı geometri öğretiminin öğretmen adaylarının geometri alan ve pedagojik alan bilgilerini geliştirdiği sonucuna ulaşmışlardır. Dolayısıyla çalışmada ulaşılan sonuçlar, gerçekleştirilen diğer çalışmaların (Armah ve diğerleri, 2018; Aslan-Tutak ve Adams, 2015; Yılmaz ve Koparan, 2016) sonuçları ile uyumluluk göstermektedir.

Bu çalışmadan ulaşılan sonuçlar doğrultusunda ileride gerçekleştirilecek çalışmalar için aşağıdaki öneriler sunulmuştur.

1. Matematik öğretmeni adaylarının geometri öğretimlerinin yer aldığı dersler içerik ve kapsam açısından revize edilebilir ve bu dersler VH modeline göre yeniden düzenlenebilir.
2. Geometri öğretimi öğretmen adaylarının VH geometrik düşünme gelişimlerini destekleyici olmalıdır. VH modelinde yer alan öğretim sürecine uygun gerçekleştirilecek öğretim uygulamaları ile öğretmen adaylarının tüm geometrik şekillerin özelliklerinin ve aralarındaki ilişkilerin anlaşılması sağlanmalıdır. Bu sayede hedeflenen VH ileri düzeyinde yer alan ispat yazma becerilerinin gelişimine de ulaşılmaktadır.
3. VH modeline dayalı gerçekleştirilecek Öklid ve Öklid dışı geometri öğretimlerinde öğretmen adaylarının ispat yazma becerilerinin daha geniş kapsamlı değerlendirilmesinin sağlanabilmesi için daha fazla çalışma yapılabilir.

Ahi Evran University
Journal of Kırşehir Education Faculty
ISSN: 2147 - 1037
http://kefad.ahievran.edu.tr

ENGLISH VERSION

Introduction

Proof, besides being a requirement for formation, development, and transmission of mathematical knowledge, also forms the basis to understand mathematics (Stylianides, 2007). Wu (1996) argues that anyone who is willing to learn what mathematics is should learn and understand how to write proof. Similarly, Hanna (2000) considered proof as the most important tool in mathematics and claimed that mathematics without proof is not mathematics. In line with these conclusions, the National Council of Teachers of Mathematics (NCTM, 2000) included deduction and proof in basic skills of school mathematics. Therefore, proof has become a natural and sustaining part of school mathematics and courses on all levels (Knuth, 2002). Accordingly, proof has also been emphasised as a necessary component of university mathematics curricula.

The basic goal of advanced mathematics and geometry teaching is to gain the students the competency of proof skills (Weber, 2001). Despite proof is in the essence of knowledge of mathematics and geometry, it is observed that pre-service mathematics teachers experience difficulties in understanding the proof and writing the proof (Almeida, 2000; Jones, 2000; Güler et al., 2012; Moore, 1994; Stylianides, Stylianides & Philippou, 2007) and their proof skills are not at a sufficient level (Jones, 2000; Stylianides et al., 2004). Senk (1985), in her study, asserted that the students are unable to recognise the necessity of deductive proof in proving geometry and they are weak in writing the types of proof. Likewise, Dimakos et al. (2007) suggested the students' difficulties in writing formal proof in geometry. It was concluded that, notwithstanding these shortcomings, the students view proof – an important goal of the geometry curriculum – as trivial and experience difficulties (Dimakos et al., 2007). In this study, it is aimed to examine the development of pre-service mathematics teachers' proof-writing skills in geometry teaching activities by a teaching experiment based on the van Hiele model. Thus, the effficiency of the van Hiele model in pre-service teachers' geometry proof-writing skills shall be asserted and a contribution in this matter shall be made to the literature. For this purpose, the study has sought the answer to the following research question:

1. How efficient is the van Hiele model in pre-service mathematics teachers' geometric proof-writing skills?

Theoretical Framework

Geometric Proof

Geometry analyses shapes and space with a mathematical viewpoint. Geometry is a knowledge structure composed of expressions based on mathematical axioms and justified by proof (Kotzé, 2007). A basic goal of advanced mathematics and geometry teaching is to gain the students the competency of proof skills (Weber, 2001). The importance of teaching geometry and particularly, teaching geometric proof is emphasised in the mathematics curricula of various countries (Ministry of National Education [MoNE], 2018, NCTM, 2000; Shanghai Education Committee, 2004). In school mathematics, geometry supports the students' development of deductive thinking (Howse & Howse, 2014). This support provided by geometric proof enables the students to visualise, understand, and classify geometric concepts (Bell, 1976). Starting from elementary and mid-school, the students' progress in their learning of geometry should be assisted by their mathematics teachers as a preparation for advanced studies. Fuys (1985) suggests that geometry teaching has two main goals for the students' achievements: Developing the skill of deduction and understanding the role deduction plays in mathematics. Learning deduction and proof is important for mathematics, but it is observed that only 30% of the students are capable of proof in geometry subjects involving proof (Clements & Battista, 1992). McCrone and Martin (2004) had shown in their study that the students are placed in lower proof schemes for geometric proof. Similarly, Sevgi and Orman (2020) concluded that 8th-grade students have mid-level proof skills. Consequently, it is observed that the students suffer shortcomings in applying geometric proof. In order to support the students' cognitive development through teaching of geometry, foremost the mathematics teachers and pre-service teachers are required to possess proof-writing skills.

Despite proof forms the very essence of knowing mathematics and geometry, it is observed that the mathematics teachers and pre-service teachers experience difficulties in understanding proof and writing proof (Almeida, 2000; Jones, 2000; Knuth, 2002; Moore, 1994; Stylianides et al., 2007) and their proof skills are not at a sufficient level (Jones, 2000; Stylianides et al., 2004). In a study with 17 teachers with mathematics degrees, Varghese (2008) asked them to write their proof for the expression 'the sum of the measured exterior angles of a polygon is 360^0' (p. 58). Of 14 answers given, only two teachers could write the proof in schematic and verbal form, whereas two teachers could write in symbolic form. Other teachers provided proof by using diagrams, verbally and symbolically, partially correct, and partially wrong. It is seen that, in addition to the teachers' and pre-service teachers' difficulties in applying proof, it is also observed that they have a limited understanding of what proof-writing actually is and they perceive empirical assumptions as valid proof. Goetting (1995) showed that the elementary-school mathematics teachers have a tendency to accept examples and solutions drawn in geometry as proof. Likewise, Knuth (2002) asserted that, for the expression 'the sum of the measured interior angles of any triangle is 180^{0}'. 5 mathematics teachers maintained that explanations by examples qualify as valid proof. On the other hand, one of the teachers participating in the study mentioned that this is indeed valid proof, but not a formal one. Dickerson (2008) researched the high-school mathematics teachers' conceptions of proof and reported that, since visual proof in geometry does not have sufficient details, it is unacceptable for teachers. In short, the applied studies show that the mathematics teachers and pre-service teachers experience problems with proof-writing. Accordingly, there have been studies supporting elimination of difficulties in geometric proof-writing and development of proof-writing skills and suggestions have been made. Some of these suggestions include giving lessons (Wahlberg, 1997), mitigating the level of abstraction by using examples (Sowder & Harel, 2003), presenting the proofs in the classroom (Freedman, 1983; Reisel, 1982), using diagrams and technologies (Hadas et al., 2000; Mariotti, 2000) and utilising mathematical ambiguities in teaching (Zaslavsky, 2005). Nevertheless, it is required that such suggestions should be included in teaching the geometric proof and their efficiency should be examined.

Van Hiele Model

Since various factors affecting the students' understanding and development of proof and their relevant success are at play, several models on development of the students' knowledge and understanding of proof and development of their proof-writing skills have been developed (Balacheff, 1988; Dreyfus, 1999; Hanna, 2000; Knuth et al., 2002; Marrades & Gutierrez, 2000; Martin & McCrone, 2009; Raman & Weber, 2006; Sowder & Harel, 1998). Of these models, the one that explains the progression of geometric thinking that results in proof is the van Hiele model (Fuys, 1985). Van Hiele (VH) model asserts that geometric deduction and proof are not naturall developed in children, but it should be supported by a series of levels (van Hiele, 1984). VH model describes the students' geometric thinking levels that indicate their development and progression in geometric concepts and a learning process that supports the students' development of geometric thinking. VH model is a tripartite model: (1) It describes five successive and distinct levels that progress as the geometric thinking develops, (2) it identifies the understanding of geometric concepts and (3) it provides guidelines for gradual development in teaching geometry (Wu, 1994). According to the VH model, there are five levels of geometric thinking in an ordered and hierarchical structure. VH-1 (recognition) is the level where the names of the shapes are learned, and they are identified on the basis of their physical appearance. A student on this level conceives, recognises, and names a geometric shape as a whole. The student perceives a whole, without considering properties of geometric concepts, and deduces by the way of visual assessments (Burger and Shaughnessy, 1986). The student has not yet understood the definitions and properties of geometric concepts. For example, a student may recognise that the rectangle is a shape different than the trapezoid but is unable to make detailed deductions based on the shapes' properties. In VH-2 (analysis), geometric shapes are described on the basis of their properties. On this level, the student does not know the definitions of geometric shapes but is able to classify geometric shapes based on diverse basic aspects of their common properties, such as 'all triangles have three sides, and all rectangles have four sides' (Knight, 2006). A student on this level can, for example, list and define properties of all rectangles, but may not yet understand how geometric shapes might be included in diverse classes, such as why a square is a quadrangle or why a rectangle is a rhomboid. VH-3 (abstraction) is the level where geometric shapes are classified on the basis of logical relationships (Burger & Shaughnessy, 1986). Based on a shape's properties, the student is able to establish mutual relationships between one or multiple certain geometric shape classes and to classify them. For example, a student knows that the rectangle is a rhomboid because it has all properties of a rhomboid. VH-4 (deduction) is the level where the importance of deduction is understood and the roles of assumptions, definitions, theorems and proof are understood. It is the level where axiomatic systems are understood and applying proof is enabled. On this level, a student understands the definitions of geometric shapes and terms and makes assumptions. The student is capable of expressing the necessary and sufficient conditions to identify a geometric shape (Hershkowitz et al., 1987). For example, the student is able to make the assumption that to become a quadrangle, it is sufficient for a shape to have four sides, but to qualify as a rhomboid, its sides are required to be equilateral and parallel, and the student can prove this assumption. Finally, on the VH-5 (rigour) level, the axiomatic systems in geometry are fully understood and abstract deduction is enabled (Battista & Clements, 1995). Diverse axiomatic systems such as non-Euclidean geometry are understood, and these systems can be compared. For example, the student can analyse the outcomes of manipulating axioms and definitions. De Villiers (1987) suggests that deduction in geometry is found in VH-3 where logical relationships between the properties of concepts are first established. On the other hand, students on VH-1 and VH-2 see no use in formal proof, because they do not doubt the validity of their empirical observations (Battista & Clements, 1995; de Villiers, 1987; Senk, 1989; van Dormolen, 1977).

VH is an accepted model in assessment of how the students understand geometry (Burger & Shaughnessy 1986; Fuys et al., 1985; Usiskin, 1982). Notwithstanding, certain researchers (Clements et al., 1998; Sarama & Swaminathan, 1997) have argued that the model is not fully inclusive of younger children's geometric perception. Clements and Battista (1992) introduced and included a Level 0 preceding Level 1 in the VH. On the VH-0 (pre-recognition) level, the students can name certain geometric shapes based on their visual properties, but they might confuse geometric shapes placed in the same class and their names (Clements & Battista, 1992). Since this study has pre-service mathematics teachers as its target group, levels (1-5) identified by van Hiele (1984) were taken as the basis.

According to the VH model, the students may be successful in geometric proof-writing, given that they pass all levels in the designated order. In other words, in order to be successful on the (n) level, a student should have achieved success on the (n-1) level (Usiskin, 1982). Therefore, the students should be prepared for the upper level. Progress from one level to the other depends on not age or maturity, but the learning environment the student is in. Hence, the teaching phases in transition of the students from one level to the other in the VH model was described (van Hiele, 1984): (1) knowledge and inquiry, (2) guidance / directed orientation, (3) explicitation and interpretation, (4) free orientation and (5) integration. A teaching plan with long-term implementation, which integrates these teaching components, should be adopted. In the knowledge and inquiry phase, relevant geometric concepts are presented to the students and their knowledge of these concepts is revealed. By inquiring the explanations, the students give on geometric shapes, their explication and reasoning, hence their skills to convince their teachers and classmates are supported. In the phase of guidance or directed orientation, the student discovers implicit properties of geometric shapes. In this phase, the teacher gives supportive tasks to the students and supports the students in recognition of the properties and relationships of new geometric concepts. The student discovers and discusses context-based relationships, and the teacher asks guiding questions: 'What does it become when we fold an equilateral triangle on its diagonal line?' In explicitation and interpretation, the following phase, the students are made to mathematically represent the relationships they had discovered. Van Hiele (1984) asserts that, after the students start to recognise the properties associated with a geometric concept, their use of mathematical language and symbols become more efficient. Accordingly, following the students' discoveries, the teacher should make room for mathematical language and terminology: 'Let's discuss what the shapes and properties mean. Diagonals are on symmetrical lines. There are two symmetrical lines, and the opposite angles are equal. A diagonal divides an apex angle into two'. Following this phase, the students are expected to study independently on more complex duties. The students have become more versed in relationships of geometric concepts, but in certain situations, they require assistance for identifying complex structures. The teacher's support for these activities is more open-ended. For example, the teacher may say the following: 'How can you form an equilateral triangle only two sides of which are given?' In this phase, the teacher provides a more open-ended orientation to allow the students make their studies independently. The final phase in the teaching process is integration. This phase aims at the students' use and structuring of their gained knowledge in diverse contexts, not at teaching new knowledge. According to the VH model, learning opportunities, examples, and practices presented in the student's learning environment are important components of supporting the progress. First, the learners' geometric level on the VH model should be identified, and the learning experience should be enriched with compatible geometry teaching (Clements, 2003). In this study made to this end, it was targeted to improve the proof-writing skills of mathematics pre-service teachers in geometry subjects and to have them acquire efficient teaching. This study will contribute to arrangement of geometry learning environments that are effective in the mathematics pre-service teachers' development of proof-writing skills.

Methodology

The study was designed as qualitative research. Qualitative research enables in-depth examination of various phenomena and situations and their assessment with a holistic approach (Fraenkel & Wallen, 2009). Since the study aims at revealing the VH model's effectiveness on mathematics pre-service teachers' geometric proof-writing skills, the teaching experiment – a qualitative method – was adopted.

Teaching experiment involves the researcher's/teacher's implementation of teaching activities planned under a learning objective (Cobb, 2000). Teaching experiment, as a developmental form of research, is implemented by applying an intervention. For this end, there are various teaching events and clinical interviews applied under a teaching experiment (Yackel et al., 2015). In this method, 'teaching activities' prepared, planned and developed – in line with a designated learning objective – by researchers are included and their application is 'experimented' by the planned participants. The researcher and the participants have a long-term interaction during the implementation procedure. Data in a teaching experiment are usually qualitative and records of the teaching applications, clinical interviews, observations, reflective diaries, and worksheets constitute the qualitative data (Cobb, 2000). Subsequent to collection of qualitative data, teaching activities are analysed to assess their efficiency in supporting the students' learning objectives. Teaching experiment involves a repetitive process. Teaching activities are applied, analysed, and developed for improved achievement of the learning targets. Following completion of the teaching experiment, all data collected during the experiment are analysed retrospectively. In this study, by developing and implementing VH-model learning activities in geometry and analysing the pre-service teachers' proof-writing skills, an assessment of the VH model's effectiveness shall be enabled (Figure 1).

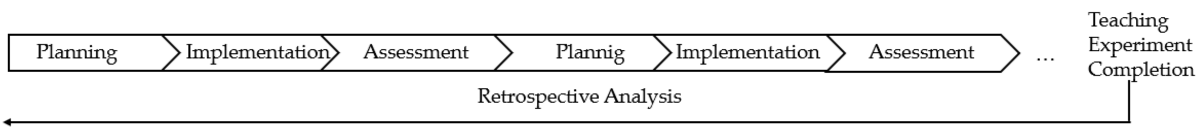


Figure 1. Teaching experiment model implemented in this study

Participants

The study was conducted with first-grade students studying in the elementary-school mathematics teaching programme of a state university. For this purpose, 10 persons from 57 pre-service mathematics teachers were included in the study. Purposeful sampling was used in inclusion of the pre-service teachers in the study. Voluntary participation and their diverse VH levels were designated as the inclusion criteria. A questionnaire composed of 10 geometric proof questions was applied by the researchers to identify the pre-service teachers' VH levels. On assessment of the answers given by the pre-service teachers, the ones that were considered to have difficulties in geometric proof or have made erroneous proof or thought that exemplification instead of proof makes valid proof were included in the study. Therefore, participation of pre-service teachers on VH-0 and VH-1 levels of geometric proof in the study was assured. For privacy of the participating pre-service teachers, they were encoded as P1, P2,…,P10.

Pre-service teachers participating in the study are studying in the first grade. They have completed the first academic term of the mathematics teaching programme and they took the major area courses Foundations of Mathematics-I and Calculus-I. Under these courses, the pre-service teachers gained knowledge on proof in mathematics and the types of proof and further, they had practically made proof. In the second term, where this study is conducted, the pre-service teachers are studying the major area courses of Foundations of Mathematics-II, Calculus-II and Abstract Mathematics. These courses intensively have practical proof. Moreover, the course Foundations of Mathematics-II included teaching of geometric concepts and the pre-service teachers have knowledge on geometric concepts and definitions.

Van Hiele Model Teaching Contents

Based on the VH model, the researchers had developed teaching contents to enable the pre-service teachers' improvement of geometric thinking and consequently, by developing their proof-writing skills and to have them rank on the advanced levels of the VH model. The teaching contents planned were implemented with the pre-service teachers on a schedule of 2 hours a week, during out-of-school time. These teaching activities are presented in the Table 1.

Table 1. *Teaching contents and the time schedule based on the VH model*

Week	Teaching activity contents
1	<u>Activity-1:</u> Naming geometric shapes At this activity, the pre-service teachers study naming and describing geometric shapes and verifying their properties. Afterwards, the shapes are classified through class discussions. <u>Activity-2:</u> Naming basic geometric shapes At this activity, defined and non-defined concepts are presented and afterwards, definitions and explanations on Euclidean postulates are made.
2	<u>Activity-3:</u> Lines' relative conditions and the properties of angles At this activity, proof of propositions concerning the lines' conditions and the properties of angles is made. In these proofs, the pre-service teachers are first guided in proof-writing by basic geometric drawings and afterwards, free orientation for presenting their proper explanations and justifications is provided.
3	<u>Activity-4:</u> Defining and classifying triangles' properties At this activity, angle and side properties of triangles are defined and associated classifications are made.
4	<u>Activity-5:</u> Defining and associating the triangles' auxiliary components Pre-service teachers define and prove bisector, median and height properties of triangles.

5	Activity-6: Defining and associating the triangles' area properties Proof of propositions concerning area relations in triangles is made. Associations (with rectangle and circle) are made to find the relations.
6	Activity-7: Defining and classifying the polygons' corner, side and angular properties and making logical associations At this activity, proof of polygons' properties and associated classification of geometric shapes are made. Afterwards, proof of propositions concerning angular properties of convex and concave quadrangles is given.
7	Activity-8 & 9: Defining and classifying the quadrangles' corner, side and angular properties and making logical associations and proof At this activity, the pre-service teachers define properties of each quadrangle, make associations between their properties, classify them (with a subset) and prove their deduction.
8	Activity-10 & 11: Explaining the circle's properties At this teaching activity, chord, tangent, and arc properties of the circle are defined and proven by the pre-service teachers. Afterwards, proof of propositions concerning angular conditions associated with these properties is made.

Planning of the teaching activities was based on the VH model levels and the learning environment components described by Van Hiele (1984). These are (1) knowledge and inquiry, (2) guidance / directed orientation, (3) explication / interpretation, (4) free orientation and (5) integration. The teaching activities planned on the basis of these components and VH levels contain teaching of two-dimensional (2D) geometric shapes. The activities were aimed at individual studies of the pre-service teachers and to this end; individual worksheets on geometry subjects were developed. Following the pre-service teachers' individual studies, an assessment of their proofs was made with class discussions.

Under the teaching activities, first, activities on the pre-service teachers' status of defining, analysing, and verifying common properties of 2D geometric shapes were implemented. Subsequent to this activity, to enable the pre-service teachers' development of thinking on their respective VH levels, propositions on lines, angle, triangle, quadrangle and circle subjects were presented. In proving the propositions presented in these subjects, through guided discussions, the pre-service teachers were made to ask questions and try to convince each other and to present their justifications. Afterwards, through free orientation, the pre-service teachers were made to use their acquired proof-writing skills in different propositions.

Data Collection

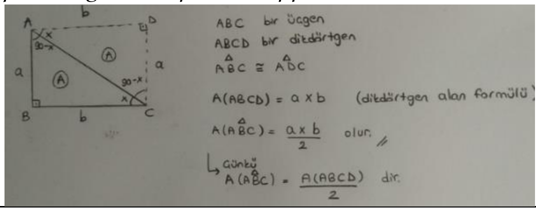
Data collection tools in the study are individual interviews pirior to the teaching experiment, audio and video recordings of class activities implemented during the teaching experiment, the researcher field notes and individual worksheets of the pre-service teachers. Clements (2003) argued that, prior to implementing the VH model, the geometric levels of the students should be identified and a geometry teaching compatible with these levels should be provided. Accordingly, individual interviews were carried out the pre-service teachers at their inclusion in the study. The purpose of these interviews had been to identify the pre-service teachers' VH levels prior to the teaching experiment. To serve this end, the researchers developed a proof questionnaire comprised of 10 questions that require geometric proof. The questions included in the study represented exemplary situations such as 'classify the given geometric shapes and justify' and 'measurements of the internal reverse angle pairs two parallel lines have with a secant are equal; justify.' Expert opinions were taken to assess the scope validity and intelligibility of the questions included and the questionnaire was thus finalised. Subsequent to individual interviews with the pre-service teachers, their VH levels prior to the teaching experiment were identified.

At implementation of the 8-week class studies based on the VH model, the pre-service teachers' individual studies were recorded on worksheets, whereas class practices were recorded on audio and video. Furthermore, the researcher had taken simultaneous field notes as an observer. Worksheets relating to each geometry subject were developed by researchers. Worksheets contained propositions on geometry subjects. Afterwards, expert opinion on the worksheet propositions' compatibility with the scope and levels was taken and they were re-arranged. At the teaching activities, the objective had been to have the pre-service teachers individually prove the relevant proposition on their worksheet and then, make explanations and justifications through class discussions and reach a generalisation. Class discussions held by the pre-service teachers were recorded on audio and video entirely.

Data Analysis

In the study, the qualitative data were analysed on the basis of geometric thinking development levels described by Van Hiele (1984). Analysing the data in this way, under predesignated themes is termed as descriptive analysis (Yıldırım & Şimşek, 2016). Individual interviews, audio and video recordings, the pre-service teachers' worksheets and the researcher field notes constitute the qualitative data of the study. Audio recordings from individual interviews held prior to the teaching experiment were redacted and filed separately for each pre-service teacher. Notes and audio and video recordings taken at teaching activities were redacted for each teaching activity and filed. VH levels identified by Van Hiele (1984) had formed the thematic framework for analysis. Hence, categories of encoding were designated. On the basis of remarks made in the literature on VH levels (Daguplo, 2014; van Hiele, 1984; Senk, 1985), the researchers had made independent encoding. Encoding was applied consequent to comparison and verification of data obtained from diverse data sources. The exemplary encoding for the procedure is presented in the Table 2. Following such independent encoding, the researchers met and mutually presented the codes they had developed and their justifications. Following an assessment of the codes, categories compliant with VH levels in the developed thematic framework were shaped.

Table 2. *Analysis chart and exemplary encoding*

<table>
<tr><th>Level</th><th>Encoding</th></tr>
<tr><td>VH-1</td><td>P3: We can say that it resembles the shape rectangle.</td></tr>
<tr><td>VH-2</td><td>P4: If any sort of quadrangle meets a certain property, we place it in the associated class. For example, if it meets the properties of a rhomboid, we classify it so.</td></tr>
<tr><td>VH-3</td><td>P9: A quadrangle with parallel opposite sides is named a rhomboid.</td></tr>
<tr><td>VH-4</td><td>P7: 
</td></tr>
</table>

Validity and Reliability

Validity of this study was ensured by purposeful sampling, data variation, expert opinion, and a detailed presentation of the teaching experiment. In this study that is qualitative research, since joint use of diverse data collection tools – interview, observation, and documents (pre-service teachers' worksheets and researcher field notes) – allows verifiability of obtained data, credibility was provided. In qualitative research, transferability is provided by detailed presentation of the participants' characteristics and the application contents (Yıldırım & Şimşek, 2016). In this study, transferability was assured by a detailed presentation of the pre-service teachers' characteristics and their past experiences and of the teaching experiment contents. Thus, the study's adaptability to similar studies was assured. Data were encoded independently by two researchers for consistency and at a subsequent meeting, a consensus was reached, and the themes were shaped. This had aimed at ensuring consistency and reliability of the study.

Ethical Approval for the Study

This study complies with all rules stipulated under the 'Directive on the Higher Education Institutions Scientific Research and Publication Ethics.' None of the actions listed in the second section of the Directive, namely the 'Actions in Breach of Scientific Research and Publication Ethics,' were conducted.

Ethics committee approval details:

Committee of ethical assessment: Yozgat Bozok University

Date of the ethical assessment decision: 20 January 2021

Ethical assessment document reference number: 3198

Findings

The findings of the study were assessed in two phases of the pre-service teachers' proof-writing skills: (1) prior to the teaching experiment and (2) during the VH-model teaching activities. Before the teaching activities, the pre-service teachers' proof-writing skills were assessed under VH levels, and the results were presented in the Table 3.

Table 3. *Pre-service teachers' proof-writing levels prior to the teaching activities*

Level	Participant
VH-1	P1, P2, P3, P5
VH-2	P4, P7, P8, P9
VH-3	P6, P10

An examination of the findings presented in the Table 3 reveals that the pre-service teachers' proof-writing skills usually rank on the VH-1 (n=4) and VH-2 (n=4) levels. At individual interviews organised prior to the teaching activities, the pre-service teachers were asked questions that aim at valid geometric proof-writing. One of the questions asked to the pre-service teachers was '*can there be a triangle with two right angles?*' To this question, P2 gave the explanation "*no, because if it does, interior angles of the triangle shall have a sum more than 180^0.*' Likewise, P5 answered "*since the interior angles of a triangle has the sum of 180^0 degrees, no.*' Explanations by the quoted pre-service teachers show that they are unable to make valid proof, and they only assert the property of a triangle's interior angles. Accordingly, it is concluded that, prior to the learning activities, the pre-service teachers' geometric thinking development was on a low level and hence, they were weak in valid proof-writing. Nevertheless, it was observed that pre-service teachers P6 and P10 were on the level of deduction / logical deduction. To the same interview question, P6 gave the following explanation:

> When we draw a circumcircle passing through the corners of a triangle, the angles of that triangle become inscribed angles. Arc lengths opposed by these angles measure twice the angle. We know that a circular arc measures 3600 and hence, intersection of three points with the line indicating a triangle, we may say that there can't be.'

Accordingly, it is concluded that these two pre-service teachers rank on the first accepted level of valid proof-writing. When the pre-service teachers' proof-writing skills prior to the teaching activities are assessed generally, it is concluded that the pre-service teachers have insufficient proof-writing skills, they have difficulties in proof-writing, and they have limited understanding.

Exemplary practices found in the VH-model teaching experiment procedure aiming at development of the pre-service teachers' proof-writing skills and the pre-service teachers' proof-writing levels are presented below.

Findings on the VH-1 Level

At the teaching activities under this study, the pre-service teachers were asked to describe, explain and classify various geometric concepts. These practices were implemented on the basis of the VH model's knowledge and inquiry phase. Accordingly, the pre-service teachers were first asked to examine the geometric shapes (Figure 2) and then, name and classify them. The exemplary explanations given by the pre-service teachers on the geometric shapes are given below.

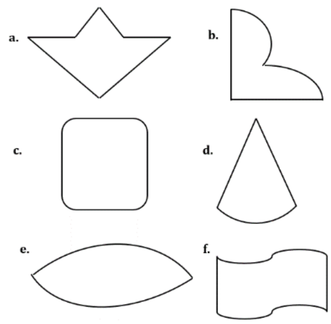


Figure 2. Exemplary geometric shapes used at the teaching activity.

At the activity of describing, explaining, and classifying the geometric shapes' properties, the pre-service teachers' knowledge was questioned. In this process, P2 gave the following answer: '*I'm not sure if we can call these shapes geometric shapes. The shape c resembles a rectangle, but I think the rest are not geometric shapes.*' P3's explanation was as follows: *'Moving from this logic, we can say that the shape d resembles a triangle, b resembles a right triangle and f resembles a rectangle, but these are not the geometric shapes we know of.'* It is observed that the pre-service teachers Code P2 and P3 had described the properties based on the geometric shapes' appearances and given their insufficient deduction; they are placed on the VH-1 level. Accordingly, the pre-service teachers are unaware of the geometric shapes' properties and therefore, they cannot establish a cause-and-effect relationship and in their explanations, they are unable to make justifications. Based on these results, it may be argued P2 and P3 have limited deduction skills in classification of geometric shapes.

Findings on the VH-2 Level

Pre-service teachers' knowledge on geometric shapes and concepts were revealed during the teaching activities process and their knowledge was questioned. In this process, the pre-service teachers were guided with directed questions and when considered necessary, explanations were given. It was observed that some pre-service teachers made classifications merely on the geometric shapes' properties, without knowing the geometric shapes' definitions. At the activity of classifying geometric shapes, P1 made the following remarks on the shapes given in the presented visual (Figure 2): *'They don't look like the geometric shapes we know. We classify the known geometric shapes on how many sides they have: Triangle, quadrangle, pentagon, and the like. But these don't really have sides.'* Similarly, pre-service teacher code P5 gave the explanation '*a notwithstanding, these shapes don't have straight sides.*' P1 and P5's comments show that they brought explanations by focussing on the geometric shapes' properties and not their definitions and made classifications accordingly. Therefore, it was concluded that pre-service teachers Code P1 and P5 were on the VH-2 level in classifying geometric shapes.

At the activity of classifying triangles, it was observed that the pre-service teachers Code P4 and P10 made classifications based on the geometric shapes' properties in developing a hierarchical order of quadrangles (Figure 3).

a) b)

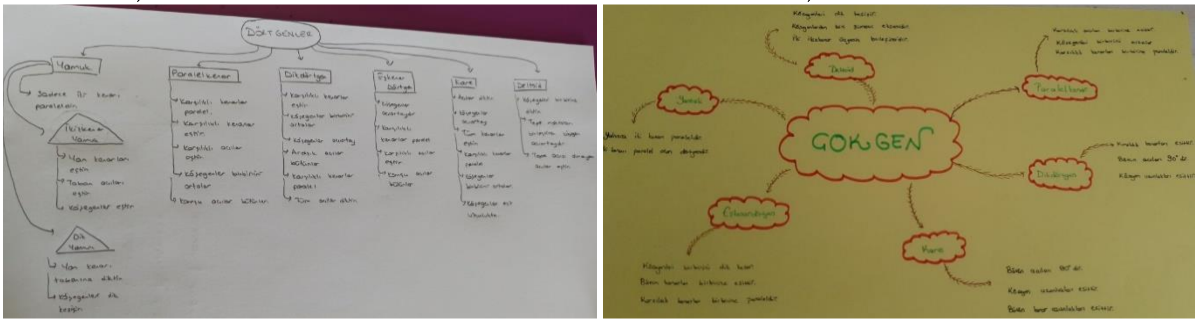


Figure 3. Quadrangle classifications of pre-service teachers a) P4 and b) P10.

At the activity implemented on the hierarchical structure of quadrangles, it was observed that pre-service teachers Code P4 and P10 listed the geometric shapes' properties in a detailed way and made classifications based on these properties. As seen in the Figure 3, pre-service teachers Code P4 and P10 had classified the quadrangles in classes of rhombus, trapezoid etc., but they failed to establish relations between the classes. When the pre-service teachers' classifications were questioned, P4 brought the explanation *'if any sort of quadrangle meets a certain property, we place it in the associated class. For example, if it meets the properties of a rhomboid, we classify it so.'* In the activity's progression, pre-service teachers were asked whether there is a relation between a rhombus and a deltoid. P3 gave the following answer: *'A deltoid is a specific quadrangle, but it has no relation to a rhombus.'* Similarly, the pre-service teacher code P7 also failed to establish any relation and answered *'a rhombus is the most specific quadrangle, whereas a deltoid has different properties; it seems that they have no relation.'* Accordingly, it is concluded that the pre-service teachers were able to classify the quadrangles, but they failed to view different shapes as parts of different classes. Therefore, the conclusion that pre-service teachers Code P3, P4, P7 and P10 rank on the VH-2 level in establishing the hierarchical structure of the quadrangles was reached. At the activity where the participants were asked to define the quadrangles, it was observed that the definitions made by the pre-service teachers failed to meet the criterion of economy that refers to the necessary and sufficient conditions and instead, they were composed of explanations reiterating the shapes' properties. For example, pre-service teacher code P6's definition of a rhomboid was '*four sides and with parallel and equal opposite sides and the sum of its interior angles is 360^0*.' Similarly, in the definition of a square, pre-service teacher code P2 made the following remarks: "*four sides and they're equal, with parallel opposite sides and all of its angles are equal and measured 90^0.'* Accordingly, it is observed that, in definition of geometric concepts, pre-service teacher codes P2 and P6 referred to an excessive number of properties – that is, more than necessary – and therefeore placed on the VH-2 level.

Findings on the VH-3 Level

In the activity where knowledge of geometric concepts was questioned, pre-service teachers on the VH-2 level (P2 and P5), as well as pre-service teachers who made deductions on definition of geometric shapes and thus ranked on the VH-3 level had participated. On the classification of geometric shapes presented in the Figure 2, pre-service teacher Code P5 made the following explanation:

> 'They are composed of points and intersections of these points with the line segments. Depending on how many sides they have, they're named as triangle, quadrangle, and pentagon and so on. Here, I defined a polygon. Per definition, we can say that only the shape a is a polygon. Even, to further specify, we can call it a concave polygon.'

On the other hand, pre-service teacher Code P7 said '*yes, other shapes are composed of curves, and these are simple curves'* and following this explanation, pre-service teacher Code P10 based its argument on the definition *'shape a is a polygon, but we can't classify the others'* and both made deductions on classification of geometric shapes. Accordingly, it is concluded that pre-service teachers Code P5, P7 and P10 made comparisons and deductions, on the basis of polygon, concave/convex and curve properties, concerning the properties of the shapes presented in the visual and therefore, was placed on the VH-3 level in naming and classifying geometric shapes.

At the activity where the lines' relative conditions and the angles' properties were studied, the pre-service teachers were asked to examine the lines' relative conditions and accordingly, the properties of measured angles. In this activity, equality of the angle pairs depicted on the lines was questioned and free orientation through questions such as 'what happens if the lines intersect?' or 'does a varied position in the lines' parallel condition cause a change in equality of the angles?' Figure 4 represents the exemplary deductions made by pre-service teachers Code P4, P5, P7 and P9.

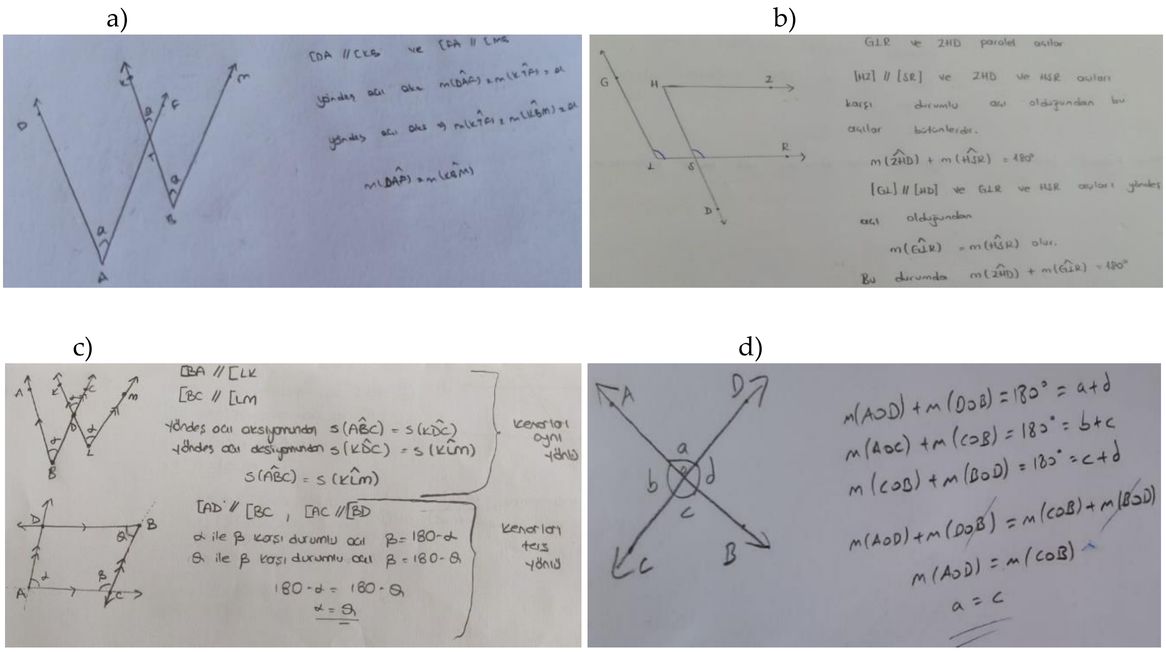


Figure 4. Explanations on the lines' condition and angle pairs by pre-service teachers a) P4, b) P5, c) P7 and d) P9.

In the given examples, it is observed that explanations made, and expressions used by pre-service teachers refer to their deduction that measured angles are equal in relation to the lines' parallel and intersectional conditions. When the researcher questioned these deductions, the pre-service teachers made justifications. An examination of justifications by pre-service teachers Code P4, P5, P7 and P9 reveals that they had used mathematical symbols and terminology accurately and made valid deductions. Accordingly, it is concluded that the pre-service teachers are able to examine the relations of the lines' relative conditions and make informal deductions for properties under different conditions and therefore, pre-service teachers Code P4, P5, P7 and P9 are placed on the VH-3 level.

In the activity where quadrangles were classified, pre-service teachers on the VH-2 level, as well as pre-service teachers who established relationships between different classes of geometric shapes and thus ranked on the VH-3 level had participated. Figure 5 represents the charts developed by pre-service teachers Code P1 and P8 on the hierarchical structure of quadrangles.

a) b)

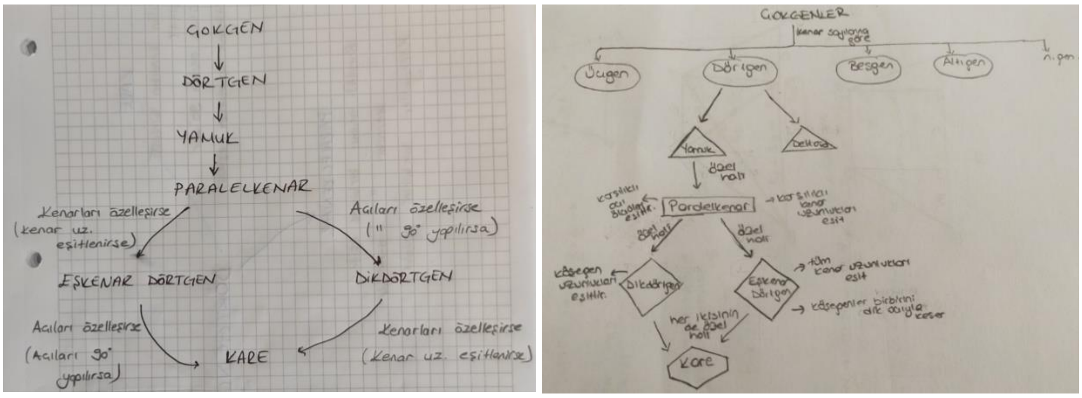


Figure 5. Quadrangle classifications of pre-service teachers a) P1 and b) P8.

The classifications developed show that pre-service teacher Code P1 classified the rhomboid group on the basis of 'equal side lengths->rhomboid' and the rhomboid on the basis of 'measured angles 90^0->square' and established relationships between the classes. Additionally, P1 classified the rhomboid group on the basis of 'measured angles 90^0->rectangle' and the rectangle on the basis of 'equal side lengths->square.' It is observed that a similar association between classes was made by pre-service teacher code P8. Accordingly, it is concluded that pre-service teachers Code P1 and P8 were able to make associations within and between quadrangle classes and therefore, they are ranked on the VH-3 level. On the other hand, in the activity of classifying the triangles, all pre-service teachers indicated that each equilateral triangle is also an isosceles and, in these triangles, the height drawn from the apex angle is a bisector and median. Accordingly, it is concluded that all pre-service teachers are aware of the relations between the properties of an angle and thus made deductions and therefore, were ranked on the VH-3 level.

At the teaching activities, the pre-service teachers were asked to define the geometric shapes placed amongst triangles and rectangles. It is seen that pre-service teachers Code P1, P2 and P9 presented necessary and sufficient conditions in their definitions but otherwise, they did not include any expressions based on explication. Pre-service teacher code P1's definition of the concept of a triangle had been '*the shape formed by intersection of three non-linear points with line segments.*' Pre-service teacher code P2 defined the concept of a trapezoid as '*a quadrangle at least one of its opposite side pairs are parallel.*' Similarly, pre-service teacher code P9 made a definition of the rhomboid by the expression *'a rectangle that has its opposite sides parallel to each other is called a rhomboid.'* Accordingly, it is concluded that pre-service teachers code P1, P2 and P9 had met the necessary and sufficient conditions in their definitions of geometric concepts and by not giving any explanations, had taken heed of the economy criterion and hence, they are placed on the VH-3 level.

Findings on the VH-4 Level

Prior to the proof-writing practices under the teaching activities, the pre-service teachers were provided with the concepts of proposition, theorem, postulate and axiom and the pre-service teachers' knowledge of these concepts was identified. P7 described proposition and theorem with the following remarks: '*A theorem is composed of propositions whose correctness is proven, whereas propositions may be correct or incorrect and their correctness is verified by proof.*' Pre-service teacher Code P10 axiom as 'a proposition whose correctness is agreed by everyone' and Pre-service teacher Code P3 gave an example to axiom as follows: "*for example, one of the Euclidean axioms is that things that are equal to the same thing are equal.'* Afterwards, the pre-service teachers were asked to discuss similar/different uses of the concepts postulate and axiom. For this purpose, pre-service teacher Code P6 described the difference between a postulate and an axiom as follows: '*A postulate is valid only in the scientific field, but an axiom, it is valid in any field… For example, the five postulates of the Euclidean geometry are valid in the Euclidean geometry.'* Following pre-service teacher Code P6's explanation, to have the pre-service teachers compare properties of non-Euclidean geometry, the question *'do you remember all of Euclidean postulates? Do you think they have something logically erroneous?'* and P5 answered '*I guess it was the fifth postulate, the parallel axiom, and it had something contradictory and therefore, it became the departure point for the non-Euclidean geometry.*' An observation of the pre-service teachers' explanations suggests that pre-service teachers Code P5, P6, P7 and P10 are aware of the relations between the concepts of proposition, theorem, postulate, and axiom in the Euclidean geometry, but since they do not understand the non-Euclidean geometry, they are placed on the VH-4 level.

At the teaching activities, the pre-service teachers were given various propositions and the pre-service teachers were asked to show the correctness of these propositions. Pre-service teachers were seen to have first made proof on the lines' properties. Proofs made by pre-service teachers Code P4, P6, P7 and P8 through geometric drawings are represented in the Figure 6.

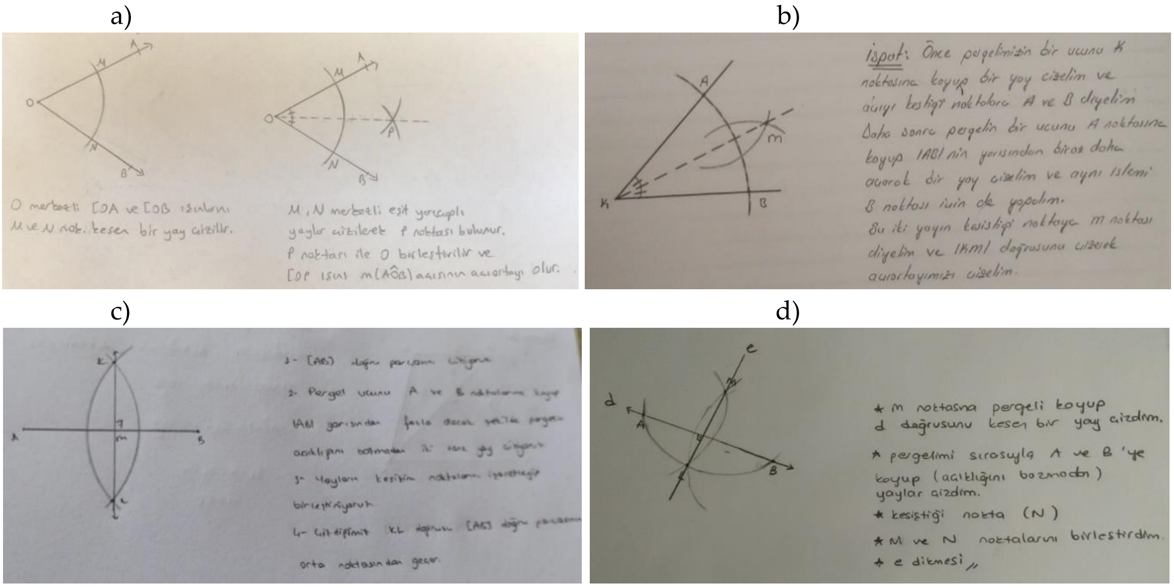


Figure 6. Proofs through drawing on the lines' properties made by pre-service teachers a) P4, b) P6, c) P7 and d) P8.

It is observed that pre-service teachers Code P4 and P8 had proven the bisector of an angle, whereas pre-service teachers Code P6 and P7 had proven drawing a line rectangle to a line. Accordingly, it is concluded that the pre-service teachers are aware of the option to prove the correctness of propositions by various means. It is observed that the proof of a line rectangle to a line by P6 and P7 was made through different drawings. It is to be noted that the pre-service teachers' exemplary proof-writing given in the Figure 6 was made through drawings. Furthermore, at the teaching activity with the subject of triangles, the pre-service teachers were asked the questions '*how many ways can you use to find the area of a triangle? Is that method always valid? How did you decide?*' Pre-service teachers' exemplary proofs are given in the Figure 7.

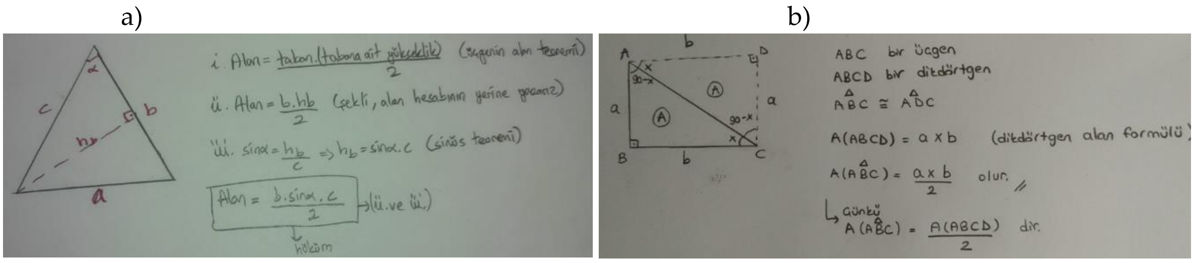
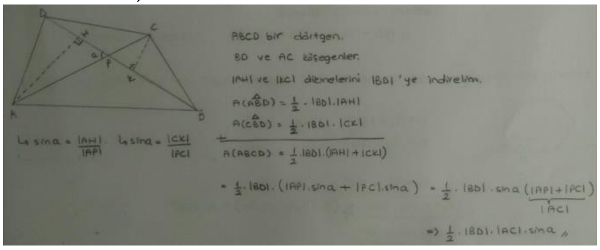


Figure 7. Triangle area calculation proofs by pre-service teachers a) P1 and b) P3.

Figure 7 features pre-service teachers Code P1 and P3's propositions on calculating a triangle's area and their proofs relevant to these propositions. It is observed that the pre-service teachers indicated justification and claims in their proof-writing. Pre-service teachers had presented different propositions on calculating a triangle's area and applied different proof-writing. Similarly, pre-service teachers Code P4 and P7's proofs on calculating a quadrangle's area are seen in the Figure 8.

a)



b)

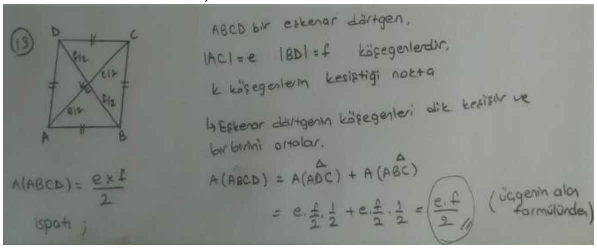
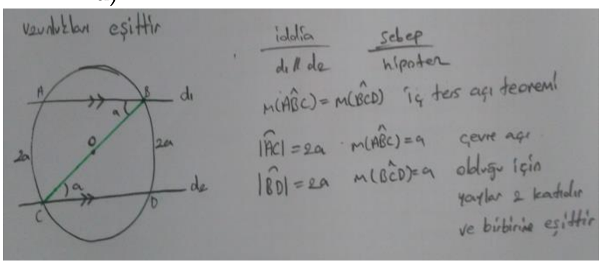


Figure 8. Pre-service teachers' proofs on calculating the area in quadrangles.

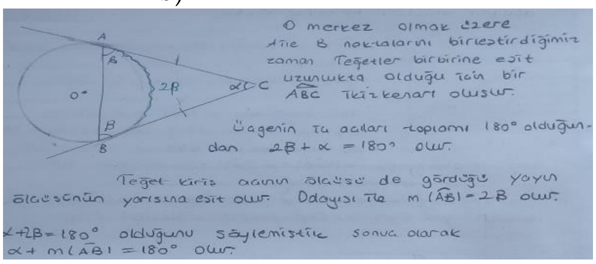
At calculating the quadrangles' area, P4 presented the proof for calculation of an irregular quadrangle based on the proposition that 'it is equal to the product of its diagonals multiplied by the sinüs of the angle formed by these diagonals.' On the other hand, pre-service teacher Code P7 further specialised this proof of P4 and had proven this calculation in the form of a rhombus. Therefore, it is observed that the pre-service teachers are able to associate geometric shapes and their properties with various groups and to verify such associations through proof.

It is observed that the pre-service teachers are able to write their proofs in the two-column and paragraph proof forms. For example, at the circle teaching activity, it is seen that pre-service teacher Code P9's proof to the proposition '*circular arcs divided by chords of equal length are of equal length*' is a two-column proof (Figure 9). Likewise, in proof of the arc-chord properties, pre-service teacher Code P1 used two-column proof-writing, whereas pre-service teacher Code P4 and P7 used the paragraph form of proof-writing.

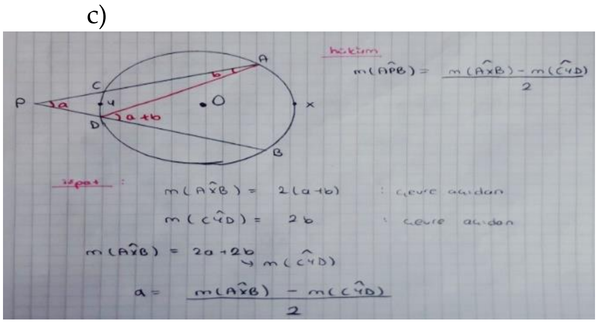
a)



b)



c)



d)

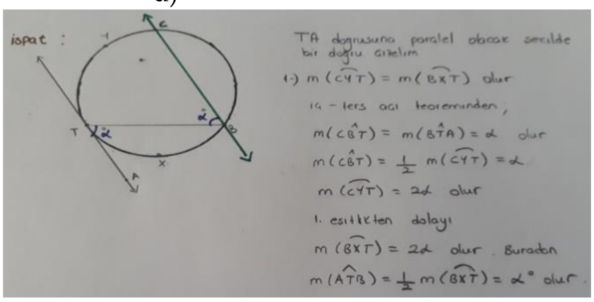


Figure 9. pre-service teachers' a) two-column and b) c) d) paragraph proof-writing on arc-chord tangent properties in a circle.

At representation of the correctness of propositions presented at the VH-model teaching activities, it is observed that the pre-service teachers are able to write valid proof and, in their writing, make use of diverse representations of proof. Accordingly, it can be said that the pre-service teachers are aware of the equal validity different presentations of proof have. Based on these findings, it is concluded that the pre-service teachers rank on VH-4 levels in proof-writing. The developmental sequence of the pre-service teachers' proof-writing skills under a general assessment of the entire VH-model learning process is presented in the Figure 10.

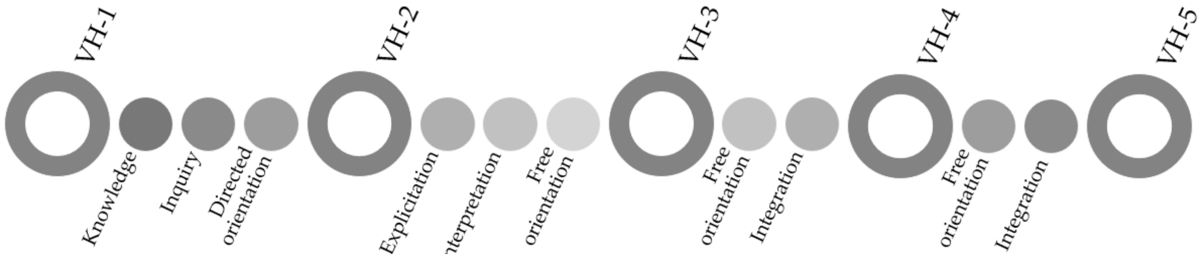


Figure 10. The developmental sequence of the pre-service teachers' proof-writing skills at the VH-model teaching activities

During the VH-model teaching activities, first, the pre-service teachers' knowledfe of geometric shapes and concepts were revealed and questioned. It was observed that certain pre-service teachers ranked on the VH-1 level in classification of geometric shapes, triangles and quadrangles. The learning process was implemented based on the VH model and through directed orientation at the teaching activities, the researcher provided explanations to supplement the pre-service teachers' insufficient knowledge. In this phase, it was observed that the pre-service teachers are able to make deductions based on the concepts' definitions and therefore, their transition to the VH-2 level was enabled. While discussing the correctness of the propositions provided to the pre-service teachers, free orientation was applied and, in this process, it was observed that the pre-service teachers were able to make logical deductions based on their rational thinking, but not accepted as proof-writing and hence, the pre-service teachers were placed on the VH-3 level. Following this level, the pre-service teachers' integration effort was supported and propositions with different contexts in diverse geometry subjects were presented. In this phase, it was observed that the pre-service teachers were able to write valid proof and also, to write them by different means (VH-4). Accordingly, it is concluded that the learning process implemented on the basis of the VH model on the pre-service teachers' improvement of their geometric thinking over VH levels and therefore, the development of their proof-writing skills.

Discussion, Conclusion and Suggestions

This study was implemented to assess the effectiveness of a VH-model-based teaching on proof-writing skills of pre-service mathematics teachers. Therefore, first the pre-service teachers' VH levels pertinent to proof-writing were identified prior to the teaching experiment. It was revealed that, prior to the VH-model teaching experiment, most of the pre-service teachers were placed on VH-1 and VH-2 levels, had limited knowledge on proof and they had difficulties in writing valid geometric proof. This finding of the study is seen as consistent with results of other studies on pre-service teachers' geometric proof-writing (Almeida, 2000; Jones, 2000; Knuth, 2002; Moore, 1994; Stylianides et al., 2007). Following identification of the VH levels the pre-service mathematics teachers had prior to the teaching experiment, a VH-model teaching experiment was implemented under the study and at the activities of the teaching experiment, the pre-service teachers' VH levels were assessed on a developmental basis. The study concluded that the pre-service teachers could not always rank on the highest VH level, but by progressive improvement, they were able to reach higher levels and the targeted approach of deductive thinking. Consequent to these assessments, the study has shown that the VH model supported development of the pre-service teachers' proof-writing to the VH-4 level. Daguplo (2014) researched pre-service teachers' proof-writing skills on the VH model and asserted that the pre-service teachers were able to reach VH-4 and VH-5, the highest levels. Moreover, an examination of the study's findings reveals that the pre-service teachers could not rank on the highest levels for proof-writing at all times and in all subjects. As a result, it is concluded that improvement of pre-service teachers' proof-writing skills is a process and the teaching components found in the VH model support pre-service teachers' development in geometric thinking and, as the highest level reached under this development, their proof-writing skills.

Diverse learning activities and exercises on proof-writing have been suggested to eliminate pre-service teachers' low performance in proof writing and to improve their proof-writing skills (Daguplo, 2014; Sarı Uzun & Bülbül, 2013). In this context, proposition-proof practices presented to students shall support their deductive skills and hence, their ability to write valid proof (Ball & Bass, 2003; Diezmann et al., 2002). It is concluded that the VH model, the effectiveness of which is assessed in this study, supports pre-service teachers' development in geometric thinking and, as the highest level reached under this development, their proof-writing skills. It is observed that the components of knowledge and inquiry, guidance/supportive direction, explicitation/interpretation, free guidance, and integration found in the VH model enable development of geometric thinking and improve pre-service teachers' proof-writing skills. In conclusion, pre-service teachers' constant exposure to proof and their continued participation in proof activities improve their proof-writing skills. Accordingly, it is observed that, when geometry teaching is implemented in an arrangement based on the VH model, pre-service teachers' understanding of deductive thinking is supported. Jupri (2018), who researched mathematics teachers' geometric proof-writing at teaching activities based on the VH model, argued that the teachers involved with geometric proof problems had their proof-writing and problem-solving skills improved and they were able to write proof with different strategies and proof methods. As suggested by various researchers, transition from one stage to another on VH levels is not the result of a natural progress but depends on the quality of personal exposure. In this study, the proof-writing activities the pre-service teachers were exposed to strengthen their geometric proof-writing capabilities. Similarly, Armah et al. (2018) suggest that the proof practices containing propositions to enable pre-service teachers' studies to higher VH levels support pre-service teachers' deduction and deductive geometric proof-writing.

This study attests that teaching activities designed and implemented on the basis of the VH model make positive contributions to mathematics pre-service teachers' geometric proof-writing skills. Furthermore, it is observed that, consequent to a series of teaching activites they participate in, pre-service teachers develop an improved understanding of geometric shapes and concepts. Similarly, Yi et al. (2020) implemented VH-model teaching activities in their study and at these activities, examined the development of mathematics pre-service teachers' geometric knowledge. In their study, they reached the conclusion that a VH-model geometry teaching improved pre-service teachers' geometric subject matter and pedagogic subject matter knowledge. Therefore, the conclusions of this study are seen as consistent with conclusions reached in other studies (Armah et al., 2018; Aslan-Tutak & Adams, 2015; Yılmaz & Koparan, 2016).

In line with the results obtained from the study, the following suggestions are made for future studies:

1. Geometry courses for mathematics pre-service teachers may be revised in their contents and scope and these courses may be re-arranged according to the VH model.
2. Geometry teaching should be supportive of pre-service teachers' development of VH geometric thinking. Pre-service teachers' understanding of properties and mutual relations of all geometric shapes should be supported through teaching activities implemented in compliance with the learning process found in the VH model. Hence, improvement to the targeted proof-writing skills placed on advanced VH levels shall be enabled.
3. At Euclidean and non-Euclidean geometry teaching activities based on the VH model, further studies to enable broader assessment of pre-service teachers' proof-writing skills may be implemented.

References

Almeida, D. (2000). A survey of mathematics undergraduates' interaction with proof: some implications form mathematics education. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, *31*(6), 869-890. https://doi.org/10.1080/00207390050203360

Armah, R. B., Cofie, P. O., & Okpoti, C. A. (2018). Investigating the effect of van Hiele Phase-based instruction on pre-service teachers' geometric thinking. *International Journal of Research in Education and Science, 4*(1), 314-330. https://doi.org/10.21890/ijres.383201

Aslan-Tutak, F., & Adams, T. L. (2015). A study of geometry content knowledge of elementary preservice teachers. *International Electronic Journal of Elementary Education, 7*(3), 301-318.

Balacheff, N. (1988). Aspects of proof in pupils' practice of school mathematics. In D. Pimm (Ed.), *Mathematics, teachers and children* (pp. 216-230). Hodder & Stoughton.

Ball, D. L., & Bass, H. (2003). Making mathematics reasonable in school. In J. Kilpatrick, W. G. Martin & D. Schifter (Eds.), *A research companion to Principles and Standards for School Mathematics* (pp. 27–44). National Council of Teachers of Mathematics.

Battista, M. T. & Clements, D. H. (1995). Geometry and Proof. *Mathematics Teacher, 88(*1), 48-54. https://doi.org/10.5951/MT.88.1.0048

Bell, A. W. (1976). A study of pupils' proof-explanations in mathematical situations. *Educational Studies in Mathematics, 7*(1/2), 23-40. https://doi.org/10.1007/BF00144356

Burger, W. & Shaughnessy, J.M. (1986). Characterizing the van Hiele levels of development in geometry. *Journal for Research in Mathematics Education, 17*(1), 31-48. https://doi.org/10.2307/749317

Clements, D. H. (2003). Teaching and learning geometry. *A research companion to principls and standards for school mathematics.* National Council of Teachers of Mathematics.

Clements, D. H., & Battista, M. T. (1992). Geometry and spatial reasoning. In D. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 420-464). Macmillan.

Clements, D. H., Battista, M. T., Sarama, J., & Swaminathan, S. (1997). Development of students' spatial thinking in a unit on geometric motions and area. *The Elementary School Journal*, *98*(2), 171-186. https://doi.org/10.1086/461890

Cobb, P. (2000). Conducting teaching experiments in collaboration with teachers. In A. E. Kelly & R. A. Lesh (Eds.), *Handbook of research design in mathematics and science education* (pp. 307-333). Lawrence Erlbaum Associates.

Daguplo, M. (2014). How well do you write proof? Characterizing students proof-writing skill vis-à-vis van Hiele's model in geometrical proving. *Journal of Educational and Human Resource Development*, *2*, 104-114.

De Villiers, D. M. (1987). Research evidence of hierarchical thinking, teaching strategies, and the van hiele theory: some critical comments. *Paper presented at Learning an Teaching Geometry: Issues for Research and Practice Working Conference.* Syracuse University.

Dickerson, D. S. (2008). High school mathematics teachers' understandings of the purposes of mathematical proof. Unpublished Doctoral dissertation, Syracuse University.

Diezmann, C., Watters, J., & English, L. (2002). Teacher behaviours that influence young children's reasoning. In *Proceedings of the 26th Annual Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (pp. 289-296). University ot East Anglia.

Dimakos, G., Nikoloudakis, E., Ferentinos, S., & Choustoulakis, E. (2007). Developing a proof-writing tool for novice lyceum geometry students. *The Teaching of Mathematics*, *X*(2), 87-106.

Dreyfus, T. (1999). Why Johnny can't prove. *Educational Studies in Mathematics, 38*, 85-109. https://doi.org/10.1023/A:1003660018579

Fraenkel, J. R., & Wallen, N. E. (2009). *How to design and evaluate research in education* (7th ed.). McGraw Hill Higher Education.

Freedman, H. (1983). A way of teaching abstract algebra. *The American Mathematical Monthly, 90* (9), 641-644.

Fuys, D. (1985). Van Hiele levels of thinking in geometry. *Education and Urban Society, 17*(4), 447-462.

Fuys, D., Geddes, D., & Tischer, R. (1988). The van Hiele model of thinking in geometry among adolescents. *Journal for Research in Mathematics Education Monograph, 3,* 1-196.

Goetting, M. (1995). The college students' understanding of mathematical proof. (Doctoral dissertation), University of Maryland.

Güler, G., Özdemir, E., & Dikici, R. (2012). Öğretmen adaylarının matematiksel tümevarım yoluyla ispat becerileri ve matematiksel ispat hakkındaki görüşleri. *Kastamonu Eğitim Dergisi*, *20*(1), 219-236.

Hadas, N., Hershkowitz, R., & Schwarz, B. B. (2000). The role of contradiction and uncertainty in promoting the need to prove in dynamic geometry environments. *Educational Studies in Mathematics, 44*(1/2), 127-150. https://doi.org/10.1023/A:1012781005718

Hanna, G. (2000). Proof, explanation and exploration: An overview. *Educational studies in mathematics*, *44*, 5-23. https://doi.org/10.1023/A:1012737223465

Hershkowitz, R., Bruckheimer, M., & Vinner, S. (1987). Activities with teachers based on cognitive research. In M.Linquist & A. Schulte (Eds.) *Learning and teaching geometry, K-12 1987 Yearbook* (pp. 222–235). The National Council of Teachers of Mathematics.

Howse, T. D., & Howse, M. E. (2014). Linking the van Hiele theory to instruction. *Teaching Children Mathematics*, *21*(5), 304-313. https://doi.org/10.5951/teacchilmath.21.5.0304

Jones, K. (2000). The student experience of mathematical proof at university level. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, *31*(1), 53-60. https://doi.org/10.1080/002073900287381

Jupri, A. (2018). Using the van Hiele theory to analyze primary school teachers' written work on geometrical proof problems. 4*th International Seminar of Mathematics, Science and Computer Science Education IOP Conf. Series*, *1013*(012117). https://doi.org/10.1088/1742-6596/1013/1/012117

Knight, K. C. (2006). *An investigation into the change in the van Hiele levels of understanding geometry of preservice elementary and secondary mathematics teachers.* Unpublished Master thesis, University of Maine.

Knuth, E. (2002). Secondary school mathematics teachers' conceptions of proof. *Journal for Research in Mathematics Education*, *33*(5), 379-405. https://doi.org/10.2307/4149959

Knuth, E., Choppin, J., Slaughter, M. & Sutherland, J. (2002). Mapping the conceptual terrain of middle school students' competencies in justifying and proving. In D. Mewborn, P. Sztajn, D. White, H. Wiegel, R. Bryant & K. Noony (Eds.), *Proceedings of the Twenty-fourth Annual Meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (pp. 1693-1670), University of Georgia.

Kotzé, G. (2007). Investigating shape and space in mathematics: a case study. *South African Journal of Education*, *27*(1), 19-35.

Lehrer, R., Jenkins, M., & Osana, H. (1998). Longitudinal study of children's reasoning about space and geometry: In R. Lehrer & D. Chazan (Eds.), *Designing learning environments for developing understanding of geometry and space* (pp. 137-167). Lawrence Erlbaum Associates Publishers.

Marrades, R., & Gutierrez, A. (2000). Proofs produced by secondary school students learning geometry in a dynamic computer environment. *Educational Studies in Mathematics, 44,* 87-125. https://doi.org/10.1023/A:1012785106627

Marriotti, M. A. (2000). Introduction to proof: The mediation of a dynamic software environment. *Educational Studies in Mathematics, 44*, 25-43. https://doi.org/10.1023/A:1012733122556

Martin, T., & McCrone, S. (2009). Formal proof in high school geometry: Students perceptions of structure, validity, and purpose. In Stylianou, D. A., Blanton, M. L. & Knuth, E. J. (Eds.), *Teaching and learning proof across the grades: A K-l6 perspective* (pp. 204-221). Routledge.

McCrone, S. M. S., & Martin, T. S. (2004). Assessing high school students' understanding of geometric proof. *Canadian Journal of Science, Mathematics and Technology Education*, *4*(2), 223-242. https://doi.org/ 10.1080/14926150409556607

Ministry of National Education. (2018). *Matematik dersi öğretim programı (İlkokul ve ortaokul 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 ve 8. sınıflar)* [Mathematics curriculum: Elementary andmiddle schools 3, 4, 5, 6, 7 and 8th grades)]. Talim Terbiye Kurul Başkanlığı.

Moore, R. C. (1994). Making the transition to formal proof. *Educational Studies in mathematics, 27*, 249-266. https://doi.org/10.1007/BF01273731

National Council of Teachers of Mathematics. (2000). *Principles and standards for school mathematics*. NCTM.

Raman, M., & Weber, K. (2006). Key ideas and insights in the context of three high school geometry proofs. *Mathematics Teacher, 99(9),* 644-649. https://doi.org/10.5951/MT.99.9.0644

Reisel, R. B. (1982). How to construct and analyze proofs-a seminar course. *The American Mathematical Monthly*, *89*(7), 490-492. https://doi.org/10.1080/00029890.1982.11995483

Senk, S. L. (1985). How well do students write geometry proofs? *Mathematics Teacher, 78*(6), 448-456.

Senk, S. L. (1989). Van Hiele levels and achievement in writing proofs. *Journal for Research in Mathematics Education*, *20*(3), 309-321. https://doi.org/10.2307/749519

Sevgi, S., & Orman, F. (2020). Eighth grade students' views about giving proof and their proof abilities in the geometry and measurement. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 1-24. https://doi.org/10.1080/0020739X.2020.1782493

Shanghai Education Committee. (2004). *Shanghai Primary and Secondary School Curriculum Standard*. Shanghai: Shanghai Education Press.

Sowder, L., & Harel, G. (1998). Types of students' justifications. *Mathematics Teacher, 91*(8), 670-675. https://doi.org/10.5951/MT.91.8.0670

Sowder, L., & Harel, G. (2003). Case studies of mathematics majors proof understanding, production, and appreciation. *Canadian Journal of Science, Mathematics, and Technology Education 3*(2), 251-267. https://doi.org/10.1080/14926150309556563

Stylianides, A. J. (2007). Proof and proving in school mathematics. *Journal for Research in Mathematics Education*, 38, 289-321. https://doi.org/10.2307/30034869

Stylianides, A. J., Stylianides, G. J., & Philippou, G. N. (2004). Undergraduate students' understanding of the contraposition equivalence rule in symbolic and verbal contexts. *Educational Studies in Mathematics*, *55*(1), 133-162. https://doi.org/10.1023/B:EDUC.0000017671.47700.0b

Stylianides, G. J., Stylianides, A. J., & Philippou, G. N. (2007). Preservice teachers' knowledge of proof by mathematical induction. *Journal of Mathematics Teacher Education*, *10*(3), 145-166. https://doi.org/10.1007/s10857-007-9034-z

Usiskin, Z. (1982). *Van Hiele levels and achievement in secondary school geometry.* University of Chicago.

Sarı Uzun, M., & Bülbül, A. (2013). A teaching experiment on development of pre-service mathematics teachers' proving skills. *Education and Science*, *38*(169), 372-390.

van Dormolen, J. (1977). Learning to understand what giving a proof really means. *Educational Studies in Mathematics*, *8*(1), 27-34.

van Hiele, P. M. (1984). The child's through and geometry. In D. Fuys, D. Geddes, & R. Tischler (Eds.), *English translation of selected writings of Dina van Hiele-Geldof & Pierre M. van Hiele* (pp. 243-252). Brooklyn.

Varghese, T. (2008). *Student teachers' conceptions of mathematical proof*. Unpublished Master thesis, University of Alberta.

Wahlberg, M. (1997). Lecturing at the "Bored". *The American Mathematical Monthly*, *104*(6), 551-556. https://doi.org/10.1080/00029890.1997.11990677

Weber, K. (2001). Student difficulty in constructing proofs: The need for strategic knowledge. *Educational Studies in Mathematics, 48*(1), 101-119. https://doi.org/10.1023/A:1015535614355

Wu, D. B. (1994). *A study of the use of the van Hiele model in the teaching of non-Euclidean geometry to prospective elementary school teachers in Taiwan, the Republic of China.* Unpublished Doctoral dissertation, University of Northern Colorado.

Wu, H. H. (1996). The role of Euclidean geometry in high school. *Journal of Mathematical Behavior*, *15*(3), 221-237. https://doi.org/10.1016/S0732-3123(96)90002-4

Yackel, E., Gravemeijer, K. & Sfard, A. (Eds.) (2011). *A journey in mathematics education research*. Springer Science.

Yıldırım, A., & Şimşek, H. (2016). *Sosyal bilimlerde nitel araştırma yöntemleri (9. baskı).* Seçkin Yayınevi.

Yi, M., Flores, R., & Wang, J. (2020). Examining the influence of van Hiele theory-based instructional activities on elementary preservice teachers' geometry knowledge for teaching 2-D shapes. *Teaching and Teacher Education*, *91*, 103038. https://doi.org/10.1016/j.tate.2020.103038

Yılmaz, G. K., & Koparan, T. (2016). The effect of designed geometry teaching lesson to the candidate teachers' van Hiele geometric thinking level. *Journal of Education and Training Studies, 4*(1), 129-141. https://doi.org/10.11114/jets.v4i1.1067

Zaslavsky, O. (2005). *Seizing opportunity to create uncertainty in learning mathematics*. Educational Studies in Mathematics, *60*, 297-321. https://doi.org/10.1007/s10649-005-0606-5

KEFAD
http://kefad.ahievran.edu.tr
Ahi Evran Üniversitesi
Kırşehir Eğitim Fakültesi Dergisi
ISSN: 2147 - 1037

Determination of Primary School Students Four Operational Errors and Suggestions for Solution

Halil Önal
Oktay Aydın

Article Information

CrossMark

DOI: 10.29299/kefad.995959

Received: 15.09.2021
Revised: 29.12.2021
Accepted: 17.03.2022

Keywords:

Primary School,
Mathematics
Four Operations,
Error

Abstract

This study aims to determine the operational errors of primary school first and second-grade students in four operations. The research model is a case study, one of the qualitative research methods. The working group was determined through the criterion sampling method, one of the purposive sampling methods. The participants consisted of 327 students, 83 girls and 79 boys studying at the 1st-grade level of primary school in Istanbul in the 2015-2016 academic year, and 84 girls and 81 boys studying at the 2nd-grade level. Mathematics textbooks of primary school 1st and 2nd-grade students were used as a data collection tool. Data were analysed using the content analysis. The findings showed that considering the starting number, the error of reaching one less or one higher result, which is included in the category of operational errors, was at the highest rate amongst first-grade students. It has been concluded that if the resulting number is greater than the subtrahend number, the error of subtracting the subtrahend number from the resulting number is higher among second-grade students.

İlkokul Öğrencilerinin Dört İşlem İşlemsel Hatalarının Belirlenmesi ve Çözüm Önerileri

Makale Bilgileri

CrossMark

DOI: 10.29299/kefad.995959

Yükleme: 15.09.2021
Düzeltme: 29.12.2021
Kabul: 17.03.2022

Anahtar Kelimeler:

İlkokul,
Matematik,
Dört İşlem,
Hata

Öz

Bu çalışmanın amacı; ilkokul birinci ve ikinci sınıf öğrencilerinin dört işlemde yaptıkları işlemsel hatalarının belirlenmesidir. Araştırmanın modelini, nitel araştırma yöntemlerinden durum çalışması oluşturmaktadır. Çalışma grubu; amaçlı örneklem yöntemlerinden ölçüt örneklem yoluyla belirlenmiştir. 2015-2016 eğitim öğretim yılında İstanbul ilindeki ilkokul 1. sınıf düzeyinde öğrenim gören 83 kız ve 79 erkek ile 2. sınıf düzeyinde öğrenim gören 84 kız ve 81 erkek olmak üzere toplamda 327 öğrenciden oluşmaktadır. Veri toplama aracı olarak ilkokul 1. sınıf ve 2. sınıf öğrencilerinin matematik ders defterleri kullanılmıştır. Verilerin analizinde içerik analizi yöntemi kullanılmıştır. Araştırmanın sonucunda; işlemsel hatalar kategorisi içerisinde yer alan, başlangıç sayısını da hesaba katarak bir eksik veya bir fazla sonuca ulaşma hatasının birinci sınıf öğrencileri tarafından en yüksek oranda yapıldığı tespit edilmiştir. İkinci sınıf öğrencileri tarafından ise; çıkan sayının eksilen sayıdan büyük olması durumunda, çıkan sayıdan eksilen sayıyı çıkarma hatasının en yüksek oranda yapıldığı sonucuna ulaşılmıştır.

Sorumlu Yazar : Halil Önal, Arş Gör Dr., Burdur Mehmet Akif Ersoy Üniversitesi, Türkiye, halilonal@mehmetakif.edu.tr, ORCID ID: 0000-0001-6983-3842.

Oktay Aydın, Dr. Öğr. Üyesi, Marmara Üniversitesi, Türkiye, oaydin@marmara.edu.tr, ORCID ID: 0000-0003-4927-7708.

*Bu çalışma "İlkokul 1. ve 2. Sınıf Öğrencilerinin Matematik Dersinde Dört İşlem ile İlgili Yaptıkları Hatalar ve Çözüm Önerileri" adlı doktora tezinin bir ürünüdür

Atıf için: Önal, H., & Aydın, O. (2022). Ilkokul öğrencilerinin dört işlem işlemsel hatalarının belirlenmesi ve çözüm önerileri. *Kırşehir Eğitim Fakültesi Dergisi, 23*(Özel Sayı), 177-210.

Giriş

Birçok kişi için matematiği öğrenmek, kurallarını hatırlamak ve uygulamak zordur (Cooke, 2007, s.1). Matematiksel kavramlar ve ilişkiler, kişinin anlayış kazanma ve anlama süreci boyunca öğrendiği soyut fikirlerdir (Burns, 2007, s.27). Çocuklar okula başlamadan önce matematiksel kavramları kullanmalarını gerektiren bir dizi deneyime sahiptirler. Sayıları tekerlemeler şeklinde söyleme, nesnelerle kalıplar oluşturma gibi etkinlikler ve deneyimler açık bir şekilde matematikseldir. Öğretmenler olarak sınıftaki çocukların okul öncesi deneyimlerini kabul etmek ve genişletmek önemlidir (Mooney, Briggs, Fletcher, Hansen ve McCulloch, 2009, s.107). Çocuklar erken yaşlardan sonraki yıllarda soyut matematiksel ilişkileri somut nesneler ve akranlarıyla etkileşerek öğrenirler (Olkun ve Toluk Uçar, 2012, s.31). Kavram ve işlemlerin matematiksel olarak bir anlam içermeleri için aralarında ilişkinin kurulması gerekir (Pearson ve Somekh, 2003). İlkokul seviyesindeki öğrencilerde kavramsal bilgi ile birlikte, dört işlem konusunun da öğrenimi amaçlanmaktadır. Dört işlem ile ilgili bilgi, beceri ve stratejilerinin kazandırılması "işlem" kavramının anlaşılmasına bağlıdır (Schunk, 2011).

İki matematik kavramının birleştirilmesinde başvurulan ve adım adım yürütülen yollara işlem denilmektedir. Örneğin 4 ile 2'nin toplanmasında 4'e önce 1 eklenip, sonra tekrar 1 eklenip 6'nın elde edilmesi bir işlemdir (Baki, 2014, s.260). Temel aritmetik işlemler, ilkokullar için önemli bir öğretim hedefi olmuştur. Aritmetiksel beceriler, insanların günlük hayatlarında düzenli olarak kullandıkları hayat araçlarıdır. Bu nedenle, okullarda öğretilen aritmetik konularında, sayılar ve işlemler öncelikli olarak önemlidir. Aritmetik işlemleri yapamayan bir kişi birçok durumda yetersizdir (Burns, 2007; Carpenter ve Moser, 1984; Carruthers ve Worthington; 2006; Fuson, 1986). İlkokulun ilk yılları genellikle doğal sayılar ve bu sayılarla yapılan dört işlem sorularından oluşmaktadır. Doğal sayılar kümesinde karşılaşılan matematiksel kavramlarla diğer sayılarla da karşılaşıldığından, diğer sayı kümelerinin öğretimi için doğal sayılar ve doğal sayılarla yapılan dört işlemin öğretimi temel sayılmaktadır (Olkun ve Toluk Uçar, 2012, s.66). Dört işlem becerisi; toplama, çıkarma, çarpma ve bölme işlemlerini içeren ilkokul matematiğinin temelini oluşturan temel aritmetiksel becerilerdir (National Council of Teachers of Mathematics [NCTM], 2000). Toplama, çıkarma, çarpma ve bölme işlemleri, zihinsel ve yazılı yöntemleri tasarlarken kullanılan ilkeler veya yasalar olarak da adlandırılan farklı özelliklere sahiptir. Öğretmenler, bu özelliklerin farkında olmalı; etkili yöntemler geliştirme, hata ve kavram yanılgılarını önlemeleri konusunda çocuklara rehberlik yapabilmeli ve yardımcı olmalıdırlar (Hopkins, Pope ve Pepperell, 2004, s.11). İşlemler, kavramlarla bağlantılı olmadığı zaman öğrencilerin hatalar yapması ve mantıksız cevapların gelmesi çok doğaldır (Van de Walle, Karp ve Bay-Williams, 2014, s.26).

Hatalar tüm öğrenme durumlarının ayrılmaz bir parçasıdır. Öğretimde genellikle uygunsuz olarak görülmekle birlikte, literatürde hatalar ve kavram yanılgılarının bilgi oluşumunda doğal bir aşama olduğu ve dolayısıyla kaçınılmaz olduğu konusunda görüş birliği vardır (Askew ve William, 1995; Berman, 2006; Cockburn, 2005; Cockburn ve Littler, 2008; Engelhardt, 1977; Hansen, 2014; Ryan ve Williams, 2007; Spooner, 2002; Vosniadou ve Verschaffel, 2004). Hataların öğretmenler tarafından doğruya ulaşmak için bir fırsat olarak görülmesi, bu fırsatların öğretmenler tarafından değerlendirilmesi gereklidir. Öğretmenler tarafından öğrencilere sorulan sorular genellikle öğrencinin bir şeyler üzerinde nasıl düşündüğü yerine, sonuç üzerine olmaktadır. Şayet öğrenci 56 – 19 = 43 şeklinde bir cevap verdiyse, öğretmenler tarafından sorulacak sorular "yaptığın işlemi kontrol etmelisin, sence hangi durumlar hatalı?" şeklinde olmalıdır. Cevapları doğru ya da yanlış diye nitelendirmekten öte bu sorular aracılığıyla öğretmen öğrencinin düşünme sürecini anlar (Cotton, 2010, s.6). Yapılan hataların düzeltilmesi ve tekrar edilmemesi için, sonuç yerine sürece odaklanarak hatanın neden kaynaklandığını belirlemek önemlidir.

Çocuklar değişik nedenlerden dolayı matematiksel hata yapabilir (Ashlock, 2002; Brown ve Burton, 1978; Carpenter ve Moser, 1984; Chick ve Baker, 2005; Cotton, 2010; Engelhardt, 1977; Hansen, 2014; Harris, 2000; Koshy, 2000; Ojose, 2015; Ryan ve Williams, 2007; Sadi, 2007; Thompson, 2008; Thompson ve Bramald, 2002). Bunlardan bazıları; konsantrasyon kaybı, temel sayı gerçeklerini hatırlayamama, belleğin aşırı yüklü olması, matematiksel bilgi eksikliği, çözülecek problemin yanlış yorumlanması, hesaplama prosedüründe yapılacak adımların sırasını değiştirme, kavram yanılgısı, önceki deneyimlerden aşırı genelleme sonucunda geliştirilen matematiksel bir fikrin alternatif veya olgunlaşmamış bir yorumu olarak sayılabilir (Thompson, 2008, s.209). Hatalar öğrencilerin bir sonraki öğrenmeleri de olumsuz etkiler. Çocuklarda var olan hataları giderecek uygun stratejiyi bilmek gerekir (Ashlock, 2002; Ben-Hur, 2006; Engelhardt, 1977; Hansen, 2014; Ojose, 2015; Spooner, 2002). Cotton'a (2011) göre, çocukların erken matematiksel deneyimleri, büyüdükçe onlarla birlikte taşıyacakları görüntüler sunmaları açısından çok önemlidir.

Matematik dersi ilkokuldan yükseköğretime kadar her düzey ve alanda yer alır (Baykul, 2006, s.33). İlkokul birinci sınıftan itibaren, matematik programında sayılar ve işlemler öğrenme alanı içerisinde yer alan dört işlem konusunun öğretimine başlanmaktadır (MEB, 2018). Matematik yığılmalı bir disiplindir. Yeni öğrenilecek bir konu daha önce gelen konu ile ilişkili olduğundan matematiksel konular ve bunlar arasındaki ilişkiler öğretim programının bütünlüğünü sağlar (Pesen, 2020, s.1). Özellikle ilkokul yıllarında, yanlış ve eksik öğrenilen bir bilginin diğer konuların öğretimini güçleştirebileceği, tam olarak öğrenilememesine neden olabileceği ve bunun sonucunda hataların oluşabileceği söylenebilir. Bu noktada öğrencilerin yaptıkları hatalarının belirlenmesi; erken dönemlerde düzeltilmesi, zorlukların giderilmesi açısından önemlidir. Bu çalışmanın amacı; ilkokul birinci ve ikinci sınıf öğrencilerinin dört işlem ile ilgili yaptıkları işlemsel hataları belirlemektir.

Yöntem

Araştırmanın Modeli

İlkokul birinci ve ikinci sınıf öğrencilerinin dört işlemde yaptıkları işlemsel hatalarının belirlenmesinin amaçlandığı, araştırmanın modelini, nitel araştırma yöntemlerinden durum çalışması oluşturmaktadır. Nitel araştırmalar davranışın nasıl ve neden ortaya çıktığı ile ilgilenir. Kişilerin deneyim yaşadığı şeyleri nasıl yorumladıklarını tarif eder (Merriam, 2013, s.14). Durum çalışması, araştırmacının gerçek yaşam, güncel sınırlı bir sistem (bir durum) ya da belli bir zaman içerisindeki çoklu sınırlandırılmış sistemler hakkında çoklu bilgi kaynakları (gözlem, görüşme, görsel-işitsel materyaller, dokümanlar ve raporlar) aracılığıyla derinlemesine bilginin toplandığı ve analiz edilen verilerin derinlemesine ve boylamsal olarak incelenmesini içeren nitel bir yaklaşımdır (Creswell, 2016, s. 97; Glesne, 2012; s.30).

Çalışma Grubu

Araştırmanın çalışma grubunu amaçlı örnekleme yöntemlerinden ölçüt örnekleme yoluyla seçilen 2015-2016 eğitim öğretim yılında İstanbul ilindeki ilkokul 1. sınıf düzeyinde öğrenim gören 83 kız ve 79 erkek toplam 162 öğrenci, 2. sınıf düzeyinde ise eğitimine devam eden 84 kız ve 81 erkek toplam 165 öğrenci oluşturmaktadır. Yıldırım ve Şimşek' e (2021) göre, ölçüt örnekleme yöntemindeki temel anlayış önceden belirlenmiş bir dizi ölçütü karşılayan durumların çalışılmasıdır. Ölçüt veya ölçütler araştırmacı tarafından oluşturulabileceği gibi önceden hazırlanmış ölçüt listesi kullanılabilir. Araştırmada ölçüt olarak; öğrenciler tarafından yapılan farklı hataları belirleyebilmek ve derinlemesine inceleme yapabilmek amacıyla, çalışma grubunu oluşturan öğrencilerin matematik başarı düzeyi açısından heterojen yapıda sınıflarda bulunmasına, benzer statüde öğrenciler yerine öğrencilerin farklı sosyo-ekonomik, sosyo-kültürel düzeyde olmasına dikkat edilmiş uygulama yapılacak okullar bu ölçütlere göre belirlenmiştir.

Veri Toplama Aracları

Araştırmada veri toplama aracı olarak ilkokul 1. sınıf ve 2. sınıf öğrencilerinin matematik ders defterleri kullanılmıştır. İlkokul matematik programı, öğretmen kılavuz kitapları, öğrenci ders kitaplarında, yardımcı çalışma kitapları, ilgili literatür ve öğrenci defterleri incelenerek dört işlem işlemler konusunda geçen kavramlar belirlenmeye çalışılmıştır. Öğrenci defterlerinde incelenen kısımlar arasında; toplama, çıkarma, çarpma ve bölme işlemlerini içeren, öğretmenin yazdırdığı işlemler, öğrencilerin kendi yaptıkları ödevler ve alıştırmalar, problem çözümüne yönelik olarak yapılan dört işlem durumları yer almaktadır.

Veri Toplama Süreci

Araştırma verileri İstanbul Valiliği İl Milli Eğitim Müdürlüğü'nden gerekli izinler alındıktan sonra toplanmıştır. Araştırmacı tarafından uygulama yapılacak okullarda görevli okul yöneticileri ve öğretmenler çalışma ve süreç hakkına bilgilendirilmiştir. Öğrencilerin matematik dersinde kullandıkları defterler matematik ders saati dışındaki zamanlarda araştırmacı tarafından sınıflardan toplanarak fotokopileri ve fotoğrafları çekilerek tekrar sınıflardaki öğrencilere dağıtılmıştır. Ayrıca ikinci defteri kullanmaya başlayan öğrencilerin önceki defterleri sınıf öğretmenleri tarafından istenerek verilerin toplanması sağlanmıştır.

Verilerin Analizi

Araştırmada öğrenci defterinden toplanan veriler içerik analizi tekniği ile analiz edilmiştir. Nitel araştırmada veri analizi, analiz için verilerin hazırlanmasını ve organizasyonunu, sonra verileri kodlamayı ve kodların bir araya getirilmesiyle kategorilere indirgemeyi ve son olarak verileri şekiller, tablolar veya tartışma halinde sunmayı içerir (Creswell, 2016, s. 180). İçerik analizi, bir metnin bazı sözcüklerinin belirli kurallara dayalı kodlamalarla daha küçük içerik kategorileri ile özetlendiği sistematik, yinelenebilir bir teknik olarak tanımlanır (Büyüköztürk, ve diğerleri. 2012, s.240). Verileri kodlama ve analiz etme, analitik bir adımdır. Kodlamayı, hiyerarşik olarak düzenlemek analiz sürecinin bir parçasıdır (Gibbs, 2007; Glesne, 2012). Elde edilen verilerin yorumlanmasında içerik analizinde genellikle frekans ve yüzde kullanılır (Büyüköztürk, ve diğerleri. 2012, s.243). Bu çalışmada da veriler frekans ve yüzde değerleri verilerek gösterilmiş ve yorumlanmıştır.

Veri kaynağı olan öğrenci ders defterlerinde yer alan işlemler incelenmiştir. Öğrenci hatalarının değerlendirileceği kategori ve kodların oluşturulması aşamasında ise; yerli ve yabancı literatür araştırılmış, 3 matematik eğitimi uzmanı ve 3 sınıf öğretmeninin uzman görüşlerinden yararlanılmıştır. İşlemsel hatalar kategorisi altında; çıkan sayının eksilen sayıdan büyük olması durumunda, çıkan sayıdan eksilen sayıyı çıkarma, başlangıç sayısını da hesaba katarak bir eksik veya bir fazla sonuca ulaşma, verilmeyen toplananı bulmada çıkarma işlemi yerine toplama işlemi yapma, basamaklar arası farklı işlemler yapma, soldan sağa işleme başlama, verilmeyen eksileni bulmada kalandan çıkan sayıyı çıkarma, verilmeyen çıkan sayıyı bulmada eksilen sayı ile kalan sayıyı toplama, toplananların yer değiştirmesi durumunda farklı sonuçlar elde etme, işlemler arası örüntü oluşturarak sonucu yazma, elde taşıma ve onluk bozma işlemlerinde işlemi eksik bırakma, eşit iki sayı ile yapılan işlemlerde sonucu sayıya eşit bulma, toplamın birler basamağını yok sayma, çarpanların yer değiştirmesi durumunda farklı sonuçlar bulma, verilmeyen çarpanı bulmada, çarpım ve diğer çarpanı çarpma, eksilen ve çıkan sayının sayı değerlerini toplayarak işlem yapma kodları oluşturulmuştur. Hata yapan öğrenci sayısı belirlenmiş frekans ve yüzde değerleri bulunmuştur. Güvenirliği sağlamak için, öğrenci defterlerinden rastgele seçilen örnekler farklı zamanlarda analiz edilerek sonuçlar karşılaştırılmıştır. Nitel araştırmalarda güvenirliği arttırmada en kullanışlı yöntem üye kontrolüdür (Gibbs, 2007; Glesne, 2012; McMillan, 2000). Bu araştırmada içerik analizi yapılırken kodlayıcı güvenirliğini sağlamak için ikinci bir araştırmacının da verileri kodlaması ve kodlamaları gözden geçirmesi sağlanmıştır. Kodlayıcı tutarlılığının hesaplanmasında Miles ve Huberman (1994) güvenirlik formülü (Güvenirlik = Görüş Birliği / (Görüş Birliği + Görüş Ayrılığı) x 100 kullanılmış ve kodlayıcı tutarlılık değeri %91.33 olarak tespit edilmiştir. Güvenirlik hesaplarının %70'in üzerinde çıkması, araştırma için güvenilir kabul edilmektedir (Miles ve Huberman, 1994).

Dört işlem işlemsel hatalarına yönelik kategori ve kodlar oluşturularak, analiz sonucunda elde edilen veriler sayısallaştırılarak tablo haline getirilmiştir. Ayrıca elde edilen tüm veriler araştırma sonunda, çalışmaya aşina olmayan dış denetleyiciler tarafından gözden geçirilmiş, araştırmanın güvenirliği arttırılmaya çalışılmıştır. Öğrenciler tarafından yapılan işlem hatalarına ait fotoğraflar bulgular kısmında yer almaktadır.

Araştırmanın Etik İzinleri

Yapılan bu çalışmada "Yükseköğretim Kurumları Bilimsel Araştırma ve Yayın Etiği Yönergesi" kapsamında uyulması belirtilen tüm kurallara uyulmuştur. Yönergenin ikinci bölümü olan "Bilimsel Araştırma ve Yayın Etiğine Aykırı Eylemler" başlığı altında belirtilen eylemlerden hiçbiri gerçekleştirilmemiştir.

Bulgular

Çalışmanın bu bölümünde, öğrencilerin defterlerinin incelenmesiyle elde edilen veriler doğrultusunda, ortaya çıkan bulgular tablo ve öğrenci hata örnekleri halinde sunulmuştur. İlkokul birinci ve ikinci sınıf öğrencilerinin dört işlem işlemsel hatalar kategorisinde yer alan hata türleri, yapılan hataların kaç öğrenci tarafından yapıldığına ait frekans (birinci sınıf f_1, ikinci sınıf f_2), yüzde tablosu ve öğrenci hata örnekleri oluşturulmuştur. İlkokul birinci ve ikinci sınıf öğrencilerinin dört işlem işlemsel hatalarına ilişkin frekans ve yüzde dağılımı Tablo 1'de yer almaktadır.

Tablo 1. *İlkokul birinci ve ikinci sınıf öğrencilerinin dört işlem işlemsel hatalarına ilişkin frekans ve yüzde dağılımı*

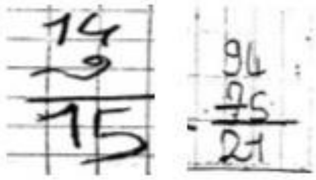
İşlemsel Hatalar	f_1	%	f_2	%
Çıkan sayının eksilen sayıdan büyük olması durumunda, çıkan sayıdan eksilen sayıyı çıkarma	0	0,00	32	19,39
Başlangıç sayısını da hesaba katarak bir eksik veya bir fazla sonuca ulaşma	21	12,96	11	6,67
Verilmeyen toplananı bulmada çıkarma işlemi yerine toplama işlemi yapma	16	9,88	9	5,45
Basamaklar arası farklı işlemler yapma	0	0,00	8	4,85
Soldan sağa işleme başlama	0	0,00	6	3,64
Verilmeyen eksileni bulmada kalandan çıkan sayıyı çıkarma	15	9,26	9	5,45
Verilmeyen çıkan sayıyı bulmada eksilen sayı ile kalan sayıyı toplama	4	2,47	2	1,21
Toplananların yer değiştirmesi durumunda farklı sonuçlar elde etme	6	3,70	0	0,00
İşlemler arası örüntü oluşturarak sonucu yazma	5	3,09	2	1,21
Elde taşıma ve onluk bozma işlemlerinde işlemi eksik bırakma	0	0,00	4	2,42
Eşit iki sayı ile yapılan işlemlerde sonucu sayıya eşit bulma	5	3,09	7	4,24
Toplamın birler basamağını yok sayma	0	0,00	3	1,82

Çarpanların yer değiştirmesi durumunda farklı sonuçlar bulma	0	0,00	4	2,42
Verilmeyen çarpanı bulmada, çarpım ve diğer çarpanı çarpma	0	0,00	10	6,06
Eksilen ve çıkan sayının sayı değerlerini toplayarak işlem yapma	0	0,00	0	0,00

Tablo 1. incelendiğinde ilkokul birinci ve ikinci sınıf öğrencilerinin dört işlemde yaptıkları işlemsel hatalar kategorisi içerisinde yer alan hata kodlarına yer verilmiştir. Tablo incelendiğinde işlemsel hatalar kategorisinde yer alan 32 ikinci sınıf öğrencisi tarafından yapılan "çıkan sayının eksilen sayıdan büyük olması durumunda, çıkan sayıdan eksilen sayıyı çıkarma" hatasının ikinci sınıf öğrencileri tarafından, en fazla tekrar edilen hata olduğu görülmektedir. Bu hata türünü sırasıyla; "başlangıç sayısını da hesaba katarak bir eksik veya bir fazla sonuca ulaşma", "verilmeyen çarpanı bulmada, çarpım ve diğer çarpanı çarpma", "verilmeyen toplananı bulmada çıkarma işlemi yerine toplama işlemi yapma" ve "verilmeyen eksileni bulmada kalandan çıkan sayıyı çıkarma", "basamaklar arası farklı işlemler yapma", "eşit iki sayı ile yapılan işlemlerde sonucu sayıya eşit bulma", "soldan sağa işleme başlama", eşit oranda yapılan; "elde taşıma ve onluk bozma işlemlerinde işlemi eksik bırakma" ve "çarpanların yer değiştirmesi durumunda farklı sonuçlar bulma", "toplamın birler basamağını yok sayma" eşit oranda yapılan; "verilmeyen çıkan sayıyı bulmada eksilen sayı ile kalan sayıyı toplama" ve "işlemler arası örüntü oluşturarak sonucu yazma" ve hiçbir ikinci sınıf öğrencisi tarafından yapılmayan; "toplananların yer değiştirmesi durumunda, farklı sonuçlar elde etme" ve "eksilen ve çıkan sayının sayı değerlerini toplayarak işlem yapma" izlediği görülmektedir. İşlemsel hatalar kategorisinde yer alan "başlangıç sayısını da hesaba katarak bir eksik veya bir fazla sonuca ulaşma" kodunun ise 21 birinci sınıf öğrencisi tarafından yapılan ve birinci sınıflar öğrencileri arasında en fazla tekrar edilen hata olduğu görülmektedir. Başlangıç sayısını da hesaba katarak bir eksik veya bir fazla sonuca ulaşma hatasının aynı zamanda, 11 ikinci sınıf öğrencisi tarafından da yapıldığı toplamda 32 kez tekrarlandığı görülmektedir. Birinci sınıf öğrencileri tarafından yapılan hata türlerini sırasıyla "verilmeyen toplananı bulmada çıkarma işlemi yerine toplama işlemi yapma", "verilmeyen eksileni bulmada kalandan çıkan sayıyı çıkarma" "toplananların yer değiştirmesi durumunda farklı sonuçlar elde etme" 5' er öğrenci tarafından yapılan; "işlemler arası örüntü oluşturarak sonucu yazma" ve "eşit iki sayı ile yapılan işlemlerde sonucu sayıya eşit bulma", "verilmeyen çıkan sayıyı bulmada eksilen sayı ile kalan sayıyı toplama" hata türlerinin izlediği görülmektedir. Yapılan hata türleri ve örneklerine ilişkin açıklamalar aşağıda yer almaktadır.

İşlemsel hatalar kategorisi içerisinde yer alan "çıkan sayının eksilen sayıdan büyük olması durumunda, çıkan sayıdan eksilen sayıyı çıkarma" hatasının 32 ikinci sınıf öğrenci tarafından yapıldığı tespit edilmiştir. Bu hata türünün ikinci sınıflar arasında işlemsel hatalar kategorisinde en yüksek oranda yapıldığı görülmektedir. Öğrenciler tarafından yaygın olarak yapılan bu hata da öğrenciler genellikle onluk bozmayı gerektiren çıkarma işlemlerinde çıkan sayının eksilen sayıdan büyük olmasından dolayı, büyük sayıdan küçük sayıyı çıkararak hata yapmaktadırlar. Bu hatanın nedenleri arasında; çıkarma işleminin ilk öğretimi sırasında temel çıkarma işlemleriyle başlanılmış olması ve bu tür işlemlerde büyük sayıdan küçük sayının çıkarılması işlemlerinin yapılması, öğrencinin bu türden bir hata yapmış olmasına sebep olmuş olabilir. Öğrencide her zaman büyük sayıdan küçük sayı çıkartılır fikri oluşmuş olabilir. Öğrenci bu tür hatayı yaparken kolay yoldan işlem yapmaktadır. Öğrenciler tarafından yapılan hatalara ilişkin örnekler Şekil 1' de yer almaktadır:

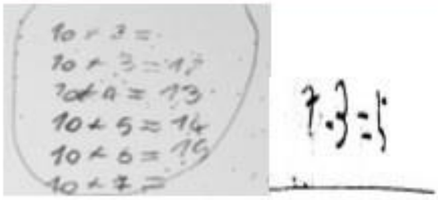
$$\begin{array}{r} 14 \\ -6 \\ \hline 12 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 32 \\ -16 \\ \hline 24 \end{array} \qquad 63 - 26 = 43 \qquad 75 - 48 = 33$$



Şekil 1. Öğrenci çıkan sayının eksilen sayıdan büyük olması durumunda, çıkan sayıdan eksilen sayıyı çıkarma hata türü örnekleri

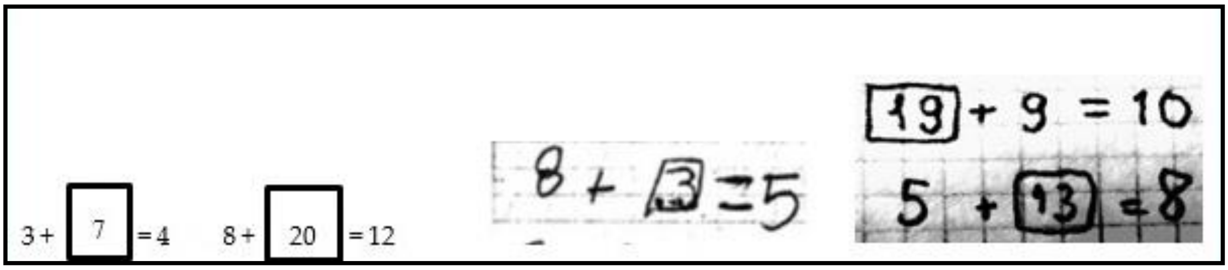
İşlemsel hatalar kategorisinde yer alan "başlangıç sayısını da hesaba katarak bir eksik veya bir fazla sonuca ulaşma" hata türünün 21 birinci sınıf, 11 ikinci sınıf öğrencisi tarafından toplamda 32 kez tekrarlandığı görülmektedir. Öğrenciler tarafından yaygın olarak yapılan bu hata türünde öğrenciler toplama ve çıkarma işlemlerinde ileri ve geri ritmik sayma yaparlarken başlangıç sayısını da hesaba katarak bir eksik veya bir fazla sonuca ulaşmaktadırlar. Öğrenciler tarafından yapılan hata örnekleri ve öğrenci cevaplarına yönelik görseller Şekil. 2' de yer almaktadır.

$$\begin{array}{r} 4 \\ +3 \\ \hline 6 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 7 \\ -3 \\ \hline 5 \end{array} \qquad 6 + 2 = 7 \qquad 8 - 4 = 5$$



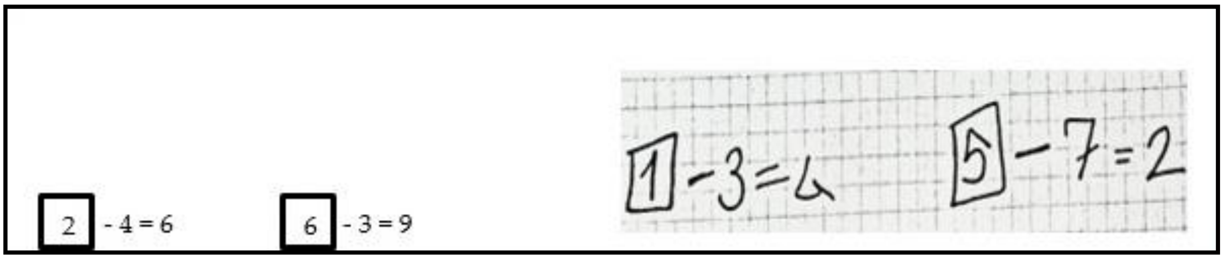
Şekil 2. Öğrenci başlangıç sayısını da hesaba katarak bir eksik veya bir fazla sonuca ulaşma hata türü örnekleri

İşlemsel hatalar kategorisinde bulunan "verilmeyen toplananı bulmada çıkarma işlemi yerine toplama işlemi yapma" hatasının 16 birinci sınıf, 9 ikinci sınıf öğrencisi tarafından toplamda 25 kez yapıldığı tespit edilmiştir. Bu hatayı yapan öğrenciler verilmeyen toplananı hesaplarken çıkarma işlemi yerine toplama işlemi yaparak hata yapmaktadırlar. Çocuk toplama işaretini (+) görünce toplama işlemine yönelmektedir. İşlemden ziyade sembole odaklandıkları söylenebilir. Aynı zamanda bu tür hata yapan öğrencilerin eşittir (=) işaretinin anlamını, anlamamaları da söz konusudur. Öğrenciler tarafından yapılan hata örnekleri ve öğrenci cevaplarına yönelik görseller Şekil. 3' de yer almaktadır:



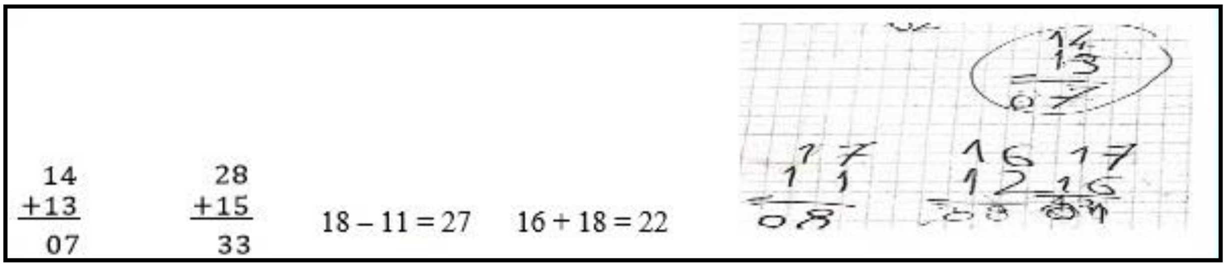
Şekil 3. Öğrenci verilmeyen toplananı bulmada çıkarma işlemi yerine toplama işlemi yapma hata türü örnekleri

İşlemsel hatalar kategorisinde yer alan "verilmeyen eksileni bulmada, kalandan çıkan sayıyı çıkarma" hatasının 15 birinci sınıf, 9 ikinci sınıf toplamda 24 öğrenci tarafından yapıldığı görülmektedir. Bu hatayı yapan öğrenciler verilen bir işlemde eksilen sayı sorulduğunda çıkan sayı ile kalan sayıyı (fark) toplayarak eksilen sayıyı hesaplamaları gerekirken, çıkarma sembolüne (-) odaklanarak çıkarma işlemi yapmaktadırlar. Eşittir (=) işaretinin yanlış kullanımı da bu hata türünde görülmektedir. Öğrenciler tarafından yapılan hata örnekleri ve öğrenci cevaplarına yönelik görseller Şekil. 4' te yer almaktadır.



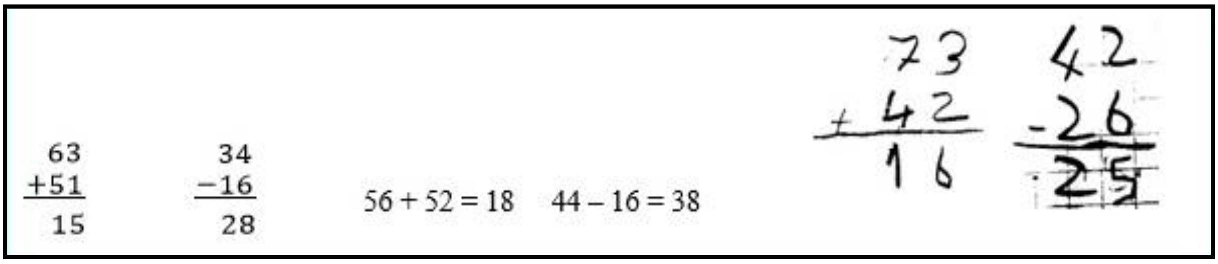
Şekil 4. Öğrenci verilmeyen eksileni bulmada, kalandan çıkan sayıyı çıkarma hata türü örnekleri

İşlemsel hatalar kategorisinde yer alan "basamaklar arası farklı işlemler yapma" hatasının 8 ikinci sınıf öğrencisi tarafından yapıldığı tespit edilmiştir. Öğrenciler bu hatayı yaparlarken, aynı işlem içerisinde bir basamakla toplama işlemi yaparken, diğer basamakta çıkarma işlemini aynı anda yapmaktadırlar. İlk örnekte çıkarma işlemi verilmesine rağmen öğrenci, 4 ile 3'ü toplamış, 1'den 1'i çıkartmıştır. İkinci örnekte toplama işlemi olmasına rağmen öğrenci 8'den 5' i çıkartırken, 2 ile 1'i toplamıştır. Şekil 5'te öğrenciler tarafından yapılan hata örnekleri ve öğrenci cevaplarına yönelik görseller yer almaktadır.



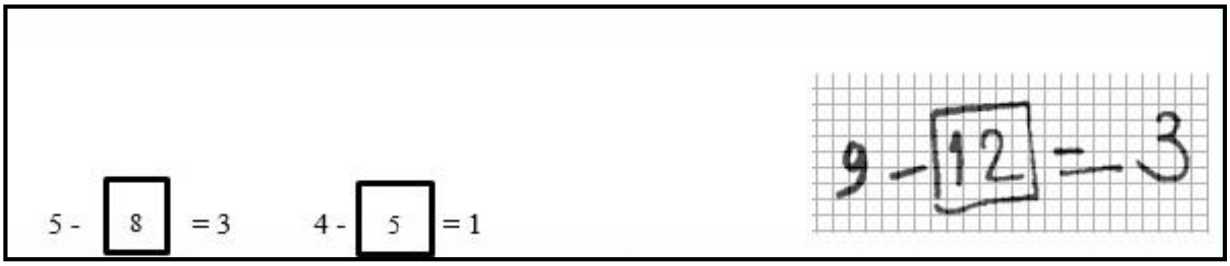
Şekil 5. Öğrenci basamaklar arası farklı işlemler yapma hata türü örnekleri

İşlemsel hatalar kategorisinde yer alan "soldan sağa işleme başlama" hatasının 6 ikinci sınıf öğrencisi tarafından yapıldığı tespit edilmiştir. Öğrenciler işleme birler basamağından başlaması gerekirken onlar basamağından başlayarak hata yapmaktadırlar. İlk olarak öğrenciler birler basamağı yerine onlar basamakları ile işleme başlamaktadır. Yapılan hata örnekleri incelendiğinde; bu hatayı yapan öğrencilerin işleme onlar basamağından başladığında toplama işleminde eldeyi birler basamağına taşıdıkları, onluk bozma işleminde ise birler basamağını bir eksilterek işlem yaptıkları belirlenmiştir. Öğrencilerin işlem sırasını yeterince içselleştiremediği veya çok aşamalı süreçte düzen ve sıralama kavramını yeterince anlayamadığı söylenebilir. Öğrenciler tarafından yapılan hata örnekleri ve öğrenci cevaplarına yönelik görseller Şekil. 6′ da yer almaktadır.



Şekil 6. Öğrenci soldan sağa işleme başlama hata türü örnekleri

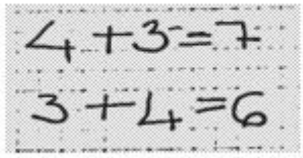
İşlemsel hatalar kategorisi içerisinde yer alan "verilmeyen çıkan sayıyı bulmada, eksilen sayı ile kalan sayıyı toplama" hatasının 4 birinci sınıf, 2 ikinci sınıf öğrencisi olmak üzere toplamda 6 öğrenci tarafından yapıldığı görülmektedir. Bu hatayı yapan öğrenciler verilen bir çıkarma işleminde çıkan sayı sorulduğunda, eksilen sayı ile kalan sayıyı toplayarak çıkan sayıyı bulmaktadırlar. Öğrenciler tarafından yapılan hata örnekleri ve öğrenci cevaplarına yönelik görseller Şekil. 7′ de yer almaktadır.



Şekil 7. Öğrenci verilmeyen çıkan sayıyı bulmada, eksilen sayı ile kalan sayıyı toplama hata türü örnekleri

İşlemsel hatalar kategorisinde yer alan "toplananların yer değiştirmesi durumunda farklı sonuçlar elde etme" hatasının 6 birinci sınıf öğrencisi tarafından yapıldığı tespit edilmiştir. İkinci sınıf öğrencilerinde bu hata türüne rastlanmamıştır. Bu hatayı yapan öğrenciler toplananların yerleri değiştiğinde farklı sonuçlar bulabilmektedir. Öğrenciler tarafından yapılan hata örnekleri ve öğrenci cevaplarına yönelik görseller Şekil. 8′ de yer almaktadır.

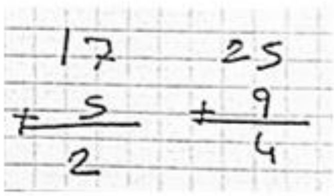
$$\begin{array}{r} 7 \\ +6 \\ \hline 13 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 6 \\ +7 \\ \hline 12 \end{array} \qquad 9+6=15 \qquad 6+9=14$$



Şekil 8. Öğrenci toplananların yer değiştirmesi durumunda farklı sonuçlar elde etme hata türü örnekleri

İşlemsel hatalar kategorisinde yer alan "elde taşıma ve onluk bozma işlemlerinde işlemi eksik bırakma" hata türünün 4 ikinci sınıf öğrencisi tarafından yapıldığı görülmektedir. Genellikle elde taşıma ve onluk bozma işlemlerinde öğrenciler işlemi yarıda bırakmaktadırlar. Öğrenciler işlemden sıkılarak da işlemi eksik bırakabilmektedirler. Öğrenciler tarafından yapılan hata örnekleri ve öğrenci cevaplarına yönelik görseller Şekil. 9' da yer almaktadır.

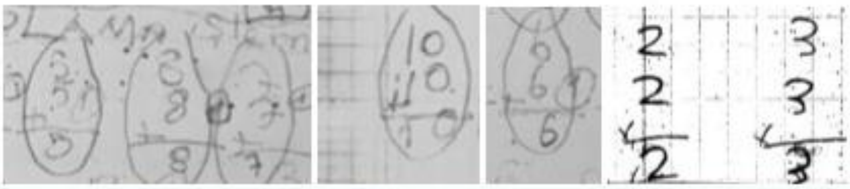
$$\begin{array}{r} 43 \\ +18 \\ \hline 1 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 35 \\ -8 \\ \hline 7 \end{array}$$



Şekil 9. Öğrenci elde taşıma ve onluk bozma işlemlerinde işlemi eksik bırakma hata türü örnekleri

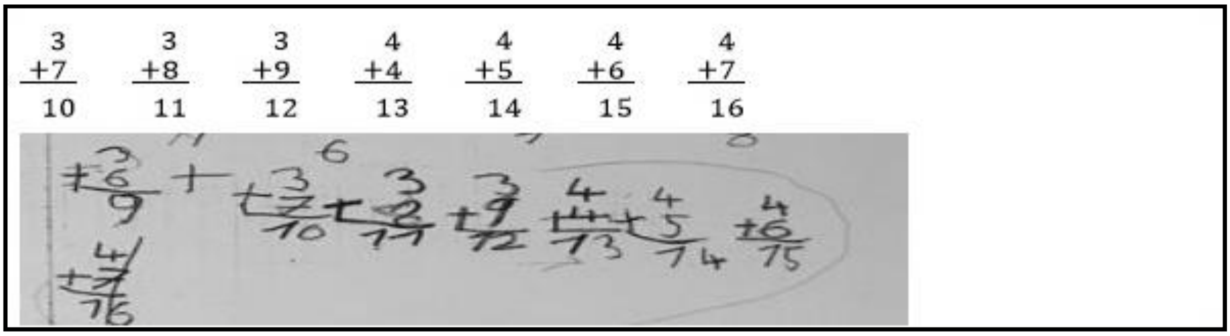
İşlemsel hatalar kategorisinde yer alan "eşit iki sayı ile yapılan işlemlerde sonucu sayıya eşit bulma" hata türünün 5 ilkokul birinci sınıf, 7 ilkokul ikinci sınıf öğrencisi olmak üzere toplamda 12 öğrenci tarafından yapıldığı tespit edilmiştir. Birinci sınıf düzeyindeki öğrencilerde eşit iki sayının toplanması veya çıkarılmasında görülen bu durum, ikinci sınıf düzeyinde genellikle eşit iki sayının çarpılması ve bölünmesi işlemlerinde görülmektedir. Bu hata türü iki basamaklı sayılar arasında da eşit iki basamak varken de görülmektedir. Öğrenciler de ayna etkisi oluşmaktadır. Öğrenciler tarafından yapılan hata örnekleri ve öğrenci cevaplarına yönelik görseller Şekil. 10' da yer almaktadır.

$$\begin{array}{r} 6 \\ +6 \\ \hline 6 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 5 \\ -5 \\ \hline 5 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 3 \\ x\,3 \\ \hline 3 \end{array} \qquad 2 \div 2 = 2 \qquad \begin{array}{r} 14 \\ +4 \\ \hline 14 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 12 \\ -2 \\ \hline 12 \end{array}$$



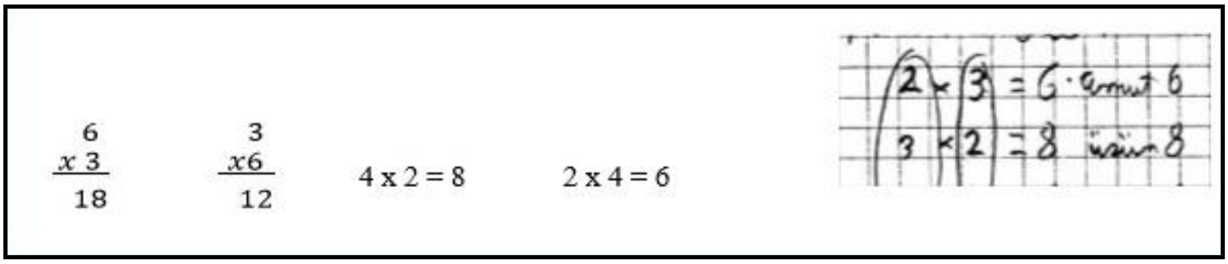
Şekil 10. Öğrenci eşit iki sayı ile yapılan işlemlerde sonucu sayıya eşit bulma hata türü örnekleri

İşlemsel hatalar kategorisinde yer alan "işlemler arası örüntü oluşturarak sonucu yazma" hatasının 5 birinci sınıf, 2 ikinci sınıf toplamda 7 öğrenci tarafından yapıldığı tespit edilmiştir. Öğrenciler bir önceki işlemlerin sonucuna bağlı kalarak sonucu ardışık bir sıra izleyerek tamamen işlemden bağımsız olarak yapmaktadırlar. Öğrenci birbirini takip eden örüntü etkisinde kalarak işlem sonucunu yazmaktadır. Öğrenciler tarafından yapılan hata örnekleri ve öğrenci cevaplarına yönelik görseller Şekil. 11′ de yer almaktadır.



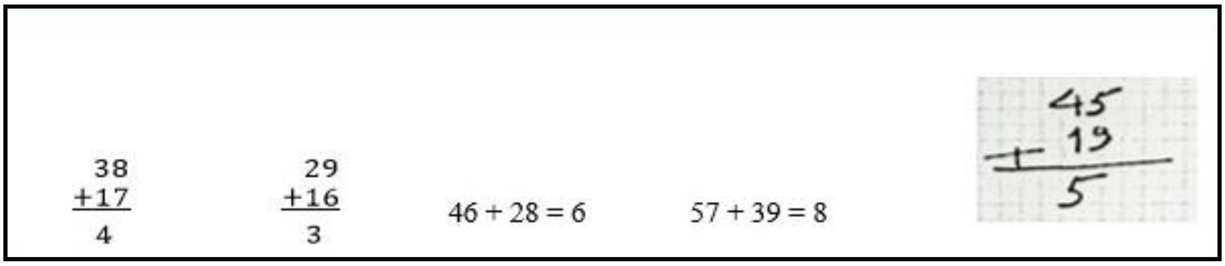
Şekil 11. Öğrenci işlemler arası örüntü oluşturarak sonucu yazma hata türü örnekleri

İşlemsel hatalar kategorisinde yer alan "çarpanların yer değiştirmesi durumunda farklı sonuçlar bulma" hatasının 4 ikinci sınıf öğrencisi tarafından yapıldığı görülmektedir. Öğrenciler, çarpanların yer değiştirdiği işlemlerde sonuçların eşit olması gerektiğinin farkında değildir ve farklı sonuçlar bulabilmektedirler. Doğal sayılarla yapılan 6 x 3 = 3 x 6 işleminin sonuçlarının eşit çıkacağı, çarpma işleminin değişme özelliği çocuklara örneklerle gösterilmelidir. Şekil 12′ de öğrenciler tarafından yapılan hata örnekleri ve öğrenci cevaplarına yönelik görseller yer almaktadır.



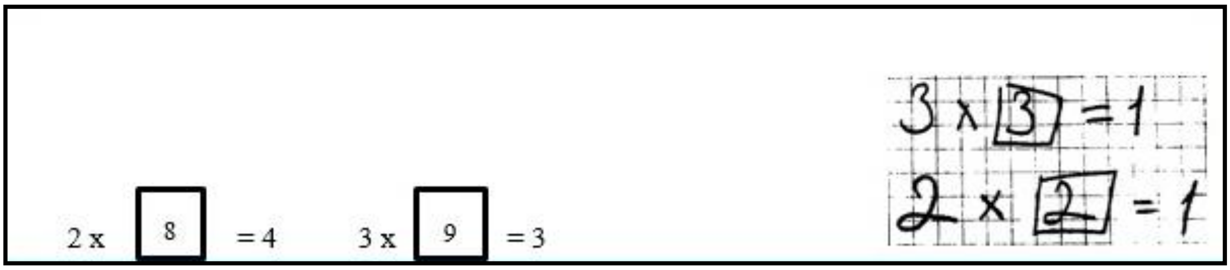
Şekil 12. Öğrenci çarpanların yer değiştirmesi durumunda farklı sonuçlar bulma hata türü örnekleri

İşlemsel hatalar kategorisi içerisinde yer alan "toplamın birler basamağını yok sayma" hata türünün 3 ikinci sınıf öğrencisi tarafından yapıldığı görülmektedir. Bu tür hata yapan öğrenciler toplanan sayıların iki basamaktan oluştuğu işlemlerde birler basamaklarıyla işlem yapmadan, sadece onlar basamaklarıyla işlem yapmaktadır. Bunun nedeni, eldeli toplama işlemi gerektiren işlemlerde, onluk taşıma işleminden kurtulma, işlemi hızlı bir şekilde sonuçlandırma olabilir. Öğrenciler tarafından yapılan hata örnekleri ve öğrenci cevaplarına yönelik görseller Şekil. 13′ te yer almaktadır.



Şekil 13. Öğrenci toplamın birler basamağını yok sayma hata türü örnekleri

İşlemsel hatalar kategorisinde yer alan bir diğer hata türü olan “verilmeyen çarpanı bulmada, çarpım ve diğer çarpanı çarpma” hatasının 10 ikinci sınıf öğrencisi tarafından yapıldığı tespit edilmiştir. Bu hatayı yapan öğrenciler çarpanlardan biri verilmediğinde, çarpma işaretini (x) gördüğünde birlikte gördüğü sayıları çarpmaktadırlar. Aşağıdaki ilk örnekte görüldüğü gibi “6 tane yapmak için 2’yi kaç kez çarpacağız” sorusunun sorulduğunun farkında değildir. Çocuk işlemi 2 x 3 = ? türündeki sorulara benzetmiş olabilir. Şekil 14’te öğrenciler tarafından yapılan hata örnekleri ve öğrenci cevaplarına yönelik görseller yer almaktadır.



Şekil 14. Öğrenci verilmeyen çarpanı bulmada, çarpım ve diğer çarpanı çarpma hata türü örnekleri

İşlemsel hatalar kategorisinde yer alan “eksilen ve çıkan sayının sayı değerlerini toplayarak işlem yapma” hatasının hiçbir öğrenci tarafından yapılmadığı görülmektedir. Bu tür hatayı yapan öğrencilerin yapılan literatür taraması sonucu eksilen sayının sayı değerlerini kendi içerisinde, çıkan sayının iki basamaklı olması halinde sayı değerlerini kendi içerisinde toplayarak çıkartma işleminin yaptıkları görülmektedir. Öğrenciler tarafından yapılan hata örnekleri Şekil. 15’ te yer almaktadır.

$$\begin{array}{r} 12 \\ -\ 1 \\ \hline 2 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 24 \\ -13 \\ \hline 2 \end{array} \qquad 14 - 5 = 0 \qquad 35 - 11 = 6$$

Şekil 15. Öğrenci eksilen ve çıkan sayının sayı değerlerini toplayarak işlem yapma hata türü örnekleri

Sonuç, Tartışma ve Öneriler

Araştırma sonuçları incelendiğinde ikinci sınıf öğrencileri tarafından yapılan “çıkan sayının eksilen sayıdan büyük olması durumunda, çıkan sayıdan eksilen sayıyı çıkarma” hata türünün ikinci sınıf öğrencileri arasında en sık tekrar edilen hata türü olduğu sonucuna ulaşılmıştır. Öğrenciler basamak konumuna bakılmaksızın, onluk bozmayı gerektiren işlemlerin çoğunda çıkan sayının eksilen sayıdan büyük olması durumunda, çıkan sayıdan eksilen sayıyı çıkartarak hata yapmaktadır. Öğrenciyi bu hataya iten sebepler olarak; onluk bozmayı gerektiren işlemlerdeki başarısızlık, çıkarmanın değişme özelliğine sahip bir işlem olarak düşünülmesi vb. nedenler sayılabilir. Hata tespitine yönelik yapılan araştırmalar incelendiğinde, öğrenciler tarafından yapılan yaygın hataların başında “çıkan sayının eksilen sayıdan büyük olması durumunda, çıkan sayıdan eksilen sayıyı çıkarma” hatasının (46 – 18 =

32, 543 – 237 = 314) olduğu görülmektedir. Öğrenciler basamak konumuna bakılmaksızın, onluk bozmayı gerektiren işlemlerin çoğunda büyük sayıdan küçük sayıyı çıkartarak hata yapmaktadır (Ashlock, 2002; Brown ve Burton, 1978; Engelhardt, 1977; Hansen, 2014; Hopkins ve diğerleri., 2004; Ojose, 2015; Ryan ve Williams, 2007). Öğretmenler, öğrenciler tarafından yapılan işlemsel hatalarda, en fazla büyük sayıdan küçük sayıyı çıkartarak hata yaptıklarını belirtmişlerdir (Yorulmaz ve Önal, 2017). Hansen'e (2014) göre 374 – 158 = 224 türünde büyük sayıdan küçük sayıyı çıkarma hatası yapan çocuklar rakamlar arasındaki farkı bilmelidir. Sayı boncuklarıyla öğrenirken çocuklar sayılar arasındaki farkı bulma konusunda cesaretlendirilmelidir. 8 ile 4 arasındaki fark nedir? 4 ile 8 arasındaki fark nedir? şeklinde sorular öğrencilere sorulmalıdır. Bamberger, Oberdorf ve Schultz Ferrell'e (2010) göre bu tür hatalardaki sorun, küçük çocukların her zaman rakam, sayı ve basamak arasında ayrım yapamamalarından kaynaklanmaktadır. Birinci sınıfın sonunda veya ikinci sınıfın başında çocuklar iki basamaklı sayıları kullanmaya başlarlar. Çocuk 23 – 4 işlemini gördüğünde, öğretmeninin söylediği büyük basamaktan küçük basamağı çıkartırız cümlesini hatırlar ve sonucu 21 bulur. Toplama işlemi yapılırken hangi sayı ile başlandığının öneminin olmadığı (değişme özelliği), çıkarma işleminde ise (değişme özelliğinin olmadığı) vurgulanmalıdır. Ryan ve Williams (2007) yaptıkları araştırmalarında iki basamaklı çıkarma işleminin 7 yaşındaki çocuklar için en zorlandıkları işlem türü olduğunu; sorulan soruları, öğrencilerin sadece yüzde 20'sinin doğru yanıtladığı sonucuna ulaşmışlardır.

İşlemsel hatalar kategorisinde yer alan "başlangıç sayısını da hesaba katarak bir eksik veya bir fazla sonuca ulaşma" hata türünün birinci sınıf öğrencileri tarafından en yüksek oranda yapılan hata türü olduğu sonucuna ulaşılmıştır. İkinci sınıf öğrencileri tarafından da bu hata türünün yapıldığı belirlenmiştir. Çocuklar nesneleri parmaklarıyla fakat zihinlerinde de bir strateji kullanarak sayarlar. Güvenilir ve doğru bir şekilde sayabilme, anlamlı hesaplamaların yapılabilmesinin ön şartıdır. Brown ve Burton (1978) gelişmemiş strateji olarak parmak sayma kullanan öğrencilerin bir süre sonra saydıkları yeri unuttukları ve bu nedenle bu hata türünü gerçekleştirdiklerini belirtmişlerdir. Cotton'a (2010) göre 5 + 3 = 7 işleminde çocuklar 1, 2, 3, 4, 5 şeklinde sayarlar ve tekrar 5'ten başlayarak 5, 6, 7 şeklinde devam edereler. Bu tür hata yapan çocuklar için sınıfta veya oyun alanlarında sayıları takip ederek hareket etmelerini istemek yararlıdır. Oyun oynamak çok önemlidir. Çocuklar yanlış saydıklarında birbirlerinin hatalarını çok çabuk düzeltirler. Hansen' e (2014) göre bu tür hata yapan çocuklar 3+4=6 ve 7-5=3 işlemlerinde başlangıç sayısını iki kez saymışlardır. 3+4 için 3, 4, 5, 6; 7-5 işleminde ise 7, 6, 5, 4, 3. Erken yaşlarda, doğru bir şekilde hesaplama yapılabilmesi için çocukları sonrakini bir sonrakinin üzerine saydıkları somut nesnelerle oynamaya teşvik etmek etkili olabilir.

Araştırmanın diğer sonuçlarına bakıldığında işlemsel hatalar kategorisinde yer alan "verilmeyen toplananı bulmada çıkarma işlemi yerine, toplama işlemi yapma", "verilmeyen eksileni bulmada, kalandan çıkan sayıyı çıkarma" "verilmeyen çıkan sayıyı bulmada eksilen sayı ile kalan sayıyı toplama", "toplananların yer değiştirmesi durumunda farklı sonuçlar elde etme" hata türlerinin birinci sınıf öğrencileri tarafından yapılma sıklığı ikinci sınıf öğrencilerinden yüksek bulunmuştur. NCTM'ye

(2000) göre toplama ve çıkarma arasındaki ters ilişkinin fark edilmesi öğrencilerin problem çözmede yöntem kullanırken esnek olmalarına izin verir. Örneğin, 3, 4 ve 7 sayıları 4+3, 3+4 veya 7-3 ve 7-4. Davis'e (1984) öğrenciler, 4 – 7 ve 7 – 4 işlemlerinin sonucunun aynı olduğunu, çıkarma işlemini değişme özelliğine sahip olan bir işlem olarak düşünmektedir. Bu sebepten dolayı hata yapmaktadırlar. Mooney vd., göre (2009) çocukların sayma becerilerini geliştirmek için; sırayla saymayı teşvik eden; tekerlemeler, ritimler, hikayeler, saymayı içeren oyunlar; alkışlama oyunları, seksek oyunu, çocukların gün içerisinde karşılaştığı mevcut durumlarda var olan sayıları saymak (öğle yemeğindeki çocuk sayısı vb.), domino ve masa oyunları oynamak, sayma materyalleri setleri, oyun alanında oynayan çocukların; atlama sayıları, topa sahip olanların sayısı, zıplayanların sayısı vb. etkinlikler önemlidir. Derslerin işlenişi esnasında ise 8 + 5 = 13, 13 – 5 = ?, 13 – 8 =?; 9 + 6 = 15, 15 – 9 = ?, 15 – 6 =?; 12 + 7 = 19, 19 – 12 =?, 19 – 7 =?, 46 + 38 = 84, 84 – 46 = ?, 84 – 38 =? işlem örneklerine önem verilmelidir. 2'şerli, 3'erli, 4'erli ileri ve geriye doğru ritmik saymayı bilen çocukların bölme ve çarpmadaki eşit gruplar oluşturma veya eşit parçalara ayırma da daha başarılı oldukları görülmektedir. Burns'e (2007) göre, çocuklar toplama işaretini eklemek olarak öğrenir fakat bu soruda görüldüğü gibi 3 + □ = 7 toplananı bulmak yerine toplama işaretini gördüğü için iki sayıyı toplamıştır. Benzer öğrencilerde 3 + 10 = işleminin 7' ye eşit olmadığını bildiği halde verilmeyen toplanan yerine 10 yazmışlardır. Bu tür yaygın hatayı yapan çocuklar sorunun anlamına değil, semboller üzerine odaklanmaktadır. Bununla birlikte aynı çocuklar aynı bağlamda verilen sayısal problemleri düşünürlerken genellikle hata oluşmaz. "Üç tane doğum günü mumumuz var ancak toplam on tane muma ihtiyacımız var. Ne kadar daha doğum günü mumuna ihtiyacımız vardır?" Bu problem verildiğinde çocuklar genellikle durumu yorumlar ve ne kadar daha muma ihtiyaçları olduğunu doğru sayılarla belirlerler. Sözel olarak sunulan aynı problemle uğraşırken sıklıkla yaptıkları hatayı yapmazlar.

İşlemsel hatalar kategorisi içerisinde yer alan ve yalnız ikinci sınıf öğrencileri tarafından yapılan hatalar incelendiğinde "basamaklar arası farklı işlemler yapma" "soldan sağa işleme başlama", "elde taşıma ve onluk bozma işlemlerinde işlemi eksik bırakma", "toplamın birler basamağını yok sayma", "çarpanların yer değiştirmesi durumunda farklı sonuçlar bulma", "verilmeyen çarpanı bulmada, çarpım ve diğer çarpanı çarpma" hata türlerini yaptıkları sonucuna ulaşılmıştır. "Eksilen ve çıkan sayının sayı değerlerini toplayarak işlem yapma" hata türüne hiçbir öğrenci defterinde ulaşılamamıştır. Harris'e (2000) göre bu tip hataları yapan çocuklar; yetersiz, uygun olmayan veya yetersiz varyasyona sahip örnekleri tecrübe etmiştir. Kavramların soyutlanabilmesi ve prosedürün anlamlandırılabilmesi için çocuklar için örneklerin ve örnek varyasyonlarının yeterliliği gereklidir. Bu yeterlilik olmadan çocuklar eksik bilgi ve deneyim temelinde genelleme yapabilir. Van de Walle, Karp ve Bay-Williams'a (2014) göre 37 + 28'in toplanması işleminde çocukların 37'yi anlamaları saymaya dayanıyorsa, sayma nesnelerini kullanmaları ve 1'den başlayarak sayma işlemlerini yapmaları beklenir. Bir öğrenci, sayıların basamaklarını alt alta hizalayarak önce birler basamağındaki sonra da onlar basamağındaki sayıları toplayarak geleneksel kuralları kullanabilir. Fakat 1'i neden 10'lar basamağına taşıdığını anlamayabilir. Kubanç (2012) çalışmasında, iki ve ikiden fazla basamaklı sayılarla yapılan işlemlerde hatalar ve yaşanan kavram yanılgılarının, tek basamaklı sayılarla yapılan hatalardan ve yaşanan kavram yanılgılarından daha fazla olduğu sonucuna ulaşmıştır. Hansen'e (2014) göre verilmeyen çarpanı bulma 2 x □ = 6 işleminde çocuk 2 ile 6'yı çarpar 12 elde eder. Çocuk 2 x 3 = □ şeklindeki sorulara işlemi benzetmiş olabilir. Çarpma işaretini görür ve yalnızca birlikte gördüğü iki sayıyı çarpar. Çocuk "6'ya ulaşmak için 2'yi kaç kez çarpacağız" sorusunun sorulduğunun farkında değildir. Alternatif olarak, bölme işlemi kullanılmalıdır. Bu hatayı yapan çocuk, bölmenin çarpmanın tersi olduğunu anlamamış olabilir. Bölmeyi kullanmak çocuklar için zordur; çünkü çocukların 12÷ □ = 2 türünden sorulan orijinal sorudan farklı görülen cebirsel denklem çözmelerini gerektirir. Bu nedenle çocuklar kendilerine sorulan şeyi anlayıncaya kadar kullanmamalıdır. Öğretmenler, öğrencilerin tekrar tekrar aynı sayıların farklı bağlamlarda ortaya çıktığı durumlarla karşılaşmasını garanti altına almalıdır. Fox ve Surtees'e (2010) göre öğrenci çarpma işlemi üzerinde yoğunlaşırken 5 kere 4'ün 20 olduğunu biliyorsa, 4 kere 5'in de 20 olduğunu bilmelidir ($5 \times 4 = 4 \times 5$). Çarpmanın değişme özelliğinden faydalanmalıdır.

Bu çalışma; ilkokul birinci ve ikinci sınıf öğrencileri ile yürütülmüş, ilkokul matematik dersinde sayılar ve işlemler öğrenme alanında yer alan dört işlemde yapılan işlemsel hatalar tespit edilmiştir. Farklı sınıf seviyeleri ve diğer matematik öğrenme alanları olan geometri, ölçme ve veri işleme alanlarında da öğrenci hataları belirlenebilir. Öğrencilerin öğrenme stilleri ve işlemsel hataları arasındaki ilişki incelenebilir. Öğrencilerin dört işlem hatalarına neden olan öğretmen davranışları üzerine araştırmalar yapılabilir. Derslerde ritmik sayma çalışmalarına önem verilmelidir. İleri ritmik saymalar toplama ve çarpma işlemlerinin, geriye doğru ritmik saymalar ise çıkarma ve bölme işlemlerinin öğretimini kolaylaştırır. Öğrencilerin sayı hissi geliştirilmeli ve dört işlem arasındaki ilişki anlaşılmalıdır. Öğretmenler, erken yaşlardaki çocukların somut işlemler döneminde ve farklı gelişim düzeyinde olduğunu göz ardı etmeden, derslerin işlenişi esnasında olabildiğince somut materyallerden ve konuya uygun yöntemlerden yararlanmalıdır. Öğretmenler, öğrencilerin hatalarının birer öğrenme fırsatı olabileceğinin farkında olmalıdır.

http://kefad.ahievran.edu.tr

Ahi Evran University
Journal of Kırşehir Education Faculty

ISSN: 2147 - 1037

ENGLISH VERSION

Introduction

It is challenging for many people to learn, remember, and apply mathematics rules (Cooke, 2007, p.1). Mathematical concepts and relationships are abstract ideas that an individual learns through gaining an understanding and actually understanding (Burns, 2007, p.27). Children have a range of experiences requiring them to use mathematical concepts before starting school. Activities and experiences, such as saying numbers in rhymes and forming patterns with objects, are clearly mathematical. As teachers, it is crucial to accept and expand children's preschool experiences in the classroom (Mooney, Briggs, Fletcher, Hansen, and McCulloch, 2009, p.107). Children learn abstract mathematical relations in the following years by interacting with concrete objects and their peers (Olkun and Toluk Uçar, 2012, p.31). For concepts and operations to have a mathematical meaning, a relationship must be established between them (Pearson and Somekh, 2003). Primary school students should learn four operational subjects and conceptual knowledge. Gaining knowledge, skills, and strategies related to the four operations depends on understanding the concept of "operation" (Schunk, 2011).

The step-by-step methods used to combine two mathematical concepts are called operations. For example, when adding 4 and 2, adding 1 to 4 first, then adding 1 again and obtaining 6 is an operation (Baki, 2014, p.260). Basic arithmetic operations have been an important teaching goal for primary schools. Arithmetic skills are life tools that people regularly use in their daily lives. Therefore, numbers and operations are primarily important in arithmetic subjects taught in schools. An individual who cannot perform arithmetic operations is incompetent in many cases (Burns, 2007; Carpenter and Moser, 1984; Carruthers and Worthington; 2006; Fuson, 1986). The first years of primary school usually consist of natural numbers and four operation questions with these numbers. Since other numbers are also encountered in mathematical concepts around natural numbers, teaching natural numbers and four operations with natural numbers is essential for teaching other number sets (Olkun and Toluk Uçar, 2012, p.66). The four trading skills are the basic arithmetic skills that form the basis of primary school mathematics, including addition, subtraction, multiplication, and division (National Council of Teachers of Mathematics [NCTM], 2000). The operations of addition, subtraction, multiplication, and division have different properties, also called principles or laws, used in designing mental and written methods. Teachers should be aware of these features and should guide and assist children in developing effective methods and preventing mistakes and misconceptions (Hopkins, Pope, and Pepperell, 2004, p.11). When operations are not related to concepts, it is natural for students to make mistakes and come up with illogical answers (Van de Walle, Karp, and Bay-Williams, 2014, p.26).

Errors are an integral part of all learning situations. Although it is generally seen as inappropriate in teaching, there is a consensus in the literature that errors and misconceptions are a natural stage in knowledge formation and are therefore inevitable (Askew and William, 1995; Berman, 2006; Cockburn, 2005; Cockburn and Littler, 2008; Engelhardt, 1977; Hansen, 2014; Ryan and Williams, 2007; Spooner, 2002; Vosniadou and Verschaffel, 2004). Teachers should see errors as an opportunity to reach the truth, which teachers should evaluate. The questions teachers ask students are usually about the result rather than how the student thinks about things. If a student answers 56 – 19 = 43, the questions teachers ask should be in the form "you should check what you have done, which situations do you think are wrong?" Rather than qualifying the answers as right or wrong, the teacher understands the student's thinking process through these questions (Cotton, 2010, p.6). Identification of the underlying cause of the error by focusing on the process rather than the result corrects mistakes and ensures that it is not repeated.

Children may make mathematical mistakes for various reasons (Ashlock, 2002; Brown and Burton, 1978; Carpenter and Moser, 1984; Chick and Baker, 2005; Cotton, 2010; Engelhardt, 1977; Hansen, 2014; Harris, 2000; Koshy, 2000; Ojose, 2015; Ryan and Williams, 2007; Sadi, 2007; Thompson, 2008; Thompson and Bramald, 2002), such as the losing concentration, inability to remember basic number facts, memory overload, lack of mathematical knowledge, misinterpretation of the problem to be solved, changing the order of steps in the calculation procedure, misconception, an alternative or immature interpretation of a mathematical idea developed as a result of overgeneralizing from previous experiences (Thompson, 2008, p.209). Errors negatively affect students' subsequent learning. It is necessary to know the appropriate strategy to eliminate existing errors in children (Ashlock, 2002; Ben-Hur, 2006; Engelhardt, 1977; Hansen, 2014; Ojose, 2015; Spooner, 2002). Children's early mathematical experiences are significant in presenting information that they will carry with them as they grow up (Cotton, 2011).

Mathematics lessons occur in every level and field from primary school to higher education (Baykul, 2006, p.33). Starting from the first grade of primary school, teaching four operation subjects, included in the learning area of numbers and operations in the mathematics program, begins (MEB, 2018). Mathematics is a cumulative discipline. Since a new subject to be learned is related to the previous subject, mathematical subjects and the relations between them provide the integrity of the curriculum (Pesen, 2020, p.1). Especially in primary school years, it can be said that wrong and incomplete knowledge may make the teaching of other subjects difficult, cause subjects not to be learned fully, and as a result, mistakes may occur. At this point, determining the students' mistakes and correcting them early is important for eliminating the difficulties. This study aims to investigate the operational errors of primary school first and second-grade students about four operations.

Method

Research Model

In this study, the research model was a case study, one of the qualitative research methods, which aimed to investigate the operational errors of primary school first and second-grade students in four operations. Qualitative research deals with how and why behavior occurs. It describes how people interpret what they experience (Merriam, 2013, p.14). A case study is a study of data in which in-depth information is collected and analyzed through multiple information sources (observation, interview, audio-visual materials, documents, and reports) about real-life, current limited systems (a case), or multiple constrained systems over some time. It is a qualitative approach that includes in-depth and longitudinal examination (Creswell, 2016, p. 97; Glesne, 2012; p.30).

Working group

The research study group was selected by criterion sampling, one of the purposeful sampling methods, in the 2015-2016 academic year in the province of Istanbul. The participants consisted of 162 students (83 girls and 79 boys) studying at the 1st-grade level and 165 students (84 girls and 81 boys) at the 2nd-grade. Yıldırım and Şimşek (2021) stated that the basic understanding in criterion sampling is to study the situations that meet a predetermined set of criteria. The researcher can establish the criteria or a pre-prepared criteria list can be used. For the research criterion, attention was paid to that the students forming the study group were in heterogeneous classes regarding mathematics achievement level, and the students were at different socio-economic and socio-cultural levels instead of students with similar status to identify the different mistakes made by the students and conduct an in-depth analysis.

Data Collection Tools

Mathematics textbooks of primary school 1st and 2nd-grade students were used as data collection tools. Elementary school mathematics curriculum, teacher's guidebooks, student textbooks, supplementary workbooks, related literature, and student notebooks were examined, and the concepts in four operations were determined. Among the sections examined in the student notebooks, there are operations written by the teacher, including addition, subtraction, multiplication, and division operations, homework and exercises done by the students themselves, and four operation situations for problem-solving.

Data Collection Process

The research data were collected after the necessary permissions were obtained from the Istanbul Governorship Provincial Directorate of National Education. School administrators and teachers working in schools where the researcher would make the application were informed about the right to study and process. The students' mathematics lesson notebooks were collected from the classrooms by the researcher outside of the mathematics lesson, photocopies and photographs were taken, and the books were given back to the students. Additionally, the classroom teachers requested previous notebooks from those who started using a second notebook, and data were collected.

Data Analysis

The data collected from the student notebook were analyzed with the content analysis. Data analysis in qualitative research involves preparing and organizing data for analysis, coding the data and categorizing it by assembling the codes, and finally presenting the data in figures, tables, or discussion (Creswell, 2016, p. 180). Content analysis is defined as a systematic, repeatable technique in which some words of a text are summarized with smaller content categories with encodings based on certain rules (Büyüköztürk et al. 2012, p.240). Coding and analyzing data is an analytical step. Hierarchically organizing the coding is a part of the analysis process (Gibbs, 2007; Glesne, 2012). In the interpretation of the data obtained, frequency and percentage are generally used in content analysis (Büyüköztürk et al. 2012, p.243). This study showed and interpreted the data by giving frequency and percentage values.

The transactions in the student textbooks, which were the data source, were examined. In the creating categories and codes stage where student mistakes will be evaluated, domestic and foreign literature was searched, and expert opinions of three mathematics education experts and three classroom teachers were used. Under the category of operational errors the following codes were created; in case the resulting number is greater than the subtrahend number, subtracting the subtrahend number from the resulting number, reaching a one lower or one higher result by considering the starting number, performing an addition operation first instead of subtraction in finding the missing addend, performing different operations between the steps, starting the operation from left to right, subtracting the finding from the remaining number in finding the missing subtrahend, adding the subtracted number and the remaining number in finding the missing resulting number, obtaining different results when additives change place, writing the result by creating a pattern between the operations, leaving the operation incomplete in carrying and decimal operations, finding the result equal to the number in operations with two equal numbers, ignoring the ones digit of the sum, finding different results when multipliers change place, multiplying the other multipliers in finding the missing multiplier, and adding the values of the subtracting and resulting numbers. The frequency and percentage values of the number of students who made mistakes were determined. Randomly selected samples from student notebooks were analyzed at different times, and the results were compared to ensure reliability. The most useful method to increase reliability in qualitative research is member control (Gibbs, 2007; Glesne, 2012; McMillan, 2000). In this study, a second researcher encoded the data and reviewed the coding to ensure coder reliability while conducting content analysis. In calculating the coder consistency, Miles and Huberman's (1994) reliability formula (Reliability = Consensus/(Agreement + Disagreement) x 100 was used, and the coder consistency value was determined as 91.33%. Reliability calculations above 70% were considered reliable for this research (Miles and Huberman, 1994).

Categories and codes were created for the four transaction operational errors, and the data obtained as a result of the analysis were digitized and tabulated. In addition, all the data obtained at the end of the present research were reviewed by external controllers who were not familiar with this study to increase reliability.

Ethical Permissions

In this study, all the rules specified within the scope of the "Higher Education Institutions Scientific Research and Publication Ethics Directive" were followed. The actions specified under "Actions Contrary to Scientific Research and Publication Ethics," which is the second part of the directive, were not conducted.

Results

Error types in the four operational errors categories of primary school first and second-grade students, frequency of how many students made the mistakes (first-grade f 1, second-grade f 2), percentage table, and student error examples were created. The frequency and percentage distribution of primary school first and second-grade students' four operational errors are given in Table 1 below.

Table 1. *Frequency and percentage distribution of primary school first and second-grade students' four operational errors*

Operational Errors	f_1	%	f_2	%
In case the resulting number is greater than the subtrahend number, subtracting the subtrahend number from the resulting number	0	0,00	32	19,39
Reaching a one lower or one higher result by considering the starting number	21	12,96	11	6,67
Performing an addition operation first instead of subtraction in finding the missing addend	16	9,88	9	5,45
Performing different operations between the steps	0	0,00	8	4,85
Starting the operation from left to right	0	0,00	6	3,64
Subtracting the finding from the remaining number in finding the missing subtrahend	15	9,26	9	5,45
Adding the subtracted number and the remaining number in finding the missing resulting number	4	2,47	2	1,21
Obtaining different results when additives change place	6	3,70	0	0,00

Writing the result by creating a pattern between the operations	5	3,09	2	1,21
Leaving the operation incomplete in carrying and decimal operations	0	0,00	4	2,42
Finding the result equal to the number in operations with two equal numbers	5	3,09	7	4,24
Ignoring the ones digit of the sum	0	0,00	3	1,82
Finding different results when multipliers change place	0	0,00	4	2,42
Multiplying the other multipliers in finding the missing multiplier	0	0,00	10	6,06
Adding the values of the subtracting and resulting numbers	0	0,00	0	0,00

When Table 1 is examined, the error codes included in the operational errors made by the primary school first and second-grade students in four operations are given. The findings showed that the "subtracting the resulting number from the subtracting number if the resulting number is greater than the subtracting number" error made by 32 second-grade students was the most repeated mistake by second-grade students. "Reaching a one lower or one higher result by considering the starting number," "multiplying the other multipliers in finding the missing multiplier," "performing an addition operation first instead of subtraction in finding the missing addend," "subtracting the finding from the remaining number in finding the missing subtrahend," "performing different operations between the steps," "finding the result equal to the number in operations with two equal numbers," and "starting the operation from left to right" are the following highly made mistakes. "Leaving the operation incomplete in carrying and decimal operations," "finding different results when multipliers change place," "ignoring the ones digit of the sum," "adding the subtracting number and the remaining number in finding the missing resulting number," and "writing the result by creating a pattern between the operations" are the equally made mistakes. Furthermore, "obtaining different results when additives change place" and "adding the values of the subtracting and resulting numbers" are the mistakes that second-grade students did not make. "Reaching a one lower or one higher result by considering the starting number" is the most repeated mistake made by 21 first-grade students. It was also made by 11 second-grade students and was repeated 32 times. The types of mistakes made by first-grade students are, "performing an addition operation first instead of subtraction in finding the missing addend," "subtracting the finding from the remaining number in finding the missing subtrahend," and "obtaining different results when additives change place" are the following highly made mistakes by first-grade students, respectively. "Writing the result by creating a pattern between the operations," "finding the result equal to the number in operations with two equal numbers," and "adding the subtracted number and the remaining number in finding the missing resulting number" made by each of the five students are the following mistakes. Explanations on the types of errors and examples are given below.

It was determined that the error "subtracting the subtrahend number from the resulting number in case the resulting number was greater than the subtrahend number" was made by 32 second-grade students, the highest rate in the category of operational errors among the second graders. In this common mistake, students usually subtract the smaller number from the larger number since the resulting number is greater than the subtrahend number in subtraction operations that require decimals. The subtraction learning process starting with basic subtraction operations during primary education and learning to subtract smaller numbers from larger ones may have caused students to make such a mistake. Therefore, students may think that a smaller number is always subtracted from a larger number. When students make this kind of mistake, they use easy operations. Examples of mistakes made by students are given in Figure 1 below.

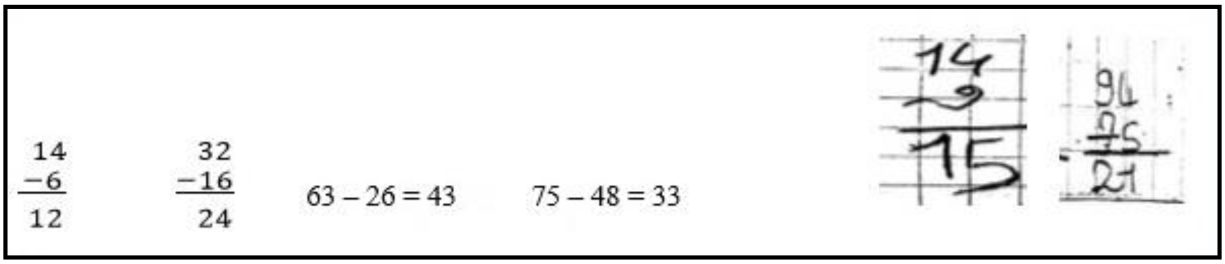


Figure 1. Examples of students' subtracting the subtrahend number from the resulting number in case the resulting number was greater than the subtrahend number errors

The error "reaching a one lower or one higher result by considering the starting number" was repeated 32 times by 21 first-grade and 11 second-grade students. In this type of mistake commonly made by students, while counting backward and forwards in addition and subtraction operations, they reach one lower or one higher result by considering the starting number. Examples of student mistakes and visuals of their answers are located in Figure 2 below.

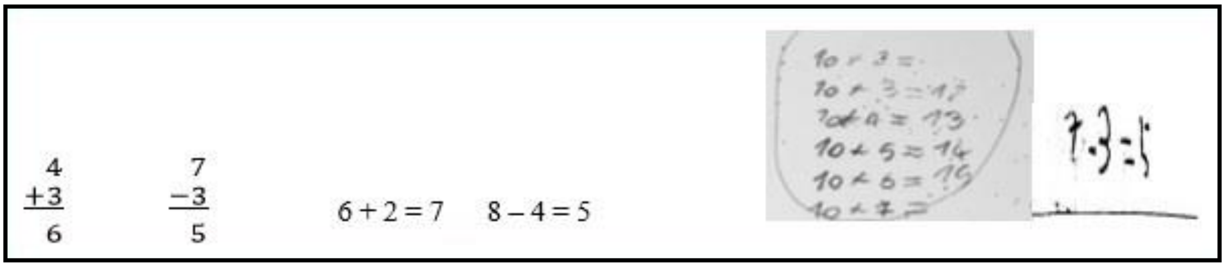


Figure 2. Examples of students reaching a one lower or one higher result by considering the starting number errors

It has been determined that the error "performing an addition operation first instead of subtraction in finding the missing addend" was made 25 times by 16 first-grade and nine second-grade students. Students make this mistake by making additions instead of subtraction while calculating the missing addend. When they see the addition sign (+), they tend to do the addition operation first. They can be said to focus on the symbol rather than the process. At the same time, students who make such mistakes do not understand the meaning of the equal (=) sign. Examples of student mistakes and visuals of their answers are located in Figure 3 below.

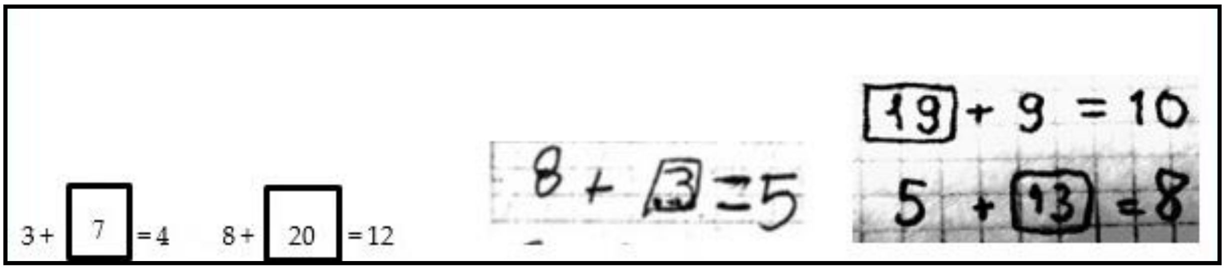


Figure 3. Examples of error types for performing an addition operation first instead of subtraction in finding the missing addend

It is seen that the error "subtracting the finding from the remaining number in finding the missing subtrahend" was made by 24 students, 15 first-graders and nine second-graders. Students who make this mistake must calculate the missing number by adding the resulting number with the remaining number (difference). Instead, they perform a subtraction operation by focusing on the subtraction symbol (-). This error type also shows the incorrect use of the equal (=) sign. Examples of student mistakes and visuals of their answers are located in Figure 4 below.

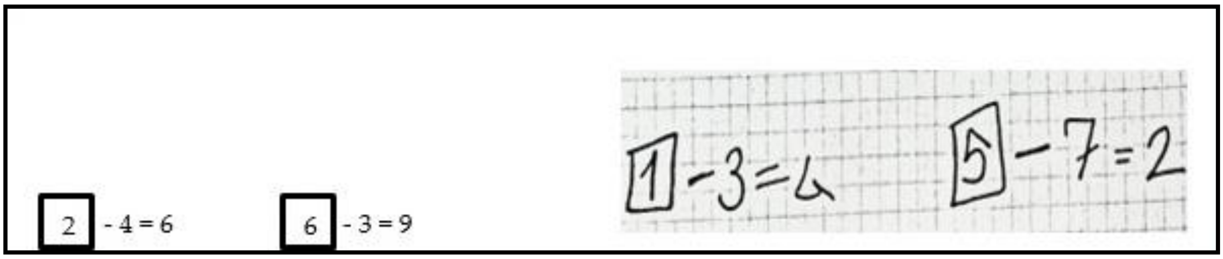


Figure 4. Examples of error types for subtracting the finding from the remaining number in finding the missing subtrahend

It was determined that the error "performing different operations between the steps" was made by eight second-grade students. Students do addition and subtracting simultaneously in the same equation in this error. Although subtraction was given in the first example, the student added 4 and 3 and subtracted 1 from 1. Although there was an addition operation in the second example, the student subtracted 5 from 8 and added 2 and 1. Examples of student mistakes and visuals of their answers are located in Figure 5 below.

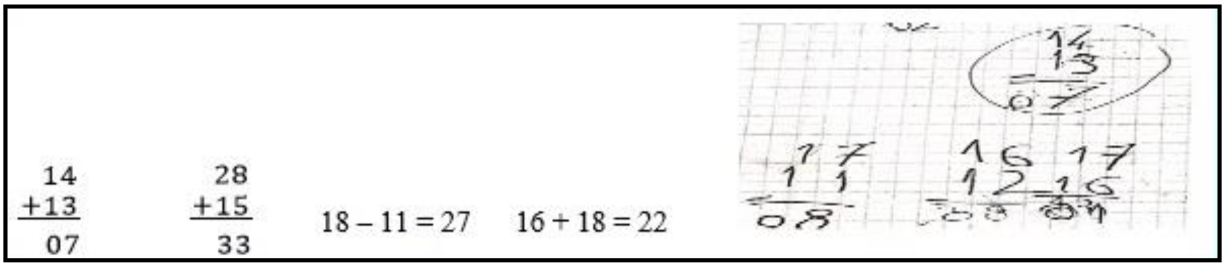


Figure 5. Examples of error types for performing different operations between the steps

It was determined that the error "starting the operation from left to right" was made by six second-grade students. While students should start the operation from the ones digit, they mistakenly started from the tens digit. When they started the operation from the tens digit, it was determined that students carried to the ones digit in the addition process. In contrast, in the decimal conversion operation, they performed operations by decrementing the ones digit by one. It can be said that the students did not internalize the order of operations sufficiently or did not sufficiently understand the concept of order and sequencing in the multi-stage process. Examples of student mistakes and visuals of their answers are located in Figure 6 below.

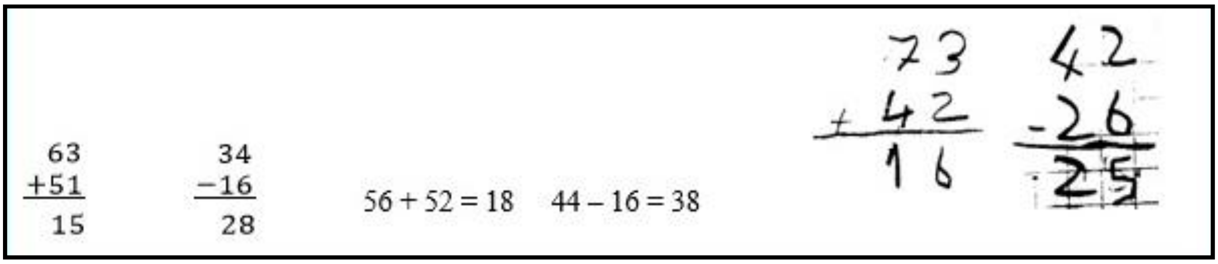


Figure 6. Examples of error students starting the operation from left to right

It is seen that the error "adding the subtracted number and the remaining number in finding the missing resulting number" was made by six students, four first-grade and two second-grade students. Students find the resulting number by adding the subtracted number and the remaining number in this mistake. Examples of student mistakes and visuals of their answers are located in Figure 7 below.

Figure 7. Examples of errors for adding the subtracted number and the remaining number in finding the missing resulting number

It was determined that 6 first-grade students made the error of "obtaining different results when additives change place." This type of error was not found in the second-grade students. Students who make this mistake may find different results when the places of the additives are changed. Examples of student mistakes and visuals of their answers are located in Figure 8 below.

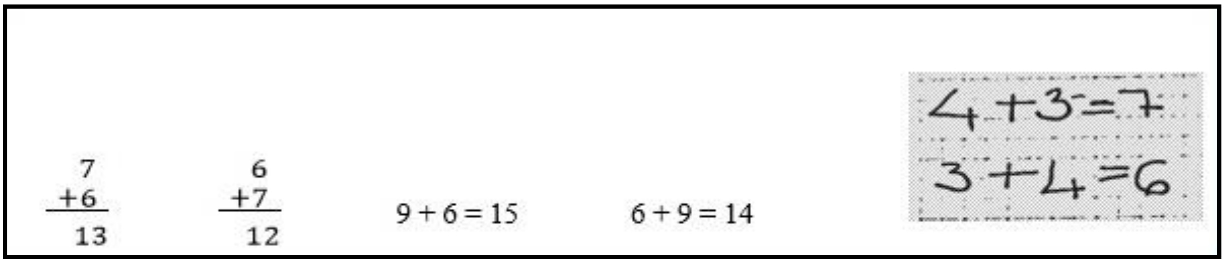


Figure 8. Examples of students obtaining different results when additives change place

It is seen that 4 second-grade students made the error of "leaving the operation incomplete in carrying and decimal operations." Generally, students leave carrying and decimal operations incomplete or get bored with the process leaving it incomplete. Examples of student mistakes and visuals of their answers are located in Figure 9 below.

$\begin{array}{r} 43 \\ +18 \\ \hline 1 \end{array}$ $\begin{array}{r} 35 \\ -8 \\ \hline 7 \end{array}$

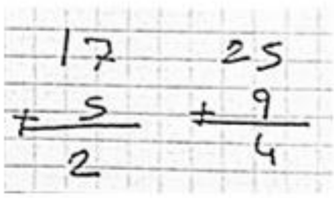


Figure 9. Examples of students leaving the operation incomplete in carrying and decimal operations

It has been determined that the error "finding the result equal to the number in operations with two equal numbers" was made by 12 students, 5 first-grade and 7 second-grade students. This situation, seen in the addition or subtraction of two equal numbers in first-grade students, is generally seen in multiplying and dividing two equal numbers at the second-grade level. This type of error is also seen when there are two equal digits between two-digit numbers. It appears as a mirror effect to students. Examples of student mistakes and visuals of their answers are located in Figure 10 below.

$\begin{array}{r} 6 \\ +6 \\ \hline 6 \end{array}$ $\begin{array}{r} 5 \\ -5 \\ \hline 5 \end{array}$ $\begin{array}{r} 3 \\ x\,3 \\ \hline 3 \end{array}$ $2 \div 2 = 2$ $\begin{array}{r} 14 \\ +4 \\ \hline 14 \end{array}$ $\begin{array}{r} 12 \\ -2 \\ \hline 12 \end{array}$

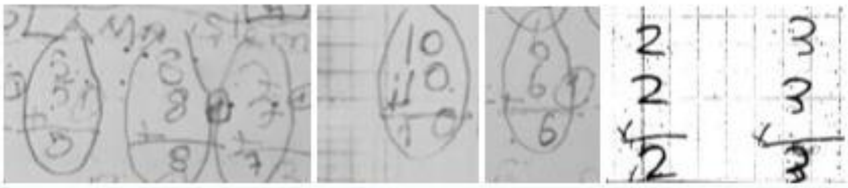


Figure 10. Examples of students finding the result equal to the number in operations with two equal numbers

It was determined that the mistake of "writing the result by creating a pattern between the operations" was made by 7 students, 5 first-grade and 2 second-grade students. Depending on the result of the previous operations, the students follow the result in sequential order and make it completely independent of the operation. The student writes the result of the operation under the influence of the successive pattern. Examples of student mistakes and visuals of their answers are located in Figure 11 below.

$\begin{array}{r} 3 \\ +7 \\ \hline 10 \end{array}$ $\begin{array}{r} 3 \\ +8 \\ \hline 11 \end{array}$ $\begin{array}{r} 3 \\ +9 \\ \hline 12 \end{array}$ $\begin{array}{r} 4 \\ +4 \\ \hline 13 \end{array}$ $\begin{array}{r} 4 \\ +5 \\ \hline 14 \end{array}$ $\begin{array}{r} 4 \\ +6 \\ \hline 15 \end{array}$ $\begin{array}{r} 4 \\ +7 \\ \hline 16 \end{array}$

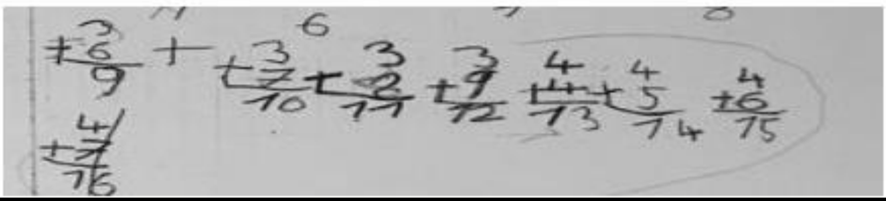


Figure 11. Examples of students' errors writing the result by creating a pattern between the operations

It is seen that the mistake of "finding different results when multipliers change place" was made by four second-grade students. Students are unaware that the results should be equal in operations where multipliers are swapped and may find different results. Children should be shown, with examples, the commutative property of multiplication and that the results of 6 x 3 and 3 x 6 operations with natural numbers will be equal. Examples of student mistakes and visuals of their answers are located in Figure 12 below.

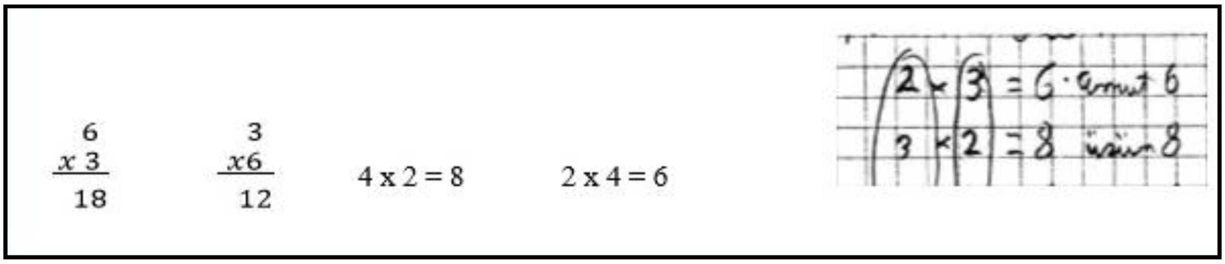


Figure 12. Examples of errors of finding different results when multipliers change place

It is seen that the "ignoring the ones digit of the sum" error was made by 3 second-grade students. Students who make such mistakes do not operate with ones digits in operations where the summed numbers consist of two digits; they use the tens digits. The reason for this may be to get rid of the decimal move and finalize the operation quickly in operations that require a carrying addition operation. Examples of student mistakes and visuals of their answers are located in Figure 13 below.

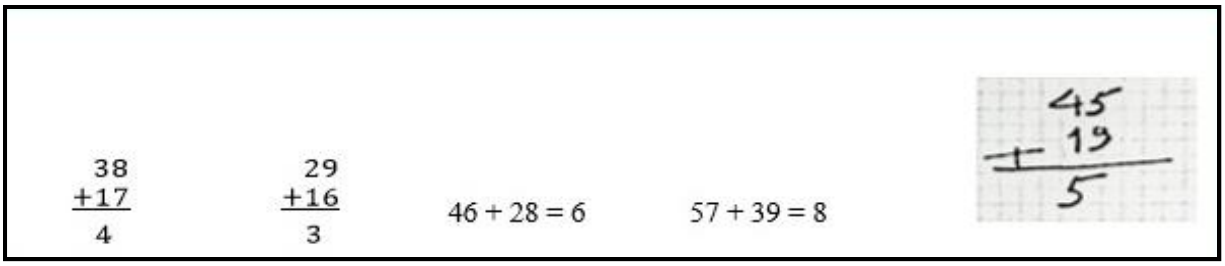


Figure 13. Examples of students ignoring the ones digit of the sum

It was determined that the error of "multiplying the other multipliers in finding the missing multiplier" was made by 10 second-grade students. When one of the multipliers is not given, students multiply the numbers they see together when they see the multiplication sign (x). As seen in the first example below, the student was unaware that "How many times do we multiply 2 to make 6" is being asked. The child might have viewed the question in the form of "2 x 3 =?" It may be similar to questions of the type. Examples of student mistakes and visuals of their answers are located in Figure 14 below.

$2 \times \boxed{8} = 4$ $\quad 3 \times \boxed{9} = 3$ $\quad 3 \times \boxed{3} = 1$ $\quad 2 \times \boxed{2} = 1$

Figure 14. Examples of errors around multiplying the other multipliers in finding the missing multiplier

It was seen that no student made the mistake of "carrying out operations by adding the values of the subtracting and resulting numbers". As a result of the literature review, the students who made this kind of mistake by adding the subtracting number values within themselves, and if the resulting number is two-digits, they add the number values within themselves to conduct the subtraction operation. Examples of student mistakes and visuals of their answers are located in Figure 15 below.

$\begin{array}{r} 12 \\ -1 \\ \hline 2 \end{array}$ $\quad \begin{array}{r} 24 \\ -13 \\ \hline 2 \end{array}$ $\quad 14 - 5 = 0$ $\quad 35 - 11 = 6$

Figure 15. Examples of error types for the students carrying out operations by adding the values of the subtracting and resulting numbers

Conclusion, Discussion, and Recommendations

When the the findings obtained in this research were examined, it was concluded that "subtracting the subtrahend number from the resulting number in case the resulting number is greater than the subtrahend number" is the most frequently repeated error type among the second-grade students. Regardless of the digit position, students mistakenly subtract the subtrahend number from the resulting number if the resulting number is greater than the subtrahend number in most operations that require decimals. The reasons that push the student to this mistake are failures in operations requiring decimal change and subtraction as a commutative operation. When the studies on error detection are examined, it is seen that the most common mistake made by students is "subtracting the subtrahend number from the resulting number if the resulting number is greater than the subtrahend number" (46 – 18 = 32, 543 – 237 = 314). Regardless of the digit position, students make mistakes by subtracting the smaller number from the larger number in most operations that require decimals (Ashlock, 2002; Brown and Burton, 1978; Engelhardt, 1977; Hansen, 2014; Hopkins et al., 2004; Ojose, 2015; Ryan and Williams, 2007). Teachers stated that the operational errors made by students are mainly based on subtracting the smallest number from the largest number (Yorulmaz and Önal, 2017). According to Hansen (2014), children who subtract the smaller number from the larger number in equations as 374 – 158 = 224 should know the difference between the numbers. While learning numbers with bead counters, children should be encouraged to find the difference between numbers. Questions, such as "What is the difference between 8 and 4?" and "What is the difference between 4 and 8?," should be asked. To Bamberger, Oberdorf, and Schultz Ferrell (2010), the problem with such errors is that young children do not always distinguish between numbers and digits. Children begin to use two-digit numbers at the end of the first grade or the beginning of the second grade. When a child sees the operation 23 - 4, they remember the sentence, "we subtract the small digit from the large digit." Thus, coming up with the answer 21. It should be emphasized that it does not matter which number it starts with when adding due to its commutative property and subtraction has no commutative property. Ryan and Williams (2007) found that two-digit subtraction was the most difficult operation for 7-year-olds. They concluded that only 20 percent of the students correctly answered the questions asked.

It was concluded that "reaching a one lower or one higher result by considering the starting number" is the type of error made at the highest rate by first-grade students. The second-grade students also made this type of error. Children count objects with their fingers and use a strategy in their minds. Being able to count reliably and accurately is a prerequisite for meaningful calculations. Brown and Burton (1978) stated that students using the immature strategy of finger counting forget where they were, and therefore, they made this type of error. Cotton (2010) discussed that in the process of 5 + 3 = 7, children count 1, 2, 3, 4, 5 and continue with 5, 6, 7, starting from 5 again. It is helpful for children who make such mistakes to follow the numbers in the classroom or on the playground. Playing games is very important. When children count wrong, they correct each other's mistakes very quickly. Children who made such mistakes counted the starting number twice in the operations 3+4=6 and 7-5=3. They counted 3, 4, 5, 6 for 3+4 and 7, 6, 5, 4, 3 for 7-5, which can be effective to encourage children to play with concrete objects that they count one after the other to calculate correctly at an early age (Hansen, 2014).

When we look at the other findings obtained in this research, "performing an addition operation first instead of subtraction in finding the missing addend," "subtracting the finding from the remaining number in finding the missing subtrahend," "adding the subtracted number and the remaining number in finding the missing resulting number," and "obtaining different results when additives change place" were highly made mistakes by first-grade students than second-grade students. According to NCTM (2000), noticing the inverse relationship between addition and subtraction allows students to be flexible when using methods in problem-solving. For example, the numbers 3, 4, and 7 are 4+3, 3+4, or 7-3 and 7-4. Students think that the result of operations 4-7 and 7-4 is the same, and subtraction is an operation that has the property of change (Davis, 1984). Hence, they make mistakes. Mooney et al. (2009) suggest that children should be promoted to do sequential counting through nursery rhymes, rhythms, and stories; play games involving counting, such as clapping games, hopscotch game, counting the numbers that exist in current situations that children encounter during the day (e.g., number of children at lunch), playing dominoes and board games, and counting materials sets; and counting number of jumps, number of ball possessions, number of jumpers. while playing in the playground to develop counting skills. During the course of the lessons, 8 + 5 = 13, 13 – 5 = ?, 13 – 8 =?; 9 + 6 = 15, 15 – 9 = ?, 15 – 6 =?; 12 + 7 = 19, 19 – 12 =?, 19 – 7 =?, 46 + 38 = 84, 84 – 46 = ?, 84 – 38 =? examples should be given importance. It is seen that children who know how to count rhythmically backward and forwards in 2, 3, and 4's are more successful in forming equal groups in division and multiplication or in dividing into equal parts. According to Burns (2007), children learn the addition sign to add numbers, but as seen in this question, 3 + □ = 7, they add the two numbers instead of finding the addend because they saw the addition sign. Similarly, students who knew that 3 + 10 = is not equal to 7 wrote 10 as the missing addend. Children who make this common mistake focus on the symbols, not the question's meaning. However, the same children do not usually make mistakes when thinking about numerical problems given in the same context. When the problem "we have three birthday candles, but we need a total of ten candles. How many more birthday candles do we need?" is given, children usually interpret the situation and determine how many more candles they need with the correct numbers. They do not make the same mistake they often do when dealing with the same problem presented verbally.

When the errors made by the second-grade students are examined, "performing different operations between the steps," "starting the operation from left to right," "leaving the operation incomplete in carrying and decimal operations," "ignoring the ones digit of the sum," "finding different results when multipliers change place," and "multiplying the other multipliers in finding the missing multiplier" are among the mistakes they make. "Adding the values of the subtracting and resulting numbers" was not reached in any student notebook. Harris (2000) stated that children who make such mistakes experienced samples with an insufficient, unsuitable, or insufficient variation. For the concepts to be abstracted and make sense of the procedure, the adequacy of examples and sample variations for children is necessary. Without this competence, children may generalize based on incomplete knowledge and experience. According to Van de Walle, Karp and Bay-Williams (2014), in adding 37 + 28, if children's understanding of 37 is based on counting, they are expected to use counting objects and perform counting operations starting from 1. A student can use conventional rules by aligning the digits of the numbers one after the other, adding the numbers in the ones digit first and then the tens digit. However, they might not understand why they moved the 1 to the 10's digit. In his study, Kubanç (2012) concluded that errors and misconceptions experienced in operations with two and more than two-digit numbers are more than mistakes and misconceptions experienced with single-digit numbers. Hansen (2014) noted that in finding the missing factor 2 x □ = 6, the child multiplies 2 and 6 to get 12. However, the child may view the process as 2 x 3 = □ questions. Therefore, when they see the multiplication sign, they multiply the two visible numbers together. The child is unaware that "How many times do we multiply 2 to get 6" is being asked. Alternatively, the division operation should be used. The child who made this mistake may not have understood that division is the opposite of multiplication. Using the partition is challenging for children because it requires them to solve algebraic equations which seem different from the original question asked in 12÷ □ = 2 type equations. Therefore, children should not use it until they understand what is asked. Teachers should ensure that students encounter situations where the same numbers repeatedly appear in different contexts. According to Fox and Surtees (2010), if the student knows that 5 times 4 is 20 while concentrating on multiplication, they should know that 4 times 5 is 20 ($5 \times 4 = 4 \times 5$). It should take advantage of the commutative property of multiplication.

This work was conducted with the primary school first and second-grade students. Operational errors in four operations in learning numbers and operations in primary school mathematics lessons were detected. Student errors can also be determined in geometry, measurement, data processing, and other mathematics learning areas with different grade levels. The relationship between students' learning styles and operational errors can be examined. Research can be conducted on teacher behaviors that cause students' four-operation errors. Rhythmic counting exercises should be given importance in the lessons. Forward rhythmic counting facilitates the teaching of addition and multiplication, while backward rhythmic counting facilitates the teaching of subtraction and division. Students' sense of numbers should be developed, and the relationship between the four operations should be understood. Teachers should benefit from concrete materials and methods suitable for the subject as much as possible during the lessons, without ignoring that early children are in the concrete operational stage and at different developmental levels. Teachers should be aware that students' errors can be learning opportunities.

References

Ashlock, R. B. (2002*). Error patterns in computation: Using error patterns to improve instruction*. Upper Saddle River, NJ: Prentice Hall.

Askew, M. & William, D. (1995). *Recent reserach in mathematics education*. London: HMSO.

Baki, A. (2014). *Matematik tarihi ve felsefesi*. Ankara: Pegem Akademi.

Bamberger, H. J., Oberdorf, C. & Schultz-Ferrell, K. (2010). *Math misconceptions: From misunderstanding to deep understanding*. Portsmouth, NH: Heinemann.

Baykul, Y. (2006). *İlköğretimde matematik öğretimi (1-5. sınıflar).* Ankara: Pegem A Yayıncılık.

Ben-Hur, M. (2006). *Concept-rich mathematics instruction: building a strong foundation for reasoning and problem solving.* Alexandra, VA, USA: Association for Supervision & Curriculum Development.

Berman, W. (2006). When will they ever learn? Learning and teaching from mistakes in the clinical context. *Clinical Law Review*, *13*, 115-141.

Brown, J. S. & Burton, R. R. (1978). Diagnostic models for procedural bugs in basic mathematical skills. *Cognitive Science*, *2*, 155-192.

Burns, M. (2007). *About teaching mathematics: A K-8 resource* (3 ed.). Sausalito, CA: Math Solution Publications.

Büyüköztürk, Ş., Kılıç Çakmak, E., Akgün, Ö.E., Karadeniz, Ş., & Demirel, F. (2012). *Bilimsel araştırma yöntemleri*. Ankara: Pegem Akademi Yayınevi.

Carpenter, T. P. & Moser, J. M. (1984). The acquisition of addition and subtraction concepts in grades one through three. *Journal for Research in Mathematics Education*, *15*, 179-202.

Carruthers, E. & Worthington, M. (2006). *Children's mathematics, making marks, making meaning*. (2nd Ed.) London: Sage Publications.

Chick, H. L. & Baker, M. K. (2005). Investigating teachers responses to student misconceptions. *Proceedings of the 29 th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education,* Vol. 2, pp. 249-256. Melbourne: PME.

Cockburn, A. D. (2005). *Teaching mathematics with ınsight*. London: Falmer Press.

Cockburn, A. D. & Littler, G. (2008). *Mathematical misconceptions: A guide for primary teachers.* London: Sage Publications.

Cooke, H. (2007). *Mathematics for primary and early years*. London: Open University.

Cotton, T. (2010). *Understanding and teaching primary mathematics.* London: Routledge.

Creswell, J. W. (2016). *Nitel araştırma yöntemleri: Beş yaklaşıma göre nitel araştırma ve araştırma deseni* (3. Baskıdan Çeviri). (Çeviri Editörleri: M. Bütün & S.B.Demir). Ankara: Siyasal Yayın Dağıtım.

Davis, R. B. (1984). *Learning mathematics: The cognitive science approach to mathematics education.* London: Croom Helm Publisher.

Engelhardt, J. M. (1977). Analysis of children's computational errors: *A qualitative approach. British Journal of Educational Psychology*, *47*, 149-154.

Fuson, K. C. (1986). Roles of representation and verbalization in the teaching of multi-digit addition and subtraction. *European Journal of Psychology of Education*, *1*(2), pp.3556.

Fox, S. & Surtees, L. (2010). *Mathematics across the curriculum*. London: Continuum International Pub. Group.

Gibbs, G. (2007*). Analysing qualitative data*. New York: SAGE Publications.

Glesne, C. (2012). *Nitel araştırmaya giriş* (Çeviri Editörleri: Ali Ersoy & Pelin Yalçınoğlu). Ankara: Anı Yayıncılık.

Hansen, A. (2014). *Children's errors in mathematics*. Los Angeles: Learning Matters.

Harris, A. (2000). *Addition* & *Subtraction*. St Martın's College.

Haylock, D. & Cockburn, A. (2014). *Küçük çocuklar için matematiği anlama*. (Çeviri Editörü: Zuhal Yılmaz). Ankara: Nobel Yayıncılık.

Hopkins, C., Pope, S. & Pepperell, S. (2004). *Understanding primary mathematics*. London: David Fulton.

Koshy, V. (2000). Children's mistakes and misconceptions. In V. Koshy (Ed.), *Mathematics for primary teachers*. London: Routledge.

Kubanç, Y. (2012). *İlköğretim 1., 2. ve 3. sınıf öğrencilerinin matematikte dört işlem konusunda yaşadığı zorluklar ve çözüm önerileri*. Yayımlanmamış yüksek lisans tezi, Fırat Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Elazığ.

McMillan, J. H. (2000). *Educational research: Fundamentals for the consumer* (4th ed.). White Plains, NY: Addison Wesley Longman, Inc.

MEB. (2018). *Matematik dersi öğretim programı (İlkokul ve Ortaokul 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 ve 8. Sınıflar).* Ankara.

Merriam, S. B. (2013). *Nitel araştırma: Desen ve uygulama için bir rehber* (3. Baskıdan Çeviri, Çeviri Editörü: S. Turan). Ankara: Nobel Yayın Dağıtım.

Miles, M. B. & Huberman, A. M. (1994). *Qualitative data analysis: an expanded sourcebook*. Calif: SAGE Publication.

Mooney, C., Briggs, M., Fletcher, M., Hansen, A. & McCulloch, J. (2009*). Primary mathematics: Teaching theory and practice* (4th ed.). Exeter, UK: Learning Matters Ltd.

NCTM, (2000). *Principles and standarts for school mathematics*. Reston, Va. NCTM.

Ojose, B. (2015). Students' misconceptions in mathematics: Analysis of remedies and what research says. *Ohio Journal of School Mathematics*, Fall 2015, Vol. 72.

Olkun, S. & Toluk Uçar, Z. (2012). *İlköğretimde etkinlik temelli matematik öğretimi*. Ankara: Maya Akademi.

Pearson, M. & Somekh, B. (2003). Concept mapping as a research tool a study for primary children's representations of information and communication Technologies (ICT). *Education and Information Technologies, 8*(1), 5 -22.

Pesen, C. (2020). *İlkokullarda matematik öğretimi*. Ankara: Pegem Akademi.

Ryan, J. & Williams, J. (2007). *Children's mathematics 4–15: Learning from errors and misconceptions*. Maidenhead: Open University Press.

Sadi, A. (2007). Minconceptions in numbers. *UGRU Journal*, *5*, pp.1-7.

Spooner, M. (2002). *Errors and misconceptions in maths at key stage 2: working towards success in sats*. London: David Fulton.

Thompson, I. (2008). From counting to deriving number facts, in I. Thompson (ed.) *Teaching and learning early number*. Maidenhead: Open University Press.

Thompson, I. & Bramald, R. (2002). *An investigation of the relationship between young children's understanding of the concept of place value and their competence at mental addition* (Report for the Nuffield Foundation). Newcastle upon Tyne: University of Newcastle upon Tyne.

Van De Walle, J. A., Karp, K. S. & Bay-Williams, J. M. (2014). *İlkokul ve ortaokul matematiği gelişimsel yaklaşımla öğretim.* (Çeviri Editörü: Soner Durmuş). Ankara: Nobel Yayıncılık.

Vosniadou, S. & Verschaffel, L. (2004). Extending the conceptual change approach to mathematics learning and teaching. *Special Issue of Learning and Instruction*, *14*(5), 445–451.

Yıldırım, A. & Şimşek, H. (2021). *Sosyal Bilimlerde Nitel Araştırma Yöntemleri (12. Baskı).* Ankara: Seçkin Yayıncılık.

Yorulmaz, A. & Önal, H. (2017). Examination of the views of class teachers regarding the errors primary school students make in four operations. *Universal Journal of Educational Research, 5*(11), 1885-1895.

Ahi Evran Üniversitesi
Kırşehir Eğitim Fakültesi Dergisi

ISSN: 2147 - 1037

http://kefad.ahievran.edu.tr

Investigation of Gender Bias in TIMSS 2015 and 2019 Mathematics Items in Turkey: Differential Item Functioning Analysis with the SIBTEST Procedure

Musa Sadak

Article Information

DOI: 10.29299/kefad.961858

Received: 03.07.2021
Revised: 26.02.2022
Accepted: 17.03.2022

Keywords:

Item bias,
Gender equity,
Differential Item Functioning (DIF) analysis,
SIBTEST procedure,
Mathematics education,
TIMSS

Abstract

The aim of this study is to determine whether eighth- grade mathematics items in TIMSS international assessment (f=483), 224 in the TIMSS 2015, and 259 in the TIMSS 2019, have item bias between male and female students in Turkey and if any, to carry out detailed investigations based on TIMSS conceptual framework. The sample of the study consists of a total of 5,080 students, including 3,058 8th graders (n_{girls}= 1,577, n_{boys}= 1,481) in TIMSS 2015, and 2,022 8th graders (n_{girls}= 1,027, n_{boys}= 995) in TIMSS 2019. After the Confirmatory Factor Analysis was performed for the mathematics booklets used in two assessments as a prerequisite for the analysis of the data, items indicating bias were determined using the SIBTEST procedure, which is a special analysis method for the Differential Item Functioning (DIF) statistical technique. As a result of the analysis, it was concluded that 25 out of 224 mathematics items in TIMSS 2015 and 15 out of 259 mathematics items in TIMSS 2019 exam had item bias based on genders. The distribution of these biased items by gender and finally by content and cognitive domains within the TIMSS conceptual framework is presented. The findings were discussed in line with the literature and relevant suggestions were also provided.

TIMSS 2015 ve 2019 Matematik Sorularının Türkiye'de Cinsiyete Göre Madde Yanlılığının İncelenmesi: SIBTEST Prosedürü ile Değişen Madde Fonksiyonu Analizi

Makale Bilgileri

DOI: 10.29299/kefad.961858

Yükleme: 03.07.2021
Düzeltme: 26.02.2022
Kabul: 17.03.2022

Anahtar Kelimeler:

Madde yanlılığı,
Cinsiyet eşitliği
Değişen Madde Fonksiyonu (DMF) analizi,
SIBTEST prosedürü,
Matematik eğitimi,
TIMSS

Öz

Bu çalışmanın amacı TIMSS 2015 uluslararası sınavında 224 adet, TIMSS 2019'da ise 259 adet olmak üzere toplam 483 adet 8. sınıf matematik sorusunun Türkiye'de kız ve erkek öğrenciler arasında madde yanlılığına sahip olup olmadıklarını tespit etmek, varsa madde yanlılığı içeren soruların TIMSS kavramsal çerçevesi açısından ayrıntılı incelemelerini gerçekleştirmektir. Çalışmanın örneklemini TIMSS 2015'de 3,058 ($n_{kız}$=1,577, n_{erkek}=1,481) ve TIMSS 2019'da 2,022 ($n_{kız}$=1,027, n_{erkek}=995) olmak üzere toplam 5,080 öğrenci oluşturmaktadır. Verilerin analizi için öncelikle iki sınavda kullanılan matematik kitapçıkları için Doğrulayıcı Faktör Analizi gerçekleştirildikten sonra, Değişen Madde Fonksiyonu (DMF) için özel bir yöntem olan SIBTEST prosedürü kullanılmıştır. Sonuç olarak, TIMSS 2015'de toplam 224 matematik sorusunun 25'inin, TIMSS 2019'da ise, 259 matematik sorusunun 15'inin madde yanlılığına sahip olduğu sonucuna ulaşılmıştır. Bu soruların cinsiyetlere göre ve nihayetinde de TIMSS kavramsal çerçevesinde yer alan içerik ve bilişsel alanlara göre dağılımları sunulmuştur. Bulgular alan yazın doğrultusunda tartışılmış ve buna bağlı öneriler de sunulmuştur.

Sorumlu Yazar: Musa Sadak, Öğr. Gör. Dr., Kastamonu Üniversitesi, Türkiye, msadak@kastamonu.edu.tr, ORCID ID: 0000-0001-6036-1279.

Atıf için: Sadak, M. (2022). TIMSS 2015 ve 2019 matematik sorularinin Türkiye'de cinsiyete göre madde yanliliğinin incelenmesi: sibtest prosedürü ile değişen madde fonksiyonu analizi. *Kırşehir Eğitim Fakültesi Dergisi, 23*(Özel Sayı), 211-258.

Giriş

Uluslararası Eğitim Başarısını Değerlendirme Birliği (International Association for the Evaluation of Educational Achievement [IEA]) tarafından oluşturulan Uluslararası Matematik ve Fen Eğilimleri Çalışması (Trends in International Mathematics and Science Study [TIMSS]) ve Ekonomik İşbirliği ve Kalkınma Örgütü (Organization for Economic Co-operation and Development [OECD]) tarafından oluşturulan Uluslararası Öğrenci Değerlendirme Programı (Programme for International Student Assessment [PISA]) gibi uluslararası değerlendirme sınavları ülkelere matematik ve fen alanındaki performanslarını diğer katılımcı ülkeler arasında kıyaslama fırsatı sunmaktadır (Akyüz, 2014; Akyüz ve Berberoğlu, 2010; Doğan ve Barış, 2010; İncikabı, 2012). Bu değerlendirmeler 1960'lardan beri kullanılmaktadır (Yıldırım, Yıldırım, Ceylan, Yetişir ve Ajans, 2013). Uluslararası eğitim değerlendirmelerinden elde edilen sonuçlar ülkelere, sonuçların nasıl yorumlandığına bağlı olarak öğrencilerin performanslarını iyileştirmek için eğitim politikalarını şekillendirmek amacıyla bir bakış açısı kazandırmaktadır (Akyüz, 2006; Akyüz, 2014; Akyüz ve Berberoğlu, 2010; Bilican, Demirtaşlı ve Kilmen, 2011; Doğan ve Barış, 2010; İncikabı, 2012). Bu nedenle ülkeler, öğrencilerinin uluslararası ortamdaki başarılarının ilerlemesini izlemek ve başarılarını etkileyen faktörleri araştırmak için bu uluslararası değerlendirmelere katılırlar (Akyüz, 2014; Doğan ve Barış, 2010; İncikabı, 2012). Bu faktörleri anlayarak ve eğitim sistemlerini diğer eğitim sistemleriyle karşılaştırarak, eğitim politika yapıcıları kararlarını değerlendirebilir, sorunları belirleyebilir ve daha etkili politikalar geliştirebilirler (Akyüz ve Berberoğlu, 2010; Bilican ve diğerleri, 2011).

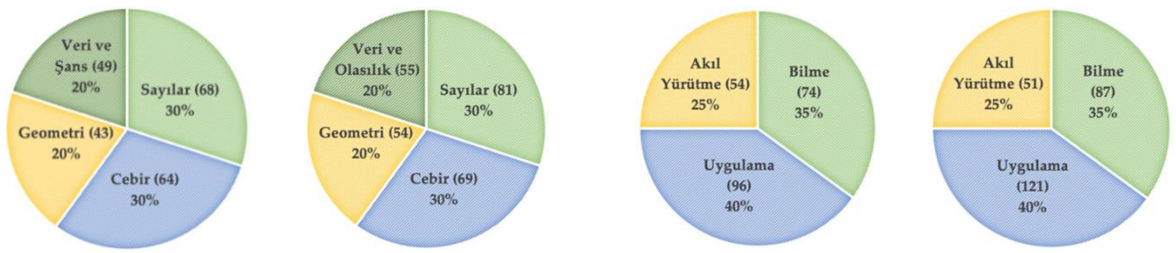
TIMSS, dünyanın dört bir yanındaki katılımcı ülkelerdeki 4. ve 8. sınıf öğrencilerinin matematik ve fen bilgisi alanlarındaki performanslarını değerlendirmek için her dört yılda bir tekrarlanan uluslararası bir değerlendirmedir (Doğan ve Barış, 2010; İncikabı, 2012). Türkiye bu değerlendirmeye ilk olarak 1999 yılında katılmıştır. 1999 yılındaki değerlendirmeye sadece sekizinci sınıf düzeyinde katılırken, 2003 yılında katılım göstermemiş, 2007 yılında ise yine sekizinci sınıf düzeyinde katılmıştır. 2011 yılına gelindiğinde, Türkiye artık hem dördüncü hem de sekizinci sınıf düzeyinde katılım göstermeye başlamış (Bilican ve diğerleri, 2011; Erkan, 2013; Güner, Sezer ve İspir, 2013) ve bu durum 2015 (Mullis, Martin, Foy ve Hooper, 2016) ve 2019 yıllarında da (Mullis, Martin, Foy, Kelly ve Fishbein, 2020) devam etmiştir. 2019 yılında uygulanan sınavda diğerlerinden farklı olarak Türkiye elektronik olarak da bu sınava katılmıştır. Katıldığı yıllar içerisinde diğer katılımcılara göre Türkiye'nin konumu Tablo 1'de verilmiştir.

Tablo 1. *Türkiye'nin katıldığı TIMSS sınavları ve katılımcılar arasındaki konumu*

	4. sınıf		8. sınıf	
	Türkiye Sıralama	Toplam Katılımcı	Türkiye Sıralama	Toplam Katılımcı
TIMSS 1999 (Akyüz, 2006)	-	-	31	38
TIMSS 2007 (Martin, Mullis ve Foy, 2008)	-	-	37	67 (8)
TIMSS 2011 (Mullis, Martin, Foy ve Arora, 2012)	40	60 (8)	37	59 (14)
TIMSS 2015 (Mullis ve diğerleri, 2016)	41	57 (7)	29	46 (7)
TIMSS 2019 (Mullis ve diğerleri, 2020)	26	64 (6)	24	46 (7)

Not: Parantez içerisinde verilen sayılar toplam katılımcılar arasında bazı ülkelerden özel olarak katılım gösteren bölgeleri belirtmektedir (*benchmarking participants*).

Tablo 1'de görüldüğü üzere, Türkiye yıllar içerisinde nispeten konumunu geliştirmiştir. Özellikle 2015 ve 2019 yıllarındaki performansı ile Türkiye diğer yıllara nazaran bir gelişim eğilimine girmiştir. Özellikle bu iki yıldaki değişimleri anlamlı olarak okuyabilmek sonraki yıllarda da artışı devam ettirmek adına önemlidir. Bu anlamda, öğrencilerin diğer ülkeler nezdindeki başarılarını ve bu başarı veya başarısızlığın arkasında yatan sebepleri ortaya koymak adına düzenlenen TIMSS uluslararası sınavının matematik bölümünde, öğrencilerin hem içerik hem de bilişsel anlamda gelişimleri gözlemlenebilmektedir. Bu sınavda sorular belli içerik ve bilişsel alanlar etrafında hedeflenen doğrultuda oluşturulmuştur. 8. sınıf sorularının içerdikleri içerik alanları TIMSS 2015 sınavında *sayılar*, *cebir*, *geometri* ve *veri ve şans* iken TIMSS 2019 sınavında ise veri ve şans alt içerik alanı *veri ve olasılık* olarak değişmiştir. Diğer yandan bilişsel alanlar ise her iki yılda da *bilme*, *uygulama* ve *akıl yürütme* olarak belirtilmiştir (Gronmo, Linquist, Arora ve Mullis, 2013; Martin, Mullis ve Foy, 2017). Bu içerik ve bilişsel alanların hedeflenen yüzdelik dağılımları ile TIMSS 2015 ve TIMSS 2019 sınavlarındaki gerçek soru sayıları (parantez içerisinde) aşağıda verilmiştir (Şekil 1). TIMSS 2015 sınavında toplam 224 adet, TIMSS 2019 sınavında ise 259 adet 8. sınıf matematik sorusu bulunmaktadır. TIMSS 2019 sınavındaki sorular yeni oluşturulan elektronik sınavda kullanılan sorulardır.



TIMSS 2015 İçerik Alanlar | **TIMSS 2019 İçerik Alanlar** | **TIMSS 2015 Bilişsel Alanlar** | **TIMSS 2019 Bilişsel Alanlar**

Şekil 1. TIMSS 2015 ve TIMSS 2019 sınavlarında 8. sınıf düzeyinde kullanılan matematik sorularının içerik ve bilişsel alanlar yönünden hedeflenen (%) ve gerçek (parantez içinde) dağılımları (Gronmo ve diğerleri, 2013 ve Martin ve diğerleri, 2017'den derlenmiştir)

Cinsiyet ve Matematik Başarısı

Öğrencilerin başarısını etkileyen faktörler araştırmacıların yoğun ilgi gösterdiği konulardan biridir. Özellikle öğrenci ve aile ile ilgili faktörler (bkz. Akyüz, 2014; Atar, 2011; Demir, Kılıç ve Ünal, 2010), okulla ilgili faktörler (bkz. Demir ve diğerleri, 2010; Engin-Demir, 2009; Kılıç, Çene ve Demir, 2012), ve öğretmenlerle ile ilgili faktörler (bkz. Aaronson, Barrow ve Sander, 2007; Clotfelter, Ladd ve Vigdor, 2007; Clotfelter, Ladd ve Vigdor, 2010; Hill, Rowan ve Ball, 2005; Nye, Konstantopoulos ve Hedges, 2004; Stronge, Ward ve Grant, 2011) araştırmacıların ilgisini çekmiştir. Bu faktörler arasında öğrencilerin cinsiyetleri de başarıya etki eden önemli bir faktör olarak alan yazında yerini almıştır. Özellikle öğrenci başarısını modellemek adına yürütülen çalışmalarda, cinsiyet faktörü kontrol değişkeni olarak ele alınmış ve öğrenci başarısına etki eden faktörleri incelerken başarıya olan etkisi kontrol altına alınmak suretiyle çalışmalara dâhil edilmiştir (bkz. Aaronson ve diğerleri, 2007; Boyd, Grossman, Lankford, Loeb ve Wyckoff, 2005; Clotfelter ve diğerleri, 2010; Goldhaber ve Anthony, 2007; Hill ve diğerleri, 2005; Jacob ve Lefgren, 2002; Rowan, Chiang ve Miller, 1997; Stronge ve diğerleri, 2011). Türkiye'de yürütülen çalışmalarda ise cinsiyet, matematik başarısı açısından bir ikilem oluşturmaktadır. Bazı araştırmacılar öğrencilerin cinsiyetinin matematik başarısında önemli rol oynayan bir faktör olduğunu tespit ederken (Alacacı ve Erbaş, 2010; Demir ve diğerleri, 2010; Dinçer ve Kolasin, 2009; Gürsakal, 2012; Kılıç ve diğerleri, 2012), bazı araştırmacılar cinsiyet ile matematik başarısı arasında bir bağlantı olmadığını gösteren zıt sonuçları belirtmişlerdir (Aksu, 2001; Atar, 2011; Işıksal ve Aşkar, 2005). Çalışmalar genel itibariyle cinsiyeti öğrenci başarısına etki eden bir faktör olarak değerlendirmiş ve diğer değişkenlerle birlikte cinsiyet açısından da öğrenci başarısı açıklanmaya çalışılmıştır.

Yukarıda belirtilen içerik ve bilişsel alanlara göre cinsiyetler arasında matematik performansı açısından farklılıkları görebilmek adına, TIMSS 2015 ve TIMSS 2019 verileri üzerinden cinsiyetlere göre katılan bütün ülkelerin ortalama başarı puanları hem içerik hem de bilişsel alanlar yönünden aşağıda belirtilmiştir (Tablo 2). Tablo 2'de aynı zamanda Türkiye için de bu yıllardaki ortalama puanlar verilmiştir.

Tablo 2. *TIMSS 2015 ve TIMSS 2019 sınavlarında 8. sınıf düzeyinde cinsiyet açısından içerik ve bilişsel alanlarda Türkiye ve TIMSS genel ortalama başarı puanları*

		Türkiye 2015		TIMSS 2015		Türkiye 2019		TIMSS 2019	
		Kız	Erkek	Kız	Erkek	Kız	Erkek	Kız	Erkek
İçerik Alanları	Sayılar	461	455	484	491*	496	490	493	497*
	Cebir	443	452*	492*	481	503*	482	503*	493
	Geometri	469*	450	487*	480	496*	483	499*	495
	Veri ve Olasılık	472*	454	481*	479	506	498	490	489
Bilişsel Alanlar	Bilme	470	464	488*	485	503*	485	499*	494
	Uygulama	450	444	486	486	494	488	497	496
	Akıl Yürütme	461	458	487*	482	511*	497	501*	497
	Genel Ortalama	461	455	488*	485	501	490	491	488

*Anlamlı ölçüde diğer cinsiyet değerinden yüksek (.05 seviyesinde)

(National Center for Education Statistics, 2021 ve Mullis ve diğerleri, 2020'den faydalanılarak derlenmiştir)

Tablo 2'de görüldüğü üzere, sınav genel ortalama puanlarına baktığımızda kız ve erkek öğrenciler arasında ne TIMSS ortalaması bakımından ne de Türkiye bakımından istatistiksel olarak anlamlı ölçüde bir fark gözlemlenmemiştir (TIMSS 2015 genel ortalama hariç). İçerik ve bilişsel alanlar açısından baktığımızda ise, TIMSS sınavına katılan tüm ülkelerin ortalamaları üzerinden kız öğrencilerin içerik alanları ve bilişsel alanlarda erkek öğrencilere göre nispeten daha yüksek ortalama puana sahip oldukları gözlemlenmiştir. Katılımcı tüm ülkelerin ortalamalarına bakıldığında, 2015 ve 2019 yıllarında erkek öğrenciler dört içerik alanından sadece sayılar içerik alanında kız öğrencilerden ortalama olarak anlamlı ölçüde daha başarılı olmuşlardır. Bilişsel alanlar açısından ise kız öğrencilerin bilme ve akıl yürütme bilişsel alanlarında erkek öğrencilerden istatistiksel olarak anlamlı ölçüde daha başarılı olduğu, erkek öğrencilerin ise uygulama içerik alanında nispeten kız öğrencilere göre daha başarılı oldukları gözlemlenmiştir.

Türkiye açısından Tablo 2 incelendiğinde ise, 2015 yılında içerik alanları açısından kız öğrenciler geometri ve veri ve olasılık içerik alanlarında erkek öğrencilerden ortalama olarak anlamlı ölçüde daha yüksek puana sahip olmakla birlikte, erkek öğrenciler ise cebir alt içerik alanında kız öğrencilerden daha yüksek ortalama puana sahiptirler. 2015 yılında bilişsel alanlarda Türkiye'deki kız ve erkek öğrenciler arasında anlamlı bir farklılık gözlemlenmemiştir. 2019 yılına geldiğimizde ise, Türkiye'de TIMSS'e katılım gösteren ülkelerin ortalamalarına benzer şekilde kız öğrencilerin içerik ve bilişsel alanlarda erkek öğrencilere göre daha yüksek ortalama puana sahip oldukları görülmektedir. Erkek öğrenciler hiçbir içerik ve bilişsel alanda kız öğrencilerden anlamlı ölçüde yüksek puana sahip olamamışlardır. Genel ortalamalar açısından bu iki cinsiyet arasında ne Türkiye ne de ülkeler genel ortalamaları açısından anlamlı ölçüde fark gözlemlenmezken, içerik ve bilişsel alanlarda özellikle kız öğrenciler tarafına olumlu yönde bir eğilim bulunmaktadır. Bu anlamda cinsiyetler arasında başarı farklılıklarını içerik ve bilişsel alanlar yönünden okumak önem arz etmektedir.

Önceki araştırmalara bakıldığında, TIMSS ve PISA sınavlarına katılan 69 ülke üzerinden yapılan bir çalışmaya göre her ne kadar başarı anlamında aralarında çok farklar olmasa da erkek öğrencilerin matematiğe karşı kız öğrencilere nispeten daha olumlu tutumlar sergilediği görülmektedir (Else-Quest, Hyde ve Linn, 2010). Peki bu tutum başarılarına da yansımış mıdır? Bu açıdan, matematik içerik ve bilişsel alanlarında yapılan çalışmalara da değinmek gerekir. İçerik alanlar açısından bakıldığında, erkek öğrencilerin geometri alanında kız öğrencilere nispeten daha başarılı olduklarını, kız öğrencilerin ise cebir alanında erkek öğrencilere nazaran daha başarılı olduklarını belirten araştırmalar bulunmaktadır (Lane, Wang ve Magone, 1996; McGraw, Lubienski ve Strutchens, 2006). Bilişsel alanlar açısından ise, akıl yürütme problemlerinde kız öğrencilerin erkek öğrencilere nispeten daha başarılı oldukları önceki araştırmacılar tarafından ortaya konulmuştur (Friedman, 1996; Ryan ve Chiu, 1996).

Türkiye örneklemi kullanılarak yapılan çalışmalara da değinmek gerekir. Cinsiyet ve matematik başarısı arasındaki ilişkiyi inceleyen çalışmalardan özellikle uluslararası sınavların verilerini kullananlara bakacak olursak, Alacacı ve Erbaş'ın (2010) PISA 2006 sonuçları üzerinde Hiyerarşik Lineer Modelleme (HLM) kullanarak yaptıkları araştırmaya göre cinsiyetin başarı üzerinde önemli bir gösterge olduğu bulunmuştur. Elde ettikleri sonuçlar erkek öğrencilerin kız öğrencilere göre daha başarılı olduğunu göstermektedir. Demir ve diğerlerinin (2010) yine HLM kullanarak PISA 2006 sonuçları üzerine yaptığı çalışmada, erkek öğrencilerin matematikte daha iyi puanlara sahip oldukları bulgusu desteklenmektedir. Dinçer ve Kolasin (2009) PISA 2006'daki matematik testinde kız öğrencilerin erkek öğrencilere göre 14 puan daha düşük ortalama puana sahip olduklarını; ancak okuma testinde erkek öğrencilere göre 32 puan daha yüksek bir ortalamaya sahip olduklarını belirtmişlerdir. PISA 2009'da, öğrencilerin cinsiyetiyle ilgili sonuçlar Türkiye için yine benzerlik göstermiştir. Öğrencilerin cinsiyeti, öğrencilerin matematik başarısı üzerinde anlamlı bir etkiye sahiptir (Kılıç ve diğerleri, 2012). Başarı durumlarına ek olarak, PISA 2009 sınavında beklenti yönünden de erkek öğrencilerin kız öğrencilere göre daha yüksek performans gösterme beklentisi içinde oldukları belirtilmiştir (Gürsakal, 2012).

Ancak, TIMSS 2007'de Madde Tepki Kuramı (Item Response Theory – IRT) temelinde oluşturulan modellemeye göre cinsiyet değişkeninin Türkiye'de öğrencilerin matematik başarısının nötr bir göstergesi olduğu bulunmuştur (Atar, 2011). Yine Aksu'nun (2001) Ankara'da özel bir okulda öğrenim gören öğrenciler üzerine gerçekleştirdiği çalışmaya göre, öğrencilerin cinsiyetleri ile performansları arasında anlamlı bir ilişki bulunamamıştır. Ek olarak, Işıksal ve Aşkar'ın (2005) Türkiye'de yedinci sınıfta bulunan 64 öğrenci üzerinden yaptıkları çalışmada, cinsiyetler arasında ne matematik performansları ne de matematiksel özgüven anlamında ortalama puan yönünden anlamlı bir farklılık olmadığını belirtmişlerdir.

Özetle, Türkiye'de özellikle PISA sınavında erkek öğrencilerin daha başarılı olduğu sonuçlara nispeten (Alacacı ve Erbaş, 2010; Demir ve diğerleri, 2010; Dinçer ve Kolasın, 2009; Kılıç ve diğerleri, 2012; Gürsakal, 2012), bazı çalışmalarda ise cinsiyet ve başarı arasında anlamlı bir bağlantının tespit edilmediği görülmektedir (Aksu, 2001; Atar, 2011; Işıksal ve Aşkar, 2005). Diğer bir yandan, TIMSS 2015 ve TIMSS 2019 sonuçlarına genel ortalama puan yönünden bakıldığında kız ve erkek öğrenciler arasında anlamlı bir farklılık gözlemlenmemiştir. Ancak katılımcı ülkeler genelinde veya Türkiye özelinde kız öğrencilerin içerik ve bilişsel alanlar için hesaplanan ortalama puanlar açısından erkek öğrencilere göre nispeten anlamlı ölçüde daha yüksek puanlara sahip oldukları görülmektedir. Önceki araştırmalara göre ise erkek öğrencilerin geometri, kız öğrencilerin ise cebir içerik alanında daha başarılı oldukları gözlemlenmiştir (Lane ve diğerleri, 1996; McGraw ve diğerleri, 2006). Ek olarak, kız öğrencilerin akıl yürütme bilişsel alanında erkek öğrencilere göre daha başarılı oldukları da önceki araştırmacılar tarafından belirtilmiştir (Friedman, 1996; Ryan ve Chiu, 1996).

Sınavlarda Cinsiyet Yanlılıkları

Kız ve erkek öğrencilerin matematik başarıları arasındaki farkı anlamanın yollarından biri de sınavlarda kullanılan soruların yapısını incelemek ve olası yanlılıkları belirleyebilmektir. Yukarıda da değinildiği üzere, bu iki grup öğrencinin farklı ölçme araçlarıyla ölçülen matematik performansları farklılık göstermektedir. Bu iki cinsiyet arasında oluşan performans farklılıklarının sınavlarda kullanılan soruların yapısından kaynaklanma ihtimali göz ardı edilmemelidir. Bakan-Kalaycıoğlu ve Kelecioğlu'nun (2011), Türkiye'de 2005 yılında uygulanan Öğrenci Seçme Sınavı (ÖSS) üzerinde cinsiyetler arasında yanlılık gösteren soruları belirlemek adına yaptıkları Değişen Madde Fonksiyonu (DMF) analizine göre, 45 sorudan oluşan matematik alt testinde biri cebir ikisi de geometri alt alanlarında olmak üzere üç adet soruda DMF tespit etmişlerdir. DMF tespit edilmesi, soruların gruplardan birine yanlılık gösterebilmesi ihtimalini işaret etmektedir. Burada cebir sorusu kız öğrenciler lehine DMF belirtirken, iki geometri sorusu ise erkek öğrenciler lehine DMF göstermiştir. DMF analizi bu çalışmada da kullanılan bir yöntem olup, önyargı (veya yanlılık) belirtebilecek soruları tespit etmek için kullanılan özel bir istatistiksel yöntemdir. Çalışmanın yöntem bölümünde bu analiz tekniği ile ilgili ayrıntılı bilgi sağlanmıştır.

Ek olarak, Karakaya (2012), 2009 yılında uygulanan ve Türkiye'de 8. sınıf öğrencilerinin liselere girebilmek adına katıldıkları Seviye Belirleme Sınavındaki (SBS) matematik soruları üzerine yaptıkları DMF analizine göre iki soruda DMF tespit etmişler, ancak uzman görüşü neticesinde bu soruların cinsiyetler lehine yanlılık belirtmediğini ortaya koymuşlardır. Belirtilen çalışmada, Klasik Test Kuramına (KTK – *Classical Test Theory*) göre oluşturulmuş olan Mantel-Haenszel metodu tercih edilmiştir. Yine 2009 yılındaki SBS sınavı için uygulanan başka bir DMF çalışmasında, üç farklı DMF analiz metodu ile cinsiyet ve okul türleri açısından matematik sorularının yanlılık belirtip belirtmediği incelenmiştir (Kelecioğlu, Karabay ve Karabay, 2014). Belirtilen çalışmada ise 20 matematik sorusundan 14'ünde DMF belirtildiği sonucuna varılmış, ancak bunların 3'ünün uzman görüşü neticesinde yanlılık teşkil etmediği sonucuna ulaşılmıştır. Buradan hareketle, aynı sınavın soruları üzerinde yapılan aynı analiz içerisinde kullanılan yöntemin önemi ortaya çıkmaktadır. Kan, Sünbül ve Ömür'ün (2013) yine SBS sınavı üzerine ama 2011 yılında uygulanan formatıyla yaptıkları ve KTK'den ziyade Madde Tepki Kuramı (MTK – *Item Response Theory*) tabanlı DMF analizlerinde, Lord yöntemine göre 20 adet matematik sorusunun 20'sinin de ve Raju yöntemine göre ise 15'inde kız veya erkek öğrenciler lehine yanlılık tespit ettiklerini belirtmişlerdir. KTK, öğrencilerin bir testteki skorları veya tahmin edilen skorları üzerinde bir raporlama sistemi üzerine kurulu iken, MTK aksine öğrencilerin beceri seviyeleri ve testteki her bir sorunun karakteristik değerleri üzerinden bağlantılar kurma mantığı üzerine dayalıdır (Hambleton ve Jones, 1993). Hambleton ve Jones (1993) yine bu iki kuram için, KTK için gerekli varsayımların zayıf olduğunu yani bu kurama yönelik analizler yapabilmek için gerekli olan varsayımların sağlanmasının daha kolay olduğunu, ancak MTK için gerekli varsayımların çok daha güçlü olduğunu da belirtmişlerdir. Bu sebeple, MTK tabanlı bir DMF analizinin sorularda olabilecek yanlılıkları tespit ederken daha hassas davrandığı görülmektedir.

Sonuç olarak, Türkiye'de bir örneklem oluşturmak suretiyle yapılan deneysel çalışmalarda cinsiyetler arasında matematik performansı yönünden anlamlı bir farklılık gözlemlenmezken, özellikle ulusal ve uluslararası sınavlarda (özellikle TIMSS ve PISA) bu iki cinsiyet arasında matematik performansı yönünden farklılıklar ortaya konulmuştur. Bu anlamda, deneysel çalışmalarda gözlemlenmeyen bu farklılıkların ulusal veya uluslararası düzeydeki çalışmalarda gözlemlenmesi, sınavlarda kullanılan soruların yapısı ile de ilgili olabilir. Diğer bir yandan, Türkiye'deki TIMSS ve PISA sonuçlarına göre erkek veya kız öğrencilerin daha başarılı olma durumları değişiklik göstermektedir. Bu anlamda, yukarıda ayrıntılı olarak sonuçlarına yer verilen ve soru yapıları itibariyle farklı cinsiyetlerde yanlılık olma durumlarını inceleyen çalışmalara göre, özellikle Türkiye'de yerleştirme amaçlı kullanılan sınavlarda matematik sorularının yanlılık gösterdiği görülmektedir. Haliyle, ulusal sınavlar üzerine yapılan yanlılık çalışmalarında Türkiye'de cinsiyetler arasındaki performans farklılıklarının soru yapılarından kaynaklı olabilecek kısımları araştırmacılar tarafından incelenmiştir. Ancak, Türkiye'deki öğrenciler üzerinden uluslararası sınav verileri kullanılarak bu yanlılıkları ortaya koyan çalışmalara yeterince rastlanılmamaktadır. Özellikle de, sınavlarda kullanılan soruların yine sınavlarda belirtilen içerik ve bilişsel alanlar yönünden yanlılıklarını ortaya koyan bir çalışmaya ihtiyaç duyulduğu öğrenciler arasında bu alanlardaki başarı farklılıkları da göz önünde bulundurulduğunda (Friedman, 1996; Lane ve diğerleri, 1996; McGraw ve diğerleri, 2006; Ryan ve Chiu, 1996) daha net olarak ortaya çıkmaktadır.

Bu çalışmada Türkiye'de TIMSS 2015 ve TIMSS 2019 uluslararası sınavlarında kullanılmış olan 8. sınıf matematik sorularının kız ve erkek öğrenciler açısından madde yanlılıklarını tespit etmek amaçlanmıştır. Diğer bir ifadeyle, kullanılan soruların yapı itibariyle farklı cinsiyetlerdeki öğrenciler açısından avantaj veya dezavantaj oluşturma durumları ortaya konulmak istenmiştir. Her ne kadar bu iki grup öğrencinin teorik olarak sınav sorularının ölçmek istediği yapılar üzerinde eşit düzeyde bilgi düzeyine sahip oldukları kabul edilse de soruların yapısı itibariyle cevaplarda farklılıklar gözlenebilmektedir. Özellikle kız ve erkek öğrencilerin matematik dersi konusundaki yaklaşımları ve sorularda kullanılan ifadelerin bu farklı yaklaşımlara yakınlığının farklı olabilmesinden kaynaklı farklılıklar bu iki cinsiyet arasında soruların farklı şekilde davranmasında rol oynayabilmektedir. Bu nedenle, bu çalışma, Türkiye'deki kız ve erkek öğrenci grupları üzerinde farklı şekilde çalışan TIMSS 2015 ve TIMSS 2019 8. sınıf matematik sorularını özel bir analiz yöntemi olan Değişen Madde Fonksiyonu (DMF) (*Differential Item Functioning – DIF*) ile ortaya koymayı amaçlamaktadır. Bu analiz sonucunda, kız ve erkek öğrenciler açısından yanlı olarak işlev gören matematik soruları tespit edilmeye ve bu soruların TIMSS sınavında belirlenmiş olan içerik ve bilişsel alanlar açısından fark edilebilir bir özellik gösterip göstermedikleri ortaya konulmak istenmiştir. Yanlılık belirten soruların sadece cinsiyet farklılığından dolayı yanlı işlev gördüklerini söylemek mümkün olmasa da bu soruların oluşturdukları içerik ve bilişsel alanları cinsiyet açısından daha detaylı incelemek adına yardımcı olacaklardır. Çalışma, aşağıdaki araştırma soruları özelinde şekillenmiştir:

- TIMSS 2015 ve TIMSS 2019 uluslararası sınavlarında cevaplanan 8. sınıf matematik soruları Türkiye'deki kız ve erkek öğrenciler arasında yanlılık oluşturmakta mıdır?

– Yanlılık gösterdiği tespit edilen sorular varsa, bu sorular yine TIMSS 2015 ve TIMSS 2019 kavramsal çerçevelerinde belirtilen içerik alanları ve bilişsel alanlar açısından nasıl bir özellik göstermektedir?

Yöntem

Veri Toplama

Çalışmanın örneklemini Türkiye'de 8. sınıf düzeyinde TIMSS 2015 ($n_{kız}$= 1,577, n_{erkek}= 1,481, n_{toplam}= 3,058) ve TIMSS 2019 ($n_{kız}$ = 1,027, n_{erkek} = 995, n_{toplam} = 2,022) sınavlarının matematik bölümüne katılan ve tek sayılı soru kitapçıklarını cevaplayan toplam 5,080 öğrenci oluşturmaktadır. Bu öğrencilerin TIMSS 2015 için 224, TIMSS 2019 için de 259 olmak uzere toplam 438 farklı matematik sorusuna verdikleri cevaplar üzerinden kız veya erkek öğrenci grupları için yanlılık gösteren sorular tespit edilmeye çalışılmıştır.

TIMSS 2015 ve TIMSS 2019 sınavına katılan öğrenciler 14 farklı kitapçıktan birini yanıtlamışlardır. Her bir kitapçıkta yine 14 farklı matematik soru bloklarından ikisi bulunmaktadır. Öğrencilerin almış oldukları kitapçıklara göre her iki sınavda da cevapladıkları matematik soru blokları ve bu bloklardaki soru sayıları aşağıda gösterilmiştir (Tablo 3).

Tablo 3. *Matematik blokları ve soru sayıları açısından TIMSS 2015 ve TIMSS 2019 8. sınıf soru kitapçıkları*

	Soru Blokları		TIMSS 2015			TIMSS 2019		
	Blok-1	Blok-2	Blok-1	Blok-2	Toplam	Blok-1	Blok-2	Toplam
Kitapçık 1	M01	M02	17	18	35	16	24	40
Kitapçık 2	M02	M03	18	15	33	24	16	40
Kitapçık 3	M03	M04	15	18	33	16	27	43
Kitapçık 4	M04	M05	18	19	37	27	18	45
Kitapçık 5	M05	M06	19	15	34	18	14	32
Kitapçık 6	M06	M07	15	17	32	14	16	30
Kitapçık 7	M07	M08	17	15	32	16	21	37
Kitapçık 8	M08	M09	15	15	30	21	18	39
Kitapçık 9	M09	M10	15	14	29	18	18	36
Kitapçık 10	M10	M11	14	15	29	18	15	33
Kitapçık 11	M11	M12	15	14	29	15	16	31
Kitapçık 12	M12	M13	14	16	30	16	16	32
Kitapçık 13	M13	M14	16	16	32	16	25	41
Kitapçık 14	M14	M01	16	17	33	25	16	41

(Martin, Mullis ve Foy, 2013 ve Martin ve diğerleri, 2017'den derlenmiştir)

Tablo 3'te gösterildiği üzere, tek sayıda kitapçıkları alan öğrenciler incelendiğinde olası bütün matematik soru bloklarının incelenebilmesi mümkündür. M01'den başlamak üzere M14'e kadar toplam 14 farklı blok halinde matematik soruları bulunmaktadır. Hem TIMSS 2015 hem de TIMSS 2019 sınavları için tek veya çift sayılı kitapçıklar kullanılırsa olası bütün soruları madde yanlılığı açısından incelemek mümkün olacaktır. Bu yüzden, fark olmamakla birlikte tek sayılı kitapçıkların kullanılması tercih edilmiştir. Tablo 4 tek sayılı olan her bir kitapçığı alan öğrenci sayılarını ve cinsiyet dağılımlarını göstermektedir.

Tablo 4. *Türkiye'deki belirlenen TIMSS 2015 ve TIMSS 2019 matematik soru kitapçıkları ve cevaplayan 8. sınıf öğrencilerinin cinsiyet olarak dağılımı (çalışmanın örneklemi)*

		Soru Sayısı		Öğrenci Sayısı					
		TIMSS	TIMSS	TIMSS 2015			TIMSS 2019		
Kitapçık ve Soru Blokları		2015	2019	Kız	Erkek	Toplam	Kız	Erkek	Toplam
Kitapçık 1	M01-M02	35	40	228	207	435	157	129	286
Kitapçık 3	M03-M04	33	43	229	211	440	144	143	287
Kitapçık 5	M05-M06	34	32	229	211	440	139	149	288
Kitapçık 7	M07-M08	32	37	221	211	432	152	135	287
Kitapçık 9	M09-M10	29	36	218	217	435	140	148	288
Kitapçık 11	M11-M12	29	32	218	223	441	147	142	289
Kitapçık 13	M13-M14	32	39	234	201	435	148	149	297
	Toplam	224	259	1,577	1,481	3,058	1,027	995	2,022

Veri Analizi

Çalışma doğası itibariyle nicel bir çalışma olup, maddelerin cinsiyetlere göre yanlılıklarını belirlemek üzere Değişen Madde Fonksiyonu (DMF) (Differential Item Functioning – DIF) tekniğinden faydalanılmıştır. DMF gerçekleştirilmeden önce her bir gruptaki matematik sorularının tek boyutlu yapıda olması gereklidir (Jöreskog ve Sörbom, 1996). Bu nedenle ilk olarak, R Studio açık kaynak istatistik programı (R Core Team, 2018) üzerinden *lavaan* (Rosseel, 2012) paketi kullanılarak Doğrulayıcı Faktör Analizi (Confirmatory Factor Analysis – CFA) gerçekleştirilmiştir. Soruların tek boyutlu olması şartını her bir kitapçık için inceledikten sonra da yine R Studio programı üzerinden *difR* paketi (Magis, Beland, Tuerlinckx ve De Boeck, 2010) içerisindeki *difSIBTEST* (Shealy ve Stout, 1993) modülü kullanılarak SIBTEST prosedürüne uygun olacak şekilde DMF analizi gerçekleştirilmiştir.

Madde yanlılığı, farklı gruplarda yer alan öğrenciler soruların ölçmek istediği örtük değişken üzerinde teorik olarak eşit beceriye sahip olsalar bile farklı başarı performansları göstermeleri olasılığıdır (Zumbo, 1999). Diğer bir ifadeyle, her ne kadar Türkiye'deki kız ve erkek öğrenciler sınavlarda eşit düzeyde başarı beklentisine sahip olsalar da bazı soruların bu cinsiyetlerden birine yanlı davranması sorunun yapısı itibariyle mümkün olabilir. DMF analizi tekniği sayesinde kız ve erkek öğrenciler üzerinde yanlı davranan matematik sorularını tespit etmek mümkündür. Tespit edilen soruların da içerik ve bilişsel alanlar yönünden incelenmesi önemlidir.

Değişen Madde Fonksiyonu (DMF) (Differential Item Functioning – DIF) Analizi: Madde Tepki Kuramı (Item Response Theory – IRT) dünyasında DMF, madde veya test sapması kavramlarının yerini alan bir analiz yöntemidir (bkz. Embretson ve Reise, 2013; Zumbo, 1999). DMF, yanlılık adayı olan bir maddenin, o maddenin ölçmek istediği örtük değişkenle aynı ilişkiye sahip olma açısından gruplar arasında farklılık oluştuğunda ortaya çıkar (bkz. Embretson ve Reise, 2013). Ayrıca, Embretson ve Reise (2013) DMF analizindeki önemli bir gelişme olarak Shealy ve Stout'un (1993) DMF için oluşturdukları çok boyutlu SIBTEST (Simultaneous Item Bias Test) modelini belirtmişlerdir. Shealy ve Stout (1993), DMF analizinde karşılaştırılan grupları referans ve odak grupları olarak tanımlamıştır. Diğer DMF belirleme yöntemlerine göre SIBTEST prosedürü daha yeni bir yöntem olarak ortaya çıkmakta ve çok sık olarak kullanılan Mantel-Haenszel yöntemiyle elde edilen ortalama puan değerlerinin bireylerin testten genel olarak aldıkları toplam puan doğrultusunda doğrusal regresyon ile düzenlenmesi sistemine dayanmaktadır (Osterlind ve Everson, 2009). Shealy ve Stout (1993) oluşturdukları yöntem olan SIBTEST'in prosedürünü, SIBTEST'in birkaç maddeli bir testte DMF'yi inceleyebileceği ve maddelerdeki yanlılığı/DMF'yi bilişsel olarak inceleme fırsatı sağlayabileceğini belirtmektedirler. Ayrıca Awuor (2008), SIBTEST'in Shealy ve Stout'un (1993) çalışmasına bir uzantı olarak geliştirilen parametrik olmayan bir prosedür olduğunu ve tahmin edilen parametreler yerine gerçek madde yanıt verilerini kullandığını belirtmektedir. Shealy ve Stout (1993), SIBTEST'in birden fazla maddeye sahip bir test boyunca veya sadece bir madde için DMF'yi algılayabildiğini belirtmiştir. Embretson ve Reise (2013) , SIBTEST prosedürünü çok kulağa hoş bulmuş ve modelin arkasındaki teorinin gerçek dünya testlerine çok iyi uyduğunu ve yakın gelecekte araştırmacılardan daha fazla ilgi göreceğini belirtmiştir. Shealy ve Stout'un (1993) çalışmasının bir uzantısı olarak, Stout ve Roussos (1996) tarafından SIBTEST bilgisayar programı geliştirilmiştir. Bu bilgisayar programı, daha sonra R Studio istatistik programındaki DMF analizleri için geliştirilmiş kapsamlı bir paket olan difR paketi içerisinde difSIBTEST isimli bir modül olarak yerini almıştır. Bu çalışma için de bu modül kullanılmıştır.

Bu çalışmada referans grubu Türkiye'de TIMSS 2015 ve TIMSS 2019 uluslararası sınavlarına 8. sınıf matematik alanında katılan kız öğrenciler olmakla birlikte, odak grubu da yine aynı sınavlara katılan erkek öğrenciler olarak belirlenmiştir. Embretson ve Reise (2013) bu grupların (referans ve odak) farklı ortalamaya ve örtük değişken üzerinden standart sapmaya sahip olabileceklerini belirtmiştir. Ancak, bu farklılıkların DMF belirtileri olmadığını, araştırma ortamına bağlı olarak DMF analiz prosedürünü karmaşıklaştırabileceklerini belirtmişlerdir. Ama Zumbo (1999), maddeye doğru cevap verme olasılıklarının belirlenmesi açısından DMF analizinin uygulanabilmesi için bu iki grubun ilgili özellik değişkeni üzerinde eşleştirilmesi gerektiğine işaret etmiştir. Bir örtük özellik değişkeni üzerinde DMF analizini uygularken bir diğer önemli husus, DMF'yi belirlemekle ilgilenen araştırmacıların referans ve odak grupları için aynı öğeleri kullanmasıdır (bkz. Embretson ve Reise, 2013).

DMF analizi için kabul edilen boş hipotez (null hypothesis – H_0) ve alternatif hipotez (alternative hypothesis – H_1) aşağıda verilmiştir (Eşitlik 1).

$$
\begin{aligned}
H_0&: \beta_U = \int_{\theta} B(\theta) f_F(\theta) d\theta = 0, \\
H_1&: \beta_U = \int_{\theta} B(\theta) f_F(\theta) d\theta > 0 \\
B(\theta) &= T_{SR}(\theta) - T_{SF}(\theta)
\end{aligned}
\tag{1}
$$

Burada β_U DMF miktarını belirleyen bir parametredir. Haliyle, boş hipotez DMF miktarının 0 olmasını, alternatif hipotez ise sıfırdan büyük olmasını belirtmektedir. $B(\theta)$ burada θ becerisi üzerinde sırasıyla referans ve odak gruplarındaki öğrenciler arasındaki doğru cevap verme olasılıkları arasındaki farkı temsil ederken, $f_F(\theta)$ ise θ üzerine odak grubu için olasılık yoğunluk fonksiyonunu, $d\theta$ ise θ'nin diferansiyelini temsil etmektedir (Shealy ve Stout, 1993). Yani burada öğrenci grupları arasında θ becerisi anlamındaki fark integral yardımıyla taranmakta ve sonuç olarak her bir soru için DMF miktari belirlenmektedir. Belirlenen DMF miktarının sıfırdan anlamlı ölçüde büyük olma durumunda ise söz konusu madde DMF belirten madde olarak kodlanmaktadır.

Araştırmanın Etik İzinleri

Yapılan bu çalışmada "Yükseköğretim Kurumları Bilimsel Araştırma ve Yayın Etiği Yönergesi" kapsamında uyulması belirtilen tüm kurallara uyulmuştur. Yönergenin ikinci bölümü olan "Bilimsel Araştırma ve Yayın Etiğine Aykırı Eylemler" başlığı altında belirtilen eylemlerden hiçbiri gerçekleştirilmemiştir.

Etik kurul izin bilgileri:

Etik değerlendirmeyi yapan kurul adı = Kastamonu Üniversitesi Sosyal ve Beşeri Bilimler Araştırma ve Yayın Etik Kurulu,

Etik değerlendirme kararının tarihi = 25 Mart 2021,

Etik değerlendirme belgesi sayı numarası = E-16498365-050.01.04-2100025611.

Bulgular

Analiz Öncesi – Doğrulayıcı Faktör Analizi (DFA) (Confirmatory Factor Analysis – CFA)

DMF analizi gerçekleştirilmeden önce her bir kitapçıktaki soruların tek boyutluluğun incelenmesi gerekli olduğu yukarıda belirtilmişti (Jöreskog ve Sörbom, 1996). O yüzden, ilk olarak bu çalışmada kullanılan TIMSS 2015 ve TIMSS 2019 sınavlarının kitapçıkları (her bir sınav için 7 ayrı kitapçık) için Doğrulayıcı Faktör Analizi (DFA) gerçekleştirilmiştir. Tablo 5 bu analizlerin sonuçlarını göstermektedir.

Tablo 5. *TIMSS 2015 ve 2019 8. sınıf matematik sorularının kitapçıklar halinde Türk öğrenciler açısından DFA sonuçları*

Sınav	Grup	*N*	χ^2	df	CFI	TLI	RMSEA
TIMSS 2015	Kitapçık 1	435	917.060*	527	0.891	0.884	0.041
TIMSS 2015	Kitapçık 3	440	504.440*	350	0.943	0.939	0.032
TIMSS 2015	Kitapçık 5	440	819.410*	495	0.923	0.918	0.039
TIMSS 2015	Kitapçık 7	432	1,072.458*	464	0.834	0.823	0.055
TIMSS 2015	Kitapçık 9	435	505.506*	350	0.931	0.926	0.032
TIMSS 2015	Kitapçık 11	441	704.428*	377	0.889	0.880	0.044
TIMSS 2015	Kitapçık 13	435	652.800*	377	0.910	0.903	0.041
TIMSS 2019	Kitapçık 1	286	1,638.199*	740	0.765	0.753	0.065
TIMSS 2019	Kitapçık 3	287	1,780.549*	860	0.685	0.669	0.061
TIMSS 2019	Kitapçık 5	288	1,218.643*	464	0.747	0.729	0.075
TIMSS 2019	Kitapçık 7	287	1,723.573*	630	0.736	0.721	0.078
TIMSS 2019	Kitapçık 9	288	1,409.658*	594	0.739	0.723	0.069

TIMSS 2019	Kitapçık 11	289	1,185.374*	434	0.791	0.776	0.077
TIMSS 2019	Kitapçık 13	297	1,407.508*	741	0.788	0.776	0.058

*p<.001, CFI: Comparative Fit Index, TLI: Tucker-Lewis Index, RMSEA: Root Mean Square Error of Approximation

DFA analizinde tek boyutluluk adına bakılan ilk değer Ki-kare (χ^2) değeridir, ve bu değer için hesaplanan p-değerinin .05 değerinden büyük olması gerekir (Hooper, Coughlan ve Mullen, 2008). Ancak Ki-kare (χ^2) testinin varsayım olarak çok-değişkenli normalliği (multivariate normality) şart koşması ve çok değişkenli normallikten sapmaların esasında uygun olarak tanımlanmış bir modelin bile reddedilmesi gibi bir sonuç doğuracağını da belirtmişlerdir. Tablo 4'de görüldüğü üzere, iki sınavda da kullanılan her bir kitapçık için DFA modelleri için Ki-kare (χ^2) değerleri için hesaplanan p-değerleri örneklem büyüklüklerinin de etkisiyle anlamlı ölçüde .05 değerinden hatta .001 değerinden küçüktür (örn. TIMSS 2015 Kitapçık 1 için, $\chi^2(527) = 917.060$, $p<.001$). Bu durumda diğer model uyum indekslerine (goodness-of-fit) bakılmalıdır , örneğin CFI, TLI ve RMSEA (Hooper ve diğerleri, 2008). Hair, Black, Babin ve Anderson (2010) CFI gibi indekslerin özellikle büyük örneklemlerde .90 değerinden büyük olması gerektiğini belirtmektedir. Tablo 4'e bakıldığında, TIMSS 2015'de kullanılan Kitapçık 1, 7 ve 11 için CFI ve TLI değerlerinin bu kesme değerinden küçük olduğunu diğerleri için ise sorun olmadığını görebiliriz. TIMSS 2019 için ise bütün kitapçıklarda CFI değerlerinin bu kesme değerinden büyük olduğu görülmektedir. Burada CFI indeksi aslında TLI indeksinin revize edilmiş halidir (Hooper ve diğerleri, 2008). Hair ve diğerleri (2010) diğer bir yandan bu kesme değerinin çok karmaşık modeller için özellikle geçerli olduğunu belirtmişlerdir. Buradaki modellerde ise sadece soruların tek bir boyut altında olup olmadıkları söz konusudur. Bu yüzden, son olarak da RMSEA değerine göz atacak olursak, Hooper ve diğerleri (2008) bu değer için kesme değerini .08 olarak belirtmişlerdir. Aynı zamanda RMSEA değerinin modellemedeki tahmin edilen parametrelere olan hassasiyeti sebebiyle en çok bilgilendirici uyum endekslerinden biri olduğunu belirtmişlerdir. Haliyle, hem TIMSS 2015 sınavındaki bütün kitapçıklar (özellikle diğer indekslere göre tek boyutlu olamayacak Kitapçık 1, 7 ve 11) için hem de TIMSS 2019 sınavındaki tüm kitapçıklar için RMSEA değerleri bu değerden küçüktür. Sonuç olarak, TIMSS 2015 ve TIMSS 2019 sınavlarında kullanılan toplam 14 adet kitapçığın hepsinde kullanılmış olan soruların her bir kitapçık özelinde tek boyutluluklarının kabul edilebilir düzeyde olduğunu söyleyebiliriz.

Değişen Madde Fonksiyonu (DMF) Analizi Sonuçları

DMF analizi için gerekli olan tek boyutluluk şartı incelendikten sonra esas analiz olan DMF analizine geçebiliriz. Bir maddenin yanlılık belirtip belirtmediğini belirlemek için DMF prosedüründe kullanılan iki parametre, beta tahmini ve standartlaştırılmış p-fark indeksidir. Embretson ve Reise (2013), her iki grup için de madde zorluk parametresinin öncelikle her bir madde için hesaplandığı ve odak gruptaki her birinden ortalama fark çıkarılarak ayarlandığı beta tahmininin hesaplanma prosedürünü açıklamıştır. Daha sonra, her bir öğe için beta tahminine sahip olmak için referans ve ayarlanmış odak grubu öğe zorluk parametreleri arasındaki fark hesaplanır. Bu nedenle SIBTEST'teki bu beta tahminleri, maddelerin referans grubu mu yoksa odak grubunu mu tercih ettiğini gösterir. Pozitif beta tahmini değerleri referans grubu (kız öğrenciler) lehine madde yanlılığı (DMF) olduğunu belirtirken, negatif değerler ise odak grubu (erkek öğrenciler) lehine yanlılık göstermektedir. Diğer bir yandan, standartlaştırılmış *p*-değerleri, her bir madde için referans ve odak grupları arasındaki toplam puan farkına bakılarak ve bu farklılıklar, toplam puanların her birindeki odak oranlarına göre ağırlıklandırılarak hesaplanır. Sonrasında bu *p*-değerleri, DMF işaretli öğe olup olmadığını belirtmek için .05 alfa seviyesi ile karşılaştırılır. Eğer elde edilen *p*-değeri .05'den küçükse, bu madde yanlılık (DMF) belirtiyor denilir ve boş hipotez (null hypothesis) reddedilir, yani referans ve odak gruplarının bu maddeye eşit şekilde doğru cevap verme olasılıkları yoktur. Ama, *p*-değeri .05'den büyükse, boş hipotez kabul edilir ve bu maddenin yanlılık belirtmediği sonucuna varılır (Shealy ve Stout, 1993). Tablo 6, TIMSS 2015 sınavında Tablo 7 ise TIMSS 2019 sınavında DMF belirten maddeleri ve bu maddeler için yukarıda belirtilen parametreleri göstermektedir.

Tablo 6. *Türkiye'de 8. sınıf düzeyinde cinsiyet üzerinden madde yanlılığı (DMF) belirten TIMSS 2015 matematik soruları.*

TIMSS Soruları	Yer aldığı kitapçık	Beta Tahmini	Standart Hata	χ^2	*p*-değeri
M042182	1	-0.1575	0.0643	5.9984	0.0143*
M042240	1	0.1226	0.0586	4.3721	0.0365*
M042164	1	0.1948	0.0674	8.3536	0.0038**
M062202	1	0.1753	0.0668	6.8925	0.0087**
M062115	3	-0.1172	0.0515	5.1740	0.0229*
M042023	5	0.2418	0.0893	7.3332	0.0068**
M042015	7	0.2041	0.0642	10.1057	0.0015**
M042114B	7	-0.1339	0.0619	4.6817	0.0305*
M042074A	7	0.1471	0.0701	4.4011	0.0359*
M042261	7	0.1764	0.0672	6.8916	0.0087**
M062244	7	0.2273	0.0741	9.4015	0.0022**
M062300	7	0.1605	0.0677	5.6195	0.0178*
M052413	9	0.1086	0.0539	4.0590	0.0439*
M052134	9	-0.1430	0.0586	5.9676	0.0146*
M062150	9	-0.1532	0.0538	8.1121	0.0044**
M062335	9	0.1377	0.0656	4.4022	0.0359*
M062133	9	0.1094	0.0557	3.8635	0.0493*
M052215	11	0.2160	0.0542	15.8642	0.0001***
M052067	11	0.1171	0.0596	3.8623	0.0494*
M062320	11	0.1565	0.0498	9.8833	0.0017**
M052125	13	0.1922	0.0529	13.1747	0.0003***
M052229	13	0.1552	0.0712	4.7576	0.0292*
M052063	13	0.1508	0.0557	7.3187	0.0068**
M052161	13	0.1489	0.0639	5.4381	0.0197*
M062192	13	0.1576	0.0489	10.3780	0.0013**

*p<.05, **p<.01, ***p<.001

Tablo 6'da görüldüğü üzere TIMSS 2015 sınavında yer alan sekizinci sınıf matematik soruları üzerinde yapılan Değişen Madde Fonksiyonu (DMF) analizine göre, toplam 224 sorudan 25'inin yanlılık gösterdiği (DMF içerdiği) tespit edilmiştir. Bunlardan sadece 5 tanesi odak grubu (erkek öğrenciler) lehine, kalan 20 tanesi ise referans grubu (kız öğrenciler) lehine yanlılık ifade etmektedir. Bu da demek oluyor ki, TIMSS 2015 sınavında yer alan 8. sınıf matematik sorularının sadece %2,2'si erkek öğrenciler lehine, %8,9'u ise kız öğrenciler lehine yanlılık belirtmektedir. Doğal olarak, toplamda tüm soruların %11,1'i madde yanlılığı (DMF) ifade etmektedir. Aşağıda benzer şekilde TIMSS 2019 sınavı üzerinde yapılan DMF analizinin sonuçları da verilmiştir.

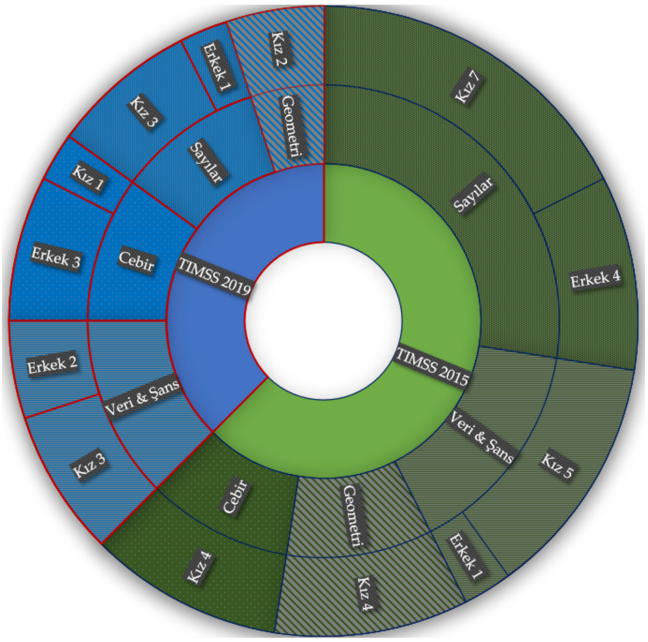
Tablo 7'de görüldüğü üzere TIMSS 2019 sınavında yer alan sekizinci sınıf matematik soruları üzerinde yapılan Değişen Madde Fonksiyonu (DMF) analizine göre, toplam 259 sorudan 15'inin yanlılık gösterdiği (DMF içerdiği) tespit edilmiştir. Bunlardan 6 tanesi odak grubu (erkek öğrenciler) lehine, kalan 9 tanesi ise referans grubu (kız öğrenciler) lehine yanlılık ifade etmektedir. Bu da demek oluyor ki, TIMSS 2019 sınavında yer alan 8. sınıf matematik sorularının %2,3'ü erkek öğrenciler lehine, %3,5'i ise kız öğrenciler lehine yanlılık belirtmektedir. Bu da, toplamda tüm soruların %5,8'inin madde yanlılığı (DMF) ifade ettiğini belirtmektedir.

Tablo 7. *Türkiye'de 8. sınıf düzeyinde cinsiyet üzerinden madde yanlılığı (DMF) belirten TIMSS 2019 matematik soruları.*

TIMSS 2019 Soruları	Yer aldığı kitapçık	Beta Tahmini	Standart Hata	χ^2 (ki-kare)	*p*-değeri
ME52125	1	0.3172	0.1577	4.0458	0.0443*
ME52229	1	0.4575	0.2318	3.8951	0.0484*
ME52146A	1	0.3286	0.1458	5.0783	0.0242*
ME72178C	3	0.3293	0.1212	7.3884	0.0066**
ME72027	3	-0.3409	0.1198	8.1005	0.0044**
ME52502B	5	0.2924	0.1249	5.4755	0.0193*
ME62345AB	9	0.2600	0.1250	4.3286	0.0375*
ME62171	11	0.2931	0.0988	8.8074	0.0030**
ME72221	11	-0.2315	0.0814	8.0892	0.0045**
ME62341	13	-0.2324	0.1068	4.7369	0.0295*
ME62242	13	-0.2468	0.1007	6.0088	0.0142*
ME72140D	13	0.2907	0.1287	5.1064	0.0238*
ME72154	13	-0.2860	0.1198	5.6974	0.0170*
ME72192	13	0.3018	0.1296	5.4232	0.0199*
ME72161	13	-0.3707	0.1415	6.8633	0.0088**

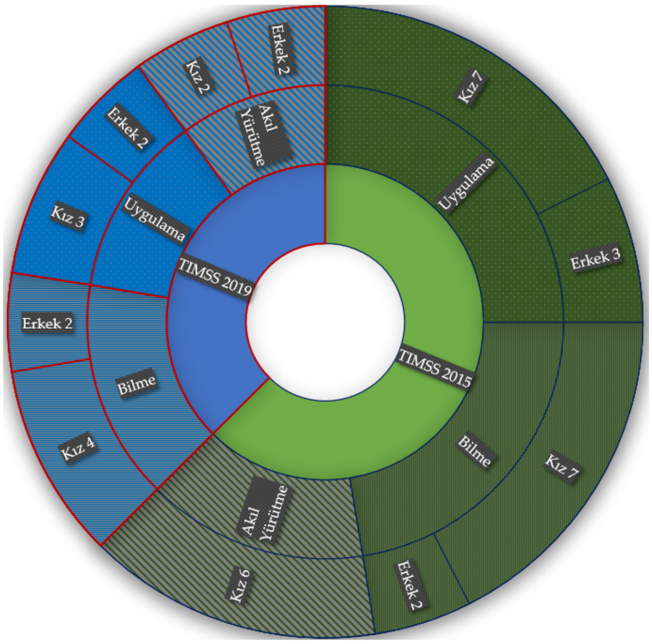
*p<.05, p<.01

Böylece, bu çalışmanın ilk araştırma sorusunun yanıtı ortaya çıkmıştır. İkinci araştırma sorusu için cevap bulmak üzere, aşağıda iki sınavda da madde yanlılığı tespit edilen soruların TIMSS kavramsal çerçevesinde tanımlanan içerik ve bilişsel alanlara göre dağılımları verilmiştir. Şekil 2 içerik alanlarına göre, Şekil 3 ise bilişsel alanlara göre TIMSS 2015 ve TIMSS 2019 sınavlarında yanlılık belirten soruların dağılımlarını göstermektedir. İki şekilde de dairesel bölgeler, belirtilen içerik veya bilişsel alanındaki soru sayısına orantılı olacak şekilde oluşturulmuştur. Bu sayede içerik alanlarına göre yanlılık belirten soru sayıları hem öğrencilerin cinsiyeti hem de sınav yılı anlamında eşzamanlı olarak karşılaştırılabilmektedir. Her bir bölgede bulunan soru sayıları da en dıştaki dairelerde belirtilmiştir.



Şekil 2. TIMSS 2015 ve 2019 sınavlarında Türkiye'de kız ve erkek öğrencilerin lehine yanlılık gösteren 8. sınıf matematik sorularının içerik alanlarına göre dağılımları.

Şekil 2'de görüldüğü üzere, TIMSS 2019 sınavında cinsiyete göre madde yanlılığı belirten soru sayısı TIMSS 2015 sınavındakine göre önemli ölçüde bir azalma göstermiştir. İçerik alanlarına ayrıntılı bakacak olursak, şekilde görüldüğü üzere 2015 yılında ne cebir ne de geometri içerik alanlarında erkek öğrenciler lehine yanlılık belirten soru bulunmamaktadır. Aynı yılda, sayılar ve veri ve şans alanlarında ise kız öğrenciler lehine yanlılık belirten soru sayısı erkek öğrencilere nispeten fazladır. 2019 yılına gelindiğinde ise kız ve erkek öğrenciler lehine yanlılık belirten soru sayılarında bir dengelenme görülmektedir. Buradaki dengenin kız öğrenciler lehine yanlılık belirten soru sayısındaki gözle görülür azalmadan kaynaklandığını söylemek mümkün olabilir. Yukarıda da belirtildiği üzere geometri içerik alanında yine erkek öğrenciler lehine yanlılık belirten soru bulunmamaktadır. Cebir içerik alanında 2015 yılında 4 soru kız öğrenciler lehine yanlılık belirtirken 2019 yılında sadece bir soru bulunmaktadır. Diğer bir yandan, 2015 yılında bu içerik alanında erkek öğrenciler lehine yanlılık belirten soru bulunmazken, 2019 yılında 3 soru erkek öğrenciler lehine yanlılık belirtmiştir. 2019 yılında erkek öğrenciler lehine sadece 6 sorunun yanlılık belirttiği düşünülürse, bu önemli bir değişimdir. Özetle, geometri içerik alanı iki sınavda da erkek öğrenciler lehine yanlılık belirtmemesi ile ön plana çıkarken; cebir içerik alanı ise 2015 yılında erkek öğrenciler lehine yanlılık belirtmezken, 2019 yılına gelindiğinde erkek öğrenciler lehine kız öğrencilere nispeten daha çok yanlılık belirten bir alan olarak gözlemlenmektedir. Şekil 3 ise belirtildiği üzere yine aynı soruların bu kez bilişsel alanlar yönünden dağılımını göstermektedir.



Şekil 3. TIMSS 2015 ve 2019 sınavlarında Türkiye'de kız ve erkek öğrencilerin lehine yanlılık gösteren 8. sınıf matematik sorularının bilişsel alanlara göre dağılımları.

Şekil 3'de görüldüğü üzere, TIMSS 2015 sınavında madde yanlılığı belirten soruların bilişsel alanlara göre dağılımı incelendiğinde, yine kız öğrenciler lehine yanlılık belirten soruların erkek öğrencilere nispeten bir ağırlığından söz etmek mümkündür. Özellikle akıl yürütme bilişsel alanında erkek öğrenciler lehine yanlılık belirten herhangi bir soru bulunmamaktadır. 2019 yılına gelindiğinde ise içerik alanlarına benzer şekilde, bilişsel alanlarda da yanlılık ifade eden soruların cinsiyetler arasında dengeli bir dağılım gösterdiği görülmektedir. Burada erkek öğrenciler lehine yanlılık belirten sorularda önemli ölçüde bir değişiklik bulunmamaktadır. 2019 yılına gelindiğinde oluşan bu dengeli durum, kız öğrenciler lehine yanlılık belirten soru sayısındaki önemli ölçüde gözlemlenen düşüştür. Bu şekillere ek olarak, Ek 1 ve Ek 2'de iki sınavda da yanlılık belirten soruların içerik ve bilişsel alanlara göre dağılımlarına ek olarak, içerik konuları ve soru başlıkları da verilmiştir. Bu konuda çalışmalar yapmak isteyecek araştırmacılar için önemli bir kaynak oluşturabilir.

Tartışma, Sonuç ve Öneriler

Matematik başarısı anlamında Türkiye genel olarak 2015 yılından 2019 yılına gelindiğinde 8. sınıf matematik alanında TIMSS sınavında 46 katılımcı arasındaki 29. sıradaki yerini (Mullis ve diğerleri, 2016) yine 46 katılımcı arasında 24. sıraya (Mullis ve diğerleri, 2020) yükseltmiştir. Başarı artışı gözlemlenirken kız ve erkek öğrenciler arasında genel ortalama puan anlamında iki sınavda da anlamlı ölçüde bir fark görülmemektedir (Tablo 2). Bu durum PISA 2006 sonuçları (Alacacı ve Erbaş, 2010; Demir ve diğerleri, 2010; Dinçer ve Kolasin, 2009) ve PISA 2009 sonuçları (Gürsakal, 2012) üzerine Türkiye hakkında yapılan çalışmaların bulgularıyla örtüşmemektedir. Bahsedilen çalışmalarda kız öğrencilerin erkek öğrencilere nispeten anlamlı ölçüde daha başarılı oldukları gözlemlenmiştir. Diğer bir yandan, TIMSS 2007 Türkiye sonuçları üzerine yapılan bir çalışmaya göre ise cinsiyet öğrenci başarısı açısından nötr bir gösterge olarak belirtilmiştir (Atar, 2011). Uluslararası veriler yerine okullarda kendi örneklemlerini oluşturmak suretiyle yapılan çalışmalarda da yine benzer şekilde kız ve erkek öğrenciler arasında anlamlı bir başarı farkı gözlemlenmemiştir (Aksu, 2001; Işıksal ve Aşkar, 2005). Sonuç olarak, PISA Türkiye sonuçlarından farklı olarak TIMSS 2015 ve 2019 sınavlarında kız ve erkek öğrenciler arasında matematik performansı yönünden anlamlı bir farklılık yoktur. Ancak yine Tablo 2'de belirtildiği gibi, TIMSS 2015 ve 2019 sonuçlarına içerik ve bilişsel alanlar açısından bakacak olursak, hem katılımcı ülkeler genelinde hem de Türkiye özelinde kız ve erkek öğrenciler arasında anlamlı ölçüde farklar olduğunu gözlemleyebiliriz. Genel anlamda fark bulunmadığı halde içerik ve bilişsel alanlar yönünden ortaya çıkan bu farklılıklar, soruların yapısından kaynaklı yanlılık olma durumunu destekleyebilir.

Yürütülen bu çalışmanın bir sonucu olarak, TIMSS 2015 sınavında yer alan sekizinci sınıf matematik soruları üzerinde yapılan Değişen Madde Fonksiyonu (DMF) analizine göre, toplam 224 sorudan 25'inin yanlılık gösterdiği (DMF içerdiği) tespit edilmiştir. Bunlardan sadece 5 tanesi odak grubu (erkek öğrenciler) lehine, kalan 20 tanesi ise referans grubu (kız öğrenciler) lehine yanlılık ifade etmektedir. Ek olarak, TIMSS 2019 sınavında yer alan sekizinci sınıf matematik sorularında ise, toplam 259 sorudan 15'inin yanlılık gösterdiği (DMF içerdiği) tespit edilmiştir. Bunlardan 6 tanesi odak grubu (erkek öğrenciler) lehine, kalan 9 tanesi ise referans grubu (kız öğrenciler) lehine yanlılık ifade etmektedir. Bu çalışmada DMF analizi yapılırken Klasik Test Teorisine göre oluşturulan yöntemlerden ziyade Madde Tepki Kuramına göre oluşturulmuş olan SIBTEST prosedürü kullanılmıştır. Önceki araştırmalarda da belirtildiği üzere (Hambleton ve Jones, 1993; Kan ve diğerleri, 2013; Karakaya, 2012; Kelecioğlu ve diğerleri, 2014) bu şekilde daha hassas DMF ölçümleri yapıldığı da unutulmamalıdır. Sonuç olarak, TIMSS 2015 sınavındaki soruların %11,1'i (%2,2'si erkek, %8,9'u kız öğrenciler lehine), TIMSS 2019 sınavındaki soruların ise %5,8'i (%2,3'ü erkek, %3,5'i kız öğrenciler lehine) farklı cinsiyetlerde yanlılık belirtmiştir. Erkek öğrenciler açısından baktığımızda yanlılık belirten soru yüzdelerinde önemli bir değişiklik gözlemlenmezken, kız öğrenciler açısından durum önemli ölçüde bir azalma olarak karşımıza çıkmaktadır. Ancak 2019 yılında halen kız öğrenciler lehine yanlılık belirten soru sayısı erkek öğrencilerden fazladır. Böylece, içerik ve bilişsel alanlar yönünden bu soruların incelenmesi gerekliliği bir kez daha ortaya çıkmıştır.

Bu çalışmada yapılan DMF analizinin bir sonucu olarak TIMSS 2015 ve TIMSS 2019 sınavlarında kullanılan matematik sorularının Türkiye'deki 8. sınıf kız veya erkek öğrenciler lehine yanlılık belirtip belirtmediğine ek olarak yanlılık belirten soruların yine TIMSS kavramsal çerçevesinde belirtilen içerik ve bilişsel alanlar yönünden dağılımı da incelenmiştir (Şekil 2). İçerik alanları yönünden yapılan incelemeye göre,

– Geometri içerik alanı iki sınavda da erkek öğrenciler lehine yanlılık belirtmemesi ile ön plana çıkarken,

– Cebir içerik alanı ise 2015 yılında erkek öğrenciler lehine yanlılık belirtmezken, 2019 yılına gelindiğinde erkek öğrenciler lehine kız öğrencilere nispeten daha çok yanlılık belirten bir alan olarak gözlemlenmektedir.

Burada ilk olarak Bakan-Kalaycıoğlu ve Kelecioğlu'nun (2011) ÖSS sınavı üzerine yaptıkları DMF analizi çalışması akla gelmektedir. Çalışmalarında, 2005 yılında uygulanan ÖSS sınavında kullanılan 45 matematik sorusundan üç tanesinde yanlılık belirlemişlerdir. İki adet geometri sorusunun erkek öğrenciler lehine, bir adet cebir sorusunun ise kız öğrenciler lehine yanlılık belirttiğini bulmuşlardır. Ek olarak, Türkiye dışında bu alanda yapılan çalışmalarda da yine erkek öğrencilerin geometri, kız öğrencilerin de cebir alanında karşı cinslere göre daha başarılı oldukları belirtilmektedir (Lane ve diğerleri, 1996; McGraw ve diğerleri, 2006). TIMSS 2015 sınavında kullanılan 224 sorunun 43'ü, TIMSS 2019 sınavında ise 259 sorunun 54'ü geometri içerik alanına aittir (Şekil 1). İlginç bir şekilde bu iki sınavda da kullanılan hiçbir geometri sorusu erkek öğrenciler lehine yanlılık belirtmemektedir. Benzer şekilde, TIMSS 2015'de 64, TIMSS 2019'da da 69 soru cebir içerik alanına aittir. 2015 yılında da yine erkek öğrenciler lehine hiçbir cebir sorusu bulunmazken, 2019 yılında bu durum tersine dönmüş ve DMF belirten dört cebir sorusundan üçü erkek öğrenciler lehine yanlılık belirtmektedir. Bu anlamda, hem Bakan-Kalaycıoğlu ve Kelecioğlu'nun (2011) ulusal yerleştirme sınavı üzerindeki bulguları hem de Türkiye dışında yapılmış olan çalışmaların bulgularıyla (Lane ve diğerleri, 1996; McGraw ve diğerleri, 2006) bu çalışmanın TIMSS üzerine bulgularının örtüşmediği görülmektedir. Hem Türkiye hem de Türkiye dışındaki örneklemlerle yapılan çalışmalarla bu çalışmanın bulgularının örtüşmemesi TIMSS sınavında kullanılan soruların Türkiye'deki 8. sınıf kız ve erkek öğrenciler üzerinde farklı şekillerde etki edebileceğini ortaya koymaktadır.

Diğer bir yandan, TIMSS 2015 ve TIMSS 2019 sınavlarında kullanılan sorular aynı zamanda bilişsel alanlar açısından da incelenmiştir (Şekil 3). Sonuç olarak,

– TIMSS 2015 sınavında, kız öğrenciler lehine yanlılık belirten soruların erkek öğrencilere nispeten bir ağırlığından söz etmek mümkündür. Özellikle akıl yürütme bilişsel alanında erkek öğrenciler lehine yanlılık belirten herhangi bir soru bulunmamaktadır.

– 2019 yılına gelindiğinde ise içerik alanlarına benzer şekilde, bilişsel alanlarda da yanlılık ifade eden soruların cinsiyetler arasında dengeli bir dağılım gösterdiği görülmektedir.

Burada akıl yürütme alanı erkek öğrenciler lehine 2015 yılında hiçbir soru içermemesi ile ön plana çıkmıştır. Bu durum içerik alanlardaki durumun aksine önceki çalışmaların bulgularıyla örtüşmektedir. Zira kız öğrencilerin akıl yürütme problemlerinde erkek öğrencilere nispeten daha başarılı oldukları önceki araştırmacılar tarafından ortaya konulmuştur (Friedman, 1996; Ryan ve Chiu, 1996). Ek olarak, 2015 yılında ortalama puan olarak üç bilişsel alanda da Türkiye'de kız ve erkek öğrenciler arasında TIMSS sınavında anlamlı bir puan farkı gözlemlenmemiştir (Tablo 2). Ancak 2019 yılına gelindiğinde bilme ve akıl yürütme bilişsel alanlarında istatistiksel olarak kız öğrencilerin anlamlı ölçüde erkek öğrencilere nispeten daha yüksek ortalama puana sahip oldukları görülmektedir. Diğer bir yandan ise TIMSS 2015'de bilişsel alanlar yönünden kız öğrenciler lehine daha çok yanlılık belirten soru bulunmaktayken, 2019'da bu durum dengelenmiştir.

İster TIMSS 2015 isterse de TIMSS 2019 sınavları olsun, bu sınavlarda kullanılan soruların içerikleri maalesef tamamıyla açık veri olarak paylaşılmamaktadır. Bu açıdan, özellikle bu çalışmanın bulguları doğrultusunda geometri ve cebir içerik alanları ile akıl yürütme bilişsel alanı Türkiye'de kız ve erkek öğrenciler arasında yanlılık belirtme durumu açısından daha detaylı şekilde ele alınmalıdır. Bu alanların özellikle ders kitaplarında kullanılan sorular itibariyle cinsiyet açısından inceleneceği ve bu alanlara yönelik kız ve erkek öğrencilerin tutumlarına yönelik yapılacak araştırmalar alan yazına katkı sağlayacaktır. Özellikle de Türkiye hem de Türkiye dışında örneklemler üzerinde yapılan çalışmalar neticesinde geometri içerik alanı erkek öğrencilerin cebir içerik alanı ise kız öğrencilerin daha başarılı oldukları veya yanlılık belirten soruların bu minvalde yanlılığa sahip oldukları alanlar olarak gözlemlenmekte iken TIMSS 2015 ve TIMSS 2019 sonuçları bu durumun tam olarak aksini ortaya koymuştur. Bu anlamda özellikle de bu iki içerik alanının ders kitaplarında, derslerin işlenişi sırasında, vs. farklı cinsiyetler açısından nasıl ele alındığının ayrıntılı inceleneceği çalışmalar bu çalışmanın devamında faydalı olacaktır. Ek 1 ve Ek 2'de bu çalışmada yanlılık belirttiği sonucuna varılan soruların içerik ve bilişsel alanlar yönünden dağılımına ek olarak, yine bu soruların içerik konuları ve soru başlıkları da sağlanmıştır. Bu konuda yapılacak olan çalışmalara katkı sağlaması bakımından dileyen araştırmacılar çekinmeden kullanabilirler.

Ahi Evran University
Journal of Kırşehir Education Faculty
ISSN: 2147 - 1037
http://kefad.ahievran.edu.tr

ENGLISH VERSION

Introduction

International assessments such as the Trends in International Mathematics and Science Study (TIMSS) created by the International Association for the Evaluation of Educational Achievement (IEA) and the Programme for International Student Assessment (PISA) created by the Organization for Economic Co-operation and Development (OECD) show countries their performance in mathematics and science among other participating countries (Akyüz, 2014; Akyüz and Berberoğlu, 2010; Doğan and Barış, 2010; İncikabı, 2012). These assessments have been used since the 1960s (Yıldırım, Yıldırım, Ceylan, Yetişir and Ajans, 2013). The results obtained from international educational assessments provide countries a perspective in order to shape their education policies to improve the performance of students depending on how the results are interpreted (Akyüz, 2006; Akyüz, 2014; Akyüz and Berberoğlu, 2010; Bilican, Demirtaşlı and Kilmen, 2011; Doğan and Barış, 2010; İncikabı, 2012). For this reason, countries participate in these international assessments to monitor the progress of their students' achievement in the international environment and to investigate the factors affecting their achievement (Akyüz, 2014; Doğan and Barış, 2010; İncikabı, 2012). By understanding these factors and comparing education systems with others, education policymakers can evaluate their decisions, identify problems and develop more effective policies (Akyüz and Berberoğlu, 2010; Bilican et al., 2011).

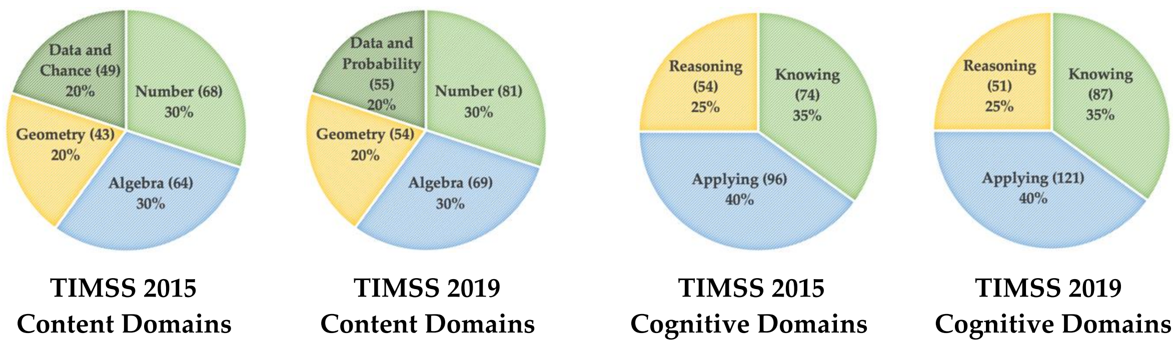
TIMSS is an international assessment repeated every four years to evaluate the performance of 4th and 8th grade students in participating countries around the world in the fields of mathematics and science (Doğan and Barış, 2010; İncikabı, 2012). Turkey participated in this assessment for the first time in 1999. While Turkey participated in the evaluation in 1999 only at the eighth-grade level, Turkey did not participate in 2003 and participated in 2007 at the eighth-grade level again. By 2011, Turkey has started to participate in both the fourth- and eighth-grade levels (Bilican et al., 2011; Erkan, 2013; Güner, Sezer and İspir, 2013) and has continued to participate in 2015 (Mullis, Martin, Foy and Hooper, 2016) and 2019 (Mullis, Martin, Foy, Kelly and Fishbein, 2020). Unlike the other years, in 2019, Turkey also participated in this assessment electronically. Turkey’s position relative to other participants during the years of participation is given in Table 1.

Table 1. *Turkey's position in TIMSS assessments among other participants across years*

	4th grade		8th grade	
	Ranking of Turkey	Number of Participants	Ranking of Turkey	Number of Participants
TIMSS 1999 (Akyüz, 2006)	-	-	31	38
TIMSS 2007 (Martin, Mullis and Foy, 2008)	-	-	37	67 (8)
TIMSS 2011 (Mullis, Martin, Foy and Arora, 2012)	40	60 (8)	37	59 (14)
TIMSS 2015 (Mullis et al., 2016)	41	57 (7)	29	46 (7)
TIMSS 2019 (Mullis et al., 2020)	26	64 (6)	24	46 (7)

Note: The numbers given in parentheses indicate the regions that specifically participated from some countries among the total participants (*benchmarking participants*).

As can be seen in Table 1, Turkey has relatively improved its position over the years. Especially with its performance in 2015 and 2019, Turkey has entered a development trend compared to other years. It is especially important to be able to meaningfully read the changes in these two years in order to maintain the increase in the following years. In this sense, in the mathematics section of the TIMSS international assessment, which is organized to reveal the achievement of the students among other countries and the reasons behind the success or failure, the development of student success in both content and cognitive domains can be observed. In this assessment, the items are formed in terms of certain content and cognitive domains. While the content domains of the eighth-grade items were *numbers*, *algebra*, *geometry*, and *data and chance* in the TIMSS 2015, the data and chance sub-content domain was changed to *data and probability* in the TIMSS 2019. On the other hand, cognitive domains are stated as *knowing*, *applying*, and *reasoning in* both years (Gronmo, Linquist, Arora and Mullis, 2013; Martin, Mullis and Foy, 2017). The targeted percentage distributions of these content and cognitive domains in terms of the items and the actual number of items (in parentheses) in the TIMSS 2015 and TIMSS 2019 are given below (Figure 1). There are 224 eighth-grade mathematics items in TIMSS 2015 and 259 eighth-grade mathematics items in TIMSS 2019. The items in TIMSS 2019 are the ones used in the newly created electronic assessment.



Şekil 1. The targeted (%) and actual (in parentheses) distributions of the 8th grade mathematics items used in TIMSS 2015 and TIMSS 2019 in terms of content and cognitive domains (derived from Gronmo et al., 2013 and Martin et al., 2017)

Gender and Mathematics Achievement

The factors affecting student achievement is one of the subjects that researchers are interested in. In particular, factors related to students and families (e.g., Akyüz, 2014; Atar, 2011; Demir, Kılıç and Ünal, 2010), factors related to school (e.g., Demir et al., 2010; Engin-Demir, 2009; Kılıç, Çene and Demir) , 2012), and the ones related to teachers (e.g., Aaronson, Barrow and Sander, 2007; Clotfelter, Ladd and Vigdor, 2007; Clotfelter, Ladd and Vigdor, 2010; Hill, Rowan and Ball, 2005; Nye, Konstantopoulos and Hedges, 2004; Stronge, Ward and Grant, 2011) have attracted the attention of researchers. Among these factors, the student gender has also taken its place in the literature as an important factor affecting achievement. Especially in studies carried out to model student achievement, the gender factor was considered as a control variable and was included in the analyses by controlling its effect on student achievement while examining the effect of other factors in terms of student achievement (e.g., Aaronson et al., 2007; Boyd, Grossman, Lankford, Loeb, and Wyckoff). , 2005; Clotfelter et al., 2010; Goldhaber and Anthony, 2007; Hill et al., 2005; Jacob and Lefgren, 2002; Rowan, Chiang and Miller, 1997; Stronge et al., 2011). In studies conducted in Turkey, on the other hand, gender creates a dilemma in terms of mathematics achievement. While some researchers have determined that student gender is a factor that plays an important role in mathematics achievement (Alacacı and Erbaş, 2010; Demir et al., 2010; Dinçer and Kolasin, 2009; Gürsakal, 2012; Kılıç et al., 2012), some researchers stated opposite results indicating that there is no connection between gender and mathematics achievement (Aksu, 2001; Atar, 2011; Işıksal and Aşkar, 2005). Studies generally considered gender as a factor affecting student achievement and tried to explain student success in terms of gender along with other variables.

In order to see the differences in mathematics performance between the genders, the average achievement scores of all participant countries by gender are given below in terms of both content and cognitive domains, based on TIMSS 2015 and TIMSS 2019 data (Table 2). Table 2 also gives the mean scores for Turkey in these years.

Table 2. *Turkey and TIMSS overall mean achievement scores in content and cognitive domains in terms of gender at eighth-grade in TIMSS 2015 and TIMSS 2019*

		Turkey 2015		TIMSS 2015		Turkey 2019		TIMSS 2019	
		Female	Male	Female	Male	Female	Male	Female	Male
Content Domains	Numbers	461	455	484	491*	496	490	493	497*
	Algebra	443	452*	492*	481	503*	482	503*	493
	Geometry	469*	450	487*	480	496*	483	499*	495
	Data and Chance	472*	454	481*	479	506	498	490	489
Cognitive Domains	Knowing	470	464	488*	485	503*	485	499*	494
	Applying	450	444	486	486	494	488	497	496
	Reasoning	461	458	487*	482	511*	497	501*	497
	Overall Mean	461	455	488*	485	501	490	491	488

*Significantly higher than the other gender (at .05 level)

(Derived from the National Center for Education Statistics, 2021 and Mullis et al., 2020)

As seen in Table 2, when looking at the overall mean scores, no statistically significant difference was observed between the mean scores of male and female students neither in terms of all TIMSS participants nor in terms of Turkey (except for TIMSS 2015). In terms of content and cognitive domains, it has been observed that female students generally have relatively higher mean scores in content and cognitive domains than male students, in terms of the mean score of all countries participated in the TIMSS. Looking at the mean scores of all participating countries, both in 2015 and 2019, male students only outperformed female students significantly on average in the number content domain in 2015. In terms of cognitive domains, it was observed that female students were statistically significantly more successful than male students in cognitive domains of knowing and reasoning, while male students were relatively more successful than female students in the field of applying sub-domain.

When Table 2 is analyzed for Turkey in terms of content domains, female students have significantly higher mean scores than male students in geometry and data and chance content domains while male students have higher mean scores than female students in the algebra sub-content domain. In 2015, no significant difference was observed between male and female students in Turkey in the cognitive domains. When it comes to 2019, it is seen that female students have higher mean scores in content and cognitive domains than male students in Turkey, similar to the other participant countries. However, male students did not have significantly higher scores than female students in any of the content and cognitive domains. In addition, there is no significant difference between these two genders in terms of overall mean scores of either in Turkey or other countries, but there is a positive trend especially for female students in the content and cognitive domains. In this sense, it is important to read the achievement differences between the genders in terms of content and cognitive domains.

When looking at the previous studies in this sense, according to a study conducted on 69 countries that participated in the TIMSS and PISA, it was seen that male students exhibited relatively more positive attitudes towards mathematics than female students although there was not much difference indicated between them in terms of achievement (Else-Quest, Hyde and Linn, 2010). The important question is whether this attitude was reflected in their achievement? In this respect, it is necessary to mention the other studies carried out in the content and cognitive domains of mathematics. In terms of content domains, studies were stating that male students were more successful than female students in geometry, and female students were more successful in algebra than male students (Lane, Wang and Magone, 1996; McGraw, Lubienski and Strutchens, 2006). In terms of cognitive domains, previous researchers have shown that female students were more successful than male students in reasoning problems (Friedman, 1996; Ryan and Chiu, 1996).

It is also necessary to mention the studies conducted using the Turkish sample. When looking at the studies examining the relationship between gender and mathematics achievement, especially those who use the data of international exams, Alacacı and Erbaş (2010) using Hierarchical Linear Modeling (HLM) on PISA 2006 results found that gender was an important indicator of success. The results they obtained showed that male students were more successful than female students. Demir et al.'s (2010) study on PISA 2006 results, again using HLM, supported this finding that male students had better scores in mathematics. Dinçer and Kolasin (2009), in addition, found that female students had an average score of 14 points lower than male students in the mathematics test in PISA 2006; however, they stated that they had an average of 32 points higher than male students in the reading test. In PISA 2009, the results regarding the gender of students were again similar for Turkey. The gender of the students has a significant effect on the mathematics achievement of the students (Kılıç et al., 2012). In addition to their success, it was stated that male students were expected to perform higher than female students in terms of self-expectations in the PISA 2009 (Gürsakal, 2012).

On the other hand, according to the model created based on Item Response Theory (IRT) in TIMSS 2007, the gender variable was found to be a neutral indicator of students' mathematics achievement in Turkey (Atar, 2011). Again, according to Aksu's (2001) study on students studying at a private school in Ankara, no significant relationship was found between the gender of the students and their performance. In addition, Işıksal and Aşkar's (2005) study conducted on 64 seventh-grade students in Turkey stated that there was no significant difference between the genders in terms of average scores neither in terms of their mathematics performance nor of their mathematical self-confidence.

In summary, results of some studies indicated that male students were more successful especially in the PISA in Turkey than female students (Alaçacı and Erbaş, 2010; Demir et al., 2010; Dinçer and Kolasın, 2009; Kılıç et al., 2012; Gürsakal, 2012) while some other studies stated that there was no significant connection between student gender and their achievement (Aksu, 2001; Atar, 2011; Işıksal and Aşkar, 2005). On the other hand, when the results of TIMSS 2015 and TIMSS 2019 were examined in terms of overall mean scores, no significant difference was observed between female and male students. However, it was seen that female students had relatively significantly higher scores than male students in terms of the mean scores calculated for content and cognitive domains across the participant countries or in Turkey in particular. According to previous studies, it has been observed that male students are more successful in geometry and female students in algebra content (Lane et al., 1996; McGraw et al., 2006). In addition, it was stated by previous researchers that female students are more successful than male students in the reasoning cognitive domain (Friedman, 1996; Ryan and Chiu, 1996).

Gender Bias in Exams

One of the ways to understand the difference between the mathematics achievement of female and male students is to examine the structure of the items used in the exams and to identify possible biases. As mentioned above, the mathematics performances of these two groups of students, measured with different measurement tools, differ. The possibility that the performance differences between these two genders stem from the structure of the items used in the assessments should not be ignored. According to the Differential Item Functioning (DIF) analysis conducted by Bakan-Kalaycıoğlu and Kelecioğlu (2011) to determine the items showing bias between genders on the Student Selection

Examination (ÖSS) administered in Turkey in 2005, three mathematics items showed potential bias in the mathematics subtest consisting of 45 items, while one of them was an algebra item, two of them were geometry. Detection of DIF indicates the possibility that the items may show bias towards one of the groups. As a result, an algebra item showed DIF in favor of female students, while two geometry items showed DIF in favor of male students. DIF analysis is a method used in this study as well, and it is a special statistical method used to detect items that may indicate bias. In the method section of the study, detailed information about this analysis technique is provided.

In addition, Karakaya (2012) determined DIF in two items according to the DIF analysis they conducted on the mathematics items in the Placement Exam (SBS), which was applied in 2009 and which eighth-grade students attend in order to enter high schools in Turkey. However, as a result of expert opinion, these items were not in favor of any gender in terms of item bias. In the mentioned study, the Mantel-Haenszel method, which was created according to the Classical Test Theory (CTT), was preferred. Again, in another DIF study applied for the SBS exam in 2009, three different DIF analysis methods were used to examine whether the mathematics items indicate bias in terms of gender and school types (Kelecioğlu, Karabay and Karabay, 2014). In the aforementioned study, it was concluded that DIF was stated in 14 out of 20 mathematics items, but it was concluded that 3 of them did not constitute a bias as a result of expert opinion. From this point of view, the importance of the method used in the same analysis on the items of the same exam emerges. In the analysis of Kan, Sünbül and Ömür (2013) based on Item Response Theory (IRT) rather than CTT, again on the SBS exam but with the format applied in 2011, 20 of the 20 math items according to the Lord's method were also analyzed. According to the Raju method, they found a bias in favor of male or female students in 15 of them. While CTT is based on a reporting system on students' scores or predicted scores in a test, on the contrary, IRT is based on the logic of making connections over students' skill levels and the characteristic values of each item in the test (Hambleton and Jones, 1993). Hambleton and Jones (1993) also stated that for these two theories, the assumptions required for CTT were weak, that is, it is easier to provide the assumptions necessary to make analyzes for this theory, but the assumptions required for IRT were much stronger. For this reason, an IRT-based DIF analysis seems to be more sensitive when detecting possible biases in items.

As a result, while no significant difference was observed between genders in terms of mathematics performance in experimental studies conducted by creating a sample in Turkey, differences were revealed between these two genders in terms of mathematics performance, especially in national and international exams (especially TIMSS and PISA). In this sense, the observation of these differences, which are not observed in experimental studies, in studies at the national or international level may also be related to the structure of the items used in the exams. On the other hand, according to TIMSS and PISA results in Turkey, the success of male or female students varies. In this sense, according to the studies, the results of which are given in detail above, and which examine the biases of different genders in terms of item structures, it was seen that mathematics items showed bias in exams used for placement purposes, especially in Turkey. As a matter of fact, in the studies indicating bias on the national exams, the performance differences between the genders in Turkey that may be caused by the item structures have been examined by the researchers. However, there were not enough studies that reveal these biases by using international exam data on students in Turkey. Considering the differences in achievement among students in different genders in these areas (Friedman, 1996; Lane et al., 1996; McGraw et al., 2006; Ryan et al. Chiu, 1996), the need for a study that reveals the biases of the items used in the assessments in terms of the content and cognitive domains specified in the assessments emerges more clearly.

For this purpose, in this study, it was aimed to determine the item biases of the eighth-grade mathematics items used in the TIMSS 2015 and TIMSS 2019 international assessments in Turkey in terms of male and female students. In other words, it was aimed to reveal the situations where the items used in the assessments yield advantages or disadvantages for students of different genders. Although it is accepted that these two groups of students theoretically have an equal level of knowledge on the structures that the assessment items aim to measure, differences can be observed in the answers due to the structure of the items. Especially the differences in the approaches of male and female students to the mathematics lesson and the closeness of the expressions used in the items to these different approaches may play a role in the different behavior of the items between these two genders. Therefore, this study aimed to reveal the eighth-grade mathematics items of TIMSS 2015 and TIMSS 2019, which work differently on groups of female and male students in Turkey, with a special analysis method, Differential Item Functioning (DIF). As a result of this analysis, it was aimed to determine the mathematics items that functioned biasedly for male and female students and to reveal whether these items have a distinguishable feature in terms of the content and cognitive domains determined in the TIMSS assessment. Although it is not possible to say that the biases in the items may only be caused by gender, it would be helpful to examine the content and cognitive domains of these items in more detail in terms of gender. Thus, the study is shaped around the following research questions:

– Do eighth-grade mathematics items used in TIMSS 2015 and TIMSS 2019 international assessments create a bias between male and female students in Turkey?

– If there are items found to be biased, what are the characteristics of these items in terms of content and cognitive domain specified in the TIMSS 2015 and TIMSS 2019 conceptual frameworks?

Method

Data Collection

The sample of the study consisted of the participants in the mathematics section of the eighth-grade TIMSS 2015 (n_{female} = 1,577, n_{male} = 1,481, n_{total} = 3,058) and TIMSS 2019 (n_{female} = 1,027, n_{male} = 995, n_{total} = 2,022) assessments in Turkey, total of 5,080 students who answered the odd-numbered item booklets. Based on the answers given by these students to a total of 438 different mathematics items, 224 for TIMSS 2015 and 259 for TIMSS 2019, it was tried to identify biased items for female or male student groups.

Students who took the TIMSS 2015 and TIMSS 2019 assessments answered one of the 14 different booklets. There are two of the 14 different math item blocks in each booklet. The math item blocks that students answered in both assessments, according to the booklets they received, and the number of items in these blocks are shown below (Table 3).

Table 3. *TIMSS 2015 and TIMSS 2019 eighth-grade booklets in terms of math blocks and number of items*

	Item Blocks		**TIMSS 2015**			**TIMSS 2019**		
	Block-1	Block-2	Block-1	Block-2	Total	Block-1	Block-2	Total
Booklet 1	M01	M02	17	18	35	16	24	40
Booklet 2	M02	M03	18	15	33	24	16	40
Booklet 3	M03	M04	15	18	33	16	27	43
Booklet 4	M04	M05	18	19	37	27	18	45
Booklet 5	M05	M06	19	15	34	18	14	32
Booklet 6	M06	M07	15	17	32	14	16	30
Booklet 7	M07	M08	17	15	32	16	21	37
Booklet 8	M08	M09	15	15	30	21	18	39
Booklet 9	M09	M10	15	14	29	18	18	36
Booklet 10	M10	M11	14	15	29	18	15	33
Booklet 11	M11	M12	15	14	29	15	16	31
Booklet 12	M12	M13	14	16	30	16	16	32
Booklet 13	M13	M14	16	16	32	16	25	41
Booklet 14	M14	M01	16	17	33	25	16	41

(Derived from Martin, Mullis and Foy, 2013 and Martin et al., 2017)

As shown in Table 3, it is possible to examine all possible math item blocks when either odd- or even-numbered booklets are examined. Starting from M01 to M14, there are a total of 14 different math item blocks. If odd- or even-numbered booklets are used for both TIMSS 2015 and TIMSS 2019, it would be possible to examine all possible items in terms of item bias. Therefore, it is preferred to use odd-numbered booklets, although there is no difference. Table 4 shows the number of students who answered each odd-numbered booklet and their gender distribution.

Table 4. *TIMSS 2015 and TIMSS 2019 mathematics booklets and the gender distribution of eighth-grade students who answered in Turkey (sample of the study)*

Booklet and Item Blocks		Number of Items		Number of Students					
		TIMSS 2015	TIMSS 2019	TIMSS 2015			TIMSS 2019		
				Female	Male	Total	Female	Male	Total
Booklet 1	M01-M02	35	40	228	207	435	157	129	286
Booklet 3	M03-M04	33	43	229	211	440	144	143	287
Booklet 5	M05-M06	34	32	229	211	440	139	149	288
Booklet 7	M07-M08	32	37	221	211	432	152	135	287
Booklet 9	M09-M10	29	36	218	217	435	140	148	288
Booklet 11	M11-M12	29	32	218	223	441	147	142	289
Booklet 13	M13-M14	32	39	234	201	435	148	149	297
	Total	224	259	1,577	1,481	3,058	1,027	995	2,022

Data Analysis

The study is quantitative in nature, and the Differential Item Functioning (DIF) technique was used to determine the gender bias of the items. Before performing DIF, the math items in each group should be in a unidimensional structure, as an assumption (Jöreskog and Sörbom, 1996). For this reason, firstly, Confirmatory Factor Analysis (CFA) was performed using the *lavaan* package (Rosseel, 2012) over the R Studio open-source statistical program (R Core Team, 2018). After examining the uni-dimensionality of the items in each booklet, it was used *difSIBTEST* module (Shealy and Stout, 1993) in *difR* package (Magis, Beland, Tuerlinckx and De Boeck, 2010) to conduct DIF analysis in R environment.

Item bias is the probability that students in different groups may show different performances on the items even if they theoretically have equal skills on the latent variable that the items want to measure (Zumbo, 1999). In other words, although male and female students in Turkey have equal expectations of success in assessments, it may be possible due to the nature of the problem that some items are biased towards one of these genders. Thanks to the DIF analysis technique, it is possible to identify the mathematics items that are biased towards either male or female students. It is also important to examine the identified items in terms of their content and cognitive domains.

In the world of Item Response Theory (IRT), Differential Item Functioning (DIF) analysis is a statistical method that replaces the concepts of the item or test deviation (see Embretson and Reise, 2013; Zumbo, 1999). DIF occurs when a candidate item differs between groups in terms of having the same relationship with the latent variable that the item wants to measure (see Embretson and Reise, 2013). In addition, Embretson and Reise (2013) stated the multidimensional SIBTEST (Simultaneous Item Bias Test) model created by Shealy and Stout (1993) for DIF as an important development in DIF analysis. Shealy and Stout (1993) defined the groups compared in the DIF analysis as reference and focal groups. Compared to other DIF determination methods, the SIBTEST procedure emerges as a newer method and is based on the system of arranging the mean score values obtained by the Mantel-Haenszel method, which is widely used, by linear regression in line with the total score that individuals generally obtain from the test (Osterlind and Everson, 2009). Shealy and Stout (1993) stated that the method they created, the procedure of SIBTEST, can examine DIF in a test with several items and provides an opportunity to cognitively examine bias/DIF in items. In addition, Awuor (2008) states that SIBTEST is a non-parametric procedure developed as an extension of Shealy and Stout's (1993) study and uses actual item response data instead of estimated parameters. Shealy and Stout (1993) stated that SIBTEST can detect DIF throughout a test with more than one item or for only one item. Embretson and Reise (2013) found the SIBTEST procedure very pleasing to the ear and stated that the theory behind the model fitted real-world tests very well and would attract more attention from researchers in the near future. As an extension of the work of Shealy and Stout (1993), the computer program SIBTEST was developed by Stout and Roussos (1996). This computer program later took its place as a module named difSIBTEST in the difR package, which is a comprehensive package developed for DIF analysis in the R Studio statistical program. This module was also used for this study.

In this study, while the reference group was female students, the focal group was male students who participated in the TIMSS 2015 and TIMSS 2019 international assessments at the eighth-grade level in Turkey. Embretson and Reise (2013) stated that these groups (reference and focal) may have different mean and standard deviation values over the latent variable. However, they stated that these differences were not signs of DIF and might complicate the DIF analysis procedure depending on the research setting. However, Zumbo (1999) pointed out that these two groups should be matched on the relevant trait variable in order to apply the DIF analysis in terms of determining the probability of answering the item correctly. Another important consideration when applying DIF analysis on a latent trait variable is that researchers interested in identifying DIF use the same items for reference and focal groups (see Embretson and Reise, 2013). The null hypothesis (H_0) and alternative hypothesis (H_1) accepted for the DIF analysis are given below (Equation 1).

$$H_0: \beta_U = \int_\theta B(\theta) f_F(\theta) d\theta = 0,$$
$$H_1: \beta_U = \int_\theta B(\theta) f_F(\theta) d\theta > 0 \tag{1}$$
$$B(\theta) = T_{SR}(\theta) - T_{SF}(\theta)$$

In Equation 1, β_U parameter determines the amount of DIF. Thus, the null hypothesis states that the amount of DIF should be 0 while the alternative hypothesis states it should be greater than 0. $B(\theta)$ represents the difference between the probability of giving correct answers between the students in the reference and focal groups in terms of the θ skill. In addition, $f_F(\theta)$ represents the probability density function for the focal group and $d\theta$ represents the differential of θ (Shealy and Stout, 1993). In other words, here, the difference between the student groups in terms of the skill θ is scanned with the help of integral and as a result, the amount of DIF for each item is determined. If the determined DIF amount is significantly greater than zero, the item is coded as indicating DIF.

Ethical Permissions of Research

In this study, all the rules specified to be followed within the scope of the "Higher Education Institutions Scientific Research and Publication Ethics Directive" were complied with. None of the actions specified under the title of "Actions Contrary to Scientific Research and Publication Ethics", which is the second part of the directive, were carried out.

Ethics committee permission information:

Name of the committee that made the ethical evaluation = Kastamonu University Social and Human Sciences Research and Publication Ethics Committee,

Date of ethical review decision = 25 March 2021, Ethical document issue number = E-16498365-050.01.04-2100025611.

Results

Pre-Analysis – Confirmatory Factor Analysis

It was stated above that it was necessary to examine the unidimensionality of the items in each booklet before performing the DIF analysis (Jöreskog and Sörbom, 1996). Therefore, firstly, Confirmatory Factor Analysis (CFA) was performed for the booklets of the TIMSS 2015 and TIMSS 2019 assessments (7 separate booklets for each exam) used in this study. Table 5 shows the results of these analyzes.

Table 5. *CFA results of TIMSS 2015 and 2019 eighth-grade mathematics items for Turkish students*

Assessment	Booklet	*N*	χ^2	df	CFI	TLI	RMSEA
TIMSS 2015	Booklet 1	435	917.060*	527	0.891	0.884	0.041
TIMSS 2015	Booklet 3	440	504.440*	350	0.943	0.939	0.032
TIMSS 2015	Booklet 5	440	819.410*	495	0.923	0.918	0.039
TIMSS 2015	Booklet 7	432	1,072.458*	464	0.834	0.823	0.055
TIMSS 2015	Booklet 9	435	505.506*	350	0.931	0.926	0.032
TIMSS 2015	Booklet 11	441	704.428*	377	0.889	0.880	0.044
TIMSS 2015	Booklet 13	435	652.800*	377	0.910	0.903	0.041
TIMSS 2019	Booklet 1	286	1,638.199*	740	0.765	0.753	0.065
TIMSS 2019	Booklet 3	287	1,780.549*	860	0.685	0.669	0.061
TIMSS 2019	Booklet 5	288	1,218.643*	464	0.747	0.729	0.075
TIMSS 2019	Booklet 7	287	1,723.573*	630	0.736	0.721	0.078
TIMSS 2019	Booklet 9	288	1,409.658*	594	0.739	0.723	0.069
TIMSS 2019	Booklet 11	289	1,185.374*	434	0.791	0.776	0.077
TIMSS 2019	Booklet 13	297	1,407.508*	741	0.788	0.776	0.058

*p<.001, CFI: Comparative Fit Index, TLI: Tucker-Lewis Index, RMSEA: Root Mean Square Error of Approximation

The first value to look for unidimensionality in CFA analysis is the Chi-square (χ^2) value, and the p-value calculated for this value should be greater than .05 (Hooper, Coughlan and Mullen, 2008). However, they also stated that the Chi-square (χ^2) test stipulates multivariate normality as a hypothesis, and deviations from multivariate normality would result in the rejection of even a properly defined model. As can be seen in Table 4, the p-values calculated for the Chi-square (χ^2) values for the CFA models for each booklet used in both exams are significantly less than .05 or even .001, due to the sample size (e.g., TIMSS 2015 Booklet 1, $\chi^2(527) = 917.060$, p<.001). In this case, other model fit indices (goodness-of-fit) should be examined, for instance CFI, TLI and RMSEA (Hooper et al., 2008). Hair, Black, Babin and Anderson (2010) stated that indices such as CFI should be greater than .90, especially in large samples. Looking at Table 4, it can be seen that the CFI and TLI values for Booklets 1, 7, and 11 used in TIMSS 2015 are less than this cut-off value, while for the others, it is reasonable. For TIMSS 2019, on the other hand, it is seen that CFI values are greater than this cut-off value in all booklets. CFI index is actually a revised version of the TLI index (Hooper et al., 2008). On the other hand, Hair et al. (2010) stated that this cutoff value is especially valid for very complex models. In the models of this study, it is only concerned whether the items are under a single dimension. Therefore, if we take a last look at the RMSEA value, Hooper et al. (2008) stated the cut-off value as .08. At the same time, they stated that the RMSEA value is one of the most informative fit indices due to its sensitivity to the estimated parameters in the modeling. As a matter of fact, the RMSEA values for all the booklets in the TIMSS 2015 (especially Booklets 1, 7, and 11, which cannot be unidimensional according to other indices) and the ones in the TIMSS 2019 are less than this value. As a result, we can say that the unidimensionality of the items used in all 14 booklets used in the TIMSS 2015 and TIMSS 2019 exams is at an acceptable level for each booklet.

Results of the Differential Item Functioning (DIF) Analysis

After examining the unidimensionality assumption required for DIF analysis, it can be moved on to the main analysis, DIF. The two parameters used in the DIF procedure to determine whether an item indicates bias are the beta estimate and the standardized p-difference index. Embretson and Reise (2013) explained the procedure for calculating the beta estimation, in which the item difficulty parameter for both groups is first calculated for each item and adjusted by subtracting the mean difference from each in the focal group. Next, the difference between the reference and adjusted focal group item difficulty parameters are calculated to have an estimate of beta for each item. Therefore, these beta estimates in SIBTEST procedure indicate whether items prefer the reference group or the focal group. Positive beta predictive values indicate item bias (DIF) in favor of the reference group (female students) while negative values indicate bias in favor of the focal group (male students). On the other hand, standardized p-values are calculated by looking at the difference in total scores between the reference and focal groups for each item and weighting these differences according to the focus ratios in each of the total scores. These p-values are then compared with an alpha level of .05 to indicate whether there is a DIF-flagged item. If the p-value obtained is less than .05, this item is said to indicate bias (DIF) and the null hypothesis is rejected, that is, the reference and focal groups are not equally likely to answer this item correctly. However, if the p-value is greater than .05, the null hypothesis is accepted and it is concluded that this item does not indicate bias (Shealy and Stout, 1993). Table 6 shows the items indicating DIF in the TIMSS 2015 and Table 7 shows the above-mentioned parameters for these items in the TIMSS 2019.

Table 6. *TIMSS 2015 mathematics items indicating gender-based item bias (DIF) at the eighth-grade level in Turkey.*

TIMSS Items	Booklet	Beta Estimate	Standard Error	χ^2	*p*-value
M042182	1	-0.1575	0.0643	5.9984	0.0143*
M042240	1	0.1226	0.0586	4.3721	0.0365*
M042164	1	0.1948	0.0674	8.3536	0.0038**
M062202	1	0.1753	0.0668	6.8925	0.0087**
M062115	3	-0.1172	0.0515	5.1740	0.0229*
M042023	5	0.2418	0.0893	7.3332	0.0068**
M042015	7	0.2041	0.0642	10.1057	0.0015**
M042114B	7	-0.1339	0.0619	4.6817	0.0305*
M042074A	7	0.1471	0.0701	4.4011	0.0359*
M042261	7	0.1764	0.0672	6.8916	0.0087**
M062244	7	0.2273	0.0741	9.4015	0.0022**
M062300	7	0.1605	0.0677	5.6195	0.0178*
M052413	9	0.1086	0.0539	4.0590	0.0439*
M052134	9	-0.1430	0.0586	5.9676	0.0146*
M062150	9	-0.1532	0.0538	8.1121	0.0044**
M062335	9	0.1377	0.0656	4.4022	0.0359*
M062133	9	0.1094	0.0557	3.8635	0.0493*
M052215	11	0.2160	0.0542	15.8642	0.0001***
M052067	11	0.1171	0.0596	3.8623	0.0494*
M062320	11	0.1565	0.0498	9.8833	0.0017**
M052125	13	0.1922	0.0529	13.1747	0.0003***
M052229	13	0.1552	0.0712	4.7576	0.0292*
M052063	13	0.1508	0.0557	7.3187	0.0068**
M052161	13	0.1489	0.0639	5.4381	0.0197*
M062192	13	0.1576	0.0489	10.3780	0.0013**

*$p<.05$, **$p<.01$, ***$p<.001$

As seen in Table 6, according to the Differential Item Functioning (DIF) analysis performed on the eighth-grade mathematics items in TIMSS 2015, 25 out of 224 items were found to be biased (containing DIF). Only five of them express bias in favor of the focal group (male students) while the remaining 20 in favor of the reference group (female students). This means that only 2.2% of the eighth-grade mathematics items in TIMSS 2015 are biased in favor of male students, and 8.9% are biased in favor of female students. Thus, 11.1% of all items in total express item bias (DIF). Similarly, the results of the DIF analysis on the TIMSS 2019 exam are given below.

Table 7. *TIMSS 2019 mathematics items indicating gender-based item bias (DIF) at the eighth-grade level in Turkey.*

TIMSS Items	Booklet	Beta Estimate	Standard Error	χ^2	*p*-value
ME52125	1	0.3172	0.1577	4.0458	0.0443*
ME52229	1	0.4575	0.2318	3.8951	0.0484*
ME52146A	1	0.3286	0.1458	5.0783	0.0242*
ME72178C	3	0.3293	0.1212	7.3884	0.0066**
ME72027	3	-0.3409	0.1198	8.1005	0.0044**
ME52502B	5	0.2924	0.1249	5.4755	0.0193*
ME62345AB	9	0.2600	0.1250	4.3286	0.0375*
ME62171	11	0.2931	0.0988	8.8074	0.0030**
ME72221	11	-0.2315	0.0814	8.0892	0.0045**
ME62341	13	-0.2324	0.1068	4.7369	0.0295*
ME62242	13	-0.2468	0.1007	6.0088	0.0142*
ME72140D	13	0.2907	0.1287	5.1064	0.0238*
ME72154	13	-0.2860	0.1198	5.6974	0.0170*
ME72192	13	0.3018	0.1296	5.4232	0.0199*
ME72161	13	-0.3707	0.1415	6.8633	0.0088**

*$p<.05$, $p<.01$

As seen in Table 7, according to the Differential Item Functioning (DIF) analysis performed on the eighth-grade mathematics items in TIMSS 2019, it was determined that 15 out of 259 items were biased (containing DIF). While six of them express bias in favor of the focal group (male students), the remaining nine in favor of the reference group (female students). This means that 2.3% of the eighth-grade mathematics items in TIMSS 2019 are biased in favor of male students while 3.5% in favor of female students. This indicates that, in total, 5.8% of all items express item bias (DIF).

Thus, the answer to the first research question of this study has emerged. In order to find an answer for the second research question, the distribution of the items with item bias in both exams according to the content and cognitive domains defined in the TIMSS conceptual framework is given below. Figure 2 shows the distribution of biased items in TIMSS 2015 and TIMSS 2019 according to content domains while Figure 3 represents according to the cognitive domains. In both figures, circular regions are created in proportion to the number of items in the specified content or cognitive domain. In this way, the number of items that indicate bias according to content domains can be compared simultaneously in terms of both the gender of the students and the year of the assessment. The number of items in each region is also indicated in the outermost circles.

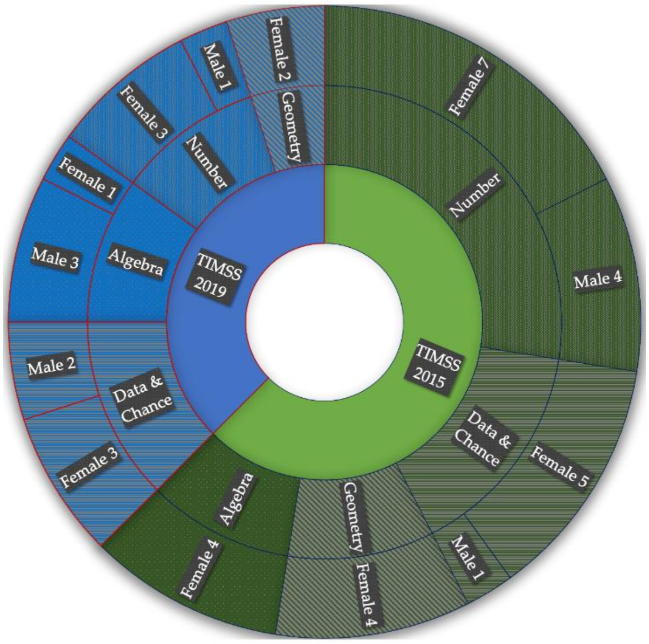


Figure 2. Distribution of eighth-grade mathematics items in favor of male and female students in TIMSS 2015 and 2019 in Turkey according to the content domains.

As seen in Figure 2, the number of items indicating item bias by gender in the TIMSS 2019 decreased remarkably when comparing with the ones in TIMSS 2015. When looking at the content domains in detail, as can be seen in the figure, there are no items indicating bias in favor of male students in either algebra or geometry content domains in TIMSS 2015. In the same year, the number of items indicating bias in favor of female students in the content domains of numbers and data and chance were relatively higher for male students. When it comes to 2019, a balance was observed in the number of items indicating bias in favor of male and female students. It may be possible to say that the balance here is due to the noticeable decrease in the number of items indicating bias in favor of female students. As stated above, there is no item indicating bias in favor of male students in the geometry content domain. In the algebra content domain, four items indicated bias in favor of female students in 2015, while there was only one item in 2019. On the other hand, while there were no items indicating bias in favor of male students in this content domain in 2015, three items indicated bias in favor of male students in 2019. Considering that only six items indicated bias in favor of male students in 2019, this is an important change. In summary, while the geometry content domain stands out with not stating bias in favor of male students in both exams; the algebra content domain, on the other hand, did not indicate a bias in favor of male students in 2015, but in 2019, it is observed as a domain that indicates more bias in favor of male students than female students. Figure 3 shows the distribution of the same items, this time in terms of cognitive domains.

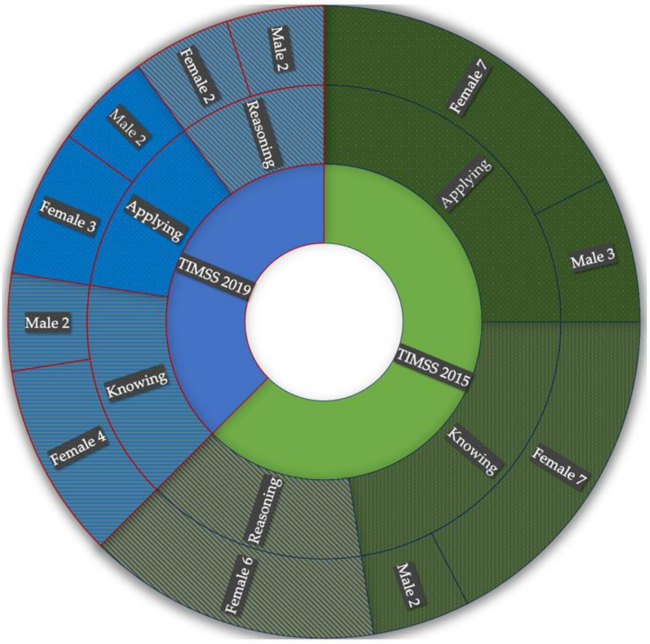


Figure 3. Distribution of eighth-grade mathematics items in favor of girls and boys in TIMSS 2015 and 2019 in Turkey according to cognitive domains.

As can be seen in Figure 3, when the distribution of items indicating item bias in the TIMSS 2015 exam is examined according to cognitive domains, it is possible to talk about a relative weight of the items indicating bias in favor of female students than male students. There is no item indicating bias in favor of male students, especially in the reasoning cognitive domain. When it comes to 2019, it is seen that items expressing bias in cognitive domains, similar to content domains, show a balanced distribution between genders. Here, there is no significant change in the items indicating bias in favor of male students. This balanced situation that emerged in 2019 is the significant decrease in the number of items indicating bias in favor of female students. In addition to these figures, Appendix 1 and Appendix 2, in addition to the distribution of biased items in both assessments according to content and cognitive domains, illustrate the content topics and item labels of the DIF-flagged items. It can be an important resource for researchers who want to work on this subject.

Discussion, Conclusion and Recommendations

In terms of mathematics achievement, from 2015 to 2019, Turkey increased its place from 29th place among 46 participants (Mullis et al., 2016) to 24th place among 46 participants (Mullis et al., 2020) in the TIMSS in the field of mathematics at the eighth-grade level. While an increase in success is observed, there is no significant difference between male and female students in terms of overall mean achievement scores in both assessments (Table 2). This situation does not coincide with the findings of studies on Turkey in terms of PISA 2006 (Alacacı and Erbaş, 2010; Demir et al., 2010; Dinçer and Kolasin, 2009) and PISA 2009 results (Gürsakal, 2012). In the mentioned studies, it was observed that female students were significantly more successful than male students. On the other hand, according to a study on TIMSS 2007 results for Turkey, gender was stated as a neutral indicator in terms of student achievement (Atar, 2011). Similarly, no significant difference in achievement was observed between male and female students in studies conducted by creating their own samples in schools instead of using international data (Aksu, 2001; Işıksal and Aşkar, 2005). As a result, unlike the PISA results for Turkey, there is no significant difference in mathematics performance between male and female students in the TIMSS 2015 and 2019 assessments. However, as stated in Table 2, when looking at the TIMSS 2015 and 2019 results in terms of content and cognitive domains, it can be observed that there are significant differences between male and female students both in the overall participant countries and in Turkey. Although there is no difference in general terms, these differences in terms of content and cognitive domains may support the bias due to the structure of the items.

As a result of this study carried out from this point of view, according to the Item Functioning Analysis (DIF) conducted on the eighth-grade mathematics items in the TIMSS 2015, 25 out of 224 items were found to be biased (containing DIF). Only five of them express bias in favor of the focal group (male students) while the remaining 20 in favor of the reference group (female students). In addition, in the eighth-grade mathematics items in TIMSS 2019, 15 out of 259 items were found to be biased (containing DIF). Six of them express bias in favor of the focal group (male students) while the remaining nine in favor of the reference group (female students). In this study, the SIBTEST procedure, which was created according to the Item Response Theory, was used rather than the methods created according to the Classical Test Theory while performing the DIF analysis. As stated in previous studies (Hambleton and Jones, 1993; Kan et al., 2013; Karakaya, 2012; Kelecioğlu et al., 2014), it should be noted that more sensitive DIF measurements could be made in this way. As a result, 11.1% of the items in the TIMSS 2015 (2.2% in favor of male students, 8.9% in favor of female students) and 5.8% of the items in the TIMSS 2019 (2.3% in favor of male students, 3.5% in favor of female students) stated bias in genders. From the point of view of male students, there is no significant change in the percentage of items that indicate bias, while the situation appears as a significant decrease in terms of female students. However, in 2019, the number of items indicating bias in favor of female students is still higher than that of male students. Thus, the necessity of examining these items in terms of content and cognitive domains has emerged once again.

As a result of the DIF analysis conducted in this study, in addition to whether the mathematics items used in the TIMSS 2015 and TIMSS 2019 indicate a bias in favor of eighth-grade female or male students in Turkey, the distribution of the biased items in terms of content and cognitive domains specified in the TIMSS conceptual framework was also examined (Figure 2). According to the analysis made in terms of content domains,

– the geometry content domain stands out with the fact that it does not indicate bias in favor of male students in both exams,

– While the content domain of algebra did not indicate a bias in favor of male students in 2015, it is observed as a domain that indicates more bias in favor of male students than female students in 2019.

The first thing that comes to mind here is the DIF analysis study conducted by Bakan-Kalaycıoğlu and Kelecioğlu (2011) on the ÖSS exam (college placement test). In their study, they identified bias in three of the 45 mathematics items used in the 2005 ÖSS exam. They found that two geometry items indicated a bias in favor of male students and one algebra item in favor of female students. In addition, studies conducted outside of Turkey in this field also indicate that male students are more successful in geometry and female students in algebra than the opposite sex (Lane et al., 1996; McGraw et al., 2006). 43 of the 224 items used in the TIMSS 2015 exam and 54 of the 259 items in the TIMSS 2019 belong to the geometry content domain (Figure 1). Interestingly, none of the geometry items used in these two assessments indicate bias in favor of male students. Similarly, 64 items in TIMSS 2015 and 69 items in TIMSS 2019 belong to the algebra content domain. While there were no algebra items in favor of male students in 2015, this situation was reversed in 2019, and three of the four algebra items indicating DIF indicate a bias in favor of male students. In this sense, it is seen that the findings of the current study on TIMSS do not match with the findings of the study conducted on the college placement test of Bakan-Kalaycıoğlu and Kelecioğlu (2011) and the findings of studies conducted outside of Turkey (Lane et al., 1996; McGraw et al., 2006). The fact that the findings of this study do not overlap with the studies conducted with samples from both Turkey and abroad reveals that the items used in the TIMSS assessment can affect eighth-grade female and male students in different ways in Turkey.

On the other hand, the items used in the TIMSS 2015 and TIMSS 2019 were also examined in terms of cognitive domains (Figure 3). As a result,

– It is possible to talk about a relative weight of the items indicating bias in favor of female students for male students in TIMSS 2015. There is no item indicating bias in favor of male students, especially in the reasoning cognitive domain.

– When it comes to 2019, it is seen that items expressing bias in cognitive domains, similar to content domains, show a balanced distribution between genders.

Here, the reasoning domain came to the forefront with no items in favor of male students in 2015. This situation is in line with the findings of previous studies, unlike the situation in the content domains. Because it has been revealed by previous researchers that female students are relatively more successful than male students in reasoning problems (Friedman, 1996; Ryan and Chiu, 1996). In addition, in 2015, no significant difference was observed between male and female students in the TIMSS in all three cognitive domains (Table 2). However, in 2019, it is statistically seen that female students have significantly higher mean scores than male students in the cognitive domains of knowing and reasoning. On the other hand, while there were more biased items in favor of female students in terms of cognitive domains in TIMSS 2015, this situation was balanced in 2019.

Whether it is TIMSS 2015 or TIMSS 2019, unfortunately, the contents of the items used in these assessments are not completely shared as open data. In this respect, especially in line with the findings of this study, the content domains of geometry and algebra and the cognitive domain of reasoning should be discussed in more detail in terms of the bias between male and female students in Turkey. Further studies that may examine these domains in terms of the inclusion in the textbooks concerning gender as well as the ones that may focus on the attitudes of male and female students towards these domains would contribute to the literature. As a result of the studies carried out on samples, especially in Turkey and abroad, it is observed that the geometry content domain is known for the success of male students and the algebra content domain for female students. Similarly, these domains were also highlighted in regard to the findings of the previous studies as favoring the indicated gender groups in this study, while the results of TIMSS 2015 and TIMSS 2019 show exactly the opposite of this situation. In this sense, further studies that examine how these domains are handled in the textbooks, in the classroom instruction, etc. in terms of the genders in detail would be helpful in the continuation of this current study. Appendix 1 and Appendix 2, in addition to the distribution of the items that were concluded to be biased in this study in terms of content and cognitive domains, illustrate the content topics and item labels of these items. Researchers can use it without hesitation in terms of contributing to the studies to be done on this subject.

References

Aaronson, D., Barrow, L. & Sander, W. (2007). Teachers and student achievement in the Chicago public high schools. *Journal of Labor Economics*, *25*(1), 95-135.

Aksu, M. (2001). Student performance in dealing with fractions. *The Journal of Educational Research, 90*(6), 375-380.

Akyüz, G. (2006). Investigation of the effect of teacher and class characteristics on mathematics achievement in Turkey and European Union countries. *Elementary Education Online*, *5*(2), 75-86.

Akyüz, G. (2014). The effects of student and school factors on mathematics achievement in TIMSS 2011. *Egitim ve Bilim, 39*(172), 150-162.

Akyüz, G. & Berberoğlu, G. (2010). Teacher and classroom characteristics and their relations to mathematics achievement of the students in the TIMSS. *New Horizons in Education, 58*(1), 77-95.

Alacacı, C. & Erbaş, A. K. (2010). Unpacking the inequality among Turkish schools: Findings from PISA 2006. *International Journal of Educational Development*, *30*(2), 182-192.

Atar, B. (2011). Application of descriptive and explanatory item response models to TIMSS 2007 Turkey mathematics data. *Egitim ve Bilim*, *36*(159), 255-269.

Awuor, R. A. (2008). *Effect of unequal sample sizes on the power of DIF detection: An IRT-based Monte Carlo study with SIBTEST and Mantel-Haenszel procedures.* Unpublished Doctoral dissertation, Virginia Polytechnic Institute and State University.

Bakan-Kalaycıoğlu, D. & Kelecioğlu, H. (2011). Öğrenci seçme sınavı'nın madde yanlılığı açısından incelenmesi. *Eğitim ve Bilim, 36*(161), 3-13.

Bilican, S., Demirtaşlı, R. N. & Kilmen, S. (2011). The attitudes and opinions of the students towards mathematics course: The comparison of TIMSS 1999 and TIMSS 2007. *Educational Sciences: Theory and Practice*, *11*(3), 1277-1283.

Boyd, D., Grossman, P., Lankford, H., Loeb, S. & Wyckoff, J. (2005). How changes in entry requirements alter the teacher workforce and affect student achievement. (Working Paper No. 11844). Cambridge, MA: National Bureau of Economic Research.

Clotfelter, C. T., Ladd, H. F. & Vigdor, J. L. (2007). Teacher credentials and student achievement: Longitudinal analysis with student fixed effects. *Economics of Education Review*, *26*(6), 673-682.

Clotfelter, C. T., Ladd, H. F. & Vigdor, J. L. (2010). Teacher credentials and student achievement in high school a cross-subject analysis with student fixed effects. *Journal of Human Resources*, *45*(3), 655-681.

Demir, I., Kılıç, S. & Ünal, H. (2010). Effects of students' and schools' characteristics on mathematics achievement: Findings from PISA 2006. *Procedia Social and Behavioral Sciences, 2*(2010), 3099-3103.

Dinçer, M. A. & Kolasin, G. U. (2009). *Türkiye'de öğrenci başarısında eşitsizliğin belirleyicileri*. İstanbul: Sabancı Üniversitesi Eğitim Girişimi Reformu.

Doğan, N. & Barış, F. (2010). Tutum, değer ve özyeterlik değişkenlerinin TIMSS-1999 ve TIMSS-2007 sınavlarında öğrencilerin matematik başarılarını yordama düzeyleri. *Eğitimde ve Psikolojide Ölçme ve Değerlendirme Dergisi*, *1*(1), 44-50.

Else-Quest, N. M., Hyde, J. S. & Linn, M. C. (2010). Cross-national patterns of gender differences in mathematics: A meta-analysis. *Psychological Bulletin, 136*(1), 101–127.

Embretson, S. E. & Reise, S. P. (2013). *Item response theory*. Psychology Press.

Engin-Demir, C. (2009). Factors influencing the academic achievement of the Turkish urban poor. *International Journal of Educational Development, 29*(2009), 17-29.

Erkan, S. S. S. (2013). A comparison of the education systems in Turkey and Singapore and 1999–2011 TIMSS tests results. *Procedia-Social and Behavioral Sciences*, *106*(2013), 55-64.

Friedman, L. (1996). Meta-analysis and quantitative gender differences: Reconciliation. *Focus on Learning Problems in Mathematics, 18*(3), 123-128.

Goldhaber, D. & Anthony, E. (2007). Can teacher quality be effectively assessed? National board certification as a signal of effective teaching. *The Review of Economics and Statistics*, *89*(1), 134-150.

Gronmo, L. S., Linquist, M., Arora, A. & Mullis, I. V. S. (2013). TIMSS 2015 mathematics framework. In Mullis, I. V. S., Martin, M. O. (Eds.). *TIMSS 2015 assessment frameworks (pp. 11-27).* Chestnut Hill, MA: TIMSS & PIRLS International Study Center at Boston College.

Güner, N., Sezer, R. & İspir, O. A. (2013). İlköğretim ikinci kademe öğretmenlerinin TIMSS hakkındaki görüşleri. *Pamukkale Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 33*(1), 11-29.

Gürsakal, S. (2012). An evaluation of PISA 2009 student achievement levels' affecting factors. *Süleyman Demirel Üniversitesi İktisadi ve İdari Bilimler Dergisi, 17*(1), 441-452.

Hair, J. F., Black, W. C., Babin, B. J. & Anderson, R. (2010). *Multivariate analysis (7th ed.)*. Pearson Prentice Hall.

Hambleton, R. K. & Jones, R. W. (1993). Comparison of classical test theory and item response theory and their applications to test development. *Educational Measurement: Issues and Practice*, *12*(3), 38-47.

Hill, H. C., Rowan, B. & Ball, D. L. (2005). Effects of teachers' mathematical knowledge for teaching on student achievement. *American Educational Research Journal*, *42*(2), 371-406.

Hooper, D., Coughlan, J. & Mullen, M. R. (2008). Equation modelling: Guidelines for determining model fit. *Electronic Journal of Business Research Methods*, *6*(1), 53-60.

İncikabı, L. (2012). After the reform in Turkey: A content analysis of SBS and TIMSS assessment in terms of mathematics content, cognitive domains, and item types. *Education as Change*, *16*(2), 301-312.

Işıksal, M. & Aşkar, P. (2005). The effect of spreadsheet and dynamic geometry software on the achievement and self-efficacy of 7th-grade students. *Educational Research*, *47*(3), 333-350.

Jacob, B. A. & Lefgren, L. (2002). The impact of teacher training on student achievement: Quasi-experimental evidence from school reform efforts in Chicago. (Working Paper No. 8916). Cambridge, MA: The National Bureau of Economic Research.

Jöreskog, K. G. & Sörbom, D. (1996). *LISREL 8: User's reference guide*. Scientific Software International.

Kan, A., Sünbül, Ö. & Ömür, S. (2013). 6.-8. sınıf seviye belirleme sınavları alt testlerinin çeşitli yöntemlere göre değişen madde fonksiyonlarının incelenmesi. *Mersin Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, *9*(2), 207-222.

Karakaya, I. (2012). An investigation of item bias in science and technology subtests and mathematic subtests in level determination exam (LDE). *Educational Sciences: Theory and Practice*, *12*(1), 222-229.

Kelecioğlu, H., Karabay, B. & Karabay, E. (2014). Investigation of placement test in terms of item biasness. *Elementary Education Online*, *13*(3), 934-953.

Kılıç, S., Çene, E. & Demir, I. (2012). Comparison of learning strategies for mathematics achievement in Turkey with eight countries. *Educational Sciences, 12*(4), 2594-2598.

Lane, S., Wang, N. & Magone, M. (1996). Gender-related differential item functioning on a middle-school mathematics performance assessment. *Educational Measurement: Issues and Practice, 15*(4), 21-27.

Magis, D., Beland, S., Tuerlinckx, F. & De Boeck, P. (2010). A general framework and an R package for the detection of dichotomous differential item functioning. *Behavior Rsearch Methods*, *42*(3), 847-862.

Martin, M. O., Mullis, I. V. & Foy, P. (2008). *TIMSS 2007 international mathematics report: Findings from IEA's Trends in International Mathematics and Science Study at the fourth and eighth grades*. Chestnut Hill, MA: TIMSS & PIRLS International Study Center at Boston College.

Martin, M. O., Mullis, I. V. S. & Foy, P. (2013). TIMSS 2015 assessment design. In Mullis, I. V. S., Martin, M. O. (Eds.). *TIMSS 2015 assessment frameworks (pp. 85-99).* Chestnut Hill, MA: TIMSS & PIRLS International Study Center at Boston College.

Martin, M. O., Mullis, I. V. S. & Foy, P. (2017). TIMSS 2019 assessment design. In Mullis, I. V. S., & Martin, M. O. (Eds.). *TIMSS 2019 assessment frameworks (pp. 81-91).* Chestnut Hill, MA: TIMSS & PIRLS International Study Center at Boston College.

McGraw, R., Lubienski, S. T. & Strutchens, M. E. (2006). A closer look at gender in NAEP mathematics achievement and affect data: Intersections with achievement, race/ethnicity, and socioeconomic status. *Journal for Research in Mathematics Education, 37*(2), 129-150.

Mullis, I. V., Martin, M. O., Foy, P. & Arora, A. (2012). *TIMSS 2011 international results in mathematics*. International Association for the Evaluation of Educational Achievement. Chestnut Hill, MA: TIMSS & PIRLS International Study Center at Boston College.

Mullis, I. V. S., Martin, M. O., Foy, P. & Hooper, M. (2016). *TIMSS 2015 international results in mathematics.* Chestnut Hill, MA: TIMSS & PIRLS International Study Center at Boston College.

Mullis, I. V. S., Martin, M. O., Foy, P., Kelly, D. L. & Fishbein, B. (2020). *TIMSS 2019 international results in mathematics and science.* Retrieved from: https://timssandpirls.bc.edu/timss2019/international-results/

National Center for Education Statistics. (2021). *International data explorer*. Retrieved from: https://nces.ed.gov/timss/idetimss/

Nye, B., Konstantopoulos, S. & Hedges, L. V. (2004). How large are teacher effects? *Educational Evaluation and Policy Analysis*, *26*(3), 237-257.

Osterlind, S. J. & Everson, H. T. (2009). *Differential item functioning*. Sage Publications.

Rosseel, Y. (2012). "lavaan: An R Package for structural equation modeling." *Journal of Statistical Software, 48*(2), 1–36. Retrieved from: https://www.jstatsoft.org/v48/i02/.

Rowan, B., Chiang, F. S. & Miller, R. J. (1997). Using research on employees' performance to study the effects of teachers on students' achievement. *Sociology of Education*, *70*(4), 256-84.

Ryan, K. E. & Chiu, S. (1996). *Detecting DIF on mathematics items: The case for gender and calculator sensitivity.* Paper presented at the annual meeting of the American Education Research Association, New York, NY.

Shealy, R. & Stout, W. (1993). A model-based standardization approach that separates true bias/DIF from group ability differences and detects test bias/DTF as well as item bias/DIF. *Psychometrika*, *58*(2), 159-194.

Stout, W. & Roussos, L. (1996). DIF-pack SIBTEST program [Open source computer software].

Stronge, J. H., Ward, T. J. & Grant, L. W. (2011). What makes good teachers good? A cross-case analysis of the connection between teacher effectiveness and student achievement. *Journal of Teacher Education*, *62*(4), 339-355.

Yıldırım, H. H., Yıldırım, S., Ceylan, E., Yetişir, M. İ. & Ajans, C. (2013). *Türkiye perspektifinden TIMSS 2011 sonuçları*. Pelin Ofset: Ankara, Turkey.

Zumbo, B. D. (1999). *A handbook on the theory and methods of differential item functioning (DIF): Logistic regression modeling as a unitary framework for binary and likert-type (ordinal) item scores.* Ottawa, ON: Directorate of Human Resources Research and Evaluation, Department of National Defense.

Ek 1. TIMSS 2015 Sınavında Türkiye'de Kız ve Erkek Öğrencilerin Lehine Yanlılık Gösteren 8. Sınıf Matematik Sorularının Dağılımları

Odak Grubu (Erkek Öğrenciler) Lehine Yanlılık Belirten Sorular				
Soru	*İçerik Alanı*	*Bilişsel Alan*	*İçerik Konusu*	*Soru Başlığı*
M052134	Sayılar	Bilme	Kesirler, Ondalıklı ve Tam Sayılar	A şehri B şehrinden ne kadar sıcak
M062150	Sayılar	Bilme	Kesirler, Ondalıklı ve Tam Sayılar	X ve Y şehirleri arasındaki düşük sıcaklık farkı
M042182	Sayılar	Uygulama	Kesirler, Ondalıklı ve Tam Sayılar	John ne kadar yükseğe sıçradı?
M042114B	Sayılar	Uygulama	Oran, Orantı ve Yüzde	28 mm'lik bir yığındaki kağıt sayısı
M062115	Veri & Şans	Uygulama	Şans	Mermer labirentte kesişimler
Referans Grubu (Kız Öğrenciler) Lehine Yanlılık Belirten Sorular				
Soru	*İçerik Alanı*	*Bilişsel Alan*	*İçerik Konusu*	*Soru Başlığı*
M052413	Sayılar	Bilme	Kesirler, Ondalıklı ve Tam Sayılar	Verilen sayısal ifadeyi çözmek
M052229	Sayılar	Bilme	Kesirler, Ondalıklı ve Tam Sayılar	Ondalıklı sayıyı kesre dönüştürme
M052215	Sayılar	Bilme	Kesirler, Ondalıklı ve Tam Sayılar	Taralı bölgenin kesir olarak ifadesi
M062335	Sayılar	Bilme	Oran, Orantı ve Yüzde	3:2'ye eşdeğer olan oranı seçmek
M042015	Sayılar	Bilme	Doğal Sayılar	3 sayısının küpünün değeri
M042023	Sayılar	Uygulama	Kesirler, Ondalıklı ve Tam Sayılar	7/12 mi 2/3'mü daha büyüktür?
M052125	Sayılar	Akıl Yürütme	Doğal Sayılar	3'ün katları
M052067	Cebir	Bilme	Cebirsel İfadeler ve İşlem	Verilen cebirsel ifadenin değeri
M042240	Cebir	Uygulama	Cebirsel İfadeler ve İşlem	X ve Y'nin değeri
M052063	Cebir	Uygulama	Cebirsel İfadeler ve İşlem	Dikdörtgenin alanı için cebirsel ifade
M042074A	Cebir	Akıl Yürütme	Fonksiyonlar	4 ve 30 desenleri için daireler
M062244	Geometri	Uygulama	Geometrik Dönüşümler	AB doğrusunun orta noktasının koordinatları
M062300	Geometri	Akıl Yürütme	Geometride Ölçme	Alan ve çevresi verilen bir dikdörtgen çizmek
M062202	Geometri	Akıl Yürütme	Geometrik Şekiller	Liza'nın küpün açılımı gösterimi – Q yüzünün karşıt yüzü
M062192	Geometri	Akıl Yürütme	Geometrik Şekiller	Merdiven tabanından bina tabanına olan mesafe
M042261	Veri & Şans	Bilme	Şans	Yağmur yağma ihtimali
M062133	Veri & Şans	Uygulama	Şans	Siyah ve beyaz mermerler olan torbadan değiştirerek çekiliş
M052161	Veri & Şans	Uygulama	Şans	Bir torbadaki topların sayısı
M062320	Veri & Şans	Uygulama	Veri Yorumlama	Balık tutma histogramı – Serbest bırakılan balıkların oranı
M042164	Veri & Şans	Akıl Yürütme	Veri Yorumlama	Tezgâhtarla aynı/farklı görüşte olmak

Ek 2. TIMSS 2019 Sınavında Türkiye'de Kız ve Erkek Öğrencilerin Lehine Yanlılık Gösteren 8. Sınıf Matematik Sorularının Dağılımları

Odak Grubu (Erkek Öğrenciler) Lehine Yanlılık Belirten Sorular				
Soru	*İçerik Alanı*	*Bilişsel Alan*	*İçerik Konusu*	*Soru Başlığı*
ME72027	Sayılar	Uygulama	Kesirler ve Ondalıklı Sayılar	Dolu kaptaki su oranı
ME72221	Cebir	Bilme	Cebirsel İfadeler ve İşlem	Bilinen x değeri için $y = 2x^2 - 2x + 5$ ifadesinin değeri
ME62341	Cebir	Bilme	Fonksiyonlar	y=3x-1 doğrusunun eğimi
ME62242	Cebir	Akıl Yürütme	Fonksiyonlar	Doğrusal ilişki
ME72154	Veri & Olasılık	Uygulama	Veri	Dünyadaki internet kullanıcılarının sütun grafiği
ME72161	Veri & Olasılık	Akıl Yürütme	Veri	Basketbol takımının ortalama boyu
Referans Grubu (Kız Öğrenciler) Lehine Yanlılık Belirten Sorular				
Soru	*İçerik Alanı*	*Bilişsel Alan*	*İçerik Konusu*	*Soru Başlığı*
ME52229	Sayılar	Bilme	Kesirler ve Ondalıklı Sayılar	Ondalıklı sayıyı kesre dönüştürme
ME72178C	Sayılar	Bilme	Tam Sayılar	Tam kare (81) ile etiketlenmiş raflar
ME52125	Sayılar	Akıl Yürütme	Tam Sayılar	3'ün katları
ME52146A	Cebir	Akıl Yürütme	Fonksiyonlar	Bir şekil için gerekli kibrit sayısı
ME62171	Geometri	Bilme	Geometrik Şekiller ve Ölçme	Taralı alanın XY doğrusu üzerinde yansıması
ME72140D	Geometri	Bilme	Geometrik Şekiller ve Ölçme	Şeklin doğru üzerinden yansıması
ME52502B	Veri & Olasılık	Uygulama	Veri	Bir ürün için en düşük fiyat veren mağaza
ME62345AB	Veri & Olasılık	Uygulama	Veri	Ortalama ve medyan değerleri ile balık tutma noktası belirleme
ME72192	Veri & Olasılık	Uygulama	Veri	En sevilen meyveyi en iyi gösteren grafik

Appendix 1. Distribution of eighth-grade mathematics items favoring genders in Turkey in TIMSS 2015

Items Favoring Focal Group (Male Students)				
Item	*Content Domain*	*Cognitive Domain*	*Topic Area*	*Item Label*
M052134	Number	Knowing	Fractions, Decimals, and Integers	How much hotter is city A than B
M062150	Number	Knowing	Fractions, Decimals, and Integers	Difference between low temperature in City X and Y
M042182	Number	Applying	Fractions, Decimals, and Integers	How far did john jump
M042114B	Number	Applying	Ratio, Proportion, and Percent	Number of papers in a 28mm stack
M062115	Data & Chance	Applying	Chance	Marble maze with intersections
Items Favoring Reference Group (Female Students)				
Item	*Content Domain*	*Cognitive Domain*	*Topic Area*	*Item Label*
M052413	Number	Knowing	Fractions, Decimals, and Integers	Solve given numeric expression
M052229	Number	Knowing	Fractions, Decimals, and Integers	Convert decimal to a fraction.
M052215	Number	Knowing	Fractions, Decimals, and Integers	Fraction of diagram shaded
M062335	Number	Knowing	Ratio, Proportion, and Percent	Select equivalent ratio to 3:2
M042015	Number	Knowing	Whole Numbers	What is the value of cube of 3
M042023	Number	Applying	Fractions, Decimals, and Integers	Which is larger 7/12 or 2/3
M052125	Number	Reasoning	Whole Numbers	Multiples of 3
M052067	Algebra	Knowing	Expressions and Operations	Value of given expression
M042240	Algebra	Applying	Expressions and Operations	Value of x and y
M052063	Algebra	Applying	Expressions and Operations	Expression for area of rectangle
M042074A	Algebra	Reasoning	Relationships and Functions	Circles for patterns 4 & 30
M062244	Geometry	Applying	Location and Movement	Find coordinates of midpoint of line AB
M062300	Geometry	Reasoning	Geometric Measurement	Draw a rectangle given area and perimeter
M062202	Geometry	Reasoning	Geometric Shapes	Liza's net of cube - face opposite face Q
M062192	Geometry	Reasoning	Geometric Shapes	Distance from base of ladder to base of building
M042261	Data & Chance	Knowing	Chance	How likely it will rain
M062133	Data & Chance	Applying	Chance	Black and white marbles in a bag with replacement
M052161	Data & Chance	Applying	Chance	Number of balls in a bag
M062320	Data & Chance	Applying	Data Interpretation	Fishing histogram - proportion of fish released
M042164	Data & Chance	Reasoning	Data Interpretation	Agree/disagree with the salesman

Appendix 2. Distribution of eighth-grade mathematics items favoring genders in Turkey in TIMSS 2019

Items Favoring Focal Group (Male Students)				
Item	*Content Domain*	*Cognitive Domain*	*Topic Area*	*Item Label*
ME72027	Number	Applying	Fractions and Decimals	Fraction of water in full container
ME72221	Algebra	Knowing	Expressions and Operations	Value of $y = 2x^2 - 2x + 5$ given x
ME62341	Algebra	Knowing	Relationships and Functions	Slope of line $y = 3x - 1$
ME62242	Algebra	Reasoning	Relationships and Functions	Relationship for a linear graph in words
ME72154	Data & Chance	Applying	Data	Bar graph of Internet users in world
ME72161	Data & Chance	Reasoning	Data	Mean heights of basketball team
Items Favoring Reference Group (Female Students)				
Item	*Content Domain*	*Cognitive Domain*	*Topic Area*	*Item Label*
ME52229	Number	Knowing	Fractions and Decimals	Convert decimal to a fraction
ME72178C	Number	Knowing	Integers	Shelves labeled with perfect square - 81
ME52125	Number	Reasoning	Integers	Multiples of 3
ME52146A	Algebra	Reasoning	Relationships and Functions	Number of matches for figure 10
ME62171	Geometry	Knowing	Geometric Shapes and Measurement	Shaded square reflected over the line XY
ME72140D	Geometry	Knowing	Geometric Shapes and Measurement	Shape reflected over dotted line - D
ME52502B	Data & Chance	Applying	Data	Store with lowest price per pair - S
ME62345AB	Data & Chance	Applying	Data	Fishing spots - calculate mean and median - LB Median
ME72192	Data & Chance	Applying	Data	Graph that best shows favorite fruit

Ahi Evran Üniversitesi
Kırşehir Eğitim Fakültesi Dergisi
ISSN: 2147 - 1037
http://kefad.ahievran.edu.tr

Validity and Reliability Evidence of the Origami-based Mathematics Lesson Plan Evaluation Rubric

Okan Arslan

Article Information

DOI: 10.29299/kefad.942307

Received: 24.05.2021
Revised: 19.10.2021
Accepted: 17.03.2022

Keywords:
Origami,
Mathematics,
Rubric Development,
Lesson Plan

Abstract

Origami became an instructional tool in mathematics education used for students of different ages and abilities. Developing effective lesson plans is one of the prerequisites of successful origami-based mathematics lessons. However, to our knowledge, there was no rubric in the available literature developed to evaluate the effectiveness of origami-based mathematics lesson plans. This study aimed to present validity and reliability evidence for a rubric to be used to evaluate origami-based mathematics lesson plans. The rubric items were developed after a detailed literature review and obtaining two experts' opinions. Exploratory factor analysis results indicated that the rubric had one dimension, and all the items in the rubric had satisfactory item factor loadings and communalities. Cronbach's Alpha, Pearson R and Cohen's kappa values were calculated to present reliability evidence. Calculated values indicated that the rubric had high internal consistency, and there was a high degree of agreement between two coders who coded the same lesson plans independently. Validity and reliability analyses showed that the origami-based mathematics lesson plan evaluation rubric was a valid and reliable scale that can be used to evaluate the origami-based lesson plans developed by teachers or teacher candidates.

Origami Temelli Matematik Ders Planı Değerlendirme Rubriği: Geçerlik ve Güvenirlik Çalışması

Makale Bilgileri

DOI: 10.29299/kefad.942307

Yükleme: 24.05.2021
Düzeltme: 19.10.2021
Kabul: 17.03.2022

Anahtar Kelimeler:
Origami,
Matematik,
Rubrik Geliştirme,
Ders Planı

Öz

Origami zamanla matematik eğitiminde farklı yaş ve becerilerdeki öğrenciler için kullanılan bir öğretim aracı haline gelmiştir. Origami temelli matematik derslerinin başarıya ulaşabilmesi bu derslerin etkili bir şekilde planlanması gerekmektedir. Origami temelli matematik dersleri için hazırlanan planlar ne kadar önemli olsa da alanyazında bu ders planlarını değerlendirebilmek için hazırlanmış bir ölçme aracı olmadığı görülmektedir. Bu bağlamda, bu çalışma ile origami temelli matematik ders planlarını değerlendirmeye yönelik geçerli ve güvenilir bir rubrik geliştirilmesi amaçlanmıştır. Bu çalışmada, detaylı bir alanyazın incelemesi ve uzman görüşleri sonrasında son hali verilen 11 maddeden ve 3 dereceden (zayıf, orta ve iyi) oluşan origami temelli matematik ders planı değerlendirme rubriğinin geçerlik ve güvenirlik kanıtları sunulmuştur. Açımlayıcı faktör analizi sonuçları rubriğin tek faktörlü yapıda olduğunu göstermiştir. Ayrıca, faktör yük ve ortak varyans değerleri incelendiğinde tüm maddelerin rubrik için uygun olduğu görülmüştür. Güvenirlik kanıtı sağlamak adına hesaplanan Cronbach Alfa, Pearson Korelasyon ve Cohen's kappa değerleri de rubriğin iç tutarlılığının yüksek olduğunu ve ayrıca farklı kodlayıcılar tarafından değerlendirildiğinde de benzer sonuçlar verdiğini göstermiştir. Bu sebeplerle, geliştirilen rubriğin öğretmen ve öğretmen adaylarının hazırladıkları origami temelli matematik ders planlarını değerlendirme amacıyla kullanılabilecek geçerli ve güvenilir bir ölçme aracı olduğu sonucuna varılmıştır.

Sorumlu Yazar: Okan Arslan, Arş. Gör. Dr., Mehmet Akif Ersoy Üniversitesi, Türkiye, oarslan@mehmetakif.edu.tr, ORCID ID: 0000-0001-9305-2691.

Alt Bilgi: Bu çalışmanın bir bölümü 14. Ulusal Fen Bilimleri ve Matematik Eğitimi Kongresi'nde Sözlü Bildiri olarak sunulmuştur.

Atıf için: Arslan, O. (2022). Origami temelli matematik ders planı değerlendirme rubriği: geçerlik ve güvenirlik çalışması. *Kırşehir Eğitim Fakültesi Dergisi, 23*(Özel Sayı), 259-286.

Giriş

Kâğıt katlama sanatı olarak bilinen origami her ne kadar hobi amaçlı ortaya çıkmış olsa da zamanla eğitimde sıklıkla kullanılır bir araç haline gelmiştir. Origami aktiviteleri sırasında öğrencilerin sürece aktif olarak katılım sağlamaları, görsel, işitsel ve motor becerilerini kullanması, birbirleri ve öğretmen ile iletişim kurarak bilgiyi kendilerinin oluşturması origaminin modern eğitim ilkelerine uygun olduğunu göstermektedir (Sze, 2005; Tuğrul ve Kavici, 2002). Origaminin eğitim alanındaki kullanımlarında matematik eğitimi ön plana çıkmaktadır. Origami matematik eğitiminde soyut konuları somutlaştırarak öğrenmeyi kolaylaştırır (Budinski, Lavicza, Fenyvesi ve Milinkovic, 2020). Bu doğrultuda origami, öğrencilerin geometri bilgisini geliştirme (Boakes, 2009; Georgeson, 2011; Golan, 2011), kesirler, oran-orantı ve cebir konularının öğretimi (Georgeson, 2011; Wares ve Elstak, 2017), uzamsal düşünme becerilerini geliştirme (Arıcı ve Aslan-Tutak, 2015; Boakes, 2008; 2009; Çakmak, Işıksal ve Koç, 2014), örüntüleri bulma (Georgeson, 2011; Higginson ve Colgan, 2001), matematiksel dilin kullanımını geliştirme (Cipoletti ve Wilson, 2004) gibi çok çeşitli amaçlar ile kullanılmaktadır. Üstelik bu kullanım alanları okul öncesi dönem (bknz. Golan, 2011; Yuzawa ve Bart, 2002), ilkokul (bknz. Golan, 2011; Mastin, 2007), ortaokul (bknz. Boakes, 2009; Boz, 2015, Georgeson, 2011), lise (bknz. Budinski, Lavicza ve Fenyvesi, 2018) ve hatta üniversite yıllarındaki (bknz. Çaylan, Takunyacı, Masal, Masal ve Ergene, 2017) öğrencileri kapsamaktadır. Bu bağlamda, origaminin farklı yaş ve becerilerdeki öğrenciler için matematik eğitiminde kullanılan bir araç olduğunu söylemek mümkündür. Origaminin matematik eğitiminde kullanılması ile elde edilen bilişsel kazanımlara ek olarak bu derslerde öğrencilerin oldukça eğlendikleri ve derse karşı motivasyonlarının ve ilgilerinin arttığı görülmektedir (Boakes, 2009; Edison, 2011; Fiol, Dasquens ve Pratt, 2011).

Matematik eğitimindeki potansiyel faydaları ve modern eğitim ilkelerine uygun oluşu nedeniyle origamiye ulusal matematik öğretim programında da yer verilmiştir. Ortaokul matematik öğretim programında, kâğıt katlama etkinlikleri yardımıyla üçgenlerin iç açılarının, kenarortay, açıortay ve yükseklik gibi temel elamanlarının, çokgenlerdeki eşlik ve benzerlik kavramlarının, açı ve kenar ilişkilerinin öğretilebileceği vurgulanmıştır (MEB, 2018). Her ne kadar origami etkinlikleri matematik öğretim programında kendisine yer bulsa da bu etkinliklerin ortaokul yılları ve geometri konuları ile sınırlı kaldığını söylemek mümkündür.

Origaminin matematik eğitiminde etkili bir şekilde kullanılması ancak origamiden nasıl faydalanabileceğini bilen öğretmenler ile mümkündür. Bunu sağlayabilmek adına öğretmen adaylarına (bknz. Fiol ve diğerleri., 2011; Masal, Ergene, Takunyacı ve Masal, 2018) ve öğretmenlere (bknz. Golan, 2011; Cipoletti ve Wilson, 2004) çeşitli eğitimler (ders, seminer, profesyonel gelişim kursları gibi) verilmektedir. Origaminin matematik eğitiminde kullanımına yönelik eğitim alan kişilerin origaminin matematik eğitiminde faydaları konusunda olumlu inanış ve görüşlere sahip olduğu (Arslan ve Işıksal-Bostan, 2016; Masal ve diğerleri., 2018), derslerinde origamiyi kullanma konusunda motivasyonlarının yüksek olduğu ve kullandıkları durumlarda da hem keyif aldıkları hem de matematik öğretimi anlamında fayda sağladıkları görülmektedir (Boakes, 2008; Cipoletti ve Wilson, 2004; Golan, 2011).

Origami temelli matematik derslerinin başarıya ulaşabilmesi için öncelikli koşullardan biri öğretmenin dersi iyi organize etmesidir (Uygun, 2019). İyi bir ders planı geliştirilmesi de bu organizasyonun en önemli parçalarından biridir. Origami temelli matematik derslerini planlarken dikkat edilmesi gereken pek çok unsur bulunmaktadır (Cipoletti ve Wilson, 2004). Doğru origami modelinin seçilmesi (Boakes, 2008; Golan ve Jackson, 2010), origami katlama adımlarının matematiksel kavramlar ile doğru ilişkilendirilmesi (Baicker, 2004; Serra, 1994), katlama adımlarının matematiksel dil ile ifade edilmesi (Sze, 2005) ve öğrencileri anlamlı düşünmeye sevk edecek soruların hazırlanması (Canadas, Molina, Gallardo, Martinez-Santaolalla ve Penas, 2010; De Young, 2009) bu unsurlara örnek olarak verilebilir. Bu gibi unsurları dikkate almadan planlanan ve uygulanan origami temelli matematik derslerinin geleneksel matematik derslerinden bir farkı olmayacaktır (bknz. Uygun, 2019).

Origami temelli matematik dersleri için hazırlanan planlar ne kadar önemli olsa da alanyazında bu ders planlarını değerlendirebilmek için hazırlanmış bir ölçme aracı olmadığı görülmektedir. Bir performansın ne ölçüde başarı ile gerçekleştirildiğini değerlendirmeye yarayan ölçme araçlarına rubrik denilmektedir (Brualdi, 1998; Goodrich, 2001). Bütüncül ve dereceli olmak üzere iki temel rubrik türü bulunmaktadır (Mertler, 2000). Ders planlarının ne ölçüde başarı ile hazırlandığını belirlemek adına rubriklere ihtiyaç bulunmaktadır (Panasuk ve Todd, 2005). Rubrikler, hem performansların geçerli ve güvenilir bir biçimde değerlendirilmesine hem de bu performansı gösteren kişilerin değerlendirme ölçütlerini önceden bilip bu doğrultuda hazırlanmalarına imkân vermektedir (Mertler, 2000). Bu bağlamda, bu çalışma ile origami temelli matematik ders planlarını değerlendirmeye yönelik geçerli ve güvenilir bir rubrik geliştirilmesi amaçlanmaktadır. Geliştirilen bu rubrik, matematik öğretmen eğitimcileri tarafından öğretmen veya öğretmen adaylarının geliştirdikleri origami temelli matematik ders planlarını değerlendirme adına kullanılabileceği gibi öğretmen veya öğretmen adayları da rubrik maddelerini göz önünde bulundurarak geliştirecekleri origami temelli matematik ders planlarının daha etkili olmasını sağlayabileceklerdir.

Yöntem

Rubrik Maddelerinin Geliştirilmesi

Rubrik maddeleri geliştirilirken ilk olarak etkili bir origami temelli matematik dersinde olması gereken unsurların belirlenmesi amacıyla detaylı bir alanyazın incelemesi yapılmış ve ilgili unsurlar belirlenmiştir (bknz. Tablo 1).

Tablo 1. *Origami temelli matematik derslerinin temel ögeleri*

Madde	İlgili kaynak(lar)
Öğrencilerin yaş ve becerilerine uygun bir origami modeli seçilmelidir.	Boakes, 2008; Cipoletti ve Wilson, 2004; Golan ve Jackson, 2010
Hedef matematiksel kazanıma uygun bir origami modeli belirlenmelidir.	Baicker, 2004; Boakes, 2008; Cipoletti ve Wilson, 2004; Golan ve Jackson, 2010
Seçilen origami modeli için ayrılan ders saati yeterli olmalıdır.	Baicker, 2004
Katlama adımları ifade edilirken uygun matematiksel dilin kullanılmasına dikkat edilmelidir.	Baicker, 2004; Cipoletti ve Wilson, 2004; Robichaux ve Rodrigue, 2003; Sze, 2005
Hedef kazanımın kazandırılmasına yönelik uygun sorular hazırlanmalıdır.	Baicker, 2004; Cipoletti ve Wilson, 2004; Georgeson, 2011; Serra, 1994
Hedef kazanıma ek başka matematiksel kavramların hatırlanmasını veya öğrenilmesini destekleyecek sorular hazırlanmalıdır.	Baicker, 2004; Canadas ve diğerleri., 2010; Georgeson, 2011; Serra, 1994
Katlamalar esnasında sorulacak sorular öğrencilerin üst düzey düşünme becerilerini geliştirmeye uygun olmalıdır.	Canadas ve diğerleri., 2010; De Young, 2009; Georgeson, 2011; Sze, 2005
Katlamalar esnasında sorulacak sorular öğrencilerin problem çözme becerilerini geliştirmeye uygun olmalıdır.	Canadas ve diğerlei., 2010; De Young, 2009; Georgeson, 2011; Higginson ve Colgan, 2001
Katlamalar esnasında matematik dışı alanlar (örneğin sanat, mühendislik) ile ilişkilendirmelere yer verilmelidir.	Higginson ve Colgan, 2001
Ders sonunda katlamalar esnasında öğrenilen matematiksel kavramların hatırlanmasına/tekrarlanmasına yönelik sorular hazırlanmalıdır.	Golan ve Jackson, 2010; Serra, 2004
Ders sonunda hedef kazanıma uygun bir değerlendirme yöntemine yer verilmelidir.	Cipoletti ve Wilson, 2004; Golan ve Jackson, 2010; Serra, 2004

Dereceli rubriklerin ölçülen performansın pek çok aşaması olduğu durumlarda tercih edilmesi daha uygun görülmektedir (Mertler, 2000). Tablo 1'de görüldüğü üzere etkili bir origami temelli matematik dersini planlamak için pek çok unsur göz önünde bulundurulmalıdır. Tüm bu unsurların ders planında yer alıp almadığını daha iyi bir şekilde değerlendirebilmek için bu çalışmada bütüncül rubrik yerine analitik rubrik geliştirilmesine karar verilmiştir. Bu doğrultuda yukarıdaki tablodaki tüm unsurları barındıracak şekilde 3 dereceden (zayıf, orta, iyi) oluşan toplam 12 rubrik maddesi ilk aşamada ölçme-değerlendirme alanından bir uzmana gönderilmiştir. Ölçme-değerlendirme uzmanının görüşleri doğrultusunda bazı maddelerdeki becerilerin birbiri ile yakından ilişkili olması nedeniyle ilgili maddelerde düzenlemeye gidilmiştir. Örneğin, problem çözme becerileri aynı zamanda üst düzey düşünme süreçlerinin parçalarından biri olduğu için bu iki beceri tek bir rubrik maddesi ile ifade edilmiştir. Bu aşamada 10 maddeye düşen rubrik, origami temelli matematik öğretimi konusunda çeşitli akademik çalışmaları ve uygulama tecrübeleri olan iki matematik eğitimi uzmanına değerlendirilmek üzere gönderilmiştir. İki uzman da rubrikteki tüm maddelerin origami temelli matematik ders planında olması gereken maddeler olduğunu ifade etmiştir. Bu maddelere ek olarak her iki uzman da öğrencilerin origami temelli matematik dersine yönelik motivasyonunun sağlanmasına yönelik bir maddenin rubriğe eklenmesini önermişlerdir. Ayrıca, uzmanlardan biri üst düzey düşünme becerilerinin origami temelli matematik dersi bağlamında örneklendirilmesini önermiştir. Uzmanların görüşleri doğrultusunda yapılan düzenlemeler ile 11 maddeden oluşan rubrik son haline ulaşmıştır (bknz. Ek 1).

Katılımcılar

Origami temelli matematik ders planı hazırlayabilmek için öğretmen veya öğretmen adaylarının origaminin matematik eğitiminde kullanımına yönelik bir eğitim almaları gerekmektedir (Golan ve Jackson, 2010). Bu çalışmada geliştirilen rubriğin değerlendirilebilmesi için amaca uygun örnekleme yöntemi kullanılarak origami temelli matematik eğitimine yönelik eğitim almış ilköğretim matematik öğretmen adaylarına ulaşılmıştır. Bu öğretmen adayları, araştırmacının çalıştığı öğretim kurumundaki alan eğitimi derslerinden "Matematik Öğrenme ve Öğretim Yaklaşımları" dersi içerisinde veya genel kültür seçmeli derslerinden "Origami" dersi içerisinde origami temelli matematik öğretimi adına bir eğitim almışlardır. Çalışma kapsamında gerekli etik kurul işlemleri tamamlandıktan sonra, öğretmen adaylarına bu çalışmanın amacı ve detayları açıklanıp tamamen gönüllülük esasına dayandığı hatırlatılmıştır. İlgili derslerde çalışmaya katılımcı olabilecek potansiyel 91 ilköğretim matematik öğretmen adayından 89'u gönüllü katılım formunu imzalayarak bu çalışmaya katılmayı kabul etmiştir. Katılımcılar hakkında daha fazla bilgi Tablo 2'de verilmektedir.

Tablo 2. *Katılımcılar*

		Katılımcı sayısı	Yüzdesi (%)
Cinsiyet	Kadın	73	82
	Erkek	16	18
Sınıf	1	1	1.1
	2	73	82
	3	14	15.7
	4	1	1.1

Tablo 2 incelendiğinde katılımcıların çoğunluğunun kadın ve 2. sınıf öğretmen adaylarından oluştuğu görülmektedir.

Veri Analizi

Öğretmen adaylarının hazırlamış oldukları origami temelli matematik ders planlarının bu çalışmada geliştirilen rubrik yardımıyla değerlendirilmesinden elde edilen notlar bu çalışmanın veri setini oluşturmaktadır. Geliştirilen rubriğin yapı geçerliğine kanıt sağlamak amacıyla elde edilen verilerin açımlayıcı faktör analizi SPSS programı yardımıyla gerçekleştirilmiştir. Rubriğin kullanımı ile elde edilen verilerin iç tutarlığını ölçmek adına Cronbach Alfa katsayısı hesaplanmıştır. Ayrıca, rubriğin güvenirliğini test etmek adına, farklı bir araştırmacı, veri setinden rastgele seçilen 30 ders planını geliştirilen rubriği kullanarak değerlendirmiştir. Uzmanlar arası uyumu değerlendirmek için Pearson Korelasyon katsayısı ve Cohen's kappa katsayısı hesaplanarak rubriğin güvenirliği incelenmiştir.

Araştırmanın Etik İzinleri

Yapılan bu çalışmada "Yükseköğretim Kurumları Bilimsel Araştırma ve Yayın Etiği Yönergesi" kapsamında uyulması belirtilen tüm kurallara uyulmuştur. Yönergenin ikinci bölümü olan "Bilimsel Araştırma ve Yayın Etiğine Aykırı Eylemler" başlığı altında belirtilen eylemlerden hiçbiri gerçekleştirilmemiştir.

Etik kurul izin bilgileri: Etik değerlendirmeyi yapan kurul adı = Burdur Mehmet Akif Ersoy Üniversitesi Girişimsel Olmayan Klinik Araştırmalar Etik Kurulu

Etik değerlendirme kararının tarihi = 06.01.2021

Etik değerlendirme belgesi sayı numarası = GO 2021/22

Bulgular

Açımlayıcı Faktör Analizi

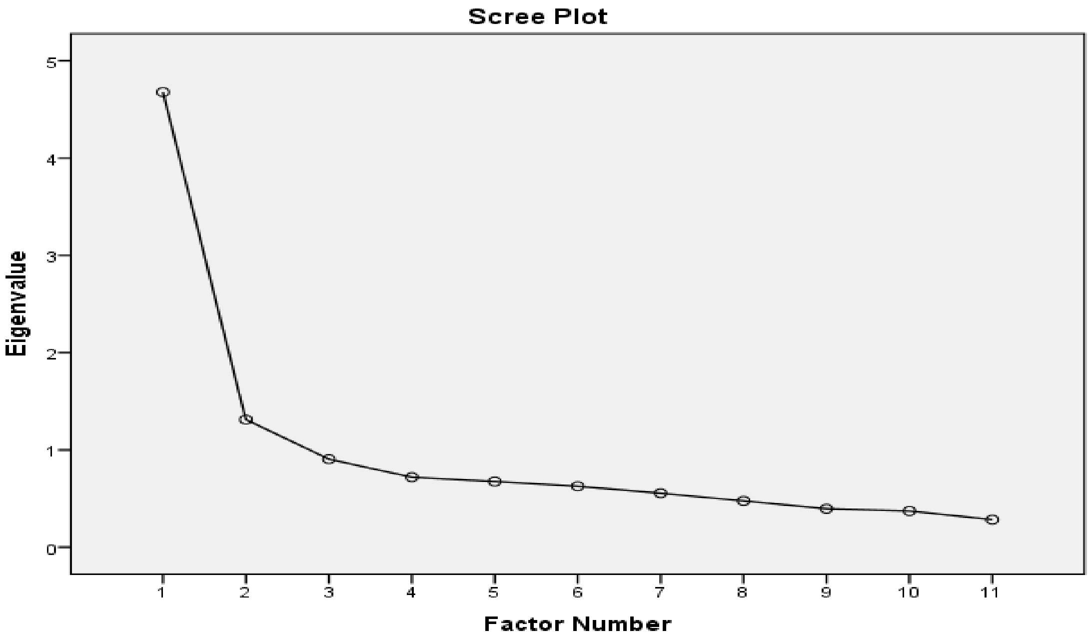
Rubriğin kullanımı ile elde edilen veri setinin açımlayıcı faktör analizine uygun olup olmadığını değerlendirebilmek adına öncelikle Kaiser Meyer Olkin (KMO) değeri hesaplanmış ve Bartlett Küresellik Testi incelenmiştir. Hesaplanan KMO değeri (0.860) ve Bartlett Küresellik Testi'nin istatistiksel olarak anlamlı çıkması (BTS=332,268, $p<0.001$) neticesinde veri setinin açımlayıcı faktör analizi için uygun olduğuna karar verilmiştir (Büyüköztürk, 2002; Çokluk, Şekercioğlu ve Büyüköztürk, 2010; Pallant, 2007). Maksimum olabilirlik yönteminin faktör analizi için daha uygun sonuçlar vermesi nedeniyle faktör döndürme yöntemi olarak bu yöntem seçilmiş ve açımlayıcı faktör analizi gerçekleştirilmiştir (Costello ve Osborne, 2005).

Alanyazında açımlayıcı faktör analizine göre faktör sayısına karar verebilmek için Öz Değer tablosunun ve Yamaç Birikinti Grafiğinin incelenmesi tavsiye edilmektedir. Geliştirilen rubrik için elde edilen Öz Değer tablosu Tablo 3 ile verilmiştir.

Tablo 3. *Öz değer tablosu*

Faktör	Öz değer	Açıklanan varyans (%)
1	4.678	42.530
2	1.311	11.921
3	0.906	8.237

Tablo 3 incelendiğinde öz değeri 1'den yüksek iki faktörün olduğu görülmüştür. Aynı zamanda birinci faktörün öz değerinin ikinci faktörden oldukça yüksek olması dikkat çekmiştir. Bu durum rubriğin 1 veya 2 faktörlü yapıdan oluştuğu şeklinde yorumlanmıştır. Faktör sayısına daha net karar verebilmek adına Yamaç Birikinti Grafiği incelenmiştir.



Şekil 1. Yamaç birikinti grafiği

Yamaç Birikinti Grafiği incelendiğinde eğimin ikinci nokta itibariyle düzleşmeye başladığı görülmektedir, bu nedenle de tek faktörlü yapının rubrik için en uygun faktör yapısı olduğuna karar verilmiştir (Çokluk ve diğerleri., 2010; Pallant, 2007).

Rubriğin faktör sayısına karar verilmesinin ardından rubrik maddelerinin uygunluğunu değerlendirebilmek adına öncelikle Ortak Varyans değerleri (bknz. Tablo 4), sonrasında da faktör yük değerleri (bknz. Tablo 5) incelenmiştir.

Tablo 4. *Ortak varyans tablosu*

Madde numarası	Ortak varyans değeri
1	0.527
2	0.425
3	0.455
4	0.379
5	0.263
6	0.471
7	0.471
8	0.385
9	0.471
10	0.445
11	0.302

Tablo 4 incelendiğinde Ortak Varyans Değeri 0.10 dan düşük bir rubrik maddesine rastlanmamış ve bu durum da rubrik maddelerinin uygun olduğu şeklinde yorumlanmıştır (Çokluk ve diğerleri., 2010). Ayrıca, Tablo 5 ile verilen Faktör Matris değerleri incelendiğinde tüm maddelerin faktör yük değerlerinin istenilen 0.30 değerinden yüksek olduğu görülmüştür (Pallant, 2007; Stevens, 2002).

Tablo 5. *Faktör yük değerleri*

Madde numarası	Faktör yükü
1	0.760
2	0.609
3	0.670
4	0.620
5	0.425
6	0.650
7	0.625
8	0.624
9	0.601
10	0.487
11	0.553

Açımlayıcı faktör analizi sonuçları doğrultusunda geliştirilen ölçeğin tek faktörlü yapıda olduğu, bu faktörün toplam varyansın %42.5'ni açıkladığı ve rubrikteki tüm maddelerin ortak varyans ve faktör yük değerleri açısından değerlendirildiğinde geliştirilen rubrik için uygun olduğu görülmüştür.

Güvenirlik Analizi

Rubrik kullanımı ile elde edilen verilerin iç tutarlılığını değerlendirebilmek için Cronbach Alfa katsayısı hesaplanmıştır. Hesaplanan Cronbach Alfa katsayısı (0.83) yüksek iç tutarlılık göstergesi olarak kabul edilmiştir (Pallant, 2007). Ayrıca, ikinci bir araştırmacı veri setinden rastgele seçilmiş 30 ders planını geliştirilen rubriği kullanarak değerlendirmiştir. Yapılan değerlendirmelerin tutarlılığını incelemek amacıyla Pearson Korelasyon katsayısı ve Cohen's kappa değeri rubrik maddeleri için hesaplanmıştır (bknz. Tablo 6).

Tablo 6. *Rubrik maddeleri kodlayıcılar arası uyum indeksleri*

Madde	Pearson korelasyon	Cohen's kappa
1	1.00	1.00
2	1.00	1.00
3	.90	.78
4	.75	.67
5	.92	.91
6	1.00	1.00
7	1.00	1.00
8	1.00	1.00
9	.97	.95
10	.98	.94
11	1.00	1.00
Toplam puan	.99	.63

Cohen (1988), Pearson Korelasyon katsayının 0.10 ila 0.29 arasında olması durumunda düşük ilişki, 0.30 ila 0.49 arasında olması durumunda orta seviye ilişki ve 0.50 ila 1.00 arasında olması durumunda da yüksek ilişki şeklinde yorumlanması gerektiğini belirtmiştir. Geliştirilen rubriğin tümü ve maddeleri için ayrı ayrı hesaplanan Pearson Korelasyon katsayısı incelendiğinde iki farklı kodlayıcının değerlendirmeleri arasında oldukça yüksek pozitif bir ilişki olduğu görülmüştür.

Kodlayıcılar arası uyumu değerlendirmenin bir başka yöntemi olan Cohen's kappa değerlerinin yorumlanmasına yönelik ölçütler Cohen (1960) tarafından belirlenmiş ve Tablo 7 ile verilmiştir.

Tablo 7. *Cohen's kappa değerlendirme ölçütleri*

Kappa değeri ($\boldsymbol{\kappa}$)	Uyum değerlendirmesi
$\boldsymbol{\kappa} \leq .20$	Zayıf Uyum
$.20 \leq \boldsymbol{\kappa} \leq .40$	Kabul Edilebilir Uyum
$.40 \leq \boldsymbol{\kappa} \leq .60$	Orta Derece Uyum
$.60 \leq \boldsymbol{\kappa} \leq .80$	İyi Uyum
$.80 \leq \boldsymbol{\kappa} \leq 1$	Çok İyi Uyum

Rubrik maddeleri için hesaplanan Cohen's kappa değerleri Cohen (1960) tarafından belirtilen ölçütler kapsamında değerlendirildiğinde, iki kodlayıcı arasında 2 madde (4 ve 5) üzerinde iyi uyum olduğu, kalan 9 madde (1, 2, 3, 6, 7, 8, 9, 10 ve 11) için de çok iyi uyum olduğu görülmüştür. Ayrıca, rubrikten alınan toplam puan için kodlayıcılar arası uyum değerlendirildiğinde de iyi uyum olduğu görülmüştür.

Tartışma, Sonuç ve Öneriler

Origaminin matematik eğitimindeki çeşitli faydaları alanyazındaki araştırmalarda ortaya koyulmuştur. Bu faydaları doğrultusunda origami matematik öğretmenlerinin giderek artan bir şekilde tercih ettiği bir öğretim aracı haline gelmiştir. Aynı şekilde, öğretmen adaylarının origamiyi matematik eğitiminde etkili bir şekilde kullanabilmesine yönelik dersler üniversitelerde verilerek onların da öğretmenlik hayatlarında origamiyi matematik derslerinde etkin bir şekilde kullanması hedeflenmektedir. Origaminin matematik eğitiminde etkili bir şekilde kullanılabilmesinin temel koşullarından biri de bu derslerin etkili bir şekilde planlanmasıdır. Fakat, alanyazın incelendiğinde origami temelli matematik ders planlarını değerlendirmeye yönelik bir çalışmaya ulaşılamamıştır. Bu doğrultuda, bu çalışma ile birlikte origami temelli matematik derslerini değerlendirmeye yönelik bir rubrik geliştirilmesi ve geliştirilen rubriğin geçerlik ve güvenirlik kanıtlarının sunulması amaçlanmıştır.

Rubrik geliştirme aşamalarında öncelikle etkili origami temelli matematik derslerinde olması gereken unsurların belirlenebilmesine yönelik detaylı bir alanyazın incelemesi yapılmıştır. Bu alanyazın incelemesi sonrasında hazırlanan rubrik maddeleri öncelikle bir ölçme değerlendirme uzmanı tarafından, sonrasında ise origaminin matematik eğitiminde kullanılmasına yönelik çeşitli akademik çalışmaları ve uygulamaları bulunan iki matematik eğitimcisi uzmanı tarafından değerlendirilmiştir. Uzman görüşleri doğrultusunda rubrik maddeleri üzerinde gerekli değişiklikler yapılmıştır. Rubrik maddeleri geliştirilirken takip edilen bu detaylı süreç, rubriğin kapsam geçerliliği açısından oldukça olumlu olarak değerlendirilebilir (Moskal ve Leydens, 2001).

Rubriğin yapı geçerliliğine kanıt sağlamak amacıyla açımlayıcı faktör analizi uygulanmıştır (bknz. Moskal ve Leydens, 2001). Açımlayıcı faktör analizinde faktör sayısına karar vermek için öz değer tablosundan ve yamaç birikinti grafiğinden faydalanılarak rubriğin tek faktörlü yapıda olduğu sonucuna varılmıştır. Tek faktörlü ölçeklerde ilgili faktörün toplam varyansın %30'unu açıklıyor olması yeterli olarak görülmektedir (Çokluk ve diğerleri., 2010). Bu bağlamda, bu çalışmada geliştirilen rubriğin tek boyutunun toplam varyansın %42.5'ini açıklıyor olması rubriğin yapı geçerliliği adına oldukça olumlu bir durum olarak yorumlanmıştır. Ayrıca, açımlayıcı faktör analizi sonucunda tüm faktör yük değerlerinin istenilen 0.30 değerinden yüksek, ayrıca hiçbir maddenin ortak varyans değerinin 0.10'dan düşük olmaması rubriğin yapı geçerliliği adına olumlu durumlar olarak değerlendirilmiştir (Çokluk ve diğerleri., 2010; Pallant, 2007).

Geliştirilen rubriğin geçerlik çalışmalarına ek olarak güvenirliğini test edebilmek adına çeşitli analizler yapılmıştır. Bu doğrultuda, öncelikle rubriğin kullanımı ile elde edilen verilerin iç tutarlılığını yorumlayabilmek adına Cronbach Alfa değeri hesaplanmış ve 0.83 olarak bulunmuştur. Bu değer geliştirilen rubrik kullanılarak elde edilen verilerin oldukça yüksek bir iç tutarlılığa sahip olduğu anlamına gelmektedir (Pallant, 2007). Ayrıca, bir rubriğin güvenilir olması farklı kodlayıcıların onu kullandığında benzer sonuçlara ulaşması ile mümkündür ve bu durum da kodlayıcılar arası güvenirlik şeklinde ifade edilmektedir (Moskal ve Leydens, 2001). Bu çalışma ile geliştirilen rubrikten alınan toplam puan ve rubrik maddeleri için Pearson Korelasyon katsayısı ve Cohen's kappa değerleri hesaplanmıştır. Hesaplanan değerler, Cohen (1960, 1988) tarafından belirlenen ölçütler bağlamında değerlendirildiğinde kodlayıcılar arasında oldukça yüksek bir uyum olduğunu göstermiştir. Bir başka deyişle, geliştirilen rubriğin kodlayıcılar arası güvenirlik kıstasını sağladığı görülmüştür. Bu bağlamda, geliştirilen rubrik için hesaplanan Cronbach Alfa, Pearson Korelasyon ve Cohen's kappa değerlerinin rubriğin güvenirliği açısından güçlü kanıtlar olduğu şeklinde yorumlanmıştır.

Bu çalışma ile origami temelli matematik derslerini değerlendirme amaçlı geliştirilen rubriğin geçerliği ve güvenirliğine yönelik çeşitli kanıtlar sunulmuştur. İlk aşamada bu kanıtların oldukça kuvvetli olduğu alanyazındaki çalışmalar ışığında görülmektedir. Fakat, rubriğin geçerliği ve güvenirliği hakkında daha kesin değerlendirmeler yapabilmek adına bu çalışma ile sunulan kanıtlara ek başka kanıtların farklı örneklemler ile sunulmasına ihtiyaç bulunmaktadır. Bu doğrultuda ileriki çalışmalarda farklı öğretmen veya öğretmen adaylarının geliştirmiş oldukları origami temelli matematik ders planlarının bu çalışmada sunulan rubrik ile değerlendirilmesi yoluyla ek geçerlik ve güvenirlik analizlerinin yapılması önerilmektedir.

Bu çalışma ile geliştirilen origami temelli matematik ders planı değerlendirme rubriği matematik öğretmen veya öğretmen adaylarının geliştirdikleri ders planlarını değerlendirmek üzere araştırmacılar tarafından kullanılabilir. Aynı şekilde, origami temelli matematik ders planı geliştiren sınıf ve okul öncesi öğretmenlerinin ders planlarını değerlendirmek amacıyla kullanımı mümkündür. Her ne kadar geliştirilen rubrik matematik derslerine yönelik geliştirilmiş olsa da origaminin eğitimde kullanım alanı matematik dersleri ile sınırlı değildir. Bu nedenle matematik harici dersler için bu çalışma ile geliştirilen rubrik maddeleri üzerinde çeşitli düzenlemeler yapılarak ilgili dersler için uygun hale getirilebilir. Bu çalışma ile geliştirilen rubrik sadece araştırmacıların kullanımı amacıyla değil, aynı zamanda origami temelli matematik ders planı geliştiren öğretmen ve öğretmen adaylarının kullanabilmesi amacıyla geliştirilmiştir. Bu doğrultuda, origami temelli matematik ders planı hazırlayan matematik öğretmen ve öğretmen adayları rubrik maddelerini göz önünde bulundurarak ders planları geliştirebilir, geliştirmiş oldukları ders planlarını daha etkili hale getirebilirler.

Ahi Evran University
Journal of Kırşehir Education Faculty
ISSN: 2147 - 1037
http://kefad.ahievran.edu.tr

ENGLISH VERSION

Introduction

Although origami, known as the art of paper folding, has emerged for hobby purposes, it has become a frequently used tool in education over time. Origami is considered an educational tool appropriate for contemporary education principles since it enables students to actively engage in the activity, use visual, auditory, and motor skills, communicate with each other and with the teacher and create knowledge by themselves (Sze, 2005; Tuğrul & Kavici, 2002). Mathematics education comes to the fore in the use of origami in education. Origami supports mathematical learning by making abstract constructs more concrete (Budinski, Lavicza, Fenyvesi, & Milinkovic, 2020). In this sense, origami can be used in improving students' geometry knowledge (Boakes, 2009; Georgeson, 2011; Golan, 2011), teaching fractions, ratio-proportionality, and algebra topics (Georgeson, 2011; Wares & Elstak, 2017), and improving spatial thinking skills (Arıcı & Elstak, 2017; Aslan-Tutak, 2015; Boakes, 2008; 2009; Çakmak, Işıksal, & Koç, 2014), finding patterns (Georgeson, 2011; Higginson & Colgan, 2001), improving the use of mathematical language (Cipoletti & Wilson, 2004). Moreover, the use of origami in mathematics education varies concerning school periods: Pre-school (see Golan, 2011; Yuzawa & Bart, 2002), primary school (see Golan, 2011; Mastin, 2007), secondary school (see Boakes, 2009; Boz, 2015, Georgeson, 2011), high school (see Budinski, Lavicza, & Fenyvesi, 2018) and even university years (see Çaylan, Takunyacı, Masal, Masal, & Ergene, 2017). Therefore, it is possible to say that origami is a tool used in mathematics education for students of different ages and skills. In addition to the cognitive gains obtained using origami in mathematics education, it is explored that students have much fun in these lessons, and their motivation and interest in the lesson increase (Boakes, 2009; Edison, 2011; Fiol, Dasquens, & Pratt, 2011).

Origami has also been included in the national mathematics education curriculum due to its potential benefits in mathematics education and its compatibility with contemporary education principles. In the secondary school mathematics curriculum, it was emphasized that the basic elements of triangles (e.g., interior angles, median, bisector, and height), the concepts of congruency, similarity, angle, and side relations of polygons could be taught via using paper folding activities (MEB, 2018). Although origami activities have a place in the mathematics education curriculum, it is possible to say that these activities are limited to secondary school years and geometry subjects.

The effective use of origami in mathematics education is only possible with teachers who know how to benefit from origami. To achieve this, various types of training activities (e.g., lectures, seminars and professional development courses) are provided to pre-service (see Fiol et al., 2011; Masal, Ergene, Takunyacı, & Masal, 2018) and in-service teachers (see Golan, 2011; Cipoletti & Wilson, 2004). Teachers or teacher candidates who have been trained for the effective use of origami in mathematics education have positive beliefs and opinions about the benefits of origami in mathematics education (Arslan & Işıksal-Bostan, 2016; Masal et al., 2018) are highly motivated to use origami in their lessons, and when they use it in their mathematics lessons, they interpreted origami as educationally beneficial and enjoyable activity (Boakes, 2008; Cipoletti & Wilson, 2004; Golan, 2011).

One of the primary conditions for the success of origami-based mathematics lessons is the good organization of the lesson (Uygun, 2019). Developing an effective lesson plan is one of the essential parts of this organization. There are many factors to consider when planning origami-based mathematics lessons (Cipoletti & Wilson, 2004). Choosing the right origami model (Boakes, 2008; Golan & Jackson, 2010), correctly associating origami folding steps with mathematical concepts (Baicker, 2004; Serra, 1994), using mathematical language in expressing the folding steps (Sze, 2005), and developing questions that support students' mathematically thinking process (Canadas, Molina, Gallardo, Martinez-Santaolalla, & Penas, 2010; De Young, 2009) can be given as examples of these factors. Origami-based mathematics lessons, planned and implemented without considering such factors, will be no different from traditional mathematics lessons (e.g., Uygun, 2019).

Although the plans developed for origami-based mathematics lessons are essential for effective instruction, there is no measurement tool in the accessible literature that is prepared to evaluate these lesson plans. The measurement tools used to evaluate the extent to which performance has been successfully performed are called rubrics (Brualdi, 1998; Goodrich, 2001). There are two basic types of rubrics as follows: holistic and analytic (Mertler, 2000). Rubrics are used to determine how successfully lesson plans are prepared (Panasuk & Todd, 2005). Rubrics allow the performances to be evaluated in a valid and reliable way and enable the people who show this performance to know the evaluation criteria in advance and prepare accordingly (Mertler, 2000). In this context, this study aims to develop a valid and reliable rubric for evaluating origami-based mathematics lesson plans. The developed rubric can be used by mathematics teacher educators to evaluate origami-based mathematics lesson plans developed by in-service or pre-service teachers. Furthermore, in-service or pre-service teachers can make their origami-based mathematics lesson plans more effective by considering the rubric items.

Method

Development Process of Rubric Items

Firstly, a detailed literature review was conducted to determine the factors that should be in an effective origami-based mathematics lesson (see Table 1).

Table 1. *Essential factors in effective origami-based mathematics lessons*

Item	Reference(s)
An origami model should be chosen according to the age and skills of the students.	Boakes, 2008; Cipoletti & Wilson, 2004; Golan & Jackson, 2010
An origami model should be chosen in accordance with the mathematical objective of the lesson.	Baicker, 2004; Boakes, 2008; Cipoletti & Wilson, 2004; Golan & Jackson, 2010
The lesson time allocated for the selected origami model should be sufficient.	Baicker, 2004
The appropriate mathematical language should be used in expressing the folding steps.	Baicker, 2004; Cipoletti & Wilson, 2004; Robichaux & Rodrigue, 2003; Sze, 2005
The appropriate questions should be developed in accordance with the mathematical objective of the lesson.	Baicker, 2004; Cipoletti & Wilson, 2004; Georgeson, 2011; Serra, 1994
In addition to the main mathematical objective, questions should be prepared to support the remembering or learning other mathematical concepts.	Baicker, 2004; Canadas et al., 2010; Georgeson, 2011; Serra, 1994
The questions to be asked during the folding steps should be appropriate to develop students' higher-order thinking skills.	Canadas et al., 2010; De Young, 2009; Georgeson, 2011; Sze, 2005
The questions to be asked during the folding steps should be appropriate to develop the problem-solving skills of the students.	Canadas et al., 2010; De Young, 2009; Georgeson, 2011; Higginson & Colgan, 2001
Associations with non-mathematical fields (such as art and engineering) should be included during the folding steps.	Higginson & Colgan, 2001
At the end of the lesson, questions should be prepared to remember/repeat the mathematical concepts learned during folding steps.	Golan & Jackson, 2010; Serra, 2004
At the end of the course, an assessment method suitable for the mathematical objective of the lesson should be included.	Cipoletti & Wilson, 2004; Golan & Jackson, 2010; Serra, 2004

Using analytical rubrics is preferable when the assessed performance has multiple steps (Mertler, 2000). As can be seen in Table 1, many factors should be considered to plan an effective origami-based mathematics lesson. To better evaluate whether all these elements are included in the lesson plan, it was decided to develop an analytical rubric instead of a holistic rubric. In the first stage, a total of 12 rubric items, including all the elements in the above table, consisting of 3 grades (poor, moderate, good), were sent to an expert in the field of assessment and evaluation. In line with the opinions of the assessment and evaluation expert, some items were revised since the skills in some items were closely related to each other. For instance, problem-solving skills are also one of the parts of higher-order thinking processes; thus, these two skills were expressed with a single rubric item. At this stage, the rubric, which had 10 items, was sent for evaluation to two mathematics education experts who had various academic studies and practical experiences in origami-based mathematics teaching. Both experts stated that all items in the rubric were items that should be in an origami-based mathematics lesson plan. In addition to these items, both experts suggested adding an item to the rubric to ensure the evaluation of students' motivation for the origami-based mathematics lesson. In addition, one of the experts suggested exemplifying higher-order thinking skills in the context of an origami-based mathematics lesson. With the arrangements made in line with the experts' opinions, the rubric consisting of 11 items was reached its final form (see Appendix 1).

Participants

Teachers or teacher candidates need to receive training on origami in mathematics education to develop an origami-based mathematics lesson plan (Golan & Jackson, 2010). To evaluate the rubric developed in this study, middle school mathematics teacher candidates who received training in origami-based mathematics education were reached using the purposeful sampling method. These pre-service teachers received training on origami-based mathematics teaching in the "Mathematics Learning and Teaching Approaches" course, one of the field education courses in the educational institution where the researcher works, or in the "Origami" course, one of the general culture elective courses. After the necessary ethics committee procedures were completed within the scope of this study, the purpose and details of this study were explained to the pre-service teachers, and they were reminded that it was completely voluntary. Among the 91 pre-service middle school mathematics teachers who could participate in the present study in the relevant courses, 89 agreed to participate in this study by signing the voluntary participation form. More information about the participants is given in Table 2.

Table 2. *Participants*

		Number of participants	Percent (%)
Gender	Female	73	82
	Male	16	18
Grade	1	1	1.1
	2	73	82
	3	14	15.7
	4	1	1.1

As can be seen in Table 2, most of the participants were female and were 2nd graders.

Data Analysis

The data set of this study was the grades obtained from the evaluation of the origami-based mathematics lesson plans prepared by the pre-service teachers using the rubric developed in this study. Exploratory factor analysis of the obtained data was carried out with the help of the SPSS program to provide evidence for the construct validity of the developed rubric. Cronbach's alpha coefficient was calculated to check the internal consistency of the data obtained using the rubric.

Furthermore, a different researcher graded 30 randomly selected lesson plans from the data set using the developed rubric to test the inter-rater reliability of the rubric. The inter-rater reliability of the rubric was examined by calculating the Pearson Correlation coefficient and Cohen's kappa coefficient values.

Ethical Permission

In this study, all the rules specified to be followed within the scope of the "Higher Education Institutions Scientific Research and Publication Ethics Directive" were complied with. None of the actions specified under "Actions Contrary to Scientific Research and Publication Ethics" which is the second part of the directive, have been taken.

Ethics committee permission information: Name of the committee that made the ethical evaluation = Burdur Mehmet Akif Ersoy University Non-Interventional Clinical Research Ethics Committee

Date of ethical review decision = 06.01.2021

Ethics assessment document issue number = GO 2021/22

Results

Exploratory Factor Analysis

To evaluate whether the data set obtained by using the rubric was suitable for exploratory factor analysis, first, the Kaiser Meyer Olkin (KMO) value was calculated, and the Bartlett Test of Sphericity was examined. As the calculated KMO value (0.860) was high, and the Bartlett Test of Sphericity was statistically significant (BTS=332.268, $p<0.001$), it was decided that the data set was suitable for exploratory factor analysis (Büyüköztürk, 2002; Çokluk, Şekercioğlu, & Büyüköztürk, 2010; Pallant, 2007). Since the maximum likelihood method gives more suitable results for factor analysis, in this study, this method was chosen as the factor rotation method and exploratory factor analysis was performed (Costello & Osborne, 2005).

In the literature, it is recommended to examine the eigenvalue table and scree plot to decide on the number of factors in the exploratory factor analysis. The eigenvalue table obtained for the developed rubric is given in Table 3.

Table 3. *The eigenvalue table*

Factor	Eigen value	Explained variance (%)
1	4.678	42.530
2	1.311	11.921
3	0.906	8.237

When Table 3 is examined, it was seen that there were two factors with an eigenvalue higher than 1. However, it was noteworthy that the eigenvalue of the first factor was considerably higher than the second factor. This situation was interpreted as that the rubric consisted of a structure either with 1 or 2 factors. To decide more clearly on the number of factors, the Scree plot was examined.

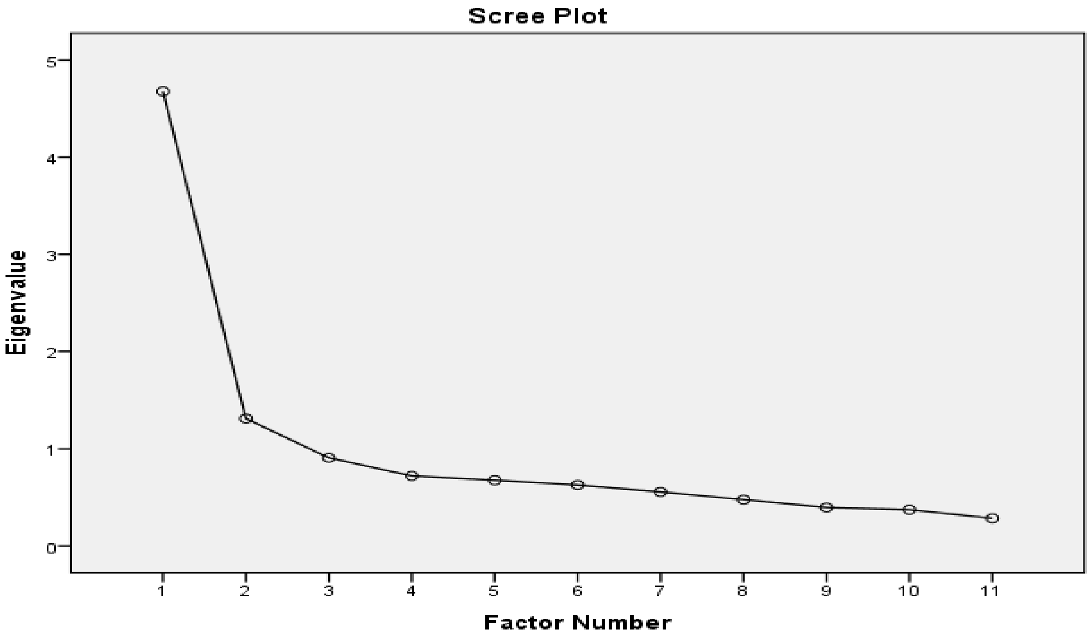


Figure 1. Scree plot

When the scree plot was examined, it was seen that the slope started to flatten as of the second point. Thus, it was decided that the single factor structure was the most appropriate factor structure for the rubric (Çokluk et al., 2010; Pallant, 2007).

After deciding on the factor number of the rubric, first the Common Variance values (see Table 4) and then the factor loadings (see Table 5) were examined to evaluate the suitability of the rubric items.

Table 4. *Common variance values*

Item number	Common variance
1	0.527
2	0.425
3	0.455
4	0.379
5	0.263
6	0.471
7	0.471
8	0.385
9	0.471
10	0.445
11	0.302

As shown in Table 4, no rubric item with a common variance value of less than 0.10 was found, and this was interpreted as the rubric items being appropriate (Çokluk et al., 2010). Moreover, when the Factor Matrix values given in Table 5 were examined, it was seen that the factor loadings of all items were higher than the desired value of 0.30 (Pallant, 2007; Stevens, 2002).

Table 5. *Item factor loadings*

Item number	Factor loading
1	0.760
2	0.609
3	0.670
4	0.620
5	0.425
6	0.650
7	0.625
8	0.624
9	0.601
10	0.487
11	0.553

Exploratory factor analysis results indicated that the rubric had a single factor that explains the 42.5% of the total variance. When all items in the rubric were evaluated concerning common variance and factor loadings, it was decided that all items were appropriate for the developed rubric.

Reliability Analysis

To evaluate the internal consistency of the data obtained using the rubric, the Cronbach's alpha coefficient was calculated. The calculated Cronbach's alpha coefficient (0.83) was accepted as an indicator of high internal consistency (Pallant, 2007). In addition, the Pearson Correlation coefficient and Cohen's kappa value were calculated for the rubric items to examine the consistency of the evaluations made by two different researchers to provide additional evidence for the reliability of the rubric (see Table 6).

Table 6. *Interrater reliability indexes for the rubric items*

Item	Pearson correlation	Cohen's kappa
1	1.00	1.00
2	1.00	1.00
3	.90	.78
4	.75	.67
5	.92	.91
6	1.00	1.00
7	1.00	1.00
8	1.00	1.00
9	.97	.95
10	.98	.94
11	1.00	1.00
Total score	.99	.63

Cohen (1988) stated that if the Pearson Correlation coefficient is between 0.10 and 0.29, it should be interpreted as a low correlation, between 0.30 and 0.49 as a moderate relationship, and between 0.50 and 1.00 as a high relationship. When the Pearson Correlation coefficient, which was calculated separately for the entire rubric and its items, was examined, it was seen that there was a very high positive correlation between the evaluations of the two different coders.

Calculating Cohen’s kappa values is another method of assessing the agreement between coders. The criteria for interpreting Cohen's kappa values were determined by Cohen (1960) and are given in Table 7.

Table 7. *Cohen’s kappa values evaluation criteria*

Kappa value (κ)	Agreement
$\kappa \leq .20$	Poor agreement
$.20 \leq \kappa \leq .40$	Acceptable agreement
$.40 \leq \kappa \leq .60$	Moderate agreement
$.60 \leq \kappa \leq .80$	Good agreement
$.80 \leq \kappa \leq 1$	Very good agreement

When the Cohen's kappa values calculated for the rubric items were evaluated within the scope of the criteria specified by Cohen (1960), it was found that there was good agreement between the two coders on two items (4 and 5), and very good agreement for the remaining nine items (1, 2, 3, 6, 7, 8, 9, 10 and 11). In addition, when the inter-coder agreement was evaluated for the total score obtained from the rubric, it was observed that there was good agreement between the two coders.

Discussion, Conclusion and Recommendations

Various benefits of origami in mathematics education have been revealed in studies in the literature. In line with these benefits, origami has become an increasingly used teaching tool by mathematics teachers. In a similar vein, it is aimed to train teacher candidates to effectively use mathematics lessons in their teaching lives. One of the basic conditions for the effective use of origami in mathematics education is the detailed planning of these lessons. However, when the literature was examined, to our knowledge, there was no rubric to evaluate the effectiveness of origami-based mathematics lesson plans. Therefore, this study aimed to develop a rubric to evaluate origami-based mathematics lessons and to present the validity and reliability evidence of the developed rubric.

The first stage of the rubric development process was a detailed literature review to determine the factors that should be in effective origami-based mathematics lessons as reported above. The rubric items prepared after this literature review were first evaluated by an assessment and evaluation expert and then by two mathematics educator experts who had various academic studies and practices on the use of origami in mathematics education. Necessary changes were made on the rubric items in line with expert opinions. This detailed process followed while developing rubric items can be considered quite positive concerning the rubric's content validity (Moskal & Leydens, 2001).

In this study, exploratory factor analysis was used to provide evidence for the construct validity of the rubric (see Moskal & Leydens, 2001). In the exploratory factor analysis, the eigenvalue table and scree plot were used to decide the number of factors, and it was concluded that the rubric was in a single factor structure. In single-factor scales, it is considered sufficient that the relevant factor explains 30% of the total variance (Cokluk et al., 2010). In this sense, the single dimension of the rubric developed in this study accounts for 42.5% of the total variance. Hence, it was interpreted as a very positive situation for the construct validity of the rubric. Furthermore, exploratory factor analysis results indicated that factor loadings of all items were higher than the desired value of 0.30, and there was no item having a common variance value lower than 0.10. These results obtained in the exploratory factor analysis were considered positive conditions for the construct validity of the rubric (Cokluk et al., 2010; Pallant, 2007).

In addition to the validity evidence for the developed rubric, various analyses were performed to test its reliability. In this sense, the Cronbach's alpha value was calculated to interpret the internal consistency of the data obtained using the rubric, and it was 0.83. This value means that the data obtained using the developed rubric has a very high internal consistency (Pallant, 2007). In addition, the reliability of a rubric is possible when different coders reach similar results when they use it, which is expressed as inter-coder reliability (Moskal & Leydens, 2001). Pearson Correlation coefficient and Cohen's kappa values were calculated for the total score and individual rubric items. When the calculated values were evaluated in the context of the criteria determined by Cohen (1960, 1988), it showed that there was a very high agreement between the coders. In other words, it was seen that the developed rubric met the inter-coder reliability criterion. In this context, the Cronbach's Alpha, Pearson Correlation, and Cohen's kappa values calculated for the developed rubric were interpreted as strong evidence for the reliability of the rubric.

In this study, various types of evidence for the validity and reliability of the rubric, which was developed to evaluate origami-based mathematics lessons, were presented. The evidence here could be considered quite strong when the related literature is considered. However, to conduct more precise assessments about the validity and reliability of the rubric, additional evidence to the evidence presented in this study needs to be obtained with different samples. In this direction, it is recommended to conduct additional validity and reliability analyses by evaluating origami-based mathematics lesson plans developed by different in-service or pre-service teachers in future studies with the rubric presented in this study.

The origami-based mathematics lesson plan evaluation rubric developed with this study can be used by researchers to evaluate the lesson plans developed by mathematics in-service or pre-service teachers. Likewise, it can be used to evaluate origami-based mathematics lesson plans developed by classroom and pre-school teachers. Although the developed rubric was developed for mathematics lessons, the use of origami in education is not limited to mathematics lessons. Thus, modifications can be made to the rubric items developed with this study for non-mathematics courses, and they can be made suitable for the relevant courses. The rubric developed in this study was developed not only for researchers but also for in-service and pre-service teachers who develop an origami-based mathematics lesson plan. In this direction, mathematics in-service and pre-service teachers who prepare origami-based mathematics lesson plans can develop them by considering rubric items and making their lesson plans more effective.

Kaynakça

Arıcı, S. & Aslan-Tutak, F. (2015). The effect of origami based instruction on spatial visualization, geometry achievement, and geometric reasoning. *International Journal of Science and Mathematics Education, 13*, 179-200. doi: 10.1007/s10763-013-9487-8

Arslan, O. & Işıksal-Bostan, M. (2016). Turkish prospective middle school mathematics teachers' beliefs and perceived self-efficacy beliefs regarding the use of origami in mathematics education. *Euresia Journal of Mathematics, Science & Technology Education, 12*(6), 1533-1548.

Baicker, K. (2004). *Origami math: Grades 2–3*. New York, NY: Teaching Resources.

Boakes, N. (2008). Origami-mathematics lessons: Paper folding as a teaching tool. *Mathidues, 1*(1), 1-9.

Boakes, N. (2009). Origami instruction in the middle school mathematics classroom: Its impact on spatial visualization and geometry knowledge of students. *Research in Middle Level Education Online, 32(*7), 1-12. https://doi.org/10.1080/19404476.2009.11462060

Boz, B. (2015). İki boyutlu kâğıtlardan üç boyutlu origami küpüne yolculuk. *Journal of Inquiry Based Activities*, *5*(1), 20-33.

Brualdi, A. (1998). Implementing performance assessment in the classroom. *Practical Assessment, Research, and Evaluation, 6*(2), 1-6. https://doi.org/10.7275/kgwx-6q70

Budinski, N., Lavicza, Z. & Fenyvesi, K. (2018). Ideas for using GeoGebra and Origami in teaching regular polyhedrons lessons. *K-12 STEM Education*, *4*(1), 297-303.

Budinski, N., Lavicza, Z., Fenyvesi, K. & Milinković, D. (2020). Developing primary school students' formal geometric definitions knowledge by connecting origami and technology. *International Electronic Journal of Mathematics Education*, *15*(2), 1-10. doi: 10.29333/iejme/6266

Büyüköztürk, S. (2002). *Sosyal Bilimler İçin Veri Analizi El Kitabı*, Ankara: Pegem A Yayıncılık.

Canadas, M., Molina, M., Gallardo, S., Martinez-Santaolalla, M. & Penas, M. (2010). Let's teach geometry. *Mathematics Teaching, 218*, 32-37.

Cipoletti, B. & Wilson, N. (2004). Turning origami into the language of mathematics. *Mathematics Teaching in the Middle School, 10*(1), 26-31. https://doi.org/10.5951/MTMS.10.1.0026

Cohen, J. (1960). A coefficient of agreement for nominal scales. *Educational and Psychological Measurement, 20*(1), 37-46. https://doi.org/10.1177/001316446002000104

Cohen, J. (1988). *Statistical power analysis for the behavioral sciences.* Hillside, NJ: Erlbaum.

Costello, A. B. & Osborne, J. (2005). Best practices in exploratory factor analysis: four recommendations for getting the most from your analysis. *Practical Assessment Research and Evaluation, 10*(7), 1-9. https://doi.org/10.7275/jyj1-4868

Çakmak, S., Işıksal, M. & Koç, Y. (2014). Investigating effect of origami based mathematics instruction on elementary students' spatial skills and perceptions. *The Journal of Educational Research, 107*, 59-68. https://doi.org/10.1080/00220671.2012.753861

Çaylan, B., Takunyacı, M., Masal, M., Masal, E. & Ergene, Ö. (2017). Origami ile matematik dersi süresince ilköğretim matematik öğretmeni adaylarının Van Hiele geometrik düşünme düzeyleri ile origami inançları arasındaki ilişkinin belirlenmesi. *Journal of Multidisciplinary Studies in Education*, *1*(1), 24-35.

Çokluk, Ö., Şekercioğlu, G. & Büyüköztürk, Ş. (2010). *Sosyal bilimler için çok değişkenli istatistik: SPSS ve Lisrel uygulamaları*. Ankara: Pegem A Yayıncılık

DeYoung, M. J. (2009). Math in the box. *Mathematics Teaching in the Middle School, 15*(3), 134-141. https://doi.org/10.5951/MTMS.15.3.0134

Edison, C. (2011). Narratives of success: Teaching origami in low-income/urban communities. In P. Wang-Iverson, R. J. Lang ve M. Yim (Eds.), *Origami 5: Fifth international meeting of origami science, mathematics and education* (pp.165-175). New York: CRC Press.

Fiol, M. L., Dasquens, N. & Prat, M. (2011). Student teachers introduce origami in kindergarten and primary schools: Froebel revisited. In P. Wang-Iverson, R. J. Lang ve M. Yim (Eds.), *Origami 5: Fifth international meeting of origami science, mathematics and education* (pp. 151-165). New York: CRC Press.

Georgeson, J. (2011). Fold in origami and unfold math. *Mathematics Teaching in Middle School, 16*(6), 354-361. https://doi.org/10.5951/MTMS.16.6.0354

Golan, M. (2011). Origametria and the Van Hiele Theory of teaching geometry. In P. Wang-Iverson, R. J. Lang ve M. Yim (Eds.), *Origami 5: Fifth international meeting of origami science, mathematics and education* (pp. 141-151). New York: CRC Press.

Golan, M. & Jackson, P. (2010). *Origametria: A program to teach geometry and to develop learning skills using the art of origami*. Retrieved from: http://www.emotive.co.il/origami/db/pdf/996_golan_article.pdf

Goodrich, A. H. (2001). The effects of instructional rubrics on learning to write. *Current Issues in Education*, *4*(4), 1-22.

Higginson, W. & Colgan, L. (2001). Algebraic thinking through origami. *Mathematics Teaching in the Middle School*, *6*(6), 343-349. https://doi.org/10.5951/MTMS.6.6.0343

Masal, M., Ergene, Ö., Takunyacı, M. & Masal, E. (2018). Öğretmen adaylarının origaminin matematik derslerinde kullanımı hakkındaki görüşleri. *International Journal of Educational Studies in Mathematics*, *5*(2), 56-65.

Mastin, M. (2007). Storytelling + origami = storigami mathematics. *Teaching Children Mathematics, 14*(4), 206-212. https://doi.org/10.5951/TCM.14.4.0206

Mertler, C. A. (2000). Designing scoring rubrics for your classroom. *Practical Assessment, Research, and Evaluation, 7*(25), 1-8. https://doi.org/10.7275/gcy8-0w24

Milli Eğitim Bakanlığı (MEB). (2018). Matematik dersi öğretim programı: İlkokul ve ortaokul 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 ve 8. sınıflar. T.C. Milli Eğitim Bakanlığı: Ankara. Erişim adresi: https://mufredat.meb.gov.tr/Dosyalar/201813017165445-MATEMAT%C4%B0K%20%C3%96%C4%9ERET%C4%B0M%20PROGRAMI%202018v.pdf

Moskal, B. M., & Leydens, J. A. (2001). Scoring rubric development: Validity and reliability. *Practical Assessment, Research, and Evaluation, 7*(10), 1-6. https://doi.org/10.7275/q7rm-gg74

Pallant, J. (2007). *SPSS Survival manual: A step by step guide to data analysis using SPSS for windows* (3rd edition). Berkshire, England: Open University Press.

Panasuk, R. M. & Todd, J. (2005). Effectiveness of lesson planning: Factor analysis. *Journal of Instructional Psychology, 32*(3), 215-232.

Serra, M. (1994). *Patty paper geometry.* Emeryville: Key Curriculum Press

Stevens, J. (2002). *Applied multivariate statistics for the social sciences.* Mahwah, NJ: Erlbaum.

Sze, S. (2005). *An analysis of constructivism and the ancient art of origami*. Dunleavy: Niagara University. Retrieved from: http://www.eric.ed.gov/PDFS/ED490350.pdf

Tuğrul, B. & Kavici, M. (2002). Kağıt katlama sanatı ve öğrenme. *Pamukkale Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 1*(11), 1-17.

Uygun, T. (2019). Implementation of middle school mathematics teachers' origami-based lessons and their views about student learning. *Ondokuz Mayıs Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, *38*(2), 154-171.

Wares, A. & Elstak, I. (2017). Origami, geometry and art. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, *48*(2), 317-324. https://doi.org/10.1080/0020739X.2016.1238521

Yuzawa, M. & Bart, W. M. (2002). Young children's learning of size comparison strategies: Effect of origami exercises. *The Journal of Genetic Psychology*, *163*(4), 459-478. https://doi.org/10.1080/00221320209598696

Ekler

Ek 1. Origami temelli matematik ders planı değerlendirme rubriği

Madde Numarası	Zayıf (0 Puan)	Orta (1 Puan)	İyi (2 Puan)
1	Öğrencilerin yaş ve psikomotor becerilerinden oldukça aşağıda/yukarıda bir origami modeli seçilmiştir.	Öğrencilerin yaş ve psikomotor becerilerinden biraz aşağıda/yukarıda bir origami modeli seçilmiştir.	Öğrencilerin yaş ve psikomotor becerilerine uygun bir origami modeli seçilmiştir.
2	Hedeflenen matematiksel kazanıma uygun olmayan bir origami modeli seçilmiştir.	Hedeflenen matematiksel kazanıma kısmen uygun bir origami modeli seçilmiştir.	Hedeflenen matematiksel kazanıma uygun bir origami modeli seçilmiştir.
3	Seçilen origami modeli için ayrılan ders saati oldukça azdır/fazladır.	Seçilen origami modeli için ayrılan ders saati biraz azdır/fazladır.	Seçilen origami modeli için ayrılan ders saati yeterlidir.
4	Ders başlangıcında öğrencilerin derse ilgisini ve motivasyonunu artırmaya yönelik bir giriş yapılmamıştır.	Ders başlangıcında öğrencilerin derse ilgisini ve motivasyonunu artırmaya yönelik yetersiz bir giriş yapılmıştır.	Ders başlangıcında öğrencilerin derse ilgisini ve motivasyonunu artırmaya yönelik etkili bir giriş yapılmıştır.
5	Diagramda verilen katlama adımlarının çoğunluğu/tamamı açık ve anlaşılır değildir.	Diagramda verilen katlama adımlarının bazıları açık/anlaşılır değildir.	Diagramda verilen katlama adımlarının tamamı açık ve anlaşılırdır.
6	Origami modelinin katlama adımları ifade edilirken matematiksel dil nadiren kullanılmıştır/hiç kullanılmamıştır.	Origami modelinin katlama adımları ifade edilirken matematiksel dil bazen kullanılmıştır.	Origami modelinin katlama adımları ifade edilirken matematiksel dil çoğunlukla/daima kullanılmıştır.
7	Origami modelinin katlama adımlarında, hedeflenen kazanımı öğretmeye yönelik sorulardan nadiren faydalanılmıştır/hiç faydalanılmamıştır.	Origami modelinin katlama adımlarında, hedeflenen kazanımı öğretmeye yönelik sorulardan bazen faydalanılmıştır.	Origami modelinin katlama adımlarında, hedeflenen kazanımı öğretmeye yönelik sorulardan çoğunlukla/daima faydalanılmıştır.
8	Origami modelinin katlama adımlarında, hedeflenen kazanıma ek başka matematiksel kavramların hatırlanmasını veya öğrenilmesini destekleyecek sorulardan nadiren faydalanılmıştır/hiç faydalanılmamıştır.	Origami modelinin katlama adımlarında, hedeflenen kazanıma ek başka matematiksel kavramların hatırlanmasını veya öğrenilmesini destekleyecek sorulardan bazen faydalanılmıştır.	Origami modelinin katlama adımlarında, hedeflenen kazanıma ek başka matematiksel kavramların hatırlanmasını veya öğrenilmesini destekleyecek sorulardan çoğunlukla/daima faydalanılmıştır.

9	Origami modelinin katlama adımlarında sorulacak sorular öğrencilerin üst düzey düşünme becerilerini geliştirmeye nadiren uygundur/uygun değildir. *	Origami modelinin katlama adımlarında sorulacak sorulardan bazıları öğrencilerin üst düzey düşünme becerilerini geliştirmeye uygundur. *	Origami modelinin katlama adımlarında sorulacak soruların çoğunluğu/tamamı öğrencilerin üst düzey düşünme becerilerini geliştirmeye uygundur. *
10	Origami modelinin katlama adımlarında matematik dışı alanlar (örneğin sanat, mühendislik) ile ilişkilendirmelere yer verilmemiştir.	Origami modelinin katlama adımlarında matematik dışı alanlar (örneğin sanat, mühendislik) ile ilişkilendirmelere nadiren yer verilmiştir.	Origami modelinin katlama adımlarında matematik dışı alanlar (örneğin sanat, mühendislik) ile ilişkilendirmelere yeterince yer verilmiştir.
11	Ders sonunda hedef kazanıma uygun bir değerlendirme yöntemine yer verilmemiştir.	Ders sonunda hedef kazanıma yönelik verilen değerlendirme yöntemi yetersizdir.	Ders sonunda hedef kazanıma uygun bir değerlendirme yöntemine yer verilmiştir.

* Üst düzey düşünme becerilerini desteklemeye yönelik sorular için bazı örnekler:
- Elinizdeki kare kâğıdı en fazla kaç farklı şekilde iki eşit parçaya katlayabilirsiniz? Nasıl?
- Tamamladığınız origami modelinin yüksekliğini iki katına çıkarmak için ilk kullandığınız kâğıdın ölçüsünü ne kadar artırmanız gerekir? Neden?

Appendices

Appendix 1. Origami-based mathematics lesson evaluation rubric

Item Number	Poor (0)	Average (1)	Good (2)
1	An origami model was chosen that was quite above/below the age and psychomotor skills of the students.	An origami model was chosen slightly above/below the students' age and psychomotor skills.	An origami model suitable for the age and psychomotor skills of the students was chosen.
2	An origami model that was not suitable for the mathematical objective was chosen.	An origami model that was partially suitable for the mathematical objective was chosen.	An origami model that was not suitable for the mathematical objective was chosen.
3	The lesson time allocated for the chosen origami model was very less/more.	The lesson time allocated for the chosen origami model was a little	The lesson time allocated for the selected origami model was sufficient.
4	At the beginning of the lesson, no introduction was made to increase the interest and motivation of the students in the lesson.	At the beginning of the lesson, an insufficient introduction was made to increase the interest and motivation of the students	At the beginning of the lesson, an effective introduction was made to increase the interest and motivation of the students
5	Most/all of the folding steps given in the diagram were not clear and understandable.	Some of the folding steps given in the diagram were not clear.	All of the folding steps given in the diagram were clear and understandable.
6	Mathematical language was rarely/never used when expressing the folding steps of the origami	Mathematical language was sometimes used when expressing the folding steps of the origami model.	Mathematical language was mostly/always used when expressing the folding steps of the origami
7	In the folding steps of the origami model, questions for teaching the mathematical objective of the lesson were rarely/never used.	In the folding steps of the origami model, questions for teaching the mathematical objective of the lesson were sometimes used.	In the folding steps of the origami model, questions for teaching the mathematical objective of the lesson were mostly/always used.
8	In the folding steps of the origami model, questions to support remembering or learning other mathematical concepts in addition to the main mathematical objective were rarely/never used.	In the folding steps of the origami model, questions to support remembering or learning other mathematical concepts in addition to the main mathematical objective were sometimes used.	In the folding steps of the origami model, questions to support remembering or learning other mathematical concepts in addition to the main mathematical objective were mostly/always used.

9	The questions to be asked in the folding steps of the origami model were rarely appropriate/not appropriate to develop students' higher-order thinking skills. *	Some of the questions to be asked in the folding steps of the origami model were appropriate for developing students' higher-order thinking skills. *	Most/all of the questions to be asked in the folding steps of the origami model were appropriate for developing students' higher-order thinking skills. *
10	In the folding steps of the origami model, associations with non-mathematical fields (such as art and engineering) are not included.	In the folding steps of the origami model, associations with non-mathematical fields (such as art and engineering) were rarely included.	In the folding steps of the origami model, associations with non-mathematical fields (such as art and engineering) were sufficiently included.
11	An assessment method appropriate for the mathematical objective was not included.	The assessment method used was insufficient.	An assessment method appropriate for the mathematical objective was included.

* Some examples of questions to support higher-order thinking skills:
- In how many different ways can you fold the square paper in your hand into two equal parts? How?
- To double the height of the completed origami model, how much should you increase the paper size you first used? Why?

Ahi Evran Üniversitesi
Kırşehir Eğitim Fakültesi Dergisi

ISSN: 2147 - 1037

http://kefad.ahievran.edu.tr

A Critical Overview of Van Hiele Level Numberings and Level Nomenclatures

Gül Kaleli Yılmaz
Hülya Sert Çelik

Article Information

CrossMark

DOI: 10.29299/kefad.908248

Received: 02.04.2021
Revised: 26.02.2022
Accepted: 17.03.2022

Keywords:
Geometric Thinking
van Hiele
Document Analysis

Abstract

The van Hiele theory, which is widely used and directs geometry education, was put forward by Dina van Hiele and Pierre van Hiele in 1957. According to the van Hiele couple, geometric thinking levels consist of five hierarchical and sequential levels. When the studies available in the literature are examined, it is seen that different numbering and nomenclature are used for these levels. This study aims to reveal the similarities and differences in the van Hiele level numbering and the nomenclature given to the levels used in Turkish and English literature studies. In this context, a total of 126 studies were identified in the Turkish (80) and English (46) literature. As a result of the data obtained in the research, it has been determined that most Turkish studies were numbered 1-5 while the English studies were numbered 0-4. At the same time, there was much variation in the names given to the levels. The most commonly used names for the 5th level are "Görsel Dönem", "Analiz", "Yaşantıya Bağlı Çıkarım", "Çıkarım" and "En İleri Dönem" in Turkish nomenclature and "Visualization", "Analysis", "Informal Deduction", "Deduction" and "Rigor" in English nomenclature. It is thought that this research will make significant contributions to the creation of a standard for Turkish nomenclature to be given to van Hiele geometric thinking levels.

Van Hiele Düzey Numaralandırmaları ve Düzey İsimlendirmelerine Eleştirel Bir Bakış

Makale Bilgileri

CrossMark

DOI: 10.29299/kefad.908248

Yükleme: 02.04.2021
Düzeltme: 26.02.2022
Kabul: 17.03.2022

Anahtar Kelimeler:
Geometrik Düşünme
Van Hiele,
Doküman Analizi

Öz

Yaygın olarak kullanılan ve geometri eğitimini yönlendiren van Hiele teorisini, 1957 yılında Dina van Hiele ve Pierre van Hiele çifti ortaya koymuştur. Van Hiele çiftine göre geometrik düşünme düzeyleri hiyerarşik ve sıralı olan beş düzeyden oluşmaktadır. Alanyazında mevcut olan çalışmalar incelendiğinde, bu düzeyler için farklı numaralandırma ve isimlendirmelerin kullanıldığı görülmektedir. Bu araştırmada, Türkçe ve İngilizce alanyazında yer alan çalışmalarda kullanılan van Hiele düzey numaralandırmalarını ve düzeylere verilen isimlendirmelerdeki benzerlik ve farklılıkların ortaya çıkarılması amaçlanmıştır. Bu kapsamda Türkçe (80) ve İngilizce (46) alanyazında toplam 126 çalışma belirlenmiştir. Araştırmada elde edilen veriler sonucunda Türkçe çalışmaların büyük bir kısmının 1-5; İngilizce çalışmaların ise 0-4 şeklinde numaralandırıldığı tespit edilmiştir. Aynı zamanda düzeylere verilen isimlerde de çok fazla farklılık görülmüştür. En sık kullanılan düzey adlarının; Türkçe isimlendirmelerde sırasıyla "Görsel Dönem", "Analiz", "Yaşantıya Bağlı Çıkarım", "Çıkarım" ve "En İleri Dönem" iken; İngilizce isimlendirmelerde "Visualization", "Analysis", "Informal Deduction", "Deduction" ve 5. Düzey için "Rigor" şeklinde olduğu görülmektedir. Bu araştırmanın, van Hiele geometrik düşünme düzeylerine verilecek Türkçe isimlendirmeler için bir standart oluşturulması yolunda önemli katkılar sağlayacağı düşünülmektedir.

Sorumlu Yazar : Hülya Sert-Çelik, Doktora Öğrencisi, Uludağ Üniversitesi, Türkiye, hlyasert@gmail.com, ORCID ID: 0000-0002-5021-7449

Gül Kaleli-Yılmaz, Doç. Dr., Uludağ Üniversitesi, Türkiye, gulkaleli@uludag.edu.tr, ORCID ID: 0000-0002-8567-3639
Alt Bilgi: Bu çalışma, 19-22 Kasım 2020, Bursa'da düzenlenen 2. Uluslararası Fen, Matematik, Girişimcilik ve Teknoloji Eğitimi Konferansı'nda (E-Konferans) sözlü bildiri olarak sunulmuştur.

Atıf için: Sert-Çelik, H., & Kaleli-Yılmaz, G. (2022). Van hiele düzey numaralandırmaları ve düzey isimlendirmelerine eleştirel bir bakış. *Kırşehir Eğitim Fakültesi Dergisi, 23*(Özel Sayı), 287-329.

Giriş

Geometri, kavramları, akıl yürütme yollarını ve mekansal ortamları görselleştirmek için kullanılan bir temsiller ağı sistemidir (Altun, 2015; Battista, 2007). Geometri öğretiminin öğrencilerin zihinlerini görselleştirme, eleştirel düşünme, üç boyutlu nesneleri iki boyuta indirgeme, varsayımlarda bulunma, mantıksal çıkarımlar yapma ve ispat becerilerinin gelişmesine katkı sağlaması beklenmektedir (Battista, 2007). Geometri öğretimi bir taraftan geometrik bilgi ve beceri kazandırmayı hedeflerken, diğer yandan geometrik düşünme seviyesini arttırmalıdır (Baykul, 2014). Geometrik düşünme ise, geometrik şekil ve kavramların ve bu kavramlar arası prensip ve ilişkilerin geometri problemlerinde kullanımını ihtiva eden matematiksel düşünme yöntemidir (van de Walle, 2004).

Geometrik düşünmenin nasıl geliştiğine dair ilgi gören bir çalışma, Hollandalı araştırmacılar van Hiele çifti tarafından gerçekleştirilmiştir (Baki, 2019). Bu model, öğrenmenin bağlantılı bir süreç olmadığı, ancak öğrenme eğrisinde sıçramaların olduğu fikrine dayanmaktadır, bu da ayrı ve farklı düşünme düzeyleri olduğu anlamına gelir (Olivero, 2002). Van Hiele teorisi iki bölümden oluşmaktadır: Birincisi, "düşünme seviyeleri", öğrencilerin geometri alanındaki düşünme yollarının belirlenmesi ve teoriye göre öğrencilerin öğrenme aşamasında birtakım düşünme düzeylerinden geçtiğinden bahseder. İkinci bölümü olan “öğrenmenin aşamaları, öğrencilerin mevcut düşünme düzeylerinden bir sonraki düzeye geçmelerini kolaylaştırmak ve teşvik etmek için öğretmenlere öğretimin nasıl organize edileceğine dair bir öneri sunmaktadır (Gutiérrez, 1992).

Matematik eğitiminde van Hiele teorisi, öğrencilerin geometriyi nasıl öğrendiklerini tanımlayan ve dünyada yapılan birçok çalışma ile doğruluğu kabul görmüş bir teoridir (Burger ve Shaughnessy, 1986; Fuys, Geddes ve Tischler 1988; Usiskin 1982). Teori, orijinalinde düzlem geometrisine ilişkin olsa da üç boyutlu cisimlerde de uygulamaları yapılmıştır (Gray, 1999; Guillen, 1996; Gutierrez, 1992; Lawrie, Pegg ve Gutierrez, 2000, 2002; Owens, 1999; Saads ve Davis, 1997). Öğrencilerin geometriyi nasıl anladıklarını açıklayan bu teori, aşağıdaki tanımlayıcı özelliklere sahiptir: (Crowley, 1987; Usiskin, 1982; Van De Walle, 2004)

- Düzeyler hiyerarşiktir. Bir düzeyde olabilmek için bir öncekinin mutlaka geçilmiş olması gerekmektedir.
- Düzeyler arasındaki ilerleme yaş ve gelişimden ziyade verilen öğretimin konusu ve niteliğine bağlıdır.
- Düzeylerin kendine has dil yapısı, sembol ve ilişkileri vardır.
- Öğrencilerin bulunduğu düzeyden farklı düzey konularına göre yapılan öğretimde istenilen öğrenmenin gerçekleşmesi beklenemez.

Van Hiele geometrik düşünme düzeylerini sıralı ve hiyerarşik beş düzey oluşturur. Fakat bu modelde düzeylerin hem sayısı hem de numaralandırması değişkenlik göstermektedir. Bahsi geçen beş düzey van Hiele çiftinin kendi çalışmalarında ve sonrasında yapılan bazı çalışmalarda 0-4 olarak numaralandırılırken bazı çalışmalarda 1-5 olarak numaralandırılmıştır. Düzeylerin sırası ve bileşimi ile ilgili farklılar olmasına rağmen düzeylerin hiyerarşik oldukları ve geometrik düşünmeyi ölçtükleri konusunda fikir birliği vardır (Fuys ve diğerleri., 1988; Hoffer, 1981; Mayberry, 1983; Shaughnessy ve Burger, 1985; Usiskin, 1982).

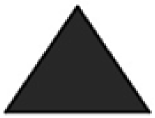
Van Hiele Düzey İsimlendirmeleri ve Düzey Açıklamaları

Van Hiele' nin 1986 yılından önce yazılan tez ve makalelerinde geometrik düşünme düzeyleri için şekillerin sınıflandırılması esas alınmış ve herhangi bir isimlendirme yapılmamıştır. Van Hiele düzeylerini ilk isimlendiren Hoffer (1981), düzey isimlendirmelerini 1'den 5'e kadar sırasıyla "Recognition", "Analysis", "Ordering", "Deduction" ve "Rigor" şeklinde ifade etmiştir. Bu isimlendirmelerden sonra van Hiele (1986) beş düşünme düzeyinden "Visual Level", "Descriptive Level", "Theoretical Level", "Formal Logic Level" ve "The Nature of Logical Laws Level" olarak bahsetmiş ve bu sınıflandırmanın teorinin matematiksel yapısına uygun olduğunu ifade etmiştir. (van Hiele, 1986, aktaran Curcio, 1986, ss. 568). Daha sonra yayınlanan bir makalesinde ise Theoretical Level yerine Informal Deduction adını kullandığı görülmüştür (Van Hiele, 1999). Ayrıca yapılan çalışmalarda, öğrenciler kavramları yeterli düzeyde tanımlayamadıkları için (Mayberry 1983; Senk 1989; Usiskin 1982), van Hiele tarafından belirlenen düzeylerin altında bir düzeyin olabileceği vurgulanmıştır. Nitekim van Hiele'nin bahsettiği düzeyin daha altında ilkel düşüncenin varlığını ortaya koyan araştırmalar vardır ve Clements ve Battista (1992) bu beş düzeyden önce "Pre-Recognition" düzeyinin varlığını tanımlamaktadır.

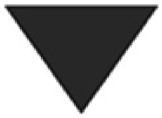
"Pre-Recognition": Bu düzeyde öğrenci geometrik şekilleri algılar, ancak pek çok yaygın şekli tanımlayamaz. Ayrıca aynı şekil sınıfındaki birçok ortak şekil arasında ayrım yapamazlar (Clements, Swaminathan, Hannibal ve Sarama, 1999). Bununla birlikte kare ve çember gibi yuvarlak ve köşeli şekilleri ayırt edebilirler. Ancak kare ve üçgeni ayırt edemezler.

"The Visual Level": Bu düzeyde öğrenciler geometrik şekilleri bütünsel görünümleriyle tanırlar. Yani geometrik şekillerin, parçalardan meydana geldiğini ya da özelliklerini fark etmezler sadece şekillerin fiziksel görünümleriyle ilgilenirler. Bu düzeyde öğrenciler şekilleri genel görsel özelliklerine dayanarak tanır ve adlandırırlar. Şekilleri benzerliklerine göre değerlendirip, benzer görünen şekil gruplarını sıralayabilirler (Fuys ve diğerleri., 1988).

Örneğin, bu düzeyde yer alan bir öğrenci üçgeni "palyaço şapkası" olarak tanımlayabilir fakat üçgenin yönü değiştirildiğinde bu kez palyaço şapkasına benzetemeyebilir (Cathcart, Pothier ve Vance, 2000). Şekil 1a. öğrenciler için üçgen iken ki bunu palyaço şapkasına benzediği için tanımaktadır. Aynı üçgenin duruş yönü değiştiğinde şekil 1b.'deki gibi şeklin üçgen olduğunu düşünemez.

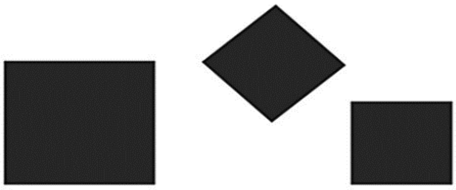


Şekil 1a.



Şekil 1b.

Örneğin, şekil 2'deki şekiller verildiğinde, bu düzeydeki bir öğrenci (a)'da kareler ve (b)'de dikdörtgenler olduğunu fark edebilir, çünkü bunlar daha önce karşılaşılan kareler ve dikdörtgenlere benzer şekildedir. Ancak şekillerin sahip oldukları özellikleri kendiliğinden anlatamazlar (Crowley, 1987).

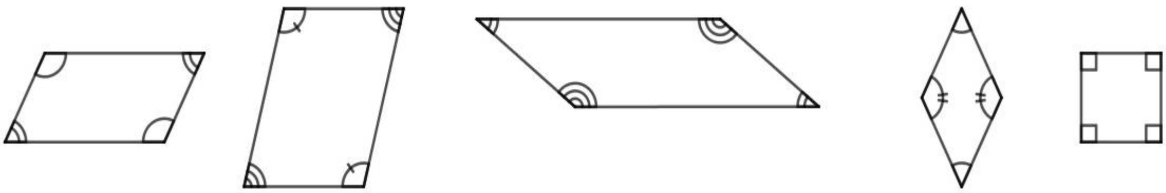


(a)

(b)

Şekil 2. Kare ve dikdörtgen grupları (Crowley, 1987) çalışmasından uyarlanmıştır.

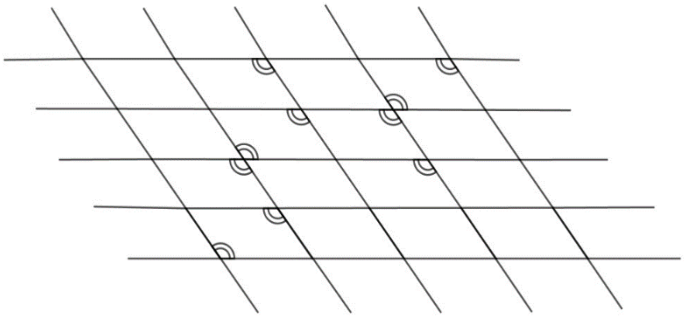
Örneğin, aşağıdaki gibi paralelkenarlar verildiğinde öğrenci paralelkenarın açılarını ölçebilir (Fuys, 1985).



Şekil 3. Paralelkenar grupları (Fuys, 1985) çalışmasından uyarlanmıştır.

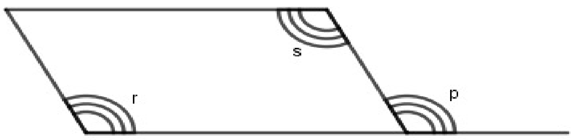
"The Descriptive Level": Bu düzeyde öğrenciler geometrik şekillerin parçalarını ve bu parçaların arasındaki ilişkileri analiz eder. Öğrenciler deneysel olarak (örn; katlayarak, ölçerek, bir ızgara veya diyagram kullanarak) bir şekil sınıfının özelliklerini / kurallarını keşfeder ancak sınıflar arası hiyerarşik ilişkiyi kuramazlar (Fuys ve diğerleri., 1988).

Örneğin, öğrencilerin çeşitli paralelkenarlar ile çalıştıktan sonra Şekil 3'teki gibi bir paralelkenar ızgarası verildiğinde, eşit açıları renklendirerek paralelkenarların karşılıklı açılarının eşit olduğu düşüncesine ulaşması sağlanabilir. Bu türden etkinliklerin paralelkenarın alt sınıfı olan kare, dikdörtgen ve eşkenar dörtgenle yapılmasından sonra, öğrenciler paralelkenarlar sınıfı için genellemeler yapabilirler. Ancak şekillerin özellikleri arasındaki ilişkiler bu düzeydeki öğrenciler tarafından henüz açıklanamamaktadır.



Şekil 4. Paralelkenar ızgarasında karşılıklı açıların eşit olduğunu göstermeye yönelik etkinlik örneği (Fuys ve diğerleri., 1988 çalışmasından uyarlanmıştır).

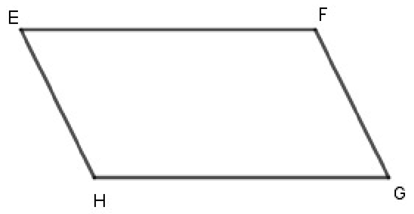
"The Theoretical Level (The Informal Deduction Level)": Bu düzeyde öğrenciler, hem şekillerin kendi özellikleri arasında (örneğin, bir dörtgende, karşılıklı kenarların paralel olması karşılıklı açılarının da eşit olmasını gerektirir) hem de şekil sınıfları arasında (kare bir dikdörtgendir çünkü bir dikdörtgenin tüm özelliklerine sahiptir) bağ kurabilirler (Crowley, 1987). Ayrıca öğrenciler bir şekli tanımlamak için uzun uzun özelliklerinden bahsetmek yerine yeter ve gerek şartları söyleyerek kısa bir tanım yapabilirler. Bu düzeyde öğrenciler informal düşüncelerden hareketle mantıksal ilişkiler kurabilirler. Geometrik bir ispatı takip edebilirler fakat kendileri ispat yapamazlar (Fuys ve diğerleri., 1988).



Şekil 5. Paralelkenarda karşılıklı açıların eşit olduğunu göstermeye yönelik etkinlik örneği (Fuys (1985) çalışmasından uyarlanmıştır.

Örneğin, bu düzeyde öğrencilere şekil 4'teki gibi bir paralelkenar verip karşıt açıların neden eşit olduğu hakkında bir informal argüman ortaya koyması beklenebilir (Fuys,1985).

"Formal Logic": Bu düzeyde öğrenciler aksiyomatik bir sistem içinde kendi kendilerine ispat yapabilirler. Öğrenciler geometriyi konu alan ispat çalışmalarında aksiyomları, postülatları, tanımları ve teoremleri kullanabilir. Gerek ve yeter koşulları belirleyip bunları sonuç çıkarma ve ispat yapmada kullanabilir. Ayrıca teoremlerden ve ispatlanmış aksiyomlardan yararlanarak tümdengelim yoluyla farklı teoremleri ispatlayabilirler. Bu düzeye erişmiş öğrenciler için geometrik şekil özellikleri, cisim ve şekilden bağımsız bir yapı şeklindedir (Hoffer, 1981).



Şekil 6. (Fuys, 1985) çalışmasından uyarlanmıştır.

Örneğin, öğrenci aksiyomları, tanımları veya daha önce kanıtlanmış teoremleri kullanarak yukarıda verilen ispatı yapabilmek için tümdengelimli argüman verir (Fuys, 1985).

"The Nature of Logical Laws": Bu düzeyde öğrenciler çeşitli aksiyomatik sistemlerin arasındaki ilişkileri ve farklılıkları tespit eder. Öklid ve Öklid dışı geometriyi kavrarlar ve Öklid geometrisinin aksiyom, teorem ve tanımlarını Öklid dışı geometride yorumlayıp, bu tanımlar ile ilgili uygulamalar gerçekleştirebilirler. (Hoffer, 1981). Belli bir geometrik sisteme bir aksiyom eklemenin veya çıkarmanın etkisini tanımlayabilirler (Vojkuvkova, 2012).

Örneğin, öğrenci Öklid dışı hiperbolik bir geometride paralel doğruları, paralelkenarları ve açıları inceler ve tümdengelimli teoremler oluşturur.

Araştırmanın Amacı ve Problemleri

Alanyazın incelendiğinde Van Hiele geometrik düşünme düzeyleri için farklı numaralandırmalar ve farklı isimlendirmeler kullanıldığı görülmektedir. Bu alanda çalışma yapmak isteyen araştırmacılar, hangi numaralandırmayı ve hangi isimlendirmeleri kullanmaları gerektiği konusunda çelişkiye düşmekte ve karar vermede zorlanmaktadırlar. Ayrıca alanda bu ihtiyacı karşılayan, Türkçe ve İngilizce çalışmaları bir arada ele alan bir çalışmaya da rastlanmamıştır. Bu bağlamda bu çalışmada bu karışıklığı gidermek için van Hiele'nin bu düzeylere vermiş olduğu orijinal isimlerin neler olduğu, hem Türkçe, hem İngilizce alanyazında hangi isimlendirmelerin ve düzey numaralandırmalarının kullanıldığının ortaya çıkarılması amaçlanmıştır. Bu amaç kapsamında araştırmada aşağıdaki problemler ele alınmıştır:

1. Türkçe ve İngilizce çalışmalardaki van Hiele geometrik düşünme düzey numaralandırmaları nasıldır?
2. Türkçe ve İngilizce çalışmalardaki van Hiele geometrik düşünme düzeylerine verilen isimlendirmeler nelerdir?

   2.1 Türkçe ve İngilizce çalışmalarda van Hiele'in ilk 5 düzeyine atanamayanlar için oluşturulan alt düzeye verilen isimlendirmeler nelerdir?

   2.2 Türkçe ve İngilizce çalışmalarda van Hiele'nin "Visual Level" olarak adlandırdığı düzeye verilen isimlendirmeler nelerdir?

2.3 Türkçe ve İngilizce çalışmalarda van Hiele'nin "Descriptive Level" olarak adlandırdığı düzeye verilen isimlendirmeler nelerdir?

2.4 Türkçe ve İngilizce çalışmalarda van Hiele'nin öncesinde "Theoretical Level" sonrasında "The Informal Deduction Level" olarak adlandırdığı düzeye verilen isimlendirmeler nelerdir?

2.5 Türkçe ve İngilizce çalışmalarda van Hiele'nin "Formal Logic" olarak adlandırdığı düzeye verilen isimlendirmeler nelerdir?

2.6 Türkçe ve İngilizce çalışmalarda van Hiele'nin "The Nature of Logical Laws" olarak adlandırdığı düzeye verilen isimlendirmeler nelerdir?

Yöntem

Bu çalışma, alanyazında mevcut çalışmalarda kullanılan van Hiele geometrik düşünme düzey numaralandırmalarını ve bu düzeylere verilen isimlendirmelerdeki farklılık ve benzerlik durumlarını doküman analizi yöntemi ile ortaya koymak ve sebeplerini sorgulamayı amaçlamaktadır. Doküman analizi yöntemi, araştırılması planlanan konu ile ilgili bilgi içeren yazılı materyallerin belirli norm veya sistem dahilinde kodlanıp incelenmesi işlemidir (Çepni, 2018). Çalışma kapsamında İngilizce dilinde yazılmış 46 makale, Türkçe 29 makale ve 51 tez çalışmasının nasıl belirlendiği ve nasıl analiz edildiği bu kısımda açıklanacaktır.

Verilerin Toplanması:

Bu araştırma kapsamında Türkiye'de van Hiele düzeylerine hangi isimlerin verildiğinin tespit edilebilmesi için Yüksek Öğretim Kurumu'nun (YÖK) Ulusal Tez Merkezi'nde 2000-2020 yılları arasında yayınlanan 51 lisansüstü tez ve Google Academic, TÜBİTAK ULAKBİM DergiPark gibi veri tabanlarında taranan 29 makale incelenmiştir. Ayrıca van Hiele düzeylerine uluslararası alan yazında hangi isimlerin verildiğinin tespit edilebilmesi ve bu isimlerle Türkiye'de kullanılan düzey isimlerinin karşılaştırılabilmesi için 46 makale incelenmiştir. Bu makalelerin tamamı İngilizce dilinde yazılmış olup, çalışmalar seçilirken herhangi bir tarih sınırlaması yapılmamıştır. İngilizce makaleler seçilirken, makale yazarlarının bu alanda söz sahibi olması ve makalelerin atıf sayısının çok olmasına dikkat edilmiştir. Literatür aramalarında yer alan anahtar kavramlar "van Hiele", "van Hiele geometrik düşünme düzeyleri (van Hiele Geometric Thinking Levels)", "Geometrik Düşünme (Geometric Thinking)" şeklindedir. Hem Türkçe hem de İngilizce olarak anahtar kavramlar taranmıştır. Araştırmaya dahil edilecek Türkçe çalışmalar belirlenirken Türkiye'de olması ve Türk araştırmacılar tarafından yürütülmüş makale ve tez çalışmaları şartı aranmıştır. Ayrıca veri tekrarı olmaması için aynı isimli çalışma hem tez hem makale olarak yayınlanmışsa sadece makale olarak basımı yapılan çalışmalar bu araştırma dahilinde ele alınmıştır. Aynı zamanda yapılan çalışmalarda van Hiele'in beş düzeyine ait isimlendirmeleri vermeyen çalışmalar araştırmaya dahil edilmemiştir. Başlangıçta 152 sayıda makale ve teze ulaşılmış olmasına rağmen van Hiele düzey isimlendirmelerinin yalnızca üçünü alan ya da tamamına yer vermeyen çalışmalar, araştırmaya dahil edilmemiştir. Yapılan eleme işlemlerinden sonra 51 tanesi tez ve 29 tanesi makale olmak üzere Türkçe 80 çalışma; İngilizce 46 çalışma üzerinde araştırma yürütülmüştür. Ayrıca veri fazlalığı olmaması maksadıyla incelenen her bir çalışma Türkçe yayınlar için; A1, A2,….., A89, İngilizce yayınlar için; E1, E2,…., E46 biçiminde kodlanmış ve araştırma kapsamında bu kodlar kullanılmıştır.

Araştırmanın Geçerlilik ve Güvenilirliği:

Araştırmaya dahil olan çalışmaların van Hiele düzey isimlendirmelerine yönelik bölümleri detaylı bir şekilde incelenip, her bir düzeye verilen isimler ve açıklamalar dijital ortamda kaydedilmiştir. İncelenen çalışmalardan elde edilen veriler iki araştırmacı tarafından da ayrı ayrı kodlanmış, kodlanacak bilgiler yoruma dayalı olmadığından, kodların birbiri ile tamamen uyumlu olduğu tespit edilmiştir. Ayrıca çalışma van Hiele üzerine çalışmaları bulunan bir uzman öğretim üyesine incelettirilerek görüşleri alınmıştır. Bu görüş neticesinde Türkçe ve İngilizce isimlendirmelerin makalelerde yer aldığı şekilde hiç değişiklik yapılmadan kullanılmasının uygun olacağı, düzeylerdeki "level" kelimesini kullanmaya gerek olmadığı tespit edilmiştir.

Verilerin Analizi:

Bu araştırmada elde edilen veriler içerik analizi yöntemi kullanılarak çözümlenmiştir. İçerik analizinde amaç, birbiriyle benzeşen verileri belli kavram ve temalar çerçevesinde birleştirmek ve bunları okurun anlayabileceği bir şekilde organize ederek yorumlamaktır (Çepni, 2018). Araştırmada her bir alt problem için incelenen çalışmalardan elde edilen veriler, tablolar ile sunulmuştur. Sunumun bu şekilde yapılmasındaki amaç, verilerin hem görsel olmasını sağlamak hem de yürütülen çalışmalar hakkında ilk izlenimde fikir edinilmesine imkân tanımasıdır. Tablolarda verilere ait kod ve frekans değerleri yer almaktadır. Her bir tablonun altında verilere ait açıklamalar sunulmuştur.

Bulgular

Bu bölümde verilerin analizi sonucunda elde edilen bulgulara yer verilmiştir. Bulgular problemlerle uyumlu şekilde sunulmuştur.

Türkçe ve İngilizce Çalışmalardaki van Hiele Geometrik Düşünme Düzey Numaralandırmaları

Araştırma kapsamında öncelikle İngilizce alanyazında van Hiele düzeyleri için hangi numaralandırmaların kullanıldığı verilmiştir.

Tablo 1. *İncelenen İngilizce çalışmalarda kullanılan düzey numaralandırmaları*

Düzey numaralandırmaları	Çalışma kodları	f
0-4	E1, E4, E11, E12, E17, E19, E20, E24, E25, E27, E29, E30, E31, E37, E38, E39, E41, E44, E45, E46	20
1-5	E2, E3, E6, E8, E13, E15, E21, E22, E23, E26, E32, E33, E34, E35, E40, E42	16
0-5	E7, E9, E10, E16, E28	5

Tablo 1 incelendiğinde çalışmaların 20'sinde 0-4 sıralaması, 16'sında 1-5 sıralaması, 5 tanesinde ise 0-5 sıralaması kullanılmıştır. Bu alanın duayenlerinden olan ve van Hiele düşünme düzeyleri için test geliştiren Usiskin (1982) ise 1-5 düzey sıralamasını kullanmıştır (E42).

Tablo 2. *İncelenen Türkçe çalışmalarda kullanılan düzey numaralandırmaları*

Düzey numaralandırmaları	Çalışma kodları	f
0-4	A1, A2, A3, A4, A5, A7, A10, A14, A16, A21, A23, A24, A25, A31, A35, A36, A40, A43, A46, A49, A50, A51, A52, A53, A55, A57, A64, A67, A70, A71, A72, A73, A75, A76, A77, A79	36
1-5	A6, A8, A11, A13, A18, A19, A20, A22, A26, A27, A28, A29, A32, A33, A34, A37, A38, A39, A41, A42, A44, A45, A54, A56, A62, A63, A65, A66, A68, A69, A74, A78, A80	34
0-5	A9, A12, A15, A17, A30, A47, A48, A58, A59, A60, A61	10

İncelenen Türkçe çalışmalarda da İngilizce çalışmalara benzer şekilde en çok 0-4, onu takiben 1-5 ve en az 0-4 sıralamasının tercih edildiği görülmüştür.

Türkçe ve İngilizce Çalışmalardaki van Hiele Geometrik Düşünme Düzeylerine Verilen İsimlendirmeler

Bu bölümde sırasıyla Türkçe ve İngilizce çalışmalarda düzeylere verilen isimlendirmelere ait bulgular sunulacaktır.

van Hiele'nin ilk 5 düzeyine atanamayanlar için oluşturulan alt düzeye verilen isimlendirmeler: Araştırma kapsamında incelenen İngilizce çalışmalarda oluşturulan alt düzeye verilen isimlendirmelere ilişkin veriler Tablo 4'de sunulmuştur.

Tablo 3. *İncelenen İngilizce çalışmalarda alt düzeye verilen isimlendirmeler*

Düzeye verilen adlar	Çalışma kodları	f
Pre-Recognition	E7, E10, E28	3
Pre-Recognitive	E9, E16	2

Tablo 3 incelendiğinde incelenen 46 İngilizce çalışmanın yalnızca 5 tanesinde alt düzeyin kullanıldığı ve bu düzeye verilen isimlendirmelerin birbirine çok benzer olduğu görülmüştür.

Tablo 4. *İncelenen Türkçe çalışmalarda alt düzeye verilen isimlendirmeler*

Düzeye verilen adlar	Çalışma kodları	f
Tanıma Öncesi	A15, A17, A30, A47, A48, A49, A58, A60, A61	9
Gözünde Yarı Canlandırma	A15, A48, A49	3
Ön tanıma	A9	1
Biliş-Öncesi	A12	1
Yarı Canlandırma	A60	1

Türkçe çalışmaların da az bir kısmında alt düzeyin kullanıldığı ancak İngilizce çalışmaların aksine bu düzeye farklı isimlendirmeler verildiği görülmektedir. En çok tercih edilen isimlendirme "Tanıma Öncesi" dir.

van Hiele'nin "Visual Level" olarak adlandırdığı düzeye verilen isimlendirmeler: Araştırma kapsamında incelenen İngilizce çalışmalarda van Hiele'nin orjinalde "Visual Level" olarak adlandırdığı düzeye hangi isimlendirmeleri verdiklerine ilişkin bilgiler Tablo 5'de sunulmuştur.

Tablo 5. *İncelenen İngilizce çalışmalarda "Visual Level" için kullanılan isimlendirmeler*

Düzeye verilen adlar	Çalışma kodları	f
Visualization	E1, E2, E3, E5, E6, E7, E8, E11, E12, E17, E19, E21, E24, E25, E28, E29, E30, E31, E32, E33, E34, E35, E37, E39, E41, E44, E45, E46	28
Recognition	E4, E6, E7, E10, E13, E14, E18, E20, E21, E22, E23, E36, E40, E41, E42, E43	16
Visual	E9, E10, E13, E15, E16, E26, E27, E38	8

İngilizce çalışmalar incelendiğinde van Hiele'nin aksine "Visualization Level" isimlendirmesinin daha sık kullanıldığı, bunu "Recognition Level"in takip ettiği görülmektedir. Usiskin (1982), Fuys (1985) gibi bu alanda önemli çalışmaları olan bilim adamları ise "Recognition Level"i kullanmayı tercih etmişlerdir (E20, E42).

Tablo 6. *İncelenen Türkçe çalışmalarda "Visual Level" için kullanılan isimlendirmeler*

Düzeye verilen adlar	Çalışma kodları	f
Görsel	A1, A2, A4, A5, A6, A7, A8, A9, A10, A11, A12, A13, A14, A15, A16, A17, A18, A19, A21, A22, A23, A24, A28, A29, A30, A31, A32, A34, A35, A36, A37, A38, A39, A41, A42, A43, A44, A45, A46, A47, A48, A49, A50, A51, A52, A53, A54, A55, A56, A57, A58, A59, A60, A61, A62, A63, A66, A68, A69, A73, A74, A75, A76, A77, A78, A79, A80	67
Görselleştirme	A20, A26, A27, A33, A40, A65, A67, A70, A71, A72	10
Göz önünde canlandırma	A25, A64	2
Gözünde canlandırma	A3	1
Hayalinde canlandırma	A71	1

Tablo 6 incelendiğinde "Visual Level" olarak adlandırılan düzey için Türkçe çalışmaların önemli bir bölümünde "Görsel" kullanılmıştır. Çalışmalar incelendiğinde level kelimesinin Türkçe'ye düzey, dönem, seviye gibi farklı şekillerde çevrildiği, bu nedenle bazı çalışmalarda görsel düzey (A7, A8, A12, A14, A16, A21, A23, A30, A38, A39, A41, A42, A44, A45, A47, A52, A54, A59, A60, A61, A63, A66, A74, A77, A78, A80), bazılarında görsel dönem (A1, A4, A5, A6, A9, A10, A11, A13, A15, A17,

A18, A24, A28, A29, A31, A32, A34, A35, A36, A43, A46, A48, A49, A53, A55, A57, A58, A62, A68, A69, A73, A75, A79), bir tanesinde ise görsel seviye (A19) olarak kullanıldığı görülmüştür. "Gözünde canlandırma", "Göz önünde canlandırma", "Hayalinde canlandırma" gibi düzey adlarının temelde aynı anlama geldiği ancak çeviri farklılıkları nedeniyle bu şekilde isimlendirildikleri düşünülmektedir.

van Hiele'nin_"Descriptive Level " olarak adlandırdığı düzeye verilen isimlendirmeler: Araştırma kapsamında incelenen İngilizce çalışmalarda van Hiele'nin orjinalde "Descriptive Level" olarak adlandırdığı düzeye hangi isimlendirmeleri verdiklerine ilişkin bilgiler Tablo 7'de sunulmuştur.

Tablo 7. *İncelenen İngilizce çalışmalarda "Descriptive Level" için kullanılan isimlendirmeler*

Düzeye verilen adlar	Çalışma kodları	f
Analysis	E1, E2, E3, E4, E5, E6, E7, E8, E10, E11, E12, E13, E14, E17, E18, E19, E20, E21, E22, E23, E24, E25, E27, E28, E29, E30, E31, E32, E33, E34, E36, E37, E39, E40, E41, E42, E43, E44, E45, E46	40
Descriptive	E6, E9, E10, E15, E16, E26, E38, E41	8
Analytic	E9, E15, E16	3
Description	E13, E35	2

Çalışmalar incelendiğinde van Hiele'nin aksine "Descriptive Level" in daha az tercih edildiği "Analysis Level' ın ise sıklıkla kullanıldığı görülmüştür.

Tablo 8. *İncelenen Türkçe çalışmalarda "Descriptive Level" için kullanılan isimlendirmeler*

Düzeye verilen adlar	Çalışma kodları	f
Analiz	A1, A2, A4, A5, A7,A9, A10, A11, A12, A13, A14, A16, A17, A18, A19, A20, A21, A23, A24, A25, A26, A27, A29, A30, A31, A32, A33, A35, A36, A38, A39, A40, A41, A42, A43, A44, A45, A46, A47, A48, A49, A52, A53, A57, A58, A64, A65, A67, A68, A69, A70, A71, A72, A74, A75, A77, A78, A80	58
Analitik	A6, A8, A15, A24, A28, A34, A37, A50, A51, A54, A55, A59, A60, A62, A66, A73, A76, A79	18
Betimsel	A1, A22, A56, A61, A63, A79, A81	7
Analiz Etme	A3	1

Tablo 8 incelendiğinde İngilizce çalışmalarda olduğu gibi Türkçe çalışmalarda da "Analiz Düzeyi" nin sıklıkla tercih edildiği dikkat çekmektedir. "Analitik Düzey" isimlendirmesini kullanan çalışma sayısı ise İngilizce çalışmalara oranla daha fazla sayıdadır. En az van Hiele'nın orijinal isimlendirmesinin çevirisi olan "Betimsel Düzey" isimlendirmesinin kullanılması ilginç bir durumdur.

van Hiele'nin "öncesinde Theoretical Level sonrasında Informal Deduction" olarak adlandırdığı düzeye verilen isimlendirmeler: Araştırma kapsamında incelenen İngilizce çalışmalarda van Hiele'nin orjinalde "Theoretical Level" olarak adlandırdığı düzeye hangi isimlendirmeleri verdiklerine ilişkin bilgiler Tablo 9'da sunulmuştur.

Tablo 9. *İncelenen İngilizce çalışmalarda "Theoretical Level-Informal Deduction" için kullanılan isimlendirmeler*

Düzeye verilen adlar	Çalışma kodları	f
Informal Deduction	E1, E2, E3, E4, E6, E7, E8, E10, E11, E17, E18, E19, E27, E29, E30, E34, E37, E38, E40, E41, E44, E45, E46	23
Abstraction	E5, E12, E21, E24, E25, E28, E31, E32, E33, E35	10
Order	E6, E8, E10, E21, E42, E43, E44	7
Ordering	E13, E14, E22, E23, E36	5
Relational	E9, E13, E15, E16	4
Abstract	E9, E15, E16	3
Theoretical	E26, E41	2
Logıcal orderıng	E20	1
Deduction Informal Logic	E39	1

İngilizce çalışmaların önemli bir bölümünde van Hiele'in de sonrasında kullandığı gibi "Informal Deduction" isimlendirmesinin sıklıkla tercih edildiği, bunu takiben "Abstraction" ve "Order" isimlendirmelerinin kullanıldığı görülmüştür.

Tablo 10. *İncelenen Türkçe çalışmalarda "Theoretical-Informal Deduction" için kullanılan isimlendirmeler*

Düzeye verilen adlar	Çalışma kodları	f
Yaşantıya Bağlı Çıkarım	A5, A6, A8, A11, A15, A17, A20, A21, A23, A24, A25, A28, A31, A34, A36, A37, A39, A43, A48, A49, A52, A53, A60, A62, A64, A66, A68, A73, A74, A75, A76, A77, A80	33
İnformal Tümdengelim	A6, A7, A15, A18, A24, A28, A34, A51, A54, A59, A60	11
Mantıksal Çıkarım Öncesi	A19, A30, A38, A41, A42, A45, A47, A65	8
Basit Çıkarım	A1, A22, A56, A61, A63, A78, A80	7
İnformal Çıkarım	A12, A26, A27, A39, A40, A70	6
Formal Olmayan Çıkarım	A1, A18, A39, A57, A58, A69	6
Biçimsel Olmayan Tümdengelim	A5, A17, A36, A48, A71, A74	6
Formal Olmayan Sonuç Çıkarma	A10, A13, A29, A35, A46, A72	6
Sıralama	A9, A11, A68, A80	4
Soyutlama	A4, A50, A79	3
Düzenleme	A14, A71	2
Basit Anlamda Tümdengelim	A2	1
Bilgi Çıkarma	A3	1
İnformal Tümdengelimsel Çıkarım	A9	1
Formal Olmayan Tümdengelim	A14	1
Formal Çıkarım	A16	1
İnformal Yaşantıya Bağlı Çıkarım	A32	1
Yaşantısal Çıkarım	A33	1
Tümdengelim	A55	1
Gizil Tümdengelim	A67	1

Tablo 7 incelendiğinde Türkçe çalışmalarda "Theoretical Level-Informal Deduction" için en sık tercih edilen düzey adının "Yaşantıya Bağlı Çıkarım" olduğu, bunu takiben "İnformal

Tümdengelim" ve "Mantıksal Çıkarım Öncesi" nin kullanıldığı görülmektedir. Ayrıca İngilizce çalışmaların aksine Türkçe çalışmalarda kullanılan isimlendirmelerde çok fazla farklılık olduğu, "Sıralama", "Soyutlama" gibi orijinal isimlendirmeyle çok ilişkili olmayan adların kullanıldığı dikkat çekmektedir.

van Hiele'nin "Formal Logic" olarak adlandırdığı düzeye verilen isimlendirmeler: Araştırma kapsamında incelenen İngilizce çalışmalarda van Hiele'nin orjinalde "Formal Logic" olarak adlandırdığı düzeye hangi isimlendirmeleri verdiklerine ilişkin bilgiler Tablo 11'de sunulmuştur.

Tablo 11. *İncelenen İngilizce çalışmalarda "Formal Logic" için kullanılan isimlendirmeler*

Düzeye verilen adlar	Çalışma kodları	f
Deduction	E1, E4, E5, E6, E7, E8, E10, E12, E13, E14, E17, E19, E20, E21, E22, E23, E24, E25, E27, E28, E29, E30, E31, E32, E33, E34, E35, E36, E39, E41, E42, E43, E44, E45, E46	35
Formal Deduction	E2, E3, E9, E11, E15, E18, E37, E38, E40	9
Formal Deductive	E16	1
Formal Logic	E26	1

Tablo 11 incelendiğinde bu düzeye sıklıkla "Deduction" isimlendirmesinin verildiği, bunu takiben "Formal Deduction" un kullanıldığı görülmektedir. Orijinal isimlendirmenin ise sadece bir çalışmada kullanılması dikkat çekmektedir.

Tablo 12. *İncelenen Türkçe çalışmalarda "Formal Logic" için kullanılan isimlendirmeler*

Düzeye verilen adlar	Çalışma kodları	f
Çıkarım	A6, A18, A20, A21, A22, A23, A25, A26, A27, A28, A33, A34, A35, A37, A40, A50, A53, A56, A58, A61, A62, A63, A64, A69, A70, A73, A76, A80	28
Sonuç Çıkarma	A3, A5, A9, A11, A14, A17, A31, A36, A43, A48, A68, A71, A74, A75	14
Mantıksal Çıkarım	A8, A13, A19, A30, A38, A39, A41, A42, A44, A45, A47, A65, A66	13
Formal Tümdengelim	A6, A7, A15, A18, A28, A34, A51, A54, A59, A60, A67	11
Formal Çıkarım	A1, A12, A24, A32, A39, A52, A57, A77, A78, A80	10
Tümevarım	A4, A9, A10, A11, A14, A46, A55, A72, A79	9
Biçimsel Tümdengelim	A5, A17, A36, A71, A74	5
Tümdengelim	A2, A29	2
Basitleştirme	A2	1
İnformal Çıkarım	A16	1

İncelenen Türkçe çalışmalarda bu düzey için sıklıkla "Çıkarım", sonrasında "Sonuç Çıkarma" isimlendirmesinin kullanıldığı görülmektedir. Bu düzey için de "Tümevarım", "Tümdengelim", "Basitleştirme" gibi farklı anlamlara gelen isimlendirmelerin kullanılması dikkat çekicidir.

van Hiele'nin "The Nature of Logical Laws" olarak adlandırdığı düzeye verilen isimlendirmeler: Araştırma kapsamında incelenen İngilizce çalışmalarda van Hiele'nin orjinalde "The Nature of Logical Laws" olarak adlandırdığı düzeye hangi isimlendirmeleri verdiklerine ilişkin bilgiler Tablo 13'de sunulmuştur.

Tablo 13. *İncelenen İngilizce çalışmalarda "The Nature of Logical Laws" için kullanılan isimlendirmeler*

Düzeye verilen adlar	Çalışma kodları	f
Rigor	E1, E2, E3, E4, E5, E6, E7, E8, E9, E10, E11, E12, E13, E14, E15, E17, E18, E19, E20, E21, E22, E23, E24, E25, E27, E28, E29, E30, E31, E32, E33, E34, E35, E36, E37, E38, E39, E40, E41, E42, E43, E44, E45, E46	44
Metamathematical	E15	1
Mathematically rigorous	E16	1
Accuracy	E19	1
The nature of logical laws	E26	1

Tablo 13 incelendiğinde orijinal isimlendirmenin yalnızca bir çalışmada kullanıldığı, sıklıkla "Rigor" isimlendirmesinin tercih edildiği dikkat çekmektedir.

Tablo 14. *İncelenen Türkçe çalışmalarda "The Nature of Logical Laws" için kullanılan isimlendirmeler*

Düzeye verilen adlar	Çalışma kodları	f
En İleri Dönem	A5, A6, A7, A8, A17, A18, A23, A25, A28, A30, A31, A32, A34, A36, A37, A47, A48, A53, A54, A58, A59, A60, A62, A64, A66, A67, A69, A73, A74, A75, A76	31
İlişkileri Görebilme	A4, A5, A6, A9, A10, A11, A17, A20, A29, A35, A36, A39, A48, A49, A50, A55, A74, A79	18
Rigor	A3, A4, A6, A9, A10, A11, A13, A15, A35, A59, A67, A68, A74, A79	14
En Üst	A1, A12, A16, A19, A21, A24, A38, A39, A41, A42, A43, A44, A45	13
Sistematik Düşünme	A22, A26, A27, A33, A40, A56, A61, A63, A70, A78, A80	11
Kesinlik	A1, A2, A3, A52, A57, A71, A77	7
Eleştiri	A9, A11, A13, A15, A39, A68	6
İlişkileri Görebilme ve Kesinlik	A14	1
İlişkileri görebilme ve matematiksel olarak ifade edebilme	A46	1
Soyut Çıkarım	A51	1
Son Düzey	A65	1
En üst düzey ilişkileri görebilme	A72	1

Tablo 14 incelendiğinde Türkçe çalışmalarda bu düzey için sıklıkla "En İleri Dönem" isimlendirmesinin kullanıldığı, bu isimlendirmeyi "İlişkileri Görebilme" ve "Rigor" isimlendirmelerinin takip ettiği görülmüştür.

Sonuç ve Tartışma

Bu bölümde yapılan araştırmadan elde edilen bulgular, araştırma problemleri doğrultusunda tartışılacaktır. Araştırma kapsamında 2000-2020 yılları arasında Türkiye'de gerçekleştirilen 80 çalışmanın bulguları incelendiğinde van Hiele geometrik düşünme düzeylerinin numaralandırılması ve isimlendirilmesinin çok değişken olduğu görülmektedir. Van Hiele geometrik düşünme düzeylerini konu alan çalışmalarda 0-4, 0-5, 1-5 numaralandırmaları kullanılmasına rağmen hem Türkçe hem de İngilizce çalışmalarda sıklıkla 0-4 numaralandırmasının kullanıldığı görülmüştür.

Ancak bu alanın duayenlerinden olan ve van Hiele Geometrik Düşünme Testi'ni geliştiren Usiskin (1982) bile 1-5 numaralandırmasını kullanırken 0-4 numaralandırmasının neden bu kadar çok tercih edildiğinin nedeni anlaşılamamaktadır. Ayrıca van Hiele' in herhangi bir düzeyine atanamayanların 0. düzeyde olduğunu belirten çalışmalar mevcuttur (Alex ve Mammen, 2016; Baah-Duodu, Osei-Buabeng, Cornelius, Hegan ve Nabie 2020; Bashiru ve Nyarko, 2019; Clements ve diğerleri., 1999; Mason, 2009). Bu nedenle van Hiele'nin ilk düzeyinin 0. düzey olarak numaralandırılması önemli bir karmaşıklığa yol açmaktadır. Düzeylerin 1-5 şeklinde numaralandırılması hem Usiskin'in testi analiz edilirken kolaylık olması hem de düzeylere atanamayanların sınıflandırılmasında karışıklık olmaması için daha faydalı olacaktır.

Bulgular incelendiğinde Türkçe ve İngilizce çalışmalarda düzeylere verilen isimlendirmelerin çok fazla farklılık gösterdiği görülmektedir. Bunun nedeni düzeylere ilk isimleri veren Hoffer (1981) ile van Hiele (1986)'nin verdiği isimlendirmeler arasında önemli farklıklar bulunmasıdır. Bunun yanı sıra Van Hiele'nin orjinalde tanımlamadığı, ilk 5 düzeye atanamayanlar için oluşturulan alt düzeye az sayıda çalışmada yer verildiği dikkat çekmektedir. İngilizce çalışmalarda bu düzey için "Pre-Recognition", Türkçe çalışmalarda ise "Ön Tanıma" isimlendirmesinin daha çok tercih edildiği görülmüştür. "Ön Tanıma", "Pre-Recognition"un Türkçe çevirisi ile uyumlu olmasına rağmen Türkçe çalışmalarda kullanılan "Gözünde yarı canlandırma", "Yarı Canlandırma" gibi isimlendirmelerin neden kullanıldığına dair net bir açıklama yoktur.

Van Hiele'nin orjinalde "Visual Level" olarak adlandırdığı düzeye İngilizce çalışmalarda sıklıkla "Visualization", Türkçe çalışmalarda ise "Görsel" denildiği görülmüştür. Türkçe çalışmalarda alt düzeyle benzer şekilde "Göz Önünde Canlandırma", "Hayalinde Canlandırma" gibi isimlendirmeler kullanılmıştır. Alt düzeye "Gözünde Yarı Canlandırma" denildiğinde ilk düzeye "Gözünde Canlandırma" denilmesi uygundur. Ancak "Gözünde Canlandırma", "Göz Önünde Canlandırma", "Hayalinde Canlandırma" gibi aynı anlama gelen farklı isimlendirmelerin neden kullanıldığı anlaşılamamaktadır.

Van Hiele'in "Descriptive Level" olarak adlandırdığı düzeye İngilizce çalışmalarda sıklıkla "Analysis", Türkçe çalışmalarda da paralel şekilde "Analiz" düzeyi denildiği görülmüştür. Duatepe-Paksu (2016) çalışmasında bu düzeyi "Betimsel Düzey" olarak isimlendirmesine rağmen farklı çalışmalarda bu düzey adının "analiz dönem" olarak da kullanıldığına vurgu yapmaktadır. Bu düzey için hem Türkçe hem İngilizce çalışmalarda kullanılan isimlerin çok benzer olduğu fark edilmiş ancak van Hiele'in orijinal isimlendirmesinin neden daha az tercih edildiği anlaşılamamıştır.

Van Hiele'in başlangıçta "Theoretical" sonrasında "Informal Deduction" olarak adlandırdığı düzey için hem Türkçe hem de İngilizce çalışmalarda çok farklı isimlendirmeler kullanılmıştır. van Hiele' in Yapı ve İçgörü (1986) kitabından sonra 1999 yılında yayınlanan bir makalesinde bu düzeyi farklı bir şekilde isimlendirmesinin bu karmaşaya yol açtığı düşünülmektedir. Özellikle Türkçe çalışmalarda diğer düzeylerde olduğu gibi bu düzeyde de aynı anlamı taşıyan birbirine çok yakın isimlendirmeler kullanılmıştır. Örneğin "İnformal Çıkarım", "Formal Olmayan Çıkarım", "Formal Olmayan Sonuç Çıkarma" gibi isimlendirmeler birbirinin neredeyse aynısıdır.

Van Hiele'in "Formal Logic" olarak adlandırdığı düzeye İngilizce çalışmalarda sıklıkla "Deduction", Türkçe çalışmalarda ise "Çıkarım" adı verildiği görülmüştür. Türkçe çalışmalarda diğer düzeylere benzer şekilde aynı anlama gelen çok farklı isimlendirmeler kullanıldığı fark edilmiştir. Yalnızca A2 kodlu çalışmada diğerlerinden daha farklı olarak "Basitleştirme" isimlendirmesi kullanılmıştır. Esasında yazarlarla birebir görüşme yapılıp neden bu isimlendirmeyi kullandıklarının tartışılması faydalı olacaktır.

Bulgular incelendiğinde van Hiele'nin orjinalde "The nature of Logical Laws" olarak adlandırdığı düzeye İngilizce çalışmalarda sıklıkla "Rigor", Türkçe çalışmalarda ise "En İleri Dönem" isimlendirmesinin kullanıldığı görülmüştür. Diğer düzeylerde olduğu gibi orijinal isimlendirme yalnızca bir çalışmada kullanılmıştır (E26). Ancak hem Türkçe hem de İngilizce çalışmalarda bu düzey için diğer düzeylerden farklı olarak kullanılan isimlendirmeler daha farklı anlamlar taşımaktadır. Örneğin Türkçe çalışmalarda kullanılan "En Üst", "İlişkileri Görebilme", "Kesinlik", "Eleştiri" isimlendirmeleri oldukça farklı anlamlar taşımaktadır.

Literatürde düzey adlarının çevrilmesi esnasında eş değerlik açısından sorunlar ve zorluklarla karşılaşıldığı gözlemlenmiştir. Çeviri yapılırken birebir karşılıklarını ya da eşanlamlarını aramak yerine benzerlikleri ve çağrışımları yakalamak gerekir (Çoruk, Büyük- Güler ve Kayalı, 2016). Duatepe-Paksu (2016) düzeylere verilen Türkçe isimlendirmelerde sıra düzeylerinin özelliklerini dikkate alarak isimlendirme yapıldığını ifade etmektedir.

Daha önce de belirttiğimiz gibi bu kadar farklı isimlendirme olması özellikle bu alanda çalışma yapmak isteyecek yeni araştırmacıların kafasını karıştırmakta ve hangi isimlendirmeyi seçmeleri gerektiği konusunda ciddi bir sorun yaşamaktadırlar. Bu nedenle düzey isimlendirmeleri konusunda acilen bir standart oluşturulması elzemdir. Belirli bir standart oluşturulana kadar, bu alanda çalışma yapmak isteyen yeni araştırmacılar, alanyazında en sık tercih edilen "Görsel"; "Analiz"; "Yaşantıya Bağlı Çıkarım"; "Çıkarım" ve "En İleri Dönem" isimlendirmelerini tercih edebilirler.

Not: Türkiye'de kullanılan van Hiele düzey isimlendirmeleri ile uluslararası literatürde kullanılan isimlendirilmelerin karşılaştırılması ve bir standart oluşturulması hedeflendiği için İngilizce isimler bilinçli olarak Türkçe'ye çevrilmemiştir.

KEFAD
http://kefad.ahievran.edu.tr
Ahi Evran University
Journal of Kırşehir Education Faculty
ISSN: 2147 - 1037

ENGLISH VERSION

Introduction

Geometry is a system of representations used to visualize concepts, ways of reasoning, and spatial environments (Altun, 2015; Battista, 2007). Geometry teaching is expected to contribute to the development of students' ability to visualize their minds, think critically, reduce three-dimensional objects to two dimensions, make assumptions, make logical inferences, and develop their ability to prove (Battista, 2007). While teaching geometry aims to provide geometric knowledge and skills, it should increase the level of geometric thinking (Baykul, 2014). On the other hand, geometric thinking is a mathematical thinking method that includes the use of geometric shapes and concepts and the principles and relations between these concepts in geometry problems (van de Walle, 2004).

An interesting study on how geometric thinking develops was carried out by the Dutch researchers van Hiele couple (Baki, 2019). This model is based on the idea that learning is not a connected process, but there are leaps in the learning curve, which means there are separate and different levels of thinking (Olivero, 2002). Van Hiele's theory consists of two parts: the first one is "thinking levels," which state the determination of students' ways of thinking in the field of geometry, and that according to the theory, students go through many thinking levels in the learning phase. The second part is "stages of learning," which offers teachers a suggestion on organizing teaching to facilitate and encourage students to move from their current level of thinking to the next level (Gutiérrez, 1992).

The van Hiele theory in mathematics education is a theory that defines how students learn geometry, and that has been accepted by many studies in the world (Burger and Shaughnessy, 1986; Fuys, Geddes, and Tischler 1988; Usiskin 1982). Although the theory was originally related to plane geometry, it has also been applied to three-dimensional objects (Gray, 1999; Guillen, 1996; Gutierrez, 1992; Lawrie, Pegg and Gutierrez, 2000, 2002; Owens, 1999; Saads and Davis, 1997). This theory, which explains how students understand geometry, has the following defining features: (Crowley, 1987; Usiskin, 1982; Van De Walle, 2004)

- Levels are hierarchical. To be at a level, the previous one must be passed.

- Progress between levels depends more on the subject and quality of instruction than on age and development.
- Levels have their language structure, symbols, and relations.
- It is impossible to expect the desired learning to occur in the teaching carried out according to the subjects at a level different from the level of the students.

Van Hiele creates five hierarchical and sequential levels of geometric thinking. However, in this model, both the number and the numbering of the levels vary. While these five levels are numbered as 0-4 in the Van Hiele couple's studies and many studies conducted after, they are numbered as 1-5 in some studies. Although there are differences regarding the order and composition of the levels, there is consensus that the levels are hierarchical and measure geometric thinking (Fuys et al., 1988; Hoffer, 1981; Mayberry, 1983; Shaughnessy and Burger, 1985; Usiskin, 1982).

Van Hiele Level Names and Descriptions

In Van Hiele's theses and articles written before 1986, the classification of shapes was based on geometric thinking levels, and there was no naming. Hoffer (1981), who was the first to name the Van Hiele levels, expressed the level nomenclature from 1 to 5 as "Recognition", "Analysis", "Ordering", "Deduction" and "Rigor" respectively. After these naming, van Hiele (1986) mentioned five levels of thinking as "Visual Level", "Descriptive Level", "Theoretical Level", "Formal Logic Level" and "The Nature of Logical Laws Level" and stated that this classification is suitable for the mathematical structure of the theory. (van Hiele, 1986, cited by Curcio, 1986, pp. 568). In an article published later, he used the name "Informal Deduction" instead of "Theoretical Level" (Van Hiele, 1999). In addition, it was emphasized in the studies that there could be a level below the levels determined by van Hiele because the students could not define the concepts adequately (Mayberry 1983; Senk 1989; Usiskin 1982). As a matter of fact, some studies reveal the existence of primitive thought below the level that van Hiele mentioned, and Clements and Battista (1992) define the existence of the "Pre-Recognition" level before these five levels.

"Pre-Recognition": At this level, the student perceives geometric shapes but cannot identify many standard shapes. In addition, they cannot distinguish between many common shapes in the same shape class (Clements, Swaminathan, Hannibal, and Sarama, 1999). They can distinguish round and angular shapes, such as squares and circles. However, they cannot distinguish between squares and triangles.

"The Visual Level": At this level, students recognize geometric shapes with their holistic view. In other words, they do not realize that geometric shapes consist of parts or their properties; they are only interested in the physical appearance of the shapes. Students recognize and name shapes based on their general visual characteristics. They can evaluate shapes according to their similarities and rank groups of shapes that look similar (Fuys et al., 1988).

For example, a student at this level may describe the triangle as a "clown hat" but may not compare it to a clown hat when the direction of the triangle is changed (Cathcart, Pothier, and Vance, 2000). Figure 1a is a triangle, which they recognize because it looks like a clown hat for students. When the direction of the same triangle changes, they cannot think that the shape is a triangle, as in figure 1b.

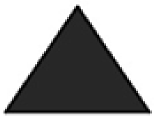


Figure 1a.

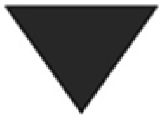


Figure 1b.

For example, given the shapes in figure 2, a student at this level may notice that there are squares in (a) and rectangles in (b) because they are similar to squares and rectangles encountered before. However, they cannot explain the properties of shapes themselves (Crowley, 1987).

(a) (b)

Figure 2. Adapted from the study of groups of squares and rectangles (Crowley, 1987).

For example, given the parallelograms below, the student can measure the angles of the parallelogram (Fuys, 1985).

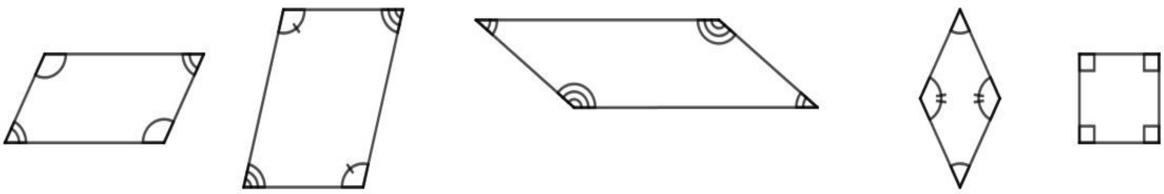


Figure 3. Adapted from the study of groups of parallelograms (Fuys, 1985).

"The Descriptive Level": At this level, students analyze the parts of geometric shapes and the relationships between these parts. Students discover the properties/rules of a shape class experimentally (e.g., by folding, measuring, using a grid or diagram) but cannot establish a hierarchical relationship between classes (Fuys et al., 1988).

For example, when students are given a grid of parallelograms as in Figure 3 after working with various parallelograms, they can realize that the opposite angles of parallelograms are equal by coloring equal angles. After doing such activities with the subclasses of parallelogram, square, rectangle, and rhombus, students can generalize the parallelograms class. However, the relationships between the properties of shapes cannot be explained by students at this level yet.

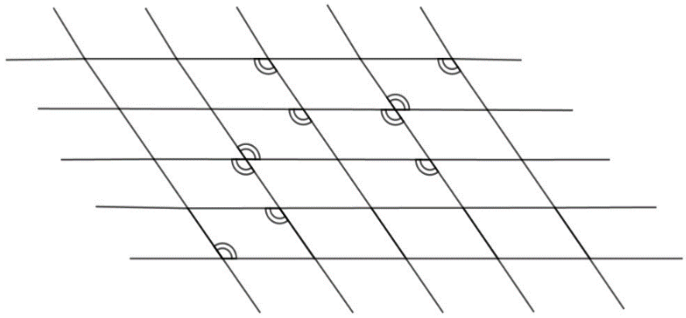


Figure 4. Example of activity to show that opposite angles are equal in a parallelogram grid (Adapted from the study by Fuys et al., 1988).

"The Theoretical Level (The Informal Deduction Level)": At this level, students can make connections both between the properties of shapes themselves (for example, in a quadrilateral, parallel sides require opposite angles to be equal) and classes of shapes (a square is a rectangle because it has all the properties of a rectangle) (Crowley, 1987). In addition, students can make a short definition by saying enough and necessary conditions to define a shape, instead of talking about its features for a long time. At this level, students can establish logical relationships based on informal considerations. They can follow a geometric proof but cannot prove themselves (Fuys et al., 1988).

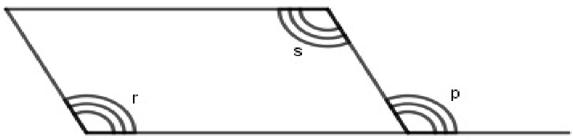


Figure 5. An example of an activity to show that opposite angles in a parallelogram are equal (Adapted from the study by Fuys (1985)).

For example, at this level, students can be expected to present an informal argument about why opposite angles are equal by giving them a parallelogram as in Figure 4 (Fuys, 1985).

"Formal Logic": At this level, students can prove themselves in an axiomatic system. Students can use axioms, postulates, definitions, and theorems in proof work on geometry. They can determine the necessary and enough conditions and use them in drawing conclusions and making proofs. They can also prove different theorems deductively by making use of theorems and proven axioms. For students who have reached this level, geometric shape features are a structure independent from the object and shape (Hoffer, 1981).

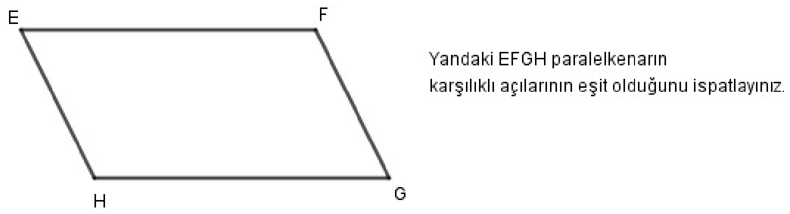


Figure 6. Adapted from the study by (Fuys, 1985).

For example, the student gives a deductive argument to prove the above by using axioms, definitions, or previously proven theorems (Fuys, 1985).

"The Nature of Logical Laws": At this level, students identify the relationships and differences between various axiomatic systems. They comprehend Euclidean and non-Euclidean geometry and can interpret the axioms, theorems, and definitions of Euclidean geometry in non-Euclidean geometry and perform applications related to these definitions. (Hoffer, 1981). They can describe the effect of adding or subtracting an axiom to a particular geometric system (Vojkuvkova, 2012).

For example, the student studies parallel lines, parallelograms, and angles in non-Euclidean hyperbolic geometry and constructs deductive theorems.

Purpose and Problems of the Research

When the literature is examined, it is seen that different numbering and different nomenclature are used for Van Hiele geometric thinking levels. Researchers who want to work in this field are conflicted about which numbering and nomenclature they should use, and they have difficulty making a decision. Also, no study meets this need in the field and deals with Turkish and English studies together. In this context, this study aims to reveal what the original names van Hiele gave to these levels, which naming and level numbering are used in both Turkish and English literature, to eliminate this confusion. For this purpose, the following problems were addressed in the study:

1. How are the van Hiele geometric thinking level numberings in Turkish and English studies?
2. What are the nomenclatures given to van Hiele geometric thinking levels in Turkish and English studies?
   2.1 What are the nomenclatures given to the lower level created for those who could not be assigned to the first 5 levels of van Hiele in Turkish and English studies?
   2.2 What are the nomenclatures given to the level that van Hiele called "Visual Level" in Turkish and English studies?

2.3 What are the nomenclatures given to the level that van Hiele called "Descriptive Level" in Turkish and English studies?

2.4 What are the nomenclatures given to the level that van Hiele called "Theoretical Level" and then "The Informal Deduction Level" in Turkish and English studies?

2.5 What are the nomenclatures given to the level that van Hiele called "Formal Logic" in Turkish and English studies?

2.6 What are the nomenclatures given to the level that van Hiele called "The Nature of Logical Laws" in Turkish and English studies?

Method

This study aims to reveal the van Hiele geometric thinking level numberings used in current studies in the literature and the differences and similarities in the nomenclature given to these levels by document analysis method and question their reasons. The document analysis method is the process of coding and examining written materials containing information about the subject planned to be investigated within a specific norm or system (Çepni, 2018). Within the scope of the study, it will be explained in this section how 46 articles written in English, 29 articles in Turkish, and 51 thesis studies were determined and how they were analyzed.

Data Collection:

Within the scope of this research, we examined 51 postgraduate theses published between 2000-2020 in the National Thesis Center of the Council of Higher Education (CoHE), and 29 articles scanned in databases such as Google Academic, TÜBİTAK ULAKBİM DergiPark to determine which names were given to the van Hiele levels in Turkey. In addition, 46 articles were examined to determine which names were given to van Hiele levels in the international literature and compare these names with the level names used in Turkey. These articles were written in English, and there was no date limitation when selecting the studies. While selecting articles in English, attention was paid to the fact that the authors of the articles had a say in this field and that the number of citations of the articles was high. Key concepts in the literature searches were "van Hiele", "van Hiele Geometric Thinking Levels", "Geometric Thinking". Key concepts were scanned in both Turkish and English. While determining the Turkish studies to be included in the research, the condition of being conducted in Turkey and by Turkish researchers was sought in the articles and thesis studies. In addition, if the study with the same name was published as both a thesis and an article, only the studies published as an article were discussed to avoid data repetition. At the same time, studies that did not give the nomenclature of van Hiele's five levels were not included in the study. Although 152 articles and theses were reached initially, studies that included only three or all of the van Hiele level nomenclatures were not included in the study. After the elimination processes, the research was conducted on 80 studies in Turkish, 51 of which were thesis and 29 of which were articles, and 46 studies in English. In addition, each study examined was coded as A1, A2,….., A89 for Turkish publications and E1, E2,…., E46 for English publications to avoid redundancy of data. These codes were used within the scope of the research.

Validity and Reliability of the Research

The sections of the studies included in the research on van Hiele level naming were examined in detail, and the names and explanations given to each level were recorded in the digital environment. The data obtained from the studies examined were coded separately by both researchers. Since the information to be coded was not based on interpretation, the codes were completely compatible with each other. In addition, the study was examined by an expert lecturer who had studied van Hiele, and his/her opinions were taken. As a result of this opinion, it would be appropriate to use the Turkish and English nomenclature in the articles without any changes. There is no need to use the word "level" in the levels.

Data Analysis

The data obtained in this study were analyzed using the content analysis method. The purpose of content analysis is to combine similar data within the framework of specific concepts and themes and organize and interpret them so that the reader can understand (Çepni, 2018). The data obtained from the studies examined for each sub-problem in the research are presented with tables. The purpose of making the presentation in this way is to ensure that the data are visual and provide an opportunity to get an idea about the studies carried out at the first impression. The tables contain the code and frequency values of the data. Explanations of the data are presented in each table.

Findings

In this section, findings obtained as a result of the qualitative data analysis are included. The findings are presented following the problems.

The van Hiele geometric thinking level numberings in Turkish and English studies

Firstly, within the research scope, it was presented which numberings were used for van Hiele levels in the English literatüre.

Table 1. *Level numberings used in the reviewed English studies*

Level Numberings	Study Codes	f
0-4	E1, E4, E11, E12, E17, E19, E20, E24, E25, E27, E29, E30, E31, E37, E38, E39, E41, E44, E45, E46	20
1-5	E2, E3, E6, E8, E13, E15, E21, E22, E23, E26, E32, E33, E34, E35, E40, E42	16
0-5	E7, E9, E10, E16, E28	5

When Table 1 was examined, the order of 0-4 was used in 20 of the studies, 1-5 in 16, and 0-5 in 5 of them. Usiskin (1982), one of the masters of this field and who developed a test for van Hiele thinking levels, used the order of 1-5 levels (E42).

Table 2 *Level numberings used in the reviewed Turkish studies*

Level Numberings	Study Codes	f
0-4	A1, A2, A3, A4, A5, A7, A10, A14, A16, A21, A23, A24, A25, A31, A35, A36, A40, A43, A46, A49, A50, A51, A52, A53, A55, A57, A64, A67, A70, A71, A72, A73, A75, A76, A77, A79	36
1-5	A6, A8, A11, A13, A18, A19, A20, A22, A26, A27, A28, A29, A32, A33, A34, A37, A38, A39, A41, A42, A44, A45, A54, A56, A62, A63, A65, A66, A68, A69, A74, A78, A80	34
0-5	A9, A12, A15, A17, A30, A47, A48, A58, A59, A60, A61	10

Like the English studies, the Turkish studies examined mostly preferred 0-4, followed by 1-5 and at least 0-4.

The nomenclatures given to van Hiele geometric thinking levels in Turkish and English studies

In this section, the findings regarding the nomenclature given to the levels in Turkish and English studies will be presented, respectively.

The names given to the lower level created for those who cannot be assigned to the first 5 levels of van Hiele: The data on the nomenclature given to the lower level created in the English studies examined within the scope of the research are presented in Table 4.

Table 3. *The nomenclatures given to the lower level in the reviewed English studies*

The nomenclatures given to the level	Study Codes	f
Pre-Recognition	E7, E10, E28	3
Pre-Recognitive	E9, E16	2

When Table 3 was examined, it was seen that only 5 of the 46 English studies examined used the lower level, and the nomenclature given to this level was very similar to each other.

Table 4. *The nomenclatures given to the lower level in the reviewed Turkish studies*

The nomenclatures given to the level	Study Codes	f
Tanıma Öncesi	A15, A17, A30, A47, A48, A49, A58, A60, A61	9
Gözünde Yarı Canlandırma	A15, A48, A49	3
Ön tanıma	A9	1
Biliş-Öncesi	A12	1
Yarı Canlandırma	A60	1

It was seen that the lower level was used in a small number of Turkish studies, but unlike the English studies, different names were given to this level. The most preferred nomenclature was "Tanıma Öncesi".

The nomenclatures given to the level that van Hiele called the "Visual Level": Table 5 presents information on the English studies examined within the scope of the research about naming the level that van Hiele originally named as "Visual Level".

Table 5. *The nomenclatures given to the "Visual Level" in the reviewed English studies*

The nomenclatures given to the level	Study Codes	f
Visualization	E1, E2, E3, E5, E6, E7, E8, E11, E12, E17, E19, E21, E24, E25, E28, E29, E30, E31, E32, E33, E34, E35, E37, E39, E41, E44, E45, E46	28
Recognition	E4, E6, E7, E10, E13, E14, E18, E20, E21, E22, E23, E36, E40, E41, E42, E43	16
Visual	E9, E10, E13, E15, E16, E26, E27, E38	8

When the studies in English were examined, it was seen that the nomenclature "Visualization Level" was used more frequently, in contrast to van Hiele, and it was followed by "Recognition Level". Scientists who have essential studies in this field, such as Usiskin (1982) and Fuys (1985), preferred to use the "Recognition Level" (E20, E42).

Table 6. *The nomenclatures given to the "Visual Level" in the reviewed Turkish studies*

The nomenclatures given to the level	Study Codes	f
Görsel	A1, A2, A4, A5, A6, A7, A8, A9, A10, A11, A12, A13, A14, A15, A16, A17, A18, A19, A21, A22, A23, A24, A28, A29, A30, A31, A32, A34, A35, A36, A37, A38, A39, A41, A42, A43, A44, A45, A46, A47, A48, A49, A50, A51, A52, A53, A54, A55, A56, A57, A58, A59, A60, A61, A62, A63, A66, A68, A69, A73, A74, A75, A76, A77, A78, A79, A80	67
Görselleştirme	A20, A26, A27, A33, A40, A65, A67, A70, A71, A72	10
Göz önünde canlandırma	A25, A64	2
Gözünde canlandırma	A3	1
Hayalinde canlandırma	A71	1

When Table 6 was examined, "Görsel" was used in a significant part of Turkish studies for the level called "Visual Level." When the studies were examined, it was seen that the word level was translated into Turkish in different ways such as “düzey”, “dönem”, “seviye”; therefore, in some studies, it was used as "görsel düzey" in some studies (A7, A8, A12, A14, A16, A21, A23, A30, A38, A39, A41, A42, A44, A45, A47, A52, A54, A59, A60, A61, A63, A66, A74, A77, A78, A80), "görsel dönem" in some (A1, A4, A5, A6, A9, A10, A11, A13, A15, A17, A18, A24, A28, A29, A31, A32, A34, A35, A36, A43, A46, A48, A49, A53, A55, A57, A58, A62, A68, A69, A73, A75, A79), and "görsel seviye" in one of them (A19). It is thought that the level names such as "Gözünde canlandırma ", " Göz önünde canlandırma", "Hayalinde canlandırma" basically mean the same thing, but they are named in this way due to translation differences.

The nomenclatures given to the level that van Hiele called the "Descriptive Level": Table 7 presents information on the English studies examined within the scope of the research about the naming of the level that van Hiele originally named as "Descriptive Level".

Table 7. *Nomenclature given to the "Descriptive Level" in the reviewed English studies*

The nomenclatures given to the level	Study Codes	f
Analysis	E1, E2, E3, E4, E5, E6, E7, E8, E10, E11, E12, E13, E14, E17, E18, E19, E20, E21, E22, E23, E24, E25, E27, E28, E29, E30, E31, E32, E33, E34, E36, E37, E39, E40, E41, E42, E43, E44, E45, E46	40
Descriptive	E6, E9, E10, E15, E16, E26, E38, E41	8
Analytic	E9, E15, E16	3
Description	E13, E35	2

When the studies were examined, it was seen that "Descriptive Level" was less preferred and "Analysis Level" was used frequently, unlike van Hiele.

Table 8. *The nomenclatures given to the "Descriptive Level" in the reviewed Turkish studies*

The nomenclatures given to the level	Study Codes	f
Analiz	A1, A2, A4, A5, A7,A9, A10, A11, A12, A13, A14, A16, A17, A18, A19, A20, A21, A23, A24, A25, A26, A27, A29, A30, A31, A32, A33, A35, A36, A38, A39, A40, A41, A42, A43, A44, A45, A46, A47, A48, A49, A52, A53, A57, A58, A64, A65, A67, A68, A69, A70, A71, A72, A74, A75, A77, A78, A80	58
Analitik	A6, A8, A15, A24, A28, A34, A37, A50, A51, A54, A55, A59, A60, A62, A66, A73, A76, A79	18
Betimsel	A1, A22, A56, A61, A63, A79, A81	7
Analiz Etme	A3	1

When Table 8 was examined, it was noteworthy that "Analiz Düzeyi" was frequently preferred in Turkish and English studies. The number of studies using the nomenclature of "Analitik Düzey" was higher than those in English. The nomenclature "Betimsel Düzey" which was a translation of van Hiele's original nomenclature, was interestingly used the least.

The nomenclatures given to the level that van Hiele initially called "Theoretical Level " and then "Informal Deduction": Table 9 presents information on the English studies examined within the scope of the research about the naming of the level that van Hiele originally named as "Theoretical Level".

Table 9. *The nomenclatures given to the "Theoretical Level-Informal Deduction" in the reviewed English studies*

The nomenclatures given to the level	Study Codes	f
Informal Deduction	E1, E2, E3, E4, E6, E7, E8, E10, E11, E17, E18, E19, E27, E29, E30, E34, E37, E38, E40, E41, E44, E45, E46	23
Abstraction	E5, E12, E21, E24, E25, E28, E31, E32, E33, E35	10
Order	E6, E8, E10, E21, E42, E43, E44	7
Ordering	E13, E14, E22, E23, E36	5
Relational	E9, E13, E15, E16	4
Abstract	E9, E15, E16	3
Theoretical	E26, E41	2
Logıcal orderıng	E20	1
Deduction Informal Logic	E39	1

It was observed that in a significant part of the English studies, the nomenclature "Informal Deduction" was frequently preferred, as van Hiele later used, and they were followed by the nomenclatures of "Abstraction" and "Order."

Table 10. *The nomenclatures given to the "Theoretical Level-Informal Deduction" in the reviewed Turkish studies*

The nomenclatures given to the level	Study Codes	f
Yaşantıya Bağlı Çıkarım	A5, A6, A8, A11, A15, A17, A20, A21, A23, A24, A25, A28, A31, A34, A36, A37, A39, A43, A48, A49, A52, A53, A60, A62, A64, A66, A68, A73, A74, A75, A76, A77, A80	33
İnformal Tümdengelim	A6, A7, A15, A18, A24, A28, A34, A51, A54, A59, A60	11
Mantıksal Çıkarım Öncesi	A19, A30, A38, A41, A42, A45, A47, A65	8
Basit Çıkarım	A1, A22, A56, A61, A63, A78, A80	7
İnformal Çıkarım	A12, A26, A27, A39, A40, A70	6
Formal Olmayan Çıkarım	A1, A18, A39, A57, A58, A69	6
Biçimsel Olmayan Tümdengelim	A5, A17, A36, A48, A71, A74	6
Formal Olmayan Sonuç Çıkarma	A10, A13, A29, A35, A46, A72	6
Sıralama	A9, A11, A68, A80	4
Soyutlama	A4, A50, A79	3
Düzenleme	A14, A71	2
Basit Anlamda Tümdengelim	A2	1
Bilgi Çıkarma	A3	1
İnformal Tümdengelimsel Çıkarım	A9	1
Formal Olmayan Tümdengelim	A14	1
Formal Çıkarım	A16	1
İnformal Yaşantıya Bağlı Çıkarım	A32	1
Yaşantısal Çıkarım	A33	1
Tümdengelim	A55	1
Gizil Tümdengelim	A67	1

When Table 10 was examined, it was seen that the most preferred level name for "Theoretical Level-Informal Deduction" in Turkish studies was "Yaşantıya Bağlı Çıkarım", followed by "İnformal Tümdengelim" and "İnformal Tümdengelim". It was also noteworthy that, unlike the English studies, there were many differences in the nomenclatures, and names were not significantly related to the original nomenclatures such as "Sıralama" and "Soyutlama" in Turkish studies.

The nomenclatures given to the level that van Hiele called "Formal Logic": Table 11 presents information on the English studies examined within the scope of the research about the naming of the level that van Hiele originally named as "Formal Logic".

Table 11. *The nomenclatures given to the "Formal Logic" in the reviewed English studies*

The nomenclatures given to the level	Study Codes	f
Deduction	E1, E4, E5, E6, E7, E8, E10, E12, E13, E14, E17, E19, E20, E21, E22, E23, E24, E25, E27, E28, E29, E30, E31, E32, E33, E34, E35, E36, E39, E41, E42, E43, E44, E45, E46	35
Formal Deduction	E2, E3, E9, E11, E15, E18, E37, E38, E40	9
Formal Deductive	E16	1
Formal Logic	E26	1

When Table 11 was examined, it was seen that this level was often called "Deduction," and it was followed by "Formal Deduction." It was noteworthy that the original nomenclature was used only in one study.

Table 12. *The nomenclatures given to the "Formal Logic" in the reviewed Turkish studies*

The nomeclatures given to the level	Study Codes	f
Çıkarım	A6, A18, A20, A21, A22, A23, A25, A26, A27, A28, A33, A34, A35, A37, A40, A50, A53, A56, A58, A61, A62, A63, A64, A69, A70, A73, A76, A80	28
Sonuç Çıkarma	A3, A5, A9, A11, A14, A17, A31, A36, A43, A48, A68, A71, A74, A75	14
Mantıksal Çıkarım	A8, A13, A19, A30, A38, A39, A41, A42, A44, A45, A47, A65, A66	13
Formal Tümdengelim	A6, A7, A15, A18, A28, A34, A51, A54, A59, A60, A67	11
Formal Çıkarım	A1, A12, A24, A32, A39, A52, A57, A77, A78, A80	10
Tümevarım	A4, A9, A10, A11, A14, A46, A55, A72, A79	9
Biçimsel Tümdengelim	A5, A17, A36, A71, A74	5
Tümdengelim	A2, A29	2
Basitleştirme	A2	1
İnformal Çıkarım	A16	1

In the Turkish studies examined, it was seen that the nomenclature "Çıkarım" and then "Sonuç Çıkarma" were frequently used for this level. It was noteworthy that for this level, nomenclatures with different meanings such as "Tümevarım", "Tümdengelim", "Basitleştirme" were used.

The nomenclatures given to the level that van Hiele called "The Nature of Logical Laws": Table 13 presents information on the English studies examined within the scope of the research about the naming of the level that van Hiele originally named as "The Nature of Logical Laws".

Table 13.*The nomenclatures given to the "The Nature of Logical Laws" in the reviewed English studies*

The nomeclatures given to the level	Study Codes	f
Rigor	E1, E2, E3, E4, E5, E6, E7, E8, E9, E10, E11, E12, E13, E14, E15, E17, E18, E19, E20, E21, E22, E23, E24, E25, E27, E28, E29, E30, E31, E32, E33, E34, E35, E36, E37, E38, E39, E40, E41, E42, E43, E44, E45, E46	44
Metamathematical	E15	1
Mathematically rigorous	E16	1
Accuracy	E19	1
The nature of logical laws	E26	1

When Table 13 was examined, it was noteworthy that the original nomenclature was used only in one study, and the nomenclature "Rigor" was frequently preferred.

Table 14.*The nomenclatures given to the "The Nature of Logical Laws" in the reviewed Turkish studies*

The nomenclatures given to the level	Study Codes	f
En İleri Dönem	A5, A6, A7, A8, A17, A18, A23, A25, A28, A30, A31, A32, A34, A36, A37, A47, A48, A53, A54, A58, A59, A60, A62, A64, A66, A67, A69, A73, A74, A75, A76	31
İlişkileri Görebilme	A4, A5, A6, A9, A10, A11, A17, A20, A29, A35, A36, A39, A48, A49, A50, A55, A74, A79	18
Rigor	A3, A4, A6, A9, A10, A11, A13, A15, A35, A59, A67, A68, A74, A79	14
En Üst	A1, A12, A16, A19, A21, A24, A38, A39, A41, A42, A43, A44, A45	13
Sistematik Düşünme	A22, A26, A27, A33, A40, A56, A61, A63, A70, A78, A80	11
Kesinlik	A1, A2, A3, A52, A57, A71, A77	7
Eleştiri	A9, A11, A13, A15, A39, A68	6
İlişkileri Görebilme ve Kesinlik	A14	1
İlişkileri görebilme ve matematiksel olarak ifade edebilme	A46	1
Soyut Çıkarım	A51	1
Son Düzey	A65	1
En üst düzey ilişkileri görebilme	A72	1

When Table 14 was examined, it was seen that the nomenclature of "En İleri Dönem" was frequently used for this level in Turkish studies and it was followed by the nomenclatures of "İlişkileri Görebilme" and "Rigor."

Conclusion and Discussion

In this section, the findings obtained from the research will be discussed in line with the research problems. When the findings of 80 studies conducted in Turkey between 2000-2020 within the scope of the research were examined, it was seen that the numbering and nomenclatures of van Hiele geometric thinking levels were very variable. Although 0-4, 0-5, 1-5 numbering was used in studies on Van Hiele geometric thinking levels, it was observed that 0-4 numbering was frequently used in both Turkish and English studies. However, it was impossible to understand why 0-4 numbering was preferred so much while even Usiskin (1982), who was one of the masters of this field and developed the van Hiele Test of Geometric Thinking, used 1-5 numbering. In addition, studies are stating that those who cannot be assigned to any level of van Hiele are at level 0 (Alex and Mammen, 2016; Baah-Duodu, Osei-Buabeng, Cornelius, Hegan, and Nabie 2020; Bashiru and Nyarko, 2019; Clements et al., 1999; Mason, 2009). Therefore, the numbering of van Hiele's first level as level 0 causes significant complexity. Numbering the levels as 1-5 will be more helpful for convenience when analyzing Usiskin's test and for avoidinging confusion in the classification of those who cannot be assigned to levels.

When the findings were examined, it was seen that the nomenclature given to the levels in Turkish and English studies differed a lot. This was because there were significant differences between the names given by Hoffer (1981) and van Hiele (1986), who first named the levels. In addition, it is noteworthy that few studies included the sub-level created for those who could not be assigned to the first 5 levels, which Van Hiele did not initially define. It was seen that the nomenclature of "Pre-Recognition" was preferred more in English studies and "Ön Tanıma" in Turkish studies. Although "Ön Tanıma" is compatible with the Turkish translation of "Pre-Recognition", there is no clear explanation as to why the nomenclatures such as "Gözünde yarı canlandırma" and "Yarı Canlandırma" were used in Turkish studies.

It was observed that the level that Van Hiele originally called "Visual Level" was often called "Visualization" in English studies and "Görsel" in Turkish studies. Similar to the lower level, in Turkish studies, nomenclatures such as "Göz Önünde Canlandırma" and "Hayalinde Canlandırma" were used. When the lower level is called "Gözünde Yarı Canlandırma", it is appropriate to call the first level "Gözünde Canlandırma." However, it is not clear why different nomenclatures with the same meaning, such as "Gözünde Canlandırma", "Göz Önünde Canlandırma", "Hayalinde Canlandırma" were used.

It was observed that the level that Van Hiele called the "Descriptive Level" was often called the "Analysis" in English studies and the "Analiz" in Turkish studies. Although Duatepe-Paksu (2016) named this level "Betimsel Düzey" in her study, she emphasized that this level was also used as "analiz dönem" in different studies. It was noticed that the names used for this level in both Turkish and English studies were very similar, but it was not understood why van Hiele's original naming was less preferred.

For the level that Van Hiele initially called "Theoretical" and then "Informal Deduction", very different nomenclatures were used in both Turkish and English studies. It is thought that this confusion was caused by van Hiele's naming of this level differently in an article published in 1999 after his book Structure and Insight (1986). Especially in Turkish studies, very close namings with the same meaning were used for this level as in the other levels. For example, nomenclatures such as "İnformal Çıkarım", "Formal Olmayan Çıkarım", "Formal Olmayan Sonuç Çıkarma" are almost the same.

It was observed that the level that Van Hiele called "Formal Logic" was often called "Deduction" in English studies and "Çıkarım" in Turkish studies. In Turkish studies, it was noticed that very different nomenclatures with the same meaning were used, similar to the other levels. Only in the A2 coded study, the nomenclature "Basitleştirme" was used differently from the others. In fact, it would be helpful to have one-on-one interviews with the authors and discuss why they used this nomenclature.

When the findings were examined, it was seen that the nomenclature of "Rigor" in English studies and "En İleri Dönem" in Turkish studies were frequently used for the level that van Hiele originally called "The nature of Logical Laws." As in the other levels, the original nomenclature was used only in one study (E26). However, in Turkish and English studies, the nomenclature used for this level had different meanings unlike the other levels. For example, the nomenclatures "En Üst", "İlişkileri Görebilme", "Kesinlik", "Eleştiri" used in Turkish studies have quite different meanings.

There were problems and difficulties encountered in terms of equivalence in the literature during the translation of level names. While translating, it is necessary to catch similarities and associations instead of looking for exact equivalents or synonyms (Çoruk, Büyük- Güler, and Kayalı, 2016). Duatepe-Paksu (2016) states that in the Turkish nomenclatures given to the levels, the naming is done by taking into account the characteristics of the order levels.

As we mentioned before, the fact that there are so many different nomenclatures confuses new researchers who want to work in this field. They have a severe problem about which nomenclature they should choose. For this reason, it is essential to establish a standard for level nomenclature urgently. Until a particular standard is established, new researchers who want to work in this field may prefer the nomenclatures of "Görsel"; "Analiz"; "Yaşantıya Bağlı Çıkarım"; "Çıkarım" and "En İleri Dönem" which were the most frequently preferred.

Note: English nomenclatures were not translated into Turkish on purpose, as it was aimed to compare the van Hiele level nomenclature used in Turkey with the nomenclature used in the international literature and to establish a standard.

Kaynakça

Alex, J. K. & Mammen, K. J. (2016). Lessons learnt from employing van Hiele theory based instruction in senior secondary school geometry classrooms. *EURASIA Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, *12*(8), 2223-2236. https://doi.org/10.12973/eurasia.2016.1228a

Altun, M. (2015). *Eğitim fakülteleri ve sınıf öğretmenleri için matematik öğretimi* (19. Baskı). Bursa: Alfa Aktüel.

Baah-Duodu, S., Osei-Buabeng, V., Cornelius, E. F., Hegan, J. E., & Nabie, M. J. (2020). Review of literature on teaching and learning geometry and measurement: a case of ghanaian standards based mathematics curriculum. *International Journal of Advances in Scientific Research and Engineering (IJASRE)*, *6*(3), 103-123. https://doi.org/10.31695/IJASRE.2020.33766

Baki, A. (2019). *Matematiği öğretme bilgisi* (2. Baskı). Ankara: Pegem Akademi Yayınları.

Bashiru, A., & Nyarko, J. (2019). Van hiele geometric thinking levels of junior high school students of atebubu municipality in Ghana. *African Journal of Educational Studies in Mathematics and Sciences*, *15*(1), 39-50. https://dx.doi.org/10.4314/ajesms.v15i1.4

Battista, M. T. (2007). *The development of geometric and spatial thinking*. In F. K. Lester (Ed.), Second handbook of research on mathematics teaching and learning (pp. 843-908). Charlotte, NC: Information Age.

Baykul, Y. (2014). *Ortaokulda matematik öğretimi.* Ankara: Pegem Akademi Yayınları.

Burger, W. F., & Shaughnessy, J. M. (1986). Characterizing the van Hiele levels of development in geometry. *Journal for Research in Mathematics Education*, 31-48. https://doi.org/10.5951/jresematheduc.17.1.0031

Cathcart, G. W., Pothier, Y. M., & Vance, J. H. (2000). *Learning Mathematics in Elementary and Middle Schools* (3nd ed). Scarborough, ON: Prentice Hall Allyn and Bacon.

Clements, D. H., & Battista, M. T. (1992). *Geometry and spatial reasoning.* In D. A. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning: A project of the National Council of Teachers of Mathematics* (p. 420–464). Macmillan Publishing Co, Inc.

Clements, D. H., Swaminathan, S., Hannibal, M. A. Z., & Sarama, J. (1999). Young children's concepts of shape. *Journal for Research in Mathematics Education*, *30*(2), 192-212.

Crowley, M. L. (1987). The van Hiele model of the development of geometric thought. *Learning and teaching geometry, K-12*, 1-16.

Curcio, F. R. (1986). *Structure and insight: A theory of mathematics education* (L, P) by Pierre M. van Hiele.

Çepni, S. (2018). *Araştırma ve proje çalışmalarına giriş* (8. Baskı). Trabzon: Celepler Yayınları.

Çoruk, F., Büyük- Güler, S., & Kayalı, Y. (2016). Çeviride kültürel aktarım sorunu: karamazov kardeşler örneği. *Uluslararası Sosyal Araştırmalar Dergisi, 9*(42).

Duatepe- Paksu, A. (2016). Van Hiele geometrik düşünme düzeyleri. İçinde Bingölbali, E., Özarslan, S., & Zembat İ. Ö. (Ed.), *Matematik eğitiminde teoriler* (s. 266-275). Ankara: Pegem Akademi Yayınları.

Fuys, D. (1985). Van Hiele levels of thinking in geometry. *Education and Urban Society*, *17*(4), 447-462. https://doi.org/10.1177/0013124585017004008

Fuys, D., Geddes, D., & Tischler (1988). The van Hiele model of thinking in geometry among adolescents [monograph number 3]. *Journal for Research in Mathematics Education.* Reston, VA: NCTM. https://doi.org/10.2307/749957

Gray, E. (1999). *Spatial strategies and visualization*. In O. Zaslavsky (Ed.), Proceedings of the 23rd PME Conference (s.235-242). Haifa, Israel: Israel Institute of Technology.

Guillen, G. (1996). *Identification of Van Hiele levels of reasoning in three-dimensional geometry*. In O. Puig & L. Gutierrez, (Eds.), Proceedings of 20th PME International Conference (s.43-50). Valencia, Spain: University of Valencia.

Gutierrez, A. (1992). Exploring the links between Van Hiele levels and 3-dimensional geometry. *Structural Topology 18*, 31-48. http://hdl.handle.net/2099/1073

Hoffer, A. (1981). Geometry is more than proff. *Mathematics Teacher, 74*(1), 11-18. https://doi.org/10.5951/MT.74.1.0011

Lawrie, C., Pegg, J., & Gutierrez, A. (2000). *Coding the nature of thinking displayed in responses on nets of solids*. In T. Nakahara & M. Koyama (Eds.), Proceedings of the 24th PME Conference (s.215-222). Hiroshima, Japan: Hiroshima University.

Lawrie, C., Pegg, J., & Gutierrez, A. (2002). *Unpacking students meaning of cross-sections: A frame for curriculum development.* In Cockburn, A. D., Nardi, E. (Edt.) Proceedings of the 26th PME Conference.

Mason, M. (2009). The van Hiele levels of geometric understanding. *Colección Digital Eudoxus*, *1*(2).

Mayberry, J. (1983). The Van Hiele levels of geometric thought in undergraduate preservice teachers. *Journal for Research in Mathematics Education,* *14*(1), 58- 69. https://doi.org/10.5951/jresematheduc.14.1.0058

Olivero, F. (2002). *The proving process with in a dynamic geometry environment*. (Unpublished doctoral dissertation). Bristol, UK: University of Bristol, Graduate School of Education. https://telearn.archives-ouvertes.fr/hal-00190412

Owens, K. (1999). *The role of visualization in young students' learning*. In O. Zaslavsky (Eds.), Proceedings of the 23rd PME Conference (s.220-234). Haifa, Israel: Israel Institute of Technology.

Pegg, J. (1992). *Students' understanding of geometry: theoretical perspectives*. In: Southwell, B., Perry, B. and Owens, K. (eds), Space: The First And Final Frontier, Proceedings Of The 15th Conference Of The Mathematics Education Research Group Of Australasia. Sydney: MERGA.

Saads, S., & Davis, G. (1997). *Spatial abilities, van Hiele levels and language use in three dimensional geometry*. In Erkki Pehkonen (Edt.), Proceedings of the 21th PME Conference (s.104-111). Lahti, Finland: University of Helsinki. http://www.leeds.ac.uk/educol/documents/000000143.htm

Senk, S. L. (1989). Van Hiele levels and achievement in writing geometry proofs. *Journal for Research in Mathematics Education*, 309-321. https://doi.org/10.5951/jresematheduc.20.3.0309

Teppo, A. (1991). Van Hiele levels of geometric thought revisited. *The Mathematics Teacher*, *84*(3), 210-221. https://doi.org/10.5951/MT.84.3.0210

Usiskin, Z. (1982). *Van Hiele levels and achievement in secondary school geometry*. Final report of the cognitive development and achievement in secondary school geometry project, University of Chicago, Department of Education.

Van Hiele, P. M. (1959). The child's thought and geometry. *English translation of selected writings of Dina van Hiele-Geld of and Pierre M. van Hiele*, 243-252. http://geometryandmeasurement.pbworks.com/f/VanHiele.pdf

Van de Walle, J.A. (2004). *Elemantary and middle school mathematics* (Fifth Edition). Virginia Common Wealth University.

Van Hiele, P. M. (1999). Developing geometric thinking through activities that begin with play. *Teaching Children Mathematics*, 310-316. https://doi.org/10.5951/TCM.5.6.0310

Vojkuvkova, I. (2012). *The van Hiele model of geometric thinking*. WDS'12 Proceedings of Contributed Papers, 1, 72-75. https://www.mff.cuni.cz/veda/konference/wds/proc/pdf12/WDS12_112_m8_Vojkuvkova.pdf

Ek 1. Araştırma Kapsamında İncelenen Çalışmalar

Türkçe Yayınlar

A1. Akkan, Y., Akkan, P., Öztürk, M., ve Demir, Ü. (2018). Görsel teoremler üzerine matematik öğretmenleriyle nitel bir çalışma. *Journal of Instructional Technologies and Teacher Education, 7*(2), 56-74. https://dergipark.org.tr/en/pub/jitte/issue/41978/431508

A2. Akkurt, Z. (2010). *Kavram haritaları yardımıyla ilköğretim öğretmen adaylarının geometrik kavramları ilişkilendirmeleri üzerine bir inceleme.* Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi. Hacettepe Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü, Ankara.

A3. Aktaş-Arnas, Y. ve Aslan, D. (2004). Okul öncesi dönemde geometri. *Eğitim Bilim Toplum*, *3*(9), 36-45. https://scholar.google.com/scholar?hl=tr&as_sdt=0%2

A4. Altıntaş, K. (2018). *Ortaokul 7. sınıf çember-daire ve çokgenler konularının öğretiminde probleme dayalı öğrenmenin öğrencilerin van hiele geometri düşünme düzeylerine etkisi.* Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi. Gazi Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Ankara.

A5. Anıkaydın, Ö. (2017). *Öğrencilerin geometriye yönelik öz-yeterlik algıları, geometri tutumları ve geometrik düşünme düzeyleri arasındaki ilişkinin incelenmesi*. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Adnan Menderes Üniversitesi, Sosyal Bilimler Enstitüsü, Aydın.

A6. Aşık-Ünal, Ü. Ö. (2019). *Sınıf öğretmenlerinin geometrik düşünme düzeylerinin bazı değişkenlere göre incelenmesi.* Yayınlanmamış Yüksek lisans tezi, Akdeniz Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Antalya.

A7. Ataş, Y. (2019). *Sekizinci sınıf öğrencilerinin geometri ve ölçme problemlerini çözme süreçlerindeki cebirsel düşünme becerileri*. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Anadolu Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Eskişehir.

A8. Aydoğdu, M. Z. (2014). *9. sınıf üstün zekalı öğrencilerin geometri problem çözme stratejileri ve van hiele geometrik düşünme düzeyleri ile ilişkilendirilmesi.* Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Dokuz Eylül Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, İzmir.

A9. Bal, A. P. (2011). Sınıf öğretmeni adaylarının geometrik düşünme düzeyleri ve tutumları. *Inonu University Journal of the Faculty of Education (INUJFE)*, *12*(3), 97-115.

A10. Bal, A. P. (2011). Oluşturmacı öğrenme ortamının sınıf öğretmenliği öğrencilerinin temel matematik dersinde akademik başarı ve van hiele geometri düşünme düzeyine etkisi. *Pegem Journal of Education & Instruction*, *1*(3), 47-57.

A11. Bal, A.P. (2012). Öğretmen adaylarının geometrik düşünme düzeyleri ve geometriye yönelik tutumları. *Eğitim Bilimleri Araştırma Dergisi, 2*(1), 17-34.

A12. Berkant, H. G. ve Çadırlı, G. (2019). Ortaokul öğrencilerinin geometri öz-yeterlik inançlarının ve geometrik düşünme becerilerinin incelenmesi. *Turkish Journal of Educational Studies*, *6*(3), 29-52. https://doi.org/10.33907/turkjes.602382

A13. Budak, A., Budak, İ., ve Demir, F.(2011). Üniversite öğrencilerinde geometrik düşünmenin gelişimi. ***UOT: 37:001.891.573; 37:007; 37:001.891***

A14. Bulut, N. (2013). *Çember kavramının dinamik matematik yazılımı ile öğretilmesinin matematik öğretmeni adaylarının başarıları ve düşünme düzeylerine etkisi.* Yayınlanmamış Doktora Tezi, Gazi Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Ankara.

A15. Bulut, İ., Öner-Sünkür, M., Oral, B., ve İlhan, M. (2012). 8. sınıf öğrencilerinin geometrik düşünme düzeyleri ile zekâ alanları arasındaki ilişkinin incelenmesi. *Electronic Journal of Social Sciences*, *11*(41), 161-173

A16. Burak, B.S. (2010). *İlköğretim 6. sınıf matematik dersi geometri öğrenme alanında kavram haritası kullanmanın öğrencilerin başarıları ve bilgilerinin kalıcılığı üzerine etkisi*. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Gazi Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Ankara.

A17. Buyruk- Akıl, Y. (2020). *8. sınıf öğrencilerinin dönüşüm geometrisi konusundaki matematiksel başarıları ile van hiele geometrik düşünme düzeyleri ilişkisinin incelenmesi.* Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi, *Erciyes* Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Kayseri.

A18. Cantürk- Günhan, B. (2006). *İlköğretim II kademede matematik dersinde probleme dayalı öğrenmenin uygulanabilirliği üzerine bir araştırma.* Yayınlanmamış Doktora Tezi, Dokuz Eylül Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, İzmir

A19. Coşkun, F. (2009). *Ortaöğretim öğrencilerinin Van Hiele geometri anlama seviyeleri ile ispat yazma becerilerinin ilişkisi.* Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Karadeniz Teknik Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Trabzon.

A20. Çağlıyan, K. (2018). *İşitme engelli ortaokul öğrencilerinin geometri öz-yeterlikleri ve van hiele geometrik düşünme düzeylerinin belirlenmesi.* Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Gazi Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Ankara

A21. Çakmak, D. ve Güler, H.K. (2014). İlköğretim matematik öğretmeni adaylarının geometrik düşünme düzeylerinin belirlenmesi. *Journal of Turkish Educational Sciences*, *12*(1), 1-16.

A22. Çaylan, B., Takunyacı, M., Masal, M., Masal, E., ve Ergene, Ö. (2017). Origami ile matematik dersi süresince ilköğretim matematik öğretmeni adaylarının van hiele geometrik düşünme düzeyleri ile origami inançları arasındaki ilişkinin belirlenmesi. *Journal of Multidisciplinary Studies in Education*, *1*(1), 24-35.

A23. Çelebi-Akkaya, S.(2006). *Van hiele düzeylerine göre hazırlanan etkinliklerin ilkögretim 6.sınıf öğrencilerinin tutumuna ve basarısına etkisi*. Yayınlanmamış Yüksek lisans tezi, Abant İzzet Baysal Üniversitesi, Sosyal Bilimler Enstitüsü, Bolu.

A24. Dağdelen, M. G. (2012). *İlköğretim 5. sınıf geometri öğretiminde özel dörtgenlerin kavratılmasında origaminin etkisi.* Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Ondokuz Mayıs Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Samsun.

A25. Demir, V. (2010). *Cabri 3d dinamik geometri yazılımının, geometrik düşünme ve akademik başarı üzerine etkisi.* Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi, *Marmara* Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, İstanbul.

A26. Demir, E. (2019). *7. sınıf öğrencilerinin çember ve daire konusundaki matematiksel başarıları ile van hiele geometrik düşünme düzeyleri ilişkisinin incelenmesi.* Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Erciyes Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Kayseri.

A27. Demir, Ö. ve Kurtuluş, A. (2019). Dönüşüm geometrisi öğretiminde 5e öğrenme modelinin 7. sınıf öğrencilerinin van hiele dönüşüm geometrisi düşünme düzeylerine etkisi. *Eskişehir Osmangazi Üniversitesi Sosyal Bilimler Dergisi*, *20*, 1279-1299. https://doi.org/10.17494/ogusbd.555483

A28. Doğan-Temur, Ö. (2007). *Öğretmenlerin geometri öğretimine ilişkin görüşleri ve sınıf içi uygulamaların van hiele seviyelerine göre irdelenmesi üzerine fenomenografik bir çalışma*. Yayınlanmamış Doktora Tezi, Gazi Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Ankara.

A29. Dokumacı-Sütçü, N. (2018). Geometrik-mekanik zeka oyunlarının öğretmen adaylarının geometrik düşünme düzeylerinin gelişimine etkisi. *Electronic Journal of Education Sciences*, *7*(14), 154-163.

A30. Er, G. (2019). *Ortaokul öğrencilerinin van hiele geometri düşünme düzeylerinin ve geometriye yönelik tutumlarının incelenmesi*. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Trabzon Üniversitesi, Lisansüstü Eğitim Enstitüsü, Trabzon.

A31. Erdoğan, T. (2006). *Van Hiele modeline dayalı öğretim sürecinin sınıf öğretmenliği öğretmen adaylarının yeni geometri konularına yönelik hazırbulunuşluk düzeylerine etkisi*. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Abant İzzet Baysal Üniversitesi, Sosyal Bilimler Enstitüsü, Bolu.

A32. Ergin, A.S. (2014). *8. sınıf öğrencilerinin geometrik cisimler üzerindeki imgeleri ve sınıflama stratejileri.* Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Dokuz Eylül Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, İzmir

A33. Ersoy, M. (2019). *7. sınıf öğrencilerinin dörtgenler konusundaki matematiksel başarıları ile van hiele geometrik düşünme düzeyleri ilişkisinin incelenmesi.* Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Erciyes Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Kayseri.

A34. Fidan, Y. ve Türnüklü, E. (2010). İlköğretim 5. sınıf öğrencilerinin geometrik düşünme düzeylerinin bazı değişkenler açısından incelenmesi. *Pamukkale Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, *27*(27), 185-197.

A35. Gecü, Z. (2011). Fotoğrafların dinamik geometri yazılımı ile birlikte kullanılmasının başarıya ve geometrik düşünme düzeyine etkisi. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Marmara Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, İstanbul.

A36. Gül, B. (2014). Or*taokul 8. sınıf öğrencilerinin üçgenler konusundaki matematiksel başarıları ile van hiele geometri düşünme düzeyleri ilişkisinin incelenmesi*. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Gazi Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Ankara.

A37. Gündoğdu-Alaylı, F. (2012). *Geometride şekil oluşturma ve şekli parçalarına ayırma çalışmalarında ilköğretim 6. 7. ve 8. sınıf öğrencilerinin düşünme süreçlerinin incelenmesi ve bu süreçteki düzeylerinin belirlenmesi*. Yayınlanmamış Doktora Tezi, Dokuz Eylül Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, İzmir.

A38. Güney, E. (2018). *Ortaöğretim 9. sınıf üçgenler konusunda origami yardımıyla düzenlenen etkinliklerin van hiele geometrik düşünme düzeylerine etkisi.* Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Yüzüncü Yıl Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Van.

A39. Gür, H. ve Kobak-Demir, M. (2017). Pergel-Cetvel Kullanarak Temel Geometrik Çizimlerin Öğretmen Adaylarının Geometrik Düşünme Düzeyleri. *Eğitimde Kuram ve Uygulama*, *13*(1), 88-110. http://acikerisim.lib.comu.edu.tr:8080/xmlui/handle/COMU/1679

A40. Gürhan, S. (2015). *Ortaokul öğrencilerinin dörtgenleri sınıflandırmaya dair kavramsal anlayışlarının bilgisayar destekli ortamlarda geliştirilmesi*. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Mevlana Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Konya.

A41. Güven, B. (2006). *Öğretmen adaylarının küresel geometri anlama düzeylerinin karakterize edilmesi.* Yayınlanmamış Doktora tezi, Karadeniz Teknik Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Trabzon.

A42. Güven, Y. (2006). *Farklı geometrik çizim yöntemleri kullanımının öğrencilerin başarı, tutum ve Van Hiele geometri anlama düzeylerine etkisi*. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Karadeniz Teknik Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Trabzon.

A43. Hurma, A.R. (2011). *9. sınıf geometri dersi çokgenler açı ünitesinde van hiele modeline dayalı öğretimin öğrencinin problem çözme başarısına ve öğrenmenin kalıcılığına etkisi.* Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Atatürk Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Erzurum.

A44. Kalay, H. (2015). *7. sınıf öğrencilerinin uzamsal yönelim becerilerini geliştirmeye yönelik tasarlanan öğrenme ortamının değerlendirilmesi.* Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Karadeniz Teknik Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Trabzon.

A45. Kaleli-Yılmaz, G. ve Yüksel, M. (2019). Tasarlanan farklı öğrenme ortamlarının 7. sınıf öğrencilerinin geometrik düşünme düzeylerine etkisi. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education*, *10*(2), 426-455. https://doi.org/10.16949/turkbilmat.459195

A46.Kamışlı-Erol, F. (2008). *İlköğretim 8. sınıf öğrencilerinin çember ve daire konularına yönelik matematiksel becerilerinin araştırılması.* Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Gazi Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Ankara.

A47. Karakarçayıldız, R. Ü. (2016). *7. sınıf öğrencilerinin geometrik düşünme düzeyleri ile çokgenleri sınıflama becerileri ve aralarındaki ilişki*. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Eskişehir Osmangazi Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Eskişehir.

A48. Karapınar, F. (2017). *8. sınıf öğrencilerinin geometrik cisimler konusundaki bilgilerinin van hiele geometrik düşünme düzeyleri açısından incelenmesi.* Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Erciyes Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Kayseri.

A49. Kılıç, Ç. (2003). *İlköğretim 5. sınıf matematik dersinde Van Hiele düzeylerine göre yapılan geometri öğretiminin öğrencilerin akademik başarıları, tutumları ve hatırda tutma düzeyleri üzerindeki etkisi*. Yayınlanmamış Yüksek lisans tezi, Anadolu Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Eskişehir.

A50. Kılıç, Ç., Yavuzsoy-Köse, N., Tanışlı, D. ve Özdaş, A. (2007). İlköğretim 5. sınıf öğrencilerinin süsleme etkinliklerindeki van hiele geometrik düşünce düzeylerinin belirlenmesi. *Elementary Education Online, 6*(1),11-23. https://app.trdizin.gov.tr/publication/paper/detail/TnpjMU16VTE

A51. Kılıç, H. (2013). Lise öğrencilerinin geometrik düşünme, problem çözme ve ispat becerileri. *Necatibey Faculty of Education Electronic Journal of Science and Mathematics Education, 7*(1), 222-241. https://doi.org/10.12973/nefmed160

A52. Kobal, A.(2020). *10. sınıf çokgenler, dörtgenler ve yamuk konularında 5e öğrenme döngüsü modeline dayalı öğretimin öğrencilerin van hiele geometrik düşünme düzeylerine etkisi.* Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Bahçeşehir Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, İstanbul.

A53. Koçak, B.B. (2009). *Süsleme etkinliklerinin ilköğretim 5. sınıf öğrencilerinin van hiele geometrik düşünme düzeylerine etkis*i. Yayınlanmamış Yüksek lisans tezi, Eskişehir Osmangazi Üniversitesi, Sosyal Bilimler Enstitüsü, Eskişehir.

A54. Koparan T. (2019). Üniversite öğrencilerinin öklid-dışı geometrilere yönelik algılarının ve tasarlanan öğrenme ortamlarından yansımaların incelenmesi. *Journal of Higher Education and Science, 9*(1), 180-191.

A55. Kula-Yeşil, D. (2015). *Sekizinci sınıf öğrencilerinin dörtgenler bağlamında matematik dili kullanımları: Sentaks ve semantik bileşenler*. Yayınlanmamış Yüksek lisans tezi, Anadolu Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Eskişehir.

A56. Kurtuluş, A. ve Avcu, T. (2016). Altıncı sınıf öğrencilerinin geometrik şekillerin çevre-alan ilişkisini anlama düzeyleri üzerine bir inceleme. *Eskişehir Osmangazi Üniversitesi Türk Dünyası Uygulama ve Araştırma Merkezi Eğitim Dergisi*, *1*(1), 77-87. https://dergipark.org.tr/en/pub/estudamegitim/issue/45352/596378

A57. Kurtuluş, A. ve Akay, S. (2017). Öğretmen adaylarının geometrik düşünme düzeyleri ve beyin baskınlıklarının bazı değişkenler açısından incelenmesi. *Mehmet Akif Ersoy Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, *1*(41), 38-61. https://doi.org/10.21764/efd.10273

A58. Oflaz, G. (2010). *Geometrik düşünme seviyeleri ve zekâ alanları arasındaki ilişki.* Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Cumhuriyet Üniversitesi, Sosyal Bilimler Enstitüsü, Sivas.

A59. Oral, B. ve İlhan, M. (2012). İlköğretim ve ortaöğretim matematik öğretmen adaylarının geometrik düşünme düzeylerinin çeşitli değişkenler açısından incelenmesi. *Necatibey Faculty of Education Electronic Journal of Science and Mathematics Education*, *6*(1), 201-219.

A60. Oral, B., İlhan, M. ve Kınay, İ. (2013). İlköğretim 8. sınıf öğrencilerinin geometrik ve cebirsel düşünme düzeyleri arasındaki ilişkinin incelenmesi. *Pamukkale Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, *34*(34), 33-46.

A61. Osmanoğlu, A. (2019). Sınıf öğretmeni adaylarının van hiele geometrik düşünme düzeyleri ve öğrenme eksikleri. *Mehmet Akif Ersoy Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, *49*, 60-80.

A62. Özcan, B. N. ve Türnüklü, E. (2013). Buluş yoluyla öğrenme yönteminin ilköğretim öğrencilerinin geometrik düşünme düzeylerine etkisinin İncelemesi. *The Western Anatolıa Journal Of Educatıonal Scıences*, *4*(7), 29-45.

A63. Özkan, E. ve Öner, D. (2019). Investigation of the development of van Hiele levels of geometric thinking in a computer supported collaborative learning (CSCL) environment. *Mersin University Journal of The Faculty of Education*, *15*(2), 473-490. https://doi.org/10.17860/mersinefd.522491

A64. Öztürk, B. (2012). *GeoGebra matematik yazılımının ilköğretim 8. sınıf matematik dersi trigonometri ve eğim konuları öğretiminde, öğrenci başarısına ve Van Hiele geometri düzeyine etkisi*. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Sakarya Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Sakarya.

A65. Polat, K., Oflaz, G. ve Akgün, L. (2019). The relationship of visual proof skills with van Hiele levels of geometric thinking and spatial ability. *Erciyes Journal of Education*, *3*(2), 105-122.

A66. Sağır-Gürlevik, T. M. (2017). *Üstün/özel yetenekli öğrencilerin geometri düzeylerinin bazı değişkenler açısından belirlenmesi.* Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Dokuz Eylül Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, İzmir.

A67. Saraçoğlu, M. (2015). *Türkiye'de geometrik düşünme üzerine yapılan araştırmalara ilişkin bir meta-sentez.* Yayınlanmamış Doktora Tezi, Dicle Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Diyarbakır.

A68. Şahin, O. (2008). *Sınıf öğretmenlerinin ve sınıf öğretmeni adaylarının Van Hiele geometrik düşünme düzeyleri*. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Afyon Kocatepe Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü, Afyonkarahisar.

A69. Şahin, Y. (2012). *İlköğretim matematik öğretmen adaylarının geometrik akıl yürütmelerinin bazı değişkenler açısından incelenmesi.* Yayınlanmamış Yüksek lisans tezi, Hacettepe Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü, Ankara.

A70. Şahin, T. (2013). *Somut ve sanal manipülatif destekli geometri öğretiminin 5. Sınıf öğrencilerinin geometrik yapıları inşa etme ve çizmedeki başarılarına etkisi*. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Abant İzzet Baysal Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Bolu.

A71. Terzi, M. (2010). *Van hiele geometrik düşünme düzeylerine göre tasarlanan öğretim durumlarının öğrencilerin geometrik başarı ve geometrik düşünme becerilerine etkisi.* Yayınlanmamış Doktora Tezi, Gazi Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Ankara.

A72. Turgut, M. ve Yılmaz, S. (2010). Teknoloji destekli lineer cebir öğretiminin öğrencilerin geometrik düşünme düzeylerine etkisi. *E-Journal of New World Sciences Academy Education Sciences,* ,*5*(3), 702-712.

A73. Türnüklü, E. ve Özcan, B. (2014). Öğrencilerin geometride rbc teorisine göre bilgiyi oluşturma süreçleri ile van hiele geometrik düşünme düzeyleri arasındaki ilişki: örnek olay çalışması. *Mustafa Kemal University Journal of Graduate School of Social Sciences, 11*(27), 295-316.

A74. Uzun, Z. B. (2019). *Ortaokul öğrencilerinin geometrik düşünme düzeyleri, uzamsal yetenekleri ve geometriye yönelik tutumları*. Yayınlanmamış Yüksek lisans tezi, Balıkesir Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Balıkesir.

A75. Yıldırım, A. (2009). *Euclidean reality geometri etkinliklerinin, işitme durumuna gore öğrencilerin van hiele geometri duzeylerine, geometri tutumlarına ve basarılarına etkisi.* Yayınlanmamış Yüksek lisans tezi, Eskişehir Osmangazi Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Eskişehir.

A76. Yıldırım, A. ve Anapa-Saban, P. (2014). Euclıdean realıty geometri etkinliklerinin işitme durumuna göre öğrencilerin van hıele geometrik düşünme düzeylerine ve geometri başarılarına etkisi. *Education Sciences*, *9*(4), 364-379. http://dx.doi.org/10.12739/NWSA.2014.9.4.1C0624

A77. Yıldız, A. (2014). *5e öğrenme döngüsü modelinin 6. sınıf öğrencilerinin geometrik başarı ve van hiele geometrik düşünme düzeylerine etkisi.* Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Gazi Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Ankara.

A78. Yıldız, N. (2018). *Ortaokul sınıflarında geometrik düşünmenin geliştirilmesine yönelik bir mesleki gelişim modelinin öğrencilerin van hiele geometrik düşünme düzeylerine etkisi.* Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Gaziantep Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Gaziantep.

A79. Yılmaz, S. (2011). *7. sınıf öğrencilerinin 'doğrular ve açılar' konusundaki hata ve kavram yanılgılarının van hiele geometri anlama düzeyleri açısından analizi.* Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Kastamonu Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Kastamonu.

A80. Zeybek, A. (2019). *Ortaokul öğrencilerinin geometrik düşünme düzeyleri ve geometri öğrenme alanına ilişkin öğretmen görüşleri*. Yayınlanmamış Yüksek lisans tezi, Pamukkale Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Denizli.

İngilizce Yayınlar

E1.Abduh, M. F., Waluya, S. B. & Mariani, S. (2020). Analysis of problem solving on ıdeal problem solving learning based on van hiele theory assisted by geogebra on geometry. *Unnes Journal of Mathematics Education Research*, *9*(2), 170-178. https://journal.unnes.ac.id/sju/index.php/ujmer/article/view/33198

E2. Abdullah, A. H. & Zakaria, E. (2013). The effects of Van Hiele's phases of learning geometry on students' degree of acquisition of Van Hiele levels. *Procedia-Social and Behavioral Sciences*, *102*, 251-266. https://doi.org/10.1016/j.sbspro.2013.10.740

E3. Abdullah, A. H. & Zakaria, E. (2013). Enhancing students' level of geometric thinking through van hiele's phase-based learning. *Indian Journal of Science and Technology*, *6*(5), 4432-4446.

E4. Abu, M. S., Ali, M. B., & Hock, T. T. (2012). Assisting primary school children to progress through their van Hiele's levels of geometry thinking using Google SketchUp. *Procedia-Social and Behavioral Sciences*, *64*, 75-84. https://doi.org/10.1016/j.sbspro.2012.11.010

E5. Al-ebous, T. (2016). Effect of the van hiele model in geometric concepts acquisition: the attitudes towards geometry and learning transfer effect of the first three grades students in jordan. *International Education Studies*, *9*(4), 87-98.

E6. Alex, J. K. & Mammen, K. J. (2012). A survey of South African grade 10 learners' geometric thinking levels in terms of the Van Hiele theory. *The Anthropologist*, *14*(2), 123-129. https://doi.org/10.1080/09720073.2012.11891229

E7. Alex, J. K. & Mammen, K. J. (2016). Lessons learnt from employing van Hiele theory based instruction in senior secondary school geometry classrooms. *EURASIA Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, *12*(8), 2223-2236. https://doi.org/10.12973/eurasia.2016.1228a

E8. Armah, R. B. & Kissi, P. S. (2019). Use of the van Hiele Theory in investigating teaching strategies used by college of education geometry tutors. *EURASIA Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, *15*(4), em1694. https://doi.org/10.29333/ejmste/103562

E9. Baah-Duodu, S., Osei-Buabeng, V., Cornelius, E. F., Hegan, J. E., & Nabie, M. J. (2020). Review of literature on teaching and learning geometry and measurement: a case of ghanaian standards based mathematics curriculum. *International Journal of Advances in Scientific Research and Engineering (İJASRE)*, *6*(3), 103-123. DOI: 10.31695/IJASRE.2020.33766

E10. Bashiru, A., & Nyarko, J. (2019). Van hiele geometric thinking levels of junior high school students of atebubu municipality in ghana. *African Journal of Educational Studies in Mathematics and Sciences*, *15*(1), 39-50. https://dx.doi.org/10.4314/ajesms.v15i1.4

E11. Breyfogle, M. L., & Lynch, C. M. (2010). Van Hiele revisited. *Mathematics teaching in the Middle school*, *16*(4), 232-238.

E12. Burger, W. F., & Shaughnessy, J. M. (1986). Characterizing the van Hiele levels of development in geometry. *Journal for research in mathematics education*, 31-48. https://doi.org/10.5951/jresematheduc.17.1.0031

E13. Chen, Y. H., Senk, S. L., Thompson, D. R., &Voogt, K. (2019). Examining psychometric properties and level classification of the van Hiele Geometry Test using CTT and CDM frameworks. *Journal of Educational Measurement*, *56*(4), 733-756. **https://doi.org/10.1111/jedm.12235**

E14. Choi-Koh, S. S. (1999). A student's learning of geometry using the computer. *The Journal of Educational Research*, *92*(5), 301-311. https://doi.org/10.1080/00220679909597611

E15. Clements, D. H., & Battista, M. T. (1992). Geometry and spatial reasoning. *Handbook of research on mathematics teaching and learning*, 420-464.

E16. Clements, D. H., Swaminathan, S., Hannibal, M. A. Z., & Sarama, J. (1999). Young children's concepts of shape. *Journal for research in Mathematics Education*, 192-212. https://doi.org/10.2307/749610

E17. Crowley, M. L. (1987). The van Hiele model of the development of geometric thought. *Learning and teaching geometry, K-12*, 1-16.

E18. Dindyal, J. (2007). The need for an inclusive framework for students' thinking in school geometry. *The Mathematics Enthusiast*, *4*(1), 73-83. Retrieved from https://scholarworks.umt.edu/tme/vol4/iss1/5.

E19. Fitriyani, H., Widodo, S. A. ve Hendroanto, A. (2018). students'geometrıc thınkıng based on van hıele's theory. *Infinity Journal*, *7*(1), 55-60. doi:10.22460/infinity.v7i1.p55- 60.

E20. Fuys, D. (1985). Van Hiele levels of thinking in geometry. *Education and Urban Society*, *17*(4), 447-462. https://doi.org/10.1177%2F0013124585017004008

E21. Haviger, J., & Vojkůvková, I. (2014). The van Hiele geometry thinking levels: gender and school type differences. *Procedia-Social and Behavioral Sciences*, *112*, 977-981. doi: 10.1016/j.sbspro.2014.01.1257

E22. Hoffer, A. (1981). Geometry is more than proof. *The Mathematics Teacher*, *74*(1), 11-18. https://doi.org/10.5951/MT.74.1.0011

E23. Idris, N. (2009). The impact of using Geometers' Sketchpad on Malaysian students' achievement and van Hiele geometric thinking. *Journal of mathematics Education*, *2*(2), 94-107.

E24. Jupri, A., Gozali, S. M., & Usdiyana, D. (2020). An analysıs of a geometry learnıng process: the case of provıng area formulas. *Prima: Jurnal Pendidikan Matematika*, *4*(2), 154-163. http://dx.doi.org/10.31000/prima.v4i2.2619

E25. Jurdak, M. (1991). Van Hiele levels and the SOLO taxonomy. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, *22*(1), 57-60. https://doi.org/10.1080/0020739910220109

E26. Ma, H. L., Lee, D. C., Lin, S. H., & Wu, D. B. (2015). A Study of van hiele of geometric thinking among 1st through 6th graders. *Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, *11*(5), 1181-1196. https://doi.org/10.12973/eurasia.2015.1412a

E27. Malloy, C. (2002). *The Van Hiele Framework.* Retrieved from http://www.aug.edu/~lcrawford/Readings/Geom_Nav_6-8/articles/geo3arn.pdf on the 20.10.2020.

E28. Mason, M. (2009). The van Hiele levels of geometric understanding. *Colección Digital Eudoxus*, *1*(2).

E29. Monaghan, F. (2000). What difference does it make? Children's views of the differences between some quadrilaterals. *Educational Studies in Mathematics*, *42*(2), 179-196. https://doi.org/10.1023/A:1004175020394

E30. Nisawa, Y. (2018). Applying van Hiele's Levels to Basic Research on the Difficulty Factors behind Understanding Functions. *International Electronic Journal of Mathematics Education*, *13*(2), 61-65. https://doi.org/10.12973/iejme/2696

E31. Njurumana, N. Y., Baidawi, M., & Rahayuningsih, S. (2020). Analysis of students' ability to complete the problem of geometry and building side rooms based on van hiele geometry thoughts on class ıx students of smp pgrı poncokusumo malang. *MEJ (Mathematics Education Journal), 3(2), 109-118.* https://doi.org/10.22219/mej.v3i2.11068

E32. Omotosho, G. A. (2015). Geometrıc cognıtıve growth: an ınformatıon and communıcatıon technology (ıct) approach. *Journal of Physical Science and Innovation*, *7*(1).

E33. Pujawan, I., Suryawan, I., & Prabawati, D. A. A. (2020). The effect of van hiele learning model on students' spatial abilities. *International Journal of Instruction*, *13*(3), 461-474. https://doi.org/10.29333/iji.2020.13332a

E34. Primasatya, N., & Jatmiko, J. (2018). ımplementation of geometry multimedia based on van hiele's thinking theory for enhancing critical thinking ability for grade V students. *International Journal of Trends in Mathematics Education Research*, *1*(2). https://doi.org/10.33122/ijtmer.v1i2.40

E35. Salazar, D. A. (2012). Enhanced-group moore method: effects on van hiele levels of geometric understanding, proof-construction performance and beliefs. *Online Submission*, 594- 605.

E36. Senk, S. L. (1989). Van Hiele levels and achievement in writing geometry proofs. *Journal for Research in Mathematics Education*, 309-321. https://doi.org/10.5951/jresematheduc.20.3.0309

E37. Shaughnessy, J. M., & Burger, W. F. (1985). Spadework prior to deduction in geometry. *The Mathematics Teacher*, *78*(6), 419-428. Retrieved from http://www.jstor.org/stable/27964574 .

E38. Škrbec, M., & Čadež, T. H. (2015). Identifying and fostering higher levels of geometric thinking. *EURASIA Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, *11*(3), 601-617. https://doi.org/10.12973/eurasia.2015.1339a

E39. Suwito, A., Yuwono, I., Parta, I. N., Irawati, S., & Oktavianingtyas, E. (2016). Solving geometric problems by using algebraic representation for junior high school level 3 in van hiele at geometric thinking level. *International Education Studies*, *9*(10), 27-33. http://dx.doi.org/10.5539/ies.v9n10p27

E40. Swafford, J. O., Jones, G. A., & Thornton, C. A. (1997). Increased knowledge in geometry and instructional practice. *Journal for Research in Mathematics Education*, 467-483. https://doi.org/10.5951/jresematheduc.28.4.0467

E41. Tan, T. H., Tarmizi, R. A., Yunus, A. S. M., &Ayub, A. F. M. (2015). Understanding the primary school students' van Hiele levels of geometry thinking in learning shapes and spaces: A Q-methodology. *Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, *11*(4), 793-802. https://doi.org/10.12973/eurasia.2015.1439a

E42. Usiskin, Z. (1982). *Van Hiele levels and achievement in secondary school geometry*. Final report of the cognitive development and achievement in secondary school geometry project, University of Chicago, Department of Education.

E43. Usman, H., Yew, W. T., & Saleh, S. (2020). Effects of van hiele's phase-based teaching strategy and gender on retention of achievement in geometry among pre-service mathematics teachers' in niger state, nigeria. *International Journal of Pedagogical Development and Lifelong Learning*, *1*(2). https://doi.org/10.30935/ijpdll/9139

E44. Yazdani, M. A. (2007). Correlation between students' level of understanding geometry according to the van hieles' model and students achievement in plane geometry. *Journal of Mathematical Sciences & Mathematics Education*, *2*(2), 40-45.

E45. Yi, M., Flores, R., & Wang, J. (2020). Examining the influence of van Hiele theory-based instructional activities on elementary preservice teachers' geometry knowledge for teaching 2-D shapes. *Teaching and Teacher Education*, *91*, 103038. https://doi.org/10.1016/j.tate.2020.103038

E46. Yudianto, E., Sunardi, S. T., Susanto, S., &Trapsilasiwi, D. (2018). *The identification of van Hiele level students on the topic of space analytic geometry*. In J. Phys. Conf. Ser, 983(1), 1- 5. https://doi.org/10.1088/1742-6596/983/1/012078

KEFAD Cilt 23, (Özel Sayı), 2022

Ahi Evran Üniversitesi
Kırşehir Eğitim Fakültesi Dergisi

ISSN: 2147 - 1037

http://kefad.ahievran.edu.tr

Reflection of Pre-service Mathematics Teachers' Specialized Content Knowledge on Fractions to Teaching Activities

Melike Tural Sönmez
Melisa Ayça Karacaköylü

Article Information

CrossMark

DOI: 10.29299/kefad.891260

Received: 04.03.2021
Revised: 03.10.2021
Accepted: 17.03.2022

Keywords:

Pedagogical Content Knowledge, Fraction, Problem Posing, Mathematical Representations

Abstract

The aim of this study is to reveal how pre-service mathematics teachers' specialized field knowledge about multiplication and division operations in fractions is reflected in their teaching activities. The pre-service teachers' specialized field knowledge about multiplication and division operations in fractions was examined in the theoretical framework proposed by Ball, Thames and Phelps (2008). In this qualitatively designed study, the participants were purposefully selected from among the fourthgrade teacher candidates studying at the department of primary education in mathematics at a state university. Data collection tools consist of realistic problems and lesson plans created by prospective teachers, transcripts of audio and video recordings of during micro-teaching activities and the interview. The findings of the research are structured according to three headings as coding (representations, explanation and justification) of the collected data. The results of the study show that pre-service teachers have difficulty in switching between representation types. In addition, the findings reveal that teacher candidates have difficulty in posing problems for the given procedure, and they are insufficient to explain the model and the problem with the material. Another finding of the research is the overlap of the explanations in the lesson plans and micro-teaching activities of the pre-service teachers who did not have any problems in representing real life situations.

Matematik Öğretmen Adaylarının Kesirlere İlişkin Özelleştirilmiş Alan Bilgilerinin Öğretim Etkinliklerine Yansıması

Makale Bilgileri

CrossMark

DOI: 10.29299/kefad.891260

Yükleme: 04.03.2021
Düzeltme: 03.10.2021
Kabul: 17.03.2022

Anahtar Kelimeler:

Pedagojik Alan Bilgisi, Kesir, Problem Kurma, Matematiksel Temsiller

Öz

Bu çalışmanın amacı ilköğretim matematik öğretmen adaylarının kesirlerde çarpma ve bölme işlemleri konusundaki özelleştirilmiş alan bilgilerinin öğretim etkinliklerine nasıl yansıdığını ortaya çıkarmaktır. Öğretmen adaylarının kesirlerde çarpma ve bölme işlemleri ile ilgili özelleştirilmiş alan bilgileri Ball, Thames ve Phelps (2008) tarafından ortaya atılan teorik çerçevede incelenmiştir. Nitel olarak tasarlanan bu çalışmada katılımcılar devlet üniversitesinde ilköğretim matematik öğretmenliği bölümünde dördüncü sınıfta öğrenim gören öğretmen adayları arasından amaçlı olarak seçilmiştir. Veri toplama araçları öğretmen adaylarının oluşturdukları gerçekçi problemler, ders planları, mikro öğretim ve görüşme esnasında alınan ses ve video kayıtlarının transkriptinden oluşmaktadır. Araştırmanın bulguları toplanılan verilere ait kodlamalar (temsiller, açıklama ve gerekçelendirme) şeklinde üç başlığa göre yapılandırılmıştır. Araştırmanın sonuçları öğretmen adaylarının temsil türleri arasında geçiş yapmakta zorluk çektiklerini göstermektedir. Ayrıca bulgular öğretmen adaylarının verilen işlem için problem kurmakta zorluk çektiklerini, model ve problemi materyal ile açıklamakta yetersiz kaldıklarını ortaya koymaktadır. Araştırmadan çıkan diğer bir bulgu gerçek yaşam durumları temsillerinde sorun yaşamayan öğretmen adaylarının ders planlarındaki açıklamaları ve mikro öğretim etkinliklerinin örtüşmesidir.

Sorumlu Yazar : Melike Tural Sönmez, Dr. Öğretim Üyesi , Kırıkkale Üniversitesi, Turkiye, melikesonmez@kku.edu.tr, ORCID ID: https://orcid.org/0000-0002-3302-6982.

Melisa Ayça Karacaköylü, Kırıkkale Universitesi, Turkiye, melisa_karacakoylu@hotmail.com, ORCID ID: https://orcid.org/0000-0002-0746-5471.

“Bu çalışma Kırıkkale Üniversitesi Bilimsel Araştırma Projeleri Koordinasyon Birimi tarafından desteklenmiştir. Proje numarası 2019/159”

Atıf için: Tural Sönmez, M., & Karacaköylü, M. A. (2022). Matematik öğretmen adaylarının kesirlere ilişkin özelleştirilmiş alan bilgilerinin öğretim etkinliklerine yansıması. *Kırşehir Eğitim Fakültesi Dergisi*, *23*(Özel Sayı), 330-384.

1.Giriş

İnsanların düşünce yapılarını geliştiren en önemli araçlardan biri matematiktir. Bu nedenle, eğitimin önemli oluşumlarından belki de en önemlisi matematik eğitimidir (Umay, 2003). Matematiksel kavramların soyut olması nedeniyle öğrenciler matematiği karmaşık bulmakta ve matematiksel kavramları anlamakta güçlük çekmektedirler. Bu süreçte öğretmenlerin yapacakları öğretim çok önemlidir. Öğretmenin uyguladığı hatalar ilköğretimden lise seviyesine kadar gidebilen bir kavram yanılgısı oluşturabilmektedir. Bu nedenle öğretmenlerin güçlü bir alan ve pedagoji bilgisine sahip olması önem taşımaktadır. Son yıllarda öğretmen yeterlikleri birçok araştırmanın konusu olmuştur. Pedagojik alan bilgisi ilk defa Shulman (1987) tarafından ‘öğrencileri anlama bilgisi’ ve ‘öğretim stratejileri’ bilgisi olmak üzere iki boyutta incelenmiştir. Öğrencileri anlama bilgisi; öğrencilerin hangi kavramları daha kolay anlayacaklarını, öğrencilerin sahip oldukları hata veya kavram yanılgılarını tespit edebilmeyi ve onların öğrenme karakterlerini anlamayı sağlayan yöntem bilgisidir. Öğretim stratejileri bilgisi ise öğretmenin alan bilgisini öğrencilere aktarabilmeye, öğrencilerin kavram yanılgılarını giderebilmeye yönelik öğrenme ortamı tasarlayabilmeye ilişkin yöntem bilgisidir. Shulman (1987) alan bilgisini açıklarken iki temel yapı kullanmıştır. Bu yapılardan birincisi, alandaki kavram ve olguların doğruluğunu ve geçerliğini saptama yöntemleri, ikincisi ise alan bilgisinin üretilmesi için kullanılan farklı yöntemlerdir.

Shulman’dan (1987) sonra birçok araştırmacı öğretmen yeterliliklerini farklı şekillerde kategorileştirmiştir. Bunlardan biri de Ball, Thames ve Phelps (2008) sunduğu modeldir. Bu model; Shulman’ın (1987) geliştirmiş olduğu pedagojik alan bilgisi modelinin matematik öğretimi bağlamında genişletilmiş bir halidir. Matematik öğretim bilgisi modeli; alan bilgisi ve pedagojik alan bilgisi şeklinde iki bölüme ayırmıştır (Shulman, 1987). Bu modelde öğretmenlerin öğreteceği matematiksel kavram ile bu kavramın ileri düzey formları arasında ilişki kurmasına ve özel alan bilgisine vurgu yapmaktadır. Ball ve arkadaşları (2008) matematik öğretimi için gerekli olan bilgiyi, konu alanı bilgisi ve pedagojik alan bilgisi olarak iki temel kategoriye ayırmışlardır. Konu alanı bilgisi öğretmenin öğrenci veya öğretim hakkındaki bilgisinden arındırılmış matematik bilgisidir. Konu alanı bilgisi boyutları genel alan bilgisi, özelleştirilmiş alan bilgisi ve yatay alan bilgisi olmak üzere üç bileşenden oluşmaktadır. Genel alan bilgisi öğretmenin öğreteceği matematiksel kavramları bilmesi ve matematiksel terminolojiyi ve simgeleri doğru bir şekilde kullanabilmesi ile ilgilidir. Dolayısıyla etkili bir öğretmen öğrencilerinin yanlış cevaplarını ve ders kitabındaki yanlış tanımlamaları fark edebilmelidir. Özelleştirilmiş alan bilgisi (ÖAB) ise bireylerin gündelik işlerinde kullanma gereksinimi ve isteği duymayacağı türden, buna karşın öğretim ile ilişkili olan matematiksel bilgi ve becerilerdir. Ball ve arkadaşlarının (2008) sunduğu özelleştirilmiş alan bilgisi Shulman’ın (1987) sunduğu pedagojik alan bilgisinden şu anlamda farklıdır: Öğretimin matematiksel talepleri öğretmenler tarafından gerekli, ancak başkaları tarafından gerekli olmayan özel matematik bilgisi gerektirir. Özelleştirilmiş alan bilgisinde öğretmenlerin öğrencilere anlatacakları konuda standart olmayan yöntemleri, işlemlerin farklı anlam ve yorumlarını anlıyor olması gerekir. Çünkü öğretmenlerin öğrencilere yardım etmek için, sadece matematik yapabilmeleri değil, aynı zamanda matematiğin unsurlarını öğrencilere görünür kılabilmeleri gerekmektedir. Matematik öğretmenlerinin belirli matematiksel uygulamalarla ilgili genişletilmiş uzmanlığa ihtiyaçları vardır. Öğretmenler, matematik dilinin nasıl kullanılması gerektiği hakkında bilinçli olmalıdır. Matematiksel temsillerin etkili bir şekilde seçebilmeyi, açıklamayı ve matematiksel fikirlerini doğrulayabilmeyi bilmelidir. Örneğin bir matematik öğretmeni, kesirler konusunun öğretiminde kesirlerin çeşitli anlamlarını (parça-bütün, bölüm, oran, ölçü ve işlemci) ve bu anlamlar arasındaki farklılıkları bilmesi buna örnek gösterilebilir.

Ball ve arkadaşları. (2008) ÖAB'nin özellikle şu üç matematiksel görevden oluştuğunu belirtmişlerdir (Aktaran; Seçir, 2017) Bunlardan ilki *temsiller* olarak nitelendirilen, sayıları ve işlemleri anlamlı bir şekilde resimler veya manipülatifler kullanarak göstermedir. Gerçek yaşam durumları, manipülatifler (kesir çubuğu, vs.), resimler veya diyagramlar (sayı doğrusu, bölge, soyut modeller, vs.), sözlü semboller, yazılı semboller (Lesh, Post ve Behr, 1987) bunlara örnek gösterilebilir. İkinci matematiksel görev *açıklama* olarak nitelendirilen genel kurallar veya algoritmaların altında yatan anlamı açıklamadır. Bununla ilişkili Back, Manilla, ve Wallin (2009) gerekçelendirme türlerini *kendi açıklaması, varsayıma dayalı, kurala dayalı, belirsiz/genel ifade, işlemsel tanım* olarak çeşitlendirmiştir. Üçüncü matematiksel görev ise *gerekçelendirme* şeklinde kodlanan öğretmenlerin, öğrencilerin alternatif strateji ve çözümlerinin matematiksel olarak uygun olup olmadığını anında ve hızlı bir şekilde analiz etmesi ve değerlendirmesi, bunların neden doğru veya yanlış olduğunu gerekçelendirmesidir. Gerekçelendirme ile ilgili sınıflandırmayı Koren (2004) matematiksel temelli açıklama, uygulama temelli açıklama ve kural temelli açıklama şeklinde kategorileştirmiştir. Levenson, Tsamir ve Tirosh (2010) ise öğretmenlerin açıklama ve gerekçelendirme görevlerini birlikte ele alarak, bu görevleri *matematik temelli açıklama* ve *uygulama temelli açıklama* olarak kategorileştirmişlerdir. Uygulama temelli açıklama matematiksel ifadeler için gerçekçi durumlar ve somut materyal kullanımı içerirken; matematiksel temelli açıklamalar, matematiksel tanımlama, daha önceden öğrenilen matematiksel özelliklere ve matematiksel akıl yürütmeye dayanır. Özellikle sorgulamalı matematik öğretiminin uygulandığı sınıflarda öğrenciler yorumları üzerinde açıklamalar beklerler. Bu açıklamalar bir şeyin nasıl ve niçin yapıldığı üzerine olabilir (Perry, 2000). Raman (2002) matematik temelli ve uygulama temelli açıklamaların birbirlerinden üstün olmadıklarını, ikisinin de faydalı olduğunu, sadece birinin kullanımının zorluklar oluşturabileceğini belirtmiştir. Wu (1999) da Raman (2002) ile benzer şekilde öğretmenlerin somut materyal kullanımının sınırlarını bilmeleri gerektiğini ve formal ile informal açıklamalar arasında koordinasyonun sağlanması gerektiğini belirtmiştir. Tirosh, Even ve Robinson (1998), öğrencilerin kavram yanılgılarının farkında olan deneyimli öğretmenlerin farklı türdeki açıklamaları birlikte kullandıklarını, deneyimli olmayan öğretmenlerin ise öğrencilerin hatalarında kuralı hatırlatmayı tercih ettiklerini belirtmişlerdir. Putnam (1992) ise öğretmenin rolünün öğrencileri hayata hazırlamak olduğunu düşünen öğretmenlerin derslerinde deneyimlerden örnekler verdiklerini ve birçok açıklama türünü bir arada kullandıklarını ifade etmişlerdir.

Pedagojik alan bilgisi ile ilgili yapılan çalışmalar öğretmen ve öğretmen adaylarının birçok matematik kavramı hakkındaki alan bilgilerinin yetersiz olduğunu ortaya koymaktadır (Aksu ve Konyalıoğlu, 2015; Hacıömeroğlu, 2005; Kutluk, 2011; Işıksal ve Çakıroğlu, 2006). Oysa bir konunun derinlemesine öğretilebilmesi için öğretmenlerin alan bilgilerinin o konuda yeterli olması gerekmektedir. Bir kavramı derinlemesine anlayan birinin, o kavramla ilişkili olan bütün işlemleri de rahatlıkla yapması beklenmektedir. Byrnes ve Wasik (1991) bir konu hakkında derin kavramsal bilgisi olan öğrencilerin, yaptıkları hataları daha kolay fark ettiklerini ifade etmişlerdir. Matematik öğretiminde işlem ve kavramların anlamlı öğrenilmesi, işlem ve kuralların altında yatan kavramlarla ilişkilendirilmesinden geçmektedir (Schoenfeld, 2014). Öğrenme sürecinde somut deneyimlerini soyut öğrenmelere dönüştürebilecek etkinliklerin yapılandırılması ve uygulanması önemlidir. Stein ve Bovalino (2001) bununla ilişkili olarak başarılı öğretmenlerin, derslerini planlarken materyallerin öğrencilerin matematiksel düşünme biçimlerini nasıl etkileyebildiği üzerine dikkate aldıklarını ifade etmişlerdir. Kılıç, Pekkan, ve Karatoprak (2013) altıncı sınıf öğrencileriyle yaptığı çalışmada materyal kullanımının öğrencilerin matematiksel kavramları daha iyi anlamalarına olumlu katkılarının olduğunu ifade etmişlerdir. Bireyler materyal kullanarak ilişki kurma ve akıl yürütme becerilerini geliştirmektedir (Yavuz, 2013). Gainsburg (2008) yaptığı çalışmasında öğretmenlerin gerçek hayat durumlarıyla öğrettikleri kavramlar arasında bağlantı oluşturmakta zorluk çektiklerini belirtmiştir.

Çiftçi, Yıldız, ve Bozkurt (2015) ortaokul matematik öğretmenlerinin materyal ve materyal kullanımına ilişkin inanışlarının materyal kullanımlarını etkilediği belirtmişlerdir. Öğretmen adaylarının matematiğin doğası, öğretimi ve öğrenimi hakkındaki inanışları pedagojik eğitimleri esnasında aldıkları eğitim ve okulöncesinden üniversite eğitimleri esnasındaki deneyimlerinden etkilenmektedirler. Raymond (1997) çalışmasında mesleğinin ilk yıllarındaki öğretmenlerin matematik öğretimlerinin geçmiş okul deneyimlerinden, matematiğin doğasına ilişkin inançlarından ve sınıfta oluşan durumlardan (öğrencilerin öğrenme motivasyonu gibi) ve kişilik özelliklerinden etkilendiğini belirtmiştir. Ma (1999) ise matematiksel yeteneğin doğuştan geldiğine dair inançların da kullanılan açıklama türünü ve materyal kullanımını etkilediğini belirtmiştir. Örneğin Ma (1999) çalışmasında öğrencilerinin matematik konularını anlamak için kapasitelerinin olmadığını düşünen öğretmenlerin kural temelli açıklamalar kullandıklarını ortaya koymuştur. Gökmen, Budak, ve Ertekin (2015) ve İskenderoğlu, Türk, ve İskenderoğlu (2016) çalışmalarında öğretmenlerin materyal kullanmaya yönelik yeterlik öz-inançları yüksek olduğunu belirtmişler, bununla birlikte öğretmenlerin derslerinde materyal kullanma düzeyleri ile yeterlik inançları arasında anlamlı bir ilişki bulunmadığını belirtmişlerdir. Yetkin Özdemir (2008) yaptığı çalışmada öğretmen adaylarının derslerde materyal kullanımı konusunda olumlu tutuma sahip olduğunu ortaya koysa da materyalleri sınıflarında etkin bir şekilde kullanabilme konusunda sıkıntı yaşadıklarını ortaya koymuştur. Yetkin Özdemir (2008) ayrıca öğretmen adaylarının öğrencilerin materyal ile kavram arasındaki ilişkiyi kurmalarına yardımcı olabilecek yönlendirmeleri yapılandırma konusunda yetersiz olduklarını tespit edilmiştir.

Kesirler ve Kesir öğretimi

Kesirler, sadece sayılar konusunun içerisinde değil farklı sınıf seviyelerinde birçok konu içerisinde önem arz eden önemli kavramsal zenginliğe sahip bir konudur. Bu nedenle konunun öğrenilmesi büyük önem taşımaktadır (Seçir, 2017). Matematik eğitiminde geçmişten bugüne kadar kesirler ve kesirlerle işlemlerin öğrenme ve öğretimine ilişkin fazlasıyla çalışmaya rastlanmaktadır (Armstrong ve Bezuk, 1995; Behr, Lesh, Post ve Silver, 1983; Mack, 1990). Yapılan çalışmalar ise çoğunlukla kesirler konusunun öğrenilmesi ve kavram yanılgılarının tespit edilmesi üzerine olduğu görülmüştür (Birgin ve Gürbüz, 2009; Mulligan ve Mitchelmore, 1997). Yapılan çalışmalar kesirler konusunda öğrencilerde tespit edilen kavram yanılgıları ve hatalarının öğretmen adayları ve öğretmenlerde de görüldüğünü ortaya çıkarmıştır (Behr, Harel, Post ve Lesh, 1994; Graeber, Tirosh ve Glover, 1989; Işık, 2011).

İlkokulda kesirler olarak öğretilen konu, ortaokul ve lisede rasyonel sayılar olarak öğrencilerin karşılarına çıkmaktadır. Rasyonel sayı ile kesir arasındaki fark matematikçiler arasında halen tartışılmaktadır. Örneğin Lamon (2007) her kesrin bir rasyonel sayı olduğunu ancak her rasyonel sayının bir kesir olamayabileceğini söylemiştir. Bunun nedenini rasyonel sayıların kesirlere ait olarak atfedilen a/b yapısından farklı olarak, ondalık ve yüzde görünümünde olabileceğidir. Lamon (2007) ayrıca rasyonel sayıların negatif değerler alabilirken, kesirlerin alamayacağını belirtmiştir. Kieren (1993) ise rasyonel sayıların kesirlerin denklik sınıfı olduğunu ve bu nedenle kesirlerin de rasyonel sayı olduğunu belirtmiştir.

Rasyonel sayıların analizi, a/b şeklinde verilen bir rasyonel sayının problem durumu ile farklı anlamların ortaya çıktığı görülmüştür (Behr, Wachsmuth, Post ve Lesh, 1984; Ohlsson, 1988; Toluk, 2002). Bu analizlerin sonunda elde edilen, rasyonel sayıların beş farklı anlamları şunlardır:

$\frac{a}{b}$ kesrinin bir parça bütün ilişkisini belirlediği *parça-bütün anlamı*,

$\frac{a}{b}$ kesrinin bir bölme işleminin sonucunu belirlediği *bölüm anlamı*,

$\frac{a}{b}$ kesrinin bir a niceliğinin b niceliğine kıyaslanmasını gösteren *oran anlamı*,

rasyonel sayılar bir ölçme işleminin sonucunu gösteren *ölçme anlamı*,

rasyonel sayılarda çarpma işleminin kuralını belirleyen *işlemci (operatör) anlamı*dır.

Bu anlamları bilmek, kesrin ve kesirlerde işlemlerin anlamlandırılması açısından oldukça önemlidir. Kesirlerde bölme işlemi ile ilgili araştırmalar incelendiğinde, öğretmen adaylarının en az anlamlandırabildikleri konulardan biri kesirlerde bölme işlemi olduğu ortaya çıkmaktadır (Aytekin ve Şahiner, 2020; Li, 2008; Li & Kulm, 2008; Yeşildere, 2008). Kesirlerde bölme işleminin öğretilebilmesi için doğal sayılarda bölme ve kesirler ile ilgili tüm kavramların bilinmesi gereklidir (Ma 1999; Armstrong ve Bezuk, 1995). Aynı şekilde Lo ve Luo (2012) öğretmen adayları kesirlerde bölmeyi anlamlı bir şekilde öğretebilmeleri için tam sayılarda bölmeyi anlamlı bir şekilde öğrenmiş olmaları gerektiğini belirtmiştir. Işık (2011) öğretmen adaylarının kesirlerde bölme işlemine yönelik kurulan problemleri araştırdığı çalışmasında, öğretmen adaylarının işlem ve sayılara anlam vermekte zorlandığını; özellikle bölünenin doğal sayı olduğu durumlarda 'ölçme' anlamını gösteren problem kurabildikleri fakat bölünenin kesir olduğu durumda problemi oluşturmakta zorlandıklarını; bir doğal sayı ile kesir sayısının çarpımına yönelik problem kurma sürecinde ise işlem sonucuna önem verilmeksizin sadece işleme odaklandıklarını, bundan dolayı da kurulan problemlerde parça-bütün ilişkisini kavrayamadıkları gözlemlenmektedir. Işık ve Kar'ın (2012) ilköğretim matematik öğretmen adaylarının kesirlerde bölme işlemine yönelik kurdukları problemlerin hata analizini yaptıkları çalışmalarında hata tiplerini "*birim kargaşası, kesir sayılarına doğal sayı anlamı yükleme, oran-orantı yoluyla problem kurma, parça-bütün ilişkisini kuramama, bölen kesrin paydasına bölme, bölme yerine çarpma işlemini kullanma ve bölen kesir sayısının ters çevrilerek çarpılması yoluyla problem kurma*" şeklinde belirlemişlerdir. Benzer şekilde literatürde öğretmen adayların kurdukları problemlerin analizinde, kesirlerde bölme işleminin bağlamını çarpma işleminin bağlamıyla karıştırdıkları, oranlama yaparak problem kurmaya yöneldiklerini ve problem bağlamında birimi ifade etmede zorluklar yaşadıklarını ifade edilmiştir (Işık, 2011; Seçir, 2017). Işık (2011) öğretmen adaylarının basit kesirlerde çarpmaya yönelik yapılan işlemlerde çarpımın sonucunun daha küçük olacağını kavrayamadıklarını gözlemiştir. Işık (2011) bunun sebebini adayların çoğunlukla doğal sayılarda problemlerle karşılaştıkları çarpma işleminde sonuç çarpanlardan daha büyüktür' mantığıyla hareket ettikleri ile ilişkilendirmiştir. Gökkurt, Şahin, Soylu, ve Soylu (2013) ise öğretmen adaylarının öğrencilerin kavram hatalarını tespit etseler bile, kavram hatalarını düzeltebilmek için uygun pedagojik yaklaşımı sergileyemediklerini ifade etmişlerdir. Seçir (2017) öğretmen adaylarının kesirlerde çarpma ve bölme işlemlerine ilişkin özelleştirilmiş alan bilgilerinin model çizme, problem kurma, matematiksel ifade yazma, gerekçelendirme ve açıklama yapma deneyimleri yoluyla geliştiği belirtmiştir.

Kesirlerin kalıcı ve etkili öğretimi için eğitimde somuttan soyuta ilkesi göz önüne alınarak materyal kullanımı ve gerçekçi bağlamlarla ilişkilendirilmesi önem taşımaktadır. Öte yandan Wu (1999) kesirlerde bölme işleminin öğretiminde somut materyal kullanımının olumlu ve olumsuz sonuçlar doğurabileceğini savunmuştur. Ona göre kesirlerin bölme işleminde görsel yardımcıların kullanımı sadece basit kesirlerin bölümünde elverişlidir ve öğrenciler görselleştirilemeyecek problemleri de anlamalılardır. Hiebert ve Carpenter (1992) da benzer şekilde somut materyal ile ilişkilendirmeye çalıştığımız matematiksel kavramların uzak olması, materyalin yanlış yorumlanmasına neden olabileceğini belirtmişlerdir. Streefland (1991) ve Van den Heuvel-Panhuizen (2003) ise gerçekçi bağlamların kavram oluşturmada etkili bir yöntem olduğunu vurgulamışlardır.

Bu çalışmada öğretmen adaylarının kesirlerde çarpma bölme işlemleri ile ilgili özelleştirilmiş alan bilgileri Ball ve diğerleri (2008) tarafından ortaya attığı teorik çerçevede incelenmiştir. Çalışmanın amacı ilköğretim matematik öğretmen adaylarının kesirlerde çarpma ve bölme işlemleri konusundaki özelleştirilmiş alan bilgilerinin öğretim etkinliklerine nasıl yansıdığını ortaya çıkarmaktır. Bu amaca yönelik olarak şu sorulara cevap aranmıştır:

- İlköğretim matematik öğretmen adayları kesirlerde çarpma ve bölmeyi gerçekçi problemlerle nasıl temsil etmektedirler?

- İlköğretim matematik öğretmen adayları kesirlerde çarpma ve bölmeyi hazırladıkları ders planlarında nasıl temsil etmektedirler?

- İlköğretim matematik öğretmen adaylarının kesirlerde çarpma ve bölme işlemlerini mikro öğretim etkinliklerinde nasıl temsil etmekte, açıklamakta ve gerekçelendirmektedirler?

Bu çalışma materyal kullanmanın önemli olduğunu düşünen öğretmen adaylarının kesirlerde çarpma ve bölme işlemleri ile ilgili özelleştirilmiş alan bilgilerinin hazırladıkları ders planlarına ve öğretim esnasındaki temsil, açıklama ve gerekçelendirme becerilerine nasıl yansıdığını karşılaştırmalı olarak inceleyerek öneriler sunmasıyla literatüre katkı sağlayacaktır.

2.Yöntem

2.1. Araştırmanın Modeli

Araştırmanın modeli nitel bir çalışma olan durum çalışmasıdır. Durum çalışması tarama modelleri evrendeki belli bir ünitenin (birey, aile, okul, hastane dernek vb.), derinliğine ve genişliğine, kendisini ve çevresi ile olan ilişkilerini belirleyerek, o ünite hakkında bir yargıya varmayı amaçlayan tarama düzenlemeleridir (Karasar, 2005: 86). Bu çalışmada incelenen durum, ilköğretim matematik öğretmen adaylarının kesirlerde çarpma ve bölme işlemlerini ders planlarını hazırlama sürecinde ve ders anlatım sürecinde gerçekçi problemlerle ve somut materyallerle ilişkilendirmeleridir.

2.2. Çalışma Grubu

Bu çalışmanın katılımcıları İç Anadolu'da bulunan bir devlet üniversitesinin ilköğretim matematik öğretmenliği 4. Sınıf öğrencilerinden oluşmaktadır. Çalışmaya 2019-2020 eğitim öğretim yılı ikinci dönem öğretmenlik uygulaması dersinde uygulanmıştır. 35 İlköğretim matematik öğretmeni adaylarından 7 öğrenci amaçlı örneklem yoluyla seçilmiştir. Öğretmen adaylarının isimleri "Hale, Saadet, Züleyha, Seda, Burcu, Şeyda, Necla" olarak kodlanmıştır. Seçim Haser, Kayan ve Bostan (2013) tarafından uyarlanan matematik öğretimi ve öğrenimine ilişkin inanışlar ölçeği uygulanacak üç inanış modeline göre ikinci aşamada olan öğrenciler arasından seçilmiştir. Katılımcıların, inanç modeline göre ikinci aşamada olan öğrenciler arasından seçilmesinin nedeni, inanç boyutunun çalışmada etkisini yok etmektir. Matematik öğretimi ve öğrenimine ilişkin inanışlar ölçeğine göre ikinci aşamada bulunan öğrenciler matematiği dinamik bir disiplin olarak düşünürken, matematik öğrenme ortamlarını öğrencilerin fikirlerini geliştirecek şekilde tasarlanması gerektiğine ve matematiksel fikirlerin anlamak için öğrencilerin oluşturma sürecinde yer almaları gerektiğine inanırlar.

2.3. Veri Toplama Araçları

Çalışmada kullanılan veri toplama araçları öğretmen adaylarının oluşturdukları gerçekçi problemler, ders planları, mikro öğretim esnasında öğretmen adaylarından alınan ses ve video kayıtları ve öğretmen adaylarından görüşme esnasında alınan ses kayıtlarının transkriptinden oluşmaktadır.

2.4. Veri Toplama Süreci

Araştırma 2019- 2020 eğitim öğretim yılının ikinci döneminde sekiz hafta sürmüştür. İlköğretim matematik öğretmen adaylarının matematiğin doğasına, matematiğin öğretimi ve matematiğin öğrenimine ilişkin inançları Kayan, Haser, Işıksal ve Boston (2013) tarafından uyarlanan matematik öğretimi ve öğrenimine ilişkin inanışlar ölçeğine göre ikinci aşamada olan öğrencilerin bu çalışma için seçilmesinin ardından veri toplama süreci dört aşamada gerçekleştirilmiştir.

Veri toplama işleminin ilk aşamasında öğretmen adaylarına Gerçekçi Matematik Eğitimi yaklaşımı anlatılmıştır. Matematik problemlerinin dil anlatım, bilimsel yönden ve teknik açıdan bulundurması gereken özellikler öğrencilerle paylaşılmıştır. Ardından öğretmen adaylarına Işık (2011)'ın ilköğretim matematik öğretmen adaylarının kesirlerde çarpma ve bölme işlemlerine yönelik kurdukları problemlerin kavramsal analizini yaptığı çalışmasında kullandığı dört çarpma, dört bölme işlemini içeren sekiz maddeden oluşan "problem kurma testi" uygulanmıştır. Öğretmen adaylarından problem kurma testinde verilen işlemlerle ilgili gerçekçi problemler kurmaları istenmiştir. Öğretmen adaylarına sekiz problemi oluşturmaları için süre kısıtlaması yapılmamıştır. Bu süre ortalama 90 dakika sürmüştür. Öğretmen adaylarının oluşturdukları problemler incelenmiş, hatalı problemler hata nedenleri ile birlikte belirlenmiştir.

Veri toplama sürecinin ikinci aşamasında öğretmen adaylarının oluşturdukları ders planları incelenmiştir. İlköğretim matematik öğretim programı rehberliğinde 'Bir doğal sayıyı bir kesre ve bir kesri bir doğal sayıya böler, bu işlemi anlamlandırır.' ve 'İki kesrin çarpma işlemini yapar ve anlamlandırır." kazanımları için tasarlanacak bir ders için ders planı hazırlamaları öğretmen adaylarından istenmiştir. Bu iki kazanıma yönelik ders planı hazırlamaları için öğretmen adaylarına bir hafta süre verilmiştir. Hazırlanan ders planları toplanmıştır. Öğretmen adaylarının hazırladıkları ders planlarında ders için kullanmayı planladıkları materyal ve gerçekçi bağlamlar gibi temsiller incelenmiştir.

Veri toplamanın üçüncü aşamasında öğretmen adaylarının hazırladıkları ders planları ışığında hazırladıkları etkinliklerden bazılarını mikro öğretim etkinliği ile sınıfta uygulamışlardır. Mikro öğretim etkinliği akıllı tahtanın, yazı tahtasının ve matematik öğretim materyallerinin bulunduğu dolabın olduğu bir sınıfta gerçekleştirilmiştir. Altı öğretmen adayı ve iki araştırmacı da mikro eğitim etkinliğini gözlemlemiştir. Araştırmacılar bu süreçte gözlemci rolünde bulunmuşlardır. Bu süreç video kayıt altına alınmıştır. Öğretmen adaylarının kullandıkları temsiller incelenmiş; matematiksel kavram, problem, materyal arasındaki ilişkiyi nasıl kurdukları, spesifik bağlam için ilişkileri ortaya çıkarabilecek yönergeleri verme ve konuyu açıklama ve gerekçelendirme becerileri incelenmiştir. Bu aşamada ayrıca öğretmen adayının hazırladığı ders planıyla mikro öğretim esnasındaki uygulamaları arasındaki farklar da ortaya çıkarılmıştır.

Veri toplamanın son aşamasında ise ilköğretim matematik öğretmeni adaylarının materyal kullanma ve kullandıkları materyali gerçekçi problemlerle destekleme becerilerinin netleştirilmesi amacıyla öğretmen adayları ile yarı yapılandırılmış görüşmeler yapılmıştır. Görüşmede veri toplamanın ilk aşamasında kesirlerde işlemlerine yönelik hatalı problem kurguları üzerinden sorular sorulmuş, bu işlemleri modellemeleri ve açıklamaları istenmiştir. Bu süreçte araştırmacılar ve öğretmen adayı etkileşim içinde olmuştur. Görüşmeler yaklaşık 20 dakika sürmüştür. Bu süreçte öğretmen adayı ve araştırmacı arasında geçen diyaloglarla araştırma verisinin daha açık ve anlaşılır olması sağlanmıştır.

2.5. Veri Analizi

Veri toplama sürecinin birinci aşaması ile öğretmen adaylarının kurdukları problemler incelenmiş, verilen işlemlerle ilgili gerçekçi problemler oluşturma ile ilgili hata türleri için kodlar oluşturulmuştur. Öğretmen adaylarının her bir işlem ile ilgili geçerli bir bağlam oluşturabilmiş ise "+" ile geçerli bir bağlam oluşturamamış ise "-" ile gösterilmiş, her bir işlem çarpma işlemleri ve bölme işlemleri için ayrı birer tabloda toplanmıştır. Öğretmen adayların oluşturdukları problemlerden örnekler sunulmuş, hata nedenleriyle ilgili açıklamalar yapılmıştır.

Veri toplama sürecinin ikinci aşamasında toplanan öğretmen adaylarının oluşturdukları ders planları doküman analizi yöntemi ile analiz edilmiştir. Öğretmen adaylarının hazırladıkları ders planlarında oluşturdukları temsiller kategorilere ayrılmıştır. Kategoriler Lesh vd. (1987) sunduğu gerçek yaşam durumları, manipülatifler (kesir çubuğu, vs.), resimler veya diyagramlar (sayı doğrusu, bölge, soyut modeller, vs.), sözlü semboller, yazılı semboller kategorileri içinde, gerçek yaşam durumları, modeller ve manipülatifler (materyaller) başlığı altında değerlendirilmiştir. Bulgular bir tabloda sunulmuştur. Ayrıca kesirlerle çarpma ve bölme işlemlerine ilişkin çizilen model türleri uzunluk, alan, küme, gerçek nesne modelinden hangilerini seçtikleri incelenmiştir.

Veri toplamanın üçüncü aşamasında öğretmen adaylarının ders planları ışığında hazırladıkları mikro öğretim etkinliği esnasında video kaydı alınıp, video transkript edilmiştir. Toplanan verilerde kavramsal kodlama ve sınıflandırmalar yapılmıştır. Kodlar Ball ve arkadaşları (2008) ÖAB'nin üç matematiksel görev olan "temsil, açıklama ve gerekçelendirme" kavramsal çerçevesi içerisinde oluşturulmuştur. Öğretmen adaylarının seçtikleri temsilller ile ilişkili olarak genel kurallar veya algoritmaların altında yatan anlamı nasıl açıkladıkları *(Açıklama)* kodu başlığı altındaki alt kodlar Koren'in belirlediği (2004); *matematiksel temelli açıklama, uygulama temelli açıklama ve kural temelli açıklama* şeklindeki alt kodlara göre belirlenmiştir. Matematiksel temelli açıklama sadece matematiksel kavramları içerirken, uygulama temelli açıklama matematiksel ifadelere anlam verecek gerçek yaşam bağlamına dayalı ve/veya manipülatifler kullanan açıklamalardır, kural temelli açıklamalar ise matematiksel düşüncelere dayanmayan açıklamaları içerir. Öğretmen adaylarının alternatif strateji ve çözümlerinin matematiksel olarak uygun olup olmadığını nasıl değerlendirdikleri ve gerekçelendirdikleri *Gerekçelendirme* koduyla belirlenmiştir. Hunter (2008) *görsel, sözel ve sayısal* olarak belirlediği altkodlara göre değerlendirilmiştir. Ayrıca öğretmen adaylarının materyal seçimleri incelenmiş; matematiksel kavram, problem, materyal arasındaki ilişkiyi nasıl kurduklarının incelenmesi için içerik analizi kullanılmıştır. Bireylerin görüşlerini yansıtmak amacıyla doğrudan alıntılara ve öğretmen adaylarının gösterimlerine yer verilmiştir. Bu aşamada ayrıca öğretmen adayının hazırladığı ders planıyla mikro öğretim esnasındaki uygulamaları arasındaki farklar da ortaya çıkarılmıştır.

2.6. Verilerin Geçerliliği ve Güvenirliği

Öğretmen adaylarının oluşturdukları dokümanlar, uygulamanın hemen ardından analiz edilmiştir. Detaylı analiz yapılırken tüm veri toplama araçlarından gelen veriler göz önüne alınarak bulgulara ulaşılmıştır. Ayrıca, dokümanların, video ve ses kayıtlarının transkriptiyapıldıktan sonra, değerlendirme iki araştırmacı tarafından tek oturum şeklinde yapılmış; bu süreç, araştırmacılar arasında tam uzlaşı sağlanana kadar devam etmiştir.

Araştırmanın Etik Izinleri

Yapılan bu çalışmada "Yükseköğretim Kurumları Bilimsel Araştırma ve Yayın Etiği Yönergesi" kapsamında uyulması belirtilen tüm kurallara uyulmuştur. Yönergenin ikinci bölümü olan "Bilimsel Araştırma ve Yayın Etiğine Aykırı Eylemler" başlığı altında belirtilen eylemlerden hiçbiri gerçekleştirilmemiştir.

Etik kurul izin bilgileri: Etik değerlendirmeyi yapan kurul adı =Kırıkkale Üniversitesi Sosyal ve Beşeri Bilimler Araştırmaları Etik Kurulu

Etik değerlendirme kararının tarihi=18.03.2021

Etik değerlendirme belgesi sayı numarası=03

3.Bulgular

Araştırmanın alt problemleri bulguların alt başlıkları olarak ele alınmıştır.

3.1.İlköğretim Matematik Öğretmen Adayları Kesirlerde Çarpma Ve Bölmeyi Gerçekçi Problemlerle Nasıl Temsil Etmektedirler?

Yedi ilköğretim matematik öğretmen adayının ilk satırda belirtilen kesirlerde çarpma işlemi ile gerçekçi problem yazımının temsilinin doğruluğu ya da yanlışlığı Tablo 1'de kategorileştirilmiştir. Tablo 1'de adı geçen öğretmen adayı kesirlerde çarpma işlemi ile ilgili geçerli bir bağlam oluşturabilmiş ise "+" ile geçerli bir bağlam oluşturamamış ise "-" ile gösterilmiştir.

Tablo 1. *Öğretmen adaylarının kesirlerde çarpma işlemiyle ilgili yazdıkları problemlerin analizi*

	$\frac{2}{5}\times\frac{6}{1}$	$\frac{1}{2}\times\frac{1}{6}$	$\frac{2}{3}\times\frac{4}{5}$	$1\frac{1}{4}\times\frac{1}{5}$

Hale	-	+	+	-
Saadet	+	-	+	-
Züleyha	-	+	+	+
Seda	-	+	+	-
Burcu	+	+	+	-
Şeyda	+	-	+	-
Necla	+	-	-	+

Tablo 1 incelendiğinde öğretmen adaylarının basit kesirlerde çarpma işlemi ile ilgili genellikle problem bağlamları oluşturabildikleri fakat bileşik kesirlerde çarpma işlemlerinde uygun olmayan gerçekçi problem kurdukları (bölme ile karıştırma, yanlış işlem, yanlış ifade kategorilerinde) gözlenmiştir (Tablo 3). İki basit kesrin çarpımıyla ilişkili problem yazımında hata yapan iki öğretmen adayının başlangıçta tanımladıkları bütün ya da çokluğu iki kesir için de ifade edemedikleri gözlemlenmiştir.

Tablo 2. *Öğretmen adaylarının kesirlerde çarpma işlemiyle ilgili oluşturdukları problemlerden örnekler*

No	Öğrenci	İşlem	Problem
1	Şeyda	$\frac{2}{3} \text{x} \frac{4}{5}$	Yandaki şekilde bir evin 2 duvarı verilmiştir. 1 duvarın 2/3'si boyanıyor. Daha sonra boyanan kısmın 4/5'ü de boyanıyor. Bu duvarın kaçta kaçı boyanmıştır?
2	Şeyda	$\frac{1}{2} \times \frac{1}{6}$	Yarım pastanın 1/6'i ne kadardır?
3	Hale	$\frac{1}{2} \times \frac{1}{6}$	Ayşe yarısı su dolu bir şişenin 1/6'sını içerse şişenin ne kadarını içmiş olur?
4	Saadet	$1\frac{1}{4} \times \frac{1}{5}$	Bir tam çikolata ve aynı çikolatanın çeyreği var. Bunu kendisi dahil 4 arkadaşıyla dağıtıyor. Bir kişiye ne kadar düşer?
5	Züleyha	$\frac{2}{5} \times 6$	Ayşe'ye annesi her birinde 5 adet yumurta olan kolilerden 6 adet olmasını istemiştir. Ayşe yumurta kolilerini getirirken her bir kolideki 3 yumurtayı kırmıştır. Sağlam yumurta miktarını kesir ile ifade ediniz.
6	Seda	$\frac{2}{5} \times 6$	Ali 5 ekmeği önce 2 parçaya ayırmış sonra ekmeklerin masadakilere yetmeyeceğini anlayınca böldüğü parçaları tekrar 6'ya bölmüş ve masadakilere dağıtmıştır. Bir kişiye gelen ekmek tüm ekmeklerin kaçta kaçıdır?

Kesirlerde çarpma işlemiyle ilgili gerçekçi problem temsillerden 1. Temsil incelendiğinde Şeyda'nın oluşturduğu gerçekçi problemde *bir bütünün 2/3'ünün 4/5'ini* hesaplayarak problem kurduğu gözlemlenmektedir. Yukarıdaki 2. Temsil ve 3. Temsil incelendiğinde öğretmen adaylarının *bir bütünün yarısını alarak temsil etmesiyle* gerçekçi problem kurduğu gözlenmektedir. Saadet 4. Temsil ile bölme işlemi üzerinden çarpma işlemini anlamlandırdığı görülmektedir. 5. Temsil incelendiğinde Züleyha'nın basit kesri tam sayı ile çarpma ile ilgili oluşturduğu gerçekçi problemde soru kökünde sağlam yumurta sayısını sorması ile *birimi yanlış ifade etmesi nedeniyle* işlemi problem ile temsil edememiştir. 6. Temsil incelendiğinde Seda'nın birçok hata yaparak öncelikle *parça bütün ilişkisini* temsil edememe ve *çarpma yerine bölme işlemi ile ifade etme* hatası ile gerçekçi problemi oluşturamadığı gözlemlenmektedir.

Yedi ilköğretim matematik öğretmeni adayının kesirlerde bölme işlemi ile oluşturdukları gerçekçi problem temsilleri Tablo 2'de kategorileştirilmiştir. Tabloda adı geçen öğrenci kesirlerde bölme işlemi ile ilgili geçerli bir bağlam oluşturabilmiş ise "+" ile geçerli bir bağlam oluşturamamış ise "-" ile gösterilmiştir. Hiç problem oluşturamayan öğrenciler "boş" şeklinde kategorileştirilmiştir.

Tablo 3. *Öğretmen adaylarının kesirlerde bölme işlemiyle ilgili yazdıkları problemlerin analizi*

	$3 \div \frac{3}{5}$	$\frac{7}{8} \div \frac{1}{4}$	$\frac{1}{2} \div \frac{1}{8}$	$4\frac{2}{3} \div 1\frac{1}{6}$
Saadet	-	Boş	-	Boş
Hale	-	-	+	-
Züleyha	-	-	-	-
Seda	-	-	-	Boş
Burcu	+	+	-	+
Şeyda	-	+	-	-
Necla	+	+	+	-

Tablo 3 incelendiğinde, öğretmen adaylarının genel anlamda kesirlerde bölme işlemleriyle ilgili gerçekçi problem oluşturmada güçlük yaşadıkları gözlemlenmektedir. Öğretmen adaylarından Züleyha ve Seda bölme ile verilen işlemlerin hiçbirinden problem oluşturamamışlardır. Burcu ve Necla'nın 4 işlemden 3'üne ilişkin problem oluşturabilmiştir. Necla'nın oluşturamadığı problem tipi tam sayılı kesrin tam sayılı kesre bölündüğü durumdur. Verilen işlemlerin problem yazımına dönüşümü tek tek ele alındığında, tam sayılı kesrin tam sayılı kesre bölünmesi ile ilgili gerçekçi problemin yazılması yedi öğretmen adayından biri tarafından doğru yapılmış iken (%14), $^{7}/_{8}$: $^{1}/_{4}$ işleminin ise yedi öğrenciden ikisi tarafından (%42) gerçekçi probleme dönüştürülebildiği diğer işlemlerin ise yedi öğretmen adayından ikisi tarafından doğru bir şekilde oluşturulduğu (%28), görülmektedir. Öğretmen adaylarının kesirlerde bölme işlemiyle ilgili oluşturdukları problemlerden örnekler Tablo 3'de örnekler sunulmuştur.

Tablo 4. *Öğretmen adaylarının kesirlerde bölme işlemiyle ilgili oluşturdukları problemlerden örnekler*

Temsil No	Öğrenci	İşlem	Problem
1	Hale	$3 \div \frac{3}{5}$	3 kova suyu 5 tane şişeye ve her şişeyi 3/5'ü dolacak şekilde su paylaştırırsak toplam olarak şişelerin doluluk oranı ne olur?
2	Saadet	$\frac{1}{2} \div \frac{1}{8}$	2 arkadaş bir kitap alıyorlar. İkisi de kitapta okunacak yerleri eşit sayfa okuyacak şekilde paylaşıyor. Arkadaşlardan biri kendi

			okuyacağı sayfaları 5 günde her gün aynı miktarda sayfa okuyor. 1 günde kaç sayfa olur?
3	Necla	$4\frac{2}{3} \div \frac{11}{6}$	Ayşe'nin elinde 4 dolu su şişesi ve 1 tane de 2/3'si dolu su şişesi vardır. Bu dolu şişeleri de 1 1/6 adet bardağa paylaştırıyor. Her bardağa ne kadar su miktarı düşer?
4	Burcu	$1\frac{1}{4} \div \frac{1}{5}$	Bir yolun 1 1/4'ini gidip daha sonra gittiği yolun 1/5'ini giden kişi ne kadar yol gitmiştir?

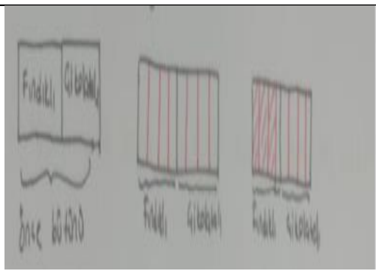
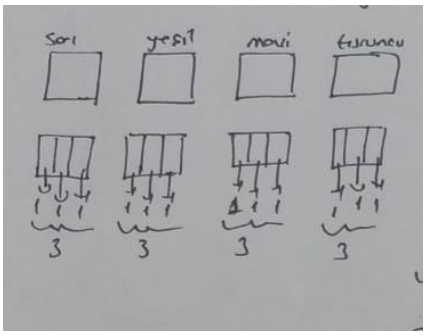
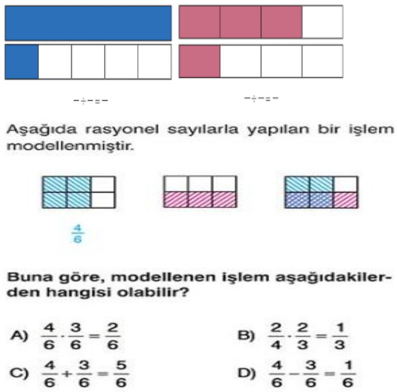
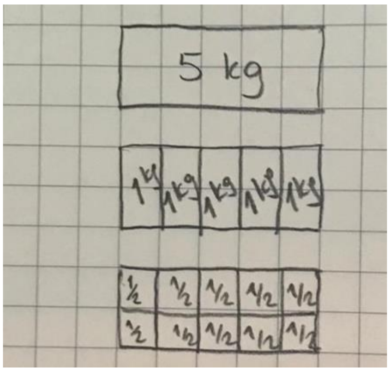
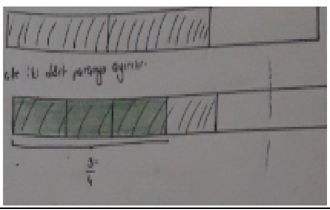
Tablo 4'deki 1. Temsilde verilen Hale'nin yazdığı gerçekçi problem incelendiğinde soru kökünün hatalı oluşturulduğu görülmektedir. İfadede şişelerin 3/5 doluluk oranı ile oluşturulacağı soru içinde ifade edilirken, soruda doluluk oranı sorulmuştur 2. Temsil incelendiğinde Saadet'in problem durumundaki böleni yanlış bir şekilde ifade ettiği ve soru kökünü doğru bir şekilde oluşturamadığı görülmektedir. Kitabın toplam sayfa sayısını soru içinde belirtmeden, bir günde okunacak sayfa sayısını sormaktadır. Aynı zamanda okunacak kitap sayfalarını arkadaşların paylaşması durumu da anlamlı değildir. Yukarıdaki 3. Temsil incelendiğinde Necla'nın yazdığı gerçekçi problem detaylı incelendiğinde ölçme yoluyla tam sayılı kesirlerde bölme işlemine uygun problem oluşturmaya çalışmasına rağmen adet kavramını hatalı kullandığı (*birim karmaşası)* görülmektedir. Yukarıdaki 4. Temsil incelendiğinde Burcu'nun yol örneği verirken *bir bütünden daha fazlasını temsil etmesiyle* gerçekçi problem kurmada anlamsız bir sonuca vardığı gözlemlenmektedir.

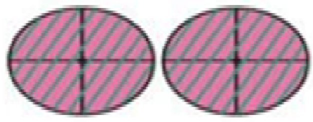
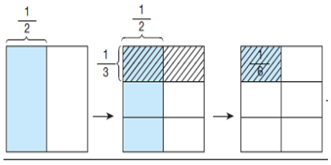
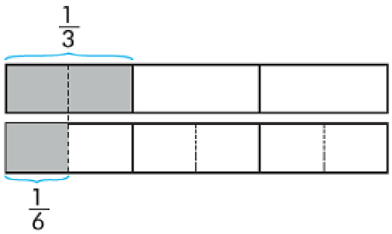
3.2.İlköğretim Matematik Öğretmen Adayları Kesirlerde Çarpma Ve Bölme İşlemlerini Hazırladıkları Ders Planlarında Nasıl Temsil Etmektedirler?

Öğretmen adaylarının hazırladıkları ders planları gerçekçi problem içermesi, işlemin model ile desteklemesi ve materyal kullanımı planlama kriterleri açısından incelenmiştir. Öğretmen adaylarının incelenen bu kriterdeki ders planlarından temsil örnekleri Tablo 5'de gösterilmektedir.

Tablo 5. *Öğretmen adaylarının kesirlerde çarpma ve bölme işlemleriyle ilgili hazırladıkları ders planlarında temsil örnekleri*

Kişiler	Gerçek yaşam durumları temsili	Modeller Temsili	Materyal ile temsili

Saadet	Fatma hanım oğlu ve arkadaşları için yarısı çikolatalı yarısı fındıklı olan bir tepsi kurabiye yapmıştır.Çocuklar fındıklı kurabiyelerin $\frac{3}{4}$ 'ünü yemişlerdir. Buna göre çocuklar tüm kurabiyelerin kaçta kaçını yemişlerdir?		Ders planında materyal kullanımı içermemektedir.
Hale	Alev hanım evine gelen misafirlere kahvenin yanında çikolata ikram edecektir. Her bir misafir için kahvenin yanına kutudaki çikolataların $\frac{2}{24}$'ünü koyacaktır. Çikolata kutusunun $\frac{5}{6}$'sı dolu olduğuna göre Alev hanımın evine kaç misafir gelmiştir?		4 tane farklı renkte karton-makas – kalem .
Züleyha	Semra için bir doğum günü partisi düzenleyen annesi, eş büyüklükte 5 pasta sipariş eder. Doğum gününe Semra'nın 16 arkadaşını davet eden annesi, her bir arkadaşının çeyrek pasta yiyebileceğini düşünür. Sizce verilen pasta siparişi yeterli midir?	 Aşağıda rasyonel sayılarla yapılan bir işlem modellenmiştir. $\frac{4}{6}$ Buna göre, modellenen işlem aşağıdakilerden hangisi olabilir? A) $\frac{4}{6}\cdot\frac{3}{6}=\frac{2}{6}$ B) $\frac{2}{4}\cdot\frac{2}{3}=\frac{1}{3}$ C) $\frac{4}{6}+\frac{3}{6}=\frac{5}{6}$ D) $\frac{4}{6}-\frac{3}{6}=\frac{1}{6}$	kesir takımı
Seda	Kışın sokak hayvanlarının aç kaldığını ve yiyecek bulamadığını gören Ahmet, marketten 5 kilogramlık bir köpek maması alıp her köpeğe 1/2 kilogram mama veriyor. Ahmet'in aldığı mamayla bu şekilde kaç köpeği besleyebileceğini bulalım.		şeffaf kesir kartları
Burcu	Ders planında gerçekçi problem bulunmamaktadır.	 	Bilgisayar destekli dinamik geometri programı (geogebra programı)

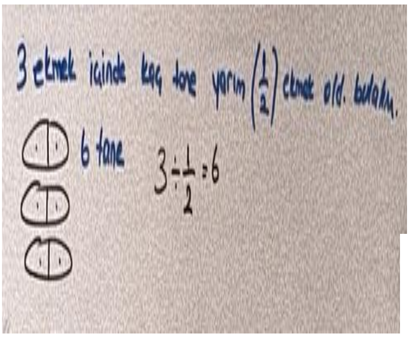
Şeyda	Emine Hanım, bir sürahideki limonatanın $\frac{2}{3}$ litrelik kısmını, $\frac{1}{3}$ litre limonata alan bardaklara boşaltmıştır. Emine Hanım'ın bu iş için kaç tane bardak kullandığını nasıl bulabileceğinizi söyleyiniz.	 	limonata, bardak gibi görseller
Necla	Esin evden okula giderken yolun 1/3km'lik kısmını 2 dakikada yürümektedir. Esin'in bir dakikada toplam yolun ne kadarını yürüdüğünü bulalım.		Şeffaf kesir kartları

Gerçekçi problem yazımının ardından öğretmen adaylarının kesirlerde çarpma ve bölme işlemleriyle ilgili hazırladıkları ders planlarında konuyu gerçekçi problem ile temsile çoğunlukla yer verdikleri gözlenmektedir. Tablo 5'de yer alan öğretmen adaylarının konuyu modelle (diyagram) temsil etmeleri incelendiğinde ders planında genellikle alan modeline yer verildiği, küme modeli ya da uzunluk modeli gibi modellere vurgu yapılmadığı belirlenmiştir. Öğretmen adaylarının ders planları materyal kullanımı açısından incelendiğinde; ders planında şeffaf kesir kartları, kesir takımları, bilgisayar destekli Geogebra programlarının kullanılmasının planlandığı görülmektedir (Bkz Tablo 5). Öğretmen adaylarının temsiller arasında geçiş yapmasının planlanması açısından incelendiğinde; öğretmen adaylarından sadece Şeyda'nın aynı bağlam üzerinde gerçekçi problem, materyal kullanımı ve model gösterimini eş zamanlı planladığı, diğer öğrencilerin farklı bağlamlar için farklı temsiller için planlama yaptıkları görülmektedir. Öğrencilerden Saadet, Necla ve Seda gerçekçi problem ile model çizimi arasında temsil geçişlerini planlarken, Hale gerçekçi problem ve materyal temsilleri arasında geçişi planlamıştır. Necla ders planında materyal kullanımını, bağlamdan ve modelden bağımsız bir şekilde planlamıştır. Züleyha ve Burcu ise aynı bağlam üzerinden temsiller arası geçişleri planlamadığı görülmektedir. Burcu'nun ders planında işlemi temsil eden hiçbir gerçekçi bağlam bulunmamaktadır.

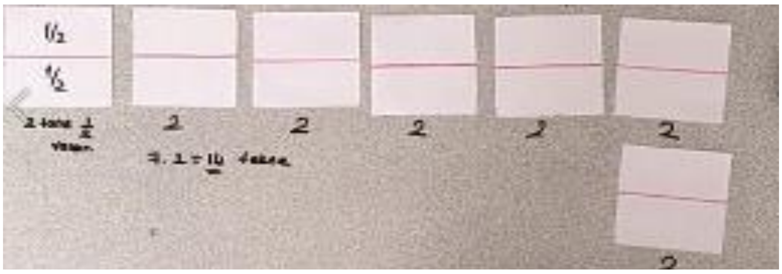
3.3.İlköğretim Matematik Öğretmen Adaylarının Kesirlerde Çarpma Ve Bölme İşlemlerini Mikro Öğretim Etkinliklerinde Nasıl Temsil Etmekte, Açıklamakta Ve Gerekçelendirmektedirler?

Öğretmen adayları kesirlerde çarpma ve bölme işlemlerine yönelik hazırladığı ders planlarını uygulamışlardır. Bu bölümde öğretmen adaylarının kesirlerde çarpma ve bölme işlemleriyle ilgili öğretim etkinliklerinin uygulanmasına ilişkin bulgulara yer verilmiştir. Bu bölümde ayrıca öğretmen adaylarının araştırmacı ile öğretmen adayı arasında yarı yapılandırılmış görüşmeden elde edilen öğretmen adaylarının açıklama ve gerekçelendirmelerini ortaya çıkarmak amacıyla bazı diyaloglar yer almaktadır.

Yapılan incelemede veri toplamanın birinci aşamasında gerçekçi problemleri doğru oluşturan ve ders planlarında temsiller ve açıklamalar arasında geçişleri planlayan öğrencilerin uygulama sırasında konuyu daha iyi açıkladıkları ve gerekçelendirdikleri görülmüştür. Bununla ilişkili olarak Necla'nın öğretim esnasında kullandıkları etkinliklerden örnekler Şekil 1a ve Şekil 1b'de gösterilmiştir.



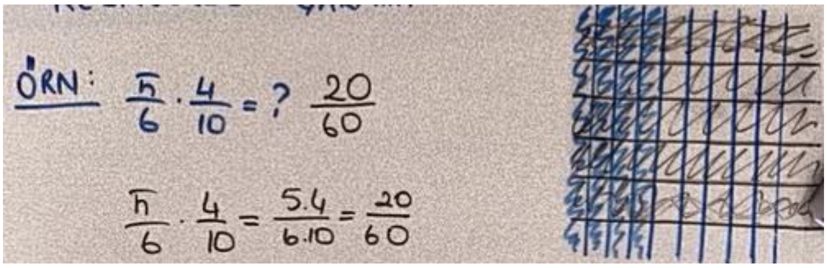
Şekil 1a. **Necla'nın kesirlerde bölmeye ilişkin modeli**



"Ezgi ve arkadaşları origami ile tekne yapmak için elindeki 3 adet elişi kağıdını paylaşmıştır. Her tekne için el işi kağıdının ½ sini kullandığına göre Ezgi ve arkadaşlarının elindeki kağıtları kullanarak origami ile kaç tane yapacağını bulalım."

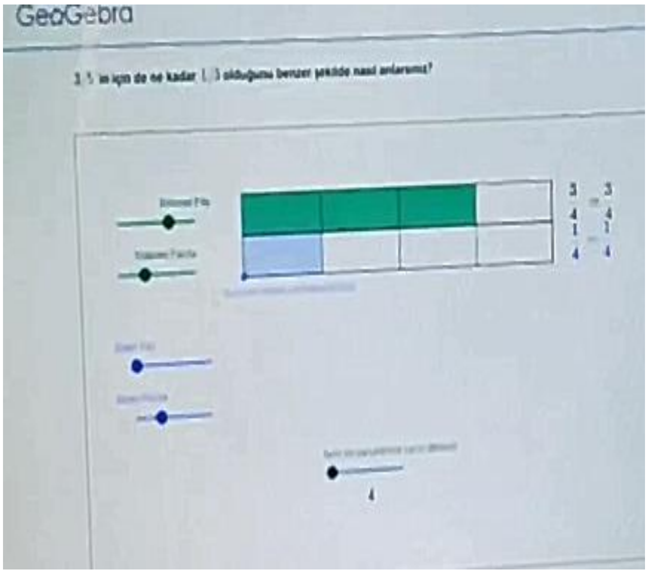
Şekil 1b. Necla'nın kesirlerde bölmeye ilişkin oluşturduğu materyaller ve problem

Şekil 1b'de görüldüğü gibi Necla kesirlerde bölme işlemini *gerçek yaşam durumları ve resim ile temsil* ile yarım ekmek ve eşit kağıt parçaları örneklerini kullanarak *uygulama temelli açıklamalar* ve *görsel, sözel ve sayısal gerekçelendirmeler* kullanmıştır. Necla kesirlerde çarpma işlemini ise Şekil 2'de görüldüğü kendisinin oluşturduğu şeffaf kesir kartlarını *(resim- diyagram ile temsil)* materyal olarak tercih ederek *görsel ve sayısal gerekçelendirme* oluşturmuştur.

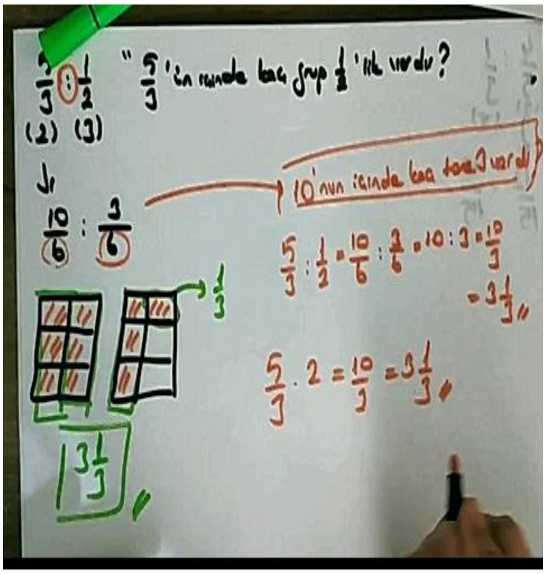


Şekil 2. Necla'nın kesirlerde çarpmaya ilişkin modeli

Kesirlerde çarpma ve bölme işlemleriyle ilgili gerçekçi problem yazımında diğer öğretmen adaylarına göre daha başarılı olan Burcu da öğretim esnasında *gerçek yaşam durumları ve manipülatif ile temsiller* yapmış, *görsel sayısal gerekçelendirmeler* ve *uygulama temelli açıklamalar* kullanmıştır. Burcu'nun Geogebra kullanımı ile dinamik bir şekilde desteklediği öğretiminden örnek Şekil 3a'da verilmiştir.



Şekil 3a. Burcu'nun GeoGebra kullanarak kesirlerde bölmeye ilişkin modeli



Şekil 3b. Burcu'nun kesirlerde bölmeye ilişkin modeli

Şekil 3a incelendiğinde Burcu mikro öğretimde $\frac{3}{4} \div \frac{1}{4}$ kesrinin sonucuna ulaşmak için hem Geogebra uygulamasına başvurduğu hem de sayısal sonucu A4 üzerinde model oluşturarak gerekçelendirdiği görülmektedir. Şekil 3b'de Burcu mikro öğretim analizinde bileşik kesrin basit kesre bölümünde $\frac{5}{3} \div \frac{1}{2}$ kesrinin sonuca ulaşılmasını ifade ederken paydaları eşitleyip modelleme yaparak " $\frac{10}{6}$ kesrinin içerisinde kaç adet $\frac{3}{6}$'lık grup vardır? Ya da paydaları eşit olduğu için 10'un içerisinde kaç adet 3 vardır?" soruları ile çözümü sözel olarak da gerekçelendirmiştir. Burcu'nun matematiksel temelli ve uygulama temelli temsiller konusunda geçişlerin yapması açıklama ve gerekçelendirme sürecini kolaylaştırmıştır.

Öğretmen adayları ders planlarında kesirlerde bölme işlemi ile ilgili *gerçek yaşam durumları temsiline* ya da *manipülatiflere* yer vermelerine rağmen, öğretmen adaylarından bazılarının öğretim aşamasında bu temsilleri etkili bir şekilde kullanamadıkları ya da kullanmaktan kaçındıkları görülmüştür. Bu duruma örnek oluşturan öğretmen adaylarından biri Züleyha'dır. Züleyha, kesirlerde bölme işlemiyle ilgili gerçekçi problem yazımında sorun yaşamış, ders planında bir tamsayının daha büyük bir tamsayıya bölümünü örneklemiş ve kesir takımlarını kullanmayı planlamış fakat öğretimde materyal ile konuyu temsil (*manipülatif ile temsil*) etmekten kaçınmıştır. Bu durum onun, *sözel gerekçelendirmeler* yapmasını kısıtlamış, *kural temelli açıklama* yapmaya yöneltmiştir. Züleyha'nın mikro öğretim sonrasında yapılan görüşmede $\frac{1}{2} \div \frac{1}{8}$ işlemini açıklaması ve gerekçelendirmesi istenmiştir. Araştırmacı ile Züleyha arasında şu diyalog geçmiştir:

Araştırmacı: $\frac{1}{2} \div \frac{1}{8}$ *işlemini bize materyal ile anlatabilir misin?*

Züleyha: (4 özdeş materyali eline alır. $\frac{1}{2}$*'si olarak 2 tanesini gösterir.) Bunu 8 eşit parçaya ayıracağız.*

Araştırmacı: Tahtadaki ifade peki $\frac{1}{2} \div \frac{1}{8}$ *midir?*

Züleyha: Aslında $\frac{1}{2}$ *'den 8 tane daha mantıklı.*

Araştırmacı: Bu $\frac{1}{2}+\frac{1}{2}+\frac{1}{2}+\frac{1}{2}+\frac{1}{2}+\frac{1}{2}+\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$ *değil midir? Bu durum bölme anlamına mı geliyor?*

Züleyha: Aynı anlama gelmiyor.

Araştırmacı: Peki, problem ile ifade edebilir misin?

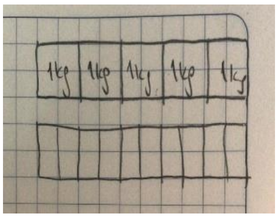
Züleyha: 'Bir elmanın yarısının 8'de 1'ini yedim ne kadarını yedim? (Sonrasında öğretmen adayı oluşturduğu problemden emin olamaz ve vazgeçer.)

Yukarıdaki diyaloglardan yola çıkılarak Züleyha'nın kesirlerde bölme işleminde böleni yanlış ifade ettiği ve bölme işlemini çarpma üzerinden yapılandırmaya çalıştığı, konuya *gerçek hayat durumları ile temsil* ederek, *uygulama temelli açıklamalar* yapamadığı görülmektedir.

Kesirlerde bölme işlemiyle ilgili gerçekçi problem yazımında sorun yaşayan öğretmen adaylarından bir diğeri Seda, ders planında bir tam sayının basit kesre bölümünü gerçekçi problem kurarak örneklemiş ve çözümünü modelleme yoluyla açıklamıştır. Ders planında şeffaf kesir kartlarını kullanmayı hedeflemektedir. Seda yarı yapılandırılmış görüşmede ders planında bulunan örneği kullanmak isteyip yeni bir gerçekçi yaşam durumu ve manipülatif kullanmaktan kaçınmıştır. Seda ders planında bulundurduğu gerçekçi problemde tam sayının basit kesre bölümünü aşağıdaki gibi ifade etmiştir. 'Kışın sokak hayvanlarının aç kaldığını ve yiyecek bulamadığını gören Ahmet marketten 5 kg'lık bir köpek maması alıp her köpeğe $\frac{1}{2}$ kg'lık mama veriyor. Ahmet'in aldığı mamayla bu şekilde kaç köpeğin doyabileceğini bulalım.'

Araştırmacı: Peki, bu durumu nasıl temsil edebilirsin?

Seda: Şu şekilde (Şekil 4)



Şekil 4. Seda'nın kesirlerde bölme işlemine ilişkin modeli

Şekil 4'de görüldüğü gibi, Seda bölme işlemini *resim ile temsil* etmeyi seçmiştir. Seda'nın bir bütün üzerinden $5 \div \frac{1}{2}$ işlemini tahtada çizerek modellediği görülmektedir. 5 tamı bir bütün olarak görüp öncelikle 1 kg'lık parçalara ayırıp daha sonrasında her 1 kg'ı $\frac{1}{2}$ parçalara ayırmıştır. Seda'nın bu çizimi işlemi gerçekçi problem temsilinden *görsel gerekçelendirme* yapmaya çalıştığı görülmektedir.

Gerçekçi problem yazımında başarılı performans gösteremeyen fakat ders planlamada gerçekçi problemlere ve materyal kullanımına yer veren öğrencilerden bir diğeri Saadet'tir. Saadet mikro öğretim etkinliklerinde somut materyal kullanımını planlamasına rağmen, mikro öğretim etkinliğinde konuyu sadece tahtada diyagram ile temsil etmiş, bu çizim üzerinden matematik temelli açıklamalar oluşturmuştur. Mikro öğretim etkinlikleri uygulamasının ardından yarı yapılandırılmış görüşmede araştırmacı ile öğretmen adayı (Saadet) arasında geçen örnek bir diyalog şu şekildedir:

Araştırmacı: $\frac{2}{3} \times \frac{1}{3}$ *=? İşlemini nasıl temsil ederdiniz?*

Saadet: Bir şekli 3'e bölüyorum yatay olarak sonrasında 2'sini tarıyorum. 2/3 'ü buluyorum. Daha sonra 1/3 ü yani bu şekli 3 eş parçaya böl diyor. Onu da şu şekilde (dikey) bölüyorum.

Saadet: Oluşturduğumuz şekilde kesişen kısımlar çarpımımızın sonucu oluyor.

Araştırmacı: Peki bunu bize materyaller ile aktarabilir misin?

(Öğretmen adayı kesir karoları ile 1/3lük parçalar arar. $\frac{1}{4} \times \frac{1}{3}$ *=? işlemini anlatmaya karar verir.)*

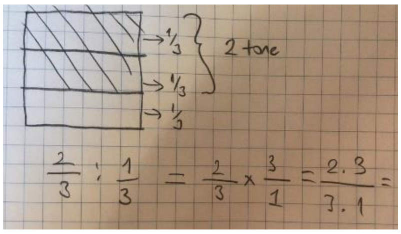
Saadet: 1/3 'lük karoları yatay olarak şöyle koydum. Daha sonra ¼'lük karoları ise dikey olarak koydum. 1 bütünü 4 eş parçaya bölmüş oluyorum ¼ oluyor.

Saadet: 1/3 'lük parça ile ¼ 'lük parçayı kesiştirdiğimde cevap 1/12 oluyor.

Araştırmacı: Peki bunu net göstermem için nasıl bir materyale ihtiyacım vardı?

Saadet: Karoların biraz daha büyük boyutluları olsa ve biraz daha şeffaf olsalar iyi olabilir. Çünkü çift taraflı bantlarla bunu tahtaya yapıştırabiliriz. Öğrencilerin görmeleri açısından bir sıkıntı olmaz.

Mikro- öğretim etkinliğinde Saadet $\frac{2}{3} \div \frac{1}{3}$ =? işlemi üzerinden konuyu Şekil 5 'deki diyagram ile anlatmıştır.



Şekil 5. Saadet'in kesirlerde bölme işlemine ilişkin modeli

Şekil 5 öğretmen adayının *diyagram ile temsilin* ardından *kural temelli açıklamalar* yaptığını özetlemektedir. Görüşmede araştırmacı ile Saadet arasında aşağıdaki konuşmalar geçmektedir.

Saadet: Bir bütünü 3'e bölüyor, daha sonrasında bunun 2 parçasını boyuyoruz. Daha sonrasında bunun 1/3'ünü istiyor. Yani bizim taralı alanımıza baktığımızda zaten 1/3'ten iki tane olduğunu görüyoruz. Öğrenci 1/3 'ten 2 tane olduğunu gördüğü için cevap 2'dir diyebiliyoruz.

Saadet: Daha sonrasında öğrenciye ters çevirip çarpmayı gösteriyoruz. Birinci kesri aynen yazıp, ikinci kesri ters çevirip çarpıyoruz.

Araştırmacı: Peki çizdiğiniz bu şekil ters çevirip çarpma algoritmasının mantığını bize açıklıyor mu?

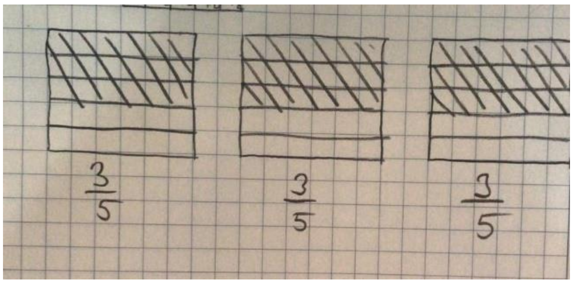
Saadet: Mantığı hakkında bir şey verilmiyor.

Araştırma: Öğrenciniz size ters çevir çarp algoritmasını açıklamanızı ve gerekçelendirmenizi isteseydiniz ne yapardınız?

Saadet: Ben de şekiller verirdim. Anı kurtarırdım, daha sonrasında daha net araştırıp bilgi verirdim.

Araştırmacı ile öğretmen adayı arasında geçen diyalog incelendiğinde öğretmen adayının basit kesrin basit kesre bölme işlemini modelleyebilmesine rağmen, bu işlemin arkasında yatan kavramsal bilgiye sahip olmadıkları, gerektiğinde *matematiksel temelli açıklamalar* yapamadığı; *kural temelli açıklamalar* ile durumu geçiştirdiğini göstermektedir.

Kesirlerde çarpma ve bölmeye ilişkin gerçekçi problem kurmakta sorun yaşayan öğretmen adaylarından bir diğeri Hale'dir. Hale'nin ders planı incelendiğinde konuyu *gerçekçi yaşam durumları* ve *diyagramlar ile temsil* etmeyi planlamasına rağmen ders anlatımını *kural temelli açıklamalar* ile yapılandırmıştır. Hale'nin mikro eğitim etkinliği ardından yapılan görüşmede $3 \div \frac{3}{5} =$? İşlemini temsil etmesi istenmiştir. Araştırmacı ile öğretmen adayının arasında aşağıdaki konuşmalar geçmiştir.



Şekil 6. Hale'nin kesirlerde bölme işlemine ilişkin modeli

Hale: 3 tane tamımız var. Her birinin 5'de 3'ünü alacağız. Bu ifade ile sonuç aynı çıkmıyor ama bence çok doğru bir mantık.

Öğretmen adayının ifadesinden verilen işleme uygun *uygulama temelli açıklamalar* ve *sözel gerekçelendirmeler* oluşturamadığı ortaya çıkmaktadır. Oysa öğretmen adayının ders planında işlem doğru bir şekilde modellenmiştir (Tablo 4). Anlatımın ardından yapılan görüşmede, öğretmen adayı ve araştırmacı arasında diyalog şu şekilde devam etmektedir:

Araştırmacı: Bu çizimde neyi göstermeye çalıştın bize ifade edebilir misin?

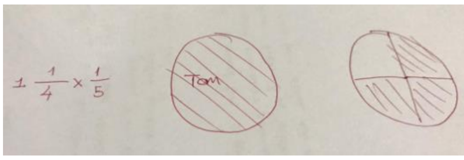
Hale: Her bir tam parçanın içinde 3/5'i göstermeye çalıştım.

Araştırmacı: Sence bütünlerin içinde başka 3/5'lik parçalar da bulabilir misin?

Hale: Aaa, evet..6 tane almadığım parça var onların içinden de alabilirim.

Yukarıda geçen diyalogdan araştırmacının sorgulamalarının ardından Hale'nin kalan 6 parçayı da fark ettiği gözlemlenmektedir.

Gerçekçi problem yazımında Hale ile benzer performans gösteren Züleyha'nın mikro öğretim sonrasında yapılan görüşme de $1\frac{1}{4} \times \frac{1}{5}$ işlemi yöneltildiğinde *diyagram üzerinden temsile* başvurduğu gözlemlenmektedir. Züleyha kesirlerde çarpma işlemiyle ilgili temsili bileşik kesirdeki $\frac{1}{4}$ ifadesini dikkate almadan, sonucu 1 tam üzerinden değerlendirmiştir.



Şekil 7. Züleyha'nın kesirlerde çarpmaya ilişkin modeli

Züleyha kural temelli açıklamadan kaçınmasına rağmen öncelikle işlem yapıp modeli ona uygun ifade etmek istediği dikkat çekmektedir. Bu yönden öğretmen adaylarının bileşik kesirlerde çarpma işlemlerinde temsil etmede zorluk çektiği gözlemlenmiştir. Konu ile ilişkili öğretmen adayı ile araştırmacı arasında aşağıdaki diyalog geçmektedir.

Araştırmacı: Bu işlemi gerçekçi problem ile nasıl temsil edebilirsiniz?

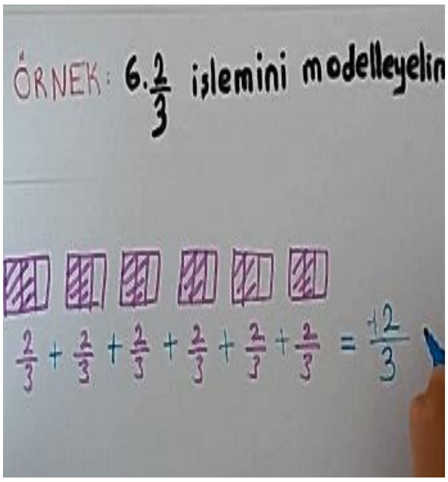
Züleyha: 1 tam $\frac{1}{4}$ elmam vardı. Bu elmanın $\frac{1}{5}$'ini aldım. Ne kadar elma almış oldum?

Araştırmacı: Bize bunu çizerek gösterebilir misin?

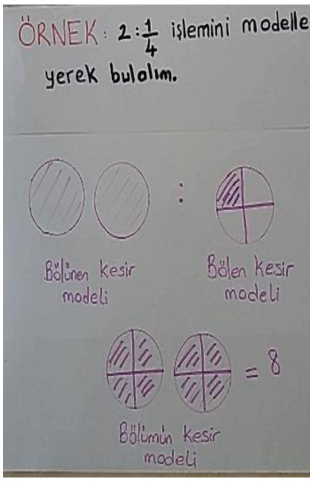
Züleyha: 20'de eşitleyelim. Hayır. Çok saçma.

Öğretmen adayının problemlerde sonuca ulaşmak için önce işlemi denediği sonrasında ise çıkarım ile modele yöneldiği gözlemlenmektedir. Bu yönüyle daha çok bileşik kesirlerde modelleme konusunda sorun yaşadığı tespit edilmiştir.

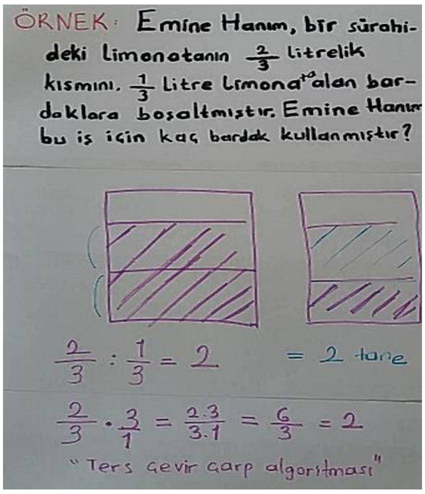
Tam sayılı kesirlerde çarpma ve bölme işlemlerinin gerçekçi problem yazma konusunda başarılı olamayan, basit kesirlerde kısmen başarılı olan Şeyda'nın ders anlatımındaki gerekçelendirmeleri basit kesirler üzerinden yapması dikkat çekicidir. Şeyda'nın ders anlatımı için seçtiği örnekler aşağıdaki Şekil 8a, Şekil 8b ve Şekil 8c'de verilmiştir.



Şekil 8a. Şeyda'nın kesirlerde çarpmaya ilişkin modeli



Şekil 8b. Şeyda'nın kesirlerde bölmeye ilişkin modeli



Şekil8c. Şeyda'nın kesirlerde bölmeye ilişkin gerçekçi problem ile modeli

Şekil 8c'de bulunan modelleme, işlem ve *diyagram temsillerinin* yanı sıra Şeyma '6 tane $\frac{2}{3}$'ü toplamak 6 çarpı $\frac{2}{3}$ ile aynı şeydir.' şeklinde çarpma işlemini, '2 tamın içerisinde kaç adet $\frac{1}{4}$' lük kısım vardır?' diyerek bölme işlemini *matematiksel temelli* açıklamıştır.

4. Sonuç, Tartışma ve Öneriler

Bu çalışmada ilköğretim matematik öğretmen adaylarının kesirlerde çarpma ve bölme işlemlerini hazırlıkları ders planlarındaki ve mikro öğretim etkinliklerinde nasıl temsil ettikleri, açıkladıkları ve gerekçelendirdikleri ve nasıl bağlamlar oluşturdukları araştırılmıştır.

Araştırmanın birinci bulgusu ele alındığında, öğretmen adaylarının bileşik kesirlerde çarpma ve bölme işlemlerini gerçek yaşam durumları ile temsillerinde basit kesirlerde çarpma ve bölme işlemlerine göre daha çok zorlandıkları gözlemlenmiştir. Bu bulgular Işık'ın (2011) ilköğretim matematik öğretmen adaylarının kesirlerde çarpma ve bölme işlemlerine yönelik kurdukları problemlerin kavramsal analizini yaptığı çalışmasındaki bulgularla paralellik göstermektedir. Literatürde kesirlerde bölme işlemine yönelik gerçekçi problem oluşturmak için ölçme anlamını, eşit paylaşım anlamına göre daha uygun olduğu (Ball, 1990) buna karşın öğretmen adaylarının iki kesrin birbirine bölünmesi ile ilgili modeli eşit paylaşım üzerinden anlamlandırmaya çalıştıkları (Ball, 1990; Işık 2011; Tirosh & Graeber, 1991) vurgulanmaktadır. Bu çalışmada öğretmen adaylarının iki kesrin birbirine bölümünü ifade ettikleri modeli literatüre benzer şekilde eşit paylaşım üzerinden yapmaya çalıştıkları gözlenmektedir. Ayrıca, tam sayılı iki kesrin bölümüyle ilgili hata kaynaklarının "bütünü çokluk olarak alma", "birim kargaşası", "parça-bütün ilişkisi kuramama" ve "bilinmeyenin olmaması" çarpma işlemi ile karıştırma, bütünden daha büyük olan bileşik kesre birim anlamı yükleme gibi literatür ile benzer alt temaların oluştuğu gözlenmektedir. (Armstrong ve Bezuk, 1995; Işık ve Kar, 2012; Seçir 2017). Lee ve arkadaşları (2011) belirttiği gibi referans alınan bütünün doğru bir şekilde ifade edilebilmesinin ve esnek bir şekilde kullanılabilmesi kesirlerde çarpma ve bölme işlemlerinin temsil edilmesinde önemli bir etkendir. Bu çalışmada da litaratüre paralel olarak öğretmen adayları bütünü gerçekçi bir durumla uyumlu bir şekilde temsil etmekte zorluk çekmişlerdir (Armstrong ve Bezuk, 1995; Azim, 1995; Lee ve arkadaşları, 2011).

İlköğretim matematik öğretmen adaylarının oluşturdukları ders planları değerlendirildiğinde; öğretmen adaylarının kesirlerde çarpma şeffaf kesir kartlarını, kesirlerde bölme işleminin öğretimi için Geogebra gibi teknoloji kullanımını kullanmayı planlamışlardır. Öğretmen adayların ders planlarında kesirlerde çarpma ve bölme işlemini gerçek yaşam durumları ile temsili için basit kesirlerden örnekler vermişlerdir. Hazırladıkları gerçek yaşam durumlarını alan modelleri ile temsil etmişlerdir. Bu bulgu Seçir (2017) ve Toluk Uçar (2009) tarafından yapılan çalışmada belirtilen öğretmen adaylarının kesirlerde işlem konusunu alan modelini temsil etmeyi tercih ettikleri ile paralellik göstermektedir.

Literatürde öğretmen adaylarından kesirlerle çarpma ve bölmeye ilişkin problem veya işlem verip model çizmeleri ve model verip problem kurmaları veya işlemi matematiksel olarak yazmaları istenen birçok araştırmaya rastlanmaktadır (Li, & Kulm, 2008; Işık 2011; Seçir 2017). Bu çalışmada, öğretmen adaylarına mikro öğretim etkinlikleri için somut materyaller de sağlanmış ve bu işlemler için bu materyalleri kullanmaları istenmiştir. Bazı öğretmen adayları mikro öğretimde ders planında bulunan etkinlikleri gerçekleştirmelerine rağmen, bazılarının ise mikro öğretim etkinliği esnasında materyal hazır verildiği halde öğretim esnasında verilen ve kullanmayı planladıkları malzemeleri kullanmakta çekindikleri gözlemlenmiştir. Öğretmen adaylarının ders planlarından yola çıkılarak materyal kullanımına önem verdikleri fakat bunu mikro öğretim etkinliklerinde yansıtamadıkları gözlemlenmiştir. Öğretmen adaylarının temsil türleri arasında geçiş yapmakta zorluk çektikleri söylenebilir. Yani verilen işlem için problem kurmakta, benzer şekilde model ve problemi materyal ile açıklamakta yetersiz kalabilmektedirler. Matematik öğretiminde somut materyal kullanımının gerekli olduğuna inanan yedi öğretmen adayının sadece birkaçının mikro öğretim esnasında somut materyal kullanmaları dikkat çekicidir. Bu bulgu öğretmen adaylarının materyal kullanma düzeyleri ile yeterlik inançları arasında anlamlı bir ilişki bulunmadığı bulgusuyla paralellik göstermektedir (Gökmen, Budak, & Ertekin, 2015; Yetkin Özdemir, 2008; Aydoğdu İskenderoğlu, Türk, İskenderoğlu, 2016). Ayrıca bu çalışmada Yetkin Özdemir'in (2008) çalışmasında vurguladığı gibi öğretmen adaylarının materyal ile kavram arasındaki ilişkiyi kurmalarına yardımcı olabilecek yönlendirmeleri yapılandırma konusunda eksikliklerinin olduğu tespit edilmiştir. Öğretmen adayları ders planlarında materyal kullanımını destekleseler de mikro öğretim etkinliklerinde kaçınmalarının nedenleri, alan bilgisi eksikliğinden veya daha önce materyal kullanımına ilişkin deneyim sahibi olmadıklarından kaynaklanabilir. Buna ilişkin diğer bir bulgu gerçek yaşam durumları temsillerinde sorun yaşamayan öğretmen adaylarının (Burcu, Şeyda, Necla) ders planlarındaki açıklamaları ve mikro öğretim etkinliği ile örtüşmesidir. Şeyda ders planında aynı bağlam üzerinde temsiller arası geçişleri planlaması diğer bir deyişle bu konuda öğretime hazırlık yapması onun öğretimde de farklı temsilleri bir arada kullanabilmesi sürecini kolaylaştırmıştır. Burcu ise her ne kadar planlamada gerçekçi bağlamları ders planına yansıtmasa da, kesirlerde çarpma ve bölme konusunda gerçekçi problem yazma konusunda yeterliliğe sahip olması onun öğretim etkinliklerini başarılı bir şekilde uygulamasını kolaylaştırmıştır.

Araştırmanın üçüncü başlıktaki bulguları dikkate alındığında, öğretmen adaylarının bir modelin veya bir işlemin sonucunun neden doğru veya yanlış olduğuna ilişkin gerekçelendirme bilgilerinin çok zayıf olmadığı ancak işlemsel düzeyde olduğu tespit edilmiştir. Bu bulgu Seçir'in (2017) bulgusu ile paralellik göstermektedir. Öğretmen adayları gerektiği yerde açıklama türleri arasında geçiş yapma konusunda zorluk çektikleri görülmektedir. Bu sonuç diğer çalışmaları desteklemektedir (Alenazi, 2016; Borko, Eisenhart, Brown, Underhill, Jones, ve Agard, 1992; Chen, 2010; Gregg ve Gregg, 2007; Li ve Smith, 2007). Öğretmen adayları model çizerek, problem kurarak, verilen işlemleri sözel olarak açıklayarak veya gerçek yaşamdan örnekler vererek bu iki işlemin sonuçlarının aynı olduğunu göstermeye çalışmış fakat başarılı olamamışlar, gerektiği zamanlarda matematik temelli açıklama yapamamışlardır. Örneğin öğretmen adaylarından Saadet'in kesirlerde bölme işleminde ters çevir çarp algoritmayı açıklamaktansa işlemi gerçek hayat durumları ile ya da model çizerek açıklamaya çalışması, ancak başarılı olamaması buna örnek olabilir. Bu sonuç Ho ve Lai'nin (2012) çalışmasından elde edilen sonuç ile benzerlik göstermektedir.

Literatürde öğretmenlerin kullandığı açıklama türlerinin alan bilgilerine göre değiştiğini gösteren birçok çalışma bulunmaktadır (Ball, 1990b; Ma, 1999). Ma'nın (1999) çalışmasında işlemsel bilgiye sahip Amerikalı öğretmenler sadece işlemi somutlaştırmak için manipülatifler kullanırken, kavramsal bilgiye sahip Çinli öğretmenler sınıf içi diyalogları desteklemek için manipülatifleri kullanmışlardır. Bu çalışmada da öğretmen adayların çoğu gerek ders planlarında gerek mikro öğretim etkinliklerinde Amerikalı öğretmenler gibi işlemleri somutlaştırmak amacıyla somut materyalleri tercih etmişlerdir. Oysa çalışmanın katılımcıların tanıtıldığı bölümde de ifade edildiği üzere araştırmanın katılımcıları matematik öğretimi ve öğrenimine ilişkin inanışlar ölçeğine göre ikinci aşamada bulunan öğrencilerden seçilmiştir. Bu ölçeğe göre, matematiği dinamik bir disiplin olarak düşünen, matematik öğrenme ortamlarını öğrencilerin fikirlerini geliştirecek şekilde tasarlanmasına ve matematiksel fikirlerin anlamak için öğrencilerin oluşturma sürecinde yer almaları gerektiğine inanan öğrencilerin inançlarını uygulamaya geçirememeleri dikkat çekicidir. Bu çalışma ile öğretmen adaylarının öğretim ortamlarının tasarımı ve özel öğretim yöntemlerinin uygulanması konusunda daha donanımlı yetiştirmenin gerekliliği ortaya çıkmaktadır. Eğer öğretmen adaylarımız öğretmenin rolünün öğrencileri hayata hazırlamak inancı ile yetiştirmek isteniyorsa Putnam (1992) araştırmasının bulgularına paralel olarak öğretmen adaylarının birçok açıklama türünü bir arada kullanabilecek yeterlilikte yetiştirilmesi gerekmektedir. Öğretmen adaylarının gerçekçi durumları ele alan problem temelli açıklamalarla başlayan, yarı yapılandırılmış manipülatiflerle, modellerle ve görsel argümanlar ile ilerleyen ve ardından matematiksel temelli açıklamalarla ve formal açıklamalarla dersi toparlayabilecek yeterlilikte olması son derece önemlidir. Bu çalışma Tirosh ve arkadaşları (1998) yaptığı deneyimli olmayan öğretmenlerin öğrencilerin hatalarında kuralı hatırlatmayı tercih ettikleri bulgusunu da desteklemektedir. Öğretmen adayları konuya ilişkin temsiller arasında geçiş yapma konusunda kendilerini yeterli hissetmedikleri için farklı açıklama türlerinden faydalanamamış olabilir.

Araştırmanın bulguları 2008 öğretmen yetiştirme programı uygulanan dördüncü sınıf yedi öğretmen adayı ile sınırlıdır. Bu yedi öğretmen adaylarının öğretim programı çerçevesinde ya da okul dışı öğretim deneyimleri kısıtlıdır. Aytekin ve Şahiner (2020) öğretmen adaylarının öğretim deneyimlerinin artmasıyla birlikte zamanla işleme dayalı öğretimlerinin azalacağını belirtmişledir. Üniversitede verilen eğitim; bilgi öğretiminin yanı sıra, deneyim ortamları oluşturacak şekilde tasarlanmalıdır. Diğer deyişle, öğretmen adaylarına konu öğretiminde konuya özgü temsil, açıklama ve gerekçelendirme yapmak için deneyimler yaşatmalı ve onlara fırsat verilmelidir. Bu çalışmanın yapıldığı örneklem grubu 2008 öğretmen yetiştirme programına tabi olarak öğrenim görmüşlerdi. Bu programda öğretmen adaylarının pedagojik alan bilgisine yönelik alabilecekleri ders Özel Öğretim Yöntemleri 1 ve 2 dersleriydi. Fakat 2018 öğretmen yetiştirme programında pedagojik alan bilgisine yönelik sayı öğretimi, cebir öğretimi, istatistik olasılık öğretimi geometri öğretimi gibi dersler eklenmiştir. Yeni programda yetişen öğretmen adaylarının bu çalışmada kullanılan metod ile mevcut durumu araştırılarak öğretim programlarının etkinlikleri üzerine karşılaştırmalar yapılabilir.

http://kefad.ahievran.edu.tr

ISSN: 2147 - 1037

ENGLISH VERSION

1.Introduction

Mathematics is one of the most important tools that improve the thinking structures of people. Hence, mathematics education is perhaps among the most important components of education (Umay, 2003). Students find mathematics complex because of the abstract concepts involved and they experience difficulties in understanding mathematical concepts. During this process, the teaching activities of teachers are of critical importance. The mistakes of teachers may result in a misconception dating back all the way from primary school to high school levels. For this reason, it is important that teachers have a strong field and pedagogy knowledge. The competence of teachers has been the subject of many studies in recent years. Pedagogical content knowledge was first examined by Shulman (1987) in two dimensions as 'student knowledge' and knowledge of 'teaching strategies'. Student knowledge is the knowledge of method that enables the understanding of which concepts the students will understand more easilty or identify their misconceptions and understand their learning characteristics. Whereas knowledge of teaching strategies is the knowledge of method that is related with the teacher's ability to transfer his/her knowledge to the students and to design a teaching environment for eliminating the misconceptions of students. Shulman (1987) used two fundamental structures when explaining the content knowledge. One of these is the methods used for determining the validity and reliability of the concepts and phenomena used in the field, while the second includes methods used for producing field knowledge.

After Shulman (1987), many researchers categorized the competencies of teachers in different ways. One of these was the model presented by Ball, Thames and Phelps (2008). This model is the extended version of the pedagogical content knowledge model of Shulman (1987) within the context of mathematics teaching. Mathematics teaching knowledge model was classified into two sections as content knowledge and pedagogical content knowledge (Shulman, 1987). This model emphasizes the establishment of a correlation between the mathematical concept to be taught by the teachers and the advanced forms of this concept along with special content knowledge. Ball et al. (2008) categorized the knowledge required for mathematics teaching as subject matter knowledge and pedagogical content knowledge. Subject matter knowledge is the mathematics knowledge of the teacher excluded from the knowledge on student or teaching. Subject matter knowledge is made up of three components as common content knowledge, specialized content knowledge and horizontal content knowledge. Common content knowledge is related with the knowledge of the teacher related with the mathematical conceots to be taught as well as the ability to accurately utilize mathematical terminology and symbols. Therefore, an effective teacher should be aware of the wrong responses of the students and the misconceptions in the textbook. Whereas specialized content knowledge (SCK) includes mathematical knowledge and skills that the individuals will not require or need during daily life but which are related with teaching. The specialized content knowledge presented by Ball et al. (2008) is different from the pedagogical content knowledge of Shulman (1987) as such: The mathematical demands of teaching require specialized mathematical knowledge necessary for the teachers but which are not necessary for others. In specialized content knowledge, the teachers should have an understanding of the nonstandard methods, the different interpretations and meanings related with the operations that will be taught to the students. Because teachers have to render the elements of mathematics visible to the students in addition to making pure mathematics for helping the students. Mathematics teachers require extended expertise related with specific mathematical applications. Teachers should be conscious regarding the ways of using the language of mathematics. They should have a good knowledge of effectively choosing and explaining mathematical representations and of verifying their mathematical ideas. The knowledge of a mathematics teacher related with the different meanings of fractions (part-whole, division, ratio, measurement and operator) and knowledge of the differences between these can be presented as an example.

Ball et al. (2008) stated that SCK is comprised specifically of these three mathematical tasks. One of these is known as *representations* which includes displaying the numbers and operations in a meaningful manner using pictures or manipulatives. Real life situations, manipulatives (fraction bar etc.), pictures or diagrams (numerical axis, section, abstract models etc.), verbal symbols, written symbols (Lesh, Post and Behr, 1987) can be presented as examples. The second mathematical task is explaining the underlying meaning of the algorithms or general rules that is indicated as *explanation*. Back, Manilla, and Wallin (2009) diversified the types of justification as *self-explanation, based on assumption, based on rule, unspecific/general expression* and *operational definition*. Whereas the third mathematical task is the rapid analysis and assessment by teachers coded as *justification* whether the alternative strategy and solutions of the students are mathematically suitable or not and the justification of why these are right or wrong. The classification related with justification was made by Koren (2004) as mathematics based explanation, application based explanation and rule based explanation. Whereas Levenson, Tsamir and Tirosh (2010) took into consideration the explanation and justification tasks of the teachers together and categorized them as *mathematics based explanation* and *application based explanation*. Whereas application based explanation includes realistic conditions and the use of tangible material for mathematical expressions; mathematical based explanations are based on previously learned mathematical properties and mathematical reasoning. Students expect explanations for their comments especially in classrooms where inquiry based mathematics teaching is applied. These explanations may be on how and why something is done (Perry, 2000). Raman (2002) stated that mathematics based and application based explanations are not superior to one another, that they are both beneficial and that using only on emay lead to difficulties. Similar to Raman (2002), Wu (1999) also indicated that teachers should have knowledge on the limitations of tangible material use and that coordination should be established between formal and informal explanations. Tirosh, Even and Robinson (1998) stated that experienced teachers who are aware of the misconceptons of students use different types of explanations together, whereas inexperienced teachers prefer to remind the students about the rule when the students make an error. While Putnam (1992) set forth that teachers who are of the opinion that the role of the teacher is to prepare the students for life give examples from their past experiences during the classes and that they use many different forms of explanations together.

Studies on pedagogical content knowledge illustrate that the majority of the teachers and teacher candidates have insufficient knowledge of many mathematical concepts (Aksu and Konyalıoğlu, 2015; Hacıömeroğlu, 2005; Kutluk, 2011; Işıksal and Çakıroğlu, 2006). However, the content knowledge of the teachers should be sufficient in order to be able to teach a topic in depth. It is expected that someone who understands a concept in a comprehensive anner will be able to comfortably perform all operations related with that concept. Byrnes and Wasik (1991) indicated that students who have more in-depth conceptual knowledge on a subject realize their mistakes more easily. The learning of the operations and concepts in mathematics teaching depends on associating the operations and rules with the underlying concepts (Schoenfeld, 2014). It is important during the learning process to structure and implement activities that will transform tangible experiences into abstract learning. For this purpose, Stein and Bovalino (2001) indicated that during the material planning stage successful teachers take into consideration how the materials may make an impact on the forms of mathematical thinking of students. Kılıç, Pekkan, and Karatoprak (2013) conducted a study on sixth grade students as a result of which it was reported that material use made a positive impact on the understanding of mathematical concepts by the students. Individiauls develop their association and reasoning skills through the use of materials (Yavuz, 2013). Gainsburg (2008) carried out a study in which it was illustrated that teachers experience difficulties in establishing a connection between the real life situations and the concepts they teach.

Çiftçi, Yıldız, and Bozkurt (2015) stated that the beliefs of secondary school mathematics teachers on materials and material use affect the way they use materials. Beliefs of teacher candidates on the nature, teaching and learning of mathematics are affected from their experiences during their education as well as during the period encompassing their preschool to university educations. Raymond (1997) conducted a study in which it was reported that the mathematics teaching of teachers is affected from their past school experiences, their beliefs on the nature of mathematics and the circumstances in the classroom (such as the learning motivations of the students) as well as their personal characteristics during the first years of their professional lives. Whereas Ma (1999) stated that beliefs in an innate mathematical ability affect the types of explanations as well as materials used while teaching. As an example, Ma (1999) reported in a study that teachers who think that his/her students do not have the capacity to understand the mathematical subjects taught tend to use rule based explanations. Gökmen, Budak, and Ertekin (2015) and İskenderoğlu, Türk, and İskenderoğlu (2016) put forth in their studies that teachers have high self-belief in their competency regarding the use of materials and that there is no statistically significant correlation between the level of using materials in the classroom and their competence beliefs. Even though it has been reported in a study by Yetkin Özdemir (2008) that teacher candidates have a positive attitude towards using materials during the lessons, they experience difficulties in effectively using the materials in the classroom. Yetkin Özdemir (2008) also identified that teacher candidates are insufficient in providing the necessary guidance to the students for establishing the relationship between the material and the concept.

Fractions and Fraction teaching

Fractions is a topic with important conceptual richness not only in the subject of numbers but also among many different subjects in various class levels. That is why, it is of significant importance to learn this subject (Seçir, 2017). Many studies have been conducted in the relevant literature on the learning and teaching of fractions and mathematical operations with fractions (Armstrong and Bezuk, 1995; Behr, Lesh, Post and Silver, 1983; Mack, 1990). It has been observed that majority of the previous studies generally focus on the learning of fractions and the identification of misconceptions (Birgin and Gürbüz, 2009; Mulligan and Mitchelmore, 1997). Previous studies have illustrated that the misconceptions and errors identified in students related with fractions are also observed in tacher candidates and teachers (Behr, Harel, Post and Lesh, 1994; Graeber, Tirosh and Glover, 1989; Işık, 2011).

The subject that is taught at the primary school as fractions reemerge in secondary and high school as rational numbers. The difference between rational numbers and fractions is an ongoing debate between mathematicians. For example, Lamon (2007) stated that each fraction is a rational number but that every rational number may not be a fraction. The reason for this was indicated as the fact that rational numbers may appear in decimal and percentile format different from the a/b structure appointed to fractions. Lamon (2007) also stated that while rational numbers can take on negative values, fractions cannot. Kieren (1993) indicated that rational numbers are equivalance class of fractions and that is why fractions are also rational numbers.

It has been observed that different meanings emerge as a result of the analysis of rational numbers and the problem state of a rational number indicated in the form of a/b (Behr, Wachsmuth, Post and Lesh, 1984; Ohlsson, 1988; Toluk, 2002). The five different meanings of rational numbers obtained as a result of these analyses were as follows:

part-whole meaning where the $\frac{a}{b}$ fraction determines a part-whole relation

division meaning where the $\frac{a}{b}$ fraction identifies the result of a division operation *ratio meaning* where the $\frac{a}{b}$ fraction shows the comparison of a quantity 'a' with a quantity 'b'

measurement meaning where rational numbers show the result of a measurement process

operator meaning which determines the rule for multiplication with rational numbers.

Having the knowledge of these meanings is of significant importance for interpreting fractions and the operations with fractions. It can be seen when studies related with division in fractions are examined that division in fractions is one of the operations that teacher candidates are able to make sense of the least (Aytekin and Şahiner, 2020; Li, 2008; Li & Kulm, 2008; Yeşildere, 2008). In order to learn division of fractions, it is necessary to have a sufficient knowledge of division with natural numbers as well as all fraction related concepts (Ma 1999; Armstrong and Bezuk, 1995). Similarly, Lo and Luo (2012) indicated that teacher candidates should have learned division of whole numbers well in order to learn division of fractions. Işık (2011) observed in a study conducted for examining the problems set up for teaching division of fractions to teacher candidates that the teacher candidates find it difficult to make sense of operations and numbers; that they can set up problems representing the 'measurement' meaning especially for cases when the dividend is a natural number but that they experience difficulties when the dividend is a fraction; that they only focus on the operation during the problem preparation process fort he multiplication of a natural number and a fraction regardless of the result of the operation, hence failing to grasp the part-whole relation in the problems. Işık and Kar (2012) carried out studies involving error analysis for the problems set up by the teacher candidates regarding division of fractions in which they identified the error types as,

> confusion of units, assign natural number meanings to fractional numbers, posing problem using ratio-proportion, not being able to establish part-whole relationships, dividing to the denominator of the divisor, using multiplication operation instead of division operation and posing problem through inverting and multiplying the divisor fraction.

Similarly, it has been expressed in literatüre that teacher candidates compare the context of division operation with fractions with the multiplication operation, that they resort to setting up problems by proportioning and that they experience difficulties in expressing unit within the context of the problem (Işık, 2011; Seçir, 2017). Işık (2011) observed that the teacher candidates cannot grasp the fact that the result of the multiplication operation for simple fractions will be smaller. Işık (2011) considered that the reson fort his result is the fact that the candidates act mostly based on the logic that the result of a multiplication operation is greater than the multipliers. Whereas Gökkurt, Şahin, Soylu, and Soylu (2013) indicated that the teacher candidataes cannot display a proper pedagogical approach even if they identify the misconceptions of the students. Seçir (2017) put forth that the specialized content knowledge of teacher candidates regarding multiplication and division operations with fractions is developed through experiences related to model drawing, setting up of problems, writing down mathematical expressions, justifications and explanations.

It is important for a permanent and effective teaching of fractions to use materials taking into consideration the principle of abstraction and associations with actual contexts. On the other hand, Wu (1999) defended that the use of tangible materials for teaching division with fractions may have positive and negative outcomes. Accordingly, the use of visual aids for the operation of division with fractions is convenient only for the division of simple fractions and students should also understand problems that cannot be visualized. Similarly, Hiebert and Carpenter (1992) indicated that because the mathematical concepts we are trying to associate with tangible materials are quite distant, this may lead to misinterpretations of the material used. Whereas Streefland (1991) and Van den Heuvel-Panhuizen (2003) emphasized that actual contexts provide an effective method for concept generation.

In the present study, specialized content knowledge of teacher candidates regarding multiplication and division operations with fractions was examined with regard to the theoretical framework put forth by Ball et al. (2008). The aim of the present study was to reveal how the specialized content knowledge of the primary school mathematics teacher candidates regarding the multiplication and division operations with fractions is reflected on teaching activities. For this purpose, answers were sought to the following questions:

- How do primary school mathematics teacher candidates represent multiplication and division with fractions by way of realistic problems?
- How do primary school mathematics teacher candidates represent multiplication and division with fractions in their teaching plans?
- How do primary school mathematics teacher candidates represent, explain and justify operations involving multiplication and division with fractions in their micro teaching activities?

The present study will contribute to the literature by providing suggestions through a comparative analysis of how the specialized content knowledge on the multiplication and division with fractions of teacher candidates who think that the use of material is important is reflected on the prepared lesson plans and the representation, explanation and justification skills while teaching.

2.Method

2.1. Study Model

The study model is case study from among qualitative research methods. Case study survey models are survey arrangements that aim to reach a judgment on a certain unit (individual, family, school, hospital, association etc.) by identifying its depth, width and relation with its environment (Karasar, 2005: 86). The case examined in the present study is the association by primary school mathematics teacher candidates of multiplication and division with fractions with actual problems and tangible materials during the lesson plan preparation and teaching processes.

2.2. Study Group

The study participants were comprised of primary school mathematics teaching 4th year students at a state university in Central Anatolia. The study was conducted during the teaching application course in the second semester of the 2019-2020 academic year. Of the 35 primary school mathematics teacher candidates, 7 students were selected via purposeful sampling method. The names of the teacher candidates were coded as "Hale, Saadet, Züleyha, Seda, Burcu, Şeyda, Necla". The selection was made from the students in the second stage based on the three beliefs model to be subject to the preservice mathematics teachers' beliefs about the nature of, teaching, and learning scale adapted by Haser, Kayan and Bostan (2013). The reason for selecting the participants from among students in the second stage based on the belief model was to eliminate the impact of the belief dimension in the study. Students in the second stage based on the preservice mathematics teachers' beliefs about the nature of, teaching, and learning scale consider mathematics as a dynamic discipline, while believing that mathematics learning environments should be designed so as to improve the ideas of students and that students should be a part of the formation process in order to understand mathematical ideas.

2.3. Data Collection Tools

The data collection tools used in the study were comprised of realist problems set forth by teacher candidates, course plans, voice and video recordings of teacher candidates during micro teaching sessions and the transcripts of the sound recordings taken during the interviews with teacher candidates.

2.4. Data Collection Process

The study lasted for eight weeks during the second semester of the 2019- 2020 academic year. Data collection process was conducted in four stages after selecting the students with beliefs regarding the nature of mathematics, mathematics teaching and mathematics learning in the second stage based on the preservice mathematics teachers' beliefs about the nature of, teaching, and learning scale adapted by Kayan, Haser, Işıksal and Boston (2013).

Realistic Mathematics Education approach was explained to the teacher candidates during the first stage of data collection. Attributes that mathematics problems should have regarding language, expression, scientific and technical perspectives were shared with the students. The teacher candidataes were then subject to the "problem set up test" consisting of eight items including four multiplication and four division operations used by Işık (2011) during the study in which a conceptual analysis was conducted for the problems set up by mathematics teacher candidates regarding multiplication and division with fractions. The teacher candidates were asked to set up realistic problems related with the operations provided in the problem set up test. A time limit was not imposed on the teacher candidates for setting up the eight problems. The average time period was 90 minutes. The problems set up by the teacher candidates were examined, erroneous problems were identified together with the reasons for these errors.

The lesson plans prepared by the teacher candidates were examined during the second stage of the data collection process. The teacher candidates were asked to prepare a lesson plan for the 'Divides a natural number into a fraction and a fraction into a natural number, makes sense of the operation' and 'Performs the multiplication of two fractions and makes sense of the operation" acquisitions under the guidance of the primary school mathematics teaching program. The teacher candidates were given a period of one week for preparing the lesson plan for these two acquisitions. The prepared lesson plans were collected. The materials and realistic contexts planned to be used by the teacher candidates were examined in the lesson plans.

During the third stage of data collection, the teacher candidates applied some of the activities they prepared in the light of the lesson plans in the classroom by way of micro teaching activity. Micro teaching activity was conducted in a classroom with a smart board, a black board and a cabinet with mathematics teaching materials. Six teacher candidates and two researchers observed the micro teaching activity. The researchers were also present as observers during this process. Video recording was made throughout the process. The representations used by the teacher candidates were examined; it was examined how they establish a relationship between the mathematical concept, problem and material while their abilities to give the directions that can reveal the correlations within a specific context along with their abilities to explain and justify a topic were also examined. During this stage, the differences between the lesson plan prepared by the teacher candidate and the applications used during the micro teaching stage were also revealed.

Semi-structured interviews were conducted with the teacher candidates during the final stage of data collection in order to clarify their skills in using materials and supporting these materials with realistic problems. During the first stage of data collection, questions were directed on erroneous problem set ups regarding fraction operations after which they were asked to model and explain these operations. The researchers and the teacher candidate interacted during this process. The interviews lasted about 20 minutes. It was ensured through dialogues between the teacher candidate and the researcher that the study data will be much clearer and more understandable.

2.5. Data Analysis

During the first stage of the data collection process, the problems set up by the teacher candidates were examined and error codes were generated for setting up realistic problems related with the provided operations. The teacher candidates were indicated by "+" if they were able to setup a valid context for each operation and "-" if not, each operation was classified under a separate table for multiplication and division operations. Examples were presented for the problems set up by the teacher candidates and explanations were provided regarding the error reasons.

The lesson plans prepared by the teacher candidates were analyzed via document analysis method during the second stage od the data collection process. The representations in the lesson plans prepared by the teacher candidates were classified into categories. The categories were evaluated under the daily life events, models and manipulatives (fraction line etc.), drawings or diagrams (numerical line, region, abstract models etc.), spoken symbols, written symbols. The findings were presented in a table. In addition, it was examined from which of the model types of length, space, set, actual object were selected regarding the multiplication and division in fractions.

During the third stage of data collection, a video recording was made during the micro teaching activity prepared by the teacher candidates in the light of the lesson plans which was then transcribed. Conceptual coding and classification was mad efor the collected data. The codes were generated within the conceptual framework of the three mathematical tasks of "representation, explanation and justification" of SCK by Ball et al. (2008). The sub-codes put forth by Koren (2004) as *mathematics based explanation, application based explanation and rule based explanation* were used determining how the teacher candidates explain the meaning underlying the general rules or algorithms for the selected representations. Mathematics based explanation contains only mathematical concepts, whereas application based explanations are those that are based on real life context that will provide meaning to mathematical expressions and/or that utilize manipulatives while rule based explanations include those that are not based on mathematical ideas. *Justification* code was used to determine how teacher candidates evaluate and justify whether the alternative strategy and solutions are mathematically suitable or not. Hunter (2008) made an assessment based on the subcodes identified as *visual*, *verbal* and *numerical*. In addition, the material choices of the teacher candidates were examined; content analysis was used for analysing how teacher candidates establish the relationship between mathematical concept, problem and material. Direct quotations and the presentations of the teacher candidates were included in order to reflect the opinions of individuals. At this stage, the differences between the lesson plan prepared by the teacher candidate and the applications during the micro teaching were also indicated.

2.6. Validity and Reliability of the Data

The documents prepared by the teacher candidates were analyzed right after the application. The data obtained from all data collection tools were taken into consideration to reach the findings when conducting a detailed analysis. Moreover, assessment was made by two researchers in a single session following the transcription of the documents, video and sound recordings and this process continued until a full consensus was reached between the researchers.

Ethical Permits of the Study

All rules as indicated within the scope of the "Higher Education Institutions Scientific Research and Publication Ethics Directive" were met in the present study. None of the actions indicated under the second section of the directive entitled "Actions Contradicting with Scientific Research and Publication Ethics" were carried out.

Ethical council permit information: Name of the council conducting the ethical assessment =Kırıkkale University Social Sciences and Humanities Researches Ethics Council

Date of the ethical assessment decision =18.03.2021

Number of the ethical assessment document=03

3.Results

The sub-problems of the study were taken into consideration as the sub-titles of the results.

3.1. How Do Primary School Mathematics Teacher Candidates Represent Multiplication and Division in Fractions With Realistic Problems?

The analysis of the realistic problem writing of seven primary school mathematics teacher candidates indicated in the first line for the multiplication in fractions was categorized in Table 1 as right or wrong. The teacher candidate indicated in Table 1 was displayed with a "+" sign if he/she was able to establish a valid context related with the multiplication operation and with "-" if not.

Table 1. *Analysis of the problems written down by teacher candidates for multiplication in fractions*

	$\frac{2}{5}\times\frac{6}{1}$	$\frac{1}{2}\times\frac{1}{6}$	$\frac{2}{3}\times\frac{4}{5}$	$1\frac{1}{4}\times\frac{1}{5}$
Hale	-	+	+	-
Saadet	+	-	+	-
Züleyha	-	+	+	+
Seda	-	+	+	-
Burcu	+	+	+	-
Şeyda	+	-	+	-
Necla	+	-	-	+

It was observed when Table 1 was examined that the teacher candidates were generally able to establish the problem contexts regarding multiplication in fractions but that they set up improper realistic problems for improper fractions (confusing with division, wrong operation, wrong expression categories) (Table 3). It was observed that two teacher candidates who made a mistake in writing down a problem related with the multiplication of two simple fractions were not able to express the quantity defined at the beginning for both fractions.

Table 2. *Examples of problems set up by teacher candidates related with multiplication in fractions*

No	Student	Operation	Problem
1	Şeyda	$\frac{2}{3}\text{x}\frac{4}{5}$	Two walls of a house are shown in the figure. 2/3 of a wall is painted. Afterwards, 4/5 of the remainder is also painted. What fraction of this wall has been painted?
2	Şeyda	$\frac{1}{2}\times\frac{1}{6}$	What is 1/6th of half a cake?

3	Hale	$\frac{1}{2} \times \frac{1}{6}$	How much has Ayşe drank if she drinks 1/6 of a water bottle that is half full?
4	Saadet	$1\frac{1}{4} \times \frac{1}{5}$	There is a full chocolate and a quarter of the same chocolate. He distributes it to 4 friends including himself. How much chocolate does each one get?
5	Züleyha	$\frac{2}{5} \times 6$	Ayşe's mother asked her to bring 6 boxes of eggs with 5 eggs in each. Ayşe broke 3 eggs in each box while carrying them over. Indicate the undamaged number of eggs in fractions.
6	Seda	$\frac{2}{5} \times 6$	Ali cut 5 breads first into 2 pieces and then when he realized that it will not be enough for those at the table he divided those parts into 6 and distributed them to those around the table. What fraction of the whole breads does everyone at the table receive?

It was observed when the first representation from among the realistic problem representations related with multiplication in fractions was examined that the problem is set up by Şeyda through calculating *4/5th of the 2/3rds of a whole*. It can be seen when the second and third representations indicated above are examined that the teacher candidates set up a realistic problem by *taking half of a whole*. It is observed that the 4th representation of Saadet interprets the multiplication operation through division. It can be observed when the 5th representation is examined that the operation could not be represented by the problem since the *unit was expressed erroneously* by asking the number of unbroken eggs in the problem set up by Züleyha for multiplication in the realistic problem related with multipliying a simple fraction with a whole number. It can be seen when the 6th representation is examined that Seda failed to set up the realistic problem because of many mistakes including the inabilility to represent the *part whole relationship* and *using division instead of multiplication.*

Table 2 presents the classification of the realistic problem representations set up by seven primary school mathematics teacher candidates with division in fractions. The teacher candidate indicated in the table was displayed with a "+" sign if he/she was able to establish a valid context related with the division operation in fractions and with "-" if not. Students who could not set up any problem were categorized as "null".

Table 3. *Analysis of the problems set up by teacher candidates for division in fractions*

	$3 \div \frac{3}{5}$	$\frac{7}{8} \div \frac{1}{4}$	$\frac{1}{2} \div \frac{1}{8}$	$4\frac{2}{3} \div 1\frac{1}{6}$
Saadet	-	Null	-	Null
Hale	-	-	+	-
Züleyha	-	-	-	-
Seda	-	-	-	Null
Burcu	+	+	-	+
Şeyda	-	+	-	-

Necla	+	+	+	-

It can be seen when Table 3 is examined that the teacher candidates generally experience difficulties in setting up realistic problems related to division in fractions. Züleyha and Seda from among the teacher candidates were not able to setup any problem for the provided operations. Burcu and Necla were able to setup a problem for 3 out of the 4 operations. The problem type for which Necla could not set up a problem was the case of dividing a mixed fraction by another mixed fraction. It was observed when the transformations of the provided operations into problems are taken into consideration one by one that only one out of the seven teacher candidates was able to properly setup a realistic problem related with the division of a mixed fraction with another mixed fraction (14 %), that the calculation of $^7/_8 : {}^1/_4$ could be transformed into a realistic problem by two out of the seven students (42 %) and that the other operations were setup properly by two out of the seven teacher candidates (28 %). Table 3 presents examples for the problems set up by the teacher candidates related with division in fractions.

Table 4. *Examples for the problems set up by the teacher candidates related with division in fractions*

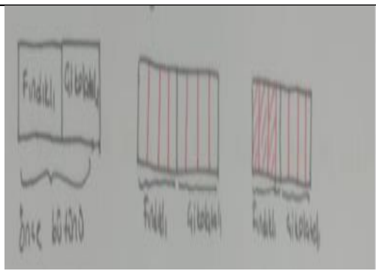
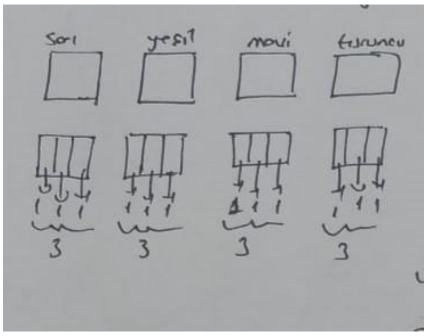
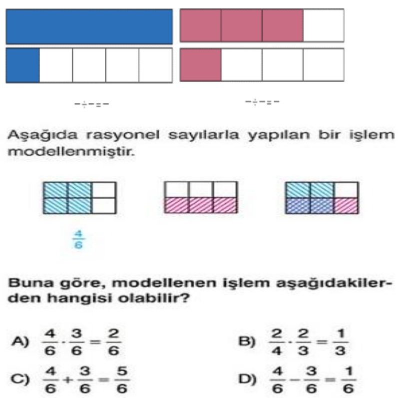
Representation Nr.	Student	Operation	Problem
1	Hale	$3 \div \frac{3}{5}$	What will be the filling ratio if we distribute 3 buckets of water to 5 bottles with only 3/5 of each bottle filled up?
2	Saadet	$\frac{1}{2} \div \frac{1}{8}$	2 friends buy a book. Both share the pages to be read equally. One of the friends reads his share of pages in 5 days with the same number of pages read each day. How many pages does he read in 1 day?
3	Necla	$4\frac{2}{3} \div \frac{11}{6}$	Ayşe has 4 full water bottles and 1 that is filled up to 2/3. She distributes these full bottles to 1 1/6 glasses. What is the amount of water in each glass?
4	Burcu	$1\frac{1}{4} \div \frac{1}{5}$	If a person walks 1 $1/4^{th}$ of a road and then walks an additional $1/5^{th}$ of the road that he walked, how far has he walked in total?

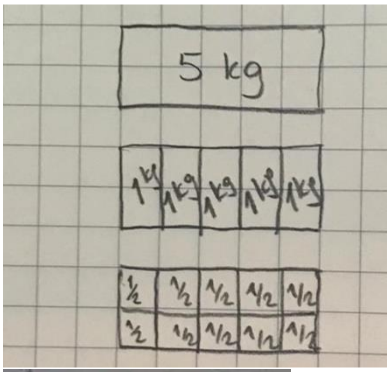
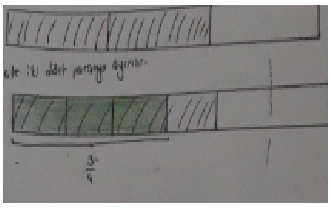
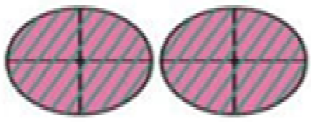
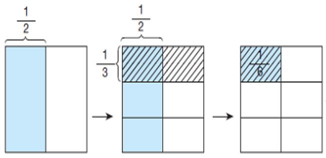
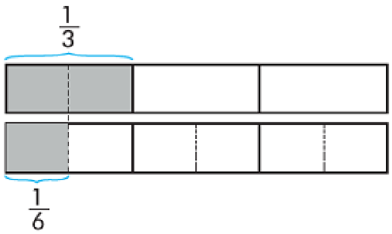
It can be seen when the realistic problem set up by Hale in the first representation in Table 4 is examined that the root of the question is wrong. While it is indicated in the question that the bottles will be formed with a filling ratio of 3/5, the question asks the filling ratio. It can be seen when the second representation is examined that the divisor is expressed erroneously in the problem by Saadet and that the question is not set up properly. The number of pages read in a day is read without indicating the total number of pages of the book. In the meantime, the sharing of the book pages with friends is also not meaningful. It can be seen when the third representation is examined that even though Necla has tried to set up a problem for division in mixed fractions, the concept of quantity has been used erroneously (*unit confusion*). It is also seen from the 4^{th} representation given above that Burcu has reached a meaningless conclusion when setting up a problem due to *representing more than a whole*.

3.2. How Do Primary School Mathematics Teacher Candidates Represent Division and Multiplication in Fractions in Their Lesson Plans?

The lesson plans prepared by the teacher candidates were examined with regard to the criteria of including realistic problems, supporting the operation with a model and material use planning. Table 5 presents the representative examples from the lesson plans of the teacher candidates related with these criteria.

Table 5. *Representative examples from the lesson plans prepared by teacher candidates related to multiplication and division in fractions*

People	Reali life situation representation	Model Representation	Representation with material
Saadet	Ms. Fatma cooked a pan of cookies for her son and his friends with half of the pan containing chocolate chip and the other half hazelnut cookies. The children ate $\frac{3}{4}$ of the hazelnut cookies. Accordingly, what fracation of the whole cookies have the children eaten?		Does not include material use in the lesson plan.
Hale	Ms. Alev will serve chocolates to her guests who will visit her for a cup of coffee. She will serve $\frac{2}{24}$ of the chocolates in the box to each of the visitors. Since the chocolate box is $\frac{5}{6}$ full, how many guests have come to visit Ms. Alev?		4 different colored cardboards – scissors – pencil
Züleyha	Semra's mother orders 5 cakes of the same size for her daughter's birthday parth. She invites 16 of Semra's friends for the party thinking that each of them can eat a quarter of a cake. Do you think the cakes will be sufficient?		fractions set
Seda	Upon seeing that stray animals cannot find food in winter months, Ahmet buys a 5 kilogram package of dog food and gives 1/2 kg of food to each dog. Let us calculate the number of dogs Ahmet		transparent fraction cards

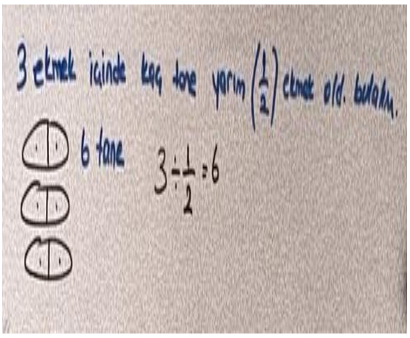
	can feed with this package of food.		
Burcu	There is no realistic problem in the lesson plan.	 	Computer aided dynamic geometry software (geogebra software)
Şeyda	Emine Hanım, bir sürahideki limonatanın $\frac{2}{3}$ litrelik kısmını, $\frac{1}{3}$ litre limonata alan bardaklara boşaltmıştır. Emine Hanım'ın bu iş için kaç tane bardak kullandığını nasıl bulabileceğinizi söyleyiniz.	 	visuals such as lemonade, glass
Necla	While walking to school from home, Esin walks 1/3km of the road in 2 minutes. Let us calculate the fraction of the total road that Esin walks in one minute.		transparent fraction cards

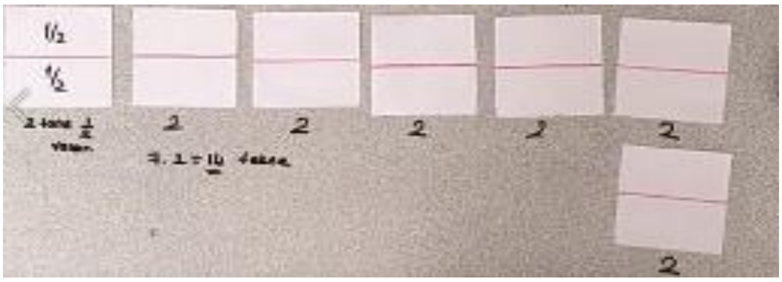
It is observed that following realistic problem set up, teacher candidates mostly include representation of the topic via realistic problems in the lesson plans prepared for multiplication and division in fractions. It was observed when the model (diagram) representation of the subject by the teacher candidates presented in Table 5 is examined that in general the model included in the lesson plan is used and that models such as the set model or the length model are not emphasized. It can be observed when the lesson plans of the teacher candidates are examined with regard to material use that transparent fraction cards, fraction sets, computer aided Geogebra software are used (see Table 5). It can be seen when the lesson plans are examined with regard to the teacher candidates making transitions between the representations that only Şeyda has simultaneously planned realistic problem, material use and model display and that the other students made plans for different representations for different contexts. While Saadet, Necla and Seda from among the students planned representation transitions between realistic problem and model drawing, Hale planned a transition between realistic problem and material representations. Necla planned material use in the lesson plan independent of the context and the model. Züleyha and Burcu did not plan the transitions between the representations from the same context. There was no realistic context in Burcu's lesson plan which represents the operation.

3.3. How Do Primary School Mathematics Teacher Candidates Represent, Explain and Justify Multiplication and Division in Fractions As Part of the Micro Teaching Activities?

Teacher candidates applied the lesson plans they prepared for division and multiplication in fractions. This section includes findings on the implementation of the activities by teacher candidates on multiplication and division in fractions. This section also includes various dialogues from the semi-structured interview between the teacher candidates and the researcher for revealing the explanations and jusitifications of the teacher candidates.

It was observed as a result of the analysis that students who were able to set up the realistic problems properly during the first stage of data collection and who planned the transitions between the explanations could explain and justify the subject better. Accordingly, Figures 1a and 1 b present examples of activities used by Necla during teaching.





Ezgi and her friends shared 3 handcrafted papers to build a boat using origami technique. Since ½ of the paper is used for each boat, let us calculate how many boats Ezgi and her friends can build using the papers they have on hand.

Figure 1a. **Model of Necla for division in fractions**

Figure 1b. **Material and problem of Necla for division in fraction.**

As can be seen in Figure 1b, Necla explained the division in fractions by way of *real life events aand representation by drawings* and through *application based explanations* and *visual, verbal and numerical justifications* using half a loaf of bread and equal sized papers. Whereas Necla set up the multiplication in fractions operation using transparent fraction cards (*representation through drawing-diagram*) via *visual and numerical justification* as presented in Figure 2.

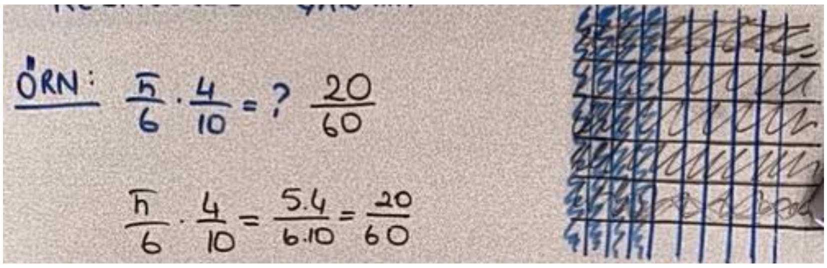


Figure 2. Necla's model for multiplication in fractions

Burcu who was more successful compared with other teacher candidates in writing down realistic problems related with multiplication and division in fractions used *real life events and representations through manipulatives* in addition to *visual numerical justifications* and *application based explanations*. Figure 3a presents examples from the teaching of Burcu supported dynamically via Geogebra software.

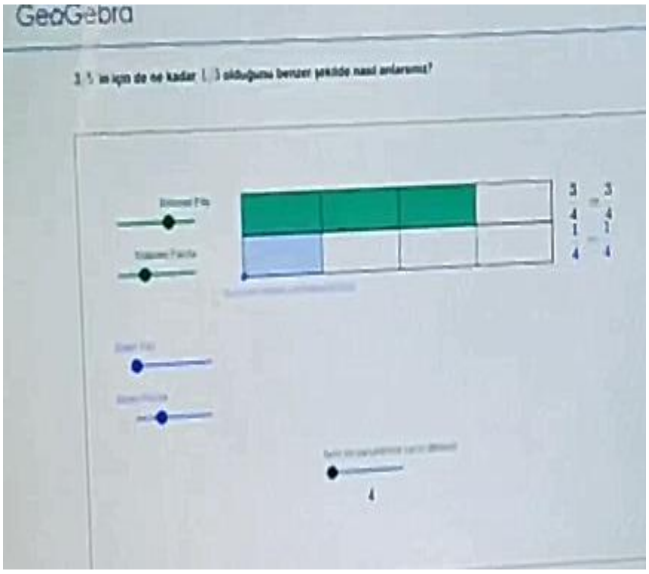


Figure 3a. Burcu's division in fractions model via GeoGebra

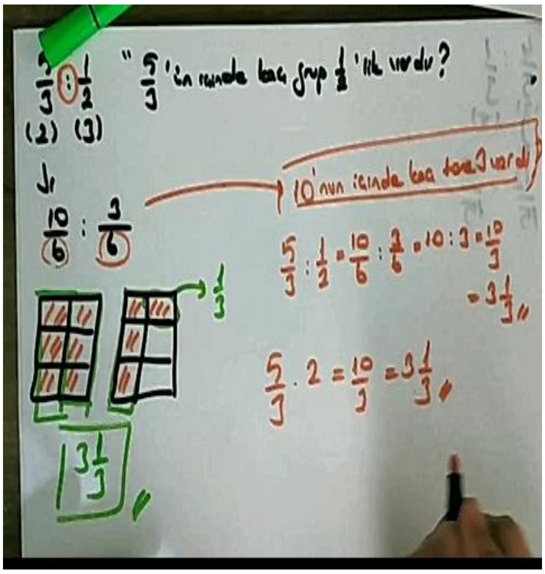
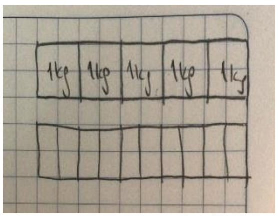


Figure 3b. Burcu's model for division in fractions

It can be seen when Figure 3a is examined that Burcu resorted to the GeoGebra application in addition to justifying the numerical result by setting up a model on an A4 in mikro teaching to reach the result for the $\frac{3}{4} \div \frac{1}{4}$ fraction. In Figure 3b, while Burcu expresses the calculation of the $\frac{5}{3} \div \frac{1}{2}$ fraction during the micro teaching analysis for the division of a compound fraction with a simple fraction through a model, she also solved the problem verbally through questions of "How many groups of $\frac{3}{6}$ are there in the $\frac{10}{6}$ fraction? Or how many 3's are there in 10 since their denominators are the same?". The fact that Burcu made transitions between mathematical based and application based representations simplified the explanation and justification processes.

Even though teacher candidates include *real life situation representations* or *manipulatives* related with division in fractions in their lesson plans, it has been observed that some of the teacher candidates cannot effectively use these representations during the teaching stage or that they refrain from using them. Züleyha is one of the teacher candidates who posed such an example. Züleyha experienced difficulties in the problem set up related with division in fractions, gave an example in the lesson plan for the division of an integer with a greater integer and planned the use of fraction sets but refrained from representing (*representation through manipulatives*) the topic during teaching. This limited her *verbal justificiations* thus forcing her towards *rule based explanations*. Züleyha was asked during the interview after the micro teaching session to explain and justify the $\frac{1}{2} \div \frac{1}{8}$ calculation. The following dialogue ensued between the researcher and Züleyha:



Researcher: Can you explain the $\frac{1}{2} \div \frac{1}{8}$ calculation to us using materials?

Züleyha: (Takes 4 identical materials. Shows 2 of them as $\frac{1}{2}$.) We will divide this into 8 equal parts.

Researcher: So is the expression on the board $\frac{1}{2} \div \frac{1}{8}$?

Züleyha: Actually 8 of $\frac{1}{2}$ is more logical.

Researcher: Isn't this $\frac{1}{2}+\frac{1}{2}+\frac{1}{2}+\frac{1}{2}+\frac{1}{2}+\frac{1}{2}+\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$? Does this mean division?

Züleyha: It doesn't mean the same thing.

Researcher: So, can you express it with a problem?

Züleyha: 'I ate one eighth of half an apple, how much did I eat? (Afterwards, the teacher candidate cannot be sure of the problem she set up and gives up on it.)

Based on the aforementioned dialogue, it can be observed that Züleyha misrepresented the divisor for division in fractions and tried to structure division by way of multiplication and that she represented the topic *through real life situations* without making *application based explanations*.

Another teacher candidate who experienced difficulties in setting up a realistic problem related with division in fractions was Seda who set up a realistic problem as an example of the division of a whole number to a simple fraction and who tried to explain the solution through modelling. She is aiming to use transparent fraction cards in the lesson plan. Seda wanted to use the example in her lesson plan during the semi-structured interview and refrained from using a new real life situation and manipulatives. Seda stated the division of an integer to a simple fraction in a realistic problem included in her lesson plan as follows: 'Upon seeing that stray animals cannot find food in winter months, Ahmet buys a 5 kilogram package of dog food and gives 1/2 kg of food to each dog. Let us calculate the number of dogs Ahmet can feed with this package of food.'

Researcher: So, how can you represent this situation?

Seda: Like this (Figure 4)

Figure 4. Seda's model for division in fractions

As can be seen in Figure 4, Seda chose to use *drawing for representing* division operation. It can be seen that Seda made a drawing to model the $5 \div \frac{1}{2}$ operation from a whole. Seeing 5 wholes as one single whole, she first divided it into pieces of 1 kg after which each 1 kg was divided into $\frac{1}{2}$ parts. This drawing by Seda is an indication that she is resorting to *visual justification* from realistic problem representation.

Saadet was another student who could not display a successful performance in realistic problem set up but who included realistic problems and materials in the lesson plan. Even though Saadet planned the use of tangible materials in her micro teaching activities, she represented the subject only through diagrams on the board during the micro teaching activity and set up mathematics based explanations based on this drawing. Below is a sample dialogues between the researcher and the teacher candidate (Saadet) during the semi-structured interview following the micro teaching activity:

Researcher: How would you represent the $\frac{2}{3} \times \frac{1}{3} =$ *operation?*

Saadet: I divide a figure in 3 parts and then color up 2 parts. I thus find 2/3. Afterwards, it asks me 1/3 that is divide this figure in 3 equal parts. I divide it as such (vertically).

Saadet: The intersecting sections in the figure make up the result of the multiplication.

Researcher: So can you explain this to us using materials?

(The teacher candidate searches for fraction tiles and 1/3 parts. She decides to explain the operation $\frac{1}{4} \times \frac{1}{3} =$*)*

Saadet: I placed the 1/3 tiles horizontally as such. Afterwards, I placed the ¼ tiles vertically. I thus divide 1 whole into 4 equal parts hence it makes ¼.

Saadet: The answer is 1/12 when I divide up the ¼ part with 1/3.

Researcher: So what kind of a material did I need to show this clearly?

Saadet: It could be better if the tiles were a bit larger and somewhat transparent. Because we can stsick them onto the board then. It wouldn't be a problem for the students to see.

Saadet explained the subject through $\frac{2}{3} \div \frac{1}{3} =$ operation using the drawing in Figure 5 during the micro teaching activity.

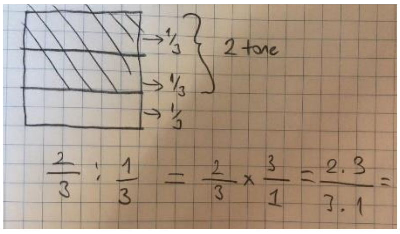


Figure 5. Saadet's model for division in fractions

Figure 5 summarizes that the teacher candidate first utilized *representation through diagram* followed by *rule based explanations*. The following dialogue ensued between the researcher and Saadet during the interview.

Saadet: We first divide a whole into 3 and then color up 2 of its pieces. Afterwards, we are asked 1/3 of this. That is when we look at the colored part we see that we already have two pieces of 1/3. Since the student sees 2 pieces of 1/3 we can say that the answer is 2.

Saadet: Afterwards we invert it and show the student multiplication. We write the first fraction as it is and we invert the second fraction and multiply them.

Researcher: So, does this drawing you made explain to us the logic behind the inversion and multiplication algorithm?

Saadet: Nothing is given on its logic.

Araştırma: What would you do if your student asked you to explain and justify the invert and multiply algorithm?

Saadet: I would provide figures. I would save the moment and then work on it further and explain to the student later.

It was observed when the dialogue between the researcher and the teacher candidate was examined that even though the teacher candidate is able to model the division of a simple fraction with another simple fraction, she does not have the conceptual knowledge underlying this operation, that she cannot make *mathematics based explanations* when necessary and that she brushes over the situation through *rule based explanations*.

Hale was another teacher candidate who experienced difficulties in setting up realistic problems related with multiplication and division in fractions. It can be observed when Hale's lesson plan is examined that even though she has planned to teach the subject through *real life situations* and *representations through diagrams* she has structure the lesson by way of *rule based explanations*. Hale was asked to represent the $3 \div \frac{3}{5} =$ operation during the interview conducted after the micro teaching activity. The following dialogue ensued between the researcher and the teacher candidate.

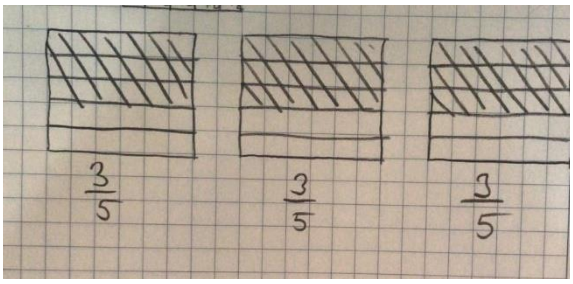


Figure 6. Hale's model for division in fractions

Hale: We have 3 wholes. We will take three fifths of each. With this expression we do not get the same result but I think the logic is correct.

It can be seen based on the expression of the teacher candidate that she is not able to make *application based explanations* and *verbal justifications* related with the provided operation. However, the teacher candidate had correctly modelled the operation in the lesson plan (Table 4). The dialogue between the teacher candidate and the researcher continued as follows during the interview after the teaching:

Researcher: Could you tell us what you tried to show in this drawing?

Hale: I tried to show 3/5ths in each of the wholes.

Researcher: Do you think you can find other 3/5ths pieces in the wholes?

Hale: Aaa, yes. There are 6 pieces I did not use, I can take from them as well.

It can be observed based on the above dialogue that Hale realized the remaining 6 pieces after the researcher's questions.

It can be observed that Züleyha who displayed a similar performance with Hale in realistic problem set up resorted to *representation through diagrams* when asked the $1\frac{1}{4} \times \frac{1}{5}$ operation during the interview. Züleyha evaluated the result based on 1 whole without taking into consideration the $\frac{1}{4}$ expression in the representative compound fraction.

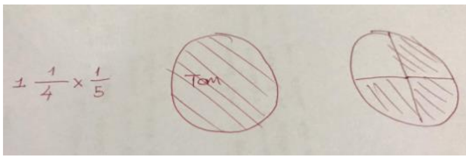


Figure 7. Züleyha's model for multiplication in fractions

Even though Züleyha refrained from rule based explanations, it is striking that she first wants to perform the operation and express the related model afterwards. It has thus been observed that teacher candidates experience difficulties in representing multiplication in compound fractions. The following dialogue ensued between the related teacher candidate and the researcher:

Researcher: How can you represent this operation with a realistic problem?

Züleyha: I had $1\frac{1}{4}$ of an apple. I took $\frac{1}{5}$th of this apple. How much appled did I get?

Researcher: Can you show this to us with an illustration?

Züleyha: Let us equalize at 20. No. Very silly.

It is observed that the teacher candidate first tries out the operation to reach the result in problems and then shifts towards the model via inference. In this regard, it was identified that the teacher candidate experiences problems in modelling in compound fractions.

It is striking that Şeyda who is not successful in setting up realistic problems for multiplication and division in mixed fractions and partially successful for simple fractions makes justifications over simple fractions while teaching. The examples selected by Şeyda for teaching are presented in Figures 8a, 8b and 8c.

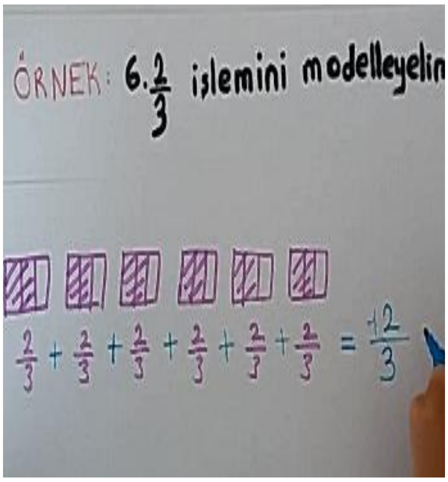


Figure 8a. Şeyda's model for multiplication in fractions

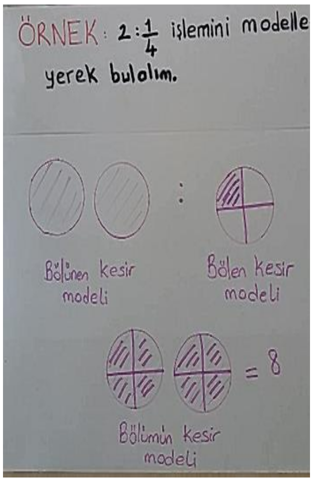


Figure 8b. Şeyda's model for division in fractions

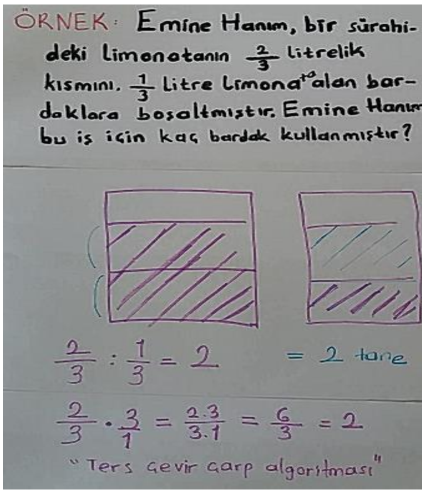


Figure 8c. Şeyda's realistic problem and model for division in fractions

In addition to the modelling, operations and *diagram representations* /in Figure 8c, Şeyma used *matmematical based* explanations to explain the multiplication operation as 'summing up 6 $\frac{2}{3}$ is the same as 6 times $\frac{2}{3}$' and the division operation as, 'how many $\frac{1}{4}$ is there in 2 wholes?'.

4. Conclusion, Discussion and Suggestions

The aim of the present study was to examine how primary school mathematics teacher candidates represent multiplication and division in fractions in their lesson plans and micro teaching activities in addition to presenting how they justify these operations and what kinds of contects they form.

It was observed when the first finding of the study was taken into consideration that teacher candidates experienced more difficulties in representing the multiplication and division operations in improper fractions via real life situations compared with the multiplication and division operations in simple fractions. These findings are in accordance with the findings of Işık (2011) in the study during which a conceptual analysis was conducted for the problems set up by primary school mathematics teacher candidates regarding multiplication and division operations in fractions. It is emphasized in literature that measurement is more suitable than equal sharing for setting up realistic problems related with division operation (Ball, 1990) but that teacher candidates try to make sense of the model for the division of two fractions through equal sharing model (Ball, 1990; Işık 2011; Tirosh & Graeber, 1991). It was observed in the present study that the teacher candidates tried to set up the model expressed for the division of two fractions by way of equal sharing which is similar to the model in literature. In addition, it is observed that the error sources for the division of two integer fractions are comprised of acquisition of the whole as a multiplicity, confusion of units, not being able to establish part-whole relationships and the non-existence of the unknown, confusion with multiplication, appointing a meaning of unit to a fraction greater than the whole which are similar to the sub-themes in the related literature (Armstrong ve Bezuk, 1995; Işık ve Kar, 2012; Seçir 2017). As indicated by Lee et al. (2011), it is important for the representation of multiplication and division in fractions to express the reference whole accurately and flexibly. In accordance with the related literature, the teacher candidates in the present study experienced difficulties in representing the whole in a compatible manner with a realistic situation (Armstrong and Bezuk, 1995; Azim, 1995; Lee et al., 2011).

It was observed when the lesson plans prepated by primary school mathematics teacher candidates were examined that; the teacher candidates planned on using transparent fraction cards for multiplication in fractions and technologies such as Geogebra for teaching division in fractions. The teacher candidates provided examples of simple fractions along with real life situations for the multiplication and division operations in their lesson plans. They represented the real life siutiatons through field models. This finding was in accordance with the preferences of teacher candidates regarding the field model for fractions as indicated in the study by Seçir (2017) and Toluk Uçar (2009).

There are many studies in literature in which teacher candidates are given a problem or operation related with multiplication and division in fractions and are asked to draw a model or they are given a model and asked to set up a problem or write down the operation mathematically (Li, & Kulm, 2008; Işık 2011; Seçir 2017). In the present study, teacher candidates were provided with tangible materials for micro teaching activities and they were asked to use these materials. Even though some teacher candidates completed the activities in their micro teaching plans, it was observed that some of the teacher candidates refrained from using the materials they were given which were included in their plans even though the materials were provided. Based on the lesson plans of the teacher candidates, it was observed that they give importance to using materials but failed to reflect this in their micro teaching activities. It can be indicated that the teacher candidates experienced difficulties in making transitions between types of representation. That is, they may be insufficient in setting up problems and similarly in explaining the model and problem using materials. It is striking that of the seven teacher candidates who believe the necessity of using tangible materials in mathematics teaching, only a few used materials during their micro teaching activities. This is in accordance with the finding that there is no statistically significant correlation between material use levels and competence beliefs (Gökmen, Budak, & Ertekin, 2015; Yetkin Özdemir, 2008; Aydoğdu İskenderoğlu, Türk, İskenderoğlu, 2016). Moreover, it was determined in the present study as emphasized by Yetkin Özdemir (2008) that the teacher candidates have shortcomings in structuring the directions that may help them in setting up a correlation between the material and the concept. Even though the teacher candidates support the use of materials in their lesson plans, the reasons why they refrain from using materials in their micro teaching activities may be due to lack of field knowledge or lack of previous experience on material use. Another related finding is that the explanations in the lesson plans of teacher candidates who do not experience real life situation representation problems (Burcu, Şeyda, Necla) overlap with the micro teaching activity. The fact that Şeyda planned transitions between representations along the same context or that in other words prepared for teaching this subject helped her in using different representations while teaching. Whereas even though Burcu did not reflect realistic contexts in her lesson plans, her competence in setting up realistic problems for multiplication and division in fractions enabled her to implement the teaching activities successfully.

It was observed when the findings of the study under the third heading are taken into consideration that the justifications of teacher candidates regarding why a model or the result of an operation is right or wrong are not weak but that they are at an operational level. This finding was in accordance with those of Seçir (2017). It is observed that the teacher candidates experience difficulties in making transitions between types of explanations where necessary. This finding supports the findings of other studies (Alenazi, 2016; Borko, Eisenhart, Brown, Underhill, Jones, and Agard, 1992; Chen, 2010; Gregg and Gregg, 2007; Li and Smith, 2007). The teacher candidates tried to illustrate that the results of these two operations are the same through drawing models, setting up problems, explaining the given operation verbally or by giving examples from real life but they failed and also could not provide mathematics based explanations when required. As an example, the fact that Saadet from among the teacher candidates tried to explain division in fractions through real life situations instead of explaining the invert and multiply algorithm or her attempts to draw a model but fail may be presented as examples of this situation. This finding is in accordance with those set forth by Ho and Lai (2012).

There are many studies in literature which illustrate that the types of explanations used by teachers vary subject to their field knowledge (Ball, 1990b; Ma, 1999). While in Ma's (1999) study, American teachers with operational knowledge use manipulatives to objectify the operation, Chinese teachers with conceptual knowledge used manipulatives to support in-class dialogues. In this study, majority of the teachers also preferred tangible materials in their micro teaching activities for objectifying the operations like the American teachers. However, as indicated in the section of the study where the participants are introduced, the participants were selected from among students in the second stage according to the mathematics related beliefs scale. According to this scale, it is striking to see that beliefs are not actualized by students who see mathematics as a dynamic discipline, who believe that mathematics learning environments should be designed so as to flourish the ideas of students and that students should take part in the development process in order to comprehend mathematical ideas. The present study illustrates the necessity to educate teacher candidates in a more competent manner with regard to the design of education environments and the implementation of special teaching methods. We need to raise the teacher candidates with a competence to utilize many different forms of explanations concurrently as indicated in the study by Putnam (1992) if we wish to raise our teacher candidates with the belief that their role is to prepare students for life. It is very important to ensure that the teacher candidates are competent in starting out with problem based explanations based on real life situations then continue with semi-structured manipulatives, models and visual arguments as well as mathematical based explanations and formal explanations. The findings of the present study also support the findings of the study by Tirosh et al. (1998) reporting that inexperienced teachers prefer to remind the students of the rules when students make an error. The teacher candidates may not have been able to make a transition among different forms of explanations since they do not feel competent enough to do so.

The findings of the study are limited with seven teacher candidates in the fourth year of their education as part of the 2008 teacher education program. These seven teacher candidates have limited experience both within the framework of the education program and outside of the school. Aytekin and Şahiner (2020) stated that teaching based on operations will decrease over time as the teacher candidates gain experience. University education should be designed so as to put forth experience environments in addition to teaching knowledge. In other words, teacher candidates should be allowed to have different experiences as well as opportunities for making representations, explanations and justifications related to the subject. The sample group included in the study was part of the 2008 teacher development program. In this program, Special Teaching Methods 1 and 2 courses were among the lessons during which the teacher candidates could acquire pedagogical field knowledge. However, lessons such as teaching numbers, teaching algebra, teaching statistical probabişlity and teaching geometry have also been included in the 2018 teacher education program. The method in the present study may be used to examine the current state of the teacher candidates in this new program and comparisons may be made based on the effectiveness of education programs.

References

Aksu, Z. & Konyalıoğlu, A. C. (2015). Sınıf öğretmen adaylarının kesirler konusundaki pedagojik alan bilgileri. *Kastamonu Eğitim Dergisi*, *23*(2), 723-738.

Alenazi, A. (2016). Examining middle school pre-service teachers' knowledge of fraction division interpretations. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, *47*(5), 696-716.

Armstrong, B. E. & Bezuk, N. (1995). Multiplication and division of fractions: The search for meaning. In J. Sowder & B. P. Schappelle (Eds.). *Providing a foundation for teaching mathematics in the middle grades*, 85–120. New York: SUNY.

Aytekin, C. & Şahiner, Y. (2020) "An investigation of preservice mathematics teachers' teaching processes about" procedural and conceptual knowledge" related to division with fractions." *Elementary Education Online, 19*(2), 958-981.

Azim, D. S. (1995). *Preservice elementary teachers' understanding of multiplication with fractions*. Unpublished doctoral dissertation, Washington State University. USA

Back, R. J., Manilla, L. & Wallin, S. (2009). *Student justifications in high school mathematics.* Proceedings of the Sixth Conference of European Research in Mathematics Education, Lyon, France

Ball, D. L. (1990). The mathematical understandings that prospective teachers bring to teacher education. *The elementary school journal*, *90*(4), 449-466.

Ball, D. L., Thames, M. H. & Phelps, G. (2008). Content knowledge for teaching: What makes it special. *Journal of teacher education*, *59*(5), 389-407.

Behr, M. J., Harel, G., Post, T. & Lesh, R. (1994). Units of quantity: A conceptual basis common to additive and multiplicative structures. *The development of multiplicative reasoning in the learning of mathematics*, 121-176.

Behr, M. J., Lesh, R., Post, T. & Silver, E. A. (1983). Rational number concepts. *Acquisition of mathematics concepts and processes*, 91-126.

Behr, M. J., Wachsmuth, I., Post, T. & Lesh, R. (1984). Order and equivalence of rational numbers: A clinical teaching experiment. *Journal for Research in Mathematics Education, 15*(5), 323-341.

Birgin, O., & Gürbüz, R. (2009). İlköğretim II. kademe öğrencilerinin rasyonel sayılar konusundaki işlemsel ve kavramsal bilgi düzeylerinin incelenmesi. *Uludağ Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, *22*(2), 529-550.

Borko, H., Eisenhart, M., Brown, C. A., Underhill, R. G., Jones, D., & Agard, P. C. (1992). Learning to teach hard mathematics: Do novice teachers and their instructors give up too easily?. *Journal for research in mathematics education*, *23*(3), 194-222.

Borko, H., Eisenhart, M., Brown, C. A., Underhill, R. G., Jones, D., & Agard, P. C. (1992). Learning to teach hard mathematics: Do novice teachers and their instructors give up too easily? *Journal for Research in Mathematics Education*, *23(3)*, 194–222.

Byrnes, J. P. & Wasik, B. A. (1991). Role of conceptual knowledge in mathematical procedural learning. *Developmental psychology*, *27*(5), 777.

Chen, R. J. (2010). Investigating models for preservice teachers' use of technology to support student-centered learning. *Computers & Education*, *55*(1), 32-42.

Çiftçi, K., Yildiz, P. & Bozkurt, E. (2015). Ortaokul matematik öğretmenlerinin materyal kullanımına ilişkin görüşleri. *Eskişehir Osmangazi Üniversitesi Eğitimde Politika Analizi Dergisi*, *4*, 79-89.

Gainsburg, J. (2008). Real-world connections in secondary mathematics teaching. *Journal of Mathematics Teacher Education*, *11*(3), 199-219.

Gökkurt, B., Şahin, Ö., Soylu, Y. & Soylu, C. (2013). Examining pre-service teachers' pedagogical content knowledge on fractions in terms of students' errors. *International Online Journal of Educational Sciences, 5*(3), 719-735.

Gökmen, A., Budak, A. & Ertekin, E. (2016). İlköğretim öğretmenlerinin matematik öğretiminde somut materyal kullanmaya yönelik inançları ve sonuç beklentileri. *Kastamonu Education Journal*, *24*(3), 1213-1228.

Graeber, A. O., Tirosh, D. & Glover, R. (1989). Preservice teachers' misconceptions in solving verbal problems in multiplication and division. *Journal for Research in Mathematics Education*, *20*(1), 95-102.

Gregg, J., & Gregg, D. U. (2007). Measurement and fair-sharing models for dividing fractions. *Mathematics Teaching in the Middle School*, *12*(9), 490-496.

Gudmundsdottir, S. & Shulman, L. (1987). Pedagogical content knowledge in social studies. *Scandinavian Journal of Educationl Research*, *31*(2), 59-70.

Haciomeroglu, G., & Erbilgin, E. (2005). Memorızatıon. *The Mathematics Teacher,* 99(4), 228-228.

Haser, Ç., Kayan, R. & Bostan, M. I. (2013). Matematik öğretmen adaylarının matematiğin doğası, öğretimi ve öğrenimi hakkındaki inanışları. *Eğitim ve Bilim*, *38*(167).

Hiebert, J. & Carpenter, T. (1992). Learning and teaching with understanding. In D. A. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 65–97). New York: Macmillan Publishing Company

Ho, S. Y., & Lai, M. Y. (2012, July). Pre-service teachers' specialized content knowledge on multiplication of fractions. *In Proceedings of the 36th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 2, pp. 291-298).

Hunter, R. (2008). Facilitating communities of mathematical inquiry. *Navigating currents and charting directions*, *1*, 31-39.

Işık, C. & Kar, T. (2012). İlköğretim matematik öğretmeni adaylarının kesirlerde bölmeye yönelik kurdukları problemlerde hata analizi. *Kuram ve Uygulamada Eğitim Bilimleri, 12*(3), 2289-2309.

Işık, C. (2011). İlköğretim matematik öğretmeni adaylarının kesirlerde çarpma ve bölmeye yönelik kurdukları problemlerin kavramsal analizi. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi 41*.

Işıksal, M. & Çakıroğlu, E. (2006). İlköğretim matematik öğretmen adaylarının matematiğe ve matematik öğretimine yönelik yeterlik algıları. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, *31*(31), 74-84.

İskenderoğlu, T. A., Türk, Y. & İskenderoğlu, M. (2016). İlköğretim matematik öğretmeni adaylarının somut materyalleri tanıma-kullanma durumları ve matematik öğretiminde kullanmalarına yönelik öz-yeterlikleri. *Mehmet Akif Ersoy Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, *1*(39), 1-15.

Karasar, N. (2005). *Bilimsel araştırma yöntemi* (17. Baskı). Ankara: Nobel yayın dağıtım, 86.

Kılıç, H., Pekkan, Z. T. & Karatoprak, R. (2013). Materyal kullaniminin matematiksel düşünme becerisine etkisi/the effects of using materials on mathematical thinking skills. *Eğitimde Kuram ve Uygulama*, *9*(4), 544-556.

Kieren, T. E. (1993). Rational and fractional numbers: From quotient fields to recursive understanding. In T. P. Carpenter, E. Fennema, & T. A. Romberg (Eds.), *Studies in mathematical thinking and learning. Rational numbers: An integration of research* (p. 49–84). Lawrence Erlbaum Associates, Inc.

Koren, M. (2004). Acquiring the concept of signed numbers: Incorporating practically-based and mathematically-based explanations. *Aleh*, *32*, 18-24.

Kurt, G. (2006). *Middle grade students' abilities in translating among representations of fractions*. Unpublished master's thesis, Middle East Technical University, Ankara.

Kutluk, B. (2011). *İlköğretim matematik öğretmenlerinin örüntü kavramına ilişkin öğrenci güçlükleri bilgilerinin incelenmesi.* Unpublished Doctoral dissertation, DEÜ Eğitim Bilimleri Enstitüsü, İzmir.

Lamon, S. J. (1996). The development of unitizing: Its role in children's partitioning strategies. *Journal for Research in Mathematics Education*, *27*, 170-193.

Lamon, S. J. (1999). *Teaching fractions and ratios for understanding: essential content knowledge and instructional strategies for teachers*. Mahwah, N. J.: Erlbaum.

Lamon, S. J. (2007). *Rational numbers and proportional reasoning: Toward a theoretical framework for research*. Second handbook of research on mathematics teaching and learning, *1*, 629-667.

Lee, S. J., Brown, R. E. & Orrill, C. H. (2011). Mathematics teachers' reasoning about fractions and decimals using drawn representations. *Mathematical Thinking and Learning*, *13*(3), 198-220.

Lesh, R., Post, T. R. & Behr, M. (1987). Representations and translations among representations in mathematics learning and problem solving. In *Problems of representations in the teaching and learning of mathematics* (pp. 33-40). Lawrence Erlbaum.

Levenson, E., Tsamir, P. & Tirosh, D. (2010). Mathematically based and practically based explanations in the elementary school: teachers' preferences. *Journal of Mathematics Teacher Education*, *13*(4), 345-369.

Li, Y. & Kulm, G. (2008). Knowledge and confidence of Preservice mathematics teachers: The case of fraction division. *ZDM–The International Journal on Mathematics Education, 40*, 833–843

Li, Y. (2008). What do students need to learn about division of fractions? *Mathematics Teaching in the Middle School, 13*, 546–552

Li, Y., & Smith, D. (2007). Prospective middle school teachers' knowledge in mathematics and pedagogy for teaching–the case of fraction division. In *Proceedings of the 31st Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 3, pp. 185-192).

Lo, J.J. & Luo, F. (2012). Preservice elementary teachers' knowledge of fraction division. *J Math Teacher Educ, 15,* 481–500.

Ma, L. (1996). *Profound understanding of fundamental mathematics: What is it, why is it important, and how is it attained*. Unpublished doctoral dissertation, Stanford University, the USA.

Ma, L. (1999). *Knowing and teaching elementary mathematics: Teachers' understanding of fundamental mathematics in China and the United States.* Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

Mack, N. K. (1990). Learning fractions with understanding: Building on informal knowledge. *Journal for Research in Mathematics Education*, 16-32.

Mulligan, J. T. & Mitchelmore, M. C. (1997). Young children's intuitive models of multiplication and division. *Journal for Research in Mathematics Education*, 309-330.

Ohlsson, S. (1988). Mathematical meaning and applicational meaning in the semantics of fractions and related concepts. In J. Hiebert, ve M. J. Behr (Eds.), *Number concepts and operations in the middle grades* (pp. 53-92). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

Özdemir, İ. E. Y. (2008). Sınıf öğretmeni adaylarının matematik öğretiminde materyal kullanımına ilişkin bilişsel becerileri. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, *35*(35), 362-373.

Pape, S. J. & Tchoshanov, M. A. (2001). The role of representation(s) in developing mathematical understanding. *Theory into Practice, 40*(2), 118-127.

Perry, M. (2000). Explanations of mathematical concepts in Japanese, Chinese, and U.S. first- and fifthgrade classrooms. *Cognition and Instruction, 18*(2), 181–207.

Putnam, R. (1992). Teaching the ''hows'' of mathematics for everyday life: A case of a fifth-grade teacher. *Elementary School Journal, 93*(2), 163–177.

Raman, M. (2002). Coordinating informal and formal aspects of mathematics: Student behavior and textbook messages. *Journal of Mathematical Behavior, 21*, 135–150

Raymond, A. M. (1997). Inconsistency between a beginning elementary school teacher's mathematics beliefs and teaching practices. *Journal for Research in Mathematics Education, 28*(6), 552-575.

Schoenfeld, A. H. (2014). *Mathematical problem solving*. Elsevier.

Seçir, S. (2017). *İlköğretim Matematik Öğretmen Adaylarının Kesirlerle Çarpma ve Bölme İşlemlerine İlişkin Özelleştirilmiş Alan Bilgilerinin Gelişiminin İncelenmesi*. Yayınlanmamış Doktora Tezi, Gazi Üniversitesi, Ankara

Shulman, L. (1987). Knowledge and teaching: Foundations of the new reform. *Harvard educational review*, *57*(1), 1-23.

Simon, M. A. (1993). Prospective elementary teachers' knowledge of division. *Journal for Research in Mathematics education*, 233-254.

Stein, M. K. & Bovalino, J. W. (2001). Manipulatives: One piece of the puzzle. *Mathematics Teaching in the Middle School*, *6*(6), 356.

Streefland, L. (1991). *Fractions in realistic mathematics education: A paradigm of developmental research.* Dordrecht, The Netherlands: Kluwer Academic Publisher

Tirosh, D. & Graeber, A. O. (1991). The effect of problem type and common misconceptions on preservice elementary teachers' thinking about division. *School Science and Mathematics*, *91*(4), 157-163.

Tirosh, D., Even, R., & Robinson, N. (1998). Simplifying Algebraic Expressions: Teacher Awareness and Teaching Approaches. *Educational Studies in Mathematics, 35*, 51-64.

Toluk Uçar, Z. (2009). Developing pre-service teachers understanding of fractions through problem posing. *Teaching and Teacher Education*, *25*(1), 166-175.

Toluk, Z. (2002). İlkokul öğrencilerinin bölme işlemi ve rasyonel sayıları ilişkilendirme süreçleri. *Boğaziçi Üniversitesi Eğitim Dergisi*, *19*(2), 81-101.

Umay, A. (2003). Matematiksel muhakeme yeteneği. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, *24*(24), 234-243.

Van den Heuvel-Panhuizen, M. (2003). The didactical use of models in realistic mathematics education: An example from a longitudinal trajectory on percentage. *Educational Studies in Mathematics, 54*, 9–35.

Wu, H. (1999). Basic skills versus conceptual understanding: A bogus dichotomy. *American Educator, 23*(3), 14–19, 50–52.

Yavuz, O. C. (2013). Temel Eğitimde Kesirler Konusunda Materyalin Rolü. *Middle Eastern & African Journal of Educational Research, 5,* 137-147.

Yeşildere, S. (2008). *İlköğretim matematik öğretmen adaylarının sayı örüntüleri ile ilgili pedagojik alan bilgilerinin incelenmesi.* VIII Ulusal Fen Bilimleri ve Matematik Eğitimi Kongresi. Abant İzzet Baysal Üniversitesi, Bolu.

KEFAD Cilt 23, (Özel Sayı), 2022

Ahi Evran Üniversitesi
Kırşehir Eğitim Fakültesi Dergisi

ISSN: 2147 - 1037

http://kefad.ahievran.edu.tr

Investigation of Mathematical Creativity of Pre-Service Elementary Mathematics Teachers in Problem-Posing Situations[1]

Duygu Arabacı
Ebru Saka
Sevilay Alkan

Article Information

CrossMark

DOI: 10.29299/kefad.882145

Received: 18.02.2021
Revised: 31.05.2021
Accepted: 17.03.2022

Keywords:

Problem Posing,
Mathematical Creativity,
Pre-Service Elementary Mathematics Teachers

Abstract

The study aimed to examine the creativity of pre-service elementary mathematics teachers in problem-posing situations whether they solved or not the posed problems by themselves. The participants of the study, in which the case study method was applied, consists of 24 pre-service elementary mathematics teachers studying in the second grade of the Elementary Mathematics Education program of a state university in the 2017-2018 academic year. The Turkish translation of the problem-posing activity called "House Problem", which was used by Getzels and Jackson (1962) to reveal the creativity and edited by Leung (1993), was used as a data collection tool. The scoring used by Leikin (2009) and Taşkın (2016) was implemented in the analysis of the data. As a result of the study, it was determined that although teacher candidates who did not solve their problem got higher scores in terms of fluency, this situation was not valid in terms of flexibility. Also, it was found out that the originality scores of the problems posed by the candidates in both groups were lower than their flexibility scores. In terms of total creativity scores, it was concluded that the creativity scores of teacher candidates who solved their posed problems were higher than those who did not solve their posed problems, that is, the candidates who solved the problems posed more creative problems.

İlköğretim Matematik Öğretmeni Adaylarının Problem Kurma Durumlarındaki Matematiksel Yaratıcılıklarının İncelenmesi

Makale Bilgileri

CrossMark

DOI: 10.29299/kefad.882145

Yükleme: 18.02.2021
Düzeltme: 31.05.2021
Kabul: 17.03.2022

Anahtar Kelimeler:

Problem Kurma,
Matematikte Yaratıcılık,
İlköğretim Matematik Öğretmeni Adayları

Öz

Araştırmada ilköğretim matematik öğretmen adaylarının problem kurma durumlarındaki yaratıcılıklarının, adayların kurduğu problemleri çözüp çözmeme durumlarına göre incelenmesi amaçlanmıştır. Özel durum çalışması yönteminin kullanıldığı araştırmanın katılımcılarını 2017-2018 Eğitim-Öğretim yılında bir devlet üniversitesinin İlköğretim Matematik Öğretmenliği programının 2. sınıfında öğrenim görmekte olan 24 ilköğretim matematik öğretmeni adayı oluşturmaktadır. Veri toplama aracı olarak Getzels ve Jackson (1962) tarafından yaratıcılığı ortaya çıkarmak amacıyla kullanılan ve Leung (1993) tarafından düzenlenen "House Problem" olarak adlandırılan problem kurma etkinliğinin Türkçe çevirisi kullanılmıştır. Verilerin analizinde Leikin (2009) ve Taşkın'ın (2016) kullandıkları puanlandırmalardan yararlanılmıştır. Araştırmanın sonucunda, kurduğu problemi çözmeyen öğretmen adaylarının akıcılık göstergesi açısından kısmen daha yüksek puanlar alsa da esneklik göstergesi açısından bu durumun geçerli olmadığı tespit edilmiştir. Ayrıca her iki gruptaki adayların kurdukları problemlerde orijinallik puanlarının esneklik puanlarına göre daha düşük olduğu tespit edilmiştir. Toplam yaratıcılık puanları açısından ise kurduğu problemleri çözen öğretmen adaylarının yaratıcılık puanlarının kurduğu problemi çözmeyenlere göre daha yüksek olduğu, yani kurduğu problemi çözen adayların daha yaratıcı problemler kurduğu sonucuna varılmıştır.

Sorumlu Yazar : Duygu Arabacı, Dr. Öğr. Üyesi, Düzce Universitesi, Türkiye, duyguarabaci@duzce.edu.tr, ORCID ID: 0000 0001 9972 3644.

Ebru Saka, Dr. Öğr. Üyesi, Kafkas Üniversitesi, Türkiye, ebrudmirci@gmail.com, ORCID ID: 0000 0003 1975 3160.

Sevilay Alkan, Dr. Öğretmen, Milli Eğitim Bakanlığı, Türkiye, svlyalkn@gmail.com, ORCID ID: 0000 0002 6918 3832.

[1]Bu çalışma VI[th] International Eurasian Educational Research Congress'te (EJERCongress) sözlü bildiri olarak sunulmuştur.

Atıf için: Arabacı, D., Saka, E., & Alkan, S. (2022). İlköğretim matematik öğretmeni adaylarının problem kurma durumlarındaki matematiksel yaratıcılıklarının incelenmesi. *Kırşehir Eğitim Fakültesi Dergisi, 23*(Özel Sayı), 385-426.

Giriş

Günümüzde matematik eğitimi ile hazır bilgileri sorgulamadan kabul eden bireyler yetiştirmek yerine, neyi, niçin ve nasıl öğrenmesi gerektiğini bilen, öğrendiği bilgileri kullanabilen ve yeni bilgiler üreten bireylerin yetiştirilmesi amaçlanmaktadır (Güven ve Kürüm, 2008). Bu bağlamda öğrencilerin problem çözme becerisine sahip olmalarının yanı sıra problemin farkına varma becerisine de sahip olmaları önem kazanmaktadır. Öğrencilerin gerçek yaşamda karşılaştıkları problemlerin farkına varmalarını sağlamada problem kurma önemli bir yere sahiptir (Turhan ve Güven, 2014). Ülkemizde de problem kurma, matematik dersinin önemli bir bileşeni ve hedefi olarak kabul edilmektedir (Baykul, 1999). Problem kurma genel anlamda var olan bir problemden ya da durumdan yeni problemler üretmek veya var olan problemi yeniden düzenlemek şeklinde tanımlanmaktadır (Silver, 1994). Problem kurma, problem çözmeyi farklı bir açı ile ele almak anlamına gelmektedir (Altun, 2005). Çünkü problem kurmada öğrencinin kurduğu problemin çözümünün olup olmadığını yoklaması beklenmektedir. Bununla birlikte problem kurma, problem çözme gibi tek bir doğru cevaba sahip değildir ve her ihtimali kendinde barındırdığı için yaratıcı düşünmeyi gerektirir (Kojima, Miwa ve Matsui, 2009).

Bireyin yaşamını dengeli ve verimli biçimde sürdürebilmesi için yaşadığı çağa ve topluma yapıcı ve yaratıcı bir üye olarak katkıda bulunması gerekmektedir (Mandacı Şahin, 2007). Dolayısıyla bireylerin gelişen ve değişen dünya ile birlikte meydana gelen problem, beklenti ve ihtiyaçları aşabilecek yaratıcı özelliklere sahip olmaları beklenmektedir (Kandemir, 2006). Ulusal Matematik Öğretmenleri Konseyi'nin (National Council of Teachers of Mathematics [NCTM], 1991) sıraladığı öğrencilere matematiksel gücün kazanılmasına etki eden faktörler arasında (öğrencinin fikirler arası geçiş esnekliği, matematik uğraşındaki sebatı, matematiğe karşı ilgisi, merakı) öğrencinin matematikte yaratıcı düşünceye sahip olma özelliği vurgulanmaktadır. Yaratıcılık ile ilgili kesinleşmiş ve herkes tarafından kabul görülmüş bir tanım bulunmamaktadır (Brunkalla, 2009; Haylock, 1987; Mann, 2009). Yaratıcılık kavramı önceleri genellikle genel alan becerisi olarak düşünülse de bu algının zaman içerisinde değiştiği görülmektedir (Haavold, 2009). Öyle ki birçok araştırmacı yaratıcılığın çoğunlukla bir alanda daha baskın olarak öne çıktığını, bu nedenle genel yaratıcılık ile alana özgü yaratıcılığın farklı olarak ele alınması gerektiğini ifade etmiştir (Akgül, 2014; Balka, 1974; Haavold, 2009). Genel olarak yaratıcılık; herkesin aynı şekilde düşündüğü bir şey üzerinde farklı düşünebilme yeteneği, tutum veya davranışı; önceden var olan nesne veya kavramları ele alıp, bunları yeni bir amaç için farklı ve sıra dışı şekillerde ilişkilendirme becerisi olarak tanımlanabilir (Doğan, 2005). Özel yaratıcılık ise bir alandaki (örneğin, matematik) açık ve net yaratma becerisi olarak ifade edilmektedir (Leikin, 2008). Diğer bir deyişle genel yaratıcılık, bir alandaki problem çözme örüntülerini kullanarak başka bir alandaki problemleri çözmek ile ilişkili iken; özel yaratıcılık ise alanın mantıksal tümdengelimsel doğasını hesaba katan belirli bir alandaki yaratıcılığı işaret etmektedir (Leikin, 2009). Yaratıcılık, günlük yaşamla ilişkili olması, problemlere çözüm üretmede analitik ve eleştirel düşünme gibi beceriler gerektirmesi nedeniyle diğer alanlarda olduğu gibi matematikte de önemli bir yer teşkil etmektedir (Taşkın, 2016). Guilford (1967) yaratıcı düşünmeyi akıcılık, esneklik ve orijinallik olmak üzere üç önemli faktörle ilişkili bir özellik olarak tanımlamıştır. Akıcılık; bir problemle ilgili çok sayıda fikir üretme yeteneği (Budak, 2007), esneklik; olaylara değişik açılardan bakma ve değişik düşünceler ortaya koyma (Özcan, 2009), orijinallik; yeni veya teknik özellik taşıyan özgün düşünceler üretme, buluşlar yapma, bir ürün bulma veya değeri biçilemeyen yapıtlar ortaya koyma (Budak, 2007; Özcan, 2009) şeklinde tanımlanmaktadır. Yaratıcılık ile ilgili kabul edilmiş evrensel bir tanım olmaması nedeniyle matematikte yaratıcılık ile ilgili de görüş birliğine varılmış bir tanım bulunmamaktadır (Akgül, 2014; Brunkalla, 2009; Haavold, 2013; Haylock, 1987; Leung, 1997; Mann, 2005; Sriraman, 2005). Bu nedenle matematikte yaratıcılık da birçok araştırmacı tarafından farklı şekillerde tanımlamıştır. Haylock (1987) matematikte yaratıcılığı genel olarak bilişsel stratejileri, performans kategorilerini ve sonuç türlerini geniş bir yelpazede kucaklayan bir kavram olarak tanımlamıştır. Sriraman'a (2004) göre matematikte yaratıcılık verilen bir problemin karmaşıklık seviyesine bakılmaksızın probleme sıradışı (alışılmamış), açık ve derin bir anlayış içeren çözümler getirme sürecidir. Bazı araştırmacılar matematiksel yaratıcılığın geliştirildiğinde bir algoritma kullanılarak çözülebilecek bir problem için standart olmayan bir çözüm yaratıldığında ortaya çıktığını belirtmiştir (Chamberlin ve Moon, 2005; Shriki, 2010). Sriraman (2005), matematikte yaratıcılığı a) verilen bir probleme veya benzer bir probleme sıra dışı (yeni) ve/ya makul çözüm(ler) üretme ve/ya b) eski bir problemin düşünme gerektiren yeni bir bakış açısından dikkate alınmasını sağlayan yeni soruların ve/ya olasılıkların formülleştirilmesi olarak tanımlamıştır. Sriraman'ın (2005) tanımı incelendiğinde okul matematiğinde yaratıcılığı problem çözme ve problem kurma ile ilişkili olarak ele aldığı anlaşılmaktadır. Birçok araştırmacının fikir birliğine vardığı ortak nokta ise yaratıcılığın; yaratıcı bir işin (örneğin; sanat veya bilimsel bir hipotezin yeni bir işi) üretiminde yeni ve yararlı olarak kendini gösterdiğidir (Leikin, 2008). Okul matematiğindeki ve profesyonel yaratıcılık arasındaki farklılıklar ise mutlak ve göreceli yaratıcılık kavramlarını gündeme getirmiştir (Leikin, 2009; Leikin ve Pitta-Pantazi, 2013; Shiriki, 2013; Sriraman, 2004). Mutlak yaratıcılık seçkin matematikçilerin olağanüstü tarihsel çalışmaları ile ilişkili iken, göreceli yaratıcılık referans alınan belirli bir grup içindeki belirli bir kişi tarafından yapılan keşifleri işaret etmektedir (Shiriki, 2013). Leikin ve Pitta-Pantazi (2013) öğrencilerin yeni bir durum için (daha önceden öğrenilmemiş olan yeni matematiksel bir problem için) matematiksel fikirler/çözümler veya önceden bilinen problemlere orijinal çözümler üretme yeteneğinin genellikle göreceli yaratıcılığın bir göstergesi olarak değerlendirildiğini; mutlak yaratıcılığın ise mucitlerin alanındaki yüksek başarı açısından ve bu kişilerin önemi profesyonel bir topluluk tarafından tarihsel açıdan anlamlı bir keşif olup olmaması ile ilişkili olarak değerlendirildiğini ifade etmişlerdir. Okullar söz konusu olduğunda Leikin (2009) öğrencilerin matematikte yaratıcılıklarının onların önceki deneyimleri ve benzer eğitimsel geçmişe sahip diğer öğrencilerin performansları referans alınarak değerlendirilebileceğini ifade etmiştir. Buradan hareketle bu araştırma kapsamında öğretmen adaylarının yaratıcılıklarının değerlendirilmesinde göreceli yaratıcılıkları dikkate alınmıştır.

Matematikte yaratıcılık ile ilgili olarak, problem kurma ve problem çözme sürecinin yaratıcılığın merkezi olduğu ile ilgili gittikçe artan bir görüş birliği bulunmaktadır (Silver, 1997). Birçok araştırmacı matematikte yaratıcılığı problem kurma ile ilişkilendirmekte (Brunkalla, 2009; Siswono, 2011; Yuan ve Sriraman, 2011) ve problem kurmayı matematikte yaratıcılığın ayrılmaz ve önemli bir parçası olarak görmektedir (Haylock, 1987; Lee, Hwang ve Seo, 2003; Mann, 2009; Silver, 1997; Yuan ve Sriraman, 2011). Shriki (2013) öğrencilerin kendi problemlerini kurduklarında muhakeme, farklı ve esnek düşünmelerini geliştireceklerini; bilgi ve problem çözme becerilerini zenginleştirip güçlendireceklerini ve böylelikle yenilikçi, yaratıcı ve aktif öğrenenler olacaklarını ifade etmektedir.

Problem kurma çalışmalarının öğrencinin bilgisi, problem çözme becerisi, yaratıcılık ve matematiğe karşı tutumu üzerinde olumlu etkileri vardır (Rosli, Copraro ve Copraro, 2014). Bununla birlikte problem kurma öğrencileri yeni ve farklı düşünceler üretme konusunda cesaretlendirir (Brown ve Walter, 2005). Problem kurma ile uğraşan öğrencilerin eleştirel düşünmelerinin gelişmesi ve her problem kurma faaliyetinde bir öncekinden daha iyi problem kurmak için özgün fikirler üretmeye çalışması, böylelikle yaratıcılığının gelişmesi beklenmektedir (English, 1997). Eğer öğretmenler uygun öğrenme fırsatları sağlarsa yaratıcılık, öğrencilerin geliştirebilecekleri dinamik bir özelliktir (Leikin, 2009). Problem kurma ve yaratıcılık arasında önemli bir ilişki olmasına rağmen problem kurma çalışmaları incelendiğinde yaratıcılığa odaklanan çalışmaların sınırlı sayıda olduğu ve çalışmaların genellikle öğrenciler ile yürütüldüğü görülmektedir (Shriki, 2013; Silver, 1997; Singer, 2012; Yuan ve Sriraman, 2011). Yaratıcılığın ihmal edildiği, öğrencilerin yaratıcılığı kullanma konusunda teşvik edilmediği sınıflarda matematik, bir takım iyi bilme becerisi ve ezberlenmesi gereken kurallar takımına indirgenecektir (Mann, 2009). Dolayısıyla okullarda öğrencilerden matematikte yaratıcılıklarını geliştirmeleri beklenmektedir. MEB (2009) matematik öğretim programında öğrencilere problem üzerinde uğraşmaları için fırsat tanınması ve yaratıcı olmaları için gerekli ortamların düzenlenmesi gerektiği belirtilmektedir. Öğrencilerin matematikte yaratıcılıklarını geliştirmek için ise matematik öğretmenlerine önemli sorumluluklar düşmektedir. Yaratıcı öğretmen; problem çözebilen, uyum sağlayabilen, malzeme ve değişik fikirleri eğitim/öğretim ortamına getirerek öğrencilerinin beklentilerini karşılayan, ilgi çekici ve teşvik edici bir öğrenme ortamı sağlayan kişidir (Schreglmann ve Kazancı, 2006). Yaratıcı öğretmenler öğrencilerine dersi ilgi çekici kılabilmek için sürekli bir yenilik içerisindedir ve öğrencileri yaratıcı düşünmeye ve davranmaya teşvik eder. Matematikte yaratıcılığın geliştirilmesinde problem kurmanın önemi düşünüldüğünde bu problem durumlarını sınıf ortamına getirecek ve öğrencilerini bu konuda cesaretlendirip teşvik edecek olan öğretmenlere önemli bir rol düşmektedir. Bu nedenle geleceğin öğretmenleri olan öğretmen adaylarının problem kurma durumlarındaki yaratıcılıklarının incelenmesi önem arz etmektedir. Gelecekte öğrencilerinde yaratıcı düşünmeyi geliştirecek olan öğretmen adaylarının problem kurmadaki yaratıcılıklarının incelenmesi, kalan eğitim hayatlarında yaratıcılıklarını geliştirmeye yönelik çalışmaların yapılması açısından faydalı olacaktır. Konu ile ilgili çalışmalar incelendiğinde, özellikle ulusal literatürde gelecekte öğrencilerinde bu becerileri geliştirmesi beklenen matematik öğretmeni adaylarının problem kurmadaki yaratıcılıklarının belirlenmesine yönelik çalışmaya rastlanmamıştır.

Matematik öğretiminde kullanılacak problem kurma etkinlikleri öğrencide yeni yaklaşımlar ve yaratıcı fikirler geliştirmeli, öğrencinin matematiksel fikir akışını, esnek düşünmelerini ve cevaplardaki özgünlüğünü arttırmak için çoklu çözümler sağlamalıdır. Mann (2005) öğrencilerin yaratıcılığını geliştirmek için, tek bir çözüme götüren yapılandırılmış problem kurma etkinliklerinden ziyade, bir dizi alternatif çözüm yöntemi gerektiren açık uçlu problemlerin kullanılmasını önermektedir. Ayrıca Chamberlin ve Moon'un (2005) da belirttiği gibi gerçekçi problemler öğrencilerin yaratıcı çözümler ortaya çıkarma potansiyelini artırmakta ve öğrencilerin matematiksel düşüncede yaratıcı olmasına yardımcı olmaktadır. Bu bağlamda bu çalışmada öğretmen adaylarının yaratıcılığını ortaya çıkarmak amacıyla yarı yapılandırılmış açık uçlu bir problem kurma etkinliğinin kullanılması uygun görülmüştür. Araştırma kapsamında kullanılan problem kurma etkinliğinde, öğretmen adaylarından kurdukları problemlerin çözümlerini de yapmaları istenmiştir. Bunun sebebi ise öğrencilerin problemi kurmadaki amacını daha net bir şekilde anlayabilmek ve problemin yapısını ayrıntılı bir şekilde inceleyebilmektir. Bununla birlikte Taşkın'ın (2016) üstün yetenekli tanısı konulmuş ve konulmamış öğrencilerin matematikte yaratıcılıklarını incelediği çalışmasında da öğrencilerden kurdukları problemleri çözmeleri istenmiş ve bazı öğrencilerin kurdukları problemleri çözmek zorunda oldukları için çözemeyecekleri türden problemleri kurmaktan vazgeçtiği gözlenmiştir. Bu nedenle bu çalışmada öğretmen adaylarının çözme şartı olan ve olmayan durumlarda kurdukları problemlerdeki yaratıcılıklarının değişip değişmediği de incelenmiştir. Böylelikle öğretmen adaylarının kurdukları problemi çözüp çözmeme durumlarındaki yaratıcılıklarının nasıl değiştiği ortaya koyulmuştur. İlgili çalışmalar incelendiğinde yaratıcılığı kurduğu problemi çözme ve çözmeme durumlarına göre inceleyen bir araştırmaya rastlanmamıştır. Çalışmanın bu yönüyle problem kurma durumlarındaki yaratıcılığı daha detaylı bir şekilde ortaya koyacağı ve gelecekte yapılacak çalışmalara ışık tutacağı düşünülmektedir. Tüm bunlardan hareketle bu çalışmada ilköğretim matematik öğretmeni (İMÖ) adaylarının problem kurma durumlarındaki yaratıcılıklarının, adayların kurduğu problemleri çözüp çözmeme durumlarına göre incelenmesi amaçlanmıştır. Bu bağlamda araştırmanın alt problemleri şu şekildedir:

1. Kurduğu problemi çözen İMÖ adaylarının problem kurma durumlarındaki yaratıcılıkları nasıldır?
2. Kurduğu problemleri çözmeyen İMÖ adaylarının problem kurma durumlarındaki yaratıcılıkları nasıldır?

Yöntem

Araştırmanın Deseni

Çalışma doğası itibariyle nitel araştırma deseni içerisinde yer almaktadır. Araştırmada İMÖ adaylarının problem kurmadaki yaratıcılıkları ayrıntılı bir şekilde incelenmeye çalışıldığından özel durum çalışması yöntemi kullanılmıştır. Nitekim özel durum çalışması yöntemi bir veya birkaç durumu, olguyu ya da olayı sınırlı sayıda örneklem ile her yönüyle derinlemesine inceleme olanağı sunmaktadır (Şimşek ve Yıldırım, 2005).

Araştırma Grubu

Araştırmanın katılımcılarını 2017-2018 Eğitim-Öğretim yılında Kafkas Üniversitesi İlköğretim Matematik Öğretmenliği programının 2. sınıfında öğrenim görmekte olan 24 İMÖ adayı oluşturmaktadır. Literatür incelendiğinde yeterince matematiksel bilgiye ve yeteneğe sahip olmayan, belirli bir yeterlilik seviyesinin altındaki öğrencilerin, yaratıcı düşünmelerini ifade edecek yeterli bir bilgi birikimi ve deneyimi olmadığı için matematikte yaratıcılıklarını gösteremeyebilecekleri belirtilmektedir (Haylock, 1987; Heavold, 2013; Mann, 2004). Bu nedenle araştırmaya katılan öğretmen adaylarının akademik başarı seviyelerinin en az orta seviyede olmasına dikkat edilmiş ve öğrenciler araştırmaya gönüllülük esasına dayalı olarak katılmışlardır. Katılımcıların başarı seviyelerinin belirlenmesinde dersi veren öğretim üyesinin görüşlerine başvurulmuş ve akademik başarıları olarak ilgili ders notları dikkate alınmıştır. Araştırmaya katılan öğretmen adaylarının akademik başarı ortalamalarının 4'lük sisteme göre 2,5 ve üzeri olmasına dikkat edilmiştir. Dolayısıyla araştırmaya katılacak katılımcıların seçiminde amaçlı örnekleme yöntemi kullanılmıştır.

Veri Toplama Aracı ve Uygulama

Araştırmada veri toplama aracı olarak Getzels ve Jackson (1962) tarafından yaratıcılığı ortaya çıkarmak amacıyla kullanılan ve Leung (1993) tarafından düzenlenen problem kurma etkinliği kullanılmıştır. "House Problem" olarak adlandırılan etkinliğin Türkçe uyarlaması aşamasında öncelikle etkinliğin Türkçe çevirisi yapılmış ve yapılan çeviri alan eğitimcisi 3 uzman tarafından incelenmiştir. Uzmanların görüşleri doğrultusunda anlaşılmayan cümleler yeniden düzenlenmiş ve gerekli biçimsel düzenlemeler de yapılarak etkinliğe son hali verilmiştir. Etkinliğin son hali EK-1'de sunulmuştur.

Türkçe uyarlaması yapılan etkinlik öğretmen adaylarının tamamına bir ders saati (45 dk) içerisinde uygulanmış ve öğretmen adaylarından mümkün olduğunca fazla sayıda, farklı türde ve orijinal problemler kurmaları istenmiştir. Ayrıca adaylara verilen problem kurma senaryosundaki bilgiler üzerinde değişiklik veya bu bilgilere eklemeler yapabilecekleri belirtilmiştir. Öğretmen adaylarından not ortalaması 2,5 ve üzerinde olan öğretmen adaylarından rastgele 12'sinden ayrıca kurdukları problemleri çözmeleri de istenmiştir. Böylelikle öğrencilerin kurduğu problemleri çözüp çözmeme durumlarının problem kurma etkinliklerindeki yaratıcılıklarını etkileyip etkilemediği, eğer etkiliyorsa nasıl etkilediğinin incelenmesi amaçlanmıştır.

Verilerin Analizi

Verilerin analizinde Leikin (2009) tarafından çoklu üretim etkinlikleri ile yaratıcılığın değerlendirilmesi amacıyla geliştirilen model ile ve bu modelin Taşkın (2016) tarafından öğrencilerin problem kurma etkinliğindeki yaratıcılıklarının değerlendirilmesinde uyarlanan analiz modelinden yararlanılmıştır. Bu amaçla öğretmen adaylarının kurdukları problemlerin yaratıcılığın göstergeleri açısından daha rahat incelenebilmesi amacıyla öncelikle her bir öğrencinin kurduğu problemler kodlanarak benzer yapıdaki kodlar bir araya getirilmiş ve temalar oluşturulmuştur. Ardından her bir kod için kaç öğrenci tarafından o koda ait problem kurulduğu belirlenmiştir. Böylelikle her bir öğrenci için, hem kurdukları farklı kategorideki problemleri görebilmek (esneklik) hem özgün ya da sıradışı problemleri yorumlayabilmek (orijinallik) mümkün olmuştur. Diğer yandan öğrencilerin kurdukları problemlere yönelik oluşturulan kod ve temalar benzer ve farklı yapıdaki problemleri daha rahat görebilme imkânı sunduğundan problemlerin puanlanması aşamasında araştırmacıya kolaylık sağlamıştır (Taşkın, 2016). Ardından oluşturulan kod ve temalardan da yararlanılarak problemler yaratıcılığın göstergeleri açısından puanlanmıştır. Taşkın (2016) yapmış olduğu araştırmasında öğrencilerin yaratıcılıklarının değerlendirilmesinde referans alınan grup içerisindeki durumlarının göz önünde bulundurulmasını öngören göreceli yaratıcılık kavramını dikkate almıştır. Bu araştırma kapsamında da öğrencilerin kurdukları problemlerin yaratıcılığının değerlendirilmesinde diğer akranlarının kurdukları problemler göz önünde bulundurularak puanlama yapılmış, diğer bir deyişle göreceli yaratıcılıkları dikkate alınmıştır. Ancak bu araştırmada Taşkın'dan (2016) farklı olarak sadece yaratıcılık puanının hesaplanmasında Leikin'in (2009) önerdiği model kullanılmıştır. Bu bağlamda öğretmen adaylarının kurdukları matematiksel olarak doğru her bir problem akıcılık, esneklik ve orijinallik açısından aşağıdaki şekilde puanlanmıştır (Leikin, 2009; Taşkın, 2016):

Akıcılık: Öğretmen adaylarının kurduğu her bir problem için 1 puan olarak hesaplanmıştır.

Esneklik (Flexibility, Fl): Bu puanın hesaplanmasında öncelikle öğretmen adaylarının kurdukları problemler, problemin içerdiği değişkene göre gruplanmıştır. Eğer kurulan iki problem aynı/farklı değişkenler içeriyor ve problemin çözümü farklı temsiller, özellikler (teoremler, tanımlar veya yardımcı yapılar) veya matematik branşlarına dayalı çözüm stratejilerini içeriyorsa farklı iki gruba ait olarak değerlendirilmiştir. Bu bağlamda;

Kurulan yeni problem önceden kurduğu problemlerden farklı yapıda bir problem ise; yani önceden kurulan herhangi bir problem ile aynı/ farklı değişkenler kullanılmış ve problemin çözümü farklı kavram ve prosedürlerin kullanımını gerektiriyorsa esneklik puanı 10,

Yeni problem önceden kurduğu herhangi bir problem ile benzer yapıda bir problem; yani önceden kurulan problem ile farklı/aynı değişken kullanılmış, problemin çözümü benzer kavram ve prosedürlerin kullanımını gerektiriyor ancak ek bir işlem ya da kavram kullanımı gibi küçük bir farklılık var ise esneklik puanı 1, Önceden kurduğu herhangi bir problem ile aynı yapıda bir problem; yani önceden kurulan problem ile aynı değişken kullanılmış ve aynı kavram ve prosedürlerin kullanımını gerektiriyor; sadece problem cümlesinde yer alan isimler/sayılar/değişken adı üzerinde bir değişiklik yapılmış veya problemin çözümü herhangi bir işlem yapılmadan doğrudan senaryodan görülebiliyor ise esneklik puanı 0,1 olarak değerlendirilmiştir.

Bir öğrencinin toplam esneklik puanı kurduğu her bir problemdeki esneklik puanlarının toplamıdır.

Orijinallik (Originality, Or): Orijinallik puanının değerlendirilmesinde öğretmen adayları benzer akademik geçmişe sahip oldukları için kurdukları problemler diğer arkadaşlarının kurdukları problemlere göre problemlerin sıradanlığı dikkate alınarak puanlanmıştır. Böylelikle eğer kurulan problem alışılmadık (neredeyse kimse tarafından dile getirilmemiş ve/ya sezgisel bir çözüm gerektiriyor) ise 10 puan, kısmen alışılmadık (çok az kişi tarafından dile getirilmiş ve/ya kısmen daha çok bilinen bir çözüm gerektiriyor) ise 1, işlem odaklı ve bilindik (öğrenilmiş) bir problem ise 0,1 puan verilmiştir. Bu puanlama modelinden hareketle her bir öğretmen adayının toplam yaratıcılık puanı

“$\sum_{i=1}^{n} Flx_i \times Or_i$” formülü ile hesaplanmıştır. Öğretmen adaylarının kurdukları problemlerdeki yaratıcılık göstergelerine ait gerçekleştirilen puanlama ve toplam yaratıcılık puanlarına ait tablolar Ek-2 ve Ek-3’de verilmiştir.

Araştırmanın Etik İzinleri

Yapılan bu çalışmada “Yükseköğretim Kurumları Bilimsel Araştırma ve Yayın Etiği Yönergesi” kapsamında uyulması belirtilen tüm kurallara uyulmuştur. Yönergenin ikinci bölümü olan “Bilimsel Araştırma ve Yayın Etiğine Aykırı Eylemler” başlığı altında belirtilen eylemlerden hiçbiri gerçekleştirilmemiştir.

Bulgular

Bu bölümde öncelikle İMÖ adaylarının kurdukları problemlerin matematiksel olarak doğruluklarının incelenmesine ilişkin bulgular, ardından kurdukları çözülebilir matematik problemlerin matematikte yaratıcılık açısından incelenmesine yönelik bulgular alt başlıklar halinde sunulmuştur.

İMÖ Adaylarının Kurdukları Problemlerin Matematiksel Olarak Doğruluklarının İncelenmesine İlişkin Bulgular

Öğretmen adaylarının problem kurmadaki yaratıcılıklarının, kurdukları problemleri çözüp çözmeme durumlarına göre incelenmesinin amaçladığı bu araştırmada katılımcıların kurdukları problemler öncelikle matematiksel olarak doğruluğu açısından incelenmiş ve matematiksel olarak doğru olmayan problemler analize tabii tutulmamıştır. Kurduğu problemleri çözen ve çözmeyen öğretmen adaylarının kurdukları problem sayısı ve değerlendirmeye alınan problem sayılarına ilişkin bulgular Tablo 1'de sunulmuştur.

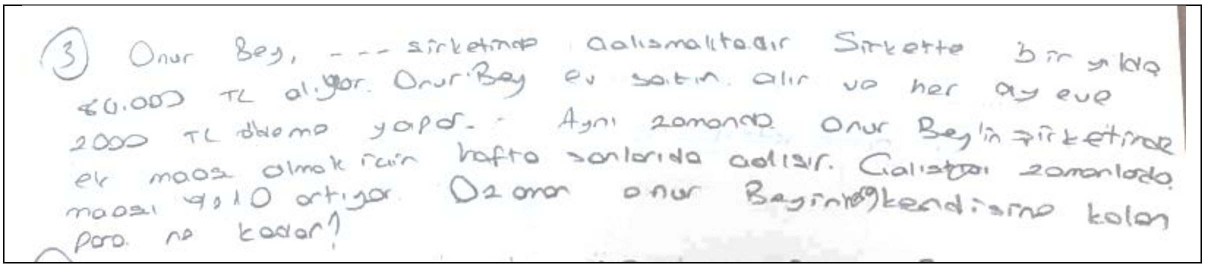
Tablo 1. *İMÖ adaylarının kurdukları çözülebilir ve çözülemeyen problem sayıları*

		Toplam problem sayısı	Matematiksel çözülebilir problem		Eksik bilgi içeren		Matematiksel problem değil	
		f	f	%	f	%	f	%
Kurduğu problemi çözenler	Ö1	4	3	75	1	25	0	0
	Ö2	2	2	100	0	0	0	0
	Ö3	7	7	100	0	0	0	0
	Ö4	3	3	100	0	0	0	0
	Ö5	3	2	64	1	33	0	0
	Ö6	4	4	100	0	0	0	0
	Ö7	4	1	25	3	75	0	0
	Ö8	4	4	100	0	0	0	0
	Ö9	2	2	100	0	0	0	0
	Ö10	3	3	100	0	0	0	0
	Ö11	3	3	100	0	0	0	0
	Ö12	3	3	100	0	0	0	0
Kurduğu problemi çözmeyenler	A1	10	4	40	6	60	0	0
	A2	9	8	89	1	11	0	0
	A3	6	5	83	1	17	0	0
	A4	8	6	75	2	25	0	0
	A5	5	1	20	4	80	0	0
	A6	3	0	0	3	100	0	0
	A7	4	0	0	4	100	0	0
	A8	8	6	75	2	25	0	0
	A9	10	5	50	4	40	1	10
	A10	8	0	0	6	75	2	25
	A11	6	5	83	1	17	0	0
	A12	12	1	8	11	92	0	0

Tablo 1 incelendiğinde öğretmen adaylarının kurdukları problemlerin genel olarak matematiksel olarak çözülebilen, eksik bilgi içeren ve matematiksel olmayan olmak üzere 3 farklı kategoride incelendiği ve bu problemlerin büyük çoğunluğunun matematiksel olarak çözülebilir problemler olduğu görülmektedir. Matematiksel olarak doğru olmayan problemlerin ise çoğunluğu eksik bilgi içeren problemlerdir. Tablodan da görüldüğü gibi oranları az da olsa öğretmen adayları matematiksel olmayan problemler de kurmuşlardır.

Tablo 1'de kurduğu problemleri çözen öğretmen adaylarının, sadece problem kuran öğretmen adaylarına göre daha yüksek oranda matematiksel olarak doğru problemler kurdukları görülmektedir. Nitekim kurduğu problemi çözen 12 öğretmen adayından 9'unun kurduğu bütün problemler matematiksel olarak doğru ve çözülebilir problemlerdir. Buna karşın kurduğu problemi çözmeyen 12 öğretmen adayından tamamı çözülebilir problem kuran hiçbir öğretmen adayı bulunmamaktadır. Ayrıca bu öğretmen adaylarından 3'ünün (A6, A7 ve A10) kurduğu bütün problemlerin matematiksel olarak doğru olmayan problemler olduğu dikkat çekmektedir. Kurduğu problem sayısına göre en yüksek oranda matematiksel olarak çözülebilir problem kuran öğretmen adaylarının ise sırasıyla A2

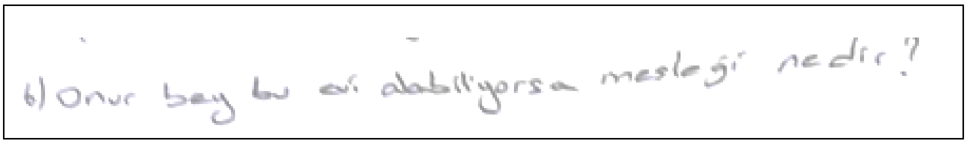
(%89), A3 (%83) ve A11 (%83) kodlu öğretmen adayları olduğu görülmektedir. A6, A7 ve A10 kodlu öğretmen adaylarının kurdukları problemlerin tamamının eksik bilgi içermesi nedeniyle matematiksel olarak doğru olmayan problemler olduğu görülmektedir. Örneğin A7 kodlu öğretmen adayının kurduğu eksik bilgi içeren problemlerden biri Şekil 1'deki gibidir.


(3) Onur Bey, --- şirketinde çalışmaktadır. Şirkette bir yılda
60.000 TL alıyor. Onur Bey ev satın alır ve her ay eve
2000 TL ödeme yapar. Aynı zamanda Onur Bey'in şirketinde
ek maaş almak için hafta sonlarında çalışır. Çalıştığı zamanlarda
maaşı %10 artıyor. O zaman Onur Bey'in kendisine kalan
para ne kadar?

Şekil 1. A7 kodlu öğretmen adayının kurduğu eksik bilgi içeren problem

Şekil 1 incelendiğinde A7 kodlu öğretmen adayının problem cümlesinde Onur Bey'in aylık olarak ne gibi giderlerinin olduğuna yönelik herhangi bir bilgi verilmediği görülmektedir. Diğer bir deyişle gider hesabı yapılırken hangi değişkenlerin dikkate alınacağı belirtilmemiştir. Dolayısıyla problem eksik bilgi içermesi nedeniyle değerlendirmeye alınmamıştır.

Tablo 1'den de görüldüğü gibi matematiksel olmayan problemler sadece kurduğu problemleri çözmeyen öğretmen adayları tarafından kurulmuştur. Aşağıda A9 kodlu öğretmen adayının kurduğu matematiksel olmayan problem örneği bulunmaktadır.


6) Onur bey bu evi alabiliyorsa mesleği nedir?

Şekil 2. A9 kodlu öğretmen adayının kurduğu matematiksel olmayan problem

Şekil 2'den de görüldüğü gibi A9 kodlu öğretmen adayının sorduğu bu soru herhangi bir matematiksel işlem gerektirmeyen ve kesin bir cevabı olamayacak bir sorudur.

İMÖ Adaylarının Kurdukları Çözülebilir Matematik Problemlerin Matematikte Yaratıcılık Açısından İncelenmesine Yönelik Bulgular

İMÖ adaylarının matematikte yaratıcılıkları öncelikle her bir gösterge açısından ayrı ayrı ele alınmış, ardından matematikte yaratıcılıkları ile ilgili bulgular sunulmuştur. Öğretmen adaylarının kurdukları problemlerde ortaya çıkan akıcılık, esneklik ve orijinallik puanları ve toplam yaratıcılık puanlarına ilişkin bulgular Tablo 2'de sunulmuştur.

Tablo 2. *İMÖ adaylarının kurdukları problemlerde ortaya çıkan akıcılık, esneklik, orijinallik ve yaratıcılık puanları*

		Akıcılık	Esneklik	Orijinallik	Yaratıcılık
Kurduğu probl	Ö1	3	21	1,2	11,1
	Ö2	2	20	0,2	2

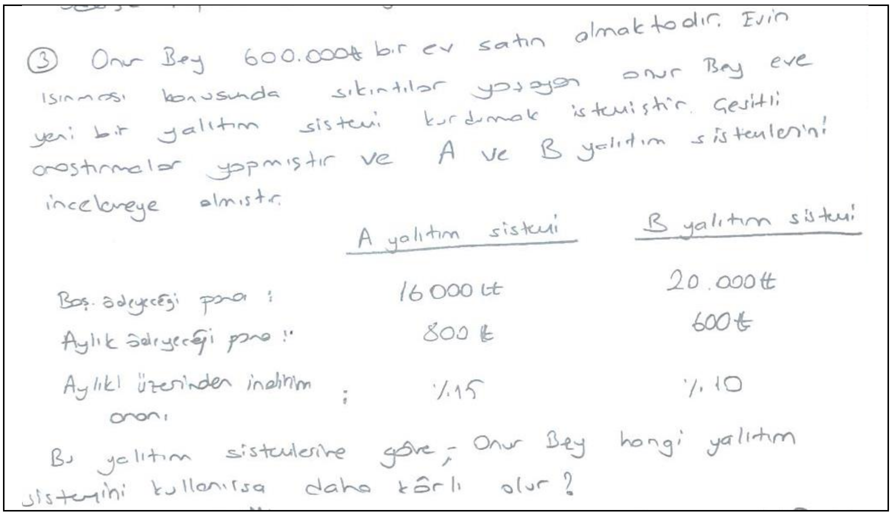
	Ö3	7	34	3,4	22,3
	Ö4	3	30	2,1	21
	Ö5	2	20	0,2	2
	Ö6	4	22	10,3	101,2
	Ö7	1	10	0,1	1
	Ö8	4	22	1,3	11,2
	Ö9	2	20	0,2	2
	Ö10	3	12	2,1	11,1
	Ö11	3	20,1	11,1	110,1
	Ö12	3	12	3	12
Toplam		37	243,1	35,2	307
Kurduğu problemi çözmeyenler	A1	4	11,2	0,4	1,12
	A2	8	43,1	16,1	51,2
	A3	5	31,1	1,4	12,11
	A4	6	22,2	2,4	12,12
	A5	1	10	1	10
	A6	0	0	0	0
	A7	0	0	0	0
	A8	6	41,1	12,3	112,2
	A9	5	22,1	2,3	11,3
	A10	0	0	0	0
	A11	5	22,1	21,2	31,01
	A12	1	10	0,1	1
Toplam*		41	212,9	57,2	242,5

*Her bir öğretmen adayının kurduğu probleme ait ayrıntılı puanlama tablosu Ek 2 ve Ek 3'te sunulmuştur.

Tablo 2 akıcılık göstergesi açısından incelendiğinde kurduğu problemi çözen ve çözmeyen öğretmen adayları arasında net bir şekilde öne çıkan bir grubun olmadığı görülmektedir. Nitekim en yüksek akıcılık puanına sahip öğretmen adayının, kurduğu problemi çözmeyen öğretmen adaylarından biri olan A2 kodlu öğretmen adayı iken, akıcılık puanı en yüksek ikinci öğretmen adayı kurduğu problemi çözen adaylar arasında bulunan Ö3 kodlu öğretmen adayı olup, üçüncü sırada ise yine kurduğu problemi çözmeyen adaylardan A4 ve A8 kodlu öğretmen adayları gelmektedir. Ayrıca kurduğu problemi çözen öğretmen adaylarının akıcılık puanlarının birbirine yakın olduğu, kurduğu problemleri çözmeyen öğretmen adaylarının ise akıcılık puanları arasında oldukça farklılıklar olduğu göze çarpmaktadır. Nitekim en yüksek akıcılık puanına sahip olan öğretmen adaylarından üçü olan A2, A4 ve A8 kodlu öğretmen adayları ile aynı gruptaki 12 öğretmen adayından 3'ünün (A6, A7 ve A10) akıcılık puanı 0'dır. Bununla birlikte kurduğu problemi çözmeyen öğretmen adaylarından kurdukları problemler değerlendirmeye alınan adaylara bakıldığında çoğunlukla kurduğu problemi çözen öğretmen adaylarına nazaran daha fazla sayıda problemler kurabildikleri görülmektedir. Nitekim matematiksel olarak doğru olan toplam problem sayılarına bakıldığında çözüm yapan öğretmen adayları toplam 37, çözüm yapmayan öğretmen adaylarının ise 9'u toplamda 41 problem kurmuştur.

Tablo 2 esneklik göstergesi açısından incelendiğinde en yüksek esneklik puanına sahip adayların kurduğu problemi çözmeyen öğretmen adayları arasında olduğu görülmektedir (A2, A8). En yüksek esneklik puanına sahip üçüncü öğretmen adayı kurduğu problemi çözen adaylardan Ö3 kodlu öğretmen adayı iken, bunun ardından yine çözüm yapmayan adaylar arasında bulunan A3 kodlu öğretmen adayı gelmektedir. Bununla birlikte kurduğu problemi çözen öğretmen adaylarının daha az sayıda problem kurmalarına rağmen kurdukları problemlerdeki esneklik puanlarının, daha fazla sayıda problem kuran kurduğu problemi çözmeyen öğretmen adayları ile yakın olduğu göze çarpmaktadır. Bu durum, kurduğu problemi çözen öğretmen adaylarının çoğunlukla daha farklı türlerde ve farklı değişkenler içeren problemler kurmaya odaklandıklarını, çözüm yapmayan öğretmen adaylarının ise benzer çözüm ve stratejilerin uygulanmasını gerektiren problemleri daha fazla kurduklarını göstermektedir. Ayrıca kurduğu problemleri çözmeyen öğretmen adaylarının da kurduğu 41 problemden 20'sinin yine bu türden problemler olduğu göze çarpmaktadır (Bknz. Ek-1, Ek-2). Diğer yandan öğretmen adaylarının esneklik göstergesinden aldıkları puanlar (0,1 puana sahip problemler) dikkate alındığında sadece problem cümlesinde yer alan isimler/sayılar/değişkenler üzerinde bir değişiklik yapılarak ya da çözümü doğrudan problem senaryosundan görülebilen türden problemlere daha az sayıda (toplam 10 problem) yer verdikleri görülmektedir. Özellikle de kurduğu problemi çözmeyen öğretmen adaylarının kurduğu toplam 37 problemden sadece 1 tanesi bu türden bir problemdir. Araştırmaya katılan öğretmen adaylarından A6, A7 ve A10 kodlu öğretmen adaylarının kurduğu problemler ise matematiksel olarak çözülebilir olmadığı için esneklik göstergesi açısından puanlanamamıştır.

Tablo 2 incelendiğinde öğretmen adaylarının kurdukları problemlerde orijinallik göstergesi açısından esneklik göstergesine nazaran daha düşük puanlar aldıkları görülmektedir. Bu durum öğretmen adaylarının kurdukları problemlerin az sayıda da olsa akranları tarafından kurulan, kısmen çözümü bilinen veya işlem odaklı/çözümü bilinen türden problemler kurduklarını göstermektedir. 10 puanın sezgisel bir çözüm gerektiren ya da çok az kişi tarafından kurulan problemleri ifade ettiği düşünüldüğünde, sadece 5 problem kuran A11 kodlu öğretmen adayının 2 tane bu türden problem kurduğu anlaşılmaktadır. A11 kodlu öğretmen adayının kurduğu orijinallik göstergesi 10 olan problemlerden biri aşağıda sunulmuştur.


③ Onur Bey 600.000₺ bir ev satın almaktadır. Evin ısınması konusunda sıkıntılar yaşayan Onur Bey eve yeni bir yalıtım sistemi kurdurmak istemiştir. Çeşitli araştırmalar yapmıştır ve A ve B yalıtım sistemlerini incelemeye almıştır.

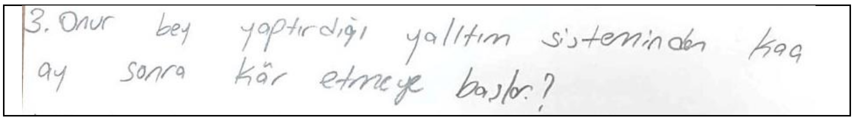
	A yalıtım sistemi	B yalıtım sistemi
Baş. ödeyeceği para :	16 000 ₺	20.000 ₺
Aylık ödeyeceği para :	800 ₺	600 ₺
Aylıkl üzerinden indirim oranı :	%15	%10

Bu yalıtım sistemlerine göre; Onur Bey hangi yalıtım sistemini kullanırsa daha kârlı olur?

Şekil 3. A11 kodlu öğretmen adayının kurduğu orijinal problem

Şekil 3 incelendiğinde A11 kodlu öğretmen adayının kurduğu problemin çözümünün doğrudan görülmediği, problemde verilen farklı değişkenlerin (yalıtım sisteminin ücreti, ısınma için ödenecek aylık miktar, ısınmadan elde edilecek kar oranı) göz önünde bulundurulmasını ve elde edilen sonuçların yorumlanmasını gerektiren bir problem olduğu görülmektedir. Dolayısıyla problemin sezgisel bir çözüm gerektirdiği söylenebilir. Ayrıca bu problem çalışmaya katılan diğer İMÖ öğretmen tarafından ifade edilmemiştir. Bu nedenle problem orijinal bir problem olarak değerlendirilmiştir.

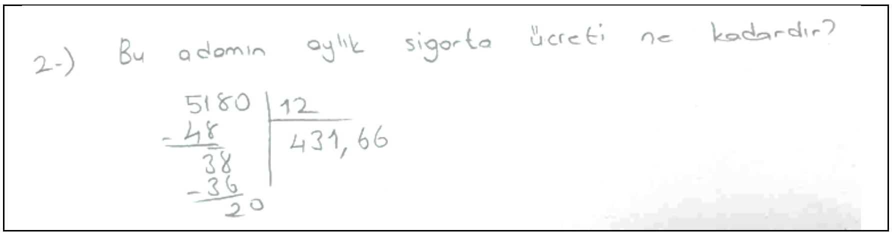
Tablo 2 incelendiğinde ikinci en yüksek orijinallik puanına sahip A2 kodlu öğretmen adayının kurduğu çözülebilir 8 problemden 6'sının 1 puan aldığı görülmektedir. Bu durum A2 kodlu öğretmen adayının kurduğu problemlerin çoğunun az kişi tarafından ifade edilen ve/ya kısmen daha çok bilinen bir çözüm gerektiren problemler olduğunu ifade etmektedir. A2 kodlu öğretmen adayının kurduğu bu türden bir problem aşağıda sunulmuştur.



Şekil 4. A2 kodlu öğretmen adayının kurduğu kısmen orijinal problem

Şekil 4 incelendiğinde problemin çözümünün doğrudan görülmese de yalıtım sistemine ödenen para miktarı ve yalıtım sisteminden elde edilecek kar oranı göz önünde bulundurularak çözülebilecek kısmen daha az bilindik bir çözüm gerektirdiği görülmektedir. Ayrıca bu problemin A9 kodlu öğretmen adayı tarafından da kurulduğu ve benzer türde problem kuran öğretmen adaylarının da olduğu belirlenmiştir. Bu nedenle yukarıdaki probleme orijinallik göstergesi açısından 1 puan verilmiştir.

Tablo 2 incelendiğinde Ö12 kodlu öğretmen adayı hariç tüm öğretmen adaylarının işlem odaklı ve bilindik türden problem/ler kurdukları görülmektedir. Nitekim orijinallik göstergesine ait puanlar incelendiğinde Ö1, Ö2, Ö3, Ö5, Ö6, Ö7, Ö8, Ö9, A1, A3, A4, A8, A9 ve A10 kodlu öğretmen adaylarının kurduğu problemlerin çoğunun bu türden problemler olduğu göze çarpmaktadır. Hatta Ö2, Ö5, Ö7, Ö9, A1 ve A12 kodlu öğretmen adaylarının ise kurduğu tüm problemler 0,1 puan almıştır. Bunlardan Ö3 kodlu öğretmen adayının kurduğu sıradan bir problem aşağıda sunulmuştur.



Şekil 5. Ö3 kodlu öğretmen adayının kurduğu sıradan bir problem

Şekil 5 incelendiğinde Ö3'ün kurduğu problemin, yıllık miktarı verilen sigorta ücretinin 12'ye bölünmesi ile aylık ödeme miktarının bulunmasını gerektirdiği, yani oldukça bilindik bir çözüm gerektirdiği görülmektedir. Bu problem diğer öğretmen adayları tarafından kurulmamış olsa da çözümünün sıradan bir prosedür gerektirmesi, yani bilindik türden bir problem olması nedeniyle sıradan bir problem olarak değerlendirilmiş ve probleme 0,1 puan verilmiştir.

Tablo 2 orijinallik göstergesi açısından incelendiğinde ayrıca en yüksek orijinallik puanına sahip öğretmen adaylarının kurduğu problemi çözmeyen öğretmen adaylarından olduğu görülmektedir (A11, A2, A8). Ö11 ve Ö6 kodlu öğretmen adayları, diğer öğretmen adaylarından daha yüksek orijinallik puanına sahip olmakla birlikte bu adaylar dışındaki öğretmen adaylarının orijinallik puanları ise birbirine yakındır. Özgün veya sıradışı problemlere 10 puan verildiği göz önünde bulundurulduğunda, araştırmaya katılan toplam 24 öğretmen adayından sadece 5'inin bu türden problemler kurabildiği dikkat çekmektedir (Ö6, Ö11, A2, A8 ve A11). Öğretmen adaylarının kurdukları problemlerin çoğunun ise (0,1 puana sahip problemler) sıradan, işlem odaklı problemler olduğu görülmektedir. Nitekim kurduğu problemi çözen öğretmen adaylarının kurduğu toplam 36 problemden 22'si, kurduğu problemi çözmeyen öğretmen adaylarının ise kurduğu toplam 41 problemden 23'ü bu türden problemlerdir. Kısmen daha az kişi tarafından kurulan veya kısmen alışık olarak isimlendirilebilecek 1 puanlık problem sayısı, kurduğu problemleri çözen öğretmen adaylarında 13, kurduğu problemleri çözmeyen öğretmen adaylarında ise 14'tür.

Tablo 2 öğretmen adaylarının kurdukları problemlerdeki toplam yaratıcılık puanları açısından incelendiğinde en yüksek yaratıcılık puanına sahip öğretmen adayının kurduğu problemi çözmeyen adaylardan A8 kodlu öğretmen adayı olmasına rağmen, diğer en yüksek iki adayın ise kurduğu problemi çözen öğretmen adaylarından Ö6 ve Ö11 kodlu öğretmen adayları olduğu görülmektedir. Diğer öğretmen adaylarının yaratıcılık puanlarına bakıldığında puanların kısmen birbirine yakın olduğu göze çarpmaktadır. Bununla birlikte, öğretmen adaylarının kurdukları problem sayılarına göre aldıkları toplam yaratıcılık puanları dikkate alındığında, özellikle de Ö11 kodlu öğretmen adayının 3 problem kurmasına rağmen, 6 problem kurmuş olan A8 ile yakın puan almış olması (sırasıyla 110,1 ve 112,2) dikkat çekmektedir. Benzer şekilde Ö6 kodlu öğretmen adayının değerlendirmeye alınan 4 problemden aldığı yaratıcılık puanı, kendisinden daha fazla sayıda problem kuran adaylar arasından, kurduğu problemi çözenlerden Ö3, kurduğu problemi çözmeyen adaylardan ise A8 kodlu öğretmen adayları hariç tamamından daha yüksektir.

Tartışma ve Sonuç

İMÖ adaylarının problem kurma durumlarındaki yaratıcılıklarının incelenmesinin amaçlandığı bu çalışmada elde edilen veriler öğretmen adaylarının kurdukları problemleri çözüp çözmeme durumlarına göre yaratıcılığın akıcılık, esneklik ve orijinallik göstergeleri açısından incelenmiştir. Bu bağlamda bu çalışmada öğretmen adayları çoğunlukla doğru ve çözülebilir problemler kurmuşlardır. Özellikle kurdukları problemleri çözen adayların sadece problem kuran öğretmen adaylarına göre daha yüksek oranda doğru problemler kurdukları belirlenmiştir. Bu durumun öğretmen adaylarının kurdukları problemleri çözmeleriyle ilgili olduğu düşünülmektedir. Öğretmen adaylarının kurdukları problemleri çözmeleri, onların kurdukları problemleri yeniden gözden geçirmelerine olanak sağladığı söylenebilir.

Öğretmen adaylarının kurdukları problemi çözme/çözmeme durumları akıcılık açısından incelendiğinde; elde edilen bulgulara göre her iki gruptaki öğretmen adaylarının akıcılık puanlarının birbirlerine yakın olduğu görülmüştür. Her ne kadar kurduğu problemi çözen öğretmen adayları ile problemi çözmeyen öğretmen adayları arasında akıcılık yönünden net bir farklılık görülmese de, kurduğu problemi çözmeyen adayların daha fazla problem kurdukları tespit edilmiştir. Kurdukları problemi çözmenin, öğretmen adaylarını çözülebilir problemler kurmaya, çözmemenin ise daha fazla sayıda problem kurmaya teşvik ettiği söylenebilir. Bu durumun ortaya çıkmasında kurduğu problemi çözmeyen adaylar ile kurduğu problemi çözen öğretmen adaylarına çalışma boyunca eşit süre verilmiş olması etkili olmuş olabilir. Kurduğu problemi çözen öğretmen adayları çalışma süresince hem problem kurmak hem de çözmek için zaman ayırmaları gerekirken, aynı sürede kurduğu problemi çözmeyen öğretmen adayları sadece problem kurmuşlardır. Ersoy ve Başer (2009), 6. sınıf öğrencileri ile yaptığı çalışmada, öğrencilerin çok fazla fikir üretebildiklerini ve bu durumun onların akıcılık puanlarının yüksek olmasını sağladığını ifade etmişlerdir. Bu çalışmada da kurduğu problemi çözmemenin öğretmen adaylarının daha fazla problem kurmalarını sağladığı ifade edilebilir. Ersoy ve Başer'in (2009) ilköğretim 6.sınıf öğrencilerinin akıcılık puanıyla ilgili tespit ettikleri durumun, öğretmen adaylarıyla yürütülen bu çalışmada da benzerlik gösterdiği görülmüştür. Başka bir ifade ile öğretmen adaylarının kurulan problemi çözüp çözmeme durumunun yaratıcılığın akıcılık göstergesinin ortaya çıkması açısından önemli olduğu söylenebilir. Kurduğu problemi çözmeyen öğretmen adaylarının akıcılık göstergesi açısından kısmen daha fazla öne çıktıkları görülmektedir. Fakat bu duruma bağlı olarak öğretmen adaylarının yaratıcı problem kurma durumlarında akıcılığın etkili olduğunu söylemek yeterli değildir. Çünkü gruplar arasındaki farklılaşmayı, üretilen fikirlerin sayısından ziyade; çeşitliliği ve özgünlüğü ortaya çıkarmaktadır. Bu çalışmada da esneklik ve orjinallik puanları yaratıcılık puanlarının belirlenmesinde daha etkili (Haylock,1987) olmuş ve literatürdeki çalışmalarla (Akgül, 2014; Kıymaz, 2009; Taşkın, 2016) benzerlik göstermiştir. Nitekim bireylerin yaratıcılık puanlarındaki farklılıklarda akıcılıktan ziyade esneklik ve orijinallik puanlarının daha etkili olduğu ifade edilebilir (Taşkın, 2016).

Akıcılık göstergesi açısından kurduğu problemi çözmeyen öğretmen adayları, çözenlere göre daha fazla problem kurmalarından dolayı kısmen öne çıkmış olsalar da esneklik göstergesi açısından bu durum geçerli olmamıştır. Başka bir ifadeyle kurduğu problemi çözen öğretmen adaylarının daha az sayıda problem kurmalarına rağmen kurdukları problemlerdeki esneklik puanlarının, daha fazla sayıda problem kurup, çözmeyen öğretmen adayları ile yakın olduğu göze çarpmaktadır. Kurduğu problemi çözen öğretmen adaylarının çoğunlukla daha farklı türlerde ve farklı değişkenler içeren problemler kurmaya odaklandıklarını, çözüm yapmayan öğretmen adaylarının ise benzer çözüm ve stratejilerin uygulanmasını gerektiren problemleri daha fazla kurduklarını göstermektedir. Benzer şekilde Ersoy ve Başer (2009) yaptığı çalışmada öğrencilerinin benzer türden çok fikir üretebildiklerini fakat farklı türden fikirler sunamadıklarını ifade etmiştir. Akıcılık puanları yüksek olan bireylerin (A2, A8, Ö3, A3) esneklik puanlarının da yüksek olduğu görülmüştür. Bu durum akıcı düşünmenin esnek düşünmeyi etkilediğini göstermektedir. Nitekim literatürdeki (Haavold, 2013; Kıymaz, 2009; Leikin, 2009; Leikin ve Kloss, 2011; Taşkın,2016) çalışmalarda bu düşünceyi desteklenmektedir. Ayrıca grupların (çözen/ çözmeyen) toplam puanlarına bakıldığında (Bknz. Tablo 2) akıcılık göstergesinin aksine kurduğu problemi çözen öğretmen adaylarının problem kurma durumlarındaki esneklikleri kurduğu problemi çözmeyen adaylara göre daha yüksek çıkmıştır. Kurduğu problemi çözmeyen öğretmen adaylarının niceliğe daha fazla önem verirken, çözenlerin ise kurdukları problemlerin farklı değişkenler içermesine, diğer bir deyişle problemin niteliğine daha çok önem vermelerinden kaynaklanmış olabileceği düşünülmektedir. Bu çalışmada esnekliğin öğretmen adaylarının yaratıcı problem kurma durumlarında akıcılığa göre daha etkili olduğu ifade edilebilir. Bu durum Haylock'un (1987) çalışmasında elde ettiği esnekliğin akıcılığa göre matematikte yaratıcılığı belirlemede daha etkili olduğu sonucu ile paralellik göstermektedir. Ayrıca öğretmen adaylarının esneklik puanları ile yaratıcılık puanlarını kıyasladığımızda; örneğin, A2, A8 ve Ö3 öğretmen adayının esneklik puanı en yüksek olan öğretmen adayları olduğu görülmektedir. Bu durum da Haavold'un (2013) araştırması ile paralellik göstermektedir.

Öğretmen adaylarının kurdukları problemlerde orijinallik göstergesi açısından esneklik göstergesine göre daha düşük puanlar aldıkları görülmektedir. Bu durum İMÖ adaylarının kurdukları problemlerin az sayıda da olsa akranları tarafından kurulan, kısmen çözümü bilinen veya işlem odaklı problemler kurduklarını göstermektedir. Korkmaz ve Gür (2006) yaptığı çalışmada matematik öğretmeni adayları tarafından kurulan problemlerin genelde benzer türden olduğunu ve çok az orijinal, farklı cinsten problemler kurduklarını tespit etmişlerdir. Bu çalışmaya katılan öğretmen adaylarının da kurdukları problemlerin nitelik olarak Korkmaz ve Gür'ün (2006) çalışmasından elde edilen sonuçlarla benzer olduğu görülmüştür. Özmen, Taşkın ve Güven (2012) öğretmenlerin kullandıkları problemlerin rutin problemler olduğu ve rutin olmayan problemlere çok az yer verdiklerini tespit etmişlerdir. Bu tespit dünün öğrencisi bugünün öğretmen adayı olan katılımcılarımızın da belki de öğretmenlerinden gelen alışkanlıkları devam ettirmiş olabileceklerini düşündürmüştür. Bu yüzden öğretmen adaylarının kurdukları problemlerin faklı özelliklere sahip olması için üniversitede aldıkları eğitimin de niteliksel olarak bu yönde değişmesi gerekebilir. Aksi takdirde yapılan çalışmalarda benzer sonuçlar görülmeye devam edebilir.

Orijinallik göstergesi bakımından kurduğu problemi çözen öğretmen adaylarının toplam puanlarının çözmeyen öğretmen adaylarına göre daha yüksek olduğu tespit edilmiştir. Kurdukları problemleri çözmek zorunda olmamaları öğretmen adaylarını daha zorlayıcı ve farklı problem kurmaları konusunda teşvik etmiş olabilir. Öğretmen adaylarının kurdukları problemi çözmemeleri onların daha önce ifade edilmeyen türden problemler veya kısmen alışılmış problemler kurmalarını cesaretlendirdiği söylenebilir. Bu durumun aksine kurduğu problemleri çözmek zorunda olan öğretmen adayları ise zor problem kurduklarında çözmeme korkusundan ötürü, çözümü daha kolay olabilecek türden problemlere yönelmiş olabilirler. Başka bir ifadeyle kurduğu problemi çözmek zorunda olmaları, öğretmen adaylarını çözüm için risk almamak adına bilindik problem kurmaya yöneltmiş olabilir. Öğretmen adaylarıyla kurdukları problemlerle ilgili mülakat yapılamamıştır. Benzer çalışmalar yapacak araştırmacıların araştırmaları kapsamında öğretmen adaylarına "neden bu tarz problemleri tercih ettikleri" sorulabilir ve gerçek sebepleri ortaya çıkarılabilir. Ayrıca en yüksek orijinallik puanına sahip öğretmen adaylarının kurduğu problemi çözmeyen öğretmen adaylarından olduğu görülmektedir (A11, A2, A8). Bu durum orijinallik göstergesinde bireysel farklılıkların olabileceğini göstermektedir.

Araştırma kapsamında ortaya çıkan bir diğer sonuç da bir problemin sadece bir kişi tarafından kurulmuş olmasının orijinalliği garantilemediğidir. Nitekim yukarıda da sunulmuş olan (Bknz. Şekil 5) bir problem sadece Ö3 kodlu öğretmen adayı tarafından kurulmuş olsa da işlem odaklı ve oldukça bilindik bir problem olması nedeniyle sıradan bir problem olarak değerlendirilmiştir. Dolayısıyla yaratıcılığın incelenmesinde niceliğin yanında niteliğin de göz önünde bulundurulmasının daha doğru sonuçlar vereceği düşünülmektedir. Nitekim Taşkın (2016) da yapmış olduğu araştırmasında benzer bir öneride bulunmuştur.

Genel olarak yaratıcılık puanlarına bakıldığında öğretmen adaylarından kurduğu problemleri çözenlerin çözmeyenlere göre daha yüksek olduğu, yani kurduğu problemi çözen adayların daha yaratıcı problemler kurduğu ifade edilebilir. Adayların kurduğu problemleri çözmeleri onların daha doğru problem kurmalarını sağlamış olabilir. Çünkü kurduğu problemi çözmeyen öğretmen adaylarının eksik bilgiye sahip olduğu ya da daha fazla çözümsüz problemler kurdukları görülmüştür. Tespit edilen bu durum doğrultusunda, kurulan problem sayısının fazla olmasının problem kurmada yaratıcılığın yüksek olmasını garantilemediği söylenebilir. Bir problemin esneklik ve orijinallik göstergeleri açısından ne kadar yüksek puana sahipse o kadar yaratıcı olduğu söylenebilir. Diğer bir deyişle, bir problemin daha yaratıcı olduğunu söyleyebilmek için problemin farklı değişkenler içermesi, farklı kavram ve stratejilerin kullanılmasını gerektirmesi, hem de akranları tarafından daha az sayıda kişi tarafından dile getirilmesi ve sıra dışı, sezgisel çözümler gerektirmesi gerektiği söylenebilir. Özetle; öğretmen adaylarının problem kurmadaki yaratıcılıklarında problemi çözüp çözmeme durumlarının etkili olduğu sonucuna varılmıştır.

Araştırmanın sonuçlarından hareketle aşağıdaki önerilerde bulunulmuştur:

Literatür incelendiğinde problem kurmada yaratıcılığın kurulan problemi çözüp çözmeme durumuna göre incelendiği bir çalışmaya rastlanmamıştır. Bu araştırma kapsamında da her bir gösterge ayrı ayrı incelendiğinde net olarak bir grubunun öne çıktığını söylemek oldukça zordur. Bu bağlamda çalışmanın daha büyük örneklemler ile çalışılmasının daha net sonuçlar elde edilmesi açısından yararlı olacağı düşünülmektedir. Ayrıca araştırmaya katılan öğretmen adayları ile kurdukları problemlerle ilgili mülakatların yapılmasının araştırmacıya katılımcılarla ilgili daha detaylı bilgi vereceği düşünülmektedir. Yaratıcılıkta bireysel farklılıkların sebeplerinin de tespit edilmesi için katılımcılar ile mülakat yapılması önerilmektedir. Çalışmaya katılan gruplara verilen problem kurma görevlerinin (kurduğu problemi çözme/çözmeme) değiştirilerek öğretmen adaylarının bu durumlardaki yaratıcılıkları incelenebilir. Böylelikle öğretmen adaylarının her iki durumdaki bireysel yaratıcılıkları hakkında daha doğru yorumlarda bulunulabilir. Ayrıca bu çalışma ikinci sınıf İMÖ adayları ile yapılmıştır. Bu adayların üniversitede aldıkları eğitimin yaratıcı problem kurma ve çözme becerisini geliştirip geliştirmediğine bakmak için üniversite eğitimlerinin ileriki yıllarında da benzer çalışma yapılabilir. Bunun yanı sıra bu çalışma akademik başarısı birbirlerine yakın olan (2,5 ve üzeri) olan öğretmen adayları ile yapılmıştır. Benzer bir çalışmada daha büyük bir örneklem ile farklı akademik başarı düzeyine sahip bireylerle de yapılabilir.

Matematik eğitimi programlarının temel misyonları arasında bireylere düşünmeyi öğrenme ve yaratıcı öğrenme kavramları ön plana çıkmaktadır. Yaratıcılığın öğrencilerde geliştirilebilmesi için öğretmenlere de önemli görevler düşmektedir (Yıldız ve Baltacı, 2018). Öğretmenlerin öğrencilerinde bu düşünme becerisini geliştirebilmeleri için kendilerinin de gerekli bilgi ve donanıma sahip olması gerekmektedir. Bu yüzden özellikle okul öncesi, sınıf ve matematik öğretmeni yetiştiren eğitim fakültelerinde problem kurma- çözme yaklaşımlı matematik öğretimi etkinliklerine yer verilmeli, gerekirse öğretim programına yeni ve zorunlu bir ders eklenmelidir. Dersin temel hedeflerinden biri de matematik eğitiminde problem çözmede yaratıcı düşünceyi geliştirmek olmalıdır.

KEFAD
http://kefad.ahievran.edu.tr
Ahi Evran University
Journal of Kırşehir Education Faculty
ISSN: 2147 - 1037

ENGLISH VERSION

Introduction

Today's mathematics education aims to raise individuals who know what, why, and how to learn, who can use the learned knowledge and produce new knowledge, instead of raising individuals who accept ready-made knowledge without questioning (Guven and Kürüm, 2008). In this context, students should have problem-solving skills as well as problem identification skills. Problem-posing plays an important role in helping students become aware of real-life problems (Turhan and Güven, 2014). In our country, problem-posing is accepted as an important component and objective of mathematics courses (Baykul, 1999). Problem-posing is usually defined as generating new problems from an existing problem or situation or rearranging an existing problem (Silver, 1994). Problem-posing requires considering problem-solving from a different perspective (Altun, 2005) because the student is also expected to check whether the posed problem has a solution. On the other hand, problem-posing does not have a single correct answer like problem-solving and requires creative thinking because it includes every possibility (Kojima, Miwa, and Matsui, 2009).

For the individual to continue their life in a balanced and productive way, they must contribute to the age and society they live in as a constructive and creative member (Mandacı Şahin, 2007). Therefore, individuals are expected to possess creative skills to overcome the developing and changing world's problems, expectations, and needs (Kandemir, 2006). Creative thinking in mathematics (student's flexibility in shifting between ideas, perseverance in mathematics, interest in mathematics, curiosity) is emphasized among the factors specified by the National Council of Teachers of Mathematics [NCTM], 1991 to affect the acquisition of mathematical power. There is no definitive and universally accepted definition of creativity (Brunkalla, 2009; Haylock, 1987; Mann, 2009). Although the concept of creativity was previously thought of as a generic skill, this perception has changed over time (Haavold, 2009). Many researchers have stated that creativity is more promoted in certain fields; therefore, general and field-specific creativity should be addressed differently (Akgül, 2014; Balka, 1974; Haavold, 2009). General creativity is the ability, attitude, or behavior to think differently about something everyone thinks alike; it can be defined as taking pre-existing objects or concepts and connecting them in different and unusual ways for a new purpose (Doğan, 2005). On the other hand, specific creativity is the ability to create in a certain field (for example, mathematics) (Leikin, 2008). In other words, general creativity is related to solving problems in a certain area using problem-solving patterns of another area; specific creativity, on the other hand, refers to creativity in a particular field, taking into account the logical deductive nature of the field (Leikin, 2009). Creativity plays an important role in mathematics as in other fields, as it is related to daily life and requires analytical and critical thinking skills to solve problems (Taşkın, 2016). Guilford (1967) defined creative thinking as a characteristic associated with three important factors: fluency, flexibility, and originality. Fluency is defined as the ability to produce many ideas about a problem (Budak, 2007); flexibility is seeing the events from different perspectives and offering different ideas (Özcan, 2009); and originality is producing original ideas with new or technical features, making inventions, developing a product, or creating invaluable works (Budak, 2007; Özcan, 2009). Since there is no universally accepted definition of creativity, there is no agreed definition of creativity in mathematics (Akgül, 2014; Brunkalla, 2009; Haavold, 2013; Haylock, 1987; Leung, 1997; Mann, 2005; Sriraman, 2005). Thus, creativity in mathematics has been defined in different ways by many researchers. Haylock (1987) defined creativity in mathematics as a concept that embraces cognitive strategies, performance categories, and outcome types. According to Sriraman (2004), creativity in mathematics is the process of bringing unusual (unconventional) and accurate solutions to a given problem with a deep understanding regardless of the complexity level. Some researchers stated that mathematical creativity emerges when a non-standard solution is created for a problem that can be solved by using an algorithm (Chamberlin and Moon, 2005; Shriki, 2010). Sriraman (2005) defined creativity in mathematics as a) producing unusual (new) and/or reasonable solution(s) to a given problem or similar problem, and/or b) the formulation of new questions and/or probabilities allowing an old problem to be considered from a new perspective that requires thought. In Sriraman's (2005) definition, creativity in school mathematics is taken with problem-solving and problem-posing. The common point that many researchers agree on is that creativity manifests itself as a novelty and usefulness in the production of creative work (for example, a new work of art or scientific hypothesis) (Leikin, 2008). The differences between school mathematics and professional creativity have brought up the concepts of absolute and relative creativity (Leikin, 2009; Leikin and Pitta-Pantazi, 2013; Shiriki, 2013; Sriraman, 2004). Absolute creativity is associated with the outstanding historical work of outstanding mathematicians, whereas relative creativity refers to discoveries made by a person within a particular reference group (Shiriki, 2013). Leikin and Pitta-Pantazi (2013) stated that students' ability to generate mathematical ideas/solutions for a new case (for a new mathematical problem that has not been learned before) or original solutions to previously known problems is generally considered as an indicator of relative creativity. On the other hand, absolute creativity is evaluated based on the high achievement among inventors and the importance of a historically meaningful discovery by a professional community. Leikin (2009) stated that students' creativity in mathematics could be evaluated by referring to their previous experiences and the performances of other students with similar educational backgrounds. From this point of view, the relative creativity of teacher candidates was taken into account to evaluate creativity in this research. There is a growing consensus regarding creativity in mathematics that problem-posing and problem-solving processes are at the core of creativity (Silver, 1997). Many researchers associate creativity in mathematics with problem-posing (Brunkalla, 2009; Siswono, 2011; Yuan and Sriraman, 2011) and see problem-posing as an integral and important part of creativity in mathematics (Haylock, 1987; Lee, Hwang, and Seo, 2003; Mann, 2009; Silver, 1997; Yuan and Sriraman, 2011). Shriki (2013) states that by posing their problems, students will develop reasoning, different and flexible thinking, enrich and strengthen their knowledge and problem-solving skills, and thus become innovative, creative, and active learners.

Problem-posing activities positively affect students' knowledge, problem-solving skills, creativity, and attitudes towards mathematics (Rosli, Copraro, and Copraro, 2014). In addition, problem-posing encourages students to produce new and different ideas (Brown and Walter, 2005). Students who deal with problem-posing are expected to develop critical thinking and produce original ideas to pose better problems than the previous one in each problem-posing activity, thus improving their creativity (English, 1997). Creativity is a dynamic feature that students can develop if teachers provide appropriate learning opportunities (Leikin, 2009). Despite the important relationship between problem-posing and creativity, the review of problem-posing studies shows that the number of studies focusing on creativity is limited, and they are generally conducted with students (Shriki, 2013; Silver, 1997; Singer, 2012; Yuan and Sriraman, 2011). Mathematics will be reduced to a set of knowledge skills and rules to be memorized in classes where creativity is neglected and students are not encouraged to use creativity (Mann, 2009). Therefore, in schools, students are expected to develop their creativity in mathematics. The mathematics curriculum of the Ministry of National Education (2009) states that the students should be allowed to deal with the problem, and they should be offered the opportunities required to be creative. Mathematics teachers have important responsibilities to develop students' creativity in mathematics. A creative teacher is a person who can solve problems, adapt them, bring materials and different ideas to the educational setting, meet the expectations of the students, and provide an engaging and stimulating learning environment (Schreglmann and Kazancı, 2006). Creative teachers constantly innovate to make the lesson interesting for their students; they encourage them to think and act creatively. Considering the importance of posing problems in developing creativity in mathematics, teachers, who bring these problems to the classroom and encourage their students, play an important role. For this reason, it is important to examine the creativity of teacher candidates in problem-posing, who are the teachers of the future. Examining teacher candidates' creativity on problem-posing, who will develop creative thinking of their students in the future, will be beneficial in terms of carrying out studies to improve creativity in the remaining education life. Regarding the studies on the subject, there is no study in the national literature involving the creativity of mathematics teacher candidates in posing problems, who are expected to develop these skills in their students in the future.

Problem-posing activities in mathematics teaching should ignite new approaches and creative ideas in the student and provide multiple solutions to increase the student's mathematical idea flow, flexible thinking, and originality in answers. To improve students' creativity, Mann (2005) suggests using open-ended problems that require a set of alternative solution methods rather than structured problem-posing activities that lead to a single solution. In addition, as Chamberlin and Moon (2005) stated, realistic problems increase the potential of students to come up with creative solutions and help students be creative in mathematical thinking. In this context, in this study, using a semi-structured open-ended problem-posing activity was deemed appropriate to reveal teacher candidates' creativity. In the problem-posing activity used in the study, some teacher candidates were also asked to solve the problems they posed. This is for better understanding students' purpose of posing the problem and reviewing problem structure in detail. In Taşkın's study (2016) about the creativity of gifted and non-gifted students in mathematics, students were asked to solve the problems they posed. Some were observed to stop posing unsolvable problems when asked to solve the problems they had posed. For this reason, this study also examined whether the creativity of teacher candidates changes depending on solving or not solving the problem. Thus, how the creativity of teacher candidates changes when they were asked or not to solve the problem they pose was examined. Regarding relevant studies, no research examined creativity according to being asked to solve posed problems or not. This aspect of the study is thought to reveal creativity in problem-posing situations in more detail and will shed light on future studies. Based on all of these, this study aims to examine the creativity of pre-service elememtary mathematics teachers (PEMTs) candidates in problem-posing, according to whether they are asked to solve the problems they pose or not. In this context, the sub-problems of the research are as follows:

1. How is the creativity of PEMTs who were asked to solve the problem they pose in problem-posing situations?
2. How is the creativity of PEMTs who were not asked to solve the problem they pose in problem-posing situations?

Method

Research Design

The study is included in the qualitative research design by its nature. Since the creativity of PEMTs in problem-posing was examined in detail, the case study method was used. The case study method offers the opportunity to examine one or more cases, phenomena, or events in depth with a limited number of samples (Şimşek and Yıldırım, 2005).

Sample of the Study

The study participants were 24 PEMTs studying in the second year of the Kafkas University Elementary Mathematics Teaching program in the 2017-2018 academic year. Regarding the literature, students who do not have enough mathematical knowledge and skills and who are below a certain level of proficiency may not be able to show their creativity in mathematics because they do not have enough knowledge and experience to express their creative thinking (Haylock, 1987; Heavold, 2013; Mann, 2004). Therefore, attention was paid to ensure that the academic achievement levels of the teacher candidates participating in the study were at least moderate, and they participated in the study voluntarily. The views of the lecturer who gave the course were consulted, and the relevant course grades were considered in determining participants' academic achievements. Teacher candidates' academic achievement in the study was 2.5 and above on the 4-point grading system. Accordingly, the purposive sampling method was used to select the participants of the study.

Data Collection Tool and Administration

The problem-posing activity, which has been used by Getzels and Jackson (1962) to reveal the creativity and then organized by Leung (1993), was used as the data collection tool in the study. For the

Turkish adaptation of the activity called "House Problem," firstly, the activity was translated into Turkish and examined by three field educators experts. The sentences that were difficult to understand were rearranged, and the activity was finalized by making the necessary formal arrangements in line with the experts' opinions. The final version of the activity is presented in Appendix-1.

The activity adapted into Turkish was administered to all teacher candidates in one lesson hour (45 minutes). Teacher candidates were asked to pose as many different types of original problems as possible. In addition, teacher candidates were told they could make changes or additions to the information in the given problem-posing scenario. Randomly selected 12 teacher candidates were also asked to solve the problems they posed, which aimed to examine whether being asked to solve problems affects their creativity in problem-posing activities and how it affects them.

Data Analysis

In data analysis, the model developed by Leikin (2009) to evaluate creativity with multiple production activities and the analysis model adapted from this model by Taşkın (2016) to evaluate students' creativity in problem-posing activity were used. The problems posed by each participant were coded, the codes with similar structures were grouped, and themes were created to analyze the problems posed by teacher candidates more easily in terms of creativity indicators. Then, the number of participants who created a problem belonging to that code was determined. Hence, it was possible to see each participant's problems in different categories (flexibility) and to interpret original or unusual problems (originality). On the other hand, the codes and themes created for the problems posed by the participants allowed the researcher to see the problems with similar and different structures more easily, making it easier for the researcher to score them (Taşkın, 2016). Then, using the generated codes and themes, the problems were scored in terms of creativity indicators. In his study, Taşkın (2016) used the concept of relative creativity, where the student's position within the reference group is considered in evaluating students' creativity. In this study, the problems posed by a participant were scored considering the problems posed by their peers; in other words, relative creativity was used. However, unlike Taşkın (2016), only the model suggested by Leikin (2009) was used to calculate the creativity score. In this context, each mathematically correct problem posed by the teacher candidates was scored in terms of fluency, flexibility, and originality as shown below (Leikin, 2009; Taşkın, 2016):

Fluency: 1 point was given for each problem posed by teacher candidates.

Flexibility (Fl): The problems posed by teacher candidates were grouped according to the variable of the problem to calculate this score. Suppose the two posed problems contain the same/different variables, and the problem's solution includes different representations, properties (theorems, definitions, or auxiliary structures), or solution strategies based on mathematics disciplines. In that case, they are considered to belong to two different groups. Accordingly;

If the new problem is a problem with a different structure from the previously posed ones; that is, if the variables used are different from any previous problem, and the solution of the problem requires the use of different concepts and procedures, the flexibility score is 10,

If the new problem is a problem of a similar nature to any previous problem; that is, the variables used are similar to any previous problem, the solution of the problem requires the use of similar concepts and procedures, but if there is a small difference such as the use of an additional operation or concept, the flexibility score is 1,

If the new problem is a problem of the same nature as any previous problem; that is, the same variable is used and requires the use of the same concepts and procedures, and only the names/numbers/variables in the problem sentence are changed, or the problem's solution could be seen directly from the scenario without any action; the flexibility score is 0.1.

A participant's total flexibility score is the sum of the flexibility scores in each problem.

Originality (Or): Regarding the originality score, the problems they posed were scored by considering the mainstreamness of the problems compared to those posed by their peers since teacher candidates had similar academic backgrounds. Therefore, if the posed problem is unusual (almost not mentioned by anyone and/or requires an intuitive solution), it worths 10 points; if it is somehow unusual (mentioned by few people and/or requires a partly well-known solution), it worths 1 point; if it is an operations-based and ordinary (learned) problem, it worths 0.1 points. Based on this scoring model, the total creativity score of each teacher candidate was calculated with the formula " $\sum_{i=1}^{n} Flx_i \times Or_i$." The scoring of creativity indicators in the problems posed by teacher candidates and the tables of total creativity scores are given in Appendix-2 and Appendix -3.

Ethical Permissions of the Study

In this study, all the rules specified within the scope of "Higher Education Institutions Scientific Research and Publication Ethics Directive" were followed. None of the actions specified under "Actions Contrary to Scientific Research and Publication Ethics," which is the second part of the directive, have been taken.

Findings

In this section, firstly, the findings on the mathematical correctness of the problems posed by PEMTs are presented. Then the findings of the analysis of the solvable mathematical problems are outlined.

Findings on the mathematical correctness of the problems posed by PEMTs

This study examines teacher candidates' creativity in posing problems according to being asked/not asked to solve the problems they pose. The problems posed by the participants were first examined in terms of mathematical correctness, and incorrect problems were excluded from the analysis. The number of problems posed by the teacher candidates who were asked/not asked to solve their problems and the number of problems included in the analysis are shown in Table 1.

Table 1. *Number of solvable and unsolvable problems posed by PEMTs*

		Total number of problems	Mathematically solvable problems		Problems with missing information		Not a mathematical problem	
		f	f	%	f	%	f	%
Those who were asked to solve posed problems	S1	4	3	75	1	25	0	0
	S2	2	2	100	0	0	0	0
	S3	7	7	100	0	0	0	0
	S4	3	3	100	0	0	0	0
	S5	3	2	64	1	33	0	0
	S6	4	4	100	0	0	0	0
	S7	4	1	25	3	75	0	0
	S8	4	4	100	0	0	0	0
	S9	2	2	100	0	0	0	0
	S10	3	3	100	0	0	0	0
	S11	3	3	100	0	0	0	0
	S12	3	3	100	0	0	0	0
Those who were not asked to solve posed problems	A1	10	4	40	6	60	0	0
	A2	9	8	89	1	11	0	0
	A3	6	5	83	1	17	0	0
	A4	8	6	75	2	25	0	0
	A5	5	1	20	4	80	0	0
	A6	3	0	0	3	100	0	0
	A7	4	0	0	4	100	0	0
	A8	8	6	75	2	25	0	0
	A9	10	5	50	4	40	1	10
	A10	8	0	0	6	75	2	25
	A11	6	5	83	1	17	0	0
	A12	12	1	8	11	92	0	0

According to Table 1, the problems posed by teacher candidates are analyzed in 3 different categories as mathematically solvable, problems with missing information, and non-mathematical problems, and the majority of these problems are mathematically solvable. Regarding mathematically incorrect problems, they are mostly the ones with missing information. As can be seen from the table, teacher candidates also posed non-mathematical problems, but their percentages are low.

Teacher candidates who were asked to solve their problems posed mathematically correct problems at a higher rate than the teacher candidates who were not asked. The problems posed by 9 out of 12 teacher candidates who were asked to solve their problems are mathematically correct and solvable. On the other hand, no one created a completely solvable problem out of 12 teacher candidates who were not asked to solve the problem. In addition, all problems that 3 of these teacher candidates

(A6, A7, and A10) posed are mathematically incorrect. Teacher candidates who posed mathematically solvable problems at the highest rate are A2 (89%), A3 (83%), and A11 (83%). On the other hand, the problems posed by A6, A7, and A10 are mathematically incorrect because they all have missing information. For example, one of the problems with missing information posed by A7 is shown in Figure 1.

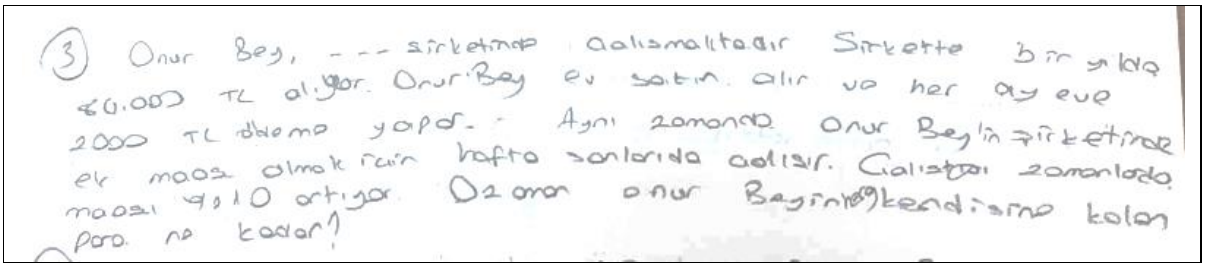

(3) Onur Bey, --- şirketinde çalışmaktadır. Şirkette bir yılda 80.000 TL alıyor. Onur Bey ev satın alır ve her ay eve 2000 TL ödeme yapar. Aynı zamanda Onur Bey'in şirketinde ek maaş almak için hafta sonlarında çalışır. Çalıştığı zamanlarda maaşı %10 artıyor. O zaman onur Bey'in kendisine kalan para ne kadar?

Figure 1. The problem with missing information posed by teacher candidate A7
[English translation: Onur works in a company. He earns 80.000 TL per year. He bought a house, and he makes a payment of 2.000 TL/month for the house. Besides, he works at the company on weekends to get extra money. When he works, his salary increases by 10%. So what is the money left for Onur?]

In Figure 1, there is no information about the monthly expenses of Onur in the problem sentence of teacher candidate A7. In other words, the variables to be taken into account in calculating the expenses are not specified. Therefore, the problem was not taken into analysis because it has missing information.

As shown in Table 1, non-mathematical problems were posed only by teacher candidates who were not asked to solve their problems. Below is an example of a non-mathematical problem posed by teacher candidate A9.


6) Onur bey bu evi alabiliyorsa mesleği nedir?

Figure 2. The non-mathematical problem posed by teacher candidate A9
[English translation: What is the profession of Onur given that he could buy this house?]

As shown from Figure 2, the question asked by teacher candidate A9 is a question that does not require any mathematical operations and cannot have a definite answer.

Findings on the Analysis of Solvable Mathematical Problems posed by PEMTs in terms of Creativity in Mathematics

The creativity of PEMTs in mathematics was first discussed for each indicator separately, and then the findings on creativity in mathematics were shown. The findings on teacher candidates' fluency, flexibility, originality scores, and total creativity scores are given in Table 2.

Table 2. *Fluency, flexibility, originality, and creativity scores emerging from the problems posed by PEMTs*

		Fluency	Flexibility	Originality	Creativity
Those who were asked	S1	3	21	1.2	11.1
	S2	2	20	0.2	2
	S3	7	34	3.4	22.3
	S4	3	30	2.1	21

	S5	2	20	0.2	2
	S6	4	22	10.3	101.2
	S7	1	10	0.1	1
	S8	4	22	1.3	11.2
	S9	2	20	0.2	2
	S10	3	12	2.1	11.1
	S11	3	20.1	11.1	110.1
	S12	3	12	3	12
Overall		37	243.1	35.2	307
Those who were not asked to solve posed problems	A1	4	11.2	0.4	1.12
	A2	8	43.1	16.1	51.2
	A3	5	31.1	1.4	12.11
	A4	6	22.2	2.4	12.12
	A5	1	10	1	10
	A6	0	0	0	0
	A7	0	0	0	0
	A8	6	41.1	12.3	112.2
	A9	5	22.1	2.3	11.3
	A10	0	0	0	0
	A11	5	22.1	21.2	31.01
	A12	1	10	0.1	1
Overall *		41	212.9	57.2	242.5

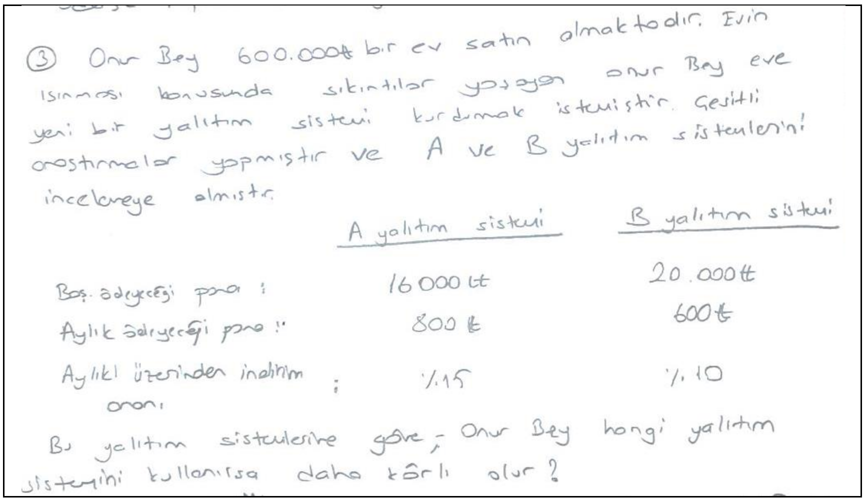
*A detailed scoring table for each teacher candidate is given in Appendix 2 and Appendix 3.

The review of Table 2 in terms of fluency shows no difference between teacher candidates who were asked to solve their problem and those who were not. The teacher candidate with the highest fluency score is A2, who was not asked to solve the problem. The second-highest fluency score belongs to S3, who was asked to solve posed problems, whereas the thirds are A4 and A8, who were not asked to solve the problem. In addition, the fluency scores of the teacher candidates who were asked to solve their problems are quite close to each other. In contrast, there are considerable differences between the fluency scores of the teacher candidates who were not asked to solve the problems. While three teacher candidates (A2, A4, and A8) have the highest fluency score, another three teacher candidates' scores (A6, A7, and A10) from the same group are 0. On the other hand, the teacher candidates who were not asked to solve their problems could pose more problems than those who were asked to solve them. Regarding the total number of mathematically correct problems, teacher candidates who were asked to solve their problems posed 37 problems, whereas 9 of the 12 teacher candidates who were not asked to solve problems posed 41 problems.

The review of Table 2 regarding flexibility shows that the candidates with the highest flexibility score are among teacher candidates who were not asked to solve their problem (A2, A8). The teacher candidate with the third highest flexibility score is S3, who was asked to solve posed problems, followed by teacher candidate A3, one of the participants who were not asked to solve their problem. On the other hand, although the teacher candidates who were asked to solve their problems posed fewer problems, their flexibility scores are close to those of the teacher candidates who were not asked to solve their problems and posed more problems. This shows that teacher candidates who were asked to solve their problem mostly focused on posing different problems containing different variables. In contrast, teacher candidates who were not asked to solve their problems posed more problems that require similar solutions and strategies. Besides, it is striking that half of the problems (20 out of the 41) posed by teacher candidates who were not asked to solve their problem are of this type (See Appendix-1, Appendix-2).

On the other hand, regarding the scores that teacher candidates achieved from the flexibility, there are fewer problems (only ten problems) created only by changing the names/numbers/variables in the problem sentence or whose solution directly appears in the problem scenario (problems scoring 0.1 points). Only 1 of 37 problems posed by teacher candidates who were not asked to solve the problem is such a problem. The problems posed by teacher candidates A6, A7, and A10 are not mathematically solvable; thus, they are not scored in terms of flexibility.

Regarding Table 2, teacher candidates' originality scores are lower than flexibility, which indicates that teacher candidates posed problems similar to those posed by their peers, with a partially known solution or operation-based/known how to solve. Ten points are given to a problem requiring an intuitive solution or posed by very few people; it should be noted that teacher candidate A11, who posed only five problems, has two such problems. One of the problems posed by teacher candidate A11 is shown below.


③ Onur Bey 600.000₺ bir ev satın almaktadır. Evin ısınması konusunda sıkıntılar yaşayan Onur Bey eve yeni bir yalıtım sistemi kurdurmak istemiştir. Çeşitli araştırmalar yapmıştır ve A ve B yalıtım sistemlerini incelemeye almıştır.

	A yalıtım sistemi	B yalıtım sistemi
Baş. ödeyeceği para :	16 000 ₺	20.000₺
Aylık ödeyeceği para :	800 ₺	600₺
Aylıkl üzerinden indirim oranı :	%15	%10

Bu yalıtım sistemlerine göre; Onur Bey hangi yalıtım sistemini kullanırsa daha kârlı olur?

Figure 3. The original problem posed by teacher candidate A11

[English translation: Onur buys a house for 600.000 TL. He encountered some problems with heating. He wanted to replace the heating system and did some research. He compared isolation systems A and B]

	Isolation System - A	Isolation System - B
Initial cost	16,000 TRL	20,000 TRL
Monthly cost	800 TRL	600 TRL
Monthly discount rate	15%	10%

According to these inputs, which isolation system will be more profitable for Onur?

Regarding Figure 3, the solution of the problem posed by teacher candidate A11 is not seen directly. It is a problem that requires combining different variables (the cost of the insulation system, the monthly amount to be paid for heating, the discount to be obtained from the heating) and interpreting the results. Therefore, it can be said that the problem requires an intuitive solution. Besides, such a problem was not expressed by other PSMT teachers who participated in the study. Thus, the problem is considered as an original problem.

According to Table 2, six of the eight solvable problems posed by teacher candidate A2, who achieved the second-highest originality score, scored 1 point. This score indicates that most of the problems posed by A2 are problems expressed by few people and/or require a partially well-known solution. An example of the problem posed by teacher candidate A2 is shown below.

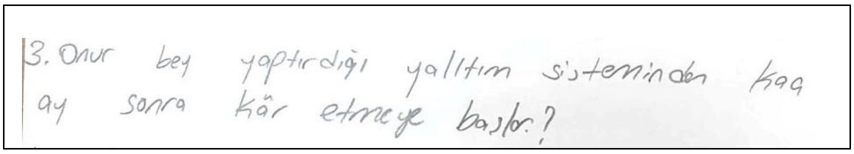


Figure 4. The partially original problem posed by teacher candidate A2

[English translation: After how many months does Onur start to make a profit from the insulation system he has built?]

Regarding Figure 4, the solution to the problem is not seen directly; it requires a somewhat less familiar solution that can be solved by considering the amount of money paid to the insulation system and the discount rate to be obtained from the insulation system. Besides, this problem was also posed by teacher candidate A9 and that there are also teacher candidates who posed similar problems. For this reason, the score of the above problem is 1 in terms of originality indicator.

According to Table 2, all teacher candidates, except S12, posed operation-based and ordinary problems. The scores of the originality indicator show that most of the problems posed by the teacher candidates S1, S2, S3, S5, S6, S7, S8, S9, A1, A3, A4, A8, A9, and A10 are of this type. All problems posed by teacher candidates S2, S5, S7, S9, A1, and A12 got 0.1 points. An ordinary problem posed by teacher candidate S3 is shown below.

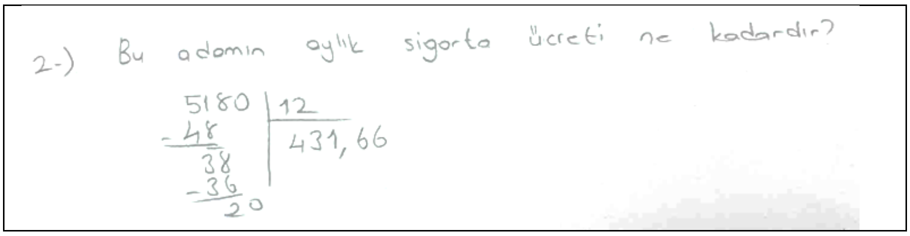


Figure 5. An ordinary problem posed by teacher candidate S3

[English translation: What is the monthly insurance premium of this man?]

Regarding Figure 5, the problem posed by S3 requires finding the monthly premium by dividing the annual insurance fee by 12; that is, it requires a very simple solution. Although no other teacher candidate posed this problem, it is considered an ordinary problem because its solution requires a simple operation; the score given to the problem is 0.1.

The review of Table 2 in terms of originality indicator shows that teacher candidates with the highest originality score are teacher candidates who were not asked to solve their problems (A11, A2, A8). Teacher candidates S11 and S6's originality scores are higher than the others, and the originality scores of the remaining teacher candidates are close to each other. Considering that 10 points are given to original or unusual problems, it is noteworthy that only 5 of the 24 teacher candidates were able to pose such problems (S6, S11, A2, A8, and A11). Most of the problems posed by the teacher candidates are ordinary, operation-based problems (problems scored 0.1 points). 22 out of 36 problems posed by teacher candidates who were asked to solve their problems, and 23 out of 41 problems posed by the ones who were not asked to solve their problem are of this type. The number of problems scoring 1 point is 13 for teacher candidates who were asked to solve their problems and 14 for those who were not asked to solve.

According to Table 2, the teacher candidate with the highest creativity score is A8, who was not asked to solve posed problems, followed by two teacher candidates, S6 and S11, who were asked to solve their problems. The review of other teacher candidates' creativity shows that the scores are somehow close to each other. However, considering the total creativity scores of the teacher candidates according to the number of problems they posed, it should be noted that teacher candidate S11's score, who posed only three problems, is close to the score of A8, who posed six problems (110.1 and 112.2, respectively). Similarly, the creativity score that teacher candidate S6 achieved from 4 problems is higher than all other teacher candidates who posed more problems than her, except S3, who was asked to solve posed problems, and A8, who was not asked to solve posed problems.

Discussion and Conclusion

In this study, which aims to examine the creativity of PEMTs in problem-posing situations, the data were examined in terms of fluency, flexibility, and originality indicators of creativity according to whether the teacher candidates were asked to solve the problems they posed or not. In this context, teacher candidates mostly posed correct and solvable problems. In particular, teacher candidates who were asked to solve posed problems set correct problems at a higher rate than those who were not asked to solve them. It is thought to be related to teacher candidates' solving problems. It can be said that solving the problems allowed them to look at their problems further.

Regarding fluency in terms of being asked/not asked to solve posed problems, the scores of both groups are quite close. Although there is no significant difference in fluency between teacher candidates who were asked and not asked to solve posed problems, teacher candidates who were not asked to solve their problems posed more problems. It can be said that being asked to solve problems lets teacher candidates create solvable problems, and not solving lets them pose more problems. During the study, the time given to the candidates who were asked and not asked to solve their problem was equal, leading to this result. Teacher candidates who were asked to solve their problem had to spare time both to pose and solve the problems, whereas teacher candidates who were not asked to solve the problem only posed problems within the same time. In their study conducted with 6th-grade students, Ersoy and Başer (2009) stated that students generated many ideas, enabling high fluency scores. In this study, not being asked to solve problems enabled teacher candidates to pose more problems. Ersoy and Başer's (2009) remark regarding the fluency score of 6th-grade primary school students is also valid for this study conducted with teacher candidates. In other words, it can be said that being asked to solve posed problems or not is significant in the fluency score of creativity. Teacher candidates who were not asked to solve the problem were relatively better in terms of fluency. However, it cannot be said that fluency is effective in the creative problem-posing of teacher candidates because the differentiation between groups emerged from diversity and originality rather than the number of ideas produced. In this study, flexibility and originality scores were more effective in determining creativity scores (Haylock, 1987), which is similar to the studies in the literature (Akgül, 2014; Kıymaz, 2009; Taşkın, 2016). It can be said that flexibility and originality scores are more effective than fluency in the differentiation of individuals' creativity scores (Taşkın, 2016).

Although teacher candidates who were not asked to solve their problem are better in terms of fluency because they posed more problems than others, this is not the same for flexibility. In other words, even though teacher candidates who were asked to solve their problems posed fewer problems, their flexibility scores are close to those of the teacher candidates who posed more problems but did not solve them. Teacher candidates who were asked to solve their problems mostly focused on posing different types of problems and variables. In contrast, teacher candidates who were not asked to solve their problems posed problems requiring similar solutions and strategies. Similarly, Ersoy and Başer (2009) reported in their study that students could produce many ideas of the same type but failed to offer different ideas. Individuals with high fluency scores (A2, A8, S3, A3) also have high flexibility scores, which shows that fluent thinking affects flexible thinking. The studies in the literature also support this idea (Haavold, 2013; Kıymaz, 2009; Leikin, 2009; Leikin and Kloss, 2011; Taşkın,2016). In addition, regarding the overall scores of the groups (asked to solve/not asked to solve), unlike fluency, the flexibility of the teacher candidates who were asked to solve their problem is higher than those who were not asked to solve their problems (See Table 2). Teacher candidates who were not asked to solve their problem gave importance to the quantity, whereas the ones who were not asked focused on the quality of the problem, in other words, on including different variables in the problems they posed. Therefore, it can be said that flexibility is more effective than fluency in teacher candidates' creative problem-posing. This result is in line with Haylock's (1987) study, concluding that flexibility is more effective than fluency in determining creativity in mathematics. In addition, the comparison of teacher candidates' flexibility and creativity scores shows that teacher candidates A2, A8, and S3 have the highest flexibility scores, which is in line with Haavold's study (2013).

Teacher candidates got lower scores from originality than flexibility in the problems they posed. This shows that most of the problems posed by PEMTs are also posed by their peers, have a partially known solution, or are operation-oriented. Korkmaz and Gür (2006) found in their study that the problems posed by mathematics teacher candidates are generally of similar type and that they pose very few original, different-type problems. The problems posed by teacher candidates participating in this study are similar to those in the study of Korkmaz and Gür (2006). Özmen, Taşkın, and Güven (2012) found that teachers use routine problems and they give little place to non-routine problems. This finding made us think that our participants, who are yesterday's students and today's teacher candidates, may have continued the habits of their teachers. Therefore, in order for the problems posed by teacher candidates to have different characteristics, the education they received at the university should be changed in this direction. Otherwise, similar results will be seen in future studies.

Regarding originality, the overall scores of teacher candidates who were asked to solve their problems were higher than those who did not. Not being asked to solve the problems might have encouraged teacher candidates to pose more challenging and different problems. Not solving posed problems might have encouraged teacher candidates to create problems that were not expressed before or somehow unfamiliar. In contrast, teacher candidates who had to solve the problems they pose may have preferred problems that are easier to solve because of the fear of failing to solve difficult problems. In other words, being asked to solve the problem they pose might have led teacher candidates to pose ordinary problems to avoid the risk of not finding the solution. Interviews were not conducted with teacher candidates about the problems they posed. Researchers who will carry out similar studies in the future may ask teacher candidates "why they prefer such problems" and reveal real reasons behind them. Besides, teacher candidates with the highest originality score are among the candidates who were not asked to solve posed problems (A11, A2, A8), which implies that there may be individual differences in the originality.

Another result of the study is that being posed by only one person does not guarantee the originality of the problem. Although the problem presented above (See Figure 5) was only posed by teacher candidate S3, it was accepted as an ordinary problem because it is operation-based and quite familiar. Therefore, considering both the quality and quantity in the evaluation of creativity will give more accurate results. Taşkın (2016) made a similar suggestion in his study.

Regarding overall creativity scores, the scores of those who were asked to solve the problems they pose are higher than those who were not; that is, the candidates who were asked to solve their problems posed more creative problems. Being asked to solve their own problems might have enabled them to pose more accurate problems because teacher candidates who were not asked to solve their problems gave incomplete information or posed more unsolvable problems. Accordingly, it can be said that posing more problems does not guarantee a high level of creativity in problem-posing. A problem with higher flexibility and originality score is more creative. In other words, for a problem to be described as creative, it must contain different variables; should include different concepts and strategies; should be expressed less frequently by peers, and should require unusual and intuitive solutions. In summary, it has been concluded that being asked/not being asked to solve the problem significantly affected teacher candidates' problem-posing creativity.

Based on the results of the research, the following suggestions were made:

The literature review showed that there is no study analyzing creativity in problem-posing according to being asked/not being asked to solve the problem. Regarding the review of each indicator covered in the study separately, it is difficult to say that there is a clear difference between groups. In this context, working with larger samples may allow more significant results. In addition, conducting interviews with teacher candidates about their problems will give the researcher more detailed information. It is recommended to conduct interviews with the participants to determine the reasons for individual creativity differences. The creativity of teacher candidates can be examined by changing problem-posing tasks (solving/not solving the problem posed) given to the groups participating in the study. Thus, the individual creativity of teacher candidates in both situations can be interpreted more accurately. In addition, this study was conducted with second-year PEMTs. A similar study can be carried out in the following years to see whether the university education improved their creative problem-posing and solving skills. In addition, this study was conducted with teacher candidates with similar academic achievements (GPA 2.5 and above). A similar study can be conducted with a larger sample, including teacher candidates with different academic achievements.

The concepts of learning to think and creative learning are among the basic missions of mathematics education programs. Teachers have an important role in developing students' creativity (Yıldız and Baltacı, 2018). Teachers should have the necessary knowledge and equipment to develop these thinking skills in their students. Therefore, problem-solving-oriented mathematics teaching activities should be included in the program, especially in education faculties that train preschool, classroom, and mathematics teachers. If necessary, a new and compulsory course should be added to the curriculum. One of the course's main objectives should be developing creative thinking in problem-solving in mathematics education.

References

Akgül, S. (2014). *Üstün yetenekli öğrencilerin matematik yaratıcılıklarını açıklamaya yönelik bir model geliştirilmesi.* Yayınlanmamış Doktora Tezi, İstanbul Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, İstanbul.

Altun, M. (2005). *İlköğretim ikinci kademede matematik öğretimi*. Alfa Yayıncılık.

Balka, D. S. (1974). Using research in teaching: Creative ability in mathematics. *The Arithmetic Teacher*, 21(7), 633-636.

Baykul, Y. (1999). *İlköğretimde matematik öğretimi*. Milli Eğitim Bakanlığı Yayınları.

Brown, S. I., & Walter, M. I. (2005). *The art of problem posing*. Psychology Press.

Brunkalla, K. (2009). How to increase mathematical creativity- an experiment. *The Montana Mathematics Enthusiast,* 6, 257- 266.

Budak, İ. (2007). *Matematikte üstün yetenekli öğrencileri belirlemede bir model.* Yayınlanmamış Doktora Tezi, Karadeniz Teknik Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Trabzon.

Chamberlin, S. A. & Moon, S. M. (2005). Model eliciting activities as a tool to develop and identfy creatively gifted mathematicians. *Journal of Secondary Gifted Education,* 17, 37-44.

Doğan, N. (2005). *Yaratıcı Düşünme ve Yaratıcılık, Eğitimde Yeni Yönelimler*. Pegem.

English, L. D. (1997). The development of fifth-grade children's problem- posing abilities. *Educational Studies in Mathematics.* 34(3), 183–217.

Ersoy, E. & Başer, N. E. (2009). İlköğretim 6. sınıf öğrencilerinin yaratıcı düşünme düzeyleri. *Uluslararası Sosyal Araştırmalar Dergisi*, 2(9), 128-137.

Getzels, J. W. & Jackson, P. W. (1962). *Creativity and intelligence: Explorations with gifted students*. Wiley.

Guilford, J. P. (1967). *The nature of human intelligence.* McGraw-Hill.

Güven, M. & Kürüm, D. (2008). Öğretmen adaylarının öğrenme stilleri ile eleştirel düşünme eğilimleri arasındaki ilişki. *İlköğretim Online*, 7(1), 53-70.

Haavold, P. Ø. (2013). *What are the characteristics of mathematical creativity? An emprical and theorical investigation of mathematical creativity?* Unpublished Doctoral Dissertation, University of Tromsø, Norway.

Haylock, D. W. (1987). A framework for assessing mathematical creativity in school children. *Educational Studies in Mathematics,* 8(1), 59-74.

Kandemir, M. A. (2006). *OFMA matematik eğitimi öğretmen adaylarının yaratıcılık eğitimi hakkındaki görüşleri ve yaratıcı problem çözme becerilerinin incelenmesi.* Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Balıkesir Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Balıkesir.

Kıymaz, Y. (2009). *Ortaöğretim matematik öğretmen adaylarının problem çözme durumlarındaki matematiksel yaratıcılıkları üzerine nitel bir araştırma.* Yayınlanmamış Doktora Tezi, Gazi Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Ankara.

Kojima, K., Miwa, K., & Matsui, T. (2009). Study on support of learning from examples in problem posing as a production task. In Proceedings of the 17th International Conference on Computers in Education [CDROM]. *Hong Kong: Asia-Pacific Society for Computers in Education.*

Leikin, R. (2008). Teaching mathematics with and for creativity: An intercultural perspective. In P. Ernest, B. Greer and B. Sriraman (Eds.), *Critical issues in mathematics education* (pp. 39-43). USA: Information Age Publishing Inc. ve The Montana Council of Teachers of Mathematics.

Leikin, R. (2009). Exploring mathematical creativity using multiple solution tasks. In R. Leikin, A. Berman ve B. Koichu (Eds.), *Creativity in mathematics and the education of gifted students* (pp. 129–145). Rotterdam: Sense Publishers.

Leikin, R. & Pitta-Pantazi, D. (2013). Creativity and mathematics education: The state of the art. *ZDM*, 45(2), 159-166.

Leikin, R. & Kloss, Y. (2011, 9-13 February). *Mathematical creativity of 8th and 10th grade students*. Seventh Conference of the European Society for Research in Mathematics Education (CERME-7), Rzeszó, Poland.

Leung, S. S. (1993). Mathematical problem posing: The influence of task formats, mathematics knowledge, and creative thinking. In I. Hirabayashi, N. Nohda, K. Shigematsu, & F. Lin (Eds.), *Proceedings of the 17th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, vol. III (pp. 33–40). Tsukuba, Japan.

Leung, S. S. (1997). On the role of creative thinking in problem posing. *ZDM*, 29(3), 81-85.

Mandacı Şahin, S. (2007). *8. sınıf öğrencilerinin matematik gücünün belirlenmesi.* Yayınlanmamış Doktora Tezi, Karadeniz Teknik Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Trabzon.

Mann, E. L. (2005). *Mathematical creativity and school mathematics: indicators of mathematical creativity in middle school students.* Unpublished Doctoral Dissertation, University of Connecticut, Storrs, ABD.

Mann, E. L. (2009). The search for mathematical creativity: Identifying creative potential in middle school students. *Creativity Research Journal,* 21(4), 338-348.

Milli Eğitim Bakanlığı (MEB). (2009). *İlköğretim matematik dersi 6-8. sınıflar öğretim programı ve kılavuzu.* Milli Eğitim Bakanlığı.

National Council of Teachers of Mathematics (NCTM) (1991). *Professional standards for teaching mathematics.* Reston, VA: Author

Özcan, S. (2009). *Yaratıcı düşünme etkinliklerinin öğrencilerin yaratıcı düşünmelerine ve proje geliştirmelerine etkisi.* Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Gazi Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Ankara.

Özmen, Z. M., Taşkın, D. & Güven, B. (2012). İlköğretim 7. sınıf matematik öğretmenlerinin kullandıkları problem türlerinin belirlenmesi. *Eğitim ve Bilim,* 37(165), 1-16.

Rosli, R., Capraro, M. M. & Capraro, R. M. (2014). The effects of problem posing on student mathematical learning: A meta-analysis. *International Education Studies*, 7(13), 227-241.

Schreglmann, S. & Kazancı, Z. (2016). Öğretmen adaylarının "yaratıcı öğretmen" kavramına yönelik metaforik algıları. *Journal of Gifted Education and Creativity*, 3(3), 21-34.

Shriki, A. (2010). Working like real mathematicians: Developing prospective teachers' awareness of mathematical creativity through generating new concepts. *Educational Studies in Mathematics,* 73(2), 159-179.

Shriki, A. (2013). A model for assessing the development of students' creativity in the context of problem posing. *Creative Education,* 4(7), 430.

Silver, E. A. (1994). On mathematical problem posing. *For the learning of mathematics*, 14(1), 19-28.

Silver, E. A. (1997). Fostering creativity through instruction rich in mathematical problem solving and problem posing. *ZDM—The International Journal on Mathematics Education,* 29(3), 75–80.

Singer, F. M. (2012). Exploring mathematical thinking and mathematical creativity through problem posing. In R. Leikin, B., Koichu, & A. Berman (Eds.), Exploring and advancing mathematical abilities in high achievers (pp. 119–124). Haifa: University of Haifa.

Siswono, T. Y. E. (2011). Levels of students' creative thinking in classroom mathematics. *Educational Research and Review,* 6(7), 548-553.

Sriraman, B. (2004). The characteristics of mathematical creativity. *The Mathematics Educator,* 14(1), 19-34.

Sriraman, B. (2005). Are giftedness and creativity synonyms in mathematics? *The Journal of Secondary Gifted Education,* 17(1), 20–36.

Şimşek, H. & Yıldırım, A. (2005). *Sosyal bilimlerde nitel araştırma yöntemleri*. Seçkin Yayıncılık.

Taşkın, D. (2016). *Üstün yetenekli tanısı konulmuş ve konulmamış öğrencilerin matematikte yaratıcılıklarının incelenmesi: Bir özel durum çalışması.* Yayınlanmamış Doktora Tezi, Karadeniz Teknik Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Trabzon.

Turhan, B. & Güven, M. (2014). Problem kurma yaklaşımıyla gerçekleştirilen matematik öğretiminin problem çözme başarısı, problem kurma becerisi ve matematiğe yönelik görüşlere etkisi. *Çukurova Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 43(2), 217-234.

Yıldız, A. & Baltacı, S. (2018). An analysis of the creativity fostering behaviors of secondary school mathematics teachers working at two different institutions. *YYU Journal of Education Faculty, 15*(1), 1392-1418. *http://dx.doi.org/10.23891/efdyyu.2018.109.*

Yuan, X. & Sriraman, B. (2011). An exploratory study of relationships between students' creativity and mathematical problem-posing abilities. In Sriraman, B. and Hwa Lee, K (Eds.), *The Elements of Creativity and Giftedness in Mathematics.* (pp.5-28). Taipei: Sense Publishers.

Appendices

Appendix 1. Problem Posing Activity

Mr. Onur has made the decision to purchase a house for 600.000 Turkish Liras (TL). When he bought the house, he put down 200,000 TL as a down payment and planned to pay the rest in monthly installments. Its monthly payments comprise an annual interest rate of 8% on the principal and a 5180 TL annual insurance fee.

Guidelines: Construct mathematical problems involving transactions connected to the purchase and sale of a home, taking into account probable links between the information provided. Do not ask questions such as "Can you tell me where the house is?" because this is not a mathematical problem.

- Try to pose as many problems as you can.
- Try to pose problems of different level of difficulty. <u>Do not</u> solve them.
- Pose <u>different types</u> of problems rather than the same type of problems.

NOTE: You have the option of changing and/or adding to the information provided in the problem. Make a note of any modifications you make to the problem.

Appendix 2. The fluency, flexibility and originality scores of the PEMTs who did not solve the problem they posed

Participant	Total Number of Problems	Fluency	Flexibility	Originality	Creativity	Total Creativity
A1	10	1	10	0.1	1	1.12
		1	1	0.1	0.1	
		1	0.1	0.1	0.01	
		1	0.1	0.1	0.01	
Total		4	11.2	0.4		
A2	9	1	10	1	10	51.2
		1	1	0.1	0.1	
		1	10	1	10	
		1	10	1	10	
		1	1	10	10	
		1	0.1	1	0.1	
		1	10	1	10	
		1	1	1	1	
Total		8	43.1	16.1		
A3	6	1	10	0.1	1	12.11
		1	10	1	10	
		1	1	0.1	0.1	
		1	10	0.1	1	
		1	0.1	0.1	0.01	
Total		5	31.1	1.4		
A4	8	1	10	0.1	1	12.12
		1	10	1	10	
		1	1	0.1	0.1	
		1	1	1	1	

		1	0.1	0.1	0.01	
		1	0.1	0.1	0.01	
Total		6	22.2	2.4		
A5	5	1	10	1	10	10
A6	3	All problems contain missing information				
A7	4	All problems contain missing information				
A8	8	1	10	0.1	1	112.2
		1	1	0.1	0.1	
		1	10	1	10	
		1	10	0.1	1	
		1	10	10	100	
		1	0.1	1	0.1	
Total		6	41.1	12.3		
A9	10	1	10	0.1	1	11.3
		1	1	0.1	0.1	
		1	10	1	10	
		1	0.1	1	0.1	
		1	1	0.1	0.1	
Total		5	22.1	2.3		
A10	8	All problems contain missing information or problems are not mathematically valid				
A11	6	1	10	0.1	1	31.01
		1	10	1	10	
		1	0.1	0.1	0.01	
		1	1	10	10	
		1	1	10	10	
Total		5	22.1	21.2		
A12	4	1	10	0.1	1	1
	Rest of the 8 problems contain missing information					

Appendix 3 The fluency, flexibility and originality scores of the PEMTs who solved the problem they posed.

Participant	Total Number of Problems	Fluency	Flexibility	Originality	Creativity	Total Creativity
S1	4	1	10	0.1	1	11.1
		1	1	0.1	0.1	
		1	10	1	10	
Total		3	21	1.2		
S2	2	1	10	0.1	1	2
		1	10	0.1	1	
Total		2	20	0.2		
S3	7	1	10	0.1	1	22.3
		1	1	0.1	0.1	
		1	1	0.1	0.1	
		1	10	1	10	
		1	1	1	1	
		1	10	1	10	
		1	1	0.1	0.1	
Total		7	34	3.4		
S4	3	1	10	0.1	1	21
		1	10	1	10	
		1	10	1	10	
Total		3	30	2.1		
S5	3	1	10	0.1	1	2
		1	10	0.1	1	
Total		2	20	0.2		
S6	4	1	10	10	100	101.2
		1	10	0.1	1	
		1	1	0.1	0.1	
		1	1	0.1	0.1	
Total		4	22	10.3		
S7	4	1	10	0.1	1	1
S8	4	1	10	0.1	1	11.2
		1	1	0.1	0.1	
		1	10	1	10	
		1	1	0.1	0.1	
Total		4	22	1.3		
S9	2	1	10	0.1	1	2
		1	10	0.1	1	
Total		2	20	0.2	2	
S10	3	1	10	1	10	11.1
		1	1	0.1	0.1	
		1	1	1	1	
Total		3	12	2.1		
S11	3	1	10	1	10	110.1
		1	0.1	0.1	0.1	
		1	10	10	100	
Total		3	20.1	11.1		
S12	3	1	10	1	10	12

	1	1	1	1
	1	1	1	1
Toplam	3	12	3	

Ahi Evran Üniversitesi
Kırşehir Eğitim Fakültesi Dergisi

ISSN: 2147 - 1037

KEFAD
http://kefad.ahievran.edu.tr

Examining Secondary School Inclusive Students' Levels of Mathematics Abstraction

Elif Ertem Akbaş
Murat Cancan
Tuğçe Toygan

Article Information

CrossMark

DOI: 10.29299/kefad.881356

Received: 16.02.2021
Revised: 18.05.2021
Accepted: 11.09.2021

Keywords:

Secondary School,
Special Education,
Inclusive Education,
Mathematics,
Abstraction

Abstract

The study aimed to examine secondary school inclusive students' mathematics abstraction levels. The research was designed as a case study that examined the "internal state" because the purpose was to describe and elaborate a case by determining a special case and because the case was limited in terms of time and place. The participants were 4 secondary school inclusive students studying at a secondary school in the city center of Van in the academic year of 2019-2020. While selecting the participants, the homogeneous group sampling technique, one of the purposeful sampling techniques, was used. In this respect, the mathematical abstraction levels of the students with the same level of readiness and disability were examined. The study was conducted using the live-course application of Education Informatics Network (EBA) due to the epidemic (coronavirus) affecting our country and the whole world. To examine the inclusive students' mathematical abstraction levels, a data collection tool including four open-ended questions was prepared by taking expert views. The results revealed that one of the students did not come out at any level of abstraction; two of them were at the experimental abstraction level; and one was at the reflective abstraction level.

Ortaokul Kaynaştırma Öğrencilerinin Matematik Soyutlama Düzeylerinin İncelenmesi

Makale Bilgileri

CrossMark

DOI: 10.29299/kefad.881356

Yükleme: 16.02.2021
Düzeltme: 18.05.2021
Kabul: 11.09.2021

Anahtar Kelimeler:

Ortaokul,
Özel Eğitim,
Kaynaştırma,
Matematik,
Soyutlama

Öz

Bu araştırmanın amacı ortaokul kaynaştırma öğrencilerinin matematik soyutlama düzeylerini incelemektir. Araştırma zaman ve mekân ile sınırlandırılmış bir durum olması ve özel bir durumun belirlenmesi ile durumun betimlenmesi ve detaylandırılması amaçlandığından dolayı "içsel durumun incelendiği" bir durum çalışmasıdır. Araştırmanın katılımcılarını 2019-2020 Eğitim-Öğretim yılında Van il merkezindeki bir ortaokulda öğrenim gören 4 ortaokul kaynaştırma öğrencisi oluşturmaktadır. Katılımcıların seçiminde amaçlı örnekleme tekniklerinden homojen grup örnekleme tekniği kullanılmıştır. Bu bağlamda aynı hazırbulunuşluk seviyesinde ve yetersizliğe sahip olan öğrencilerin matematik soyutlama düzeyleri incelenmiştir. Araştırma, ülkemizde ve tüm dünyada etki gösteren salgın (koronavirüs) sebebiyle Eğitim Bilişim Ağı (EBA) canlı ders uygulaması ile gerçekleştirilmiştir. Kaynaştırma öğrencilerinin matematik soyutlama düzeylerinin incelenmesi için uzman görüşü alınarak "zihinden toplama işlemi yapma" ve "örüntü oluşturma, devam ettirme ve genelleyebilme" kazanımları ile ilgili her biri dört açık uçlu sorudan oluşan veri toplama aracı hazırlanmıştır. Araştırmanın sonucunda öğrencilerden biri herhangi bir soyutlama düzeyinde çıkmamış, ikisi deneysel soyutlama düzeyinde ve biri de birinci derece yansıtıcı soyutlama düzeyinde çıkmıştır.

Sorumlu Yazar : Elif Ertem Akbaş, Dr.Öğr.Üyesi, Yüzüncü Yıl Üniversitesi, Türkiye, eertema@gmail.com, ORCID ID: 0000-0002-4004-1697

Murat Cancan, Doç. Dr., Yüzüncü Yıl Üniversitesi, Türkiye, mcancan@yyu.edu.tr, ORCID ID: 0000-0002-8606-2274

Tuğçe Toygan, Yüksek Lisans Öğrencisi, Yüzüncü Yıl Üniversitesi, Türkiye, ttoygan93@gmail.com, ORCID ID: 0000-0003-0093-7701

Atıf için: Ertem Akbaş, E., Cancan, M., & Toygan, T. (2022). Ortaokul kaynaştırma öğrencilerinin matematik soyutlama düzeylerinin incelenmesi. *Kırşehir Eğitim Fakültesi Dergisi*, *23*(Özel Sayı), 427-471.

Giriş

Öğrenim hayatına herhangi bir desteğe ihtiyaç duymadan devam eden öğrenciler olduğu gibi, bireysel farklılıklarından dolayı desteğe ihtiyaç duyan öğrenciler de vardır. Akçamete (2015), özel eğitime ihtiyaç duyan öğrencilerin, eğitimden daha fazla yararlanabilmek ve eğitsel gereksinimlerini karşılayabilmeleri için bireyselleştirilmiş eğitim ve ilgili hizmetlere ihtiyaç duyduklarından bahsetmiştir. İhtiyaç duydukları eğitimin genel eğitim sınıflarında yani en az kısıtlayıcı ortamda verilmesi önemlidir. Çünkü en az kısıtlayıcı ortam öğrencinin akranlarıyla fiziksel, sosyal ve eğitsel olarak kaynaştırılmasını sağlamaktadır. Her birey için öğrenme farklıdır (Sucuoğlu, 2010). Dolayısıyla özel eğitime ihtiyacı olan öğrenciler için de ayrı bir plan hazırlanması gerekmektedir. Özel eğitime ihtiyacı olan bireylerin; fiziksel özellikleri ve eğitim ihtiyaçları doğrultusunda belirlenen amaçlara ulaşmaya yönelik bireyselleştirilmiş eğitim programı hazırlanmaktadır. Bu programların öğrencilere uygulanma yeri, eğitim ortamları, öğrencilerin yeterliliklerine ve ihtiyaçlarına göre değişiklikler göstermektedir Kaynaştırma/bütünleştirme yoluyla eğitimlerine devam eden öğrencilerin destek eğitim alabilmesi için destek eğitim odaları hazırlanmaktadır. Dolayısıyla özel eğitime ihtiyacı olan bireyler, akranlarından ayrılmadan ve ihtiyaçları doğrultusunda eğitim alarak, bağımsızlıklarını kazanabilmektedirler. Bağımsızlıklarını kazanmaları toplumsal rolleri de üstlenmelerini sağlamaktadır. Genel olarak bu tür çalışmaların tamamına bakıldığında özel eğitime ihtiyacı olan bir çocuğa ilişkin sınıf içinde, okulda veya ev ortamında yapılabilecek eğitsel ve davranışsal uyarlamalara dair bilgi veren çalışmalara ihtiyaç olduğu düşünülmektedir (Doğaroğlu, 2013).

Özel eğitime ihtiyaç duyan bireylere eğitsel ve sosyal ihtiyaçlarını karşılamak üzere verilen eğitim özel eğitim olarak tanımlanmıştır (Özel Eğitim Hizmetleri Yönetmeliği). Bu tanım doğrultusunda özel eğitimin amacı özel eğitime ihtiyaç duyan bireylere yeterlilikleri ve ihtiyaç duydukları alanda eğitim vererek başta kendilerine yeterli olmalarını sağlamak ve topluma kazandırmaktır (ÖEHY, 2020).

Sorgun Rehberlik Araştırma Merkezi (Sorgun RAM, 2017) doğum öncesi, doğum anı ve doğum sonrasında meydana gelen nedenlerden dolayı bazı bireylerde görülen aksaklıkları yetersizlik olarak tanımlanmıştır. Bu yetersizlik türleri bedensel, zihinsel yetersizlik, görme, işitme yetersizliği, dil ve konuşma bozukluğu, öğrenme güçlüğü, süreğen hastalıklar, gelişimsel bozukluklar, dikkat eksikliği ve hiperaktivite bozukluklarıdır. Bu çalışmada öğrenme güçlüğü, dikkat eksikliği ve hiperaktivite bozukluğu olan öğrenciler ile çalışıldığından dolayı bu iki yetersizlik türünün açıklamalarından bahsedilecektir.

Öğrenme Güçlüğü

Çocuğun okuma-yazma, matematik, konuşma-dinleme, akıl yürütme yeteneğini kazanma ve kullanabilmesinde yaşadığı zorluk olarak tanımlanmıştır (MEB, 2014). Ayrıca öğrenme güçlüğü gelişimsel bozukluk olarak tanımlanmıştır (MEB, Modül-5). Özel öğrenme güçlükleri: okuma güçlüğü (disleksi), yazma güçlüğü (disgrafi), matematik güçlüğü (diskalkuli) şeklinde sınıflandırılabilir.

Dikkat Eksikliği ve Hiperaktivite Bozukluğu

Bireyin akranlarına göre normal olmayan dikkat sorunları, yerinde duramama ve istekleri erteleyememe (dürtüsellik) ile genetik ya da çevresel farklılıklar nedeniyle kendini gösteren bir bozukluk olarak tanımlamıştır (Sorgun RAM, 2017).

Kaynaştırma/Bütünleştirme Yoluyla Eğitim

Özel eğitimin temel aldığı amaçlardan biri olan kaynaştırma eğitimi öğrencilerin eğitimlerini yaşıtlarıyla birlikte almalarına olanak sağlar. Bu olanak ile özel eğitime ihtiyacı olan bireyler, kaynaştırma/bütünleştirme yoluyla eğitimlerine yaşıtları ile birlikte aynı sınıfta tam zamanlı veya özel eğitim sınıflarında yarı zamanlı olarak devam edebilirler. Özel eğitim okullarında her tür ve kademedeki eğitim programları kaynaştırma/bütünleştirme yoluyla eğitim verilebilir (ÖEHY, 2020).

Yapılandırmacılık ve Soyutlama

Yapılandırmacılık bilginin nasıl oluştuğu, insanın bilgiyi nasıl elde ettiği ile ilgili bir kuramdır. Piaget' ye göre zihinsel gelişimin temelinde yapısalcı öğrenme kuramı vardır. Bu kurama göre bilgi zihinsel gelişme sürecinde birey tarafından zihinde yapılandırılır. Birey bilgiyi kendi zihninde yapılandırdığı için süreci içselleştirir. Öğrencinin bilgiyi yapılandırdığı süreç Piaget'ye göre içsel bir süreç olarak tanımlanmaktadır (Zembat, 2016). Piaget öğrenme kavramını yani içselleştirme sürecini özümseme, düzenleme ve denge kavramları ile açıklamıştır.

Toplumun ihtiyaç duyduğu insan yapısının zaman içerisinde değişmesine bağlı olarak öğretim programlarında da bu doğrultuda değişikliğe gidilmiştir. Buna bağlı olarak 2005 program değişikliğinden itibaren yapılandırmacı yaklaşım öğretim programlarında yer almıştır. Öğretim programlarında yapılandırmacı yaklaşımın egemen olmasının en önemli nedenlerinden biri öğrencilerin matematiksel bilgiyi yeterince soyutlayamamasıdır. Bilişsel dengenin bozulması ile birey eski bilgi ve deneyimleri arasında ilişki kurarak derin düşünmeye yönelir. Pesen'e (2008) göre, soyutlamanın oluşması matematiksel yapılar arasındaki bu ilişkilerin kurulmasına bağlıdır.

Piaget, soyutlamanın bilişsel bir süreç olduğunu savunmuştur. Soyutlama kavramını, deneysel soyutlama (empirical abstraction) ve yansıtıcı (reflective abstraction) olarak ikiye ayırmıştır (Zembat, 2016). Deneysel soyutlama nesnelerin görünen özellikleri (rengi, biçimi, vs.) ile ilgili çıkarım yapılmasıdır. Burada nesnelerin fiziksel özelliklerinden yararlanıldığı için matematiksel anlamda bir genelleme yapılmaz (Zembat, 2016). Yansıtıcı soyutlama bireyin yaptığı eylemler ve zihnindeki ilişkiler arasında kurduğu yeni çıkarımlar ile ilgilidir. Yansıtıcı soyutlamada birey bilgiyi zihninde yeniden yapılandırdığı öğrenme sürecini içselleştirdiği için matematiksel genellemelere ulaşır (Zembat, 2016). Piaget (2001), yansıtıcı soyutlama düzeyini "reflecting abstraction, reflected abstraction ve metareflection" üç aşamada ele almıştır. Zembat (2016), bu kavramların hiyerarşik bir sıralamaya sahip olmasından dolayı Türkçeye çevirirken anlam kaybını önlem amacıyla yansıtıcı soyutlama düzeylerini; birinci, ikinci ve üçüncü derece yansıtıcı soyutlama düzeyleri olacak şekilde ele almıştır. Bu çalışmada kazanımlara ait soyutlama düzeylerinin belirlenmesinde Zembat'ın (2016) denk kesir kavramına ilişkin hazırladığı soruların matematik soyutlama düzeyleri temel alınmıştır.

Özel Eğitim ve Matematik Eğitimi

Özel eğitime ihtiyaç duyan bireylere, ihtiyaç duydukları alanlarda eğitim verilmesi gerekliliğinden dolayı bu bireylere kaba değerlendirme formu uygulanır. Kaba değerlendirme formu bireyselleştirilmiş eğitim planı (BEP) hazırlamadan önce uygulanan yüzeysel bir değerlendirmedir (ÖEHY,2020). Kaba değerlendirme formuna matematik öğretim programında bulunan tüm kazanımlar yazılmalıdır. Kaba değerlendirme yapılırken, bireyin kazanımı yapıp yapamadığına ya da bilip bilmediğine bakılır. Bu değerlendirmeye göre öğrencinin gelişimsel ve fiziksel özellikleri de dikkate alınarak bireyselleştirilmiş eğitim planı hazırlanır.

Matematiksel bilgilerin soyutlanma süreci, yapılandırmacı yaklaşımın 2005-2006 eğitim öğretim yılında öğretim programlarında yer almasıyla birlikte daha da önem kazanmıştır. Bu doğrultuda matematik dersi öğretim programının ulaşmaya çalıştığı özel amaçlar, öğrencilerin matematiksel kavramları anlayabilmeleri ve günlük hayatta kullanabilmeleri, üstbilişsel bilgi ve becerilerini geliştirebilecek şekilde kendi öğrenme süreçlerini bilinçli biçimde yönetebilmeleri şeklinde düzenlenmiştir (MEB, 2018). Matematik öğretiminin amacına ulaşabilmesi için uyulması gereken ilkeler "kavramsal temellerin oluşturulması, ön şartlılık ve anahtar kavramlara dikkat edilmesi, öğretim sürecine çevreyi ve araştırma çalışmalarını dahil edip öğretmene ve öğrenciye uygun görevler verilmesi, matematiğe karşı olumlu tutum geliştirilmesi" şeklinde belirtilmiştir (Altun, 2015). Matematik ilkelerine dikkat edilerek öğretim yapılması, öğretimi sıradanlıktan kurtaracağı için özel eğitime ihtiyacı olan bireylerin soyut kavramları öğrenmesini kolaylaştıracaktır. Matematik soyut bir alan olduğundan ve soyutlama yapmak gerektiğinden öğrenciler matematiksel bilgiyi yapılandırmakta zorluk çekmektedirler.

Normal öğrenciler gibi özel eğitime ihtiyaç duyan öğrencilerin de eğitim hakkı vardır. En az kısıtlayıcı ortam olan kaynaştırma eğitimi, öğrencilere yaşıtlarıyla birlikte eğitim alma imkânı sunar. Böylelikle kaynaştırma eğitimiyle öğrencinin eğitsel performansının yanı sıra, sosyal gelişimine de katkı sağlanır. Matematik soyut ve genellikle anlaşılması zor bir ders olduğu için özel eğitime ihtiyaç duyan bireylere daha anlaşılmaz gelebilmektedir. İşte bu anlamda kaynaştırma öğrencilerinin eğitim sürecine daha fazla dâhil olabilmeleri ve eğitim-öğretim sürecinden daha iyi yararlanabilmeleri göz önünde bulundurularak, bu araştırmanın problem durumları aşağıda belirtildiği gibi belirlenmiştir.

- Öğrencilerin yetersizlik türlerinin aynı olması matematik soyutlama düzeylerini etkiler mi?
- Öğrencilerin hazırbulunuşluk düzeylerinin aynı olması matematik soyutlama düzeylerini etkiler mi?

Yöntem

Araştırmanın Modeli

Bu araştırmada ortaokul kaynaştırma öğrencilerinin bireyselleştirilmiş eğitim planı doğrultusunda belirlenen kazanımlar ile ilgili hazırlanan sorular ile matematik soyutlama düzeylerinin incelenmesi amaçlanmıştır. Araştırma zaman ve mekân ile sınırlandırılmış bir durum olması ve özel bir durumun belirlenmesi, betimlenmesi ve detaylandırılması amaçlandığından "içsel durumun incelendiği" bir durum çalışmasıdır. Burada ortaokul kaynaştırma öğrencilerinin matematik soyutlama düzeyleri kendi koşulları içinde tanımlanmaya çalışılmıştır. Stake'ye (1995) göre, nitel bir durum çalışması eşi olmayan bir durumu ortaya koymak için tasarlanabilir. Creswell (2002), eşi olmayan bu durum betimlemesini detaylı incelemenin kendine has bir tabiatı vardır, diyerek içsel durum çalışmasını vurgulamıştır. Bu amaçla araştırmaya katılan ortaokul kaynaştırma öğrencilerine kazanımları doğrultusunda uzman görüşü alınarak hazırlanan 4 açık uçlu soru uygulanmıştır.

Çalışma Grubu

Araştırmanın katılımcılarını 2019-2020 eğitim-öğretim yılında Van il merkezindeki sosyo-ekonomik statüsü düşük bir okulda öğrenim gören 4 ortaokul kaynaştırma öğrencisi oluşturmaktadır. Katılımcıların seçiminde amaçlı örnekleme tekniklerinden homojen grup örnekleme tekniği kullanılmıştır. Bu bağlamda aynı hazırbulunuşluk seviyesinde ve aynı yetersizliğe sahip olan öğrencilerin matematik soyutlama düzeyleri incelenmiştir. Uygulamaya katılan ortaokul kaynaştırma öğrencilerinin isimleri gizli tutularak Ö1, Ö2, Ö3 ve Ö4 şeklinde kodlanmıştır. Aşağıda Tablo 1 ve Tablo 2'de katılımcıların demografik özellikleri ve hazırbulunuşluk seviyeleri sunulmuştur.

Tablo 1. *Uygulamaya katılan kaynaştırma öğrencilerinin demografik özellikleri*

Öğrenci Kodu	Cinsiyet	Sınıf Seviyesi	Yetersizlik Alanı
Ö1	K	5	Dikkat eksikliği ve hiperaktivite bozukluğu
Ö2	E	5	Dikkat eksikliği ve hiperaktivite bozukluğu
Ö3	E	7	Özel öğrenme güçlüğü
Ö4	E	7	Dikkat eksikliği ve hiperaktivite bozukluğu ve özel öğrenme güçlüğü

Tablo 2. *Araştırmaya katılan öğrencilerin matematik dersi hazırbulunuşluk seviyeleri*

Öğrenci Kodu	Hazırbulunuşluk Düzeyi	Ulaşılması Beklenen Hedef
Ö1 ve Ö2	Eldeli ve eldesiz verilen toplama	Zihinden toplama işlemi yapabilme

	işlemlerini yapabilme	
Ö3 ve Ö4	Geometrik cisim ya da şekillerden tekrar eden örüntüdeki kuralı sözel olarak ifade eder ve devam ettirebilme	Kuralı verilen sayı ya da şekil örüntülerinde istenilen adımı bulabilme

Demografik bilgiler kısmında araştırmaya katılan öğrencilerden cinsiyet ve sınıf düzeyi bilgileri alınmıştır. Okul rehber öğretmeni ile görüşülerek uygulamaya katılan öğrencilerin hangi alanda yetersizlik yaşadıkları öğrenilmiş ve demografik bilgiler kısmına eklenmiştir.

Uygulama Süreci

2019-2020 Eğitim-Öğretim yılında Van il merkezinde, 4 ortaokul kaynaştırma öğrencisine araştırma için gerekli izinler alınarak ders etkinlikleri ve hazırlanan sorular uygulanmıştır. Ülkemizde ve tüm dünyada etki gösteren salgın (koronavirüs) sebebiyle uygulama, Eğitim Bilişim Ağı (EBA) üzerinden öğrenciler ile görüşülerek gerçekleştirilmiştir. Araştırma iki hafta olarak planlanmış ve araştırmanın ilk haftası öğrencilerin konu ile ilgili eksik bilgilerini gidermeye yönelik olmuştur. İkinci hafta ise konu ile ilgili matematik soyutlama düzeylerinin incelenmesine yönelik hazırlanan sorular uygulanmıştır. Bulgular bölümünde canlı derslerin hafta hafta ve ders ders nasıl uygulandığı yazılmış olup her öğrenci ile bireysel çalışılmıştır.

Araştırma sırasında veri toplama işlemlerine ait çalışma takvimi aşağıda verilmiştir.

1. Matematik soyutlama düzeylerini belirlenmeden önce Kaba Değerlendirme Formu ile öğrencilerin yetersiz olduğu kazanımlar (hazırbulunuşlukları) belirlenmiştir. Bu doğrultuda ders planı hazırlanmıştır.
2. Birinci hafta yetersiz oldukları alan ile ilgili hazırlık soruları uygulanmıştır.
3. İkinci hafta ise matematik soyutlama düzeylerini belirlemek amacıyla hazırlanan sorular uygulanmıştır.

Veri Toplama Araçları

Araştırma için önce literatür taraması yapılmıştır. Ortaokul kaynaştırma öğrencilerinin matematik soyutlama düzeylerini belirlemek amacı doğrultusunda konu ile ilgili yasal dayanaklar, yüksek lisans ve doktora tezleri, makaleler, kitaplar, internet ve MEB ilkokul ve ortaokul matematik dersi öğretim programı detaylı olarak incelenmiştir. Bu incelemeler sonunda alana hâkim uzman görüşü alınarak dörder ana sorudan oluşan açık uçlu sorular hazırlanmıştır.

Ö1 ve Ö2 için hazırlanan sorular "demografik bilgiler ve sorular" olmak üzere iki kısımdan oluşmaktadır. Sorular kısmında; konuyla ilişkili dört ana soru bulunmaktadır. Bu dört soru aynı amaca (zihinden toplama işlemini yapabilecek stratejiler geliştirme) hizmet etse de matematik soyutlama düzeyleri birbirinden farklıdır. Birinci soru iki alt sorudan, ikinci soru üç alt sorudan, üçüncü soru dört alt sorudan ve dördüncü soru dört alt sorudan oluşmaktadır. Aşağıda Ö1 ve Ö2'nin matematik soyutlama düzeylerinin incelenmesi için hazırlanmış sorular ve sorulara göre matematik soyutlama düzeyleri açıklanmıştır.

- Birinci ve ikinci sorularda, öğrencilerden modellenilerek verilen toplama işleminin yapılması istendiği için öğrenciler fiziksel bir modellemeden yararlanarak bu soruyu yapabilirler ise deneysel soyutlama (empirical abstraction) düzeyi,

- Üçüncü soruda, toplama işleminin değişme ve birleşme özelliği öğrencilerin zihinlerinde canlandırdıkları düşünceleri ifade edebilmelerine olanak sağladığından birinci derece yansıtıcı soyutlama (reflecting abstraction) düzeyi,

- Dördüncü soruda, strateji geliştirerek verilen toplama işlemlerini yapması istenmiştir. Burada öğrencinin sayı ilişkilerini kullanması, sayıları farklı şekillerde birleştirip ayırabilmesi; üçüncü soruya göre daha fazla mantıksal düşünme içerdiğinden dolayı ikinci derece yansıtıcı soyutlama (reflected abstraction) düzeyi,

olarak belirlenmiştir.

Ö3 ve Ö4 için hazırlanan sorular da konuyla ilişkili dört ana sorudan oluşmaktadır. Bu dört ana soru aynı amaca (örüntü oluşturma, örüntüyü devam ettirme ve genelleme) hizmet etse de matematik soyutlama düzeyleri birbirinden farklıdır. Dört soru da iki alt sorudan oluşmaktadır. Aşağıda Ö3 ve Ö4'ün matematik soyutlama düzeylerinin incelenmesi için hazırlanmış sorular ve sorulara göre matematik soyutlama düzeyleri açıklanmıştır.

- Birinci soruda, öğrenciler verilen örüntüyü devam ettirirken, şekillerden yani fiziksel bir modellemeden yararlandıkları için deneysel soyutlama (empirical abstraction) düzeyi,

- İkinci ve üçüncü sorularda, artık geometrik örüntüler yerine basit düzeyde sayı örüntüleri verilmiştir. Sayı örüntülerini görmek, zihinde canlandırmak fiziksel modelleme sorularına göre daha soyut olduğundan ve dolayısıyla derin düşünmeyi gerektirdiğinden birinci derece yansıtıcı soyutlama (reflecting abstraction) düzeyi,

- Dördüncü soruda, örüntünün herhangi bir noktasında ne olacağını bulabilmek, örüntülerin genişlediğini zihinlerinde canlandırabilmek cebirsel olarak daha derin düşünmeyi gerektirdiğinden ikinci derece yansıtıcı soyutlama (reflected abstraction) düzeyi,

- Son olarak örüntüleri; fonksiyon, aritmetik ve geometrik dizi ile ilişkilendirebilmek ise üçüncü derece yansıtıcı soyutlama (metareflection) düzeyi,

olarak belirlenmiştir. Üçüncü derece yansıtıcı soyutlama ortaöğretim ve yükseköğretim seviyesindeki öğrencilere uygun olduğundan bu seviyeye dair örneklere yer verilmemiştir.

Zembat'ın (2016) denk kesir kavramının öğretimine ilişkin hazırladığı soruların soyutlama düzeyleri ve bu soyutlama düzeylerini nasıl açıkladığı temel alınarak belirlenen kazanımların soyutlama düzeylerine dair aşağıdaki çerçeve, uzman görüşü alınarak oluşturulmuştur.

Tablo 3. *Kazanımlara dair soyutlama düzeyleri ve açıklamaları*

Kazanımlar	Düzeyler Deneysel Soyutlama (0.)	1. Derece Yansıtıcı Soyutlama (1.)	2. Derece Yansıtıcı Soyutlama (2.)	3. Derece Yansıtıcı Soyutlama (3.)
Zihinden toplama işlemi yapmaya yönelik stratejiler oluşturma.	Modelle verilen toplama işlemini yapabilme. Fiziksel nesnelerden yararlanılarak yapıldığı için yansıtıcı düşünme gerçekleşmemiştir.	Toplama işleminin değişme ve birleşme özelliğini kullanabilme. Fiziksel nesnelerden yararlanmadan, toplama işlemine ait bu iki özelliği kullanabilmeleri süreci içselleştirdikleri, derin düşündükleri gösterir.	Kendi stratejilerini üreterek verilen toplama işlemini yapabilme. Verilen stratejiyi açıklayabilme. Öğrencilerin kendi stratejilerini üreterek işlem yapması daha az hata yapmalarına olanak sağlar. Bu düzeyde öğrenci var olan stratejiyi açıklayabildiği ve kendi stratejisini üretebildiği için yansıtıcı soyutlama gerçekleşmiştir. Bir önceki düzeye göre daha derin bir düşünme vardır.	
Örüntü oluşturma, verilen örüntüyü devam ettirme ve örüntünün kuralını bulma.	Verilen geometrik örüntülerin bir sonraki adımını çizebilme. Öğrenci fiziksel nesnelerden yararlanarak bir sonraki adıma ulaştığı için yansıtıcı soyutlama düzeyi gerçekleşmemiştir.	Verilen sayı örüntüsünün bir sonraki adımını tahmin edebilme ve kuralı bozan sayıyı bulabilme. Sayı örüntüleri arasındaki ilişkiyi görebilmek, geometrik şekiller arasındaki ilişkiye göre daha derin düşünmeyi gerektirir.	Genişleyen örüntü. Örüntünün herhangi bir noktasında ne olacağını söyleyebilme. Bu düzeyde öğrencinin, örüntünün herhangi bir noktasında ne olacağını söyleyebilmesi için cebirsel olarak örüntüyü genellemesi gerekir. Bu da cebirsel düşünmeyi ve dolayısıyla bir önceki düzeye göre daha derin düşünmeyi gerektirir.	Verilen örüntüyü aritmetik ve geometrik dizi olarak ifade edebilme.

Verilerin Analizi

Çalışma kapsamında hazırlanan sorular uygulandıktan sonra katılımcıların hazırbulunuşlukları doğrultusunda Tablo 3' teki çerçeveden yararlanarak soyutlama düzeyleri oluşturulmuştur. Elde edilen veriler bu soyutlama düzeyleri kapsamında analiz edilmiştir. Aşağıda Tablo 4'te katılımcılar için oluşturulan soyutlama düzeylerine yer verilmiştir.

Tablo 4. *Katılımcıların soyutlama düzeyleri*

Öğrenciler	Düzeyler Deneysel Soyutlama	1. Derece Yansıtıcı Soyutlama	2. Derece Yansıtıcı Soyutlama	3. Derece Yansıtıcı Soyutlama
Ö1	Modelleme ile verilen toplama işlemini yapar. Verilen toplama işlemini modeller.	Verilen toplama işlemini değişme ve birleşme özelliğini kullanarak yapamamıştır.	Verilen toplama işlemleri için strateji geliştirememiştir.	
Ö2	Modelleme ile verilen toplama işlemini yapar. Verilen toplama işlemini modelleyemez.	Verilen toplama işlemini değişme ve birleşme özelliğini kullanarak yapamamıştır	Verilen toplama işlemleri için strateji geliştirememiştir.	
Ö3	Verilen geometrik örüntünün bir sonraki adımını tahmin eder.	Verilen sayı örüntüsünün bir sonraki adımını ve sayı örüntüsündeki kuralı bozan sayıyı bulamamıştır.	Verilen örüntüye dair kural oluşturamamıştır.	
Ö4	Verilen geometrik örüntünün bir sonraki adımını tahmin eder.	Verilen sayı örüntüsünün bir sonraki adımını ve sayı örüntüsündeki kuralı bozan sayıyı bulamamıştır.	Verilen örüntüye dair kural oluşturamamıştır.	

Araştırmanın Etik İzinleri

Yapılan bu çalışmada "Yükseköğretim Kurumları Bilimsel Araştırma ve Yayın Etiği Yönergesi" kapsamında uyulması belirtilen tüm kurallara uyulmuştur. Yönergenin ikinci bölümü olan "Bilimsel Araştırma ve Yayın Etiğine Aykırı Eylemler" başlığı altında belirtilen eylemlerden hiçbiri gerçekleştirilmemiştir.

Etik kurul izin bilgileri

Bu araştırma için Van Yüzüncü Yıl Üniversitesi Etik Kurulunun 27.03.2020 tarih ve 2020/02-06 sayılı kararında etik açıdan uygunluk onayı verilmiştir.

Etik değerlendirmeyi yapan kurul adı = Van Yüzüncü Yıl Üniversitesi Etik Kurulu

Etik değerlendirme kararının tarihi= 27.03.2020

Etik değerlendirme belgesi sayı numarası=25477

Bulgular

Bu bölümde ortaokul kaynaştırma öğrencilerinin matematik soyutlama düzeylerinin incelenmesi doğrultusunda elde edilen bulgular Ö1-Ö2 ve Ö3-Ö4 için uygulanan haftalar ve incelenen alt problemler doğrultusunda sunulmuştur.

1. Hafta / 1. Canlı Ders

Bu canlı derste "zihinden toplama işlemini yapabilecek stratejiler geliştirir." kazanımına ilişkin "toplama işlemini modellerle açıklar ve eldeli ve eldesiz toplama işlemini yapar" davranışları işlenmiştir.

Öğretmen EBA'ya girerek canlı dersi başlatır ve toplama işleminin modellenmesine ilişkin hazırladığı soruları kendi bilgisayar ekranında açarak öğrencisi ile ekranı paylaşır. Öğretmen öncelikle onluk taban bloklarını öğrenciye tanıtır. Daha sonra ise toplama işleminde modellenilerek verilen ilk toplananı öğrenciden söylemesini ister. Öğrenci onlukları ve birlikleri sayarak sayıya ulaşır ve aynı şekilde ikinci toplananı da bulur. Toplam öncelikle onluklar ve birlikler sayılarak bulunur. Öğretmen, öğrenciye bu işlemi modelleme kullanmadan nasıl yapılabileceğini sorar. Öğrenci, sayıları alt alta yazarak yapabileceğini söyler. Bu durumda öğretmen, öğrenciye işlemi yapması için zaman verir. Öğretmen sonucu, öğrenciden modelleyerek yapmasını ister ve onluk taban blokları ile modelleme yapılır. Öğretmen, toplanan sayıların ve toplamın onlukları ile birlikleri arasındaki ilişkiyi görmesi için öğrenciye sorular yöneltir. Öğrenciye; önce onlukları, sonra birlikleri en son hepsini toplayabileceği keşfettirilmeye çalışılır. Hazırlanan diğer modelleme soruları öğrenciye aynı şekilde yaptırılır. Son olarak öğretmen, canlı ders süresinde öğrencinin katılımının iyi olduğunu ve bir sonraki canlı derste neler yapacaklarını söyleyerek dersi sonlandırır.

1. Hafta / 2. Canlı Ders

Bu canlı derste "üç ve dört basamaklı sayılarla eldeli toplama işlemi yapar ve toplama işleminin değişme ve birleşme özelliğini açıklar" davranışları işlenmiştir.

Öğretmen bir önceki canlı derste neler yaptıklarını, öğrenciden hatırlatmasını ister. Öğrencinin bir önceki canlı dersle ilgili eksik öğrenmeleri giderilerek üç ve dört basamaklı sayılarla ilgili toplama işlemi örneklerine geçilir. Öğrenciden modelleme kullanmadan toplama işlemini yapması istenir. Toplananlardan birinin 100, 200, 300 ve 400 toplama işlemleri verilir ve öğrencinin yüzlükleri toplayarak sonuca ulaşabileceğinin keşfettirilmesi sağlanır. Daha sonra ikiden fazla toplananın olduğu toplama işlemi olan diğer soruya geçilir. Öğretmen, karşılaşılan sayılar ile nasıl bir değişikliğin işlem kolaylığı sağlayacağını sorar. Öğrenci, küçük sayıları önce toplayabiliriz, cevabını verir. Öğretmen tarafından "17 + 46 + 13 + 74" sorusunda öğrencinin deyimiyle küçük sayıları toplayabilmek için sayıların yer değiştirmesi ve "49 + 13 + 27" bu soruda ise küçük sayıları toplayabilmek için gruplama yapılması gerektiğine dikkat çekilir. Toplama işleminin değişme ve birleşme özelliği olduğu ve bu özelliklerin işlem kolaylığı sağladığı açıklanır.

1.Hafta / 3.Canlı Ders

Bu canlı derste "zihinden toplama işlemini yapar ve zihinden işlemi verilen toplama işlemini yazar" davranışları işlenmiştir.

Öğretmen EBA üzerinden zihinden toplama etkinliği olan "karpuz toplama" oyununu açar. Bu oyunda belirli süre içerisinde verilen toplama işlemlerini yapması istenmektedir. Öğrenci, süre olması sebebiyle verilen toplama işlemlerini istemsiz olarak zihinden yapmaya çalışmıştır. Öğretmen oyunda olduğu gibi, işlemleri uzun uzun yazarak yapmak yerine zihnimizden de yapılabileceğimizi söylemiştir. Öğrencilerin oyun esnasında kazanma hırsı olduğundan karşısına çıkan bazı toplama işlemlerini rastgele yaptıkları görülmüştür. Öğretmen, birinci canlı derste yaptıkları modelleme sorularını tekrar açarak bu işlemleri de zihinden yapabileceklerini söylemiş ve nasıl yol izlemeleri gerektiğini öğrencilere sormuştur. Burada öğrencilerden kendi stratejilerini geliştirmeleri beklenmiştir. Fakat öğrenciler alt alta yazarak toplayabileceklerini söylemişlerdir. Son olarak öğrencilere zihinden yapılmış işlem adımları ile gösterilerek, bu toplama işleminin ne olduğu sorulmuştur. Öğrenciler ekranda gördükleri toplama işlemini söyleyerek yanlış cevap vermişlerdir. Öğretmen toplama işlemini daha kolay yapabilmek için toplanan sayıları parçalayabiliriz, diyerek başka bir örnek üzerinden açıklamıştır. Bu örnek üzerine öğrenciler zihinden yapılan toplama işleminin ne olduğunu söyleyebilmişlerdir.

2.Hafta /1. Canlı Ders

Bu canlı derste "zihinden toplama işlemi yapabilecek stratejiler geliştirir" davranışı işlenmiştir.

Öğretmen, öğrencinin zihinden toplama becerilerini geliştirebilmek için beşinci sınıf matematik ders kitabında bulunan toplama işlemiyle ilgili örnekleri öğrencilerden yapmalarını ister. Çok sayıda toplananın bulunduğu bu örnekler öğrencileri zihinden toplamaya, strateji geliştirmeye yönlendirmiştir. Öğretmen, öğrencilerin strateji geliştirebilmesi için rehberlik etmiştir. Ayrıca son olarak, zihinden toplama işlemini günlük hayatla ilişkilendirerek öğrencide anlamlı olmasını sağlamaya çalışılmıştır. Örneğin; "annemiz markete gidip; un, şeker, yağ, süt, yumurta ve kakao almamızı istedi." Burada öğrenciden paranın yeterli olup olmadığını anlayabilmesi için, "alınacak ürünlerin fiyatlarını zihnimizde yaklaşık olarak toplayarak" bulabiliriz, çıkarımı yaptırılmak istenmiştir.

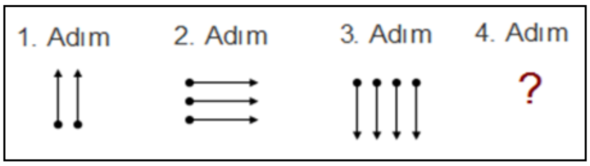
2. Hafta / 2. Canlı Ders

Bu canlı derste öğretmen, araştırma için hazırlanan soruları uygulayacağını söylemiş ve notla değerlendirilmeyeceği bilgisi vererek öğrencilerden yapmasını istemiştir. Öğrencilere anlamadığı veya takıldığı yerlerde bir önceki derslerdeki örnek soruları hatırlatarak rehberlik edilmiştir. Soruların çözüm aşamasında öğrencilerden biri, birinci ve ikinci soruda toplama işleminin modellenmesi ile ilgili bir sorun yaşamazken, diğer öğrenci (Ö2) üç basamaklı sayıyı modelleme yaparken sorun yaşamış, bir sonuca ulaşmak istediğinden alt alta toplamayı tercih etmiştir. Yine alt alta toplamayı tercih eden öğrenci (Ö2), üçüncü soruda problem tarzında verilen örnekte ezbere 32 ve 15'i toplayacağız, diyerek gördüğü sayıları toplamıştır. Üçüncü sorunun a ve b maddelerinde 32+15 işlemini yapmış ve bu iki soruda da aynı sayıların toplanması yapılmıştır, diye açıklama da bulunmuştur. Ö2, c ve d maddesinde sayıları alt alta yazarak toplamış aynısını iki kere yazmışsınız, demiştir. Ö1 ise üçüncü sorunun a ve b maddelerinde 32+15 ve 15+32 işlemini yapmış. Öğretmenin sayıların yerlerine dikkat ettin mi yönlendirmesiyle, yerleri değişti ama sonuç değişmedi, çıkarımına varmıştır. Üçüncü sorunun c ve d maddelerinde ise burada da sayıların yerlerini değiştirerek topladık, demiştir. Topladığımız kısımlar değiştiği için burada da değişme özelliği var demiştir. Öğrencilerin her ikisi de dördüncü soruda bir strateji geliştirememiş ve verilen işlemleri alt alta toplamayı tercih etmişlerdir.

1. Hafta / 1. Canlı Ders

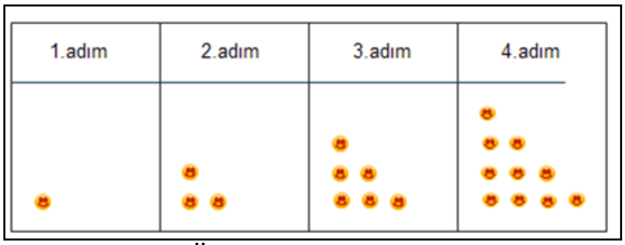
Bu canlı derste "örüntü oluşturur, verilen örüntüyü devam ettirir ve örüntüyü geneller" kazanımına ilişkin "verilen geometrik örüntüyü oluşturur ve verilen geometrik örüntünün bir sonrakini adımını çizer" davranışları işlenmiştir.

Öğretmen, öğrencilere basit düzeyde belli kurala göre dizilmiş geometrik şekillerden oluşan bir örüntü çizer ve örüntüyü öğrenciden açıklamasını ister. Öğrenciler: "kare, yuvarlak, kare, yuvarlak" şeklinde gidiyor, diyerek örüntüyü açıklarlar. Bunun sonucunda öğretmen en son "yuvarlağın" çizili olduğu örüntüde bir sonraki şeklin ne olacağını öğrencilere sorar ve yanıtlamaları beklenir. Öğrenciler kare yanıtını verdikten sonra, öğretmen öğrencileri tebrik eder. Öğrencilere biraz daha karmaşık olan Şekil 1'deki geometrik örüntü gösterilir ve örüntünün açıklanması istenir. Öğrenciler ok sayısındaki artışa odaklandığından dolayı okların yönünü fark edememişlerdir. Bu aşamada öğretmen bütün okların yönlerinin aynı olup olmadığı sorusunu yöneltir. Yönlendirme sonrasınca öğrenciler, okların yönünü de belirleyip dördüncü adımı çizmişlerdir. Derse Şekil 2'de belirtilen geometrik örüntü sorusuyla devam edilmiş ve öğrencilerden örüntünün açıklanması ve bir sonraki adımı çizmeleri istenmiştir. Öğrenciler, bir sonraki adımın da "L" harfi şeklinde olacağını söylemişlerdir. Öğretmen, yukarıdan aşağıya doğru nokta sayısına dikkat etmelerini söyleyerek, bir sonraki adım hakkında başka bir yorum yapmaları için rehberlik etmiştir. Örneğin: Öğrencilerden "2. adımda yukarıda bir nokta



aşağıda iki nokta; 3. adımda yukarıda bir, sonra iki sonra üç nokta vardır." şeklinde bir açıklama beklenmiştir. Nokta sayısı yukarıdan aşağıya doğru artarak gitmesinden ötürü L harfine benzetilmiştir.

Şekil 1. Örnek bir geometrik örüntü



Şekil 2. Örnek bir geometrik örüntü

1. Hafta / 2. Canlı Ders

Bu canlı derste "verilen sayı örüntüsünü açıklar" davranışı işlenmiştir.

Öğretmen bu derste geometrik şekiller yerine sayılarla uğraşacaklarını söyleyerek derse başlamıştır. Bu derste öğrencilerden, kurallı olarak verilen sayı örüntülerinin önce sözel olarak ifade edilmesi amaçlanmıştır. Sayılar soyut olduğundan dolayı öncelikle basit sayı örüntüleriyle ilgili örneklere yer verilmiştir. 5, 10, 15, 20, 25, … şeklinde verilen örüntüsünün kuralının öğrencilerden açıklanması istenmiştir. Öğretmen öğrencilere öncelikle verilen örüntünün artarak mı azalarak mı gittiği sorusunu yöneltmiş ve artarak cevabını almıştır. Bunun üzerine kaçar kaçar arttığını sorusu sorulmuştur. Öğrenciler örüntünün beşer beşer ilerlediğini ifade etmişlerdir. Dersin devamında 21, 17, 13, 9, …. sayı örüntüsüne geçilmiş ve öğrencilerden örüntünün kuralını açıklamaları istenmiştir. Öncelikle örüntünün artarak mı azalarak mı ilerlediği belirlenmiş öğrenciler tarafından belirlenmiştir. Öğrenciler: 21'den 17'ye geri sayarak 4 azaldığını; 17'den 13'e doğru geri sayarak 4 azaldığını ve 13'ten 9'a geri sayarak 4 azaldığını, söylemişler ve bu örüntünün 4 azalarak gittiği sonucuna ulaşmışlardır. Öğretmen biraz daha karmaşık olan 1, 2, 4, 7, 11, …sayı örüntüsünü öğrencilere yöneltmiş ve yine aynı şekilde örüntünün kuralını bulmaları istemiştir. Öğrenciler ilk olarak ikişerli olarak gittiğini söylemişlerdir. Öğretmen 1 ile 2 ve 4 ile 7 arasında da ikişerli olarak artıp artmadığını sormuştur. Öğrenciler burada sayıların ikişerli artmadığını fark etmişlerdir. Öğretmen sayıları paylaşım ekranına yazarak sayılar arasındaki artış miktarı arasındaki ilişkiyi öğrencilere fark ettirmeye çalışmıştır. Öğrenciler tarafından birer birer artarak gittiği sonucuna ulaşılmıştır. Bir sonraki artışın beş olacağı bulunmuştur.

1. Hafta / 3. Canlı Ders

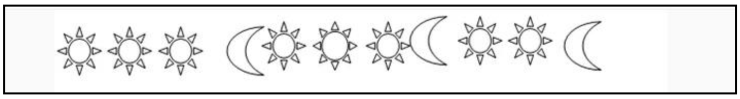
Bu canlı derste "verilen sayı örüntüsünün bir sonraki adımını bulur" davranışı işlenmiştir.

Öğretmen bir önceki derste verilen sayı örüntülerinin kuralını bulduklarını hatırlatmıştır. Bugünkü derslerinde kuralını buldukları örüntülerin bir sonraki adımlarını bulacaklarını söylemiştir. Öğretmen bir önceki derste 5, 10, 15, 20, 25, …şeklinde verilen sayı örüntüsünün kuralı tekrar bulmasını öğrencilerden istemiştir. Öğrenciler önce artarak gittiğini, sonra ise beşer beşer artarak gittiğini söylemişlerdir. Bunun üzerine öğretmen bir sonraki sayının ne olacağını sormuştur. Öğrenciler 25'in üzerine 5 ekleyerek 30 cevabını vermişlerdir. Bir sonraki 21, 17, 13, 9, … sayı örüntüsünde aynı şekilde öğrenciler, önce kuralı söylemişler ve bir sonraki sayıyı 9' dan 4 geriye sayarak 5 cevabını vermişlerdir. Biraz daha karmaşık olan 1, 2, 4, 7, 11,… sayı örüntüsünde öğrenciler kuralı bulmakta zorluk çekmişlerdir. Öğretmenin yönergeleri ile birlikte kuralı tekrar bulmuşlar ve bir sonraki adımdaki sayıya "1 arttı, 2 arttı, 3 arttı, 4 arttı şimdi 5 artacak, o halde 16 olur" şeklinde ulaşmışlardır.

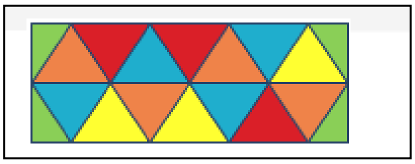
2. Hafta / 1. Canlı Ders

Bu canlı derste "örüntüyü bozan geometrik şekli bulur ve örüntüyü bozan sayıyı bulur" davranışı işlenmiştir.

Öğretmen bugün verilen örüntülerde kuralı bozan şekilleri ve sayıları bulacaklarını söyleyerek derse başlar ve ilk olarak geometrik örüntü sorusunu ekranda paylaşır. Şekil 3 ve 4' teki örüntüleri paylaşan öğretmen, ilk olarak Şekil 3'teki örüntünün kuralını öğrencilerden bulmalarını ister. Öğrenciler "güneş ve ay" şeklinde ilerlediğini söylemişlerdir. Öğretmen bunun üzerine kaç güneş ve kaç ay şeklinde örüntünün ilerlediğini sormuştur. Öğrenciler, "üç güneş bir ay, üç güneş bir ay" şeklinde cevap vermişlerdir. Öğretmen son aşamadaki güneş ve ay'ı tekrar saymalarını istemiştir. Öğrenciler "iki güneş bir ay" olduğunu söylemiş diğer adımlarla aynı olmadığını fark etmişlerdir. Öğretmen, "o halde kuralı bozan bir şekil var, bu sence hangisidir?" diyerek öğrencilere sormuştur. Öğrenciler en sondaki Ay'ın kuralı bozduğunu söylemişlerdir. Şekil 4'teki geometrik örüntü de aynı şekilde incelenerek kuralı bozan renkler bulunmuştur.



Şekil 3. Kuralı bozan geometrik örüntü örneği



Şekil 4. Kuralı bozan geometrik örüntü örneği

Daha sonra Şekil 5'te belirtilen sayı örüntüleri verilmiş ve kuralı bozan sayıların bulunması istenmiştir. Öncelikle verilen sayı örüntülerinin kuralını ifade etmeleri sonra kuralı bozan sayıyı bulmaları istenmiştir. Öğrencilerden her ikisi de Şekil 2 (a) maddesindeki sayı örüntüsünün kuralının beşer beşer arttığını sözel olarak ifade etmiş ve 30 sayısının kuralı bozduğunu fark etmişlerdir. (b) ve (c) maddelerinde zorlanan öğrenciler için öğretmen, (b) maddesini paylaşım ekranına yazmış 1 ile 2, 2 ile 4, 4 ile 8 arasında benzer bir ilişki olduğunu söylemiş ve iki kat ilişkisi öğrencilere fark ettirilmiştir. Bu durumda diğer terimlerin, 8 ile 16, 16 ile 32 olduğu öğretmen ile beraber bulunmuştur. 16 sayısının yerine 20 yazılması sebebiyle kuralı bozan sayı öğrenciler tarafından bulunmuştur. (c) maddesinde ise öğretmen örüntünün azalarak mı artarak mı gittiğini sormuş ve artma ya da azalma miktarına dikkat etmelerini söylemiştir. Yönlendirme sonucunda her iki öğrencide verilen örüntünün artarak gittiği bulmuştur. Artış miktarının sabit olmadığı bu örüntüde, buna benzer bir örnek tekrar çözülüp hatırlatılmıştır. Bu örnekle birlikte öğrenciler 5 artmış, 6 artmış, 7 artmış, 7 artmış diyerek yanlışın nerede olduğunu bulmuşlardır. Doğrusunu ise yönlendirmeyle 5 artmış, 6 artmış, 7 artmış, 8 artmış, 9 artmış, … şeklinde yazmışlardır.

a) 5 – 10 – 15 – 20 – 30

b) 1 – 2 – 4 – 8 – 20 – 32

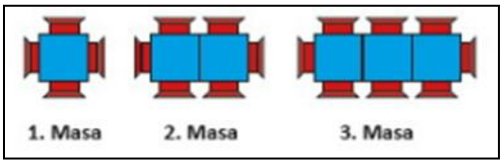
c) 4 – 9 – 15 – 22 – 29 – 39

Şekil 5. Kuralı bozan sayı örüntüsü örneği

2. Hafta / 2. Canlı Ders

Bu canlı derste "verilen örüntüde istenilen adımı bulur ve verilen örüntüyü geneller" davranışı işlenmiştir.

Derste istenilen herhangi bir adımın bulunmasıyla ilgili örnekler öğrencilerle birlikte çözülmüştür. İlk olarak öğrencilere 3, 5, 7, 9, … sayı örüntüsü verilmiş ve onuncu adımını tahmin etmeleri istenmiştir. Öğretmen, onuncu adımı bulmadan önce, örüntünün kuralını bulmaları gerektiğini öğrencilere hatırlatmıştır. Öğrenciler önce örüntünün artarak gittiği ve sonrasında ise ikişer artarak gittiği kuralına ulaşmışlardır. Onuncu adıma her iki öğrencide son terimden sonra altı adım ikişerli giderek ulaşmışlardır. 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19, 21,… Daha sonra Şekil 6'daki örüntü verilerek onuncu masadaki sandalye sayısını bulmaları istenmiştir. Öğretmenin "birinci masada kaç sandalye vardır, ikinci masada kaç sandalye vardır?" sorularıyla birlikte her masadaki sandalye sayıları öğrenciler ile birlikte bulunmuştur. Sırasıyla sandalye sayıları 4, 6, 8, … şeklindedir. Öğretmen, öğrencilerden bu örüntünün kuralını açıklamalarını istemiştir. Öğrenciler sandalyelerin ikişer artarak gittiğini fark etmişler ve onuncu masadaki sandalye sayısını bulabilmek için teker teker yazmayı tercih etmişlerdir. Öğrenciler; 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20, 22,… şeklinde yazarak onuncu masadaki sandalye sayısına ulaşmışlardır.



Şekil 6. Geometrik şekil örüntü örneği

Öğretmen bu derste ilk çözdüğü ve sandalye sorusunda "100. adımı bulmamız istenilse teker teker yazacak mıyız", sorusunu yöneltir. Öğrenciler kolay bir yolu olduğunu söylerler fakat ne olduğunu söyleyemezler. Öğretmen, sırasıyla Tablo 4'ü ve Tablo 5'i öğrencilerle birlikte doldurur.

Tablo 5. *"3, 5, 7, 9, …" örüntüsüne ait adım sayısı ilişkisi*

Adım Sayısı	1	2	3	4	5	…	n
Bulunan sayı	3	5	7	9	11	…	2n+1
		+2	+2	+2	+2		

Tablo 6. *Sandalye ve masa sayısı arasındaki ilişki*

Masa Sayısı	1	2	3	4	5	…	n
Sandalye Sayısı	4	6	8	10	12	…	2n + 2
		+2	+2	+2	+2	+2	

Tablo 5 ve 6 öğrenci ile birlikte doldurularak; "adım sayısı ve o adımda bulunan sayı ile" ve "masa sayı ile sandalye sayısı" arasında bir ilişki olduğu görülmüştür. Tablo 5' te adım sayısı ile o adımda bulunan sayı arasında 2 katının 1 eksiği olduğu görülür. O halde n. adımda (öğretmen, öğrencilere n' ye istediğimiz bir sayıyı yazabileceğimizi söyler) 2 katının 1 eksiği 2.n -1 olur. Böylelikle verilen örüntünün genel kuralını bulduklarını ve istedikleri tüm adımları kolaylıkla bulabilecekleri açıklanır. Tablo 6'da masa sayısı ve sandalye sayısı arasındaki ilişki "2 katının 2 fazlası şeklindedir" ve n. masada ise bu ilişkinin 2.n + 2 şeklinde olacağı sonucuna öğrenciler, öğretmenin yönlendirmesi ile ulaşmışlardır. Aynı şekilde genel kuralın bulunduğu ve istedikleri her adımı bulabilecekleri söylenmiştir. Örneğin; 100.masada 2.100 + 2 = 202 sandalye vardır.

3. Hafta / 3. Canlı Ders

Bu canlı derste öğretmen, araştırma için hazırlanan soruları uygulayacağını söylemiş ve notla değerlendirilmeyeceği bilgisi vererek öğrencilerden yapmasını istemiştir. Öğrencilere anlamadığı veya takıldığı yerlerde bir önceki derslerdeki örnek soruları hatırlatarak rehberlik edilmiştir. Öğrencilerin her ikisi de birinci soru da "sarı yıldız boş yıldız boş üçgen", birinci soru işaretine "boş yıldız" ikinci soru işaretine "boş üçgen" gelecek, demişlerdir.

Şekil 7. Birinci soru a maddesi

Öğrencilerin her ikisi de ikinci sorunun a maddesine kadar sorunsuz bir şekilde gelmişlerdir. b maddesinde nasıl yapabilecekleri konusundan yardım istemişlerdir. Öğretmen bu aşamada bir önceki dersten 1, 2, 4, 7, 11, … örneğini hatırlatarak sayılar arasındaki ilişkiye odaklanmalarını sağlamıştır. Bu örnekten sonra her ikisi de ikinci soruyu tamamlayabilmişlerdir. İkinci sorunun a maddesinde "2'şer 2'şer gidiyor, 10'dan sonra 12 olur", demişlerdir. b maddesinde öğretmeninin bir önceki derslerden

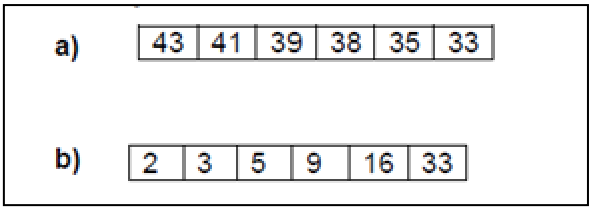
a) 2, 4, 6, 8, 10, . . .

b) 2, 5, 11, 23, …

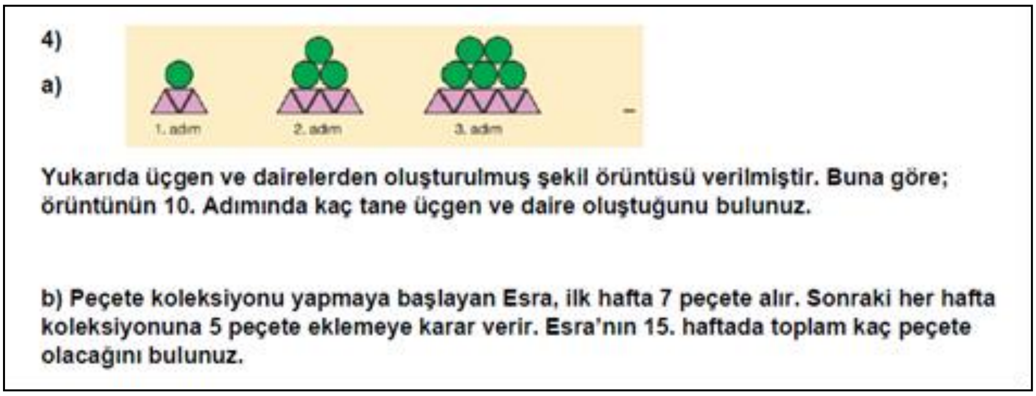
hatırlatma yapmasından sonra, "3 arttı, 6 arttı, 12 arttı, şimdi 24 artacak o zaman 47 olur", sonucuna ulaşmışlardır.

Şekil 8. İkinci soru a ve b maddeleri

Üçüncü soruda öğrencilerden biri (Ö3) kuralı bozan sayıyı bulamamış ve örüntüyü açıklayamamıştır. Ö4 üçüncü soruda ilk sayı örüntüsünde "2'şer azalarak gidiyor 38'i yanlış yazmışlar", ikinci sayı örüntüsünde ise ikinci sorunun b maddesinden yararlanarak "1 arttı, 2 arttı, 4 arttı, 8 artacak ama 16 yazmışlar 17 olacak" sonucuna ulaşmıştır. Dördüncü sorunun a maddesinde her iki öğrenci de çizerek istenilen adıma ulaşmaya çalışmış, b maddesinde verilen soruyu yapamamışlardır.



Şekil 9. Üçüncü soru a ve b maddeleri



Şekil 10. Dördüncü soru a ve b maddeleri

Her öğrencinin sorulara verdikleri cevaplar incelenmiş, uygulama esnasında öğrencilerin cevaplarına ilişkin notlar alınmış ve gerekli açıklamalar yapılmıştır. Öğrencilerin yaptıkları sorular (+), yapamadıkları sorular (-) ile gösterilmiş ve aşağıda Tablo 7 ve Tablo 8'de sunulmuştur.

Tablo 7. *Katılımcıların uygulama sorularına verdikleri cevaplar*

Öğrenci kodu	Birinci Soru		İkinci Soru			Üçüncü Soru				Dördüncü Soru			
	a	b	a	b	c	a	b	c	d	a	b	c	d
Ö1	+	+	+	+	+	+	+	-	-	-	-	-	-
Ö2	+	+	+	+	-	-	-	-	-	-	-	-	-

Ö1'in uygulama sorularına verdiği cevaplar incelendiğinde ilk iki soruyu fiziksel (somut) nesnelerden yararlanarak çözdüğü görülmektedir. Bu sebeple (+) olarak gösterilmiştir. Üçüncü sorunun (a) ve (b) maddelerindeki ilişkiyi (toplama işleminin değişme özelliğini) açıklayabildiği, (c) ve (d) maddelerindeki ilişkiyi (toplama işleminin birleşme özelliğini) açıklayamadığı görülmektedir. Bu sebeple a ve b maddeleri (+), c ve d maddeleri (-) olarak gösterilmiştir. Aynı zamanda dördüncü soruda verilen toplama işlemlerini öğrenci alt alta yazarak yaptığından dolayı (-) olarak gösterilmiştir.

Ö2'nin uygulama sorularına verdiği cevaplar incelendiğinde birinci soruyu yapabildiği, ikinci soruda ise (a) ve (b) maddelerini yapabildiği ve (c) maddesini modelleyerek yapamadığı görülmektedir. (c) maddesini alt alta toplayarak yapmıştır. Üçüncü soruda ise 32+15 işlemini yapmış ve "bu iki soruda da aynı sayıların toplanması yapılmıştır" c ve d maddelerinde sayıları "alt alta yazarak toplamış" ve "aynısını iki kere yazmışsınız" dediği için (-) olarak gösterilmiştir. Son soruda da strateji oluşturmak yerine sayıları alt alta toplama yolunu seçtiği için (-) olarak gösterilmiştir.

Tablo 8. *Katılımcıların uygulama sorularına verdikleri cevaplar*

Öğrenci kodu	Birinci Soru		İkinci Soru		Üçüncü Soru		Dördüncü Soru	
	a	b	a	b	a	b	a	b
Ö3	+	+	+	+	-	-	-	-
Ö4	+	+	+	+	+	+	-	-

Ö3'ün uygulama sorularına verdiği cevaplar incelendiğinde birinci, ikinci soruları yapabildiği ve açıklayabildiği için (+) olarak gösterilmiştir. Üçüncü soruda örüntünün kuralını bulamadığı ve dördüncü soruda çizerek cevaba ulaşmaya çalıştığı için (-) olarak gösterilmiştir.

Ö4'ün uygulama sorularına verdiği cevaplar incelendiğinde birinci, ikinci ve üçüncü soruları yapabildiği (+), dördüncü soruyu yapamadığı (-) görülmektedir. Öğrenci dördüncü soruda adım sayısı ile örüntünün terimleri arasında bir ilişki bulmak yerine istenilen adım sayısına kadar çizim yaptığından dolayı (-) olarak gösterilmiştir.

Tablo 7 ve 8'den hareketle öğrencilerin matematik soyutlama düzeyleri belirlenmiş ve Tablo 9'da sunulmuştur.

Tablo 9. *Ortaokul kaynaştırma öğrencilerinin matematik soyutlama düzeyleri*

Öğrenci kodu	Cinsiyet	Sınıf düzeyi	Soyutlama Düzeyleri			
			Deneysel Soyutlama (empirical abstraction)	1. Derece Yansıtıcı (reflecting abstraction)	2. Derece Yansıtıcı (reflected abstraction)	3. Derece Yansıtıcı (metareflection)
Ö1	K	5	✓	×	×	×
Ö2	E	5	×	×	×	×
Ö3	E	7	✓	×	×	×
Ö4	E	7	✓	✓	×	×

Tablo 10' da ise öğrencilerin en çok tekrarda bulundukları eylemlere yer verilmiş ve soyutlama düzeyleriyle ilişkilendirilmiştir. "Alt alta toplama ve parmaklarını sayarak toplama" ve "örüntülerin istenilen adımına çizerek ulaşmaya çalışma" öğrencilerde en çok tekrar eden eylemler olmuştur.

Tablo 10. *Soyutlama düzeylerine ilişkin en çok tekrar eden bulgular*

Soyutlama Düzeyleri	Kodlar	Ö1	Ö2	Ö3	Ö4
Deneysel soyutlama	Alt alta yazarak toplama işlemini yapma	+	+		
	Parmaklarını sayarak toplama işlemini yapma	+	+		
	Verilen geometrik ve sayı örüntülerinde istenilen adıma çizerek ulaşmaya çalışma,			+	+
Birinci derece yansıtıcı	Sayı örüntüleri arasındaki ilişki açıklayabilme ve bir			-	+

soyutlama	sonraki adımı bulabilme

Sonuç, Tartışma ve Öneriler

Yapılan araştırmada genel anlamda öğrenciler soruların açıklama kısmı boş bırakmış, neden düşündüklerini açıklayamamışlar ve iletişim kurarken güçlük yaşadıkları görülmüştür. Öğrencilerin sık sık dikkatini bir yere odaklama konusunda sorun yaşadıkları görülmüştür. Bu da sürecin içselleştirilmesini zorlaştırmıştır. Öğrenciler zihinsel bir ilişki kurmaktan kaçınmışlar ve kendi bildikleri yolla (alt alta toplama ve parmaklarını sayma) yapmayı tercih etmişlerdir. Bu da bilgiyi ezberlemeyi seçtiklerini gösterebilir. Bu doğrultuda ezbere yapmaya çalışan öğrenciler, soyutlama gerektiren soruları yapamamışlardır. Özellikle zihinden toplama işlemi kazanımında, öğrencilerin hep alt alta toplama yolunu tercih ettikleri, farklı bir yolla çözmek istemedikleri görülmüştür. Bu sebeple hedeflenen kazanımın öğrenilmesi tam anlamıyla gerçekleşmemiştir. Matematiksel bilgilerin soyut olması ve kaynaştırma öğrencilerinin uygulama esnasında dikkatlerinin kısa ve dağınık olması matematiksel kavramların tam anlamıyla içselleştirilememesine neden olmuş olabilir (Merril, 2005; Senemoğlu, 2007; Sucuoğlu, 2010).

Ö1'in matematik soyutlama düzeyi, öğrenci fiziksel nesnelerden yararlanarak toplama işlemini yaptığı için deneysel soyutlama düzeyindedir. Simon'a (2004) göre, birçok öğrenci matematiksel kavramları anlamadan belirli soruları belirli işlemlere dayandırarak öğrenmeye çalışmaktadırlar. Buna öğrencilerin strateji geliştirmek yerine toplama işlemlerini alt alta çözmeleri örnek gösterilebilir. Öğrenci deneysel soyutlama düzeyinde olduğu için "zihinden toplama işlemini yapabilecek stratejiler geliştirir" kazanımını tam anlamıyla içselleştiremediği görülmektedir. Bu bağlamda süreç içselleştirilmediğinden dolayı yansıtıcı soyutlama tam anlamıyla gerçekleşmemiştir. Tablo 9'a göre, araştırma sonucunda öğrencinin soyutlama düzeyinde bir değişim gözlenmemiştir. Bu bağlamda öğrencinin yeterli hazırbulunuşluk seviyesinde ya da yeterli kavrama kapasitesinin olmadığını söyleyebiliriz. Bulunduğu soyutlama düzeyi dikkate alınarak bir öğretim süreci planlanmalı ve bu bağlamda öğrencinin öğrenme sürecini içselleştirmesine yardımcı olunmalıdır.

Ö2'nin matematik soyutlama düzeyi, birinci ve ikinci sorularda öğrenci fiziksel (somut) nesnelerden yararlanarak toplama işlemini yaptığı için deneysel soyutlama düzeyinde olduğunu göstermektedir. Bu sebeple birinci soruyu yapan öğrencinin ikinci soruyu da yapması beklenmektedir. Fakat öğrencinin ikinci sorunun (c) maddesini yapamadığı görülmektedir. Üçüncü soruda toplama işleminin değişme ve birleşme özelliklerini görememiş olduğundan bu sorunun soyutlama düzeyi olan birinci derece yansıtıcı soyutlama düzeyini de gerçekleştirememiştir. Son soruda da strateji oluşturmak yerine sayıları alt alta toplama yolunu seçtiğinden dolayı ikinci derece yansıtıcı soyutlama düzeyini de gerçekleştirememiştir. Bunun sebepleri arasında öğrencinin bilgiyi içselleştirmek yerine ezberleme yolunu seçtiğini ya da yeterli hazırbulunuşluk seviyesinde olmadığını söyleyebiliriz. Son olarak öğrencinin birinci soruyu tam yapıp, ikinci soruyu eksik yapması sebebiyle deneysel soyutlama düzeyini tam anlamıyla gerçekleştiremediği söylenebilir.

Ö3'ün matematik soyutlama düzeyi, öğrencinin birinci soruyu açıklayıp yapabilmesi deneysel soyutlama düzeyinde olduğunu göstermektedir. İkinci soruda sayılarla verilen örüntünün olması öğrenciyi zihinsel düşünmeye yönlendireceğinden dolayı bu soru seviyesinde öğrenci birinci derece yansıtıcı soyutlama düzeyindedir. Üçüncü soruda kuralı bozan sayılar sorularak ikinci soru ile bağlantı sağlanmıştır. Bu sebeple ikinci soruyu yapan öğrenciden, üçüncü soruyu da yapması beklenmektedir. Her iki soruda da verilen sayı örüntülerinin kuralını bulması gerekecektir. Öğrenci ikinci sorunun (a) ve (b) maddelerine doğru cevap vermiş. Fakat üçüncü soruyu cevaplamadığı için öğrenci yansıtıcı soyutlama sürecini tam anlamıyla gerçekleştirememiştir. Bu sebeple deneysel soyutlama düzeyinde kalmıştır. Tablo 9'a göre öğrencinin soyutlama düzeyinde herhangi bir gelişme olmadığı görülmektedir. O halde öğrencinin soyutlama düzeyine uygun yeniden bir BEP hazırlanmalıdır.

Ö4'ün matematik soyutlama düzeyi, ilk soruda öğrencinin fiziksel (somut) nesnelerden yararlanarak açıklama yapabilmesi deneysel soyutlama düzeyinde olduğunu göstermektedir. İkinci ve üçüncü sorular; öğrenciyi zihinsel düşünmeye yönlendirdiğinden ve bu soruları doğru yanıtladığından dolayı öğrencinin birinci derece yansıtıcı soyutlama düzeyinde olduğunu söylenebilir. Dördüncü soru öğrencinin cebirsel ilişki kurabilmesiyle ilişkili olduğundan dolayı ikinci ve üçüncü soruya göre daha derin düşünme gerektirir bu da 2. derece yansıtıcı soyutlama düzeyini göstermektedir. Öğrenci dördüncü soruda adım sayısına kadar çizim yaptığından yani verilen örüntüyü cebirsel olarak açıklayamadığından dolayı birinci derece yansıtıcı soyutlama düzeyinde kalmıştır. Tablo 9 incelendiğinde öğrencinin deneysel soyutlama düzeyinden birinci derece yansıtıcı soyutlama düzeyine ilerlediği, süreci bu aşamaya kadar içselleştirdiği söylenebilir. Öğrencinin bu süreci daha fazla içselleştirebilmesi için birinci ve ikinci derece yansıtıcı soyutlama düzeyini destekleyen ders etkinliklerine daha fazla yer verilmelidir. Böylelikle eğitsel gelişimine de katkı sağlanmış olur.

Genel olarak sonuçlar incelendiğinde öğrenciler aynı yetersizlik türü ve hazırbulunuşluk seviyesinde olmalarına rağmen farklı matematik soyutlama düzeylerinde çıkmışlardır. Ö1 ve Ö2 öğrencilerinin toplama işlemini zihinden yapabilme stratejileri geliştiremedikleri görülmüştür. Bu bağlamda öğrencilerin yetersizlik türleri ve hazırbulunuşluk seviyeleri aynı da olsa matematik soyutlama düzeyleri dikkate alınarak, her biri için tekrardan BEP hazırlanmalı ve öğretim süreci planlanmalıdır. Bu doğrultuda öğrencilerin eğitsel gelişimlerine en üst seviyede katkı sağlanmış olacaktır. Ö3 ve Ö4 kodlarına sahip öğrencilerin de her ikisi aynı yetersizlik türünde ve araştırmanın başında aynı hazırbulunuşluk seviyesinde olmalarına rağmen matematik soyutlama düzeyleri birbirlerinden farklı çıkmıştır. Aynı hazırbulunuşluk seviyesinde bulunan öğrencilerden Ö4 bir üst matematik soyutlama düzeyinde çıkmıştır. Yani aynı yetersizliği gösteren ve aynı hazırbulunuşluk seviyesinde olan kaynaştırma öğrencileri aynı eğitsel seviyededir şeklinde bir genelleme yapılıp ortak bir ders planı uygulanmamalıdır.

Bingölbali ve Özmantar (2012), doğrudan modelleme ve sayı ilişkilerini kullanma yoluyla toplama işleminin yapılmasının soyutlama süreçlerine bağlı olarak basitten karmaşığa doğru gittiğini belirtmiştir. Van de Walle, Karen ve Jennifer (2018), öğrencilerden en başta zihinden hesaplama yapmalarının istenmemesini, çünkü modelleme sürecinde olabileceklerini belirtmiştir. Bunu Piaget'nin (2001) deneysel soyutlama düzeyinde öğrencilerin fiziksel modellemelerden yararlanması ve yansıtıcı soyutlama düzeyinde matematiksel genellemelere ulaşması ile ilişkilendirebiliriz. Böylece yansıtıcı soyutlama düzeyinin deneysel soyutlama düzeyinden daha karmaşık olduğunu söyleyebiliriz. Öğrencilerin var olan işlemi modellemek için saymalarını sağlamaya yarayan nesneler kullanabildikleri gibi, soyut stratejiler ürettiklerinden de bahsedilmiştir (Carpenter, 1999, aktaran Bingölbali ve Özmantar, 2012, ss.31-61). Buna bağlı olarak; 46+38 işlemini öğrencinin 46'dan 2 al ve 40 yapmak için 38' e ver. Sonra 44'ün ve 40'ı topla, sonuç 84 eder. Şeklinde kendince bir strateji belirleyerek çözebilmesi matematiksel olarak derin düşündüğünü ve yansıtıcı soyutlama (reflective abstraction) düzeyinde olduğunu gösterir. Bunun yanı sıra toplama işleminin değişme ve birleşme özellikleri problem çözmede, zihinde yapılan matematik işlemlerinde kolaylık sağlar (Van de Walle, Karen ve Jennifer, 2018). Fakat değişme özelliği her ne kadar belli olsa da öğrenciler için yeterince açık olmayabilir. Öğrencilerin toplama işleminin değişme ve birleşme özelliklerini anladıklarında daha yüksek seviyelerde soyutlama yapmalarına imkân sağlayacağından bahsedilmiştir (Carpenter, 1999, aktaran Bingölbali ve Özmantar, 2012, ss.31-61). O halde öğrencilerin toplama işleminin değişme ve birleşme özelliklerini açıklayabilmeleri yansıtıcı soyutlama düzeyi olarak ele alınabilir. Simon'a (2004) göre, birçok öğrenci matematiksel kavramları anlamadan belirli soruları belirli işlemlere dayandırarak öğrenmeye çalışmaktadırlar. Öğrencilerin strateji geliştirmek yerine toplama işlemini alt alta yazarak yapmaları görüşü destekler niteliktedir.

Örüntüler öğrencilere sadece örüntüyü genişletme olanağı sağlamaz. Aynı zamanda örüntünün herhangi bir noktasında ne olacağını söyleyebilme ve genelleme yapma olanağı da sağlar. Bu bağlamda örüntü oluşturma, devam ettirme ve genelleme aşamalarını da deneysel soyutlama ve yansıtıcı soyutlama düzeyleri olarak ele alabiliriz. Geometrik örüntüler güzel örnekler sunarlar çünkü örüntüyü görmek kolaydır ve öğrenciler nesneleri hareket ettirerek değiştirebilirler (Van de Walle ve diğerleri., 2018). Bu bağlamda öğrencilerin, geometrik örüntünün bir sonraki adımını çizerken ya da tahmin ederken fiziksel nesnelerden yararlandıkları için herhangi bir matematiksel genellemede bulunmadıklarından dolayı deneysel soyutlama düzeyinde olduklarından bahsedebiliriz. Ancak burada bir sonraki adımının çizilmesi istenmesi önemlidir. Herhangi bir adımın çizilmesi istenmesi matematiksel anlamda bir genelleme gerektirir. Çünkü öğrenciler matematiksel genellemelere ulaşırken; örüntünün yapısının nasıl değiştiğini analiz ederken zihinsel bir yapılandırma sürecinden geçerler (Van de Walle ve diğerleri., 2018). Aynı şekilde Dreyfus, Hershkowitz ve Schwarz (2001), matematiksel anlamda genellemelerin oluşabilmesini fiziksel modellerden sembollere geçiş, sembollerden matematiksel kavramlara geçiş olarak tanımlamışlardır. Araştırmanın sonucunda ise bir öğrencinin deneysel soyutlama düzeyinde kaldığı, yani istenilen kazanıma ilişkin öğrenme sürecini içselleştiremediği görülmektedir. Diğer öğrenci ise birinci derece yansıtıcı soyutlama düzeyindedir. Fakat öğrenci matematiksel genellemelere ulaşamadığı (ikinci derece) ve bu aşama birinci derece yansıtıcı soyutlama düzeyine göre daha genel soyutlama yapmayı gerektirdiğinden dolayı öğrenme sürecinin tam anlamıyla içselleştirilemediği söylenebilir.

Öğrencilerin soyutlama düzeylerindeki ilerlemeyi görebilmek ya da soyutlama düzeylerine göre etkinlik hazırlayabilmek için öğretmenler soyutlama düzeylerine dair bilgi sahibi olmalıdır. Bu doğrultuda öğretmen, matematiksel herhangi bir kavramın öğretiminde öğrencinin soyutlama düzeyini ortaya çıkaracak veya matematiksel kavramı soyutlayabilmesine olanak sağlayacak etkinliklere yer verebilecektir. Bu bağlamda hazırlanan BEP'lerin öğrencilerin soyutlama düzeylerini ortaya çıkaracak etkinliklere ne ölçüde yer verildiği ve öğretmenlerin soyutlama düzeylerine dikkat ederek dersi işleyip işlemedikleri araştırılabilir. Soyutlama düzeylerinin incelenmesi sadece matematik dersi ile sınırlı kalmayıp, diğer branşlarda da araştırılabilir. Bu doğrultuda öğrenci için daha yararlı olabilecek; öğrenme sürecini içselleştirebileceği, üst bilişsel düşünme becerilerini kazanabileceği öğretim süreci planlanabilir. Öğrencilerin soyutlama düzeyleri belirlendikten sonra aynı soyutlama düzeyine sahip kaynaştırma öğrencileri ile grup eğitimi yapılabilir. Grupla eğitim öğrencilerin sosyalleşme, özgüvenlerinin artması, kendini kontrol edebilmesi ve kendini ifade edebilme özelliklerinin gelişmesinde fayda sağlayacaktır. Bu fayda ile kaynaştırma eğitiminin amaçlarından biri olan "öğrenciyi topluma kazandırma" için adım atılmış olur. Son olarak araştırmada belli yetersizliğe sahip öğrencilerin matematik soyutlama düzeyleriyle sınırlı kalındığından, bir sonraki araştırmalarda diğer yetersizlik türlerine sahip olan öğrencilerin de matematik soyutlama düzeyleri incelenebilir.

Ahi Evran University
Journal of Kırşehir Education Faculty

ISSN: 2147 – 1037

http://kefad.ahievran.edu.tr

ENGLISH VERSION

Introduction

Just as there are students who continue their education life without any support, there are also students who need support due to their individual differences. Akçamete (2015) reported that students with the need for special education are in need of individualized education and related services in order to benefit more from education and to meet their educational needs. It is important that the education they need be given in general education classes, that is, in the least restrictive environment because such a least restrictive environment allows students to integrate with their peers physically, socially and educationally. Learning is different for each individual (Sucuoğlu, 2010). Therefore, a separate plan should be prepared for students who need special education. An individualized training program is prepared to achieve the goals determined in line with the physical characteristics and educational needs of individuals who need special education. The educational environments where these programs are applied to students vary in accordance with students' competencies and needs. Support education rooms are prepared so that students who continue their education through inclusive education can receive supportive education. Therefore, individuals who need special education can gain their independence by taking education in line with their needs and without leaving their peers. Their gaining independence allows them to undertake social roles as well.

Education given to individuals in need of special education to meet their educational and social needs is defined as special education (Special Education Services Regulation (SESR). In line with this definition, the purpose of special education is to give education to individuals (who need special education) in line with their capabilities so that they can be self-sufficient and belong to the society they live in (SESR, 2020).

According to Sorgun Counseling Research Center (Sorgun CRC, 2017), deficiencies experienced by individuals due to factors before, during and after childbearing are all defined as disability. These types of disability are physical and mental disability, visual and hearing impairment, language and speech impairment, learning disability, chronic illnesses, developmental disorders, attention deficit and hyperactivity disorders. As this study focused on students who had learning disabilities, attention deficits and hyperactivity disorders, the explanations of these two types of disabilities will be mentioned.

Learning Disability

Learning disability was defined as the difficulty experienced by the child in gaining and using such skills as reading/writing, speaking, listening and reasoning (MEB, 2014). In addition, learning disability was also defined as a developmental disorder (MEB, Modül-5). Specific learning difficulties can be classified as reading difficulties (dyslexia), writing difficulties (dysgraphia) and math difficulties (dyscalculia).

Attention Deficit and Hyperactivity Disorder

An individual's attention problems which are not normal when compared to his/her peers' are defined as a disorder that appears due to genetic or environmental differences, with failure to stay still and postpone requests (impulsivity) (Sorgun CRC, 2017).

Education through Inclusive/Integration

Inclusive education, which is one of the goals of special education, allows students to receive their education together with their peers. With this opportunity, individuals in need of special education can continue their education with their peers full-time in the same class or part-time in special education classes through inclusion/integration. In special education schools, education can be given via inclusion/integration at all levels (SESR, 2020).

Constructivism and Abstraction

Constructivism is a theory about how knowledge is formed and how people obtain information. Piaget states that the constructivist learning theory is the basis of mental development. According to this theory, information is structured in the mind by the individual in the process of mental development. The individual internalizes the process as s/he structures the information in her own mind. Piaget points out that the process in which the student structures the information is defined as an internal process (Zembat, 2016). Piaget explained the concept of learning, namely the internalization process, with the concepts of assimilation, regulation and balance.

Depending on the change over time in the human structure needed by the society, changes are made in curricula. Accordingly, since the 2005 curriculum change, the constructivist approach has been included in the curricula. One of the most important reasons for the dominance of the constructivist approach in curricula is that students cannot sufficiently abstract mathematical information. With the deterioration of the cognitive balance, the individual tends to think deeply by establishing a relationship between her previous knowledge and experiences. According to Pesen (2008), the formation of abstraction depends on the establishment of these relations between mathematical structures.

Piaget argued that abstraction is a process. The concept of abstraction is divided into two: empirical abstraction and reflective abstraction (Zembat, 2016). Empirical abstraction is making inferences about the apparent properties (color, shape, etc.) of objects. Since the physical properties of objects are used here, no mathematical generalization is made (Zembat, 2016). Reflective abstraction is about new inferences that an individual makes between her actions and the relationships in her mind. In reflective abstraction, individuals reach mathematical generalizations as they internalize the learning process in which they reconstruct the information in their mind (Zembat, 2016). Piaget (2001) discussed the level of reflective abstraction in three stages: "reflecting abstraction, reflected abstraction and metareflection". In order to prevent loss of meaning when translating into Turkish, Zembat (2016) describes reflective abstraction levels as first-degree, second-degree and third-degree reflective abstraction levels since these concepts have a hierarchical order. In this study, while determining the abstraction levels of the outcomes, the mathematical abstraction levels of the questions prepared by Zembat (2016) regarding the concept of equivalent fractions were taken as basis.

Special Education and Mathematics Education

As individuals in need of special education should be provided with education in the areas they need, a rough evaluation form is applied to these individuals. The rough evaluation form is a superficial evaluation applied before preparing an individualized education plan (IEP) (SESR,2020). All the outcomes in the mathematics curriculum should be written on the rough evaluation form. While making a rough evaluation, whether the individual can achieve or know the outcome or not is checked. According to this evaluation, an individualized education plan is prepared considering the developmental and physical characteristics of the student.

The process of abstraction of mathematical knowledge gained more importance with the inclusion of the constructivist approach in the curriculum in the 2005-2006 academic year. In this respect, the specific objectives that the mathematics curriculum tries to achieve are arranged so that students can understand mathematical concepts, use them in daily life and consciously manage their own learning processes in a way to improve their metacognitive knowledge and skills (MEB, 2018). The principles that must be followed in order for mathematics teaching to reach its goal are said to be as follows: "creating conceptual foundations, paying attention to preconditions and key concepts, giving appropriate tasks to teachers and students by including the environment and research studies in the teaching process, and developing a positive attitude towards mathematics" (Altun, 2015). Teaching by paying attention to the principles of mathematics will make it easier for individuals in need of special education to learn abstract concepts, as it will prevent the teaching from being ordinary. Since mathematics is an abstract field and abstraction is necessary, students have difficulty in structuring mathematical knowledge.

Like normal students, students who need special education also have the right to take education. Inclusive education, which is the least restrictive environment, offers students the opportunity to study with their peers. In this way, inclusive education contributes to the social development of the student as well as to his/her educational performance. As mathematics is an abstract and often difficult subject to understand, it may seem more incomprehensible to individuals who need special education. In this sense, considering the fact that inclusive students can be more involved in the education process and make better use of the education-teaching process, the problem situations in the present study were determined as follows:

- Does the same type of disability of students affect their levels of mathematical abstraction?
- Does the same level of readiness of students affect their levels of mathematical abstraction?

Method

Research Model

In this study, the purpose was to examine the mathematical abstraction levels of secondary school inclusive students with the help of questions prepared in relation to the outcomes determined in accordance with the individualized education plan. The study was designed as a case study in which the "internal situation was examined" because the study included a case limited to time and place and because the purpose was to describe and detail the case by determining a special situation. Here, the mathematical abstraction levels of the secondary school inclusive students were defined within their own conditions. According to Stake (1995), a qualitative case study can be designed to reveal a unique situation. Creswell (2002) emphasized the internal case study by stating that detailed examination of such description of a unique situation has its own nature. For this purpose, 4 open-ended questions prepared by taking expert opinion in line with their outcomes were directed to the secondary school inclusive students participating in the study.

Study Group

The participants of the study were 4 secondary school inclusive students attending a low socio-economic status school in the city center of Van in the academic year of 2019-2020. The homogeneous group sampling method, one of purposive sampling techniques, was used for the selection of the participants. In this respect, the mathematical abstraction levels of students with the same readiness level and same disability were examined. The names of the secondary school inclusive students participating in the study were kept confidential, and the students were coded as S1, S2, S3 and S4. The demographic characteristics and readiness levels of the participants are presented in Table 1 and Table 2 below.

Table 1. *Demographic characteristics of the inclusive students participating in the study*

Student code	Gender	Class Grade	Disability
S1	F	5	Attention deficit and hyperactivity disorder
S2	M	5	Attention deficit and hyperactivity disorder
S3	M	7	Specific learning disability
S4	M	7	Attention deficit and hyperactivity disorder and Specific learning disability

Table 2. *Mathematics lesson readiness levels of the students participating in the study*

Student code	Readiness level	Outcome to be achieved
S1 and S2	Performs the addition operations given with and without carrying	Ability to do addition in mind
S3 and S4	Verbally expresses and maintains the rule in a repeating pattern with geometric objects or shapes.	Finding the desired step in the number or shape patterns, given the rule

In relation to the demographic backgrounds of the students, they were asked to give information about their gender and class grades. By meeting the school counselor, information was obtained about in which area the students who participated in the study had disabilities and was added to the demographic information section.

Application Process

In the 2019-2020 academic year, the questions prepared by obtaining the necessary permissions were directed to 4 secondary school inclusive students in the city center of Van. Due to the epidemic (coronavirus) affecting our country as well as the rest of the world, the application was carried out by interviewing the students over the Education Information Network (known as EBA in Turkey). The study was planned as two weeks, and the first week of the research process aimed to eliminate any missing knowledge of the students about the lesson subject. In the second week, the questions prepared to examine the levels of mathematical abstraction related to the subject were applied. In the findings section, how the live lessons were applied was written down week by week and lesson by lesson, and each student was studied individually.

The procedures performed during the study are given below.

1. Before determining the levels of mathematical abstraction, the outcomes that the students were not good at were determined with the Rough Evaluation Form. Accordingly, questions were prepared in line with the lesson plan and readiness of the students.

2. In the first week, preparatory questions about the field in which they were inadequate were applied.

3. In the second week, questions prepared to determine the levels of mathematical abstraction were applied.

Data Collection Tools

For the study, the related literature was reviewed first. In order to determine the mathematical abstraction levels of the secondary school inclusive students, the legal bases, master's and doctoral theses, articles, books, Internet and elementary and secondary school mathematics curricula were examined in detail. As a result, four open-ended questions were prepared by taking expert opinion.

The questions prepared for S1 and S2 consisted of two parts: "demographic information and questions". In the questions section; There were four main questions in the questions section (silelim). Although these four questions served the same purpose, the levels of mathematical abstraction were different from each other. The first question consisted of two sub-questions; the second question consisted of three sub-questions; the third question consisted of four sub-questions; and the fourth question consisted of four sub-questions. The questions prepared for the examination of the mathematical abstraction levels of S1 and S2 and the mathematical abstraction levels according to the questions are explained below.

- The first and second questions asked the students to do the modeled addition, and the students were determined to be at empirical abstraction level if they were able to answer the question by using a physical modelling,
- In the third question, as the change and unification features of addition allowed the students to express the thoughts they visualized in their minds, the students were determined to be at first-degree reflecting abstraction level,
- In the fourth question, the students were asked to develop a strategy and perform the given additions. Here, the students' use of number relations and their ability to combine and separate numbers in different ways included more mathematical thinking when compared to the third question, and the students were determined to be at second-degree reflected abstraction level.

The questions prepared for S3 and S4 consisted of four main questions. Although these four main questions served the same purpose, the levels of mathematical abstraction were different from each other. All the four questions consisted of two sub-questions. The questions prepared for the examination of the mathematical abstraction levels of S3 and S4 and the mathematical abstraction levels according to the questions are explained below.

- In the first question, the empirical abstraction level was determined as the students used shapes, that is, a physical model, while continuing the given pattern,
- In the second and third questions, simple number patterns were given instead of geometric patterns. First-degree reflecting abstraction level was determined as seeing and envisioning the number patterns in their minds was more abstract than physical modeling questions and therefore required deep thinking,

- In the fourth question, second-degree reflected abstraction level was determined as being able to find out what would happen at any point in the pattern and envisioning the expansion of the patterns in their minds required more algebraic thinking,

- Lastly, patterns; (silelim) being able to associate the patterns with function and arithmetic and geometric sequence was determined as third-degree meta-reflection level.

Since third-degree meta-reflection abstraction is suitable for students at secondary and higher education levels, examples of this level were not included.

The framework below was created for the abstraction levels of the outcomes determined based on the abstraction levels of the questions prepared by Zembat (2016) on teaching the concept of equivalent fractions and on the way she explained these abstraction levels.

Table 3. *Abstraction levels and explanations regarding the outcomes*

	Levels			
Outcomes	Empirical abstraction (0.)	First-Degree Reflecting Abstraction (1st)	Second-Degree Reflected Abstraction (2nd)	Third-Degree Meta-reflection Abstraction (3rd)
Creating strategies for doing addition in mind.	Being able to do addition given with the model. Reflective thinking did not occur because it was done by using physical objects.	Being able to use the change and unification features of addition. The fact that they were able to use these two features of addition without making use of physical objects showed that they internalized the process and thought deeply.	Being able to do the given addition by producing their own strategies. Being able to explain the given strategy. The students' doing the operation by producing their own strategies allowed them to make fewer mistakes. At this level, reflected abstraction occurred as the students were able to explain the existing strategy and produce their own strategies. There was a deeper thinking than at the previous level.	
Creating a pattern, continuing the given pattern, and finding the pattern's rule.	Being able to draw the next step of the given geometric patterns. The reflecting abstraction level did not occur as the	Being able to predict the next step of the given number pattern and to find the number that broke the rule. Being able to see the relationship between number patterns required deeper thinking than the	The expanding pattern. Being able to tell what would happen at any point in the pattern. At this level, the student should generalize the pattern algebraically to be able to tell what would happen at any point in	Being able to express the given pattern as an arithmetic and geometric sequence.

	students reached the next step by making use of physical objects.	relationship between geometric shapes.	the pattern. This required algebraic thinking and thus deeper thinking than at the previous level.

Analysis of Data

After the questions prepared within the scope of the study were applied, the abstraction levels were created by using the framework in Table 3 in line with the participants' readiness. The data obtained were analyzed based on these abstraction levels. The abstraction levels created for the participants can be seen in Table 4 below.

Table 4. *Abstraction levels of the participants*

	Levels			
Students	Empirical Abstraction	First-Degree Reflecting Abstraction	Second-Degree Reflected Abstraction	Third-Degree Reflective Abstraction
S1	Was able to do addition with the model; was able to model the given addition.	Was unable to do the given addition by using the change and unification features of addition.	Was unable to produce a strategy for the given additions.	
S2	Was able to model the given addition. Was unable to model the given addition.	Was unable to do the given addition by using the change and unification features of addition	Was unable to produce a strategy for the given additions.	
S3	Was able to predict the next step of the given geometric pattern.	Was unable to predict the next step of the given number pattern or to find the number that broke the rule.	Was unable to create a rule regarding the given pattern.	
S4	Was able to predict the next step of the given geometric pattern.	Was unable to predict the next step of the given number pattern or to find the number that broke the rule.	Was unable to create a rule regarding the given pattern.	

Ethical Permissions for the Study

In this study, all the specified rules to be followed within the scope of "Higher Education Institutions Scientific Research and Publication Ethics Directive" were followed. None of the actions stated under the title of "Actions Contrary to Scientific Research and Publication Ethics", which is the second part of the directive, was taken.

Ethics committee permission

Ethical approval was given for this study in the decision of Van Yüzüncü Yıl University Ethics Committee dated 27.03.2020 and numbered 2020/02-06.

Name of the committee that made the ethical evaluation = Van Yüzüncü Yıl University Ethics Committee

Date of ethical evaluation decision = 27.03.2020

Ethical evaluation document number = 25477

Findings

In this section, the findings obtained in line with the examination of the mathematical abstraction levels of the secondary school inclusive students were presented in accordance with the weeks applied for S1-S2 and S3-S4 and with the sub-problems examined.

Week 1 / Live Lesson 1

In this live lesson, the behavior of "Explains the addition with models and performs addition with and without carrying regarding the outcome of "being able to develop strategies to do addition in mind" was examined.

The teacher started the live lesson by entering EBA and opened the questions she prepared about the modeling of addition on her computer, and she shared the screen with her student. The teacher first introduced the base ten blocks to the student. Later, she asked the student to say the first modelled addend in the addition. The student reached the number by counting the tens and the ones and found the second addition in the same way. The sum is found first by counting tens and units. The teacher asked the student how this operation can be done without modeling. The student said she could do it by writing the numbers one under the other. In this case, the teacher gave the student time to complete the operation. The teacher asked the student to model the result, and modeling was done with base ten blocks. The teacher directed questions to the student to see the relationship between the tens and ones of the added numbers and the sum. The student was intended to discover that he could add the tens first, then the ones, and finally all of them. The student dealt with the other modeling questions in the same way. Lastly, the teacher ended the lesson by saying that the student's participation was good during the live lesson and by explaining what they would do in the next live lesson.

Week 1 / Live Lesson 2

In this live lesson, the behavior of "does addition with three-digit and four-digit numbers and explains the change and unification features of addition" was examined.

The teacher asked the student to remind them of what they did in the previous live lesson. The student's missing learnings about the previous live lesson were eliminated, and examples of addition operations related to three-digit and four-digit numbers were given. The student was asked to do the addition without using modeling. The 100, 200, 300 and 400 additions for one of the addends were given, and it was ensured that the student was able to reach the result by adding the hundreds. This was followed by the next question, which was the addition operation involving more than two addends. The teacher asked what kind of change with the encountered numbers would provide ease of operation. The student said they could add the small numbers first. The teacher pointed to the fact that for the question of "17 + 46 + 13 + 74", in the student's words, the numbers must be replaced to add up the small numbers and that in the question of "49 + 13 + 27", grouping should be done to add the small numbers. It was explained that the addition operation had the features of change and unification, which provided ease of operation.

Week 1 / Live Lesson 3

In this live lesson, the behavior of "does the addition from the mind and writes from the mind the addition whose operation is given".

The teacher opened the "watermelon picking" game via EBA, which was an addition activity from the mind. In this game, the student was asked to do the given addition operations within a certain time. Due to the time limit, the student involuntarily tried to do the addition operations from the mind. The teacher said that it was possible to do the operations in mind instead of doing them by writing, as in the game. It was seen that the students randomly did some of the additions during the game because they had the ambition to win. The teacher reopened the modeling questions they had done in the first live lesson, said that they could do these operations in mind, and asked the students how they should do the operations. Here, the students were expected to develop their own strategies. However, the students said that they could add them by writing one under the other. Finally, the students were shown the operation steps that were followed in mind, and they were asked what this addition process was. The students gave wrong answers by saying the addition operation they saw on the screen. The teacher explained through another example, saying that it was possible to separate the collected numbers into pieces to do the addition more easily. Thanks to this example, the students were able to say what the addition operation done in mind was.

Week 2 / Live Lesson 1

In this live lesson, the behavior of "develops strategies to do addition in mind" was covered.

In order to improve the student's ability to do addition in mind, the teacher asked the students to do the examples of addition in the 5th-grade mathematics coursebook. These examples, in which there were many addends, encouraged the students to do addition from their minds and to develop strategies. The teacher guided the students to develop strategies. Lastly, the teacher tried to make it meaningful for the student by associating doing addition in mind with daily life. For example; "Our mother wanted us to go to the supermarket and asked us to buy flour, sugar, oil, milk, eggs and cocoa." Here, in order for the student to understand whether the money was sufficient, the intention was to have the students think that it was possible “to find the approximate prices of the products to be purchased by adding them in mind."

Week 2 / Live Lesson 2

In this live lesson, the teacher said that she would apply the questions prepared for the research, and informed them that they would not be evaluated with a grade and asked them to do the questions. The students were guided with sample questions from previous lessons when they did not understand or got stuck. While solving the questions, one of the students did not have a problem with the modeling of the addition operation in the first and second questions, yet the other student (S2) had a problem with modeling the three-digit number and preferred to add one under the other because he wanted to find the result. Again, the student (S2), who preferred to add one under the other, added the numbers by saying that in the example given in the problem style in the third question, 32 and 15 would be added. The student did the operation of 32 + 15 in items a and b in the third question and explained that the same numbers were added in these two questions. In items c and d, S2 added the numbers one under the other and said the same thing was written twice. S1 did the operation of 32+15 and 15+32 in items a and b of the third question. When the teacher drew attention to the places of the numbers, the student concluded that their places changed but the result did not. The student also stated that in items c and d of the third question, they added the numbers by changing their places. The student reported that there was the change feature of addition as the parts they added changed. Both of the students could not develop a strategy in the fourth question and preferred to add the given operations one under the other.

Week 1 / Live Lesson 1

In this live lesson, the behaviors of “creates the given geometric pattern and draws the next step of the given geometric pattern” regarding the outcome of “creates a pattern, continues the given pattern and generalizes the pattern” were covered.

The teacher drew a pattern consisting of geometric shapes arranged according to a certain rule at a simple level and asked the student to explain the pattern. The students explained the pattern by saying, “Square, round, square, round.” As a result, the teacher asked the students what the next shape would be in the pattern in which the last “circle” was drawn, and the teacher expected them to answer. After the students gave the answer of “square”, the teacher congratulated them. The students were shown the slightly more complex geometric pattern in Figure 1, and they were asked to explain the pattern. As the students focused on the increase in the number of arrows, they could not notice the direction of the arrows. At this stage, the teacher posed the question of whether the directions of all the arrows were the same. After this, the students determined the direction of the arrows and drew the fourth step. The lesson continued with the geometric pattern question in Figure 2, and the students were asked to explain the pattern and to draw the next step. The students said that the next step would be in the form of the letter "L". The teacher guided them to make another comment about the next step by telling them to pay attention to the number of dots from top to bottom. For example, the students were expected to provide an explanation like "there is one dot at the top and two dots at the bottom in the 2nd step and one dot at the top, then two and then three dots in the 3rd step." As the number of dots increased from top to bottom, it was resembled to the letter 'L'.

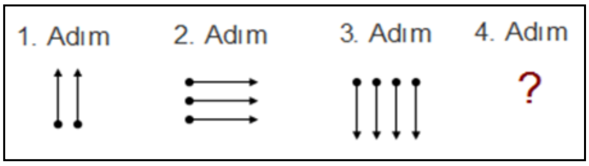


Figure 1. A sample geometric pattern

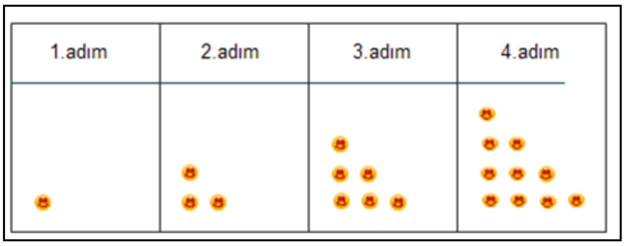


Figure 2. A sample geometric pattern

Week 1 / Live Lesson 2

In this live lesson, the behavior of "explains the given number pattern" was covered.

The teacher started the lesson by saying that they would deal with numbers instead of geometric shapes. In this lesson, the purpose was to have the students first express verbally the number patterns given with a rule. Since numbers are abstract, examples of simple number patterns were given first. The students were asked to explain the rule of the pattern given as 5, 10, 15, 20, 25, …. The teacher first asked the students whether the given pattern was 'increasing' or 'decreasing', and the students gave the answer of 'increasing'. Then, the teacher asked what it increased by. The students said that the pattern increased five by five. Later in the lesson, then number pattern of 21, 17, 13, 9, …. was asked, and the students were requested to explain the rule of the pattern. First, the students determined whether the pattern increased or decreased. The students said it decreased by 4 counting down from 21 to 17; by 4 counting down from 17 to 13; and by 4 counting down from 13 to 9, and they concluded that the pattern continued with a decrease of 4. The teacher asked the students the slightly more complex number pattern of 1, 2, 4, 7, 11, … and requested them to find the rule of the pattern in the same way. The students first said that it continued by 2. The teacher asked whether it also increased by 2 between 1 and 2 and between 4 and 7. The students here noticed that the numbers did not increase by 2. The teacher tried to make the students realize the relationship between the amount of increase between the numbers by writing the numbers on the share screen. The students concluded that it increased one by one. It was found that the next increase would be five.

Week 1 / Live Lesson 3

In this live lesson, the behavior of "finds the next step of the given number pattern" was covered.

The teacher reminded that they found the rule for the number patterns given in the previous lesson. She said that in the lesson, they would find the next steps of the patterns whose rule they had found. The teacher asked the students to find the rule again in the number pattern given as 5, 10, 15, 20, 25, … in the previous lesson. The students said that it first increased and then increased by five. The teacher then asked what the next number would be. The students gave the answer of 30 by adding 5 to 25. Similarly, in the next number pattern of 21, 17, 13, 9, …, the students first said the rule and gave the answer of 5 as the next number by counting back from 9 by 4. In the slightly more complex number pattern of 1, 2, 4, 7, 11, …, the students had difficulty finding the rule. With the teacher's instructions, they found the rule again and reached the number in the next step as "increased by 1, increased by 2, increased by 3, increased by 4, and now will increase by 5, so it will be 16".

Week 2 / Live Lesson 1

In this live lesson, the behavior of "finds the geometric shape that breaks the pattern and finds the number that breaks the pattern" was covered.

The teacher started the lesson by saying that they would find the shapes and numbers that broke the rule in the patterns given that day, and the teacher shared the geometric pattern question on the screen. Sharing the patterns in Figures 3 and 4, the teacher asked the students to find the rule of the pattern in Figure 3 first. The students said that the pattern continued in the form of "sun and moon". The teacher then asked with how many suns and how many moons the pattern continued. The students answered as "three suns one month, three suns one month." The teacher asked them to count the suns and moons again in the last stage. The students said "two suns and one moon" and reported that it was not the same in the other steps. The teacher said and asked, "Then there is a shape that breaks the rule, which do you think it is?" The students said that the last moon broke the rule. The geometric pattern in Figure 4 was examined in the same way, and the colors that broke the rule were found.

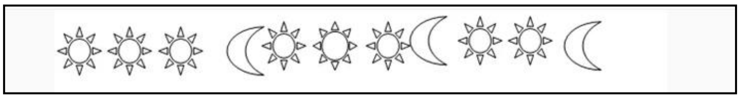


Figure 3. Sample geometric pattern breaking the rule

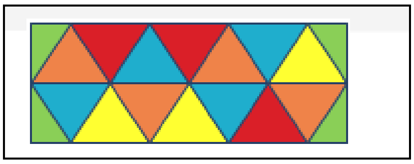


Figure 4. Sample geometric pattern breaking the rule

Next, the number patterns specified in Figure 5 were given, and the students were asked to find the numbers that broke the rule. First, they were requested to express the rule of the given number patterns and then to find the number that broke the rule. Both of the students verbally stated that the rule of the number pattern in Figure 2 (a) increased by five and realized that the number 30 broke the rule. For the students who had difficulty in items (b) and (c), the teacher wrote item (b) on the share screen, said that there was a similar relationship between 1 and 2, between 2 and 4, and between 4 and 8 and helped the students notice the two-fold relationship. With the help of the teacher, the other terms were found as 8 and 16 and as 16 and 32. The number that broke the rule because 20 was written instead of 16 was found by the students. In item (c), the teacher asked whether the pattern continued by increasing or by decreasing and told the students to pay attention to the amount of increase or decrease. As a result of this guidance, both students found that the given pattern continued by increasing. In this pattern, where the amount of increase was not constant, a similar example was solved as a reminder. With this example, the students found where the mistake was by saying it increased by 5, increased by 6, increased by 7 and increased by 7. With the help of guidance, they wrote it correctly as "it increased by 5, increased by 6, increased by 7, increased by 8, increased by 9, ….

a) 5 – 10 – 15 – 20 – 30

b) 1 – 2 – 4 – 8 – 20 – 32

c) 4 – 9 – 15 – 22 – 29 – 39

Figure 5. Sample number pattern breaking the rule

Week 2 / Live Lesson 2

In this live lesson, the behavior of "finds the desired step in the given pattern and generalizes the given pattern" is covered.

During the lesson, examples of finding any desired step were solved together with the students. First, the students were given a number pattern of 3, 5, 7, 9, … and were asked to guess the tenth step. The teacher reminded the students that before finding the tenth step, they had to find the rule of the pattern. The students reached the rule that the pattern continued by increasing first and then increasing by two. After the last term, both students reached the tenth step by taking six steps by 2: 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19, 21, …. Later, given the pattern in Figure 6, they were asked to find the number of chairs at the tenth table. With the teacher's question of "How many chairs are there at the first table, and how many chairs are there at the second table?", the numbers of chairs at each table were found together with the students. The numbers of chairs were 4, 6, 8, …, respectively. The teacher asked the students to explain the rule of this pattern. The students noticed that the chairs were increasing by two, and they preferred to write one by one to find the number of chairs at the tenth table. The students; reached the number of chairs at the tenth table by writing as 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20, 22,…..

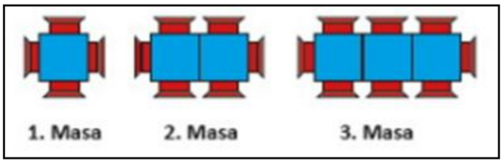


Figure 6. Sample geometric shape pattern

In this lesson, the teacher directed the question of "If we are asked to find the 100th step, will we write one by one?" The students said there was an easy way but failed to say what it was. The teacher filled in Table 4 and Table 5 with the students, respectively.

Table 5. *The relationship of number of steps regarding the pattern of "3, 5, 7, 9, …"*

Number of steps	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**…**	**n**
Number found	3	5	7	9	11	…	2n+1
	+2	+2	+2	+2	+2		

Table 6. *Relationship between the numbers of chairs and tables*

Number of tables	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**…**	**n**
Number of chairs	4	6	8	10	12	…	2n + 2
	+2	+2	+2	+2	+2		

Filling the Table 5 and Table 6 with the students; It was seen that there was a relationship between "the number of steps and the number found in that step" and "the number of tables and the number of chairs". In Table 5, it was seen that there was 2 times minus 1 between the number of steps and the number found in that step. Then, in step n (the teacher told the students that they could write any number they wanted for n), it became 2 times minus 1 (2.n -1). As a result, the students found the general rule of the given pattern, and they could easily find all the steps they wanted. With the teacher's guidance, the students found that in Table 6, the relationship between the number of tables and the number of chairs was as "2 times plus 2" and that at table n, the students reached the conclusion that this relationship would be 2.n + 2. Likewise, the students were told that there was a general rule and that they could find any step they wanted. For example; there were 2.100 + 2 = 202 chairs at the 100th table.

Week 3 / Live Lesson 3

In this live lesson, the teacher said that she would apply the questions prepared for the research, informed them that they would not be evaluated with a grade and asked them to do it. The students were guided with sample questions from previous lessons when they did not understand or got stuck. Both of the students said that in the first question of "yellow star, empty star, empty triangle", the first question mark would be "empty star" and the second question mark would be "empty triangle". Both of the students reached item a of the second question without any problems. In item b, they asked for help on how to do it. At this stage, the teacher reminded them of the example of 1, 2, 4, 7, 11, … from the previous lesson, allowing them to focus on the relationship between numbers. After this example, both students were able to complete the second question. In item a of the second question, they said "it continues 2 by 2, and after 10, it becomes 12". In item b, after the teacher reminded them of the previous lessons, the students reached the conclusion that "it increased by 3, increased by 6, increased by 12, and now it will increase by 24, and then it is 47". In the third question, one of the students (S3) could not find the number that broke the rule and could not explain the pattern. In the third question, S4 said with the help of item b, "it continued with a decrease of 2, and they wrote 38 wrongly" in the first number pattern and said, as a conclusion, with the help of item b of the second question, "it increased by 1, increased by 2, increased by 4, increased by 8; they wrote 16, but it will be 17" in the second number pattern. In item a of the fourth question, both students tried to reach the desired step by drawing, but they could not answer the question given in item b.

The answers given by each student to the questions were examined; notes were taken regarding the answers of the students during the application; and the necessary explanations were provided. As can be seen in Table 7 and Table 8 below, the questions that the students solved were indicated as (+), and the questions they failed to solve were indicated as (-).

Table 7. *Participants' answers to the questions*

Student Code	**First Question**		**Second Question**			**Third Question**				**Fourth Question**			
	a	b	a	b	c	a	b	c	d	a	b	c	d
S1	+	+	+	+	+	+	+	-	-	-	-	-	-
S2	+	+	+	+	-	-	-	-	-	-	-	-	-

Table 8. *Participants' answers to the questions*

Student Code	**First Question**		**Second Question**		**Third Question**		**Fourth Question**	
	a	b	a	b	a	b	a	b
S3	+	+	+	+	-	-	-	-
S4	+	+	+	+	+	+	-	-

Based on Table 7 and Table 8, the students' mathematical abstraction levels were determined and presented in Table 9.

Table 9. *Secondary school inclusive students' mathematical abstraction levels*

Student Code	**Gender**	**Class Grade**	**Abstraction Levels**			
			Empirical Abstraction	1st-Degree (reflecting abstraction)	2nd-Degree (reflected abstraction)	3rd-Degree (metareflection)
S1	K	5	✓	×	×	×
S2	E	5	×	×	×	×
S3	E	7	✓	×	×	×
S4	E	7	✓	✓	×	×

In Table 10, the most repeated actions of the students were given and associated with the abstraction levels. "Adding by writing one under the other and adding by counting the fingers" and "trying to reach the desired step of the patterns by drawing" were the most repetitive actions in the students.

Table 10. *The most repetitive findings related to the abstraction levels*

Abstraction Levels	Codes	S1	S2	S3	S4
Empirical abstraction	Adding by writing one under the other	+	+		
	Adding by counting the fingers	+	+		
	Trying to reach the desired step in the given geometric and number patterns by drawing			+	+
1st-degree reflecting abstraction	Explaining the relationship between number patterns and finding the next step			-	+

Conclusion, Discussion and Suggestions

In general, the students left the explanation part of the questions blank, failed to explain why they thought so, and experienced difficulties in communicating. It was seen that the students often had problems focusing their attention on one thing. This made it difficult to internalize the process. The students avoided establishing a mental relationship and preferred to do it in their own way. This may indicate that they chose to memorize the information. In this respect, the students who tried to do it through memorization could not do the questions that required abstraction. Especially in relation to the acquisition of the ability to do addition in mind, it was seen that the students always preferred the way of adding one under the other and that they did not want to solve it in a different way. For this reason, acquisition of the targeted outcome was not fully achieved. The fact that mathematical information was abstract and that the attention of the inclusive students was short and scattered during the application might have led to failure in full internalization of mathematical concepts (Merril, 2005; Senemoğlu, 2007; Sucuoğlu, 2010).

When S1's mathematical abstraction level was examined based on Table 7, it was seen that S1 solved the first two questions by making use of physical (concrete) objects. As the student made use of physical objects while doing the addition, she was at empirical abstraction level in the first two questions. In the third question, the student was expected to be at the first-degree reflecting abstraction level. However, when the student's answers were examined, it was seen that she was able to explain the relationship (the change feature of addition) in items (a) and (b) but was unable to explain the relationship (unification feature of addition) in (c) and (d). At the same time, the student did the addition operations given in the fourth question by writing them one under the other, and she did not use any mental strategy; therefore, it was shown as (-). In line with this information, it was seen that the student could not fully internalize the outcome of " develops strategies to do addition in mind". In this respect, as the process was not internalized, reflective abstraction was not fully achieved. The student was at the level of empirical abstraction as she did the addition by using physical objects. According to Simon (2004), many students try to learn by basing certain questions on certain operations without understanding mathematical concepts. An example of this was that the students did the additions by adding one under the other instead of developing strategies. According to Table 9, no change was observed in the abstraction level of the student at the end of the research. In this respect, it could be stated that the student did not have sufficient readiness level or sufficient comprehension capacity. A teaching process should be planned considering the student's current abstraction level, and accordingly, the student should be provided with help to internalize the learning process.

When S2's level of mathematical abstraction was examined according to Table 7, it was seen that he was able to answer the first question and that in the second question, he managed to do items (a) and (b) but failed to do item (c) by modelling. The student did item (c) by adding one under the other. In the first and second questions, the student was at the level of empirical abstraction as he did additions by using physical (concrete) objects. Therefore, the student who answered the first question was expected to answer the second question as well. However, it was seen that S2 could not complete item (c) of the second question. In the third question, he did the operation of 32+15 and the same numbers were added in these two questions. In items c and d, he added the numbers by writing them one under the other, and as he said "you wrote the same thing twice", he could not see the change and unification features of addition. For this reason, the student failed to achieve the first-degree reflecting abstraction level, which constituted the abstraction level of this question. In the last question, he could not achieve the second-degree reflected abstraction level because he chose to add the numbers one under the other instead of creating a strategy. Among the reasons for this, we can say that the student chose to memorize the information instead of internalizing it or that he was not at sufficient readiness level. Lastly, it could be stated that the student could not fully achieve the level of empirical abstraction as he did the first question yet left the second question incomplete.

When S3's level of mathematical abstraction was examined based on Table 8, it was seen that he answered the first and second questions and item (a) of the third question. As the student was able to do and explain the first question, he was at the level of empirical abstraction. Since the pattern given with numbers in the second question would lead the student to think mentally, the student was at the first-degree reflecting abstraction level for this question. In the third question, a connection was established with the second question asking the numbers that broke the rule. For this reason, the student who answered the second question was expected to answer the third question as well. He needed to find the rule of the given number patterns in both questions. The student answered the items (a) and (b) of the second question correctly. He could not fully achieve the reflective abstraction process because he failed to answer the third question. Therefore, he remained at the empirical abstraction level. According to Table 9, there was no improvement in the abstraction level of the student. Thus, a new IEP should be prepared again in accordance with the abstraction level of the student.

When S4's math abstraction level was examined based on Table 8, it was seen that he answered the first three questions and failed to answer the fourth question. In the first question, the student's ability to explain by making use of physical (concrete) objects shows that he was at the level of empirical abstraction. Because the second and third questions encouraged the student to think mentally and because he answered these questions correctly, the student could be said to be at the first-degree reflecting abstraction level. As the fourth question was related to the student's ability to establish algebraic relationships, it required deeper thinking than the second and third questions, which indicated the level of reflected abstraction. In the fourth question, instead of finding a relationship between the number of steps and the terms of the pattern, the student drew up to the desired number of steps; in other words, he could not explain the given pattern algebraically. Therefore, the student remained at the first-degree reflecting abstraction level. According to Table 9, it could be stated that the student progressed from the empirical abstraction level to the first-degree reflecting abstraction level and internalized the process up to this stage. In order for the student to internalize this process more, more lesson activities that support the first-degree reflecting and second-degree reflected abstraction levels should be included. This will contribute to the educational development of the student.

When the results were examined in general, the students were at different levels of mathematical abstraction though they were at the same level of readiness and with the same type of incompetency. It was seen that S1 and S2 could not develop strategies to do the addition operation in mind. In this respect, even if students have the same incompetency types and readiness levels, IEP should be prepared again for each of them and the teaching process should be planned taking their mathematical abstraction levels into account. This will contribute to the educational development of the students at highest level. Although the students coded as S3 and S4 had the same incompetency type and the same level of readiness at the beginning of the research process, their mathematical abstraction levels were different. Among the students at the same readiness level, S4 came out at a higher level of mathematical abstraction. In other words, a common lesson plan should not be applied by making a generalization that inclusive students with the same incompetency and at the same level of readiness are at the same educational level.

According to Bingölbali and Özmantar (2012), doing addition by using direct modeling and number relations progresses from simple to complex depending on the abstraction processes. Van de Walle, Karen, and Jennifer (2018) stated that students should not be asked to make mental calculations in the first place as they may be in the modeling process. We can associate this with Piaget's (2001) idea that students use physical models at the empirical abstraction level and reach mathematical generalizations at reflective abstraction. Thus, we can say that the reflective abstraction level is more complex than the empirical abstraction level. It was also stated that students could use objects that enabled them to count in order to model the existing operation as well as could produce abstract strategies (Carpenter, 1999, cited in Bingölbali and Özmantar, 2012, pp.31-61). Consequently, the student solved the operation of 46+38 by determining such a strategy in his own as “Take 2 from 46 and give it to 38 to make 40. Then, add 44 and 40, and the result is 84”, which shows that he could think deeply in mathematical aspect and was at the level of reflective abstraction. In addition, the change and unification features of addition facilitate problem solving and mathematical operations in mind (Van de Walle, Karen and Jennifer, 2018). However, although the change feature is obvious, it may not be clear enough for students. It is pointed out that students' understanding the change and unification features of addition will enable them to make higher levels of abstraction (Carpenter, 1999, cited in Bingölbali and Özmantar, 2012, pp.31-61). Thus, the students' ability to explain the change and unification features of addition could be considered as reflecting abstraction level. According to Simon (2004), many students try to learn by basing certain questions on certain operations without understanding mathematical concepts. This view is supported by the fact that the students wrote the addition operations one under the other instead of developing a strategy supports.

Patterns do not just allow students to expand the pattern. They also allow saying what will happen at any point in the pattern and making generalization. In this respect, we can regard the stages of creating, continuing and generalizing patterns as levels of empirical abstraction and reflective abstraction. Geometric patterns provide good examples because it is easy to see the pattern and students can change objects by moving them (Van de Walle et.al., 2018). In this respect, we can say that the students were at the level of empirical abstraction because they did not make any mathematical generalizations and because they made use of physical objects while drawing or predicting the next step of the geometric pattern. However, here, it was important to ask them to draw the next step. Asking to draw any step requires generalization in the mathematical sense because while reaching mathematical generalizations, students go through a mental structuring process when analyzing how the structure of the pattern changes (Van de Walle et.al., 2018). Similarly, Dreyfus, Hershkowitz and Schwarz (2001) defined the formation of generalizations in the mathematical sense as the transition from physical models to symbols and from symbols to mathematical concepts. As a result of the research, it was seen that one student remained at the level of empirical abstraction; in other words, the student could not internalize the learning process related to the desired outcome. The other student was at the level of first-degree reflecting abstraction. However, it could be stated that the student could not fully internalize the learning process because the student failed to reach mathematical generalizations (second degree) and because this stage required more general abstraction than the first-degree reflecting abstraction level.

In order to see the progress in the abstraction levels of the students or to prepare activities according to their abstraction levels, teachers should have information about the abstraction levels of their students. In this way, for the teaching of any mathematical concept, the teacher will be able to include activities which will allow revealing the abstraction levels of students or which will help students abstract the mathematical concept. In this respect, research could be conducted to examine the extent to which IEPs include activities to reveal the abstraction levels of students and to examine whether teachers teach the lesson by paying attention to the abstraction levels. Abstraction levels could also be investigated in other courses/disciplines apart from mathematics. In this respect, a teaching process which might be more beneficial for students and in which they can internalize the learning process and acquire metacognitive thinking skills can be planned. After determining the abstraction levels of students, group education could be conducted with inclusive students who have the same abstraction level. Group education will be beneficial in terms of improving students' socialization, self-confidence, self-control and self-expression. With this benefit, a step could be taken for "integrating students into society", one of the aims of inclusive education. Lastly, since the study was limited to the mathematics abstraction levels of students with certain disabilities, future studies could examine the mathematics abstraction levels of students with other types of disabilities.

Kaynakça

Akçamete, G. (2015). *Özel gereksinimi olan çocuklar*. Ankara: Kök Yayıncılık.

Altun, M. (2015). *Ortaokullarda (5, 6, 7 ve 8. sınıflarda) matematik öğretimi* (11. Baskı). Bursa: Aktüel Yayıncılık.

Bingölbali, E & Özmantar, M. F. (2012). Matematiksel zorluklar ve çözüm önerileri. Erdoğan, A. & Erdoğan Özdemir, E. (Ed.), *Toplama ve çıkarma kavramlarının öğretimi ve öğrenci güçlükleri* (ss. 31-61). Ankara: Pegem Akademi Yayınları.

Can, E. (2020). Coronavirüs (covid-19) pandemisi ve pedagojik yansımaları: Türkiye'de açık ve uzaktan eğitim uygulamaları. *Açıköğretim Uygulamaları ve Araştırma Dergisi*, *6*(2), 11-53.

Carpenter, T. P., Fennema, E., Franke, M. L., Levi, L. & Empson, S. B. (1999). *Children's mathematcis: Cognitively guided instruction.* Portsmouth, NH: Heinemann.

Carpenter, T. P., Franke, M. L. & Levi, L. (2003). *Thinking mathematically: Integrating arithmetic and algebra in elementary school.* Portsmouth, NH: Heinemann.

Creswell, J. W. & Maietta, R. C. (2002). Qualitative research. In D. C. Miller & N. J. Salkind (Ed.), *Handbook of social research* (pp. 143-184). Oaks, CA: Sage.

Doğaroğlu, T . (2013). Türkiye'de Dikkat Eksikliği ve Hiperaktivite Bozukluğu ile İlgili Çalışmaların Yürütüldüğü Lisansüstü Tezlerin İncelenmesi . Journal of Computer and Education Research , 1 (2) , 90-112.

Merril, E. C. (2005). Preattentive orientingin adolescents with mental retardation. *American Journal on Mental Reteardation*, *110*(1), 28-35.

Millî Eğitim Bakanlığı (MEB). (2014). *Çocuk gelişimi ve eğitimi- öğrenme güçlüğü modülü*. Ankara: Millî Eğitim Bakanlığı Yayınları.

Millî Eğitim Bakanlığı (MEB). (2018). *Matematik dersi öğretim program (ilkokul ve ortaokul 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, ve 8. Sınıflar).* Ankara: Millî Eğitim Bakanlığı.

Pesen, C. (2008). *Yapılandırmacı öğrenme yaklaşımına göre matematik öğretimi.* Ankara: Sempati Yayınları.

Piaget, J. (2001). *Studies in reflecting abstraction* (Çev.Ed. R. L. Campbell). Sussex, England: Psychology Press.

Resmî Gazete. (2020). Özel eğitim hizmetleri yönetmeliği. Sayı: 31152.

Senemoğlu, N. (2007). *Gelişim, öğrenme ve öğretim: Kuramdan uygulamaya.* Ankara: Gönül Yayıncılık.

Simon, M. A. & Tzur, R. (2004). Explicating the role of mathematical tasks in conceptual learning: An elaboration of the hypothetical learning trajectory. *Mathematical Thinking and Learning*, *6*(2), 91-104. http://doi.org/10.1207/s15327833mtl0602_2.

Sorgun Rehberlik Araştırma Merkezi. (2017). Yetersizlik türleri ve özel bireylere toplumun bakış açısı.

Stake, R. (1995). *The art of case study research.* Oaks, CA: Sage.

Sucuoğlu, B. (2010). Zihinsel engelli bireylerin özellikleri. N. B. Sucuoğlu (Ed.), *Zihinsel engelliler ve eğitimleri içinde* (ss. 120-173). Ankara: Kök Yayıncılık.

Van de Walle, J. A., Karen, S. & Jennifer, M. (2018). *İlkokul ve ortaokul matematiği gelişimsel yaklaşımla öğretim* (Çev. Ed. S.). Ankara: Nobel Akademik Yayıncılık.

Zembat, İ. Ö. (2016). Piaget'e göre soyutlama ve çeşitleri. E. Bingölbali, S. Arslan, & İ. Ö. Zembat (Ed.), *Matematik eğitiminde teoriler içinde* (ss. 447-458). Ankara: Pegem Akademi Yayıncılık.

Zembat, İ. Ö. & Aslan, M. (2016). Prescriptions guiding prospective teachers in teaching mathematics. *Kuram ve Uygulamada Eğitim Bilimleri, 16*(3), 735-769. https://doi.org/10.12738/estp.2016.3.0371

KEFAD Cilt 23, (Özel Sayı), 2022

Ahi Evran Üniversitesi
Kırşehir Eğitim Fakültesi Dergisi

ISSN: 2147 - 1037

http://kefad.ahievran.edu.tr

Investigation of Elementary Mathematics Teacher Candidates' Self-Efficacy Levels for Online Learning in Terms of Various Variables

Serdal Baltacı
Suphi Önder Bütüner
Erhan Çalışkan

Article Information

CrossMark

DOI: 10.29299/kefad.1054516

Received: 06.01.2022
Revised: 18.02.2022
Accepted: 26.02.2022

Keywords:
Online learning,
Self-efficacy
Preservice teacher,
Gender,
Grade level

Abstract

In this study, pre-service teachers' self-efficacy levels for online learning were investigated in terms of certain variables by cross-sectional survey method. The sample of the study is a total of 562 teacher candidates studying in the Elementary Mathematics Education Programme of the Faculty of Education of 4 different universities in the Central Anatolia region. In the study, the self-efficacy scale for online learning developed by Sun and Rogers (2020) was adapted into Turkish and used. The mean scores of the pre-service teachers in the sub-dimensions of technology use, online learning task, educator and peer interaction and communication, self-regulation and motivation of the online learning self-efficacy scale were found to be at a good level. It was found that there was a significant difference in favor of female students only in terms of technology use self-efficacy levels. It has been determined that there is a significant difference between the 1st and 3rd grades in favor of the 1st grade and between the 3rd and 4th grades in favor of the 4th grade in terms of teacher candidates' educator and peer interaction and communication self-efficacy levels. No significant difference was found between grade levels in terms of other dimensions.

İlköğretim Matematik Öğretmen Adaylarının Çevrimiçi Öğrenmeye Yönelik Öz-Yeterlik Düzeylerinin Çeşitli Değişkenler Açısından İncelenmesi

Makale Bilgileri

CrossMark

DOI: 10.29299/kefad.1054516

Yükleme: 06.01.2022
Düzeltme: 18.02.2022
Kabul: 26.02.2022

Anahtar Kelimeler:
Çevrimiçi öğrenme,
Öz-yeterlik,
Öğretmen adayı,
Cinsiyet,
Sınıf düzeyi

Öz

Bu çalışmada, öğretmen adaylarının çevrim içi öğrenmeye yönelik öz-yeterlilik düzeyleri belli değişkenler açısından kesitsel tarama yöntemiyle araştırılmıştır. Çalışmanın örneklemi, İç Anadolu bölgesinde yer alan 4 farklı üniversitenin Eğitim Fakültesinin İlköğretim Matematik Öğretmenliğinde öğrenim gören toplam 562 öğretmen adayıdır. Çalışmada Sun ve Rogers (2020) tarafından geliştirilen çevrim içi öğrenmeye yönelik öz yeterlilik ölçeği Türkçeye uyarlanarak kullanılmıştır. Öğretmen adaylarının çevrimiçi öğrenme öz-yeterlik ölçeğinin teknoloji kullanımı, çevrimiçi öğrenme görevi, eğitici ve akran etkileşimi ve iletişimi ve öz düzenleme ve motivasyon alt boyutlarındaki puan ortalamaları iyi düzeyde bulunmuştur. Sadece teknoloji kullanımı öz-yeterlik düzeyleri açısından kız öğrenciler lehine anlamlı bir farklılığın olduğu tespit edilmiştir. Öğretmen adaylarının eğitici ve akran etkileşimi ve iletişimi öz-yeterlik düzeyleri açısından 1. ve 3. sınıf arasında 1. sınıf lehine ve 3. ve 4. sınıf arasında 4. sınıf lehine anlamlı bir farklılığın olduğu tespit edilmiştir. Diğer boyutlar açısından sınıf düzeyleri arasında anlamlı bir farklılık tespit edilememiştir.

Sorumlu Yazar: Serdal Baltacı, Doç, Dr, Kırşehir Ahi Evran Üniversitesi, Türkiye, serdalbaltaci@gmail.com, ORCID ID: 0000-0002-8652-4467

Suphi Önder Bütüner, Doç Dr, Yozgat Bozok Üniversitesi, Türkiye, s.onder.butuner@bozok.edu.tr, ORCID NO: 0000-0001-7083-6549;

Erhan Çalışkan, Matematik Öğretmeni, Fatma Temel Turan Ortaokulu, Yozgat, Merkez, erhancaliskan87@gmail.com

Alt Bilgi: Bu çalışmada kullanılan ölçeğin uyarlama çalışması 15 Haziran 2021 tarihinde. 5. Uluslararası Türk Bilgisayar ve Matematik Sempozyumuna bildiri olarak gönderilmiş, 22 Ağustos 2021'de sempozyumda sunulmak üzere kabul edilmiş, 29 Ekim 2021'de ilgili sempozyumda sunulmuş ve bildiri özet kitabında yayımlanmıştır ve Erhan Çalışkan'ın yüksek lisans tezinin belli bir kısmıdır.

Atıf için: Baltacı, S., Bütüner, S. Ö., & Çalışkan, E. (2022). Ilköğretim matematik öğretmen adaylarının çevrimiçi öğrenmeye yönelik öz-yeterlik düzeylerinin çeşitli değişkenler açısından incelenmesi. *Kırşehir Eğitim Fakültesi Dergisi, 23*(Özel Sayı), 472-508.

Giriş

> "Kendine inanıyor olmak başaracağının garantisi değildir ama inanmıyor olmak kesinlikle başarısızlığa sebep olur."
>
> Albert BANDURA, 1997

21. yüzyıl becerinden biri olarak kabul edilen Bilgi, Medya ve Teknoloji Becerileri, eğitim-öğretim sürecinde vazgeçilmez birer ön koşul hâlini almıştır (Eryılmaz ve Ulusoy, 2015). Eğitim-öğretim sürecinde yardımcı araç olarak teknolojinin kullanılması, yüz-yüze öğretim ortamlarında faydalı olmakla birlikte, eğitim-öğretimi yüz yüze yapma zorunluluğunu da ortadan kaldırmaktadır. Basitçe söylemek gerekirse, çevrimiçi öğrenme, bir bilgisayar veya mobil aygıt aracılığıyla erişilebilen öğrenme ve diğer destekleyici kaynakları ifade etmektedir (Carliner, 2004). Ülkemizde Covid-19 pandemi süreci ile birçok üniversite uzaktan eğitime geçme kararı almış ve bu durum öğretmen adaylarının çevrimiçi öğrenmeye yönelik öz-yeterlik düzeylerinin belirlenmesi ihtiyacını gündeme taşımıştır. Çevrimiçi öğrenme sürecinde, ölçme ve değerlendirmenin etkili şekilde yürütülememesi, teknolojik yetersizlikler ve teknik sorunlar, iletişimde aksaklık, fırsat eşitsizliği ve motivasyon kaybı gibi değişik sorunların varlığı (Özdoğan ve Berkant, 2020), öğretmen adaylarının çevrimiçi öğrenmeye yönelik öz-yeterlik düzeylerinin belirlenmesinin önemine işaret etmektedir. Öğretmen adaylarının çevrimiçi öğrenmeye yönelik öz-yeterlik düzeylerinin belirlenmesi, çevrimiçi ortamda eğitim öğretim faaliyetlerinin etkili bir şekilde yürütülmesinde ve gerekli önlemlerin alınmasında yol gösterici olacaktır.

Bandura (1997), öz-yeterliliği, kişinin bireysel yeterliklerine ve potansiyeline olan inancı şeklinde tanımlamıştır. Gallegher (2012) öz-yeterliği bireyin öğrenmeyi gerçekleştirme ve davranışları geliştirme konusunda kendi kapasitesine olan inancıdır şeklinde tanımlamıştır. Öz yeterliğin öğrencilerin öğrenme motivasyonları üzerinde önemli bir etkiye sahip olduğunu söyleyebiliriz. Bandura (1994), öz yeterlik düzeyi düşük olan öğrencilerin öğrenme öğretme sürecine tam olarak odaklanamadıklarını ve zorluklar ile karşılaştıklarında yeterli çabayı gösteremediklerini belirtmiştir. Kansu ve Hızlı (2007) öz-yeterliği yüksek düzeyde olan bireylerin ise derslerde başarılı olacaklarına dair inançlarının yüksek düzeyde olabileceğini ifade etmişlerdir. Lorsbach ve Jinks (1999), öz-yeterliği düşük bireylerin, sorumluluklarından çabuk sıkılıp sorumluluk aldıkları işi bitirmeden pes ettiklerini ifade etmiştir. Bu yüzden öz yeterlik, çevrim içi öğrenme sürecinde beklentilerin karşılanması için göz önünde bulundurulması gereken önemli bir değişkendir (Yıldız ve Seferoğlu, 2020). Bu açıdan çalışmada, ilköğretim matematik öğretmen adaylarının çevrimiçi öğrenmeye yönelik öz yeterlik düzeyleri belirlenmeye çalışılmıştır.

Çevrimiçi Öğrenme Öz yeterlik Ölçeği

Sun ve Rogers (2020) tarafından geliştirilmiş olan Çevrimiçi Öğrenme Öz-Yeterlilik Ölçeğinin (Online Learning Self-efficicay Scale) Türkçe'ye uyarlaması yapılarak çalışma kapsamında kullanılmıştır. Bu ölçek, Teknoloji Kullanma Öz-Yeterliliği, Öğretmen, Öğrenci İletişimi ve Etkileşimi

Öz-Yeterliliği, Öz Denetim Öz-Yeterliliği, Öz Motivasyon Öz-Yeterliliği olmak üzere 4 alt boyuttan oluşmaktadır. Teknoloji kullanma öz-yeterliği boyutu, öğrencilerin çevrimiçi öğrenme ortamında teknolojiyi kullanma yeteneklerine olan kişisel inançlarını belirlemeye yönelik yedi maddeden (1,2,3,4,5,6,7), çevrimiçi öğrenme görevi öz-yeterliği, öğrencilerin çevrimiçi öğrenme görevlerini gerçekleştirme yeteneklerine olan kişisel inançlarını belirlemeye yönelik dört maddeden (8,9,10,11) oluşmaktadır. Bir diğer boyut olan eğitici ve akran etkileşimi ve iletişimi öz-yeterliği, öğrencilerin eğitmenler ve akranlarla etkileşim ve iletişim kurma yeteneklerine olan kişisel inançlarını belirlemeye yönelik 7 maddeden (12,13,14,15,16,17,18), dördüncü ve son boyut olan öz düzenleme ve motivasyon öz-yeterliği, öğrencilerin çevrimiçi öğrenme ihtiyaçları doğrultusunda davranışlarını kontrol etme, izleme ve kendilerini çevrimiçi öğrenme için motive etme konusundaki kişisel inançlarını belirlemeye yönelik on üç maddeden (19,20,21,22,23,24,25,26,27,28,29,30,31) oluşmaktadır.

Yazarlar ölçeğin önceki çalışmalarda kullanılan ölçekler (Arbaugh vd, 2008; Artino ve McCoach, 2008; Barnard, Lan, To, Paton ve Lai, 2009; Martin ve Tutty, 2009; Miltiadou ve Yu, 2000; Pintrich ve DeGroot, 1990) incelenerek oluşturulduğunu ifade etmişlerdir. Önceki yapılan çalışmalarda kullanılan ölçeklerden farklı olarak, bu çalışmada kullanılan ölçekteki maddelerin tamamının olumlu olması, yanıtlayıcıların kafa karışıklığı yaşamalarının önüne geçecektir (Netemeyer, Bearden ve Sharma, 2003). Bunun yanında ölçeğin 6'lı likert tipte olması nötr veya belirsizlik noktalarına sahip değildir bu nedenle çalışmada kullanılan ölçek 4'lü ve 5'li likert tip ölçeklere (Arbaugh vd, 2008; Barnard, Lan, To, Paton ve Lai, 2009; Martin ve Tutty, 2009; Miltiadou ve Yu, 2000) kıyasla daha iyi ölçüm özelliklerine sahiptir (Boone, Townsend ve Staver, 2010). Literatür incelendiğinde, önceki çalışmalarda kullanılan ölçeklerin, dört farklı boyutun birini veya daha fazlasını karşılamada yetersiz olduğu tespit edilmiştir (Sun ve Rogers, 2020, s.187). Belirtilen sebeplerden ötürü Sun ve Rogers (2020) tarafından geliştirilmiş olan Çevrimiçi Öğrenme Öz-Yeterlilik Ölçeği Türkçeye uyarlanmış ve ilköğretim matematik öğretmen adayları üzerinde uygulanmıştır.

Yapılmış Çalışmalar

Çok (2021) öğretmenlerin öz yeterlik algılarını belli değişkenler açısından incelemiştir. Çalışmanın sonucunda, öğretmenlerin uzaktan eğitime ilişkin öz-yeterlik algıları cinsiyet ve çalıştıkları öğretim kademesi değişkenleri açısından anlamlı farklılık göstermemiştir. Hacıcaferoğlu ve Güner (2021) öğrencilerin, çevrimiçi öğrenmeye yönelik hazır bulunuşluk düzeylerini, çeşitli değişkenler açısından incelemişlerdir. Öğrencilerin çevrimiçi öğrenmeye hazır bulunuşluk düzeyleri ile cinsiyet ve okudukları sınıf değişkenleri arasında anlamlı bir farklılık bulunamamıştır. Yıldız ve Seferoğlu (2020), uzaktan eğitim öğrencilerinin çevrim içi teknolojilere yönelik öz yeterlik algılarını çeşitli değişkenler açısından incelemişlerdir. Çalışma sonucunda kadınların Öz yeterlik puan ortalamasının, erkeklerin Öz yeterlik puan ortalamasından anlamlı olarak farklılık gösterdiği tespit edilmiştir. Ayrıca uzaktan eğitim öğrencilerinin öz yeterlik algı puan ortalamaları, yaş aralıklarına göre de anlamlı farklılık göstermektedir. Aktürk ve Delen (2020) çalışmalarında, öğretmenlerin teknoloji kabul düzeyleri ile akademik, mesleki, sosyal ve entelektüel öz-yeterlik inançlarının yüksek olduğunu tespit etmişlerdir. Erkek öğretmenlerin teknoloji kabul düzeylerinin kadın öğretmenlere göre daha yüksek olduğu çalışmanın sonuçlarından biridir. Sırakaya ve Yurdugül (2016), çalışmasında öğretmen adaylarının çevrimiçi öğrenme hazırbulunuşluluk düzeylerini cinsiyet, sınıf düzeyi, bölüm ve internet kullanım süresi değişkenleri açısından incelemişlerdir. Araştırma sonucunda öğrencilerin çevrimiçi öğrenme hazırbulunuşluluk alt faktörlerinden bilgisayar-internet öz yeterliği ve Öz güdümlü öğrenme alt faktörlerinde cinsiyete göre anlamlı farklılık olduğu bulgusuna ulaşılmıştır. Sınıf düzeyine göre ise, çevrimiçi öğrenme hazırbulunuşluluğun bilgisayar internet öz yeterliği alt faktöründe anlamlı fark olduğu bulunmuştur. Gürol ve Aktı (2010), öğretmen adaylarının öz yeterlikleri ile internet öz yeterlikleri arasındaki ilişkiyi belirlemeye ve öz yeterliklerinin internet öz yeterliğini ne kadar yordadığını tespit etmeye çalışmışlardır. Çalışma sonucunda, internet öz yeterliğinin öğrencinin motivasyonu, başarısı ve yeterliğiyle ilişkili olduğu sonucuna ulaşmışlardır. Diğer taraftan yüksek düzeyde öğretmen yeterliğinin öğrencilerin okula ve öğrenme materyallerine karşı olan ilgilerini artırdığını belirtmişlerdir.

Literatürde öğretmenlerin ve öğretmen adaylarının çevrimiçi öğrenmeye yönelik öz yeterlik düzeylerini belirlemeye ve belli değişkenler açısından incelemeye yönelik çalışmaların olduğu görülmektedir. Ancak son iki yıldır pandemi süreci ile öğretmen adaylarının çevrimiçi öğrenmeye yönelik öz yeterlik düzeylerinin yeniden belirlenmesinin gerekli olduğu da bir gerçektir. Bu çalışmada literatürde bu amaç için kullanılan ölçekler incelenerek ve eksiklikleri tespit edilerek geliştirilen Çevrimiçi Öğrenme Öz-Yeterlilik Ölçeği (Sun ve Rogers, 2020) kullanılmıştır. Bu çalışmadan elde edilen sonuçların, çevrimiçi eğitim öğretim sürecinin etkili şekilde yürütülmesine katkı sağlayacağı düşünülmektedir. Çalışmada, öğretmen adaylarının verdikleri cevaplar ışığında, öğretmen adaylarının eksik oldukları konular tespit edilerek, bu konuları tamamlayıcı öğretim uygulamaları yürütülebilir. Şunu da belirtmekte fayda olduğunu düşünüyoruz. Bu çalışma İç Anadolu Bölgesindeki 4 üniversitenin eğitim fakültesinde öğrenim gören İlköğretim Matematik Öğretmeni Adayları üzerinde yürütülmesi sebebiyle sınırlı bir evrene genelleme yapmaya imkân tanımaktadır. Bu açıdan ileri de daha geniş bir hedef kitle üzerinde bu ölçek kullanılarak öğretmen adaylarının çevrimiçi öğrenmeye yönelik öz-yeterlik düzeyleri belirlenebilir. Bu sayede çevrimiçi öğrenme süreçlerinin daha etkili yürütülmesine katkı sağlayıcı daha güçlü sonuçlara ulaşılabilir.

Araştırma Problemleri

Çalışmanın problemleri şu şekildedir.

İlköğretim Matematik Öğretmen adaylarının çevrim içi öğrenmeye yönelik öz-yeterlik düzeyleri nasıldır?

İlköğretim Matematik Öğretmen adaylarının çevrim-içi öğrenmeye yönelik öz yeterlilik düzeyleri cinsiyete bağlı olarak anlamlı bir farklılık göstermekte midir?

İlköğretim Matematik Öğretmen adaylarının çevrim-içi öğrenmeye yönelik öz yeterlilik düzeyleri sınıf düzeyine bağlı olarak anlamlı bir farklılık göstermekte midir?

Yöntem

Bu çalışma için Kırşehir Ahi Evran Üniversitesi etik kurulundan gerekli etik kurul izni alınmıştır. Çalışmanın verileri google form aracılığıyla toplanmıştır. Bu çalışmada, öğretmen adaylarının çevrim içi öğrenmeye yönelik öz-yeterlilik düzeyleri belli değişkenler açısından kesitsel tarama yöntemiyle araştırılmıştır (Çepni, 2014; Fraenkel, Wallen ve Hyun, 2011).

Örneklem

Bu tip bir araştırmada en az 100 katılımcının olması önerilmektedir (Cohen, Manion ve Morrison, 2013). Bu çalışmanın evrenini İç Anadolu bölgesindeki üniversitelerin eğitim fakültelerinde öğrenim gören ilköğretim matematik öğretmen adayları oluşturmaktadır. Çalışmanın ökrekleminin belirlenmesinde kolay ulaşılabilir durum örneklemesi yöntemi kullanılmıştır. Çalışmanın örneklemi, Türkiye'de yer alan dört farklı üniversitenin Eğitim Fakültesinin İlköğretim Matematik Öğretmenliğinde öğrenim gören toplam 562 öğretmen adayından oluşmaktadır. Çalışmaya katılan öğrencilerin üniversitelere göre dağılımı Tablo 1'de sunulmuştur.

Tablo 1. *Çalışmaya katılan öğrencilerin sınıf düzeyine bağlı olarak üniversitelere göre dağılımı*

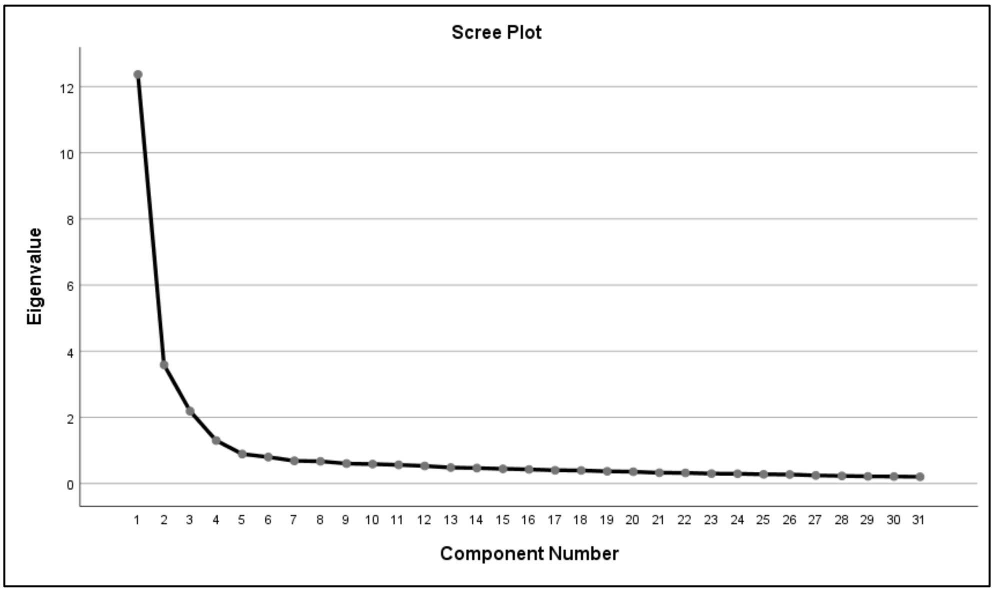
Üniversite	Sınıf Düzeyi	Frekans
A	1	37
	2	38
	3	45
	4	19
B	1	34
	2	36
	3	48
	4	21
C	1	41
	2	42
	3	40
	4	18
D	1	40
	2	39
	3	42
	4	22
Toplam		562

Veri Toplama Aracı

Çalışmada Sun ve Rogers (2020) tarafından geliştirilen çevrim içi öğrenmeye yönelik öz yeterlilik ölçeği Türkçeye uyarlanarak kullanılmıştır (Ek 1). Ölçek dört boyuttan ve 31 maddeden oluşmaktadır. Ölçeğin bütünü için Cronbach Alpha iç tutarlılık katsayısı 0.946'dır. Ölçeğin ilk yedi maddesi öğretmen adaylarının teknoloji kullanımı öz-yeterlik düzeylerini, 8, 9, 10 ve 11. maddeler öğretmen adaylarının çevrimiçi öğrenme görevi öz-yeterlik düzeylerini, 12, 13, 14, 15, 16, 17 ve 18. maddeler öğretmen adaylarının eğitici ve akran etkileşimi ve iletişimi öz-yeterlik düzeylerini ve son on üç madde öğretmen adaylarının öz düzenleme ve motivasyon öz-yeterlik düzeylerini ölçmektedir. Her bir alt boyut için Cronbach Alpha iç tutarlılık katsayısı teknoloji kullanımı öz-yeterliği için 0.866, çevrimiçi öğrenme görevi öz-yeterliği için 0.905, eğitici ve akran etkileşimi ve iletişimi öz-yeterliği için 0.872, öz düzenleme ve motivasyon öz-yeterliği için 0.948 olarak yüksek düzeydedir. Her bir madde ile ölçek toplam puanı (yani, düzeltilmiş madde toplam korelasyonu) arasındaki korelasyon katsayıları, 0,503 ile 0,744 arasındadır. Yapılan doğrulayıcı faktör analizi sonucu, uyum iyiliği değerlerinin istenen sınırlar içerisinde olduğunu göstermektedir (Sun ve Rogers, 2020, s.193-194).

Uyarlama sürecinin ilk aşamasında ölçek alan uzmanı üç akademisyen tarafından Türkçeye çevrilmiş, ardından çaprazlama yapılarak her bir akademisyen diğer akademisyenlerin çevirilerini incelemiş ve önerilerini form üzerinde belirtmişlerdir. İkinci aşamada ölçek maddeleri kapsam geçerliği ve Türk kültürüne uygunluğu açısından, Bilgisayar ve Öğretim Teknolojileri Bölümünde görev yapan iki akademisyen ve Türkçe öğretmenliği bölümünde görev yapan üç akademisyen tarafından incelenmiş ve gerekli düzeltmeler yapılmıştır. Üçüncü aşamada ölçek 23 öğretmen adayı üzerinde uygulanmış ve öğretmen adaylarından anlaşılmayan ve açık olmayan maddeleri ölçek formunun altında bırakılan boş kısma yazmaları istenmiştir. Bazı maddelerin doğrudan Türkçeye çevrilmesi, anlam, yapı ve anlaşılırlık açısından Türk kültürüne uygun olmadığından dolayı uzun süreli tartışmalar yapılarak madde ülkemiz için en uygun şekle sokulmuştur. Örneğin, ölçeğin orijinal formundaki 28. maddenin (I can find where I am able to study most efficiently for my online courses), Türkçe hali "Çevrimiçi derslerimi en verimli şekilde nerede alabileceğimi bulabilirim" şeklindedir. Madde bu haliyle öğretmen adaylarına gösterildiğinde, öğretmen adayları çevrimiçi derslere Covid 19 salgını nedeniyle evlerinden katıldıklarını ifade etmişler ve bu maddenin bu haliyle uygun olmadığını dile getirmişlerdir. Bu sebepten ötürü, bu maddenin Türkçesi, "Çevrim içi derslerime verimli şekilde çalışmam konusunda kendimi motive edebilirim" şeklinde değiştirilmiştir. Dördüncü aşamada, ölçeğin her iki formu İngilizce öğretmenliği bölümünde öğrenim gören 128 öğretmen adayı üzerinde uygulanmış ve ölçeğin her iki formu arasında elde edilen korelasyon katsayısı .92 olarak yüksek düzeyde bulunmuştur. Son aşamada ölçek üzerinde ikinci düzey doğrulayıcı faktör analizi işlemi gerçekleştirilmiştir. Ölçme aracı uyarlama sürecinde açımlayıcı faktör analizi yapmak yerine doğrudan doğrulayıcı faktör analizi kullanılması önerilmektedir (Bandalos ve Finney, 2010; Seçer, 2014; 2015, s.78; Demir ve Yurdugül, 2014; Kline, 2016). Ancak bazı maddelerin doğrudan Türkçeye çevrilmesi, anlam, yapı ve anlaşılırlık açısından Türk kültürüne uygun olmadığından (Örneğin madde 28) dolayı değiştirilmiştir. Bu yüzden öncelikle açımlayıcı faktör analizi yapılmış, açımlayıcı faktör analizi sonucu, ölçeğin orijinal formundaki yapı elde edilmiştir. Ardından elde edilen yapının doğrulanması amacıyla doğrulayıcı faktör analizine başvurulmuştur.

Açımlayıcı faktör analizi: 528 öğretmen adayından toplanan veriler ile açımlayıcı faktör analizi gerçekleştirilmiştir. Literatür incelendiğinde bu sayının açımlayıcı faktör analizi için yeterli olduğu söylenebilir (Field, 2013; Büyüköztürk, 2018). Açımlayıcı faktör analizine geçilmeden önce, verinin faktör analizi için uygunluğuna bakılmış, veri setinde uç değer ve eksik veri olup olmadığı kontrol edilmiştir. Basıklık ve çarpıklık değerleri istenen sınırlar içerisinde bulunmuştur. Temel bileşenler faktör analizinde Kaiser-Meyer Olkin değeri 0,957 olarak iyi bir düzeyde olup, Barlett testi sonucu anlamlı bulunmuştur ($p<0.0001$). Her bir maddenin Anti-image korelasyon katsayısı 0.90'dan büyüktür. Bu durum, madde bazında faktör analizi yapmak için örneklem yeterliliğine işaret etmektedir. Determinant katsayısı 0.001'dir. Bu durum çoklu bağlantılılık sorunu olmadığını göstermektedir. Maddeler arasında çoklu eşdoğrusallıkta ($r > 0.8$) gözlenmemektedir. Maddeler arasındaki korelasyon katsayılarına bakıldığında ise korelasyon katsayılarının genel olarak 0.30'dan büyük olduğu tespit edilmiştir. Elde edilen bu bulgular verilerin faktör analizi için uygun olduğunu ortaya koymaktadır (Pallant, 2010; Can, 2014; Çokluk, Şekercioğlu ve Büyüköztürk, 2014). Ölçek dört faktörlü bir yapıya sahiptir. Burada ölçüt değer bu faktörlerin özdeğerinin 1'den büyük olmasıdır. Şekil 1'de verilen özdeğerlere ait çizgi grafiğinde ölçeğin dört faktörlü yapısı doğrulanmaktadır.



Şekil 1. Öz değerlere ait çizgi grafiği

Birinci faktör ölçek varyansının %25,37'sini, ikinci faktör %15,46'sını, üçüncü faktör %14,51'ini, dördüncü faktör ölçek varyansının %7,26'sını, dört faktör birlikte ölçek varyansının %62,72'sini açıklamaktadır. Tablo 2'de 31 maddeden oluşan çevrimiçi öğrenmeye yönelik özyeterlik ölçeğinin, her bir maddesinin faktör yük değeri, döndürülmüş faktör yük değeri, madde toplam korelasyon değeri verilmiştir. Bunun yanında her bir faktöre ait özdeğer ve iç tutarlılık katsayısı rapor edilmiştir. Tablo 2'de görüldüğü gibi her bir maddenin, madde toplam korelasyonu ve faktör yük değeri 0,40'dan büyük olup, ölçekte binişik madde yer almamaktadır. Ölçeğin bütünene ait iç tutarlılık katsayısı 0,948, her bir faktöre ait iç tutarlılık katsayıları ise sırasıyla, 0,866; 0,830; 0,919; 0,942 olarak kabul edilebilir düzeydedir. Açımlayıcı faktör analizi sonrası elde edilen tüm bu değerler kabul edilebilir sınırlar içerisinde yer almaktadır (Field, 2013; Seçer, 2015; Büyüköztürk, 2018).

Tablo 2. *Açımlayıcı faktör analizi sonuçları*

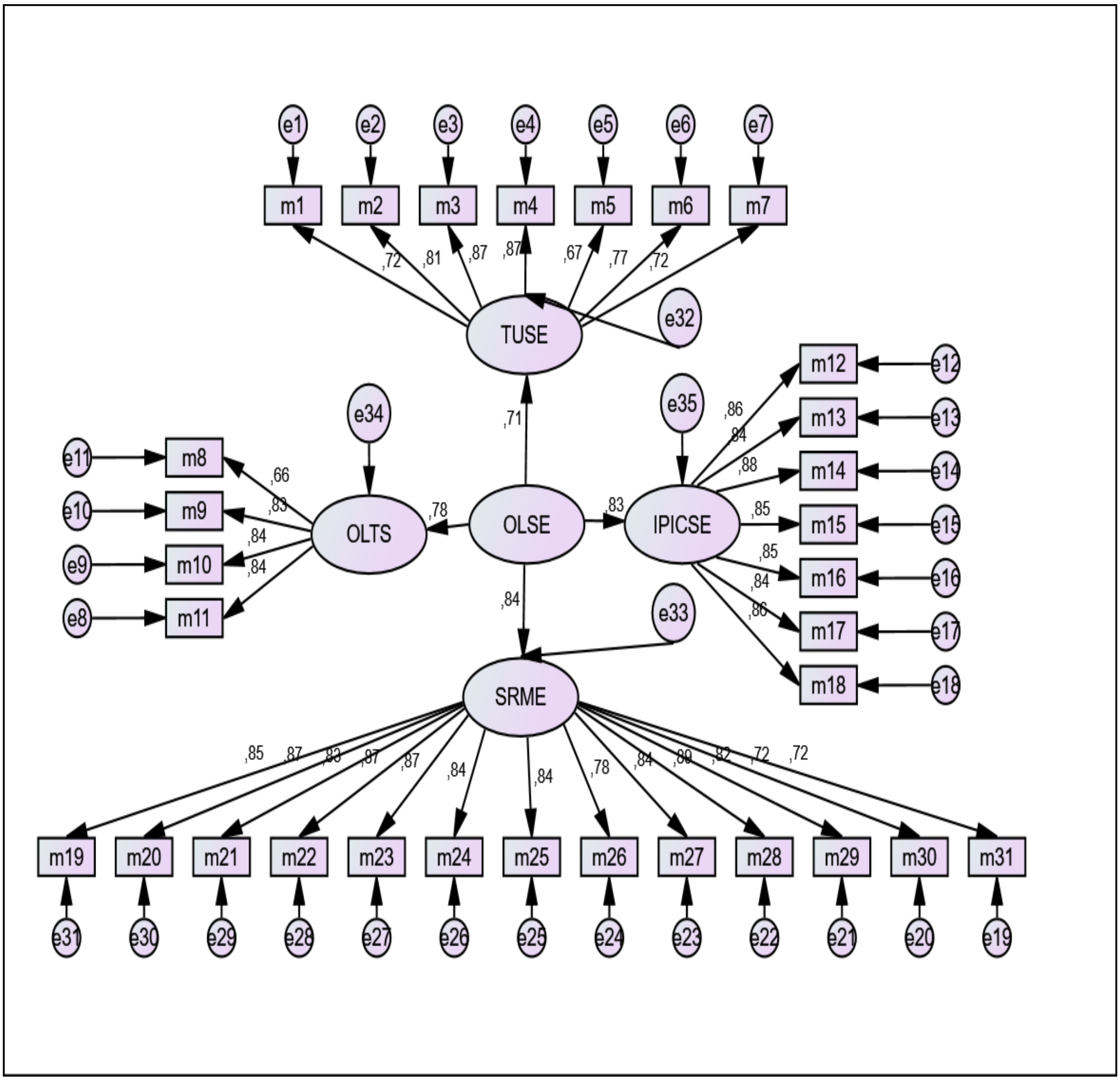
Madde No	Faktör Yük Değeri	Döndürülmüş faktör yük değeri				Madde Toplam Korelasyon
		Faktör1	Faktör2	Faktör3	Faktör4	
1	0,479	0,660				0,461
2	0,510	0,736				0,494
3	0,505	0,795				0,497
4	0,471	0,766				0,461
5	0,414	0,706				0,403
6	0,444	0,756				0,435
7	0,448	0,599				0,432
8	0,648		0,686			0,587
9	0,500		0,829			0,481
10	0,576		0,800			0,560
11	0,589		0,761			0,571
12	0,683			0,807		0,653
13	0,660			0,768		0,634
14	0,678			0,812		0,648
15	0,646			0,757		0,612
16	0,675			0,696		0,646
17	0,657			0,689		0,625
18	0,698			0,688		0,662
19	0,731				0,752	0,687
20	0,742				0,760	0,700
21	0,709				0,760	0,660
22	0,761				0,680	0,722
23	0,746				0,759	0,700
24	0,708				0,757	0,663
25	0,719				0,782	0,674
26	0,616				0,692	0,572
27	0,692				0,755	0,647
28	0,737				0,837	0,692
29	0,752				0,712	0,713
30	0,620				0,657	0,576
31	0,552				0,582	0,510
Özdeğerler		12,367	3,589	2,187	1,301	
Cronbach Alpha		0,866	0,830	0,919	0,942	
Tüm ölçek için Cronbach Alpha	0,948					

İkinci düzey doğrulayıcı faktör analizi: Doğrulayıcı faktör analizi 1078 öğretmen adayından elde edilen verilerle gerçekleştirilmiştir. İlk aşamada model oluşturulmuş ve oluşturulan model üzerinde gerçekleştirilen analiz sonucunda faktör yük değerleri .30'dan düşük madde olup olmadığına bakılmıştır. Modelin veri ile uyumlu olup olmadığının değerlendirilmesinde; $\chi 2/df$, RMSEA, SRMR, CFI, TLI, NFI değerleri dikkate alınmıştır. Bu indekslerin her biri farklı kategoriden olduğundan dolayı test edilen modelin veri ile uyumlu olup olmadığı konusunda yeterli bilgiyi sağlamaktadır (Brown, 2006). Bu indekslerin değerleri Tablo 3'de verilen Schermelleh-Engel ve Moosbrugger (2003), Hu ve Bentler (1999) ve Byrne (2016)'dan derlenen değerlere göre incelenmiştir.

Tablo 3. *Doğrulayıcı faktör analizinde kullanılan uyum indekslerine ait sınır değerleri*

Schermelleh-Engel vd. (2003), Hu ve Bentler (1999)						
χ^2/sd	İyi uyum			Kabul edilebilir uyum		
χ^2/sd	$0 \leq \chi^2/sd \leq 2$			$2 < \chi^2/sd \leq 3$		
Uyum indeksleri	İyi uyum			Kabul edilebilir uyum		
CFI	.95 < CFI ≤ 1.00			.90 < CFI ≤ .95		
SRMR*	0 ≤ SRMR ≤ .05			.05 ≤ SRMR ≤.10		
RMSEA*	0 ≤ RMSEA ≤ .05			.05 ≤ RMSEA ≤.08		
Byrne, M. B. (2011)						
Örneklem Büyüklüğü	N < 250			N > 250		
Gözlemlenebilir Değişken	m ≤ 12	12 < m < 30	m ≥ 30	m ≤ 12	12 < m < 30	m ≥ 30
CMIN (χ2)	Anlamsız p değeri	Uygunluk iyi dahi olsa anlamlı p değeri	Anlamlı p değeri	Uygunluk iyi dahi olsa anlamlı p değeri	Anlamlı p değeri	Anlamlı p değeri
CMIN/df	χ_2/df<2.5			χ_2/df<5		
CFI	> 0,97	> 0,95	> 0,92	> 0,95	> 0,92	> 0,90
NFI – TLI	> 0,97	> 0,95	> 0,92	> 0,95	> 0,90	> 0,80
RMSEA	< 0,08	< 0,08	< 0,08	< 0,07	< 0,07	< 0,07

Doğrulayıcı faktör analizini gerçekleştirmek için normallik testi ve örneklem büyüklüğü ön şartlarının sağlanıp sağlanmadığına bakılmalıdır. Bunun için maddelerin çarpıklık değerlerinin mutlak değerinin 3'ten az, basıklık değerlerinin mutlak değerinin 10'dan az olmasından ötürü, doğrulayıcı faktör analizi için normallik şartının sağlandığı yorumu yapılmıştır (Kline, 2016). Muthén ve Muthén'e (2002) göre verilerin normal dağılım göstermesi ve eksik veri olmaması kaydıyla örneklemde 150 kişinin olması yeterlidir. Doğrulayıcı faktör analizi 1078 öğretmen adayından elde edilen verilerle gerçekleştirilmiştir. Bu bağlamda, doğrulayıcı faktör analizi yapılması için elde edilen veri sayısının yeterli olduğu söylenebilir. Maddelerin çarpıklık değerlerinin mutlak değerinin 3'ten az, basıklık değerlerinin mutlak değerinin ise 10'dan az olması nedeniyle, doğrulayıcı faktör analizi yapılması için gerekli normallik şartı sağlanmış olup maximum likelihood hesaplama yöntemine başvurulmuştur (Kline, 2016; Gürbüz ve Şahin, 2018). Yapılan analiz sonucu modele ilişkin standardize edilmiş çözümleme değerleri aşağıda görülmektedir (Şekil 2).



Şekil 2. Modele ilişkin standardize edilmiş çözümleme değerleri

Ölçeğin ikinci düzey doğrulayıcı faktör analizi sonucunda maddelerin faktör yük değerleri Şekil 1'de görüldüğü gibi .66 ile .89 arasında, istenilen düzeyde bulunmuştur. İkinci düzey DFA neticesinde elde edilen uyum iyiliği değerleri $\chi 2/df=2.627$; RMSEA=.068; SRMR=.063; CFI=.929; TLI=.923; NFI=.890 önerilen dört faktörlü modelin veri ile uyumlu ve kabul edilebilir olduğunu göstermektedir (Byrne, 2016). Her bir boyutun Cronbach's α iç tutarlık katsayısı .914 ile .966 arasında değerler almıştır. Bu sonuçlar, araştırmadan elde edilen verilerin çevrimiçi öğrenmeye yönelik öz yeterlik ölçeğinin öngörülen kuramsal yapısı ile uyuştuğunu göstermiştir. Bu sonuçlar, araştırmadan elde edilen verilerin çevrimiçi öğrenmeye yönelik özyeterlilik ölçeğinin öngörülen kuramsal yapısı ile uyuştuğunu göstermiştir (Bütüner, Baltacı ve Çalışkan, 2021). Ölçeğin ilk yedi maddesi öğretmen adaylarının teknoloji kullanımı öz-yeterlik düzeylerini, 8, 9, 10 ve 11. maddeler öğretmen adaylarının çevrimiçi öğrenme görevi öz-yeterlik düzeylerini, 12, 13, 14, 15, 16, 17 ve 18. maddeler öğretmen adaylarının eğitici ve akran etkileşimi ve iletişimi öz-yeterlik düzeylerini ve son on üç madde öğretmen adaylarının öz düzenleme ve motivasyon öz-yeterlik düzeylerini ölçmektedir (Ek 1). Bu çalışmada kullanılan ölçeğin uyarlama çalışması 15 Haziran 2021 tarihinde 5. Uluslararası Türk Bilgisayar ve Matematik Sempozyumuna bildiri olarak gönderilmiş, 22 Ağustos 2021'de sempozyumda sunulmak üzere kabul edilmiş, 29 Ekim 2021'de ilgili sempozyumda sunulmuş ve bildiri özet kitabında yayımlanmıştır.

Veri Analizi

Elektronik ortamda hazırlanmış olan ölçek, Türkiye'nin farklı üniversitelerinin eğitim fakültelerinde öğrenim gören öğretmen adayları ile paylaşılmıştır. Yapılan analiz sonucu, öğretmen adaylarının çevrim içi öğrenmeye yönelik öz-yeterliliklerinin ne düzeyde olduğunu göstermek adına ölçeğin her bir boyutu için puan ortalamaları ile ölçeğin genelinden elde edilen puan ortalamaları belirlenmiş ve sunulmuştur. Alt problemlere cevap bulabilmek için öncelikle elde edilen verilerin normal dağılıma sahip olup olmadıkları veri sayısı 50'den fazla olduğundan ötürü Kolmogorow-Smirnov testi kullanılarak test edilmiştir. Ölçeğin her bir boyutu için yapılan normallik analizi sonucunda cinsiyet ve sınıf düzeyi değişkenlerinin her bir alt kategorisinde p değeri .05'ten büyük bulunduğundan verilerin evrende normal dağılama sahip olduğu yorumu yapılmıştır. Bunun yanında ölçeğin her bir boyutunda sınıf düzeyi değişkeni için varyans homojenliği koşulunun sağlanıp sağlanmadığı incelenmiştir. Varyans homojenliğinin karşılandığı durumlarda gruplar arasındaki farklılığı incelemek için Tukey testi, varyans homojenliğinin sağlanmadığı durumlarda ise Dunnett T3 testi kullanılmıştır. Bu durumda öğretmen adaylarının çevrim-içi öğrenmeye yönelik özyeterlilik düzeyleri cinsiyete bağlı olarak anlamlı bir farklılık göstermediği sorusuna cevap bulmak adına bağımsız t testi, öğretmen adaylarının çevrim-içi öğrenmeye yönelik özyeterlilik düzeylerinin sınıf düzeyine bağlı olarak anlamlı bir farklılık gösterip göstermediği sorularına cevap bulmak adına tek yönlü varyans analizi kullanılmıştır. Sınıf düzeyi değişkeni açısından grupların puan ortalamaları arasında anlamlı bir farklılığın bulunması durumunda, bu farklılığın hangi gruplar arasında olduğunun belirlenmesinde Tukey testine başvurulmuştur.

Araştırmanın Etik Izinleri

Yapılan bu çalışmada "Yükseköğretim Kurumları Bilimsel Araştırma ve Yayın Etiği Yönergesi" kapsamında uyulması belirtilen tüm kurallara uyulmuştur. Yönergenin ikinci bölümü olan "Bilimsel Araştırma ve Yayın Etiğine Aykırı Eylemler" başlığı altında belirtilen eylemlerden hiçbiri gerçekleştirilmemiştir.

Etik kurul izin bilgileri: Etik değerlendirmeyi yapan kurul adı =Kırşehir Ahi Evran Üniversitesi Sosyal ve Beşeri Bilimler Bilimsel Araştırma ve Yayın Etik Kurulu

Etik değerlendirme kararının tarihi=15.04.2021

Etik değerlendirme belgesi sayı numarası=2021/2/7

Bulgular

İlköğretim Matematik Öğretmen Adaylarının Çevrim İçi Öğrenmeye Yönelik Öz-Yeterlik Düzeyleri Nasıldır?

Tablo 4'te çalışmaya katılan tüm öğretmen adaylarının genel olarak ölçeğin tüm boyutlarındaki ortalama puanları, ölçeğin tüm boyutlarından alınan minimum ve maksimum puanlar ve standart sapma değerleri sunulmuştur.

Tablo 4. *Çevrim içi öğrenmeye yönelik öz-yeterlik düzeylerine ilişkin bulgular*

Boyutlar	N	Minimum	Maksimum	Ortalama	SS
Faktör 1		2,29	6,00	5,04	,67
Faktör 2	562	1,50	6,00	4,91	,83
Faktör 3		1,00	6,00	4,40	,96
Faktör 4		1,46	6,00	4,48	,84

Öğretmen adaylarının çevrimiçi öğrenme öz-yeterlik ölçeğinin alt boyutlarındaki puan ortalamaları incelendiğinde her bir faktör için puan ortalaması sırasıyla; 5,04; 4,91; 4,40 ve 4,48 olarak bulunmuştur.

Öğretmen Adaylarının Çevrim-İçi Öğrenmeye Yönelik Öz-yeterlilik Düzeyleri Cinsiyete Bağlı Olarak Anlamlı Bir Farklılık Göstermekte midir?

Tablo 5'te öğretmen adaylarının çevrim-içi öğrenmeye yönelik öz-yeterlilik düzeylerinin cinsiyete bağlı olarak anlamlı bir farklılık gösterip göstermediği sorusuna cevap bulmak adına yapılan bağımsız t testi bulguları sunulmuştur.

Tablo 5. *Çevrim-içi öğrenmeye yönelik öz-yeterlilik düzeylerinin cinsiyete bağlı olarak anlamlı bir farklılık gösterip göstermediğine ilişkin bulgular*

Faktör	Cinsiyet	N	X	S	sd	t	p
Faktör 1	Kadın	463	5,009	,660		-2,945	,003
	Erkek	99	5,225	,739			
Faktör 2	Kadın	463	4,903	,814		-0,580	,563
	Erkek	99	4,957	,932	560		
Faktör 3	Kadın	463	4,413	,942		0,450	,651
	Erkek	99	4,365	1,064			
Faktör 4	Kadın	463	4,496	,837		0,461	,647
	Erkek	99	4,454	,898			

*Faktör 1: Teknoloji kullanımı öz-yeterliği, Faktör 2: Çevrimiçi öğrenme görevi öz-yeterlik, Faktör 3: Eğitici ve akran etkileşimi ve iletişimi öz-yeterlik; Faktör 4: Öz düzenleme ve motivasyon öz-yeterlik

Tablo 5 incelediğinde, öğretmen adaylarının teknoloji kullanımı öz-yeterlik düzeyleri açısından kız öğrenciler lehine anlamlı bir farklılığın olduğu ($t(560)=-2,94$, $p<.01$) tespit edilmiştir. Çevrimiçi öğrenme görevi öz-yeterlik düzeyleri, eğitici ve akran etkileşimi ve iletişimi öz-yeterlik düzeyleri ve öz düzenleme ve motivasyon öz-yeterlik düzeyleri açısından kız ve erkek öğrenciler arasında anlamlı bir farklılık bulunamamıştır.

Öğretmen Adaylarının Çevrim-İçi Öğrenmeye Yönelik Öz-yeterlilik Düzeyleri Sınıf Düzeyine Bağlı Olarak Anlamlı Bir Farklılık Göstermekte midir?

Tablo 6'da öğretmen adaylarının çevrim-içi öğrenmeye yönelik öz-yeterlilik düzeylerinin sınıf düzeyine bağlı olarak anlamlı bir farklılık gösterip göstermediği sorusuna cevap bulmak adına yapılan tek yönlü varyans analizi bulguları sunulmuştur.

Tablo 6. *Çevrim-içi öğrenmeye yönelik öz-yeterlilik düzeylerinin sınıf düzeyine bağlı olarak anlamlı bir farklılık gösterip göstermediğine ilişkin bulgular*

	Sınıf	N	X	SS	p
	1.	152	4,91	,655	
Faktör 1	2.	155	5,07	,655	,055
	3.	175	5,11	,676	
	4.	80	5,06	,754	
	Toplam	562	5,04	,679	
	1.	152	4,91	,724	
Faktör 2	2.	155	4,92	,735	,978
	3.	175	4,91	,948	
	4.	80	4,87	,956	
	Toplam	562	4,91	,835	
	1.	152	4,53	,790	
Faktör 4	2.	155	4,58	,844	
	3.	175	4,41	,884	,183
	4.	80	4,39	,865	
	Toplam	562	4,48	,847	
	1.	152	4,51	,807	
Faktör 3	2.	155	4,40	1,00	.004
	3.	175	4,21	1,08	
	4.	80	4,62	,806	
	Toplam	562	4,40	,964	
Varyansın Kaynağı	Kareler Toplamı	sd	Kareler Ortalaması	F	Fark (Dunnett T3)
Gruplar arası	12.337	3	4,112	4,506	1-3* p<.05 3-4*
Gruplar içi	509.220	558	,913		
Toplam	521.557	561			

Tablo 6 incelediğinde, öğretmen adaylarının eğitici ve akran etkileşimi ve iletişimi öz-yeterlik düzeyleri açısından 1. ve 3. sınıf arasında 1. sınıf lehine (p<.05) ve 3. ve 4. sınıf arasında 4. sınıf lehine (p<.05) anlamlı bir farklılığın olduğu tespit edilmiştir. Diğer boyutlar açısından sınıf düzeyleri arasında anlamlı bir farklılık tespit edilememiştir (p>.05).

Tartışma ve Sonuç

Öğretmen adaylarının çevrimiçi öğrenme öz-yeterlik ölçeğinin teknoloji kullanımı, çevrimiçi öğrenme görevi, eğitici ve akran etkileşimi ve iletişimi ve öz düzenleme ve motivasyon alt boyutlarındaki puan ortalamaları incelendiğinde, öğretmen adaylarının çevrim-içi öğrenmeye yönelik öz-yeterlik düzeylerinin her bir boyut için iyi düzeyde olduğu söylenebilir. Öz-yeterliliği, bireylerin öğrenme ortamlarına karşı algılarını değiştirebileceği için çevrimiçi öğrenme sürecinde önemli bir faktör olarak görebiliriz. Yapılan bazı çalışmalara bakıldığında öğretmen adaylarının öz yeterliliklerinin yüksek olduğu görülmektedir (Siegle ve McCoach, 2007; Ordonez-Feliciano, 2009). Yüksek öz yeterliliğe sahip öğrencilerin düşük öz yeterliliğe sahip öğrencilere göre daha çok çalıştıkları, karşılaşılan zorluklara daha olumsuz tepkiler verdikleri ve çalışma saatlerini etkili kullanarak problem çözebildikleri belirtilmektedir (Linnenbrink ve Pintrich, 2003; Schunk ve Mullen, 2012; Usher ve Pajares, 2008). Zilka, Rahimi ve Cohen (2019)'de öz-yeterliliği güçlü olan bireylerin, başarılı bir şekilde hedefe ulaşmak için kararlı davranışlar içinde olduğunu ifade etmektedirler. Öğretmenlerin öz-yeterlikleri ile öğrenci başarıları arasında ilişki olabileceğini düşündüğümüzde öğretmen adaylarının çevrimiçi öğrenme öz-yeterliklerinin her bir düzey için iyi olmasını olumlu bir sonuç olarak ifade edebiliriz.

Bulgular incelendiğinde öğretmen adaylarının teknoloji kullanımı öz-yeterlik düzeyleri açısından kız öğrenciler lehine anlamlı bir farklılığın olduğu ($t(560)=-2.94$, $p<.01$) tespit edilmiştir. Çevrimiçi öğrenme görevi öz-yeterlik düzeyleri, eğitici ve akran etkileşimi ve iletişimi öz-yeterlik düzeyleri ve öz düzenleme ve motivasyon öz-yeterlik düzeyleri açısından kız ve erkek öğrenciler arasında anlamlı bir farklılık bulunamamıştır. Yapılan çalışmalara bakıldığında cinsiyet değişkeninin etkisinin araştırmalara göre farklılık gösterdiği görülmektedir. Bazı çalışmalarda erkeklerin öz-yeterlik düzeylerinin daha fazla olduğu (Kabaran, Altıntaş ve Kabaran, 2016; Pajares ve Johnson, 1996; Zhao, Lu, Huang ve Wang, 2010; Yıldız ve Seferoğlu, 2020) bazılarında ise kadınların öz-yeterlik düzeylerinin fazla olduğu veya farklılığın bulunmadığı sonucuna ulaşılmıştır (Akbaş ve Çelikkaleli, 2006; Choi, 2005; Çok, 2021; Pendergast, Garvis ve Keogh, 2011; Saracaloğlu, Yenice ve Özden, 2013; Hacıcaferoğlu ve Güner, 2021). Diğer taraftan bu çalışmanın aksine teknoloji öz-yeterliliğine yönelik olarak Zhao, Lu, Huang ve Wang (2010)'ın çalışmalarında kadınların teknoloji öz-yeterlik düzeylerinin erkeklerden düşük olduğu sonucuna ulaşılmıştır. Cinsiyet değişkeninin etkisi araştırmalarda farklılık gösterdiğinden, bu konuda erkekler veya kadınlar lehine bir genelleme yapmanın uygun olmadığı söylenebilir. Diğer taraftan bu araştırma özelinde teknoloji kullanımı öz-yeterliği boyutu için kız öğrenciler lehine bir sonucun ortaya çıkmasının sebeplerinden bazıları; "kızların öğretmenlik mesleğinin gerektirdiği sorumluluk bilinciyle, erkeklere nazaran daha öz verili şekilde çalışmaları" ve "teknoloji kullanımı konusunda kendilerini geliştirmeleri" olabilir.

Öğretmen adaylarının öz yeterlik algıları öğrenim gördükleri sınıf değişkenine göre incelendiğinde; eğitici ve akran etkileşimi ve iletişimi öz-yeterlik düzeyleri açısından 1. ve 3. sınıf arasında 1. sınıf lehine ($p<.05$) ve 3. ve 4. sınıf arasında 4. sınıf lehine ($p<.05$) anlamlı bir farklılık göstermektedir. Diğer boyutlar açısından sınıf düzeyleri arasında anlamlı bir farklılık tespit edilememiştir ($p>.05$). Çubukçu ve Girmen (2007) yapmış oldukları çalışmada, sınıf düzeyinin artmasıyla birlikte eğitici ve akran etkileşimi ve iletişimi gibi sosyal öz yeterliklerin anlamlı bir şekilde farklılaştığını ortaya koymuşlardır. Türkiye'de yapılan çalışmalarda öğretmen adaylarının öz yeterliklerinin zamanla arttığı tespit edilmiştir (Altunçekiç, Yaman ve Koray, 2005; Özenoğlu, 2006; Şahin-Taşkın ve Hacıömeroğlu, 2010). Pendergast, Garvis ve Keogh (2011) ise yapmış oldukları araştırmada öğretmen adaylarının zamanla öz yeterliklerinin düştüğünü ortaya koymuşlardır. Diğer taraftan Saracaloğlu, Yenice ve Özden (2013), öğretmen adaylarının öz yeterliklerinin öğrenim görülen sınıf düzeyine göre farklılaşmadığı belirtilmiştir. Gerek yapılan bu çalışma gerekse alan yazındaki çalışmalar incelendiğinde üniversite öğrenimi süresince farklı dönemlerde kazanılan becerilerle birlikte öğretmen adaylarının öz yeterliğin artmasının olası bir sonuç olduğu çıkarımında bulunabiliriz.

Öneriler

Bu çalışmanın evrenini İç Anadolu bölgesindeki üniversitelerin eğitim fakültelerinde öğrenim gören ilköğretim matematik öğretmen adayları oluşturmaktadır. Çalışmanın örneklemini ise aynı bölgede 562 ilköğretim matematik öğretmen adayı oluşturmaktadır. İleride yapılacak olan çalışmalar Türkiye genelinde öğrenim gören öğretmen adayları üzerinde yürütülebilir.

Bu çalışmada cinsiyet ve sınıf düzeyi değişkeni açısından öğretmen adaylarının çevrim-içi öğrenmeye yönelik özyeterlilik düzeyleri arasında anlamlı bir farklılığın olup olmadığı incelenmiştir. İleride öğretmen adaylarının teknolojiye ve teknolojik araçlara yönelik tutumları, bilgisayar veya tablet gibi araçlara sahip olup olmadıkları türünden değişkenlerde çalışmaya dahil edilebilir. Bunun dışında öğretmen adaylarıyla görüşmeler yapılarak nitel veriler elde edilebilir.

KEFAD
http://kefad.ahievran.edu.tr
Ahi Evran University
Journal of Kırşehir Education Faculty
ISSN: 2147 – 1037

ENGLISH VERSION

Introduction

> "Self-belief does not necessarily ensure success, but self-disbelief assuredly spawns failure."
>
> Albert BANDURA, 1997

Knowledge, Media, and Technology Skills, which are accepted among the 21st-century skills, have become indispensable prerequisites in the education process (Eryılmaz and Ulusoy, 2015). The use of technology as an auxiliary tool in the education-training process is not only beneficial in face-to-face teaching environments but also eliminates the necessity of face-to-face education. Simply put, online learning refers to learning accessible through a computer or mobile device and other supportive resources (Carliner, 2004). With the Covid-19 pandemic, many universities in our country have decided to switch to distance education, bringing the need to determine the self-efficacy levels of teacher candidates for online learning. The existence of various problems in the online learning process, such as the inability to perform measurement and evaluation effectively, technological inadequacies and technical problems, communication problems, inequality of opportunity, and loss of motivation (Özdoğan and Berkant, 2020), points to the importance of determining the self-efficacy levels of pre-service teachers for online learning. Determining the self-efficacy levels of teacher candidates for online learning will guide the effective execution of educational activities in the online environment and taking necessary precautions.

Bandura (1997) defined the concept of self-efficacy as "an individual's belief in their capabilities to organize and execute the courses of action required in the process of attaining the set goals" (p. 3), in other words, the belief in one's individual competencies and potential. Gallagher (2012) defined self-efficacy as an individual's belief in their capacity to learn and improve behaviors. We can say that self-efficacy has a significant effect on students' motivation to learn. Bandura (1994) stated that students with low self-efficacy levels cannot fully focus on the learning-training process and cannot show enough effort when they encounter difficulties. Kansu and Hızlı (2007) stated that individuals with high self-efficacy may have a high level of belief that they will be successful in the lessons. Lorsbach and Jinks (1999) stated that individuals with low self-efficacy quickly get bored with their responsibilities and give up before completing the task they take responsibility for. Therefore, self-efficacy is an important variable to be considered in order to meet expectations in the online learning process (Yıldız & Seferoğlu, 2020). In this respect, this study tried to determine the self-efficacy levels of primary school mathematics teacher candidates for online learning.

Online Learning Self-Efficacy Scale

The Online Learning Self-Efficiency Scale developed by Sun and Rogers (2020) was used within the scope of the study to determine the self-efficacy levels of elementary mathematics teacher candidates for online learning (Appendix 1). This scale consists of 4 sub-dimensions: Technology Use Self-Efficacy, Teacher-Student Communication and Interaction Self-Efficacy, Self-Regulation Self-Efficacy, Self-Motivation Self-Efficacy. The technology use self-efficacy dimension consists of seven items (1,2,3,4,5,6,7) to determine students' personal beliefs about their ability to use technology in the online learning environment. Online learning task self-efficacy consists of four items (8,9,10,11) to determine students' personal beliefs in their ability to perform online learning tasks. Another dimension, Instructor and peer interaction and communication self-efficacy, consists of 7 items (12,13,14,15,16,17,18) to determine students' personal beliefs in their ability to interact and communicate with trainers and peers. The fourth and last dimension, self-regulation and motivation efficacy, consists of thirteen items (19,20,21,22,23,24,25,26,27,28,29,30,31) to determine students' personal beliefs about controlling and monitoring their behavior in line with their online learning needs and motivating themselves for online learning.

The authors stated that the scale was created by examining the scales used in previous studies (Arbaugh et al., 2008; Artino and McCoach, 2008; Barnard, Lan, To, Paton and Lai, 2009; Martin and Tutty, 2009; Miltiadou and Yu, 2000; Pintrich and DeGroot, 1990). Unlike the scales used in previous studies, the fact that all items in the scale used in this study are positive will prevent the respondents from getting confused (Netemeyer, Bearden and Sharma, 2003). Moreover, compared to 4- and 5-Likert type scales (Arbaugh et al., 2008; Barnard, Lan, To, Paton and Lai, 2009; Martin and Tutty, 2009; Miltiadou and Yu, 2000), the 6-point Likert type scale used in the study does not have neutral or uncertainty points, hence providing better measurement properties (Boone, Townsend and Staver, 2010). Literature review revealed that the scales used in previous studies are insufficient to meet one or more of the four different dimensions (Sun & Rogers, 2020, p.187). For the stated reasons, the Online Learning Self-Efficacy Scale developed by Sun and Rogers (2020) was adapted into Turkish and applied to elementary mathematics teacher candidates to determine their levels of self-efficacy for online learning.

Previous Studies

Çok (2021) aimed to reveal teachers' self-efficacy perceptions and the obstacles they encounter in this process. They found that there was no significant difference in terms of teachers' self-efficacy perceptions regarding distance education according to the variables of gender, education level they work at, mobile devices they have, and EBA use in distance education. Hacıcaferoğlu and Güner (2021) examined the level of readiness for online learning, which is one of the methods used in distance education applications, of undergraduate students in the field of sports sciences in terms of various variables. They concluded that there was no significant difference in students' online learning readiness levels according to gender and the class they studied in. Yıldız and Seferoğlu (2020) examined the self-efficacy perceptions of distance education students towards online technologies in terms of various variables. They determined that the self-efficacy perceptions of the distance education students towards online technologies were high and differed by the variables of gender, department and age. They also determined that the mean scores of women differed significantly from the mean of men, and the self-efficacy perception scores of distance education students differed significantly according to age ranges. This significant difference was between the groups aged 36+ and aged 16-25 and between the groups aged 36+ and aged 26-35. Aktürk and Delen (2020) examined teachers' technology acceptance and self-efficacy beliefs. They also examined whether teachers' technology acceptance and self-efficacy beliefs changed according to some demographic variables. The data collected from teachers revealed that teachers' technology acceptance levels and academic, professional, social, and intellectual self-efficacy beliefs were high. It was determined that the technology acceptance levels of male teachers were higher than female teachers. Sırakaya and Yurdugül (2016) examined teacher candidates' online learning readiness levels in terms of gender, class level, department and duration of internet use. They found that the sub-factors of online learning readiness, computer-internet self-efficacy and self-directed learning differed significantly by gender. There was also a significant difference in the computer-internet self-efficacy sub-factor of online learning readiness according to the class level. Additionally, they revealed a significant difference in the computer-internet self-efficacy sub-factor of online learning readiness according to the department of education. Gürol and Aktı (2010) assessed the relationship between teacher candidates' self-efficacy and internet self-efficacy and to what extent their self-efficacy predicted internet self-efficacy. They concluded that internet self-efficacy is related to student motivation, achievement, and efficacy. They also stated that a high level of teacher efficacy increases students' interest in school and learning materials.

It is seen that there are studies in the literature aimed at determining the self-efficacy levels of teachers and teacher candidates for online learning and examining them in terms of certain variables. However, it is a fact that, with the pandemic experienced in the last two years, it is necessary to re-determine the self-efficacy levels of teacher candidates for online learning. The Online Learning Self-Efficacy Scale (Sun and Rogers, 2020), which was developed by examining the scales used for this purpose in the literature and determining their deficiencies, was used in this study. It is thought that the results obtained from this study will contribute to the effective execution of the online education process. In the light of the answers given by the teacher candidates in the study, the subjects that the teacher candidates fall short of can be determined, and teaching practices that complement these subjects can be carried out. We think it's also worth mentioning that this study allows generalization to a limited population as it was conducted on Primary Education Mathematics Teacher Candidates studying at the education faculties of 4 universities in the Central Anatolia Region. In this respect, using this scale on a broader target group in the future will better determine the self-efficacy levels of teacher candidates for online learning. In this way, substantial results that contribute to the more effective execution of online learning processes can be achieved.

Research Problems

The problems of the study are as follows.

What are the primary school mathematics teacher candidates' self-efficacy levels for online learning?

Do primary school mathematics teacher candidates' self-efficacy levels for online learning differ significantly by gender?

Do primary school mathematics teacher candidates' self-efficacy levels for online learning differ significantly by class level?

Method

For this study, necessary ethics committee approval was obtained from the ethics committee of Kırşehir Ahi Evran University. The data of the study were collected through google form. In this study, the self-efficacy levels of teacher candidates regarding online learning were investigated in terms of certain variables using the cross-sectional survey method. In the cross-sectional survey method, data are collected over a predetermined group within a certain time period and generalizations about the current situation can be reached by statistical analysis of the collected quantitative data (Çepni, 2014; Fraenkel, Wallen and Hyun, 2011).

Sample

Although there is no consensus among researchers on the minimum number of participants that should be included in this type of research, Cohen, Manion and Morrison (2013) suggested that there should be at least 100 participants in this type of study. The universe of this study consists of primary school mathematics teacher candidates studying at the education faculties of universities in the Central Anatolia region. The convenience sampling method was used to determine the sample of the study. The sample of the study consists of a total of 562 teacher candidates studying in the Primary Education Mathematics Teaching Department of the Faculty of Education of four different universities in the Central Anatolia region. The distribution of the students participating in the study by universities is presented in Table 1.

Table 1. *Distribution of the participating students by the university, depending on the class level*

University	Undergraduate Class	Frequency
A	1	37
	2	38
	3	45
	4	19
B	1	34
	2	36
	3	48
	4	21
C	1	41
	2	42
	3	40
	4	18
D	1	40
	2	39
	3	42
	4	22
Total		562

Data Collection Tool

The online learning self-efficacy scale developed by Sun and Rogers (2020) was adapted into Turkish and used in the study (Appendix 1). In accordance with ethical rules, an e-mail was sent to both authors (Sun, Y. and Rogers, R.) on 07.01.2021, and permission was requested from both authors to adapt the scale to Turkish. On 08.01.2021, positive feedback was received from both authors. The scale consists of four dimensions and 31 items. Cronbach's Alpha internal consistency coefficient for the entire scale is 0.946. The first seven items of the scale measure the teacher candidates' technology use self-efficacy levels; items 8, 9, 10, and 11 measure their online learning task self-efficacy levels; items 12, 13, 14, 15, 16, 17, and 18 measure the teacher candidates' self-efficacy levels in education and peer interaction and communication; the last thirteen items measure their self-regulation and motivational self-efficacy levels. The Cronbach Alpha internal consistency coefficient for each sub-dimension is high; 0.866 for technology use self-efficacy, 0.905 for online learning task self-efficacy, 0.872 for educator and peer interaction and communication self-efficacy, and 0.948 for self-regulation and motivation self-efficacy. The correlation coefficients between each item and the scale total score (i.e., adjusted item-total correlation) range from 0.503 to 0.744. The confirmatory factor analysis shows that the goodness of fit values are within the desired limits (Sun and Rogers, 2020, p.193-194).

In the first stage of the adaptation process, the scale was translated into Turkish by three academicians, and then each academician examined the translations of other academicians by crossover method and stated their suggestions on the form. In the second stage, the scale items were examined in terms of content validity and suitability for Turkish culture, and necessary corrections were made by two academicians working in the Computer and Instructional Technologies Department and three academics working in the Turkish language teaching department. In the third stage, the scale was applied to 23 teacher candidates, and they were asked to write incomprehensible and unclear items in the empty space below the scale form. The direct translation in Turkish of some items is not suitable for Turkish culture (For example; I can find where I am able to study most efficiently for my online courses). When the item was presented to prospective teachers in this form, the pre-service teachers stated that they attended online classes from their homes and stated that this item was not appropriate in its current form. For this reason, the Turkish version of this item has been written as "I can motivate myself to study efficiently in online classes". In the fourth stage, both forms of the scale were applied to 128 teacher candidates studying in the English language teaching department, and the correlation coefficient between both forms of the scale was found to be at a high level of .92. In the last stage, second-order confirmatory factor analysis was performed on the scale. It is recommended to use direct confirmatory factor analysis instead of exploratory factor analysis in the measurement tool adaptation process (Bandalos and Finney, 2010; Seçer, 2014; 2015, p.78; Demir and Yurdugül, 2014; Kline, 2016). The direct translation of some items from English into Turkish is not suitable for Turkish culture in terms of meaning, structure and intelligibility so Changes have been made to some items. Therefore, first of all, exploratory factor analysis was performed, and as a result of exploratory factor analysis, the structure of the scale in its original form was obtained.

Exploratory factor analysis: Exploratory factor analysis was carried out with the data collected from 528 teacher candidates. When the literature is examined, it can be said that this number is sufficient for exploratory factor analysis (Field, 2013; Büyüköztürk, 2018). Before starting the exploratory factor analysis, the suitability of the data for factor analysis was checked, and it was checked whether there were extreme values or missing data in the data set. The kurtosis and skewness values were found within the desired limits. In principal components factor analysis, the Kaiser-Meyer Olkin value was at a good level of 0.957, and the Barlett test result was significant ($p<0.0001$). Anti-image correlation coefficient of each item is greater than 0.90. The determinant coefficient is 0.001. This shows that there is no multicollinearity problem. Multiple collinearity ($r > 0.8$) is not observed among the items.When the correlation coefficients between the items were examined, it was determined that the correlation coefficients were generally greater than 0.30. These findings reveal that the data are suitable for factor analysis (Pallant, 2010; Can, 2014; Çokluk, Şekercioğlu and Büyüköztürk, 2014). The scale has a four-factor structure. Here, the criterion value is that the eigenvalue of these factors is greater than 1. The four-factor structure of the scale is confirmed in the line graph of the eigenvalues given in Figure 1.

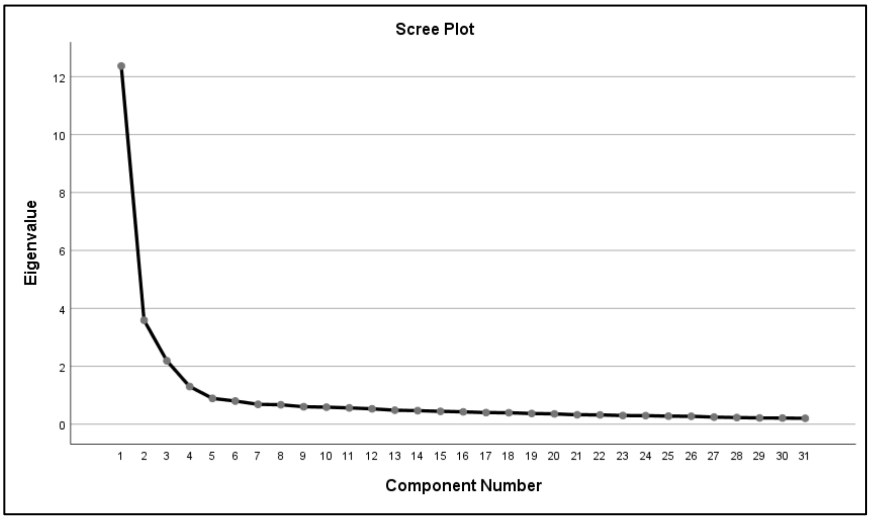


Figure 1. the line graph of the eigenvalues

Each factor explains 25.37%, 15.46%, 14.51% and 7.26% of the scale variance, respectively and four factors together explain 62.72% of the scale variance. In Table 2, the factor loading value, the rotated factor loading value, and the total item correlation value are given. In addition, the eigenvalue and internal consistency coefficient of each factor were reported. As seen in Table 2, the item-total correlation and factor load value for each item are greater than 0.40, and there is no overlapping item in the scale. The internal consistency coefficient of the scale as a whole was 0.948, and the internal consistency coefficients for each factor were 0.866; 0.830; 0.919; 0.942, respectively and these values are at an acceptable level. All these values obtained after exploratory factor analysis are within acceptable limits (Field, 2013; Seçer, 2015; Büyüköztürk, 2018).

Table 2. *Exploratory factor analysis findings*

Item	Factor loading	Rotated factor loading				Item total corelation
		Factor1	Factor2	Factor3	Factor4	
1	0,479	0,660				0,461
2	0,510	0,736				0,494
3	0,505	0,795				0,497
4	0,471	0,766				0,461
5	0,414	0,706				0,403
6	0,444	0,756				0,435
7	0,448	0,599				0,432
8	0,648		0,686			0,587
9	0,500		0,829			0,481
10	0,576		0,800			0,560
11	0,589		0,761			0,571
12	0,683			0,807		0,653
13	0,660			0,768		0,634
14	0,678			0,812		0,648
15	0,646			0,757		0,612
16	0,675			0,696		0,646
17	0,657			0,689		0,625
18	0,698			0,688		0,662
19	0,731				0,752	0,687
20	0,742				0,760	0,700
21	0,709				0,760	0,660
22	0,761				0,680	0,722
23	0,746				0,759	0,700
24	0,708				0,757	0,663
25	0,719				0,782	0,674
26	0,616				0,692	0,572
27	0,692				0,755	0,647
28	0,737				0,837	0,692
29	0,752				0,712	0,713
30	0,620				0,657	0,576
31	0,552				0,582	0,510
Eigenvalues		12,367	3,589	2,187	1,301	
Cronbach Alpha		0,866	0,830	0,919	0,942	
Overall Cronbach Alpha	0,948					

Second-order confirmatory factor analysis: Confirmatory factor analysis was carried out with data obtained from 1078 pre-service teachers. Before the confirmatory factor analysis, it was checked whether the prerequisites were met, and then confirmatory factor analysis was performed with AMOS 24 software. In the first stage, the model was created and as a result of the analyses on the created model, it was checked whether there were items with a factor load value below .30. In evaluating whether the model was compatible with the data; $\chi 2/df$, RMSEA, SRMR, CFI, TLI, NFI values were taken into account. Since each of these indices is from a different category, it provides sufficient information about whether the model being tested is compatible with the data (Brown, 2006). The values of these indices were analyzed according to the values compiled from Schermelleh-Engel and Moosbrugger (2003), Hu and Bentler (1999), and Byrne (2016) given in Table 3.

Table 3. *Limit values of fit indices used in confirmatory factor analysis*

Schermelleh-Engel et al. (2003), Hu and Bentler (1999)						
χ^2/sd	Good fit			Acceptable fit		
χ^2/sd	$0 \leq \chi^2/sd \leq 2$			$2 < \chi^2/sd \leq 3$		
Fit Indices	Good fit			Acceptable fit		
CFI	$.95 < CFI \leq 1.00$			$.90 < CFI \leq .95$		
SRMR*	$0 \leq SRMR \leq .05$			$.05 \leq SRMR \leq .10$		
RMSEA*	$0 \leq RMSEA \leq .05$			$.05 \leq RMSEA \leq .08$		
Byrne, M. B. (2016)						
Sample Size	N < 250			N > 250		
Observable Variable	m ≤ 12	12 < m < 30	m ≥ 30	m ≤ 12	12 < m < 30	m ≥ 30
CMIN ($\chi 2$)	Insignificant p-value	Significant p-value even if the fit is good	Significant p-value	Significant p-value even if the fit is good	Significant p-value	Significant p-value
CMIN/df	$\chi_2/df<2.5$			$\chi_2/df<5$		
CFI	> 0.97	> 0.95	> 0.92	> 0.95	> 0.92	> 0.90
NFI – TLI	> 0.97	> 0.95	> 0.92	> 0.95	> 0.90	> 0.80
RMSEA	< 0.08	< 0.08	< 0.08	< 0.07	< 0.07	< 0.07

In order to perform a confirmatory factor analysis, the prerequisites of the normality test and sample size must be met. Since the absolute value of the skewness values of the items in the scale is less than 3 and the absolute value of the kurtosis values is less than 10, the necessary normality condition was met for the confirmatory factor analysis (Kline, 2016). Muthén and Muthén (2002) stated that a sample size of 150 is sufficient, provided that the data are normally distributed and there are no missing data. Confirmatory factor analysis was carried out with data obtained from 1078 pre-service teachers. In this context, the sample size of this study can be considered sufficient for confirmatory factor analysis. Since the absolute value of the skewness values of the items in the scale is less than 3 and the absolute value of the kurtosis values is less than 10, the necessary normality condition was met for the confirmatory factor analysis (Kline, 2016). Due to the normal distribution of the data, the maximum likelihood calculation method was used (Gürbüz and Şahin, 2018). The diagram of the standardized analysis values of the model obtained as a result of data analysis is presented in Figure 2.

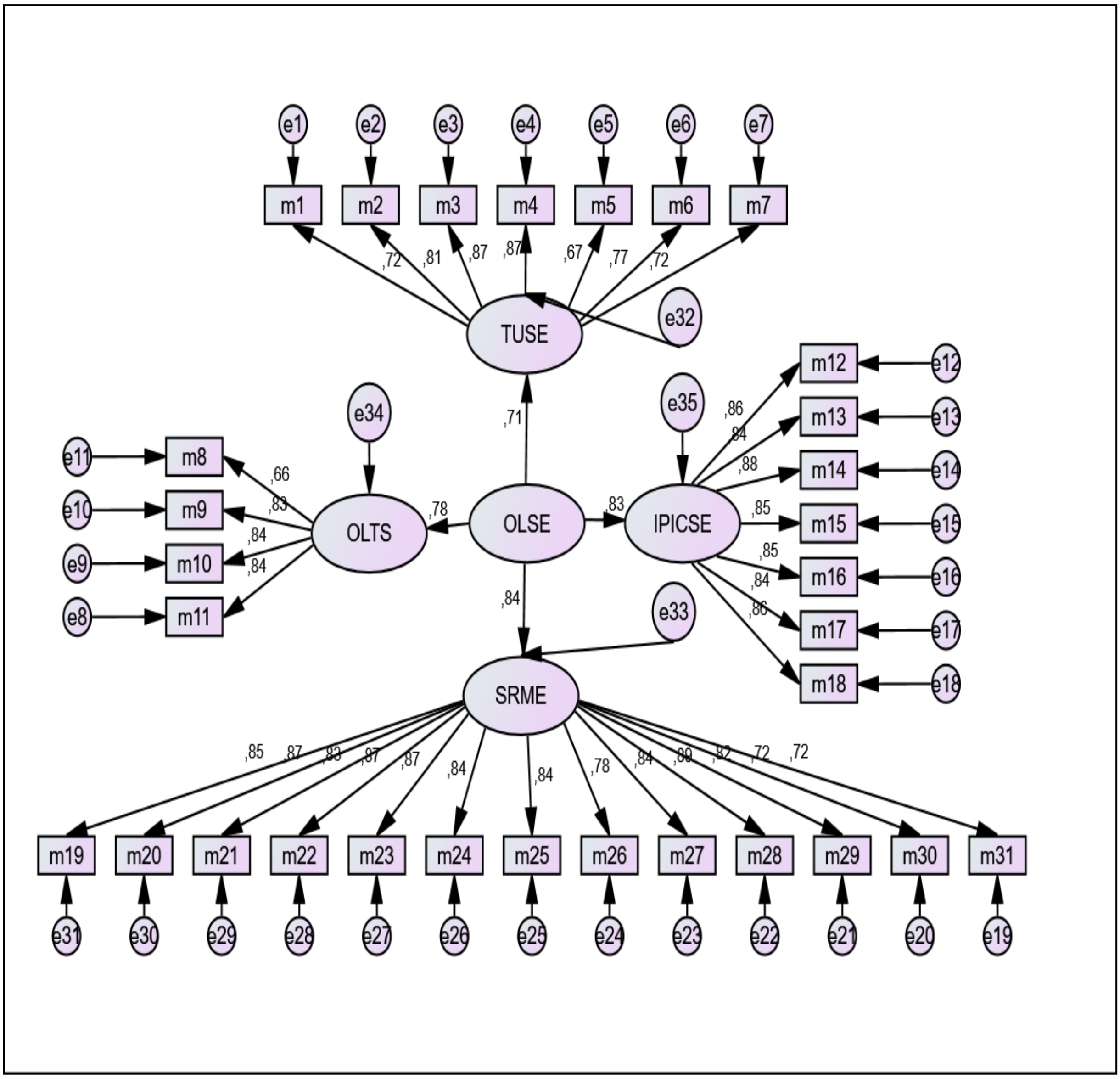


Figure 2. Diagram of standardized resolution values for the model

The second-order confirmatory factor analysis of the scale determined the factor load values of the items to be at the desired level, between .66 and .89, as seen in Figure 1. The goodness of fit values obtained from the second-order CFA ($\chi 2/df=2.627$; RMSEA=.068; SRMR=.063; CFI=.929; TLI=.923; NFI=.890) show that the proposed four-factor model is compatible with the data and is acceptable (Byrne, 2016). These results showed that the data obtained from the study matched with the predicted theoretical structure of the online learning self-efficacy scale. The first seven items of the scale measure the teacher candidates' technology use self-efficacy levels; items 8, 9, 10, and 11 measure their online learning task self-efficacy levels; items 12, 13, 14, 15, 16, 17, and 18 measure the teacher candidates' self-efficacy levels in education and peer interaction and communication; the last thirteen items measure their self-regulation and motivational self-efficacy levels. The adaptation study of the scale used in this study was submitted as a paper to the 5th International Turkish Computer and Mathematics Symposium on June 15, 2021, accepted to be presented at the symposium on August 22, 2021, presented on October 29, 2021, and published in the abstract book (Bütüner, Baltacı and Çalışkan, 2021).

Data Analysis

The scale prepared in the electronic environment was shared with the teacher candidates studying at the education faculties of different universities in Turkey. The mean scores for the overall scale and each dimension obtained after data analysis were presented to demonstrate the level of self-efficacy of the teacher candidates for online learning. In the evaluation of the mean score for each dimension and the mean score obtained from the overall scale, the intervals were assumed to be equal, and the score range was calculated as 0.83 for arithmetic means. (Score Range = (Highest Value – Lowest Value)/6 = (6 – 5)/6 = 5/6 = 0.83). According to this calculation, the evaluation range of the arithmetic means was "1.00-1.83 Strongly Disagree", "1.84-2.67 Disagree", "2.67-3.50 Partially Disagree", "3.50-4.33 Partially Agree", "4.33-5.17 Agree", "5.16-6.00 Strongly Agree".

In order to address the sub-problems, first of all, since the number of data was more than 50, the conformity of data obtained to normal distribution was tested with the Kolmogorov-Smirnov test. Since the normality analysis for each dimension of the scale gave a p-value greater than .05 in each sub-category of the gender and class level variables, it was interpreted that the data had a normal distribution in the universe. Moreover, it was examined whether the variance homogeneity condition was met for the class level variable in each dimension of the scale. Tukey test was used to examine the difference between groups in cases where homogeneity of variance was met, and the Dunnett T3 test was used in cases where homogeneity of variance was not achieved. In this case, the question of whether the self-efficacy levels of teacher candidates for online learning differed significantly by gender was addressed using the independent t-test, and whether the self-efficacy levels of teacher candidates for online learning differed significantly by class level was addressed using one-way analysis of variance. In the presence of a significant difference between the mean scores of the groups according to the class level variable, the Tukey test was used to determine between which groups this difference was.

Ethical Permits of the Study

All rules as indicated within the scope of the "Higher Education Institutions Scientific Research and Publication Ethics Directive" were met in the present study. None of the actions indicated under the second section of the directive entitled "Actions Contradicting with Scientific Research and Publication Ethics" were carried out.

Ethical council permit information: Name of the council conducting the ethical assessment =Kırşehir Ahi Evran University Social Sciences and Humanities Research and Publication Ethics Council

Date of the ethical assessment decision =15.04.2021

Number of the ethical assessment document=2021/2/7

Results

What are the Primary School Mathematics Teacher Candidates' Self-Efficacy Levels for Online Learning?

Table 4 presents the mean scores of all teacher candidates participating in the study in all dimensions of the scale, minimum and maximum scores from all dimensions, and standard deviation values.

Table 4. *Findings on the self-efficacy levels of primary school mathematics teacher candidates for online learning*

Dimensions	N	Minimum	Maximum	Mean	SD
Factor 1		2.29	6.00	5.04	.67
Factor 2	562	1.50	6.00	4.91	.83
Factor 3		1.00	6.00	4.40	.96
Factor 4		1.46	6.00	4.48	.84

Factor 1: Technology use self-efficacy, Factor 2: Online learning task self-efficacy, Factor 3: Instructor and peer interaction and communication self-efficacy, Factor 4: Self-regulation and motivation self-efficacy

The mean scores of the teacher candidates in the sub-dimensions of the online learning self-efficacy scale were 5.04, 4.91, 4.40, and 4.48 for each factor, respectively.

Do Teacher Candidates' Self-efficacy Levels for Online Learning Differ Significantly By Gender?

Table 5 presents the independent t-test results to determine whether the teacher candidates' self-efficacy levels for online learning differ significantly by gender.

Table 5. *Findings on whether teacher candidates' self-efficacy levels for online learning differ significantly by gender.*

Factor	Gender	N	X	S	sd	t	p
Factor 1	Female	463	5.009	.660		-2.945	.003
	Male	99	5.225	.739			
Factor 2	Female	463	4.903	.814		-0.580	.563
	Male	99	4.957	.932	560		
Factor 3	Female	463	4.413	.942		0.450	.651
	Male	99	4.365	1.064			
Factor 4	Female	463	4.496	.837		0.461	.647
	Male	99	4.454	.898			

Table 5 demonstrates a significant difference in favor of female students in terms of technology use self-efficacy levels of teacher candidates ($t(560)=-2.94$, $p<.01$). There was no significant difference between male and female students in terms of online learning task self-efficacy levels, educator and peer interaction and communication self-efficacy levels, and self-regulation and motivation self-efficacy levels.

Do Teacher Candidates' Self-efficacy Levels for Online Learning Differ Significantly By Class Level?

Table 6 presents the one-way analysis of variance results to determine whether the self-efficacy levels of teacher candidates for online learning differ significantly by the class level.

Table 6. *Findings on whether teacher candidates' self-efficacy levels for online learning differ significantly by class level*

	Variable	N	X	SD	p
	5. class	152	4.91	.655	
Factor 1	6. class	155	5.07	.655	.055
	7. class	175	5.11	.676	
	8. class	80	5.06	.754	
	Total	562	5.04	.679	
	1st year	152	4.91	.724	
Factor 2	2nd year	155	4.92	.735	.978
	3rd year	175	4.91	.948	
	4th year	80	4.87	.956	
	Total	562	4.91	.835	
	1st year	152	4.53	.790	
Factor 4	2nd year	155	4.58	.844	
	3rd year	175	4.41	.884	.183
	4th year	80	4.39	.865	
	Total	562	4.48	.847	
	1st year	152	4.51	.807	
Factor 3	2nd year	155	4.40	1.00	.004
	3rd year	175	4.21	1.08	
	4th year	80	4.62	.806	
	Total	562	4.40	.964	
Source of the Variance	Sum of Squares	sd	Mean Square	F	Difference (Dunnett T3)
Between groups	12.337	3	4.112	4.506	1-3* p<.05 3-4*
Within groups	509.220	558	.913		
Total	521.557	561			

As seen in Table 6, in terms of teacher candidates' educator-peer interaction and communication self-efficacy levels, there was a significant difference between the 1st and 3rd year classes in favor of the 1st year (p<.05) and between the 3rd and 4th year classes in favor of the 4th year (p<.05). There was no significant difference between class levels in other dimensions (p>.05).

Discussion and Conclusion

Considering the teacher candidates' mean scores in the sub-dimensions of technology use, online learning task, educator and peer interaction and communication, and self-regulation and motivation of the online learning self-efficacy scale, it can be said that, for each dimension, teacher candidates had a good level of self-efficacy for online learning. Self-efficacy can be considered an important factor in the online learning process, as it can change individuals' perceptions of their learning environments. Some studies have also shown that teacher candidates have high self-efficacy

(Siegle and McCoach, 2007; Ordonez-Feliciano, 2009). It is articulated that students with high self-efficacy work harder than students with low self-efficacy, react more negatively to the difficulties encountered, and can solve problems by using working hours effectively (Linnenbrink and Pintrich, 2003; Schunk and Mullen, 2012; Usher and Pajares, 2008). Zilka, Rahimi and Cohen (2019) state that individuals with high self-efficacy are determined in their behaviors to achieve their goals successfully. Considering that there may be a relationship between teacher self-efficacy and student achievement, we can say that the teacher candidates' good online learning self-efficacy for all levels is a positive result.

The findings showed that there was a significant difference in favor of female students in terms of technology use self-efficacy levels of teacher candidates ($t(560)=-2.94$, $p<.01$). There was no significant difference between male and female students in terms of online learning task self-efficacy levels, educator and peer interaction and communication self-efficacy levels, and self-regulation and motivation self-efficacy levels. In the literature, the effect of the gender variable differs according to the studies. Some studies have concluded that men have higher levels of self-efficacy (Kabaran, Altıntaş and Kabaran, 2016; Pajares and Johnson, 1996; Zhao, Lu, Huang and Wang, 2010; Yıldız and Seferoğlu, 2020), while others have found higher levels of self-efficacy in women or no difference (Akbaş and Çelikkaleli, 2006; Choi, 2005; Çok, 2021; Pendergast, Garvis and Keogh, 2011; Saracaloğlu, Yenice and Özden, 2013; Hacıcaferoğlu and Güner, 2021). On the other hand, contrary to this study, Zhao, Lu, Huang and Wang (2010) concluded that women's technology self-efficacy levels were lower than men's. Since the effect of the gender variable differs in studies, it would not be appropriate to generalize in favor of men or women. On the other hand, some of the reasons for the emergence of a result in favor of female students for the dimension of technology use self-efficacy in this study can be that “girls work more selflessly than boys with the sense of responsibility required by the teaching profession” and “develop themselves in the use of technology”.

Analysis of the self-efficacy perceptions of the teacher candidates according to the class they studied in revealed that the educator-peer interaction and communication self-efficacy levels show a significant difference between the 1st and 3rd year classes in favor of the 1st year ($p<.05$) and between the 3rd and 4th year classes in favor of the 4th year ($p<.05$). There was no significant difference between class levels in other dimensions ($p>.05$). Çubukçu and Girmen (2007) revealed that, with the increase in class level, social self-efficacy such as educator and peer interaction and communication differed significantly. Studies conducted in Turkey have determined that teacher candidates' self-efficacy increases over time (Altunçekiç, Yaman and Koray, 2005; Özenoğlu, 2006; Şahin-Taşkın and Hacıömeroğlu, 2010). On the contrary, Pendergast, Garvis and Keogh (2011) reported that teacher candidates' self-efficacy decreased over time. On the other hand, Saracaloğlu, Yenice and Özden (2013) stated that teacher candidates' self-efficacy did not differ according to the level of education. Considering both this study and the studies in the literature, we can deduce that it is a plausible finding that the self-efficacy of teacher candidates increases with the skills gained in different periods during university education.

Recommendations

The universe of this study consists of primary school mathematics teacher candidates studying at the education faculties of universities in the Central Anatolia region. The sample of the study consists of 562 primary school mathematics teacher candidates in the same region. Future studies can be carried out on teacher candidates studying throughout Turkey.

This study examined whether the teacher candidates' self-efficacy levels for online learning differ significantly by gender and class level. Future studies may include variables such as teacher candidates' attitudes towards technology and technological tools and whether they have tools such as computers or tablets. Apart from this, qualitative data can be obtained by conducting interviews with teacher candidates.

Kaynakça

Aktürk, A. O., & Delen, A. (2020). Öğretmenlerin teknoloji kabul düzeyleri ile öz-yeterlik inançları arasındaki ilişki. *Bilim, Eğitim, Sanat ve Teknoloji Dergisi (BEST Dergi), 4*(2), 67-80.

Altunçekiç, A., Yaman, S., & Koray, Ö. (2005). Öğretmen adaylarının öz-yeterlik inanç düzeyleri ve problem çözme becerileri üzerine bir araştırma (Kastamonu İli Örneği). *Kastamonu Eğitim Dergisi*, *13*(1), 93-102.

Arbaugh, J. B., Cleveland-Innes, M., Diaz, S. R., Garrison, D. R., Ice, P., Richardson, J. C., & Swan, K. P. (2008). Developing a community of inquiry instrument: Testing a measure of the community of inquiry framework using a multi-institutional sample. *The Internet and Higher Education, 11*(3), 133–136.

Artino A. R., & McCoach, D.B. (2008). Development and initial validation of the online learning value and self-efficacy scale. *Journal of Educational Computing Research. 38*(3), 279-303.

Bandalos, D. L., & Finney, S. J. (2010). Factor analysis: Exploratory and confirmatory. In G. R. Hancock & R. O. Mueller (Eds.), *The reviewer's guide to quantitative methods in the social sciences* (pp. 93-114). New York, NY: Routledge.

Bandura, A. (1994). Self-efficacy. In V. S. Ramachaudran (Ed.), *Encyclopedia of human behavior* (Vol. 4, pp. 71-81). New York: Academic Press. (Reprinted in H. Friedman [Ed.], Encyclopedia of mental health. San Diego: Academic Press, 1998).

Bandura, A. (1997). *Self-efficacy: The exercise of control*. New York: W.H. Freeman and Company.

Barnard, L., Lan, W. Y., To, Y. M., Paton, V. O., & Lai, S. L. (2009). Measuring self-regulation in online and blended learning environments. *The Internet and Higher Education, 12*(1), 1–6.

Boone, W. J., Townsend, J. S., & Staver, J. (2010). Using Rasch theory to guide the practice of survey development and survey data analysis in science education and to inform science reform efforts: An exemplar utilizing STEBI self-efficacy data. *Science Education, 95*, 258–280.

Brown, T. A. (2006). *Confirmatory factor analysis for applied research*. Guilford publications, New York.

Byrne, B. M. (2016). *Structural equation modelling with AMOS basic concepts, applications, and programming* (3rd ed.). New York Routledge.

Bütüner, S. Ö., Baltacı, S., & Çalışkan, E. (2021). *Çevrimiçi Öğrenme Öz Yeterlik Ölçeğinin Türkçe'ye Uyarlanması: Geçerlik-güvenirlik Çalışması*, 5. Uluslararası Türk Bilgisayar ve Matematik Eğitimi (TÜRKBİLMAT-5) Sempozyumu, 28-30 Ekim, Alanya, Antalya.

Büyüköztürk, Ş. (2018). *Sosyal bilimler için veri analizi el kitabı*. Pegem Akademi Yayıncılık: Ankara.

Can, A. (2014). *SPSS ile bilimsel araştırma sürecinde nicel veri analizi* (3. Baskı), Pegem Akademi: Anakara.

Carliner, S. (2004). *An overview of online learning* (2nd ed.). Amherst, MA: HRD Press.

Cohen, L., Manion, L., & Morrison, K. (2013). *Research methods in education*. London: Routledge.

Çepni, S. (2014). *Araştırma ve proje çalışmalarına giriş* (7. baskı). Trabzon: Celepler Matbaacılık.

Çok, C. (2021). *Öğretmenlerin uzaktan eğitime ilişkin öz-yeterlik algısı ve pandemi sürecinde uzaktan eğitimde karşılaştıkları engeller*, Van Yüzüncü Yıl Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Yayımlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Van.

Çokluk, Ö., Şekercioğlu, G., & Büyüköztürk, Ş. (2014). *Sosyal bilimler için çok değişkenli istatistik Spss ve lisrel uygulamaları*. Pegem Akademi: Ankara

Çubukçu, Z., & Girmen, P. (2007). Öğretmen adaylarının sosyal öz-yeterlik algılarının belirlenmesi. *Eskişehir Osmangazi Üniversitesi Sosyal Bilimler Dergisi, 8*(1), 58-74.

Demir, Ö., & Yurdugül, H. (2014). Ortaokul ve Lise Öğrencileri için Bilgisayara Yönelik Tutum Ölçeğinin Türkçe'ye Uyarlanması. *Eğitim ve Bilim, 39*(176), 247-256.

Eryılmaz, S., & Ulusoy, Ç. (2015). 21. yüzyıl becerileri ışığında FATİH Projesi değerlendirmesi. *Gazi Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 2*(35), 209-229.

Field, A. (2013). *Discovering statistics using IBM SPSS statistics* (4. edition). London: Sage.

Fraenkel, J. R., Wallen, N. E., & Hyun, H. (2011). *How to design and evaluate research in education* (eighth edition). New York, NY: McGraw-Hill Education.

Gallagher, M. W. (2012). Self-Efficacy. (ed.) In V. S. *Ramachaudran, Encyclopedia of human behavior* (Vol.2, pp. 314-320). San Diego: Academic Press.

Gürbüz, S., & Şahin, F. (2018). *Sosyal bilimlerde araştırma yöntemleri* (5. Baskı). Ankara: Seçkin Yayıncılık.

Gürol, A., & Aktı, S. (2010). The relationship between pre-service teachers' self efficacy and their internet self-efficacy. *Procedia Social and Behavioral Sciences, 2*, 3252– 3257.

Hacıcaferoğlu, S., & Güner, O. (2021). Spor eğitimi alan üniversite öğrencilerinin çevrimiçi öğrenmeye yönelik hazır bulunuşluklarının incelenmesi. *Journal of Social and Humanities Sciences Research, 8*(73), 2260-2267. http://dx.doi.org/10.26450/jshsr.2651

Hu, L., & Bentler, P.M. (1999). Cutoff criteria for fit indexes in covariance structure analysis: conventional criteria versus new alternatives. *Structural Equation Modeling, 6*(1), 1-55.

Kabaran, H., Altıntaş, S., & Kabaran, G. G. (2016). Öğretmen adaylarının eğitsel internet kullanım öz-yeterlik inançları ile akademik öz-yeterlik inançları arasındaki ilişkinin incelenmesi. *Eğitim Kuram ve Uygulama Araştırmaları Dergisi, 2*(1), 01-11.

Kansu, A. F., & Hızlı S. G. (2018). Öz yeterlik, yaşam anlamı ve yaşam bağlılığı kavramları üzerine bir inceleme. *Etkileşim, 1*, 78-89.

Kline, R. B. (2016). *Principles and practice of structural equation modeling* (4th ed.). Guilford Press.

Linnenbrink, E. A., & Pintrich, P. R. (2003). The role of self-efficacy beliefs in student engagement and learning in the classroom. *Reading & Writing Quarterly: Overcoming Learning Difficulties, 19*(2), 119–137.

Lorsbach, A., & Jinks, J. (1999). Self-efficacy theory and learning environment research. *Learning environments research, 2*(2), 157-167.

Martin, F., & Tutty, J. I. (2009). Learning management system self-efficacy of online and hybrid learners: Using LMSES Scale. Retrieved from http://www.florencemartin.net/site08/research/ lmsself-efficacy_martintutty_unctlt08.pdf.

Miltiadou, M., & Yu, C. H. (2000). Validation of the online technologies self efficacy scale (OTSES). Retrieved from https://ia800207.us.archive.org/4/items/ERIC_ED445672/ERIC_ED445672.pdf.

Muthén, L. K., & Muthén, B. O. (2002). How to use a monte carlo study to decide on sample size and determine power. *Structural Equation Modeling, 9*, 599-620.

Netemeyer, R. G., Bearden, W. O., & Sharma, S. (2003). *Scaling procedures*. Thousand Oaks, CA: Sage.

Ordonez-Feliciano, J. (2009). *Self-efficacy and instruction in mathematics*. (Unpublished Doctoral Dissertation). Lynn University, Florida.

Özdoğan, A. Ç., & Berkant, H. G. (2020). Covid-19 pandemi dönemindeki uzaktan eğitime ilişkin paydaş görüşlerinin incelenmesi. *Milli Eğitim Dergisi, 49*(1), 13-43.

Özenoğlu K. H. (2006). *Fen bilgisi öğretmenliği öğrencilerinin biyoloji ile ilgili öz-yeterlik inançlarının karşılaştırılması*. Yayımlanmamış doktora tezi, İzmir: Dokuz Eylül Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü.

Pallant, J. (2010). *SPSS survival manual: a step by step guide to data analysis using SPSS*. Maidenhead: Open University Press/McGraw-Hill,

Pajares, F., & Johnson, M. J. (1996). Self-efficacy beliefs and the writing performance of entering high school students. *Psychology in the Schools, 33*(2), 163-175.

Pendergast, D., Garvis, S., & Keogh, J. (2011). Pre-service student-teacher self-efficacy beliefs: An insight into the making of teachers. *Australian Journal of Teacher Education, 36*(12), 46-58.

Pintrich, R. R., & DeGroot, E. V. (1990). Motivational and self-regulated learning components of classroom academic performance. *Journal of Educational Psychology, 82*(1), 33–40.

Saracaloğlu, A. S., Yenice, N., & Özden, B. (2013). Fen bilgisi, sosyal bilgiler ve sınıf öğretmeni adaylarının öğretmen özyeterlik algılarının ve akademik kontrol odaklarının incelenmesi. *Pamukkale Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 34*(34), 227-250.

Schermelleh-Engel, K., & Moosbrugger, H. (2003). Evaluating the fit of structural equation models: tests of significance and descriptive goodness-of-fit measures. *Methods of Psychological Research Online, 8*(2), 23-74.

Schunk, D. H., & Mullen, C. A. (2012). Self- efficacy as an engaged learner. In S. L. Christenson, A. L. Reschly ve C. Wylie (Eds.), *Handbook of research on student engagement*, (pp. 219-235). New York: Springer.

Seçer, İ. (2014). Obsesif Kompulsif Bozukluk Ölçeği Çocuk Formunun Türkçeye Uyarlanması: Güvenirlik ve Geçerlilik Çalışması. *Eğitim ve Bilim, 39*(176), 355-367.

Seçer, İ. (2015). Psikolojik test geliştirme ve uyarlama süreci: spss ve lisrel uygulamaları (1. Baskı), Anı Yayıncılık: Ankara.

Sırakaya, D., & Yurdugül, H. (2016). Öğretmen Adaylarının Çevrimiçi Öğrenme Hazır Bulunuşluluk Düzeylerinin İncelenmesi: Ahi Evran Üniversitesi örneği. *Ahi Evran Üniversitesi Kırşehir Eğitim Fakültesi Dergisi, 17* (1), 185-200.

Siegle, D., & McCoach, D. (2007). Increasing student mathematics self-efficacy through teacher training. *Journal of Advanced Academics, 18*(2), 278-312.

Sun, Y., & Rogers, R. (2021). Development and validation of the Online Learning Self-efficacy Scale (OLSS): A structural equation modeling approach, *American Journal of Distance Education, 35*(3), 184-199.

Taşkın, Ç. Ş., & Hacıömeroğlu, G. (2010). Öğretmen Özyeterlik inanç ölçeğinin Türkçeye uyarlabması ve sınıf öğretmeni adaylarının Özyeterlik inançları. *Dokuz Eylül Üniversitesi Buca Eğitim Fakültesi Dergisi, 27*, 63-75.

Usher, E. L., & Pajares, F. (2008). Self-efficacy for self-regulated learning a validation study. *Educational and Psychological Measurement, 68*, 3, 443-463.

Yıldız, E., & Seferoğlu, S. S. (2020). Uzaktan eğitim öğrencilerinin çevrim içi teknolojilere yönelik öz yeterlik algılarının incelenmesi. *Manisa Celal Bayar Üniversitesi Sosyal Bilimler Dergisi, 18*(1) , 33-46.

Zhao, L., Lu, Y., Huang, W., & Wang, Q. (2010). Internet inequality: The relationship between high school students' Internet use in different locations and their Internet self-efficacy. *Computers & Education, 55*(4), 1405–1423.

Zilka, G. C., Rahimi, I. D., & Cohen, R. (2019). Sense of challenge, threat, self-efficacy, and motivation of students learning in virtual and blended courses. *American Journal of Distance Education, 33*(1), 2-15.

*Teşekkür Yazısı: 07.01.2021 tarihinde çevrim içi öğrenmeye yönelik öz yeterlilik ölçeğini geliştiren Sayın Yan Sun ve Reenay Rogers'a mail atılmış ve kendilerinden ölçeğin Türkçe'ye uyarlanması konusunda izin istenmiştir. 08.01.2021 tarihinde Sayın Yan Sun ve Reenay Rogers izin isteğimize olumlu dönüş yapmışlardır. Kendilerine teşekkürüz ediyoruz.

Ek 1. *Çevrimiçi öğrenme öz yeterlik ölçeği (Sun ve Rogers, 2020'den uyarlanmıştır).*

Boyut	Madde
Teknoloji Kullanımı öz yeterliği	1) Bir web sitesinden bir yazılım veya uygulama indirip yüklerken kendime güvenirim.
	2) Bir web sitesinden çıktı alırken kendime güvenirim.
	3) Bir web sitesinden bir görsel indirirken (kaydederken) kendime güvenirim.
	4) Bir web sitesini sık kullanılanlara eklerken kendime güvenirim.
	5) Bir web sitesinden bir metni kopyalayıp, bu metni word belgesine yapıştırmada kendime güvenirim.
	6) Web sayfalarının bağlantılarına erişimde kendime güvenirim.
	7) Bir ya da birden fazla anahtar kelime kullanarak internette arama yapmada kendime güvenirim.
Çevrimiçi öğrenme görevi öz-yeterliği	8) Çevrimiçi bir sınava (test, quiz vb.) girmede kendime güvenirim.
	9) Öğrenme Yönetim Sisteminin (örn. Boysis, Moodle, AYDEP, Proliz vb) notlar kısmından notuma bakmada kendime güvenirim.
	10) Öğrenme Yönetim Sisteminde (örn. Boysis, Moodle, AYDEP, Proliz vb.) çevrim içi ders materyallerini görüntülemede kendime güvenirim.
	11) Öğrenme Yönetim Sistemi (örn. Boysis, Moodle, AYDEP, Proliz vb.) aracılığıyla dersin ödevlerini teslim etmede kendime güvenirim.
Eğitici ve akran etkileşimi ve iletişimi öz-yeterliği	12) Çevrim içi derslerimde sınıf arkadaşlarımla etkileşimler yoluyla bir topluluk duygusu geliştirebilirim.
	13) Diğer çevrim içi ders katılımcılarıyla iletişim kurabilirim.
	14) Çevrim içi derslerimde öğretim elemanlarıyla etkileşimler yoluyla bir topluluk duygusu geliştirebilirim.
	15) Çevrim içi derslerimde sınıf arkadaşlarımla eğitim-öğretimle ilgili (öğrenme güçlüğü yaşadığım konular, kavramlar vb) problemlerimi paylaşabilirim.
	16) Çevrim içi derslerimde ekip çalışması/projeler aracılığıyla bir işbirlikli öğrenme ortamı oluşturabilirim.
	17) Çevrim içi derslerimde eğitim öğretim ile ilgili (öğrenme eksiklikleri vb.) ne durumda olduğumu öğrenmek için sınıf arkadaşlarımla iletişim kurabilirim
	18) Çevrim içi derslerimde diğer katılımcıları tanıyarak, çevrimiçi derslerime aidiyet duygusu (bir gruba ait olma, mensup olma) kazanabilirim.
Öz düzenleme ve motivasyon öz-yeterliği	19) Çevrim içi derslerde başarılı olmak için gayretli bir şekilde çalışmam gerektiği hususunda kendimi motive edebilirim.
	20) Çevrim içi bir derste sunulan en zor materyalleri bile anlamak için kendimi cesaretlendirebilirim.
	21) Zorluklar veya aksaklıklarla karşılaştığımda çevrim içi derslerime devam etmede kendimi motive edebilirim.
	22) Çevrim içi derslerimde öğretim elemanları tarafından sorulan soruların cevaplarını bulmak için ilgili kaynaklara ulaşmada kendimi motive edebilirim.
	23) Çevrim içi derslerimde teknik zorluklar ile karşılaşsam bile, derste sunulan ders içeriklerini öğrenmek için kendimi motive edebilirim.
	24) Çevrim içi derslerimin, ilgimi çeken konular hakkında bilgimi arttıracağına inandığım için kendimi çevrim içi öğrenmeye motive edebilirim.
	25) Çevrim içi derslerin beni kariyer hedeflerime nasıl yaklaştırabileceğini görerek, çevrim içi derslerimde iyi performans gösterme konusunda kendimi motive edebilirim.
	26) Çevrim içi derslerde hiçbir destek almadan ilgili konuları öğrenmek için kendimi motive edebilirim.

	27) Çevrim içi derslerim için çalışma süresini, kendime hedefler belirleyerek yönetebilirim.
	28) Çevrim içi derslerime verimli şekilde çalışmam konusunda kendimi motive edebilirim.
	29) Çevrim içi derslerimde ortaya çıkan sorunları (ders ile ilgili veya teknik sorunlar vb.) çözmek için çeşitli bilgi kaynaklarını kullanma konusunda kendimi motive edebilirim.
	30) Ders içeriğine hâkim olmak için verilen ödevlere ek olarak çevrim içi derslerimde ekstra problemler üzerine çalışabilirim.
	31) Çevrim içi derslerimin, daha iyi bir maaş almamı sağlayacak bir kariyere ulaşmamda bana yardımcı olabileceği inancıyla, çevrimiçi derslerimde çok çalışmak için kendimi motive edebilirim.

1 puan: Kesinlikle Katılmıyorum, 2 puan: Katılmıyorum, 3 puan: Kısmen Katılmıyorum,
4 puan: Kısmen Katılıyorum, 5 puan: Katılıyorum, 6 puan: Kesinlikle Katılıyorum

Acknowledgment: On 07.01.2021, an e-mail was sent to Mr. Yan Sun and Reenay Rogers, who developed the self-efficacy scale for online learning, and their permission was requested to adapt the scale to Turkish. On 08.01.2021, Mr. Yan Sun and Reenay Rogers responded positively to our request for permission. We thank them.

Appendix 1. *Constructs and items of the Online Learning Self-efficacy Scale (OLSS)*

Construct & Definition	Items
Technology use self-efficacy	1) I feel confident in downloading and installing a software or application from a website.
	2) I feel confident in printing a website.
	3) I feel confident in downloading (saving) an image from a website.
	4) I feel confident in bookmarking a website.
	5) I feel confident in copying a block of text from a web site and pasting it to a document in a word processor.
	6) I feel confident in accessing links to web resources.
	7) I feel confident in conducting an Internet search using one or more keywords
Online learning task self-efficacy	8) I feel confident in taking an online quiz/test.
	9) I feel confident in viewing my grades in the grade book of the Learning Management System (e.g., BlackBoard).
	10) I feel confident in viewing my online course materials in the Learning Management System (e.g., BlackBoard).
	11) I feel confident in submitting course assignments through the Learning Management System (e.g., BlackBoard).
Instructor and peer interaction and communication selfefficacy	12) I can develop a sense of community through interactions with other online course participants.
	13) I can feel connected to others in my online courses.
	14) I can develop a sense of community through interactions with my online instructors.
	15) I can share my problems with my online classmates so we know what we are struggling with and how to solve our problems.
	16) I can communicate with my online classmates to find out how I am doing in my online classes.
	17) I can develop a sense of collaboration through team work/projects in my online courses.

	18) I can gain a sense of belonging in my online courses by getting to know other course participants.
Self-regulation and motivation efficacy	19) I can make myself feel the need to do an outstanding job in an online course.
	20) I can encourage myself to understand the most difficult materials presented in an online course
	21) I can motivate myself to persist in my online courses when facing difficulties or setbacks
	22) I can motivate myself to explore content related questions in my online courses
	23) Even in the face of technical difficulties, I can motivate myself to learn the materials presented in an online course.
	24) I can motivate myself to learn online through the belief that my online courses can broaden my knowledge about subjects which appeal to me.
	25) I can motivate myself to perform well in my online courses by seeing how these courses can move me closer to my career goals.
	26) I can motivate myself to learn in my online courses without the presence of instructors to assist me.
	27) I can manage study time for my online courses by setting goals.
	28) I can find where I am able to study most efficiently for my online courses.
	29) I can make myself feel the need to utilize a variety of information sources to explore problems posed in my online courses.
	30) I can work extra problems in my online courses in addition to the assigned ones in order to master the course content.
	31) I can motivate myself to work hard in my online courses through the belief that my online courses can help me get a degree allowing me to get a better salary later on

1 point: strongly disagree, 2 point: disagree, 3 point: somewhat disagree, 4 point: somewhat agree, 5 point: agree, 6 point: strongly agree

KEFAD
http://kefad.ahievran.edu.tr

Ahi Evran Üniversitesi
Kırşehir Eğitim Fakültesi Dergisi

ISSN: 2147 - 1037

Learning Difficulties Encountered by Students Regarding Angles and Medians of Triangles

Orhan Çiftci
Tevfik İşleyen

Article Information

CrossMark

DOI: 10.29299/kefad.943663

Received: 27.05.2021
Revised: 24.09.2021
Accepted: 20.10.2021

Keywords:

Difficulties Encountered in Learning,
Geometry,
Teaching Geometry,
Triangle,
Bisector,
Median

Abstract

It is known that many students face various difficulties in learning geometry, which is one of the sub-branches of mathematics. Knowing the difficulties encountered in teaching a subject is important for a quality and efficient teaching. The aim of this study is to determine the difficulties that students encounter while learning about the bisector and median of triangle. The case study design, one of the qualitative research methods, was used in the study. The study group consists of 86 secondary school 9th grade students. The data of the study were obtained through the Triangles Knowledge Test prepared by the researchers and face-to-face interviews with the participants in 2014-2015. In the study, descriptive statistics were used in the analysis of the quantitative data obtained and the descriptive analysis method was used in the analysis of qualitative data. As a result of the analysis of the data obtained in the study, 22 different difficulties faced by the students regarding the bisectors and medians of the triangle were identified. It was determined that the difficulties of "not being able to form the bisector of an angle" in the issue of the bisector and "not being able to comprehend whether a point in a triangle is the center of gravity" in the issue of the median are the most encountered difficulties by the students. It is thought that knowing these difficulties about triangle bisectors and medians will contribute to the development of methods and techniques to be applied for better understanding of the subject.

Üçgenin Açıortayları ve Kenarortayları Konusunda Öğrencilerin Karşılaştıkları Öğrenme Güçlükleri

Makale Bilgileri

CrossMark

DOI: 10.29299/kefad.943663

Yükleme: 27.05.2021
Düzeltme: 24.09.2021
Kabul: 20.10.2021

Anahtar Kelimeler:

Öğrenmede Karşılaşılan Güçlükler,
Geometri,
Geometri Öğretimi,
Üçgen,
Açıortay,
Kenarortay

Öz

Matematiğin alt dallarından biri olan geometrinin öğreniminde birçok öğrencinin çeşitli zorluklarla karşılaştıkları bilinmektedir. Bir konunun öğretiminde karşılaşılan güçlüklerin bilinmesi kaliteli ve verimli bir öğretimin yapılmasında önemlidir. Bu çalışmanın amacı, öğrencilerin üçgenin açıortay ve kenarortayları konusunu öğrenirken karşılaştıkları güçlükleri tespit etmektir. Çalışmada, nitel araştırma yöntemlerinden biri olan durum çalışması deseni kullanılmıştır. Çalışma grubunu 86 ortaöğretim 9. sınıf öğrencisi oluşturmaktadır. Çalışmanın verileri araştırmacılar tarafından hazırlanan Üçgenler Bilgi Testi ve katılımcılarla yapılan yüz yüze görüşmelerle 2014-2015 yıllarında elde edilmiştir. Çalışmada elde edilen nicel verilerin analizinde betimsel istatistikler, nitel verilerin analizinde ise betimsel analiz yöntemi kullanılmıştır. Çalışmada elde edilen verilerin analizleri sonucunda, üçgenin açıortayları ve kenarortayları konusunda öğrencilerin karşılaştığı 22 farklı güçlük tespit edilmiştir. Açıortay konusunda "Bir açının açıortayını oluşturamama", kenarortay konusunda ise "Üçgenin içinde verilen bir noktanın ağırlık merkezi olup olmama durumunu kavrayamama" güçlüklerinin öğrenciler tarafından en çok karşılaşılan güçlükler olduğu belirlenmiştir. Üçgenin açıortayları ve kenarortayları konusunda elde edilen bu güçlüklerin bilinmesinin konunun daha iyi anlaşılması yönünde uygulanacak yöntem ve tekniklerin geliştirilmesine katkı sunacağı düşünülmektedir.

Sorumlu Yazar : Orhan Çiftci, Dr., Milli Eğitim Bakanlığı, Türkiye, orciftci@gmail.com, ORCID ID: 0000-0002-5969-9464.

Tevfik İşleyen, Doç. Dr., Atatürk Üniversitesi, Türkiye, tevfikisleyen@gmail.com, ORCID ID: 0000-0001-9349-4078.

Atıf için: Çiftçi, O., & İşleyen, T. (2022). Üçgenin açıortayları ve kenarortayları konusunda öğrencilerin karşılaştıkları öğrenme güçlükleri. *Kırşehir Eğitim Fakültesi Dergisi, 23*(Özel Sayı), 509-560.

Giriş

Öğrenme güçlüklerinin en çok yaşandığı derslerden birisi olan matematik dersini birçok öğrenci zor olarak görmektedir (Tall ve Razali, 1993). Ön-şart oluş ilişkilerinin güçlü olduğu matematik dersinde bir konuda güçlük yaşayan öğrencinin bu konuyu da kapsayan ileriki konularda başarılı olması zordur (Çiftci, 2018). Genelde matematikte kavramsal bilgiyi anlamadan yapılan işlem öğretimi hatalara ve matematiğin sevilmemesine sebep olabilmektedir (Van de Walle, Karp ve Bay-Williams, 2010). Matematik eğitimi alanyazını incelendiğinde öğrencilerin herhangi bir konuyu öğrenirken karşılaştıkları güçlükler "kavram yanılgısı" ve "hata" terimleri başlıkları altında ele alınmıştır (Bingölbali ve Özmantar, 2014). Kavram yanılgısı bir öğrencinin uzun zamandır kabul ettiği, birden fazla durumlarda ortaya çıkan, öğrenci tarafından kolay değiştirilemeyen, bilimsel gerçeklerle çelişen kavramalar iken hata ise matematiksel ifadelerin, fikirlerin yanlış kullanılmasıdır (Erbaş, Çetinkaya ve Ersoy, 2009).

Matematiğin önemli alt dallarından biri olan, öğretim programlarının ayrılmaz bir parçası olan geometri alanında; öğrenciler geometrik şekilleri, bu şekillerin özelliklerini ve birbirleriyle olan ilişkilerini öğrenirler. İlişkileri keşfetme, modelleme, problem çözme ve analiz etme gibi üst düzey becerilerin kazandırıldığı geometride öğrenciler genellikle zorlanırken bazı öğrenciler ise başarısız olurlar (Duatepe, 2004). Duval (1998)'e göre geometri öğretmek rakamsal işlemleri öğretmekten daha zordur. Geometride matematiğin diğer alanlarına göre öğrenciler daha çok zorluk yaşamaktadırlar (Chen, 2021). Geometrinin cebire göre karmaşık görülmesinin sebebi geometride görselliğin fazla olması ve kavramları akılda canlandırmanın zor olmasıdır (Karakuş, 2008).

Fransız bilim adamı Raymond Duval geometrik aktiviteleri bilişsel açıdan incelemiştir. Duval (1998)'e göre geometri üç çeşit bilimsel süreç içermektedir. Bu süreçlerden ilki olan görselleştirme süreci, bir durumun gösterimi, bir karmaşık durumun sezgisel keşfi, bütüncül bakış ve öznel doğrulama gibi süreçleri içerir. Diğer bir süreç olan oluşturma süreci, matematiksel araçlar kullanarak geometrik inşaların yapılmasını içerir. Bu araçlar pergel, cetvel veya dinamik yazılım gibi araçlardır. Son olarak muhakeme süreci ise, bir açıklama ya da ispat için bilginin genişletilmesini içermektedir. Bir zorluğu aşabilmek için yapılan her taşıma, deneme ve hata muhakemenin bir şeklidir.

Geometri öğretiminde temel olarak kabul edilebilecek kavramlardan biri olan üçgen kavramı, daha karmaşık yapıdaki geometrik kavramların öğretiminde sık sık kullanılır (Kaplan ve Hızarcı, 2015). Tam öğrenilemeyen üçgen kavramı geometrinin ilerleyen konularında güçlüklerle karşılaşılmaya sebep olabilir. Üçgen kavramının tam öğrenilebilmesi için üçgene ait elemanların ve bu elemanların özeliklerinin eksiksiz öğrenilmesi gerekmektedir (Çiftci, 2018). Bir üçgenin açılarına ait açıortaylar, kenarlarına ait kenarortaylar, kenar orta dikmeler, yükseklikler ve bu kavramların özellikleri üçgenin yardımcı elemanları olarak okul müfredatlarında yer almaktadır (MEB, 2013; MEB, 2017). Üçgen kavramının önemli elemanları olan bu kavramlarda öğrenci çeşitli güçlüklerle karşılaşmakta (Altıntaş ve İlgün, 2017; Gül, 2014; Gürefe ve Gültekin, 2016; Kılıç, 2013) ve bu sebepten dolayı üçgen kavramının öğrenimini tam olarak gerçekleştirememektedir. Herhangi bir konuyu öğrenirken yaşanan güçlükleri bilmek, etkili bir şekilde anlamayı sağlayacak öğrenme ortamlarının tasarlanmasında önemli bir adım olup (Rasmussen, 1998; Yetkin, 2003) öğreticilere verimli öğretim yaklaşımlarını seçmede faydalı olacaktır (Tatar ve Dikici, 2008).

Alanyazında geometri alanında güçlükleri tespit etmeye yönelik yapılan çalışmalar, cebir alanında yapılan çalışmalara nazaran daha azdır. Yapılan çalışmalar incelendiğinde öğrencilerin geometride çeşitli öğrenme güçlüklerine sahip oldukları görülmüştür. Gutierrez ve Jaime (1999), 190 öğretmen adayı üzerinde yazılı bir testle bir üçgenin yükseklik kavramı ile ilgili kavram imajlarını, zorluklarını ve hatalarını araştırmışlardır. Elde edilen sonuçlarda, öğrencilerin çizilmesi istenen yükseklik yerine kenarortay ya da kenar orta dikme çizme, tepeden tabana dik olmayan herhangi bir doğru parçası çizme, istenilen tabandan farklı tabana yükseklik çizme gibi hatalar yaptıkları tespit edilmiştir. Baran (2011) öğrencilerin üçgenler konusunda sahip oldukları güçlükleri araştırdığı tez çalışmasında; öğrencilerin üçgenlerde kavram, tanım ve genellemeleri birbirleriyle ilişkilendirmelerinde çeşitli güçlüklere sahip olduklarını tespit etmiştir. Üçgenlerde karşılaşılan güçlüklerin araştırıldığı bir diğer çalışmada, İç ve Demirkol (2008) ortaöğretim öğrencilerinin üçgenler konusunda temel hatalarını ve kavram yanılgılarını araştırmışlardır. Araştırmacılar bu çalışmalarında, öğrencilerin sorulardaki verileri iyi analiz edemediğini, doğruda açılar, üçgende açılar ve açı-kenar konusunda işlem hataları yaptıklarını ve doğruda açı ile üçgende açı konularının özelliklerini karıştırdıklarını belirlemişlerdir. Bu çalışmanın sonuçlarına benzer olarak; Özsoy ve Kemankaşlı (2004) da öğrencilerin çemberler konusunda yaptıkları hata ve yanılgıları inceledikleri çalışmada; öğrencilerin, konuların özelliklerini karıştırdığını ve verileri analiz etmede zorluklar yaşadıklarını tespit etmişlerdir. Bununla beraber öğrencilerin birçok işlem hatası yaptıkları ve kavramlar arasında bağlantı kurmakta zorlandıkları sonuçlarına ulaşılmıştır.

Geometride öğrenciler tarafından tam anlaşılmayan temel kavramlar, ileriki zamanlarda öğrencilerin çeşitli güçlüklerle karşılaşmalarına sebep olur. Öğrencilerin temel geometri konularındaki hataları ve kavram yanılgılarını açılar konusunu baz alarak araştıran Ubuz (1999) yaptığı çalışmada, öğrencilerin geometriksel kavramları özellikleri ile birlikte ele almayıp, sadece onları fiziksel görünümlerine göre algıladıklarını belirtmiştir. Ayrıca bu çalışmada öğrencilerin “doğru”, “kenarları paralel açılar”, “üçgen”, “çokgen” ve “paralelkenar” gibi temel geometri konularında kavramsal yanılgılara sahip olduklarını belirtmiştir. Ubuz (1999) öğrencilerin yaptığı hataların hemen hemen her soruda aynı olduğunu, hataların yapılmasının en önemli nedeninin Van Hiele teorisinin ilk geometriksel düşünme seviyesi olan görsellik olduğunu belirtmiştir. Hershkowitz (1987), Gutierrez ve Jaime (1999), Blanco (2001) da çalışmalarında öğrencilerin geometrideki temel kavramlarda karşılaştıkları güçlüklere dikkat çekmişlerdir. Öksüz (2010)’ün çalışmasına göre, öğrenciler geometrik kavramları günlük hayat durumlarıyla ilişkilendirme konusunda güçlükler yaşamaktadır. Kavramsal yanılgıların araştırıldığı başka bir çalışmada Yenilmez ve Yaşa (2008) öğrencilerin, “doğru, doğru parçası, ışın” konularındaki kavram yanılgılarını tespit etmiş ve bu yanılgıların bazı demografik değişkenler açısından farklılaşıp farklılaşmadığını belirlemişlerdir. Çalışmanın sonuçlarına göre, matematik başarısı yüksek öğrenciler, daha düşük başarılı öğrencilere göre daha az yanılgıya düşmüşlerdir. Bunun yanı sıra geometriye ilgisi yüksek olan öğrencilerin, daha az ilgili öğrencilere göre; Türkçe başarısı yüksek öğrencilerin de daha düşük başarılı öğrencilere göre yanılgılarının daha az olduğu tespit edilmiştir. Ayrıca yanılgılar cinsiyet açısından da incelenmiş kız öğrencilerin erkek öğrencilere göre testteki daha çok soruyu cevapladığı ve kavram yanılgılarına daha az düştüğü tespit edilmiştir. Ubuz (1999) ise çalışmasında kız öğrencilerin erkek öğrencilere göre daha başarılı olduğunu fakat daha çok yanılgıya düştüklerini tespit etmiştir.

Uzamsal düşüncenin önemli yer tuttuğu geometride öğrenciler üç boyutlu cisimleri düşünmede ve kavramada çeşitli zorluklarla karşılaşmaktadırlar. Özerem (2012) yaptığı çalışmada öğrencilerin uzunluk, açı, dönüşümler, inşa ve üç boyutlu şekiller konularında kavram yanılgılarına, geçmiş bilgi eksikliklerine, muhakeme ve temel işlem hatalarına sahip olduklarını elde etmiş ve bu güçlüklerin ortadan kaldırılması için öneriler sunmuştur. Üç boyutlu geometrik cisimler konusunun ele alındığı Küçükaydın ve Gökbulut (2013)’un yaptığı çalışmada ise, çalışmaya katılan öğretmen adaylarının hiçbiri çalışmada yer alan geometrik cisimlerin tamamının açılımını doğru olarak yapamamış, ayrıca öğretmen adayları geometrik cisimleri tanımlama ve örnekleme kısmında da zorlanmışlardır. Türnüklü ve Ergin (2016)’in yaptıkları çalışmada da öğrencilerin üç boyutlu cisimlerle ilgili aşırı özelleme ve aşırı genelleme yanılgılarına düştükleri görülmüştür.

Öğrenciler öğretim hayatlarında konu ve kavramları öğrenirken çeşitli güçlüklerle karşı karşıya kalırlar. Karşılaştıkları bu güçlükler konunun eksik öğrenilmesine; dolayısıyla ileriki konularda da daha farklı güçlüklerle karşılaşmalarına sebep olabilir. Bir konu ya da kavramı öğrenirken karşılaşacakları güçlükleri bilmek, etkili bir şekilde öğrenmeyi sağlayacak öğretme-öğrenme ortamlarının tasarlanmasında önemli bir adımdır (Rasmussen, 1998; Yetkin 2003). Geometrinin önemli bir bölümünü oluşturan ve geometrik kavramların temeli olarak kabul edilen üçgen kavramı, geometrinin diğer kavramlarının öğretilmesinde önemli bir role sahiptir (Zeybek, 2013). Bu doğrultuda bu çalışmanın amacı, öğrencilerin üçgenin açıortay ve kenarortayları konusunu öğrenirken karşılaştıkları güçlükleri tespit etmektir.

Yöntem

Çalışmada nitel araştırma yöntemlerinden durum çalışması deseni kullanılmıştır. Durum çalışmaları bireylerin, grupların, kültürlerin, bölgelerin özel durumlarının derinlemesine incelendiği çalışmalardır (Patton, 2014). Durum çalışmalarında bir olay ya da bir durum ayrıntılı bir şekilde açıklanır (Merriam, 2013). Çalışmada, ortaöğretim 9. sınıf öğrencilerin üçgenin yardımcı elemanları konusunu öğrenmede karşılaştıkları güçlükler derinlemesine incelendiğinden dolayı durum çalışması deseni tercih edilmiştir.

Çalışma Grubu

Bu araştırmanın çalışma grubunu, Erzurum ilinde 3 farklı okulda öğrenim gören 86 dokuzuncu sınıf öğrencisi oluşturmaktadır. Çalışma grubunun belirlenmesi aşamasında uygun örnekleme yöntemi kullanılmıştır. Uygun örnekleme yönteminde, çalışma grubu belirlenirken zaman, para ve işgücü kaybını önleme göz önünde bulundurulur (Büyüköztürk, Kılıç-Çakmak, Akgün, Karadeniz ve Demirel, 2009). Çalışma grubu, Erzurum ili merkez ilçelerindeki 3 farklı okulda öğrenim gören öğrencilerden oluşturulmuştur. Çalışma grubunu oluşturan öğrencilerin 39'u (%45) kız, 47'si (%55) erkektir.

Veri Toplama Araçları

Bu çalışmada, araştırmanın problemi doğrultusunda nicel ve nitel veri toplama araçlarından faydalanılmıştır. Çalışmanın nicel verileri araştırmacı tarafından geliştirilen Üçgenler Bilgi Testi (ÜBT) ile nitel verileri öğrencilerle yapılan görüşmelerle toplanmıştır.

Üçgenler bilgi testi (ÜBT): Çalışmada öğrencilerin karşılaştıkları güçlükleri tespit etmek için, 17 açık uçlu, 5 boşluk doldurma ve 2 tane doğru-yanlış sorularından oluşan ÜBT hazırlanmıştır. ÜBT'de yer alan sorular, Ortaöğretim Matematik Dersi (9-12. sınıflar) Öğretim Programı'nda yer alan üçgenler ünitesi altındaki üçgenin yardımcı elemanları konusu ile ilgili kazanımlar ve kazanım açıklamaları doğrultusunda oluşturulmuştur. Ortaöğretim Matematik Dersi (9-12. sınıflar) Öğretim Programı'nda yer alan ilgili kazanımlar ve kazanım açıklamaları şu şekildedir (MEB, 2013):

1. Bir açının açıortayını çizer ve özelliklerini açıklar.

✓ *Açıortay üzerinde alınan bir noktadan açının kollarına indirilen dikmelerin uzunluklarının eşit olduğu keşfettirilir.*

✓ *Pergel-cetvel veya dinamik geometri yazılımlarında bunların karşılığı kullanılır.*

2. Üçgenin iç ve dış açıortaylarının özelliklerini gösterir

✓ *Üçgende iç ve dış açıortayların kesişimlerine dair ilişkiler ile iç ve dış açıortay teoremlerine yer verilir.*

✓ *Üçgenin iç teğet ve dış teğet çemberleri çizdirilir.*

✓ *Bilgi ve iletişim teknolojilerinden yararlanılır.*

3. Üçgenin kenarortaylarının bir noktada kesiştiğini gösterir ve kenarortayla ilgili özellikleri açıklar.

✓ *Kenarortayların kesiştiği noktanın üçgenin ağırlık merkezi olduğu vurgulanır; üçgenin ağırlık merkeziyle ilgili özellikler incelenir.*

✓ *Cetvel-pergel veya dinamik geometri yazılımlarında bunların karşılığı kullanılır.*

ÜBT hazırlanırken 2014-2015 eğitim öğretim yılında Millî Eğitim Bakanlığına bağlı eğitim kurumlarında okutulan 9. sınıf matematik ders kitaplarından (Erbaş, Çetinkaya, Güven, Karataş ve

Çınkır, 2015; Karakuyu ve Bağcı, 2015) yararlanılmıştır. Oluşturulan test her bir kazanımı en az bir soru kapsayacak şekilde geliştirilmiştir. Testin kapsam geçerliğine yönelik, ÜBT içindeki sorular ilgili oldukları kazanımları gösteren belirtke tablosu hazırlanmıştır. Bu belirtke tablosu ile birlikte hazırlanan ÜBT, matematik eğitiminde uzman 5 öğretim üyesi ve deneyimli 4 lise matematik öğretmeni tarafından incelenmiştir. Uzmanlardan gelen dönütler sonrasında testlerde gerekli düzenlemeler yapılarak kapsam geçerliği sağlanmıştır.

Uzman görüşleri sonrasında geliştirilen ÜBT, güvenirlik çalışmaları için 2014-2015 eğitim öğretim yılının ilk döneminde üç farklı okuldaki 130 onuncu sınıf öğrencisine pilot olarak uygulanmıştır. Araştırma konusu 9. sınıf ikinci dönemi konusu olduğundan pilot çalışmada 10. sınıf öğrencileri tercih edilmiştir. Bu öğrenciler seçilirken seviyelerinin liselere giriş puanlarına göre çalışmanın yapılacağı okullardaki öğrencilerin seviyeleri ile yakın olmalarına dikkat edilmiştir. Geliştirilen ÜBT'nin pilot uygulaması sonucunda her öğrencinin kâğıdı puanlandırılmıştır. Puanlandırma her soru için 0,1,2 şeklinde değerlendirilmiştir. Tamamen doğru cevaplar için 2, doğru cevabın bir kısmını içeren cevaplar için 1, yanlış ya da boş cevaplar için 0 puan verilmiştir. Yapılan değerlendirme sonucunda öğrencilerin aldığı puanlar büyükten küçüğe doğru sıralanarak üst grup (grubun %27'si) ve alt grup (grubun %27'si) belirlenmiştir. Oluşturulan bu gruplar göz önüne alınarak ÜBT'nin her bir maddesi için güçlük (P) ve madde ayırt edicilik (D) değerleri hesaplanmıştır. Ayrıca Pilot uygulama sonucunda toplanan verilerin analizi yapılarak ÜBT'nin KR-20 iç tutarlılık katsayısı için 0.99 olarak bulunmuştur.

Görüşme: Çalışmada öğrencilerin bilgi testinde verdikleri cevapların derinlemesine incelenmesi amacıyla yapılandırılmamış görüşmeler yapılmıştır. Her öğrencinin her bir soruya vereceği yanıt farklı olabileceğin dolayı görüşme formu kullanılmamış, bunun yerine her bir öğrencinin soruları cevaplandırdığı ÜBT kullanılmıştır. Hem kontrol hem deney grubunda öğrencilerin bilgi testinde verdikleri cevaplar "Nasıl?", "Neden?", "Açıklar mısın?" gibi ifadelerle sorgulanarak öğrenme güçlükleri belirlenmiştir.

Araştırma Süreci

Çalışma 2014-2015 yılında yürütülmüştür. 34 öğrencinin bulunduğu birinci sınıfta (9-A), 27 öğrencinin bulunduğu ikinci sınıfta (9-B) ve 25 öğrencinin bulunduğu üçüncü sınıfta (9-C) öğretmenler kendi yöntemleriyle üçgenin yardımcı elemanları konusunun öğretimini gerçekleştirmişlerdir. Öğretmenlerin yaptıkları öğretim sonucunda ÜBT her gruba 2 ders saati süresince son test olarak uygulanmıştır. ÜBT'lerin son test olarak uygulanmasından sonra öğrencilerin öğrenmede karşılaştıkları güçlüklerin belirlenmesi aşamasına geçilmiştir. Öncelikle öğrencilerin kâğıtları incelenmiş, yanlış ve boş soruları tespit edilmiştir. Daha sonra öğrencilerin bilgi testinde verdikleri cevapların derinlemesine incelenmesi amacıyla 86 öğrencinin her biriyle görüşmeler yapılmıştır. 86 öğrenci ile yapılan görüşmeler son testin yapıldığı ertesi gün başlanarak sonrasındaki üç gün içerisinde bitirilmiştir.

Sonraki süreçte görüşmeler bilgisayar ortamında transkript edilerek yazıya dökülmüştür. Öğrencilere uygulanan testler ve yapılan görüşmeler birlikte analiz edilerek 9. sınıf öğrencilerinin üçgenin yardımcı elemanları konusunda karşılaştıkları güçlükler tespit edilmiştir.

Verilerin Analizi

Öğrencilerin ÜBT'de sorulara verdikleri yanıtları ayrıntılı değerlendirerek öğrenme güçlüklerinin tespit edilmesi amacıyla her öğrenciyle gerçekleştirilen görüşmeler öğrencilerin izinleri doğrultusunda öncelikle kayıt altına alınmıştır. Daha sonra bilgisayar ortamında transkript edilen veriler betimsel analiz tekniği kullanılarak analiz edilmiştir. Betimsel analiz tekniğinde elde edilen veriler önceden belirlenen kategorilere göre özetlenir (Yıldırım ve Şimşek, 2008). Öğrencilerin transkript edilen görüşmeleri araştırmacı tarafından tekrar tekrar okunarak yaşadıkları zorluklara ve sahip oldukları kavram yanılgılarına göre belirli güçlük başlıkları altında toplanmıştır. Elde edilen güçlüklerin her birine bir kod verilmiştir ($ÖG_1$, $ÖG_2$, …). Elde edilen kodlar önceden belirli olan, öğretim programındaki üçgenin yardımcı elemanları konusuna ait kazanımların başlıkları (kategori) altında sınıflandırılmıştır. Her bir belirlenen güçlük Duval'in bilişsel modelindeki "görselleştirme", "oluşturma", "muhakeme" süreçleri açısından ele alınarak öğrencilerin karşılaştıkları güçlüklere göre hangi bilişsel süreçlerinde sıkıntı ile karşılaştığı tespit edilmiştir. Ortaya çıkan güçlükler yüzde ve frekans tabloları yardımıyla sunularak bu güçlüğü yaşayan öğrencilerle yapılan görüşmeler betimsel olarak verilmiştir. Öğrenme güçlükleri belirlenirken öğrenciler Ö1, Ö2, … Ö86 şeklinde kodlanmıştır.

Araştırmanın Etik İzinleri

Yapılan bu çalışmada "Yükseköğretim Kurumları Bilimsel Araştırma ve Yayın Etiği Yönergesi" kapsamında uyulması belirtilen tüm kurallara uyulmuştur. Yönergenin ikinci bölümü olan "Bilimsel Araştırma ve Yayın Etiğine Aykırı Eylemler" başlığı altında belirtilen eylemlerden hiçbiri gerçekleştirilmemiştir.

25 Şubat 2020 tarihli ULAKBİM kararına göre 2020 yılı öncesi araştırma verileri kullanılan çalışmalarda geriye dönük etik kurul belgesi gerekmemektedir. Araştırmanın verileri 2014-2015 yıllarında elde edildiğinden etik kurul belgesi alınmamıştır.

Bulgular ve Yorum

2014-2015 Eğitim Öğretim yılında üç farklı okulda öğrenim gören toplam 86 öğrencinin üçgenin yardımcı elemanları konusunda karşılaştıkları öğrenme güçlükleri ile ilgili bulgular, ilgili konuya ait öğretim programında yer alan kazanım başlıkları altında verilmiştir. Elde edilen öğrenme güçlükleri, öğrencilerin ÜBT sorularına verdikleri cevaplar ve her bir öğrenciyle yapılan görüşmeler eşliğinde incelenerek tespit edilmiştir. Öğrencilerin en az bir soruda karşılaşmasıyla kayıt altına alınan öğrenme güçlüklerinin yüzde ve frekansları, öğrencilerle yapılan görüşmelerin betimsel analizi ve öğrencilerin ilgili güçlüklerle karşılaştıkları sorulara verdikleri yanıtlar eşliğinde aşağıdaki başlıklar altında sunulmuştur.

"Bir açının açıortayını çizer ve özelliklerini açıklar." Kazanımı ile İlgili Bulgular

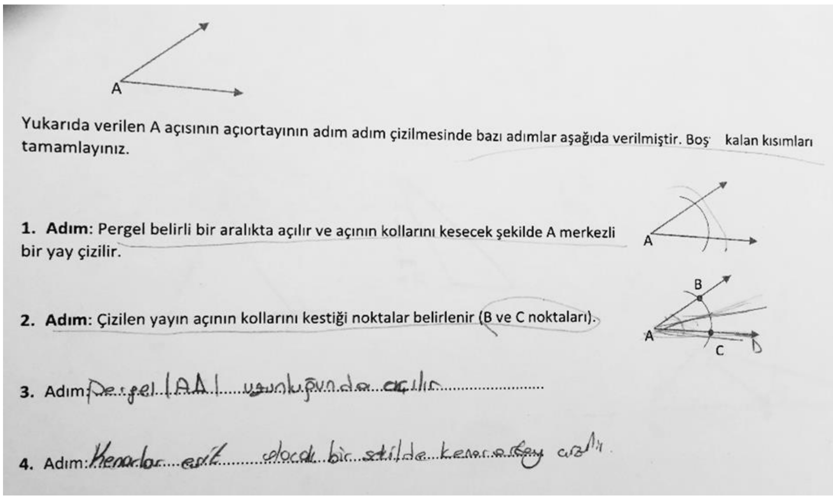
"Bir açının açıortayını çizer ve özelliklerini açıklar." kazanımına (1. kazanım) yönelik öğrencilerin karşılaştıkları güçlükleri belirlemek amacıyla ÜBT'nin 1, 20, 23 ve 24. soruları hazırlanmıştır. Öğrencilerin bu sorulara verdikleri yanıtlarının ve görüşmelerinin analizleri sonucunda, bu kazanımla ilgili karşılaşılan öğrenme güçlüklerinin frekans ve yüzde değerleri Tablo 2'de sunulmuştur:

Tablo 1. *Öğrencilerin 1. kazanım ile ilgili karşılaştıkları öğrenme güçlüklerinin frekans ve yüzde değerleri*

Öğrenme Güçlüğü	Frekans	Yüzde
Bir açının açıortayını oluşturamama ($ÖG_1$)	86	%100
Bir D noktasının A açısının açıortayı üzerinde olup olmadığını kavrayamama ($ÖG_2$)	80	%93
Bir A açısının başlangıç noktasından çizilen doğru parçasının, açının açıortayı olup olmadığını kavrayamama ($ÖG_3$)	79	%92
Bir açının açıortayı üzerindeki bir noktanın açının kollarına olan uzaklığının eşit olduğunu kavrayamama ($ÖG_4$)	56	%65

Tablo 1 incelendiğinde 1. kazanımla ilgili olarak hazırlanan sorulara ilişkin verilen yanıtlardan elde edilen bulgulara göre, 4 farklı öğrenme güçlüğü tespit edilmiştir. Bu güçlüklerden $ÖG_1$ güçlüğüne öğrencilerin hepsinin, $ÖG_2$ güçlüğüne öğrencilerin %93'ünün, $ÖG_3$ güçlüğüne öğrencilerin %92'sinin ve $ÖG_4$ güçlüğüne ise öğrencilerin %65'nin sahip olduğu görülmüştür.

Bir açının açıortayını oluşturamama güçlüğü ($ÖG_1$): Öğrencilerin ÜBT kâğıtları ve görüşmeleri incelendiğinde bütün öğrencilerin, bir açının açıortayını oluşturamama güçlüğüne sahip oldukları tespit edilmiştir. Elde edilen bu güçlük ÜBT'nin 1. kazanıma yönelik hazırlanan 24. sorusundan elde edilmiştir. Öğrencilerin 24. soruya verdikleri yanıtlar incelendiğinde, bütün öğrencilerin verilen boşlukları ya boş bıraktığı ya da yanlış doldurduğu gözlemlenmiştir. Bunun sonucunda öğrencilerin tamamının pergel-cetvel araçlarını kullanarak bir açının açıortayını adım adım oluşturma basamaklarını kavrayamadıkları tespit edilmiştir. Bu güçlüğü yaşayan öğrenciler, özellikle matematiksel araçlar kullanılarak geometrik yapıların inşasını içeren "oluşturma" sürecinde sıkıntı yaşamaktadırlar. $ÖG_1$ güçlüğüne sahip Ö7'nin ÜBT'de soruya verdiği cevap (Şekil 1) ve öğrenci ile yapılan görüşme şu şekildedir:



Şekil 1. Ö7'nin ÜBT'de 24. soru cevabı

…

***Görüşmeci**: Peki 24. soruyu nasıl düşündün?*

***Ö7**: Hangisi? Buydu demi?*

***Görüşmeci**: Üçüncü adım demişsin ki: Pergel AD uzunluğu...*

***Ö7**: ...uzunluğunda açılır.*

***Görüşmeci**: Tamam. AD uzunluğunda D'yi sen yazmışsın!*

***Ö7**: Burada biz açıortay mı oluşturacaktık?*

***Görüşmeci**: Evet.*

***Ö7**: O yüzden... Mesela bu kadar açı... Yok, bir dakika… Ben ne yaptım nasıl düşünmüştüm. Hah o kadar açacağız ki burayı da o kadar uzatıp açıortayı bulabilelim.*

***Görüşmeci**: Nasıl yani uzatacağız orayı? Tam ortasını nasıl bulacağız ki açıortay olduğunu bilelim? 4. adımda "Kenarlar eşit olacak şekilde kenarortay çizilir." demişsin?*

***Ö7**: Kenarların eşit olduğunu bulacağız başta.*

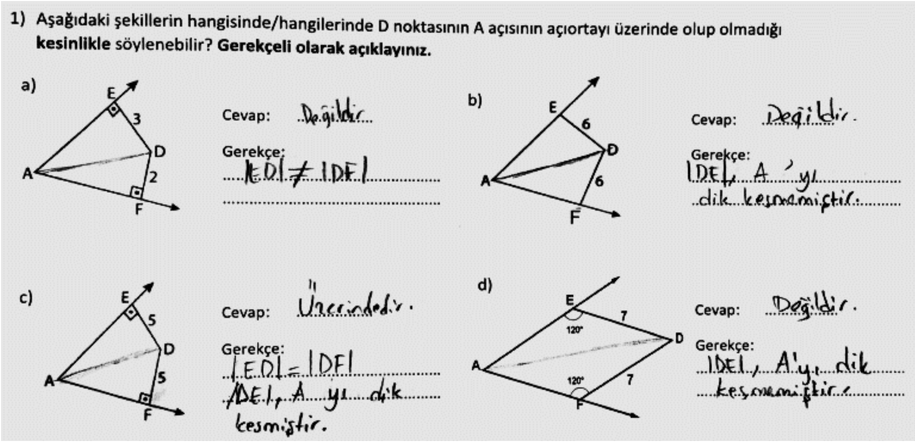
***Görüşmeci**: Nasıl yani? Cetvel yok elimizde pergelimiz var.*

***Ö7**: Sadece pergel var. Yok [cevap yok anlamında].*

***Görüşmeci**: Peki.*

Öğrencilerin 24. soruya verdikleri cevaplarının ve yapılan görüşmelerinin analizleri sonucunda çözüme yaklaşan, mantık yürütebilen hiçbir öğrencinin olmadığı görülmüştür. Öğrencilerin hepsinin ÖG$_1$ güçlüğüne sahip olmalarının sebeplerinden en önemlisi, derslerde pergel-cetvel araçlarıyla veya gelişen teknolojik araçlarla (örneğin dinamik yazılım) öğrencilerin adım adım geometrik çizim etkinlikleri yapmaya alışkın olmamaları düşünülebilir.

Bir D noktasının A açısının açıortayı üzerinde olup olmadığını kavrayamama güçlüğü (ÖG$_2$): Öğrencilerin ÜBT'nin 1. sorusuna verdikleri yanıtları analiz edildiğinde, birçok öğrencinin herhangi bir D noktasının A açısının açıortayı üzerinde olup olmadığını tam anlamıyla kavrayamadığı tespit edilmiştir. 4 seçenekten oluşan 1. sorunun bütün seçeneklerini doğru yapan 7 öğrenci haricindeki 80 öğrencinin bu güçlüğü yaşadığı tespit edilmiştir. ÖG$_2$ güçlüğüne sahip olan öğrencilerden bazıları, D noktasının A açısının açıortayı üzerinde olması için D noktasından açıortay kollarına indirilen doğru parçalarının uzunluklarının eşit ve açıortay kollarıyla 90 derecelik açı yapması gerektiğini belirtmektedir. Bu öğrencilere göre, D noktasından açıortay kollarına 90 dereceden farklı, aynı ölçüde açı ile indirilen doğru parçaları eşit uzunlukta olsa bile (ÜBT 1. soru d şıkkı), D noktası açıortay üzerinde değildir. ÖG2 güçlüğüyle karşılaşan öğrenciler, bir noktanın bir açının açıortayı üzerinde olup olmadığını kavramsal olarak inceleyemediğinden, bu konuda herhangi bir bilgisi olmadığından veya yanlış bilgisi olduğundan dolayı "muhakeme" sürecinde sıkıntı yaşamaktadırlar. Bu öğrencilerden biri olan Ö38'in soruya verdiği cevap (Şekil 2) ve öğrenci ile yapılan görüşme şu şekildedir:



Şekil 2. Ö38'in ÜBT'de 1. soru cevabı

Görüşmeci: *1. soruda D'nin A açısının açıortayı üzerinde olup olmadığını sorduk. Neye göre cevapladın bu soruları?*

Ö38: *Şimdi şöyle düşündüm. Eğer bu çizgiden (açıortay doğrusu) geçirdiğimizde dik olacak (AED ve AFD açılarını kastediliyor) ve iki kenar (DE ve DF kenarları kastediliyor) eşitse bence öyle.*

Görüşmeci: *Yani açıortay olması için hem dik hem de uzunluklarının eşit mi olması lazım?*

Ö38: *Evet bence öyle.*

Görüşmeci: *"b şıkkında değildir." demişsin. Dik olduğunu demediği için mi?*

Ö38: *Hı hı [onaylıyor].*

Görüşmeci: *d şıkkında?*

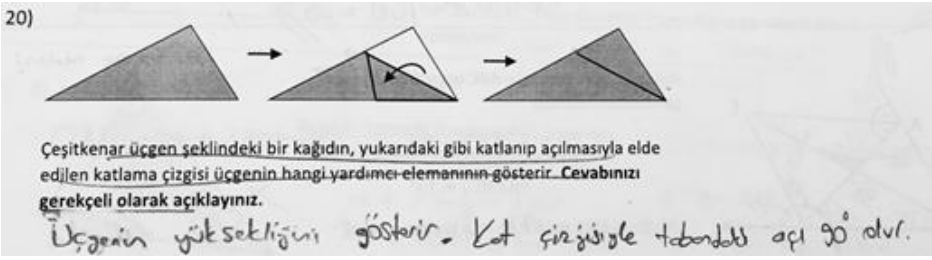
Ö38: *Yine aynısı dik olmadığı için.*

Görüşmeci: *Açılar dik olmadığı için?*

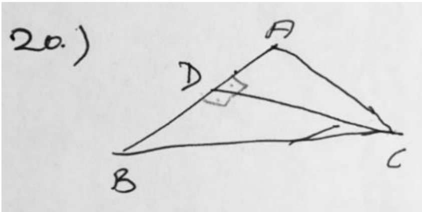
Ö38: *Evet*

Şekil 2'deki Ö38'in cevabı ve görüşmesi incelendiğinde, bu cevabı veren öğrencilerin herhangi bir D noktasından açının kollarına 90 dereceden farklı açılarla eşit uzunlukta doğru parçaları indirildiğinde iki eş üçgen oluştuğunu ve dolayısıyla D noktasının açının açıortayı üzerinde olduğunu kavrayamadıkları görülmüştür.

Bir A açısının başlangıç noktasından çizilen doğru parçasının, açının açıortayı olup olmadığını kavrayamama güçlüğü (ÖG3): ÜBT'nin 20. sorusunda, öğrencilerin bir açının açıortayını keşfedebilme bilgileri sorgulanmıştır. Bu soruda öğrencilerden, katlama çizgisinin her iki tarafında kalan üçgenler eş olduklarından katlama çizgisinin açıortay olduğunu belirtmeleri beklenmiştir. Bu soruya verilen cevaplar incelendiğinde 79 öğrencinin, bir açısının başlangıç noktasından çizilen doğru parçasının, açının açıortayı olduğunu kavramsal olarak gösteremedikleri tespit edilmiştir. ÖG3 güçlüğüne sahip öğrenciler bir açının açıortayı konusunda yeterli kavramsal bilgiye sahip olmadıklarından veya sahip oldukları bilgiyi görsel şekilde kullanamadıklarından dolayı "muhakeme" ve "görselleştirme" süreçlerinde sıkıntı yaşamaktadırlar. Bu öğrencilerden biri olan Ö20'nin 20. soruya verdiği cevap (Şekil 3), görüşme esnasında yaptığı çizim (Şekil 4) ve Ö20 ile yapılan görüşme şu şekildedir:



Şekil 3. Ö15'in ÜBT'de 20. soru cevabı



Şekil 4. Ö15'in 20. sorunun cevabını açıklarken görüşme esnasında yaptığı çizim

…

***Görüşmeci**: 20. soruya demişsin ki "Üçgenin yüksekliğini gösterir. Kat çizgisiyle tabandaki açı 90 derece olur.". Yani neresi 90 derece olur?*

***Ö15**: Şurası hocam (katlama çizgisinin tabanla yaptığı açıyı kastediyor).*

***Görüşmeci**: Yani o zaman şöyle mesela şuraya aynı şekli çizelim (Şekil 4). Ben isimlendireyim. A, B, C şura D olsun. Dediğin yeri göster bana 90 derece olan yeri?*

***Ö15**: Burası hocam üçgenin en dik noktasından çizilen yükseklik olur hocam (Şekil 4).*

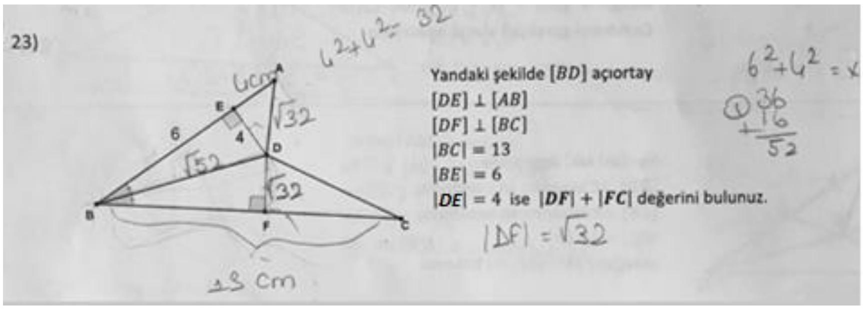
***Görüşmeci**: Ha orası 90 derece. Yani neresi CDA ve CDB açıları?*

***Ö15**: Evet hocam.*

***Görüşmeci**: Peki.*

…

Bir açının açıortayı üzerindeki bir noktanın açının kollarına olan uzaklığının eşit olduğunu kavrayamama güçlüğü (ÖG$_4$): ÜBT'nin 23. sorusunda öğrencilerden, bir açının açıortayı üzerinde alınan bir noktadan açıortay kollarına çizilen dikmelerin uzunluklarının eşit olması bilgisini kullanarak çözüme ulaşmaları beklenmiştir. Öğrencilerin cevapları ve görüşmeleri incelendiğinde, 37 öğrencinin bir açının açıortayı üzerindeki bir noktanın açının kollarına olan uzaklıklarının eşit olduğunu kavrayamadıkları gözlemlenmiştir. ÖG$_4$ güçlüğüyle karşılaşan öğrenciler, bir açının açıortayı kavramıyla ilgili yeterli kavramsal bilgiye sahip olmadıklarından veya bu kavramsal bilgiyi görsel şekil üzerinde uygulayamadıklarından dolayı "muhakeme" ve "görselleştirme" süreçlerinde sıkıntı yaşamaktadırlar. Bu güçlüğe sahip öğrencilerden biri olan Ö13'ün 23. soruya soruya verdiği cevap Şekil 5'de verilmiştir:



Şekil 5. Ö13'ün ÜBT'de 23. soru cevabı

Şekil 5'de verilen Ö13'ün 23. soruya verdiği cevap incelendiğinde, B açısının açıortayı üzerinde bulunan D noktasının, açının kolları üzerinde bulunan A ve F noktalarına uzaklıklarını eşit alarak hata yaptığı görülmektedir. Açıortay üzerindeki D noktasından açının kollarına çizilen dikmelerin uzunluğunun yani $|DE| = |DF|$ eşitliğini kullanamayan öğrenciler $ÖG_4$ güçlüğüne sahip olarak değerlendirilmiştir.

"Üçgenin iç ve dış açıortaylarının özelliklerini gösterir." Kazanımı ile İlgili Bulgular

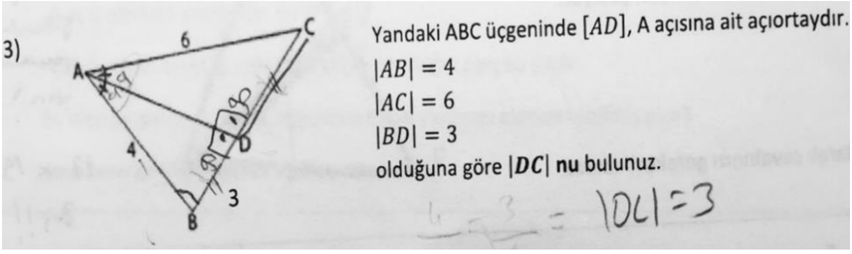
Öğrencilerin "Üçgenin iç ve dış açıortaylarının özelliklerini gösterir." kazanımına (2. kazanım) yönelik olan 3, 6, 7, 10, 12, 14 ve 18. sorulara verdiği cevaplar yapılan görüşmeler eşliğinde analiz edilerek öğrencilerin karşılaştıkları öğrenme güçlükleri belirlenmiştir. Elde edilen güçlüklerin frekans ve yüzde değerleri aşağıdaki Tablo 2'de sunulmuştur:

Tablo 2. *Öğrencilerin 2. kazanım ile ilgili karşılaştıkları öğrenme güçlüklerinin frekans ve yüzde değerleri*

Öğrenme Güçlüğü	Frekans	Yüzde
Bir üçgeninin iç açıortayını kavrayamama ($ÖG_5$)	11	%13
İç açıortay teoremini kavrayamama ($ÖG_6$)	56	%65
Üçgenin iki iç açıortayının kesim noktasından üçüncü iç açıortayın da geçeceğini kavrayamama ($ÖG_7$)	64	%74
İç teğet çemberi kavrayamama ($ÖG_8$)	82	%95
Dış açıortay teoremini kavrayamama ($ÖG_9$)	61	%71
Dış teğet çemberi kavrayamama ($ÖG_{10}$)	85	%99
Üçgenin iki dış açıortayının kesişim noktasından üçüncü köşeye ait iç açıortayının geçeceğini kavrayamama ($ÖG_{11}$)	80	%93

Tablo 2 incelendiğinde 2. kazanımla ilgili olarak hazırlanan sorulara ilişkin verilen yanıtlardan elde edilen bulgulara göre, 7 farklı öğrenme güçlüğü tespit edilmiştir. Bu güçlüklerden, öğrencilerin %13'ünün $ÖG_5$ güçlüğüne, %65'inin $ÖG_6$ güçlüğüne, %74'ünün $ÖG_7$ güçlüğüne, %95'inin $ÖG_8$ güçlüğüne, %71'inin $ÖG_9$ güçlüğüne, %99'unun $ÖG_{10}$ güçlüğüne ve %93'ünün de $ÖG_{11}$ güçlüğüne sahip olduğu belirlenmiştir.

Bir üçgeninin iç açıortayını kavrayamama güçlüğü ($ÖG_5$): Öğrencilerin ÜBT'nin üçgenin iç açıortayını içeren sorularına verdiği yanıtları ve görüşmeleri incelendiğinde öğrencilerin %13'ünün $ÖG_5$ güçlüğüne sahip oldukları tespit edilmiştir. Bu güçlüğe sahip öğrencilerden bazıları üçgenin iç açıortaylarının her üçgen için aynı zamanda kenarortay olacağını bazıları ise yükseklik olacağını belirtmişlerdir. $ÖG_5$ güçlüğüne sahip öğrenciler, açıortay kavramı ile ilgili kavramsal bilgi eksikliği sebebiyle ilgili sorularda bilgilerini genişletememekte veya sahip oldukları bilgileri yanlış kullandıklarından dolayı "muhakeme" süreçlerinde sıkıntı yaşamaktadırlar. Bu öğrencilerden biri olan Ö17'nin ilgili soruya verdiği yanıt (Şekil 6) ve Ö17 ile yapılan görüşme aşağıdaki gibidir:



Şekil 6. Ö17'nin ÜBT'de 3. soru cevabı

…

Görüşmeci: *Peki 3. soruya bakalım? 3. soruya da demişsin ki* $|DC|$*=3 olur. Neye göre?*

Ö17: *Burada şey vermişim sanırım. Kenar vermişim a, a diye ismini.*

Görüşmeci: *Peki bir şey sorayım öncelikle: AD'nin BC'nin yüksekliği olduğunu vermiş miyiz biz sana?*

Ö17: *Vermemişsiniz.*

Görüşmeci: *Peki neden 90° yazdın?*

Ö17: *Yani ikiye böler diye 90, 90 diye.*

Görüşmeci: *Yani A açısı ikiye bölünmüş diye* AD'*de aşağıyı ikiye böler diye düşünüyorsun?*

Ö17: *Evet.*

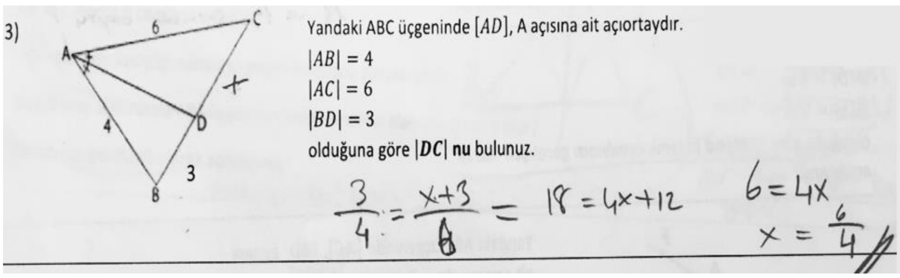
Görüşmeci: *Peki BD ile DC'nin eşit olduğunu nereden biliyoruz?*

Ö17: *İkiye böldüğü için yani iki eş şey oluyor.*

Görüşmeci: *Peki.*

Şekil 6'daki Ö17'nin soru çözümü ve görüşmesi incelendiğinde, verilen üçgen eşkenar veya ikizkenar üçgen olmamasına rağmen açıortayı hem yükseklik hem kenarortay aldığı görülmektedir. Bu hatayı yapan öğrenciler, bir üçgenin bir iç açısına ait açıortayının her zaman kenarortay veya yükseklik olmadığını kavrayamadıklarından dolayı $ÖG_5$ güçlüğüne sahip olarak değerlendirilmiştir.

İç açıortay teoremini kavrayamama güçlüğü ($ÖG_6$): Öğrencilerin iç açıortay teoremine yönelik bilgilerini sorgulamak amacıyla ÜBT'nin 3. sorusu hazırlanmıştır. Bu soruya verilen yanıtlar incelendiğinde öğrencilerin %65'inin $ÖG_6$ güçlüğü yaşadığı tespit edilmiştir. $ÖG_6$ güçlüğüne sahip olan öğrencilerin çoğunluğu kenarlar arasında yanlış orantı kurmuşlardır. İç açıortay teoremiyle ilgili kavramsal bilgileri eksik ya da yanlış olan bu öğrenciler "muhakeme" süreçlerinde sıkıntı yaşamaktadırlar. Bu öğrencilerden biri olan Ö15'in 3. soruya verdiği yanıt ve Ö15 ile yapılan görüşme aşağıdaki gibidir:



Şekil 7. Ö15'in ÜBT'de 3. soru cevabı

…

Görüşmeci: *Peki 3. sorudan devam edelim. 3.soruya da demişsin ki* $\frac{3}{4}=\frac{x+3}{6}$*. Neden böyle bir şey söyledin? Nerden kurdun bu orantıyı?*

Ö15: *İlk önce hocam küçüklerle küçüklerin oranı, büyüklerle büyüğün oranı hocam. Yani BC'nin tümünü aldım x+3, AC büyük olduğu için AC'yi aldım hocam.*

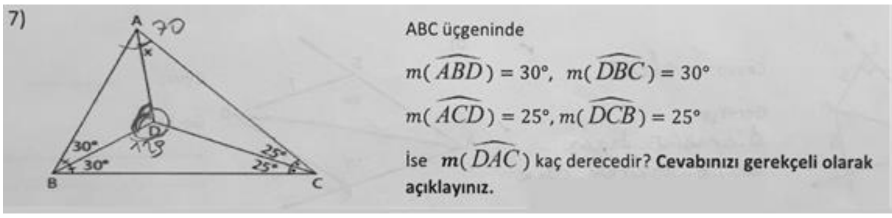
Görüşmeci: *Neden bu formül nerden geliyor? Yani bu bir formül mü?*

Ö15: *Şöyleydi ama hocam! Hocam küçüklerle küçüklerin çarpımı eşit olmalı, büyüklerle büyüklerin çarpımına. Öyle bir kural vardı ama tam hatırlayamadım hocam.*

Görüşmeci: *Tam hatırlayamıyorsun. Peki.*

Öğrencilerin 3. soruya verdikleri cevapları incelendiğinde öğrencilerin iç açıortay teoremini kavrayamadığı tespit edilmiş olup bu öğrenciler $ÖG_6$ güçlüğüne sahip olarak değerlendirilmiştir.

Üçgenin iki iç açıortayının kesim noktasından üçüncü iç açıortayın geçeceğini kavrayamama güçlüğü ($ÖG_7$): ÜBT'nin 7. sorusunda öğrencilerden, üçgenin iki köşesinden gelen iç açıortaylarının kesim noktasına üçüncü köşeden çizilen doğru parçasının da açıortay olduğu bilgisini kullanarak sonuca ulaşmaları beklenmektedir. Öğrencilerin soru cevapları ve görüşmeleri incelendiğinde öğrencilerin %74'ünün $ÖG_7$ güçlüğüne sahip olduğu tespit edilmiştir. Bu güçlüğe sahip öğrenciler iki iç açıortayın kesim noktasından üçüncü iç açıortayın da geçeceğini kavrayamadıkları için 7. soruyu çözememişlerdir. $ÖG_7$ güçlüğüne sahip öğrenciler, üçgenin açılarına ait açıortaylarının bir noktada kesiştiği bilgisini kavrayamadıklarından veya bu bilgiyi ilgili soruda uygulayamadıklarından dolayı "muhakeme" ve "görselleştirme" süreçlerinde sıkıntı yaşamaktadırlar. Bu öğrencilerden biri olan Ö3'ün ÜBT'de soruya verdiği yanıt (Şekil 8) ve öğrenci ile yapılan görüşme şu şekildedir:



Şekil 8. Ö3'ün ÜBT'de 7. soru cevabı

…

Görüşmeci: *Peki, 7. soruya baktığımda, tam çözememişsin. Yani A açısını 70° bulmuşsun. Devamını getirememişsin. Neden?*

Ö3: *Hocam büyük üçgende 70 buldum da…*

Görüşmeci: *Tamam.*

Ö3: *Gerisini getiremedim.*

Görüşmeci: *Niye acaba? Ya şu AD'nin özelliği ne ki acaba burada?*

Ö3: *AD'nin... [düşünüyor]*

Görüşmeci: *Bilmiyorsun?*

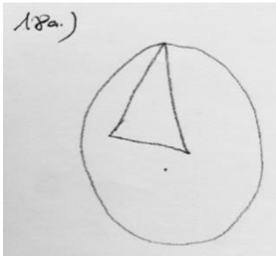
Ö3: *Hiçbir fikrim yok hocam.*

Görüşmeci: *Peki.*

Şekil 8 ve öğrencinin görüşmesi incelendiğinde Ö3, üçgenin köşelerinden gelen $[BD]$ ve $[CD]$'nin kesim noktası olan D noktasının iç açıortayların kesim noktası olduğunu kavrayamamış, dolayısıyla $[AD]$'nin de açıortay olması gerektiğini düşünememiştir. Bu şekilde iç açıortayların bir noktada kesişeceğini kavrayamayan öğrenciler $ÖG_7$ güçlüğüne sahip olarak değerlendirilmiştir.

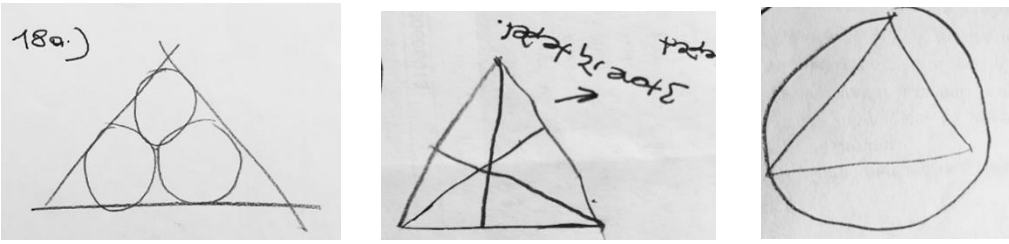
İç teğet çemberi kavrayamama güçlüğü (ÖG$_8$): Öğrencilerin ÜBT'de ilgili sorulara verdiği yanıtlar ve görüşmeleri analiz edildiğinde, öğrencilerin %95'inin üçgenin iç teğet çemberi kavramında güçlük yaşadıkları tespit edilmiştir. ÖG$_8$ güçlüğüne sahip olan bu öğrenciler bir üçgenin iç teğet çemberinin şeklini veya özelliklerini bilmemektedir. Kavramsal bilgilerinde eksiklik olan bu öğrencilerin karşılaştığı ÖG$_8$ güçlüğü "muhakeme" süreçlerinden kaynaklanmaktadır. Öğrencilerin karşılaştıkları ÖG$_8$ güçlüğü, ÜBT'de cevapladıkları 6, 12, 14 ve 18. sorulardan elde edilmiştir. Bu öğrencilerden biri olan Ö14 ile yapılan görüşme ve öğrencinin görüşme esnasında yaptığı çizim şu şekildedir:

> ***Görüşmeci:*** *18. soruya da demişsin ki bir üçgenin 1 tane iç teğet çemberi vardır. Gösterir misin bana 1 tane iç teğet çember? Bir tane üçgen çiz onunda bir tane iç teğet çemberi olsun.*
>
> ***Ö14:*** *Merkezi buraysa…[çiziyor] (Şekil 9)*
>
> ***Görüşmeci:*** *Bu mesela şu çizdiğin üçgenin iç teğet çemberi bu mu?*
>
> ***Ö14:*** *Bilmiyorum.*



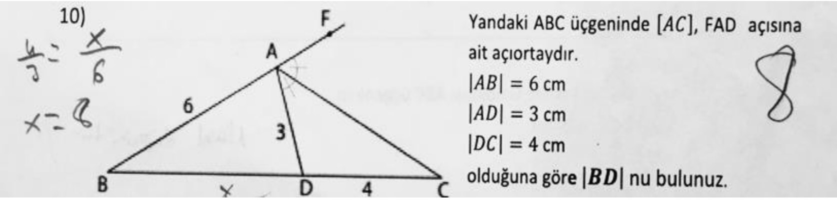
Şekil 91. Ö14'ün bir üçgenin iç teğet çemberini gösterimi

Şekil 9 incelendiğinde Ö14'ün bir üçgenin iç teğet çemberini bilmediği görülmektedir. ÖG$_8$ güçlüğüne sahip olan farklı öğrencilerin görüşmeler esnasında bir üçgenin iç teğet çemberini çeşitli şekillerde gösterimi Şekil 10'da verilmiştir:



Şekil 10. ÖG$_8$ güçlüğüne sahip bazı öğrencilerin bir üçgenin iç teğet çemberi gösterimi

Dış açıortay teoremini kavrayamama güçlüğü (ÖG$_9$): Öğrencilerin ÜBT'nin 10. sorusuna verdikleri yanıtları ve görüşmeleri incelendiğinde, öğrencilerin %71'inin ÖG$_9$ güçlüğüne sahip olduğu tespit edilmiştir. Bu güçlüğe sahip öğrencilerin 10. soru çözümünde dış açıortay teoremini uygularken kenarların uzunlukları arasında yanlış orantı kurdukları ya da dış açıortay teoremini bilmedikleri görülmüştür. ÖG$_9$ güçlüğüne sahip öğrenciler dış açıortay teoremi ile ilgili kavramsal bilgi eksikliğine sahip olduklarından dolayı karşılaştıkları, bu güçlük "muhakeme" sürecinde yaşadıkları sıkıntıdan kaynaklanmaktadır. Yanlış orantı kuran Ö3'ün soruya verdiği yanıt (Şekil 11) ve Ö3 ile yapılan görüşme aşağıdaki gibidir:



Şekil 21. Ö3'ün ÜBT'de 10. soru cevabı

…

Görüşmeci: *Peki 10. soruyu nasıl 8 bulduk?*

Ö3: *4'ün hocam, yine dış açıortay. Bir dakika... Şu hocam dış açıortay AC…*

Görüşmeci: *Evet.*

Ö3: *Dış açıortay. Dış açıortaydan 4'ün 3'e oranı, x'in 6'ya oranı dedim.*

Görüşmeci: *4'ün 3'e oranı, x'in 6'ya oranı olur mu peki? Yani niye öyle düşünüyorsun?*

Ö3: *4'ün gördüğü kenara, x'in gördüğü kenar dedim.*

Görüşmeci: *Hım. Peki.*

…

Dış teğet çemberi kavrayamama güçlüğü (ÖG10): Öğrencilerin ÜBT sorularına verdikleri yanıtlarının incelenmesi sonucunda, öğrencilerin %99'unun bir üçgenin dış teğet çemberinin şeklini veya özelliklerini bilmediği tespit edilmiştir. Bu öğrencilerin ÖG10 güçlüğüne sahip oldukları ÜBT'nin 6, 14 ve 18. sorularına verdikleri yanıtlarda belirlenmiştir. Öğrencilerin ÖG10 güçlüğüyle karşılaşma sebebi "muhakeme" süreçlerinde dış teğet çember ile ilgili kavramsal bilgi eksikliği yaşamasıdır. ÖG10 güçlüğüne sahip olan Ö5 ile yapılan görüşme ve öğrencinin dış teğet çember gösterimi (Şekil 12) şu şekildedir:

…

Görüşmeci: *18'in b'sine geçelim. 1 tanede dış teğet çemberi vardır demişsin. 18b diyeyim buraya. Çizer misin bana dış teğet çemberi?*

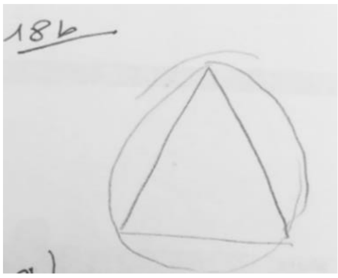
Ö5: *… [çevrel çember çiziyor] (Şekil 12)*

Görüşmeci: *Köşelerden geçen çember dış teğet çemberdir, öyle mi?*

Ö5: *Evet.*

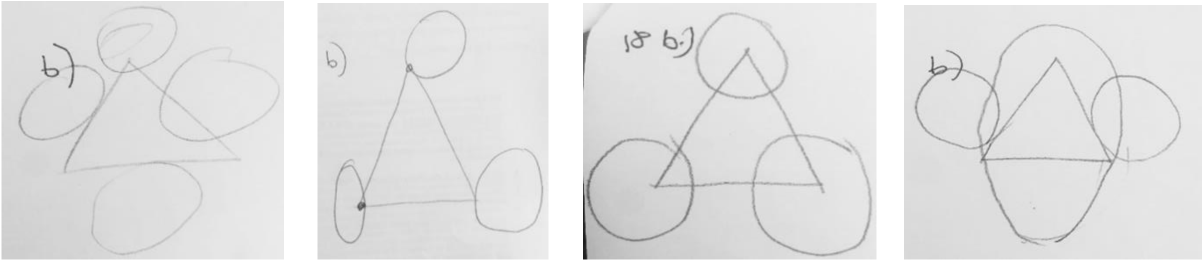
Görüşmeci: *Peki.*

…



Şekil 12. Ö5'in bir üçgenin dış teğet çemberi gösterimi

Şekil 12'de Ö5'in bir üçgenin dış teğet çemberi yerine üçgenin çevrel çemberini gösterdiği görülmektedir. ÖG10 güçlüğüne sahip olan farklı öğrencilerin bir üçgenin çevrel çemberini çeşitli şekillerde gösterimi Şekil 13'de verilmiştir:



Şekil 13. ÖG$_{10}$ güçlüğüne sahip bazı öğrencilerin bir üçgenin dış teğet çemberi gösterimi

Üçgenin iki dış açıortayının kesişim noktasından üçüncü köşeye ait iç açıortayının geçeceğini kavrayamama güçlüğü (ÖG$_{11}$): Öğrencilerin ÜBT'nin 14. sorusuna verdiği yanıtlar ve görüşmeleri incelendiğinde, öğrencilerin %93'ünün, bir üçgenin iki dış açıortayının kesişim noktasından üçüncü köşeye ait iç açıortayının da geçeceği bilgisini kavrayamadıkları tespit edilmiştir. Bu kavramsal bilgi eksikliği "muhakeme" süreci ile ilgili bir durumdur. ÖG$_{11}$ güçlüğüne sahip öğrencilerden biri olan Ö24'ün görüşmesi aşağıdaki gibidir:

…

Görüşmeci: *14. soruyu da boş bırakmışsın. Neden?*

Ö24: *Dış açılarının üç dış açısının… Bir dakika, ABC üçgeni. Şu iki taraftan gelen A'nın dış açısı, C'nin dış açısı. İkisinin birleşim noktası, Şuradan bir şey gelmiş de. O...*

Görüşmeci: *Açıortay olur mu? (İki dış açıortayın kesişim noktasına üçüncü köşeden gelen doğru parçası kastediliyor)*

Ö24: *Açıortay mı! Onu bilemiyorum.*

Görüşmeci: *Peki.*

…

Öğrencinin görüşmesinde de görüldüğü gibi, ÖG$_{11}$ güçlüğüne sahip öğrenciler bir üçgenin iki dış açıortayının kesişim noktasından üçüncü köşeye ait iç açıortayının geçeceğini kavrayamadıkları için, öğrencilerin 14. soruyu çözemedikleri tespit edilmiştir.

"Üçgenin kenarortaylarının bir noktada kesiştiğini gösterir ve kenarortayla ilgili özellikleri açıklar." Kazanımı ile İlgili Bulgular

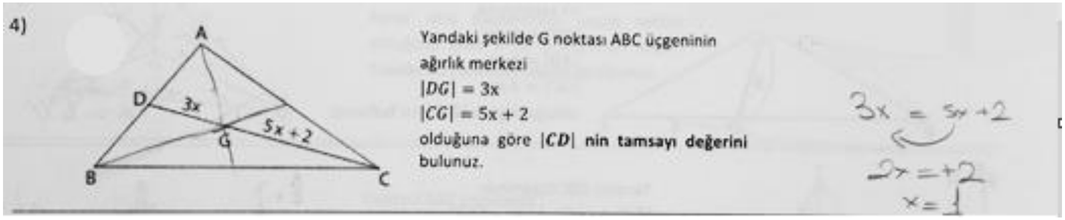
Öğrencilerin "Üçgenin kenarortaylarının bir noktada kesiştiğini gösterir ve kenarortayla ilgili özellikleri açıklar." kazanımını (3. kazanım) elde edip etmediklerini belirlemek amacıyla ÜBT'nin 4, 9, 13 ve 17. soruları hazırlanmıştır. Öğrencilerin bu sorulara verdikleri yanıtlarının ve görüşmelerinin analizleri sonucunda, bu kazanımla ilgili karşılaşılan öğrenme güçlüklerinin frekans ve yüzde değerleri Tablo 3'de sunulmuştur:

Tablo 3. *Öğrencilerin 3. kazanım ile ilgili karşılaştıkları öğrenme güçlüklerinin frekans ve yüzde değerleri*

Öğrenme Güçlüğü	Frekans	Yüzde
Ağırlık merkezinin özelliklerini kavrayamama (ÖG$_{12}$)	48	%56
Üçgenin içinde verilen bir noktanın ağırlık merkezi olup olmama durumunu kavrayamama (ÖG$_{13}$)	76	%88
Sözel ifade ile verilen soruyu şekle aktaramama (ÖG$_{14}$)	36	%42

Tablo 3 incelendiğinde öğrencilerin 3. kazanımla ilgili olarak hazırlanan sorulara verdiği yanıtlarından ve görüşmelerinden elde edilen bulgulara göre, 3 farklı öğrenme güçlüğü tespit edilmiştir. Bu güçlüklerden ÖG12 güçlüğüne öğrencilerin %56'sının, ÖG13 güçlüğüne öğrencilerin %88'inin ve ÖG14 güçlüğüne de öğrencilerin %42'sinin sahip olduğu belirlenmiştir.

Ağırlık merkezinin özelliklerini kavrayamama güçlüğü (ÖG12): Öğrencilerin ÜBT'de 4. soruya verdikleri yanıtları, görüşmeleri eşliğinde analiz edildiğinde 48 öğrencinin, ağırlık merkezinin özelliklerini kavrayamadığı ve ÖG12 güçlüğüne sahip oldukları görülmüştür. Bu güçlüğe sahip öğrencilerin bazıları üçgenin ağırlık merkezinin herhangi bir köşesinden gelen kenarortayını ortadan eşit iki parçaya ayırdığını, bazıları ise üçgenin kenarortaylarının daima açıortay veya yükseklik olacağını düşünmektedir. Bir üçgenin ağırlık merkezi ile ilgili eksik ya da yanlış bilgiye sahip olan bu öğrenciler "muhakeme" sürecinde yaşadıkları sıkıntıdan dolayı ÖG12 güçlüğüyle karşılaşmışlardır. Bu öğrencilerden biri olan Ö31'in ilgili soruya verdiği cevap (Şekil 14) ve Ö31 ile yapılan görüşme şu şekildedir:



Şekil 14. Ö31'in ÜBT'de 4. soru yanıtı

…

Görüşmeci: *4. soruda G noktasını ağırlık merkezi olarak vermişiz. Sen 3x'i, 5x+2'ye eşitlemişsin. Niye eşitledin?*

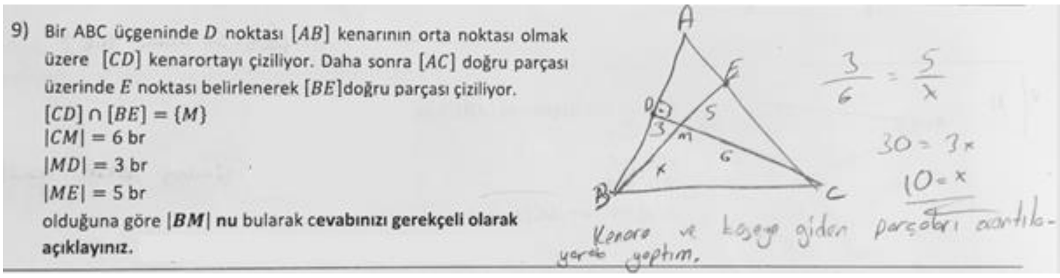
Ö31: *Ağırlık merkezi üçgenin tam orta noktası.*

Görüşmeci: *Orta nokta olduğu için mi eşitledin?*

Ö31: *Evet hocam öyle.*

…

Üçgenin içinde verilen bir noktanın ağırlık merkezi olup olmama durumunu kavrayamama güçlüğü (ÖG13): Öğrencilerin ÜBT'nin 3. kazanıma yönelik hazırlanan sorulara verdiği yanıtlar analiz edildiğinde öğrencilerin %88'inin, üçgenin içinde verilen bir noktanın üçgenin ağırlık merkezi olup olmadığını kavrayamadığı gözlemlenmiştir. ÖG13 güçlüğüne sahip olan bu öğrencilerin ÜBT'nin 9, 13, 17 ve 19. sorularını ya yanlış çözdükleri ya da bu soruları boş bıraktıkları tespit edilmiştir. ÖG13 güçlüğüyle karşılan öğrenciler ağırlık merkezi kavramıyla ilgiyi yeterli bilgiye sahip olmadıklarından dolayı "muhakeme" sürecinde veya sahip oldukları bilgiyi ilgili soruda şekil üzerinde kullanmayı keşfedemediklerinden dolayı "görselleştirme" sürecinde sıkıntı yaşamaktadırlar. Bu öğrencilerden birinin cevap kâğıdı (Şekil 15) ve öğrenci ile yapılan görüşme aşağıdaki gibidir:



Şekil 35. Ö8'in ÜBT'de 9. soru yanıtı

…

***Görüşmeci**: 9. soruya bakıyorum. 9. soruyu 10 bulmuşsun?*

***Ö8**: Orantılayarak yaptım.*

***Görüşmeci**: Niye orantıladın? Yani bu M'nin özelliği ne ki burada? Çizmişsin şekli. Sonra demişsin ki CDA 90 derece. M'nin özelliği ne burada?*

***Ö8**: Kenar orta dikmelerinin birleşim noktası olarak gelmiş.*

***Görüşmeci**: Öyle bir şey demiyor ama soruda! Kenarortayların kesim noktası oluyor. "M" o halde nedir?*

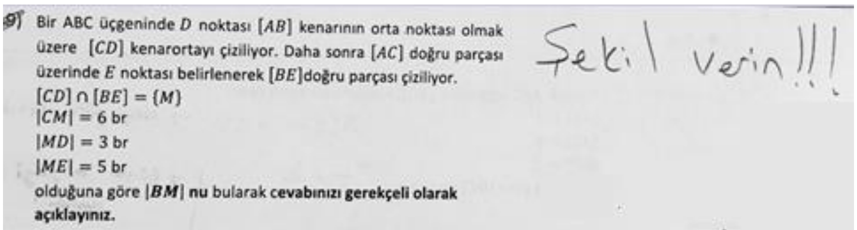
***Ö8**: Iıı ağırlık merkezi değil.*

***Görüşmeci**: Değil mi?*

***Ö8**: Ağırlık merkezi değil.*

***Görüşmeci**: Peki o zaman.*

Sözel ifade ile verilen soruyu şekle aktaramama güçlüğü (ÖG14): Öğrencilerin 3. kazanıma yönelik hazırlanan ÜBT'nin 9. sorusuna verdikleri yanıtlar ve görüşmeleri incelendiğinde, 36 öğrencinin sözel olarak verilen geometrik kavramları şekle aktaramadıkları görülmüştür. ÖG14 güçlüğüne sahip bu öğrencilerin geometriyi şekil odaklı kavradıkları, şekil olmadığı durumlarda güçlük yaşadıkları düşünülmektedir. Bu öğrenciler adım adım şekli inşa edemediklerinden dolayı yaşadıkları güçlük "oluşturma" sürecinden kaynaklanmaktadır. Bu öğrencilerden birinin soruya verdiği cevap (Şekil 16) ve bu öğrenci ile yapılan görüşme şu şekildedir:



Şekil 46. Ö20'nin ÜBT'de 9.soru cevabı

…

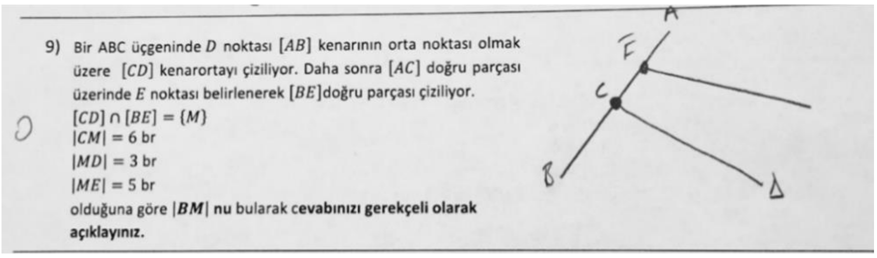
***Görüşmeci**: Peki, 9.soruya da "şekil verin" demişsin!*

***Ö20**: Evet.*

***Görüşmeci**: Şekli kendin çizemiyor musun?*

***Ö20**: Hayır.*

ÖG14 güçlüğüne sahip diğer bir öğrencinin 9. soruya verdiği yanıt (Şekil 17) ve öğrenci ile yapılan görüşme aşağıdaki gibidir:



9) Bir ABC üçgeninde D noktası $[AB]$ kenarının orta noktası olmak üzere $[CD]$ kenarortayı çiziliyor. Daha sonra $[AC]$ doğru parçası üzerinde E noktası belirlenerek $[BE]$doğru parçası çiziliyor.
$[CD] \cap [BE] = \{M\}$
$|CM| = 6$ br
$|MD| = 3$ br
$|ME| = 5$ br
olduğuna göre $|BM|$ nu bularak **cevabınızı gerekçeli olarak açıklayınız.**

Şekil 17. Ö48'in ÜBT'de 9.soru cevabı

…

Görüşmeci: *9. soruya bakalım.*

Ö48: *Bunu hiç anlamadım bile…*

Görüşmeci: *Peki.*

Elde edilen bulgular öğrencilerin üçgenin açıortay ve kenarortayları konusunda çeşitli güçlüklere sahip olduklarını göstermektedir. Karşılaşılan güçlüklerin çoğunluğunun %50'nin üzerinde olduğu gözlemlenmiştir. Üçgenin açıortayları konusunda öğrenciler tarafından en çok karşılaşılan güçlüğün "Bir açının açıortayını oluşturamama (ÖG$_{1}$)" güçlüğü, üçgenin kenarortayları konusunda ise en çok karşılaşılan güçlüğün "Üçgenin içinde verilen bir noktanın ağırlık merkezi olup olmama durumunu kavrayamama (ÖG$_{13}$)" güçlüğü olduğu tespit edilmiştir.

Sonuç ve Tartışma

Bu çalışmada 9. sınıf öğrencilerinin üçgenin açıortayları ve kenarortayları konularını öğrenirken karşılaştıkları güçlükler belirlenmiştir. Öğrencilere uygulanan ÜBT'nin ve öğrencilerle yapılan görüşmelerin analizi sonucunda öğrencilerin çeşitli güçlüklerle karşılaştıkları tespit edilmiştir. Duval (1998) geometri öğretimini görselleştirme, oluşturma ve muhakeme olmak üzere üç bilimsel süreçte tanımlamış; öğrencilerin karşılaştıkları güçlüklerin bu üç bilişsel düzey arasında ilişki kurulamamasından kaynaklandığını belirtmiştir.

Araştırmada, öğretim programındaki "Bir açının açıortayını çizer ve özelliklerini açıklar." kazanımına (1. kazanım) yönelik elde edilen bulgularda öğrencilerin hepsinin bir açının açıortayını oluşturamama (ÖG$_{1}$) güçlüğüne sahip olduğu belirlenmiştir. ÜBT'deki ilgili soruda öğrencilerden çizim uygulamalarını adım adım yaparak bir açının açıortayını oluşturmaları istenmiştir. Elde edilen veri analizlerinde öğrencilerin hiçbirinin çizimi doğru yapamadığı tespit edilmiştir. Yapılan görüşmelerin analizlerinde birçok öğrencinin pergel-cetvel uygulamalarına sıcak bakmadığı, geometri sorularını şekil odaklı anlamlandırdığı tespit edilmiştir. Adım adım inşa uygulamalarında başarılı olamayan öğrencilerin Duval (1998)'in tanımladığı bilişsel süreçlerden özellikle, matematiksel araç ve gereçlerle geometrik inşaların yapılmasını içeren "oluşturma" sürecinde sıkıntı yaşadıkları düşünülmektedir. Öğrencilerin "oluşturma" sürecinde yaşadığı sıkıntı diğer bilişsel süreçlerle ("görselleştirme" ve "muhakeme") ilişki kurulmasını engellediğinden dolayı, bu öğrencilerin ÖG$_{1}$ güçlüğüne sahip oldukları tespit edilmiştir. Elde edilen bu güçlüğe paralel olarak Karakuş (2014) ve Tosun (2019)'un yaptığı araştırmalarda da öğrencilerin geometrik inşalarda zorlandığı tespit edilmiştir.

MEB'in matematik dersi öğretim programlarında (MEB, 2013; MEB, 2017) yer verdiği adım adım pergel-cetvel uygulamalarını yaptırmak öğrencilere çeşitli faydalar sağlamaktadır. Pergel cetvel inşaları öğrencilerin geometri düşünme seviyelerini geliştirir (Napitupulu, 2001), öğrencilere mantıksal düşünme becerisi sağlar, öğrencilerin geometrik şekillerin özelliklerini daha iyi anlamalarına yardımcı olur (Fahlberg-Stojanovska ve Stojanovski, 2009; Hoffer, 1981). Alanyazında pergel-cetvel inşaları olarak yer alan çizim uygulamaları pergel ve cetvel somut materyalleriyle yapılacağı gibi geliştirilen dinamik yazılımlarla da yapılabilir (Çiftci ve Tatar, 2014). Öğrencilerin hem pergel, cetvel gibi somut araçları kullanması hem de bilgi ve iletişim teknolojilerinden faydalanması MEB ortaöğretim matematik dersi öğretim programında teşvik edilmektedir (MEB, 2013; MEB 2017). Ülkemizde yapılan geometri derslerinde bu tarz uygulamaların göz ardı edildiği ya da etkili bir şekilde yapılamadığı düşünülmektedir. Görüşme esnasında bazı öğrenciler bu uygulamalarla hiç karşılaşmadığını, geometri konularında genellikle şekil üzerinden soru çözdüklerini belirtmişlerdir. Oysaki adım adım yapılan inşalarla öğrenciler geometrik kavramların temel özelliklerini öğrenme ve uygulama imkânı bulur (Freeman, 2008). Geometrik kavramları tam öğrenemeyen öğrenciler ilerleyen konularda birçok güçlüklerle karşılaşırlar. Ülkemizde geometri alanında yaşanan sorunların temellerinden birinin bu olduğu söylenebilir. Açıkgül ve Arslaner'in (2015) yaptıkları araştırmada, öğretmen adaylarından bazılarının daha önce adım adım çizim etkinlikleri yaparak geometrik yer tespit etme problemleri ile karşılaşmadıklarını ifade ettikleri görülmüştür.

Araştırmada 1. kazanımla ilgili elde edilen bulgulara göre, öğrencilerin %93'ünün bir D noktasının A açısının açıortayı üzerinde olup olmadığını kavrayamama güçlüğüyle ($ÖG_2$) karşılaştığı tespit edilmiştir. Bu konuda güçlük yaşayan öğrencilerin birçoğu, bir D noktasının A açısının açıortayı olması için gerekli şartın D noktasından açının kollarına çizilen doğru parçalarının açının kolları ile yaptığı açının 90 derece ve uzunluklarının birbirlerine eşit olması gerektiği düşüncesinde oldukları gözlemlenmiştir. Bu öğrenciler, D noktasından açının kollarına çizilen doğru parçalarının açının kolları ile yaptığı açıların birbirine eşit 90 dereceden farklı bir açı ve uzunluklarının birbirlerine eşit olması durumunda D noktasının açının açıortayı üzerinde olmadığını söyleyerek hata yapmaktadırlar. Ayrıca elde edilen verilerin analiz sonucu öğrencilerin %92'sinin bir A açısının başlangıç noktasından çizilen ışının, açının açıortayı olup olmadığını kavrayamama ($ÖG_3$), %65'inin ise bir açının açıortayı üzerindeki bir noktanın açının kollarına olan uzaklığının eşit olduğunu kavrayamama ($ÖG_4$) güçlüklerine sahip oldukları görülmüştür. Öğrencilerin $ÖG_1$ güçlüğüne sahip olmalarının $ÖG_2$, $ÖG_3$ ve $ÖG_4$ güçlükleri ile karşılaşmalarına sebep olduğu düşünülmektedir. $ÖG_2$ güçlüğü yaşayan öğrencilerin kavramsal bilgi eksiklikleri olduğundan özellikle "muhakeme", $ÖG_3$ ve $ÖG_4$ güçlükleri yaşayan öğrencilerin kavramsal bilgi eksiklikleri olduğundan veya bilgilerini soru üzerinde kullanamadıklarından dolayı "muhakeme" ve "görselleştirme" bilişsel süreçlerinde sıkıntı yaşadıkları ve bilişsel süreçler arasında ilişki kuramayarak öğrenme güçlükleri ile karşılaştıkları tespit edilmiştir. Öğrencilerin, bir açının açıortayını adım adım oluşturup kavramsal bilgiyi iyi şekilde öğrendiklerinde $ÖG_2$, $ÖG_3$ ve $ÖG_4$ güçlükleri ile karşılaşma ihtimallerinin azalacağı düşünülmektedir.

"Üçgenin iç ve dış açıortaylarının özelliklerini gösterir." kazanımı (2. kazanım) ile ilgili bulguları incelendiğinde, öğrencilerin %13'ünün bir üçgenin iç açıortay kavramını yanlış kavradıkları ($ÖG_5$) tespit edilmiştir. Bu öğrencilerden bazıları üçgenin bir açısına ait iç açıortayını yükseklik ya da kenarortay kavramlarıyla karıştırmaktadır. Bazıları ise üçgenin bir açısına ait açıortayın her üçgen çeşidi için aynı zamanda kenarortay ve yükseklik olacağını belirtmektedir. 2. kazanım ile ilgili ÜBT'de geliştirilen sorularda öğrencilerden üçgenin üç kenarından gelen açıortaylarının bir noktada kesiştiği bilgisini kullanarak doğru cevaba ulaşmaları beklenmiştir. Öğrencilerden %74'nün üçgenin iki iç açıortayının kesim noktasından üçüncü iç açıortayın da geçeceğini kavrayamama ($ÖG_7$), %93'ünün ise üçgenin iki dış açıortayının kesişim noktasından üçüncü köşeye ait iç açıortayının geçeceğini kavrayamama ($ÖG_{11}$) güçlükleri ile karşılaştıkları tespit edilmiştir. Bir üçgenin açıortaylarının kesim noktası üçgenin iç teğet ya da dış teğet çemberlerinin kesim noktasıdır. Öğrencilerin bu noktaları keşfedememelerinin sebebinin, öğrencilerin iç teğet çember ve dış teğet çember kavramlarını yeterince kavrayamaması olarak düşünülmektedir. Zira araştırmada öğrencilerin %95'inin iç teğet çember ($ÖG_8$), %99'unun dış teğet çemberi kavrayamama ($ÖG_{10}$) güçlükleriyle karşılaştıkları tespit edilmiştir. Öğrencilerin yüksek çoğunluğu bir üçgenin iç teğet ve dış teğet çemberlerinin gösterimini veya özelliklerini bilmemektedir. Açıkgül ve Arslaner (2015)'in yaptığı çalışmada da, iç teğet çemberin merkezinin üçgenin iç açıortaylarının kesiştiği nokta, dış teğet çemberin merkezinin ise üçgenin iki dış, bir iç açıortayının kesiştiği nokta olması bilgilerinin öğrencilerin büyük çoğunluğu tarafından kavranamadığı tespit edilmiştir. 2. kazanımla ilgili bulgular ışığında öğrencilerin %65'inin iç açıortay teoremini ($ÖG_6$), %71'inin ise dış açıortay teoremini kavrayamama ($ÖG_9$) güçlükleriyle karşılaştıkları sonucu elde edilmiştir. Bu öğrenciler, üçgenin bir açıortayının kenarların uzunluklarının arasında oluşturduğu ilişkiyi ya bilmemekteler ya da yanlış bilmektedirler. İkinci kazanımla ilgili öğrencilerin sahip oldukları $ÖG_5$, $ÖG_6$, $ÖG_8$, $ÖG_9$ ve $ÖG_{10}$ güçlükleri daha çok kavramsal bilgi eksikliğinden kaynaklandığın dolayı öğrencilerin özellikle "muhakeme", $ÖG_7$ ve $ÖG_{11}$ güçlükleri öğrencilerin hem kavramsal bilgi eksikliği hem de ilgili sorularda görsel olarak bilgiyi keşfedememelerinden kaynaklandığından dolayı öğrencilerin özellikle "muhakeme" ve "görselleştirme" bilişsel süreçlerinde sıkıntı yaşadıkları düşünülmektedir. Herhangi bir bilişsel süreçte sıkıntı yaşayan öğrenciler bilişsel süreçler arasında ilişki kuramadığından dolayı öğrenciler öğrenme güçlükleriyle karşılaşmaktadırlar.

Araştırmada ÜBT'nin "Üçgenin kenarortaylarının bir noktada kesiştiğini gösterir ve kenarortayla ilgili özellikleri açıklar." kazanımı (3. kazanım) ile ilgili sorularından elde edilen bulgularda öğrencilerin %56'sının kenarortayların kesim noktası olan ağırlık merkezini kavrayamama güçlüğü ($ÖG_{12}$) yaşadığı tespit edilmiştir. Bu güçlüğe sahip öğrencilerden bazıları ağırlık merkezinin kenarortayları tam ortadan ikiye böldüğü, bazıları köşeden 1 kenardan 2 oranında böldüğü yanlış bilgisine sahiptir. $ÖG_{12}$ güçlüğüne sahip bazı öğrenciler de ağırlık merkezinden geçen üçgenin yardımcı elemanının açıortay veya yükseklik olacağını düşünmektedir. Ayrıca öğrencilerin %88'inin üçgenin içindeki bir noktanın ağırlık merkezi olup olmadığını kavrayamama güçlüğüyle karşılaştığı tespit edilmiştir ($ÖG_{13}$). Bu güçlüğe sahip öğrencilerin çoğunluğunu $ÖG_{12}$ güçlüğüne sahip öğrenciler oluşturmaktadır. $ÖG_{12}$ güçlüğüne sahip öğrenciler kavramsal bilgi eksikliğine sahip olduklarından dolayı özellikle "muhakeme", $ÖG_{13}$ güçlüğüne sahip öğrenciler hem kavramsal bilgi eksikliği hem de ilgili soruda bilgiyi keşfedemediklerinden dolayı özellikle "muhakeme" ve "görselleştirme" süreçlerinde sıkıntı yaşadıkları düşünülmektedir. Gül (2014), öğrencilerin üçgenler konusuna yönelik matematiksel başarılarını ölçtüğü ve öğrencileri Van Hiele düzeylerine göre analiz ettiği araştırmasında, çalışmanın uygulandığı öğrencilerin yarısının ağırlık merkezi kavramını ve ağırlık merkezinden bir üçgenin kenarortaylarının geçtiğini bilmediklerini tespit etmiştir. Dinamik geometri yazılımlarının öğrencilerin geometrik düşünme, geometri başarısı ve ispat yapma becerisi üzerindeki etkilerini inceleyen Kılıç (2013) da yaptığı çalışmada, öğrencilerin ağırlık merkezini tanımlayabildiğini fakat ağırlık merkezinin kenarortayı hangi oranda (2:1 oranı) böldüğü bilgisini bilmedikleri sonucuna ulaşmıştır. Araştırma konusunun öğretim programındaki 3. kazanımıyla ilgili elde edilen diğer bir güçlük, öğrencilerin sözel ifade ile verilen soruyu şekle aktaramamasıdır ($ÖG_{14}$). Tüm öğrencilerin %42'sinin oluşturduğu bu güçlüğe sahip öğrenciler sadece sözel ifadesi verilen üçüncü kazanım ile ilgili sorunun şeklini ya çizememiş ya da yanlış çizmişlerdir. Elde edilen bulgular doğrultusunda $ÖG_{14}$ güçlüğüne sahip öğrencilerin "oluşturma" sürecinde sıkıntı yaşayan öğrenciler olduğu, bu öğrencilerin geometriyi şekil odaklı anlamlandırdıkları, geometride sözel sorulara sıcak bakmadıkları hatta bazı öğrencilerin sözel soruyu gördüklerinde soruyu okumadan geçtikleri gözlemlenmiştir. Fischbein (1993)'e göre geometride şekli yorumlayabilmek için kavramsal alt yapı gelişmiş olmalıdır. Öğrencilerin $ÖG_{14}$ güçlüğüne sahip olmalarının sebebinin, geometrik kavramları tam öğrenmeden şekil odaklı örnekler çözmesinden kaynaklandığı söylenebilir. Elde edilen sonuca paralel olarak Karpuz, Koparan ve Güven (2014) yaptıkları çalışmada öğrencilerin şekilsiz soruların çözümünde kavramı temsil eden şekli çizemedikleri, şekil ve kavram arasında kurmaları gereken bağıntıyı kuramadıkları sonuçlarını elde etmişlerdir.

Araştırmanın sonuçları incelendiğinde öğrencilerin karşılaştıkları öğrenme güçlüklerinin en önemli sebebinin öğrencilerin geometrik kavramları tam öğrenememeleri olduğu düşünülmektedir. Geometrik kavramları tam öğrenemeyen öğrenciler problem çözümlerinde güçlüklerle karşılaşmışlardır. Sıralı öğrenme sistemine sahip geometri alanında tam öğrenilemeyen kavramlar ileriki kavramların öğrenilmesini de olumsuz yönde etkilemektedir. Alanyazında öğrencilerin geometrik kavram bilgisinin eksikliği birçok araştırmanın sonucunda elde edilmiştir (Akuysal, 2007; Ayvaz, Gündüz ve Bozkuş, 2017; Blanco, 2001; Bütüner, 2017; Gutierrez ve Jaime, 1999; Gül, 2014; Gürefe ve Gültekin, 2016; Gürefe, Yarar, Pazarbasi ve Es, 2014; Karpuz ve diğerleri., 2014; Kılıç, 2013, Özerem, 2012; Ubuz, 1999). Öğrencilerin kavram bilgilerinin eksik olması öğrencilerin yanlış genellemeler ve tahmini çözümler yapmalarına sebep olmaktadır. Örneğin, ağırlık merkezi kavramını tam öğrenemeyen bir öğrenci ağırlık merkezini üçgenin bütün yardımcı elemanlarının geçtiği merkezi olarak düşünebilmektedir. Ayrıca kavramsal bilgi eksikliği olan öğrenciler özellikle şekil üzerindeki geometri problemlerinde şekli bütüncül görüp çözüm için yeterli keşifleri yapamamaktadırlar. Öğrencilerin geometride yaşadığı güçlük sebeplerinden biri de öğrencilerin geometri problemlerini şekil odaklı kavramalarıdır. Öğrencilerin sözel olarak şekilsiz verilen soruları şekle aktaramadıkları, yanlış aktardıkları ya da hiç bakmadan geçtikleri gözlemlenmiştir. Barut ve Retnawati (2020) yaptıkları araştırmada bu sonuca paralel olarak öğrencilerin görselleştirme becerilerinin eksik olduğunu, geometri ile ilgili terimleri ve sembolleri anlayamadığı ve uygun muhakeme yetersizliklerine sahip olduklarını tespit etmiştir. Ayuningtyas, Mardiyana ve Pramudya (2019)'nın yaptıkları çalışmada da öğrencilerin geometrik akıl yürütme yeteneklerinin düşük olduğu ortaya çıkmıştır. Bunların altında yatan sebebin öğrencilerin kavram bilgilerindeki eksiklik olduğu söylenebilir. Kavram bilgileri eksik olan öğrenciler temel olarak "muhakeme" süreci olmak üzere "görselleştirme" ve "oluşturma" süreçlerinde de sıkıntı yaşamaktadırlar. Dolayısıyla bu üç süreç arasında zincirleme bağıntı kuramayan öğrenciler geometri problemlerini çözememekte ve öğrenme güçlükleriyle karşılaşmaktadırlar (Duval, 1995).

Öneriler

Araştırmada elde edilen her bir öğrenme güçlüğü oranının yüksek olması, öğrencilerin birçoğunun geometride sıkıntı yaşadığını göstermektedir. Karşılaşılan öğrenme güçlüklerinin en büyük sebeplerinden birisi öğrencilerin temel geometrik kavram bilgilerinde eksiklik olmasıdır. Bu yüzden yapılan öğretimde öncelikle kavramsal bilgilerin eksiksiz öğrenilmesi ve öğretilmesi önerilmektedir. Kavramların iyi öğrenilerek çeşitli etkinliklerle kavramlar arasında bağlantılar kurulmasının öğrencilerin geometrik düşünme seviyelerini artıracağı düşünülmektedir. Özellikle ilkokul ve ortaokulda kavramsal öğrenmeye önem verilerek, öğrencilerin ileriki yıllarda öğrenme güçlükleriyle karşılaşmamaları adına öğrencilerin geometrik kavram temelleri sağlam atılmalıdır. Ayrıca geometri öğretiminde dinamik geometri yazılımları etkin kullanılarak öğrencilerin görselleştirme, oluşturma ve muhakeme süreçlerini ayrı ayrı geliştirmek ve bu süreçler arasındaki ilişkileri güçlendirmek adına çeşitli etkinlikler yapılabilir.

KEFAD
http://kefad.ahievran.edu.tr
Ahi Evran Üniversitesi
Kırşehir Eğitim Fakültesi Dergisi
ISSN: 2147 - 1037

ENGLISH VERSION

Introduction

Many students find mathematics, which is one of the courses in which learning difficulties are experienced the most, challenging (Tall and Razali, 1993). It is difficult for a student who has difficulties in a subject in a mathematics course, where the prerequisite relationships are strong, to be successful in further subjects including this subject (Çiftci, 2018). In general, teaching operations without understanding conceptual knowledge in mathematics can cause mistakes and dislike for mathematics (Van de Walle, Karp and Bay-Williams, 2010). When the literature on mathematics education is reviewed, the difficulties that students encounter while learning any subject are discussed under the terms "misconception" and "error" (Bingölbali and Özmantar, 2014). Misconceptions are concepts that are accepted by a student for a long time, occur in more than one situation, cannot be easily changed by the student, and contradict scientific facts, while error is the misuse of mathematical expressions and ideas (Erbaş, Çetinkaya and Ersoy, 2009). In the field of geometry, which is one of the important sub-branches of mathematics and an integral part of the curriculum, students learn geometric shapes, their properties, and their relationships with each other. In geometry, where high-level skills such as exploring relationships, modeling, problem-solving, and analysis are gained, students generally have difficulties, while some students fail (Duatepe, 2004). According to Duval (1998), teaching geometry is more difficult than teaching numerical operations. Students experience more difficulties in geometry than in other areas of mathematics (Chen, 2021). The reason why geometry is seen as complex compared to algebra is that there is a lot of visuality in geometry and it is difficult to visualize the concepts in mind (Karakuş, 2008).

The French scientist Raymond Duval studied geometric activities from a cognitive perspective. According to Duval (1998), geometry includes three kinds of scientific processes. The visualization process, which is the first of these processes, includes processes such as a representation of a situation, intuitive exploration of a complex situation, holistic view, and subjective verification. Another process, the rendering process, involves making geometric constructions using mathematical tools. These tools are tools such as compass, ruler, or dynamic software. Finally, the reasoning process involves extending knowledge to an explanation or proof. Every move, trial, and error to overcome a challenge is a form of judgment.

The concept of the triangle, which is one of the basic concepts in geometry teaching, is frequently used in teaching more complex geometric concepts (Kaplan and Hızarcı, 2015). The concept of the triangle, which is not fully learned, may cause difficulties in the later subjects of geometry. In order to fully learn the concept of the triangle, it is necessary to learn the elements of the triangle and the properties of these elements (Çiftci, 2018). The bisectors of the angles of a triangle, the medians of the sides, the median perpendiculars, the heights, and the properties of these concepts are included in the school curriculum as auxiliary elements of the triangle (MEB, 2013; MEB, 2017). In these concepts, which are important elements of the triangle concept, the student encounters various difficulties (Altıntaş and İlgün, 2017; Gül, 2014; Gürefe and Gültekin, 2016; Kılıç, 2013) and therefore cannot fully learn the concept of triangle. Knowing the difficulties experienced while learning any subject is an important step in designing learning environments that will provide an effective understanding (Rasmussen, 1998; Yetkin, 2003) and it will be useful for teachers in choosing efficient teaching approaches (Tatar and Dikici, 2008).

In the literature, studies to identify the difficulties in the field of geometry are less than the studies in the field of algebra. When the studies are reviewed, it is seen that the students have had various learning difficulties in geometry. Gutierrez and Jaime (1999) investigated the concept images, difficulties, and errors related to the concept of the height of a triangle with a written test on 190 pre-service teachers. In the results obtained, it was determined that the students made mistakes such as drawing a median or a central perpendicular instead of the desired height to be drawn, drawing any straight-line segment that is not perpendicular to the base from the top to the base, and drawing a different height from the desired base to the base. Baran (2011) found that students had various difficulties in associating concepts, definitions, and generalizations in triangles with each other in his thesis study in which he investigated the difficulties that students have about triangles. In another study investigating the difficulties encountered in triangles, İç and Demirkol (2008) investigated the basic mistakes and misconceptions of secondary school students about triangles. In their studies, the researchers determined that the students could not analyze the data in the questions well, they made calculation errors about angles in a straight line, angles in a triangle, and angle-sides in a straight line, and they confused the properties of angles in a straight line with angles in a triangle. Similar to the results of this study, Özsoy and Kemankaşlı (2004) also found that students were confused about the properties of the subjects and had difficulties in analyzing the data in their study in which they examined the mistakes and misconceptions made by students about circles. However, it was concluded that the students made many operational mistakes and had difficulty in establishing a connection between the concepts.

Basic concepts in geometry, which are not fully understood by students, cause students to encounter various difficulties in the future. Ubuz (1999), who investigated students' mistakes and misconceptions in basic geometry subjects based on the subject of angles, stated that students did not consider geometric concepts with their properties, but only perceived them according to their physical appearance. In addition, in this study, he stated that students had conceptual misconceptions about basic geometry subjects such as "line", "parallel angles", "triangle", "polygon" and "parallelogram". Ubuz (1999) stated that the mistakes made by the students were the same in almost every question, and that the most important reason for making mistakes was visuality, which is the first level of geometrical thinking of the Van Hiele theory. Hershkowitz (1987), Gutierrez and Jaime (1999), and Blanco (2001) also drew attention to the difficulties students encountered in basic concepts in geometry in their studies. According to Öksüz (2010), students had difficulties in associating geometric concepts with daily life situations. In another study investigating conceptual misconceptions, Yenilmez and Yaşa (2008) identified students' misconceptions about "line, line segment, and ray" and determined whether these misconceptions differed in terms of some demographic variables. According to the results of the study, students with high achievement in mathematics were less likely to make mistakes than students with low achievement. In addition, it was determined that students with a high interest in geometry had fewer misconceptions than students with a high level of Turkish success compared to less interested students. In addition, the misconceptions were also examined in terms of gender, and it was found that female students answered more questions in the test than male students and had fewer misconceptions. Ubuz (1999), on the other hand, found that female students were more successful than male students, but they made more mistakes.

In geometry, where spatial thinking has an important place, students face various difficulties in thinking and comprehending three-dimensional objects. In his study, Özer (2012) found that students had misconceptions about length, angle, transformations, construction, and three-dimensional shapes, lack of previous knowledge, reasoning, and basic operation errors, and offered suggestions for eliminating these difficulties. In the study of Küçükaydın and Gökbulut (2013), in which the subject of three-dimensional geometric objects was discussed, none of the pre-service teachers participated in the study could not explain all the geometric objects in the study correctly, and the pre-service teachers also had difficulties in defining and sampling geometric objects. In the study conducted by Türnüklü and Ergin (2016), it was observed that students made mistakes of over-specializing and over-generalizing about three-dimensional objects. Students face various difficulties while learning subjects and concepts in their education life. These difficulties they encounter may cause them to learn the subject incompletely and therefore to encounter different difficulties in future subjects. Knowing the difficulties they will encounter while learning a subject or concept is an important step in designing teaching-learning environments that will provide effective learning (Rasmussen, 1998; Yetkin 2003). The concept of the triangle, which forms an important part of geometry and is accepted as the basis of geometric concepts, has an important role in teaching other concepts of geometry (Zeybek, 2013). In this direction the purpose of the current study is to determine the difficulties that students encounter while learning the subject of bisector and medians of triangles.

Method

In the study, case study design, one of the qualitative research methods, was used. Case studies are studies that examine the special situations of individuals, groups, cultures, and regions in depth (Patton, 2014). In case studies, an event or a situation is explained in detail (Merriam, 2013). In the study, the case study design was preferred because the difficulties faced by the 9th-grade students in learning the subject of auxiliary elements of the triangle were examined in depth.

Participants

The participants of this research consist of 86 9th-grade students studying in 3 different schools in Erzurum. Convenient sampling method was used in the determination of the study group. In the convenient sampling method, prevention of time, money, and labor loss is taken into consideration while determining the study group (Büyüköztürk, Kılıç-Çakmak, Akgün, Karadeniz and Demirel, 2009). The study group consisted of students studying in 3 different schools in the central districts of Erzurum province. 39 (45%) of the students constituting the study group are girls and 47 (55%) are boys.

Data Collection Tools

In this study, quantitative and qualitative data collection tools were used in line with the research problem. The quantitative data of the study were collected by the Triangles Knowledge Test (TKT) developed by the researcher, and the qualitative data were collected through interviews with the students.

Triangles Knowledge Test (TKT): In order to determine the difficulties faced by the students in the study, TKT consisting of 17 open-ended, 5 fill-in-the-blank, and 2 true-false questions was prepared. The questions in the TKT were formed in line with the acquisitions and outcome explanations related to the auxiliary elements of the triangle under the triangles unit in the Secondary Education Mathematics Lesson (9th-12th grades) Curriculum. The relevant acquisitions and acquisition explanations in the Secondary Education Mathematics Lesson (9th-12th Grades) Curriculum are as follows (MNE, 2013):

1. Being able to draw the bisector of an angle and explain its properties

✓ *It is discovered that the lengths of the perpendiculars lowered into the arms of the angle from a point taken on the bisector are equal.*

✓ *Their equivalents are used in compass-ruler or dynamic geometry software.*

2. Being able to show the properties of the interior and exterior bisectors of a triangle

✓ *Relationships of the intersection of interior and exterior bisectors and interior and exterior bisector theorems are given in a triangle.*

✓ *The inner tangent and outer tangent circles of the triangle are drawn.*

✓ *Information and communication technologies are used.*

3. Being able to show that the medians of the triangle intersect at a point and to explain the properties of the median.

✓ *It is emphasized that the point where the medians intersect is the centroid of the triangle; the properties related to the center of gravity of the triangle are examined.*

✓ *In ruler-compass or dynamic geometry software, their equivalents are used.*

While preparing the TKT, 9th-grade mathematics textbooks (Erbaş, Çetinkaya, Güven, Karataş and Çınkır, 2015; Karakuyu and Bağcı, 2015) used in educational institutions affiliated to the Ministry of National Education in the 2014-2015 academic year were used. The created test was developed to include at least one question for each acquisition. For the content validity of the test, a table of specifications was prepared to show the questions in the TKT and the acquisitions they are related to. TKT, which was prepared with this specification table, was examined by 5 lecturers who are experts in mathematics education and 4 experienced high school mathematics teachers. After the feedback from the experts, necessary adjustments were made in the tests and the content validity was ensured.

Developed after expert opinions, TKT was piloted to 130 10th-grade students in three different schools in the first semester of the 2014-2015 academic year for reliability studies. Since the research subject is the subject of the second semester of the 9th-grade, 10th-grade students were preferred in the pilot study. While selecting these students, attention was paid to ensure that their levels were close to those of the students in the schools where the study would be conducted, according to their high school entrance scores. As a result of the pilot application of the developed TKT, each student's paper was scored. Scoring was evaluated as 0, 1, and 2 for each question. 2 points were given for completely correct answers, 1 point for answers containing only part of the correct answer, and 0 points for incorrect or blank answers. As a result of the evaluation, the scores of the students were ordered from highest to lowest, and the upper group (27% of the group) and the lower group (27% of the group) were determined. Considering these groups, the difficulty (P) and item discrimination (D) values were calculated for each item of the TKT. In addition, the data collected as a result of the pilot application was analyzed and the KR-20 internal consistency coefficient of the TKT was found to be 0.99.

Interview: In the study, unstructured interviews were conducted in order to examine the answers given by the students in the knowledge test in depth. Since each student's answer to each question may be different, the interview form was not used, instead, TKT, in which each student answered the questions, was used. In both the control and experimental groups, the answers given by the students in the knowledge test were questioned by asking “How?”, “Why?”, “Can you explain?” and learning difficulties were determined.

Research Process

The study was carried out in 2014-2015. In the first grade with 34 students (9-A), in the second grade with 27 students (9-B), and in the third grade with 25 students (9-C), the teachers taught the subject of auxiliary elements of the triangle with their own methods. As a result of the teachers' teaching, TKT was applied to each group as a post-test for 2 hours. After the TKTs were applied as a post-test, the stage of determining the difficulties students faced in learning was started. First of all, the papers of the students were examined, and incorrect and empty questions were determined. Then, interviews were conducted with each of the 86 students in order to examine the answers given by the students in the knowledge test in depth. Interviews with 86 students started the day after the post-test and were completed within three days. In the next process, the interviews were transcribed in the computer environment. The tests applied to the students and the interviews were analyzed together and the difficulties faced by the 9^{th}-grade students about the auxiliary elements of the triangle were determined.

Analysis of Data

In order to determine the learning difficulties by evaluating the answers given by the students to the questions in TKT in detail, the interviews with each student were first recorded in line with the permission of the students. Then, the data transcribed in the computer environment were analyzed using the descriptive analysis technique. The data obtained in the descriptive analysis technique are summarized according to predetermined categories (Yıldırım and Şimşek, 2008). The interviews of the students transcripted were read over and over again by the researcher and gathered under certain difficulties according to the difficulties they experienced and the misconceptions they had. A code was given to each of the difficulties obtained (LD1, LD2, etc.). The codes obtained were classified under the predetermined titles (category) of the acquisitions related to the auxiliary elements of the triangle in the curriculum. Each identified difficulty was handled in terms of "visualization", "creation" and "reasoning" processes in Duval's cognitive model, and it was determined in which cognitive processes the students encountered difficulties according to the difficulties they encountered. The difficulties that emerged were presented with the help of percentage and frequency tables, and the interviews with the students who had this difficulty were given descriptively. While determining the learning difficulties, students were coded as S1, S2, and S86.

Ethical Permissions of Research

In this study, all the rules specified to be followed within the scope of the "Higher Education Institutions Scientific Research and Publication Ethics Directive" were complied with. None of the actions specified under the heading "Actions Contrary to Scientific Research and Publication Ethics", which is the second part of the directive, has been taken.

According to the ULAKBİM decision dated February 25, 2020, retrospective ethics committee certificate is not required for studies using research data before 2020. Since the data of the study were obtained in 2014-2015, an ethics committee certificate was not obtained.

Findings and Interpretation

Findings related to the learning difficulties faced by 86 students studying at three different schools in the 2014-2015 academic year about the auxiliary elements of the triangle are given under the acquisition titles in the curriculum of the relevant subject. The learning difficulties obtained were determined by examining the answers given by the students to the TKT questions and the interviews with each student. The percentages and frequencies of learning difficulties recorded when students encounter at least one question are presented under the following headings, accompanied by the descriptive analysis of the interviews with the students and the answers given by the students to the questions they encountered with the related difficulties.

Findings Regarding to Learning Outcome of "Being able to draw the bisector of an angle and explain its properties."

1^{st}, 20^{th}, 23^{rd}, and 24^{th} questions of TKT were prepared in order to determine the difficulties faced by the students towards the learning outcome (1^{st} outcome) "Being able to draw the bisector of an angle and explains its properties." As a result of the analyzes of the answers given by the students to these questions and their interviews, the frequency and percentage values of the learning difficulties related to this outcome are presented in Table 1:

Table 1. *Frequency and percentage values of learning difficulties encountered by students regarding the 1st learning outcome*

Learning Difficulty	Frequency	Percentage
Inability to form the bisector of an angle (LD1)	86	%100
Inability to comprehend whether a point D is on the bisector of angle A (LD2)	80	%93
Not being able to comprehend whether the line segment drawn from the starting point of an angle A is the bisector of the angle (LD3)	79	%92
Inability to grasp that the distance of a point on the bisector of an angle to the arms of the angle is equal (LD4)	56	%65

When Table 1 is examined, it is seen that 4 different learning difficulties were determined according to the findings obtained from the answers given to the questions prepared for the 1st outcome. Of these difficulties, it was observed that all of the students had the LD1 difficulty, 93% of the students had the LD2 difficulty, 92% of the students had the LD3 difficulty and 65% of the students had the LD4 difficulty.

Difficulty in forming the bisector of an angle (LD1): When the TKT papers and interviews of the students were examined, it was determined that all students had difficulty in forming the bisector of an angle. This difficulty was obtained from the 24^{th} question of TKT, which was prepared for the 1^{st} outcome. When the answers given by the students to the 24^{th} question were examined, it was observed that all the students either left blank or filled in the blanks incorrectly. As a result, it was determined that all of the students could not comprehend the steps of creating the bisector of an angle step by step by using the compass-ruler tools. Students who experienced this difficulty had difficulties especially in the process of "creating", which involves the construction of geometric structures using mathematical tools. The answer given by S7, who has LD1 difficulty, to the question in TKT (Figure 1) and the interview with the student are as follows:

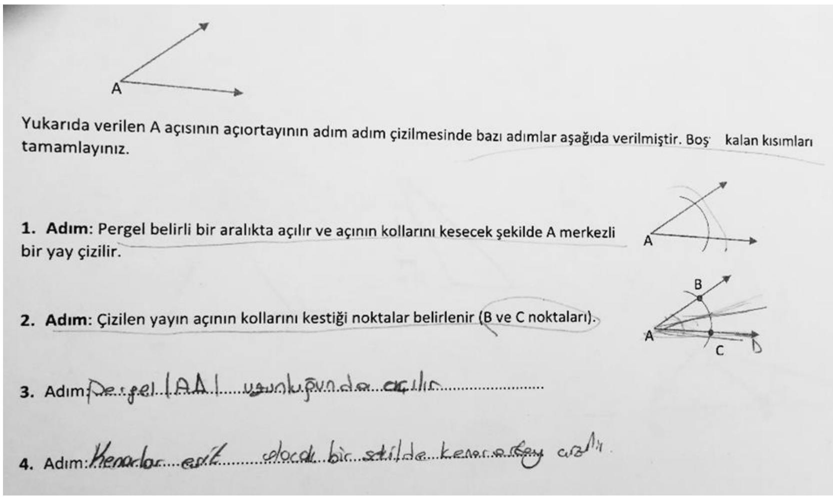


Figure 1. S7's answer to question 24 in TKT

…

Interviewer: *How did you think about question 24?*

S7: *Which one? Is that it?*

Interviewer: *You said the third step: Compass AD length...*

S7: *It is opened in length…*

Interviewer: *OK. You wrote the D in length AD!*

S7: *Are we going to create bisector here?*

Interviewer: *Yes.*

S7: *That's why... For example, such an angle... No, wait a minute... What did I do? and how did I think? Hah, we're going to open it so much that we can extend this place that long and find the bisector.*

Interviewer: *How are we going to extend it? How do we find the middle so we know it's the bisector? In step 4, did you say "The median is drawn so that the sides are equal."?*

S7: *Firstly, we will find that the sides are equal.*

Interviewer: *How so? We don't have a ruler, we have a compass.*

S7: *There is only a compass. None [meaning no answer].*

Interviewer: *Okay.*

As a result of analyzes of the answers given by the students to the 24th question and their interviews, it was seen that there were no students who approached the solution and were able to reason. The most important reason why all of the students have LD1 difficulty can be considered that the students are not accustomed to doing step-by-step geometric drawing activities with compass-ruler tools or developing technological tools (for example, dynamic software) in the lessons.

Difficulty in understanding whether a point D is on the bisector of angle A (LD2): When the answers given by the students to the 1st question of TKT were analyzed, it was determined that many students could not fully grasp whether any point D was on the bisector of angle A. It was determined that 80 students had this difficulty, except for 7 students who made all the options of the 1st question, which consisted of 4 options, correct. Some of the students with LD2 difficulty stated that in order for the D point to be on the bisector of the A angle, the straight lines descended from the D point to the bisector branches must be equal in length and make an angle of 90 degrees with the bisector branches. According to these students, point D was not on the bisector, even if the line segments descended from the D point to the bisector branches at an angle different from 90 degrees and at the same angle were of equal length (TKT 1st question option d). The students who encountered the LD2 difficulty did not experience difficulties in the "reasoning" process because they could not conceptually examine whether a point is on the bisector of an angle, did not have any knowledge about it, or had incorrect information. The answer given by one of these students, S38, to the question (Figure 2) and the interview with the student are as follows:

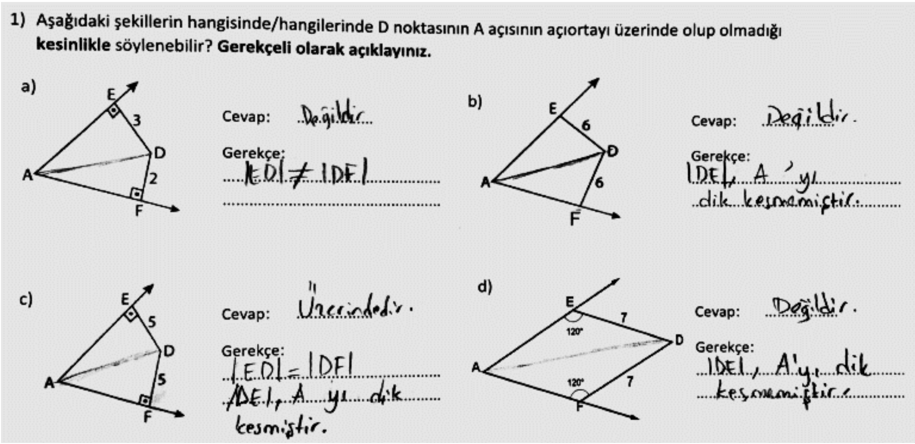


Figure 2. S38's answer to the 1st question in TKT

Interviewer: *In question 1, we asked whether D is on the bisector of angle A. How did you answer these questions?*

S38: *Now I thought like this. If we pass it through this line (the bisector line) it will be perpendicular (referring to angles AED and AFD) and if the two sides are equal (referring to sides DE and DF), I think so.*

Interviewer: *So for it to be a bisector, does it have to be both perpendicular and equal in length?*

S38: *Yes, I think so.*

Interviewer: *"It is not in option b." you said. As it wasn't said to be upright?*

S38: *Huh, [confirms].*

Interviewer: *In option d?*

S38: *The same again, since it is not perpendicular.*

Interviewer: *Because the angles are not right?*

S38: *Yes*

When S38's answer and interview in Figure 2 were examined, it was seen that the students who gave this answer could not comprehend that when straight lines of equal length are lowered from any point D to the arms of the angle with angles other than 90 degrees, two equilateral triangles are formed and therefore the D point is on the bisector of the angle.

Difficulty in understanding whether the line segment drawn from the starting point of an angle A is the bisector of the angle (LD3): In the 20th question of TKT, students' knowledge of discovering the bisector of an angle was questioned. In this question, students were expected to state that the fold line was a bisector, since the triangles on both sides of the fold line are congruent. When the answers given to this question were examined, it was determined that 79 students could not conceptually show that the line segment drawn from the starting point of an angle was the bisector of the angle. Students with LD3 difficulties had difficulties in the "reasoning" and "visualization" processes because they did not have sufficient conceptual knowledge about the bisector of an angle or could not use the information they had visually. The answer given by S20, one of these students, to question 20 (Figure 3), the drawing he made during the interview (Figure 4), and the interview with S20 are as follows:

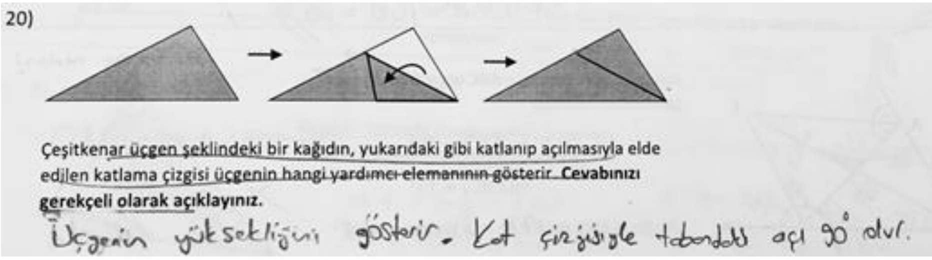


Figure 3. S15's answer to the 20th question in TKT

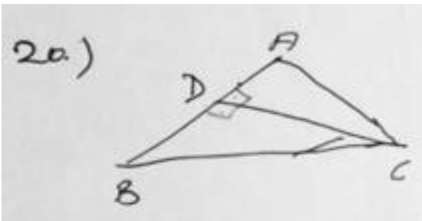


Figure 4. T15's drawing during the interview while explaining the answer to question 20

…

Interviewer: *You answered to the 20th question, "It shows the height of the triangle. The angle at the base with the fold line becomes 90 degrees.". So what would be 90 degrees?*

S15: *Here is my teacher (referring to the angle the fold line makes with the base).*

Interviewer: *So, let's draw the same shape here, for example (Figure 4). I'll name it. Let A, B, C be D. Show me where you claimed as 90 degrees?*

S15: *This is the height drawn from the steepest point of the triangle, teacher (Figure 4).*

Interviewer: *Oh, it's 90 degrees there. So where are the CDA and CDB angles?*

S15: *Yes, sir.*

Interviewer: *Okay.*

Difficulty in grasping that the distance of a point on the bisector of an angle to the arms of the angle is equal (LD4): In the 23rd question of TKT, the students were expected to reach a solution using the knowledge that the perpendiculars drawn from a point taken on the bisector of an angle to the bisector arms are equal in length. When the answers and interviews of the students were examined, it was observed that 37 students could not comprehend that the distance of a point on the bisector of an angle to the arms of the angle is equal. Students who encounter LD4 difficulty experience difficulties in the "reasoning" and "visualization" processes because they do not have sufficient conceptual knowledge about the concept of the bisector of an angle or cannot apply this conceptual knowledge to a visual figure. The answer given by S13, one of the students with this difficulty, to question 23 is given in Figure 5:

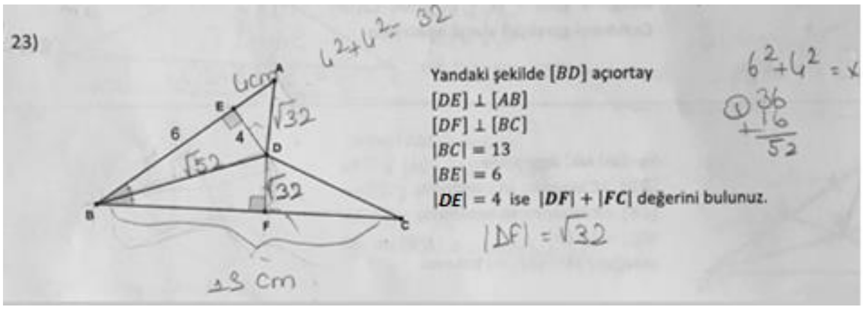


Figure 5. The Answer of S13 to question 23 in TKT

When the answer given by S13 given in Figure 5 to the 23rd question is examined, it is seen that point D on the bisector of angle B made an error by taking the distances of the point D on the bisector of angle B equal to the points A and F on the arms of the angle. Students who could not use the equation |DE|=|DF| of the length of the perpendiculars drawn from the D point on the bisector to the arms of the angle were evaluated as having LD4 difficulty. When the answer given by S13 given in Figure 5 to question 23 is examined, it is seen that point D on the bisector of angle B makes an error by taking the distances from points A and F on the arms of the angle equal. Students who could not use the equation |DE|=|DF| of the length of the perpendiculars drawn from the D point on the bisector to the arms of the angle were evaluated as having LD4 difficulty.

Findings regarding to the Learning Outcome of "Being able to" show the properties of the interior and exterior bisectors of a triangle." Learning difficulties faced by students were determined by analyzing the answers given to questions 3, 6, 7, 10, 12, 14 and 18, about the outcome of "being able to show the properties of interior and exterior bisectors of triangles." which are related to the learning outcome (2nd outcome). The frequency and percentage values of the difficulties obtained are presented in Table 2 below:

Table 2. *Frequency and percentage values of learning difficulties faced by students regarding the 2nd learning outcome*

Learning Difficulty	Frequency	Percentage
Inability to grasp the interior bisector of a triangle (LD5)	11	%13
Inability to grasp the interior bisector theorem (LD6)	56	%65
Inability to grasp that the third interior bisector of a triangle will pass through the intersection of the two interior bisectors (LD7)	64	%74
Inability to grasp in tangent circle (LD8)	82	%95
Inability to grasp the exterior bisector theorem (LD9)	61	%71
Inability to grasp outer tangent circle (LD10)	85	%99

Inability to grasp that the interior bisector of the third vertex passes through the intersection of the two exterior bisectors of a triangle (LD11)	80	%93

When Table 2 is examined, it is seen that 7 different learning difficulties have been identified according to the findings obtained from the answers given to the questions prepared for the 2nd outcome. Of these difficulties, it was determined that 13% of students had LD5 difficulty, 65% had LD6 difficulty, 74% had LD7 difficulty, 95% had LD8 difficulty, 71% had LD9 difficulty, 99% had LD10 difficulty, and 93% also had LD11 difficulty.

Difficulty in comprehending the interior bisector of a triangle (LD5): When the answers and interviews of the students to the questions of TKT involving the interior bisector of the triangle were examined, it was determined that 13% of the students had the difficulty of LD5. Some of the students with this difficulty stated that the interior bisector of the triangle would be the median for each triangle at the same time, while others stated that it would be the height. Students with LD5 difficulty could not expand their knowledge in questions related to the lack of conceptual knowledge about the concept of bisector, or they had difficulties in their "reasoning" processes because they misused the information they had. The answer given by one of these students, S17, to the related question (Figure 6) and the interview with S17 are as follows:

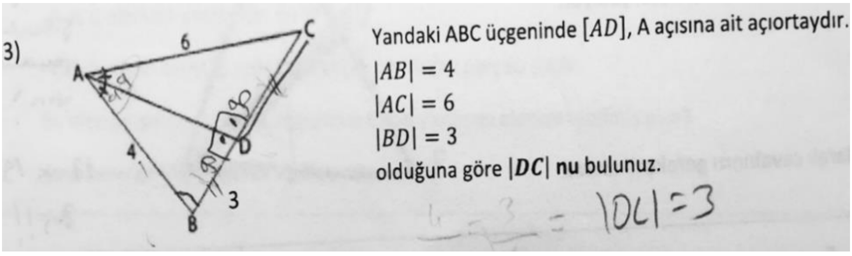


Figure 6. S17's answer to the 3rd question in TKT

Interviewer: *So let's look at question 3? You said in the third question, |DC|=3. According to what?*

S17: *I think I gave something here. I gave the edge a, the name a.*

Interviewer: *Well, let me ask something first: Did we tell you that AD is the height of BC?*

S17: *You did not.*

Interviewer: So why did you write 90°?

S17: *That is, that it would divide it into 90 90.*

Interviewer: So you think that because angle A is bisected, it divides AD down into two?

S17: *Yes.*

Interviewer: So how do we know that BD and DC are equal?

S17: *Since it divides into two, two equal things happen.*

Interviewer*: Okay.*

When the question solution and interview of S17 in Figure 6 is examined, it is seen that the student took the bisector as both the height and the median, although the given triangle was not equilateral or isosceles. The students who made this mistake were evaluated as having LD5 difficulty because they could not comprehend that the bisector of an interior angle of a triangle is not always the median or the height.

Difficulty in grasping the interior bisector theorem (LD6): The third question of TKT was prepared in order to question the knowledge of the students about the interior bisector theorem. When the answers given to this question were examined, it was determined that 65% of the students had LD6 difficulties. The majority of students with LD6 difficulty set up the wrong proportion between the edges. These students, whose conceptual knowledge about the interior bisector theorem was incomplete or wrong, had difficulties in their "reasoning" processes. The answer given by one of these students, S15, to question 3 and the interview with S15 are as follows:

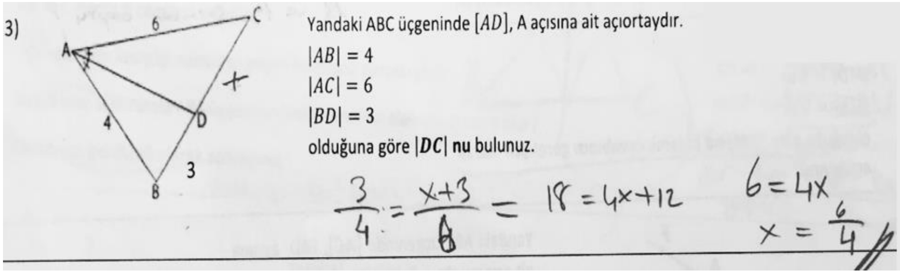


Figure 7. S15's answer to the 3rd question in TKT

…

Interviewer: *Okay, let's continue with question 3. In the third question, you said that 3/4=(x+3)/6. Why did you say such a thing? Where did you get this ratio?*

S15: *First, the ratio of the minors to the minors, the ratio of the larger to the larger. So I took all of BC x+3, since AC is big, I got AC, sir.*

Interviewer: *Why does this formula come from? So this is a formula?*

S15: *It was like this, but my teacher! Sir, the product of the small and the small should be equal to the product of the big and the big. There was such a rule, but I can't remember exactly, sir.*

Interviewer: *You can't remember exactly. Alright.*

When the answers given by the students to the 3rd question were examined, it was determined that the students could not comprehend the interior bisector theorem, and these students were evaluated as having LD6 difficulty.

Difficulty in understanding that the third interior bisector passes through the intersection of the two interior bisectors of a triangle (LD7): In the 7th question of TKT, students were expected to reach the conclusion by using the knowledge that the line segment drawn from the third corner to the intersection point of the interior bisectors coming from the two corners of the triangle is also the bisector. When the students' question answers and interviews were examined, it was determined that 74% of the students had LD7 difficulty. Students with this difficulty could not solve the 7th question because they could not comprehend that the third bisector would pass through the intersection of the two bisectors. Students with LD7 difficulty experience difficulties in the "reasoning" and "visualization" processes because they cannot grasp the knowledge that the bisectors of the angles of the triangle intersect at a point or cannot apply this knowledge to the related question. The answer given by S3, one of these students, to the question in TKT (Figure 8) and the interview with the student are as follows:

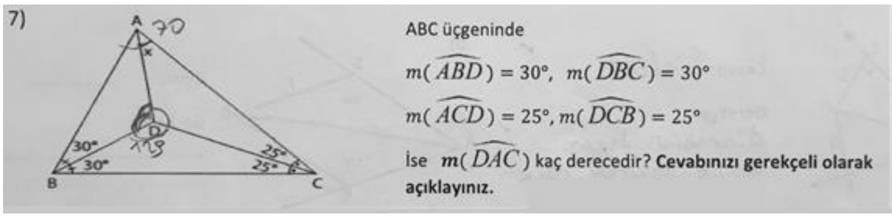


Figure 8. S3's answer to the 7th question in TKT

…

Interviewer: *Well, when I looked at the 7th question, I saw that you were not quite clear. So you found angle A of 70°. You couldn't continue. Why?*

S3: *Sir, I found 70 in the big triangle…*

Interviewer: *OK.*

S3: *I could not bring the rest.*

Interviewer: *Why? And what is the feature of this AD here?*

S3: *AD's... [thinks]*

Interviewer: *You don't know?*

S3: *I have no idea, sir.*

Interviewer: *Okay.*

When Figure 8 and the student's interview were examined, it was seen that S3 could not comprehend that the intersection point of [BD] and [CD], which came from the corners of the triangle, was the intersection point of the interior bisectors, and therefore, he could not think that [AD] should also be bisector. In this way, the students who could not comprehend that the interior bisectors would intersect at one point were evaluated as having LD7 difficulty.

Difficulty in comprehending the tangent circle (LD8): When the answers and interviews of the students to the related questions in TKT were analyzed, it was determined that 95% of the students had difficulties in the concept of the tangent circle of the triangle. These students with LD8 difficulty do not know the shape or properties of the tangent circle of a triangle. The LD8 difficulty faced by these students, who have a lack of conceptual knowledge, stems from their "reasoning" processes. The LD8 difficulty faced by the students was obtained from the 6th, 12th, 14th, and 18th questions answered in the TKT. The interview with S14, one of these students, and the drawing that the student made during the interview are as follows:

…

Interviewer: *You said in question 18 that a triangle has one tangent circle. Can you show me 1 tangent circle? Draw a triangle and ten have a tangent circle.*

S14: *If the center is here… [draws] (Figure 9)*

Interviewer: *For example, is this the tangent circle of the triangle you drew?*

S14: *I don't know.*

Figure 9. S14's representation of the tangent circle of a triangle

When Figure 9 is examined, it is seen that S14 does not know the tangent circle of a triangle. The various representations of the tangent circle of a triangle during the interviews of different students with LD8 difficulty are given in Figure 10:

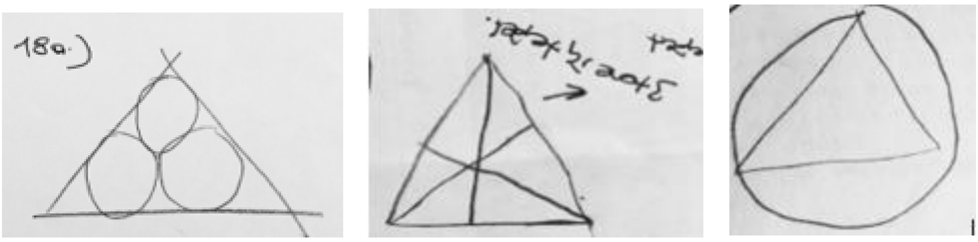


Figure 10. Inset circle representation of a triangle by some students with LD8 difficulty

Difficulty in comprehending the external bisector theorem (LD9): When the answers and interviews of the students to the 10th question of TKT were analyzed, it was determined that 71% of the students had LD9 difficulty. It was observed that students with this difficulty set up the wrong proportion between the lengths of the sides while applying the exterior bisector theorem in the solution of the 10th question, or they did not know the exterior bisector theorem. Students with LD9 difficulty face because they have a lack of conceptual knowledge about the exterior bisector theorem, and this difficulty stems from the difficulties they experience during the "reasoning" process. The answer given by S3, who made the wrong proportion, to the question (Figure 11) and the interview with S3 are as follows:

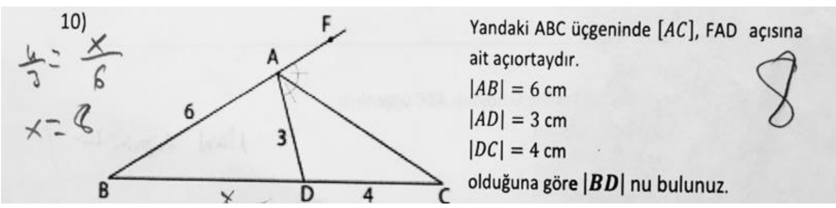


Figure 11. S3's answer to the 10th question in TKT

…

Interviewer: *So how did we find 8 in question 10?*

S3: *The outer bisector of 4 again. Wait a minute... external bisector AC...*

Interviewer: *Yes.*

S3: *External bisector. From the exterior bisector, I said the ratio of 4 to 3, the ratio of x to 6.*

Interviewer: *Would the ratio of 4 to 3 be the ratio of x to 6? So why do you think so?*

S3: *I thought the edge that 4 sees is the edge that x sees.*

Interviewer: Hmm. Alright.…

Difficulty in comprehending the outer tangent circle (LD10): As a result of examining the answers given by the students to the TKT questions, it was determined that 99% of the students did not know the shape or properties of the outer tangent circle of a triangle. It was determined that these students had LD10 difficulty in their answers to the 6th, 14th, and 18th questions of the TKT. The reason why students encounter the LD10 difficulty is that they lack conceptual knowledge about the outer tangent circle in the "reasoning" processes. The interview with S5, who has LD10 difficulty, and the student's representation of the outer tangent circle (Figure 12) are as follows:

…

Interviewer: *Let's move on to b of 18. You said there is 1 outer tangent circle. I'll say 18b here. Can you draw me the outer tangent circle?*

S5: *… [draws a circle] (Figure 12)*

Interviewer: *The circle passing through the vertices is the outer tangent circle, is it?*

S5: *Yes.*

Interviewer: *Okay.…*

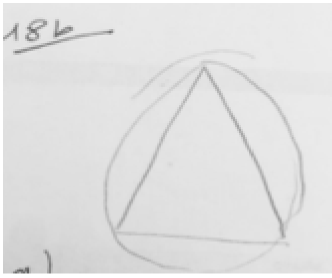


Figure 12. S5's representation of the outer tangent circle of a triangle

In Figure 12, it is seen that S5 shows the circumscribed circle of a triangle instead of the outer tangent circle of a triangle. Various representations of the circumcircle of a triangle by different students with LD10 difficulty are given in Figure 13:

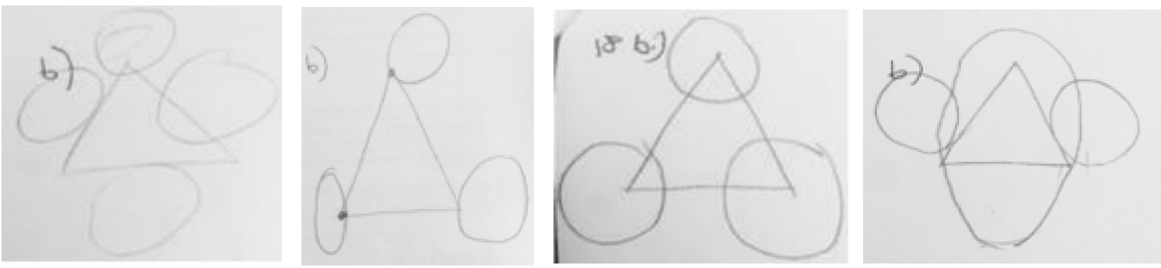


Figure 13. Representation of the tangent circle of a triangle by some students with LD10 difficulty

Difficulty in comprehending that the interior bisector of the third vertex passes through the intersection of the two exterior bisectors of the triangle (LD11): When the answers and interviews of the students to the 14th question of TKT were examined, it was determined that 93% of the students could not comprehend the knowledge that the interior bisector of the third vertex would pass through the intersection of the two exterior bisectors of a triangle. This lack of conceptual knowledge is related to the "reasoning" process. The interview of S24, one of the students with LD11 difficulty, is as follows:

> …
>
> ***Interviewer***: *You left question 14 blank. Why?*
>
> ***S24***: *Three exterior angles of exterior angles… One minute, triangle ABC. The exterior angle of A coming from those two sides is the exterior angle of C. At the junction point of the two, something came from there.*
>
> ***Interviewer***: *Will it be bisector? (referring to the line segment coming from the third vertex to the intersection of the two exterior bisectors)*
>
> ***S24***: *Bisector? I don't know.*
>
> ***Interviewer***: *Okay.*
>
> …

As seen in the student's interview, it was determined that the students with LD11 difficulty could not solve the 14th question because they could not comprehend that the interior bisector of the third vertex would pass through the intersection of the two exterior bisectors of a triangle.

Findings regarding to the Learning outcome of "Being able to indicate that the medians of a triangle intersect at a point and to explain the properties of the median."

The 4th, 9th, 13th, and 17th questions of TKT were prepared in order to determine whether the students achieved the learning outcome (3rd outcome), "being able to indicate that the medians of a triangle intersect at a point and explains the properties of the median." As a result of the analyzes of the answers given by the students to these questions and their interviews, the frequency and percentage values of the learning difficulties encountered regarding this outcome are presented in Table 3:

Table 3. *Frequency and percentage values of learning difficulties encountered by students regarding the 3rd learning outcome*

Learning Difficulty	Frequency	Percentage
Inability to grasp the features of the center of gravity (LD12)	48	% 56
Inability to comprehend whether a given point in a triangle is the center of gravity or not (LD13)	76	% 88
Not being able to translate the question given by verbal expression (LD14)	36	% 42

When Table 3 is examined, 3 different learning difficulties were identified according to the findings obtained from the students' answers to the questions prepared about the 3rd outcome and from their interviews. Among these difficulties, it was determined that 56% of the students had the LD12 difficulty, 88% of the students had the LD13 difficulty and 42% of the students had the LD14 difficulty.

Difficulty in comprehending the features of the center of gravity (LD12): When the answers given by the students to the 4th question in TKT were analyzed along with their interviews, it was seen that 48 students could not comprehend the features of the center of gravity and they had LD12 difficulty. Some of the students with this difficulty thought that the median of the triangle coming from any corner of the centroid of the triangle divided the middle into two equal parts, while others thought that the medians of the triangle would always be the bisector or the height. These students, who have incomplete or incorrect information about the center of gravity of a triangle, faced the LD12 difficulty because of the difficulties they experienced during the "reasoning" process. The answer given by S31, one of these students, to the related question (Figure 14) and the interview with S31 are as follows:

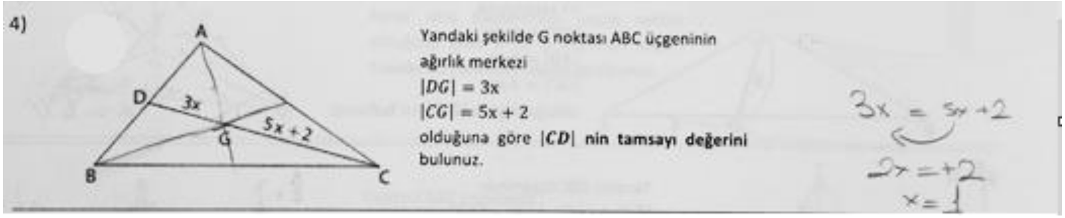


Figure 14. S31's answer to the 4th question on TKT

…

Interviewer: *In question 4, the G point is given as the center of gravity. You equated 3x to 5x+2. Why did you feel the need to equalize?*

S31: *The center of gravity is the middle point of the triangle.*

Interviewer: *Did you equalize because it was the midpoint?*

S31: *Yes, sir, it is.*

…

Difficulty in understanding whether a given point in a triangle is the center of gravity or not (LD13): When the answers given by the students to the questions prepared for the 3rd outcome of TKT were analyzed, it was observed that 88% of the students could not comprehend whether a given point in the triangle was the center of gravity of the triangle. It was determined that these students with LD13 difficulty either solved questions 9, 13, 17, and 19 of the TKT incorrectly or left these questions blank. Students who meet the LD13 difficulty have difficulties in the "reasoning" process because they do not have sufficient knowledge about the concept of center of gravity, or in the "visualization" process because they cannot discover how to use the knowledge they have on the figure in the related question. The answer sheet of one of these students (Figure 15) and the interview with the student are as follows:

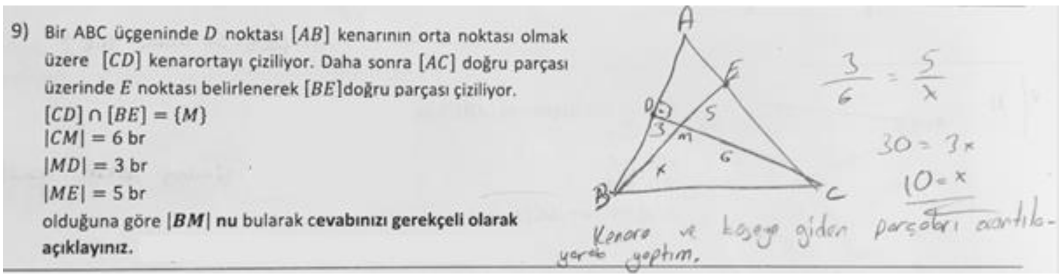


Figure 15. S8's answer to the 9th question in TKT

…

Interviewer: *I'm on question 9. Did you find the answer to the 9th question 10?*

S8: I did it proportionately.

Interviewer: *Why did you rate it? So what is the property of M? The shape you drew. Then you said that CDA is 90 degrees. Does M have a feature?*

S8: It came as the junction point of the edge middle pillars.

***Interviewer**: There is no such thing in the question! It becomes the intersection point of the medians. What then is the "M"?*

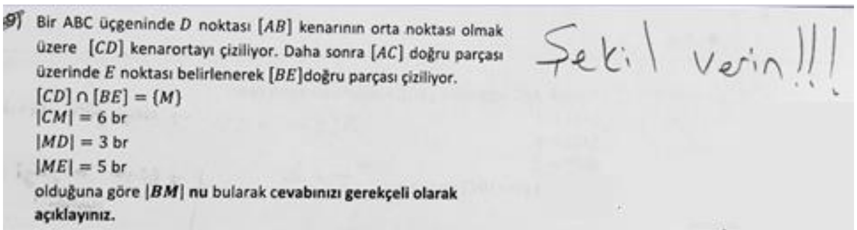
***S8**: It is not the center of gravity.*

***Interviewer**: Isn't it?*

***S8**: It is not the center of gravity.*

***Interviewer**: Well then.*

Difficulty in conveying the verbally given question into shape (LD14): When the answers and interviews of the students to the 9th question of the TKT prepared for the 3rd outcome were analyzed, it was seen that 36 students could not translate the verbally given geometric concepts into shape. It is thought that these students with LD14 difficulty comprehend geometry in a shape-oriented manner and experience difficulties when there is no shape. Since these students could not construct the shape step by step, the difficulty they experienced stems from the "creation" process. The answer given by one of these students to the question (Figure 16) and the interview with this student are as follows:


9) Bir ABC üçgeninde D noktası $[AB]$ kenarının orta noktası olmak üzere $[CD]$ kenarortayı çiziliyor. Daha sonra $[AC]$ doğru parçası üzerinde E noktası belirlenerek $[BE]$doğru parçası çiziliyor.
$[CD] \cap [BE] = \{M\}$
$|CM| = 6$ br
$|MD| = 3$ br
$|ME| = 5$ br
olduğuna göre $|BM|$ nu bularak **cevabınızı gerekçeli olarak açıklayınız.**

Şekil verin!!!

Figure 16. S20's answer to question 9 in TKT

…

***Interviewer**: Well, you wrote "I want a shape" in question 9!*

***S20**: Yes.*

***Interviewer**: Can't you draw the shape yourself?*

***S20**: No.*

The answer given by another student with LD14 to question 9 (Figure 17) and the interview with the student is as follows:

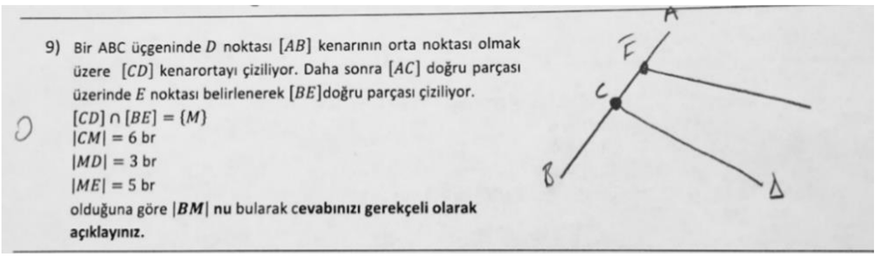

9) Bir ABC üçgeninde D noktası $[AB]$ kenarının orta noktası olmak üzere $[CD]$ kenarortayı çiziliyor. Daha sonra $[AC]$ doğru parçası üzerinde E noktası belirlenerek $[BE]$doğru parçası çiziliyor.
$[CD] \cap [BE] = \{M\}$
$|CM| = 6$ br
$|MD| = 3$ br
$|ME| = 5$ br
olduğuna göre $|BM|$ nu bularak **cevabınızı gerekçeli olarak açıklayınız.**

Figure 17. S48's answer to question 9 in TKT

…

***Interviewer**: Let's look at question 9.*

***S48**: I didn't even understand that at all…*

***Interviewer**: Okay.*

The findings show that students have various difficulties with the bisector and medians of triangles. It was observed that the majority of the difficulties encountered were above 50%. It has been determined that the most common difficulty encountered by the students regarding the bisectors of a triangle is "Not being able to form the bisector of an angle (LD1)", and the most common difficulty about the medians of the triangle is "Not being able to comprehend whether a given point in a triangle is the center of gravity or not (LD13)".

Conclusion and Discussion

In this study, the difficulties encountered by 9th-grade students while learning the subjects of bisectors and medians of triangles were determined. As a result of the analysis of the TKT applied to the students and the interviews with the students, it was determined that the students faced various difficulties. Duval (1998) defined geometry teaching in three scientific processes: visualization, creation, and reasoning; stated that the difficulties encountered by the students stemmed from the inability to establish a relationship between these three cognitive levels. In the study, it was determined that all of the students had the difficulty of forming the bisector of an angle (LD1) in terms of the learnig outcome (1st learning outcome),"being able to draw the bisector of an angle and explains its properties." In the related question in TKT, the students were asked to create the bisector of an angle by doing the drawing applications step by step. In the data analysis obtained, it was determined that none of the students could draw correctly. In analyzes of the interviews, it was determined that many students did not take kindly to compass-ruler applications and gave meaning to geometry questions based on shape. It is thought that students who are not successful in step-by-step construction practices have difficulties in the cognitive processes defined by Duval (1998), especially in the "constructing" process, which includes geometric constructions with mathematical tools and materials. It has been determined that these students have LD1 difficulty, since the difficulties experienced by the students in the "creation" process prevent them from establishing relationships with other cognitive processes ("visualization" and "reasoning"). Parallel to this difficulty, in the researches conducted by Karakuş (2014) and Tosun (2019), it was determined that students had difficulties in geometric constructions.

Having step-by-step compass-ruler applications included in the mathematics curriculum of the Ministry of National Education (MNE, 2013; MNE, 2017) provides various benefits to students. Compass ruler constructions improve students' geometry thinking levels (Napitupulu, 2001), provide students with logical thinking skills, and help students better understand the properties of geometric shapes (Fahlberg-Stojanovska and Stojanovski, 2009; Hoffer, 1981). Drawing applications, which are included in the literature as compass-ruler constructions, can be made with concrete materials of compass and ruler, as well as with dynamic software developed (Çiftci and Tatar, 2014). Students are encouraged both to use concrete tools such as compass and ruler and to benefit from information and communication technologies in the MNE secondary school mathematics curriculum (MNE, 2013; MNE 2017). It is thought that such applications are ignored or cannot be done effectively in geometry lessons in our country. During the interview, some students stated that they have never encountered these applications, and that they usually solve questions on geometry issues. However, with step-by-step constructions, students have the opportunity to learn and practice the basic features of geometric concepts (Freeman, 2008). Students who cannot fully learn geometric concepts face many difficulties in the following subjects. It can be said that this is one of the foundations of the problems in the field of geometry in our country. In the study conducted by Açıkgül and Arslaner (2015), it was observed that some of the pre-service teachers stated that they did not encounter geometric location problems by doing step-by-step drawing activities before.

According to the findings of the 1st outcome in the study, it was determined that 93% of the students had difficulty in comprehending whether a point D is on the bisector of angle A (LD2). It was observed that many of the students who had difficulties in this subject thought that the necessary condition for a point D to be the bisector of angle A was that the angle made by the line segments drawn from the D point to the arms of the angle should be 90 degrees and their lengths should be equal to each other. These students made a mistake by saying that the D point was not on the bisector of the angle, if the angles made by the lines drawn from the D point to the arms of the angle were different from each other and their lengths were equal to each other than 90 degrees. In addition, as a result of the analysis of the data obtained, 92% of the students had difficulties in not being able to comprehend whether the ray drawn from the starting point of an angle A was the bisector of the angle (LD3), and 65% of them did not understand that the distance of a point on the bisector of an angle to the arms of the angle is equal (LD4). It is thought that the fact that students have LD1 difficulty causes them to encounter LD2, LD3, and LD4 difficulties. Since students with LD2 difficulties have conceptual knowledge deficiencies, especially students with "reasoning", LD3 and LD4 difficulties have conceptual knowledge deficiencies or cannot use their knowledge on the question, they have difficulties in "reasoning" and "visualization" cognitive processes and they encounter learning difficulties by not being able to establish a relationship between cognitive processes. It is thought that when students create the bisector of an angle step by step and learn the conceptual knowledge well, the probability of encountering LD2, LD3, and LD4 difficulties will decrease.

When the findings related to the learning outcome (2nd outcome), "being able to show the properties of the interior and exterior bisectors of a triangle" were examined, it was determined that 13% of the students misunderstood the concept of the interior bisector of a triangle (LD5). Some of these students confuse the interior bisector of an angle of a triangle with the concepts of height or median. Others state that the bisector of an angle of a triangle will also be the median and the height for each type of triangle. In the questions developed in the TKT regarding the 2nd outcome, the students were expected to reach the correct answer by using the knowledge that the bisectors from the three sides of the triangle intersect at a point. It was determined that 74% of the students were unable to comprehend that the third inner bisector would pass through the intersection of the two inner bisectors of the triangle (LD7), and 93% of them were unable to comprehend that the inner bisector of the third vertex would pass through the intersection of the two outer bisectors of the triangle (LD11). The intersection of the bisectors of a triangle is the intersection of the triangle's inner tangent or outer tangent circles. It is thought that the reason why the students cannot discover these points is that they do not understand the concepts of inner tangent circle and outer tangent circle sufficiently. Because, in the study, it was determined that 95% of the students had difficulties in comprehending the inner tangent circle (LD8) and 99% of the students were unable to comprehend the outer tangent circle (LD10). Most of the students do not know the representation or properties of the inner tangent and outer tangent circles of a triangle. In the study conducted by Açıkgül and Arslaner (2015), it was determined that the majority of students did not grasp the information that the center of the inner tangent circle is the point where the inner bisectors of the triangle intersect, and that the center of the outer tangent circle is the point where two outer and one inner bisector of the triangle intersect. In the light of the findings related to the 2nd outcome, it was concluded that 65% of the students had difficulties in understanding the interior bisector theorem (LD6) and 71% of them had difficulties in understanding the exterior bisector theorem (LD9). These students either do not know or misunderstand the relationship between the lengths of the sides of a bisector of a triangle. Since the LD5, LD6, LD8, LD9, and LD10 difficulties of the students related to the second outcome mostly stem from the lack of conceptual knowledge, the students' especially "reasoning", LD7 and LD11 difficulties stem from both the lack of conceptual knowledge and the inability of the students to visually discover the information in the related questions. It is thought that they have difficulties in "reasoning" and "visualization" cognitive processes. Students who have difficulties in any cognitive process are faced with learning difficulties because they cannot establish a relationship between cognitive processes.

In the research, in the findings obtained from the questions about the learning outcome (3rd outcome), "being able to show that the medians of the triangle intersect at a point and explain the properties related to the median", it was determined that 56% of the students had difficulty in comprehending the center of gravity, which was the cut-off point of the medians (LD12). Some of the students with this difficulty had the wrong information that the center of gravity divided the medians exactly in the middle, and some of them divided it from the corner 1 to 2 sides. Some students with LD12 difficulty also thought that the auxiliary element of the triangle passing through the center of gravity would be the bisector or the height. In addition, it was determined that 88% of the students had difficulty in understanding whether a point in the triangle was the center of gravity or not (LD13). The majority of students with this difficulty consisted of students with LD12 difficulty. It is thought that students with LD12 difficulties have problems especially in "reasoning" because they have a lack of conceptual knowledge. In his research, Gül (2014), in which he measured the mathematical achievements of students on the subject of triangles and analyzed the students according to their Van Hiele levels, determined that half of the students to whom the study was applied did not know the concept of center of gravity and that the medians of a triangle pass through the center of gravity. In his study, Kılıç (2013), who examined the effects of dynamic geometry software on students' geometric thinking, geometry success and ability to prove, concluded that students could define the center of gravity, but they did not know at what rate (2:1 ratio) the center of gravity divided the median. Another difficulty obtained regarding the 3rd acquisition of the research subject in the curriculum was that the students could not translate the question given in verbal expression into form (LD14). Students with this difficulty, which is composed of 42% of all students, could not draw the shape of the question related to the third outcome, which was given only verbal expression, or they drew it incorrectly. In line with the findings, it was observed that students with LD14 difficulty were the ones who had difficulties in the process of "creating", that these students gave meaning to geometry with a shape focus, that they did not take kindly to verbal questions in geometry, and that some students did not read the question when they saw the verbal question. According to Fischbein (1993), the conceptual infrastructure must be developed in order to interpret the shape in geometry. It can be said that the reason why students have LD14 difficulty is that they solve shape-oriented examples without learning geometric concepts thoroughly. In parallel with the result obtained, Karpuz, Koparan and Güven (2014) found in their study that the students could not draw the shape representing the concept in the solution of amorphous questions and could not establish the necessary relationship between the figure and the concept.

When the results of the research are examined, it is thought that the most important reason for the learning difficulties faced by the students is that the students do not fully learn the geometric concepts. Students who could not fully learn geometric concepts encountered difficulties in solving problems. Concepts that are not fully learned in the field of geometry with a sequential learning system also negatively affect the learning of future concepts. The lack of geometric concept knowledge of students in the literature has been obtained as a result of many researches (Akuysal, 2007; Ayvaz, Gündüz and Bozkuş, 2017; Blanco, 2001; Tümer, 2017; Gutierrez and Jaime, 1999; Gül, 2014; Gürefe and Gültekin, 2016; Gürefe, Yarar, Pazarbasi and Es, 2014; Karpuz et al., 2014; Kılıç, 2013, Özerem, 2012; Ubuz, 1999). Lack of students' conceptual knowledge causes students to make wrong generalizations and predictive solutions. For example, a student who does not fully understand the concept of the center of gravity may think of the center of gravity as the center where all the auxiliary elements of the triangle pass. In addition, students with a lack of conceptual knowledge cannot see the shape holistically and make sufficient discoveries for solutions, especially in geometry problems on the shape. One of the reasons for the difficulties that students have in geometry is that students comprehend geometry problems in a shape-oriented manner. It was observed that the students could not translate the verbally given formless questions into shape, conveyed them incorrectly, or passed without looking at all. In their study, Barut and Retnawati (2020) determined that in parallel with this result, students lacked visualization skills, could not understand geometry-related terms and symbols, and had appropriate reasoning deficiencies. In the study of Ayuningtyas, Mardiyana, and Pramudya (2019), it was revealed that students' geometric reasoning abilities were low. It can be said that the underlying reason is the lack of students' conceptual knowledge. Students with incomplete conceptual knowledge experience difficulties in the processes of "reasoning" and "visualization" and "creation". Therefore, students who cannot establish a chain link between these three processes cannot solve geometry problems and encounter learning difficulties (Duval, 1995).

Suggestions

The high rate of each learning disability obtained in the study shows that most of the students had difficulties in geometry. One of the biggest reasons for the learning difficulties encountered is the lack of basic geometric concept knowledge of the students. For this reason, it is recommended to learn and teach the conceptual information completely in the teaching. It is thought that learning the concepts well and establishing connections between various activities and concepts will increase the geometric thinking levels of the students. By giving importance to conceptual learning especially in primary and secondary schools, the geometric concept foundations of students should be laid firmly so that students do not encounter learning difficulties in the future. In addition, dynamic geometry software can be used effectively in geometry teaching, and various activities can be carried out to improve students' visualization, creation, and reasoning processes separately and to strengthen the relationships between these processes.

References

Açıkgül, K. & Arslaner, R. (2015). Öğretmen adaylarının kâğıt-kalem ve dinamik geometri yazılımı kullanarak geometrik yer problemlerini çözüm süreçlerinin incelenmesi. *Adıyaman Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü Dergisi, 8*(20), 468-512. https://doi.org/10.14520/adyusbd.96576

Akuysal, N. (2007). *İlköğretim 7. sınıf öğrencilerinin 7. sınıf ünitelerindeki geometrik kavramlardaki yanılgıları.* Yayımlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Selçuk Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Konya.

Altıntaş, E. & İlgün, Ş. (2017). Ortaokul matematik öğretmenlerinin geometride "Yükseklik" ve "Diklik merkezi" kavramına ilişkin kavram yanılgıları. *International Periodical for the Languages, Literature and History of Turkish or Turkic, 12*(29), 73-86. https://doi.org/10.7827/TurkishStudies.12532

Ayuningtyas, W., Mardiyana. & Pramudya, I. (2019). Analysis of student's geometry reasoning ability at senior high school. *The Sixth Seminar Nasional Pendidikan Matematika Universitas Ahmad Dahlan 2018, 1188*(2019) 012016. https://doi.org/10.1088/1742-6596/1188/1/012016

Ayvaz, Ü., Gündüz N. & Bozkuş, F. (2017). Understanding of prospective mathematics teachers of the concept of diagonal. *Journal on Mathematics Education, 8*(2), 165-184. https://doi.org/10.22342/jme.8.2.4102.165-184

Baran, S. (2011). *İlköğretim II. kademe öğrencilerinin üçgenler ve geometrik cisimler konusundaki kavram yanılgıları* (Yayımlanmamış Yüksek Lisans Tezi). Yüzüncü Yıl Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Van.

Barut, M. E. O. & Retnawati, H. (2020). Geometry learning in vocational high school: Investigating the students' difficulties and levels of thinking. *Ahmad Dahlan International Conference on Mathematics and Mathematics Education, 1613*(2020), 012058. https://doi.org/10.1088/1742-6596/1613/1/012058

Bingölbali, E. & Özmantar, M. F. (2014). *İlköğretimde matematiksel zorluklar ve çözüm önerileri (4. baskı).* Ankara: Pegem Akedemi.

Blanco, L. J. (2001). Errors in the teaching/learning of the basic concepts of geometry. *International Journal for Mathematics Teaching and Learning*.

Bütüner, S. Ö. (2017). Matematik öğretmen adaylarının geometri alan bilgilerinin belirlenmesi: açı, köşegen, yükseklik, dörtgen. *Amasya Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 6*(2), 501-530.

Büyüköztürk, Ş., Kılıç Çakmak, E., Akgün, Ö. E., Karadeniz, Ş. & Demirel, F. (2009). *Bilimsel araştırma yöntemleri* (9. baskı). Ankara: Pegem Akademi.

Chen, J., Liangfang, L. & Zhang, D. (2021). Students With Specific Difficulties in Geometry: Exploring the TIMSS 2011 Data With Plausible Values and Latent Profile Analysis. *Learning Disability Quarterly, 44*(1), 11–22. https://doi.org/10.1177/0731948720905099

Çiftci, O. & Tatar, E. (2014). Pergel-cetvel ve dinamik bir yazılım kullanımının başarıya etkilerinin karşılaştırılması. *Bilgisayar ve Eğitim Araştırmaları Dergisi, 2*(4), 111-133.

Çiftci, O. (2018). *Üçgenler konusundaki öğrenme güçlüklerinin belirlenerek önlenmesine yönelik tasarlanan teknoloji destekli işbirlikli öğrenme ortamının incelenmesi*. Yayımlanmamış Doktora Tezi, Atatürk Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Erzurum.

Duatepe, A. (2004). *The effects of drama based instruction on seventh grade students' geometry achievement, Van Hiele geometric thinking levels, attitude toward mathematics and geometry*. Yayımlanmamış Doktora Tezi, Orta Doğu Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Ankara.

Duval, R. (1995). Geometrical Pictures: Kinds of representation and specific processings. In. R. Sutherland & J. Mason (Eds.) *Exploiting mental imagery with computers in mathematics education* (pp. 142-156). Berlin: Springer.

Duval, R. (1998). Geometry from a cognitive point a view. In C. Mammana & V. Villani (Eds.), *Perspectives on the teaching of geometry for 21 st century* (pp. 37-52). Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

Erbaş, A. K., Çetinkaya, B. & Ersoy, Y. (2009). Öğrencilerin basit doğrusal denklemlerin çözümünde karşılaştıkları güçlükler ve kavram yanılgıları. *Eğitim ve Bilim, 34*(152), 30-43.

Erbaş, A. K., Çetinkaya, B., Güven, B., Karataş, İ. & Çınkır, Z. (Ed.) (2015). *Ortaöğretim matematik 9. sınıf ders kitabı: 2. kitap*. Ankara: Millî Eğitim Bakanlığı Yayınları.

Fahlberg-Stojanovska, L. & Stojanovski, V. (2009). GeoGebra—freedom to explore and learn. *Teaching Mathematics and Its Applications, 28*(2), 69-76. https://doi.org/10.1093/teamat/hrp003

Fischbein, E. (1993). The theory of figural concepts. *Educational Studies in Mathematics, 24*(2), 139-162.

Freeman, C. M. (2008). *Compass constructions: Activities for using a compass and straightedge*. Waco: Prufrock.

Gutierrez, A. & Jaime, A. (1999). Pre-service primary teachers' understanding of the concept of altitude of a triangle. *Journal of Mathematics Teacher of Education, 2*(3), 253-275.

Gül, B. (2014). *Ortaokul 8. sınıf öğrencilerinin üçgenler konusundaki matematik başarıları ile Van Hiele geometri düşünme düzeyleri ilişkilerinin incelenmesi.* Yayımlanmamış Yüksek lisans tezi, Gazi Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Ankara.

Gürefe, N. & Gültekin, S. H. (2016). Yükseklik kavramına dair öğrenci bilgilerinin incelenmesi. *Ahi Evran Üniversitesi Kırşehir Eğitim Fakültesi Dergisi, 17*(2), 429-450.

Gürefe, N., Yarar, S. H., Pazarbasi, B. N. & Es, H. (2014). Ortaokul 5. Sınıf öğrencilerinin yükseklik kavramını anlamalarında kavramsal değişim metinlerinin etkisi. *International Journal of Educational Studies in Mathematics, 1*(1), 58-68. https://doi.org/10.17278/ijesim.2014.01.005

Hershkowitz, R. (1987). The acquisition of concepts and misconceptions in basic geometry - or when "A little learning is dangerous thing". *Proceedings of the second international seminar on misconceptions and educational strategies in science and mathematics, 3*, 238-251.

Hoffer, A. (1981). Geometry is More Than Proof. *Mathematics Teacher*, *74*, 11-18.

İç, Ü. & Demirkol, T. (2008). Ortaöğretim öğrencilerinin üçgenler konusundaki temel hataları ve kavram yanılgıları. *E-Journal Of New World Sciences Academy, 3*(3), 445-454.

Kaplan, A. & Hızarcı, S. (2005). Matematik öğretmen adaylarının üçgen kavramı ile ilgili bilgi düzeyleri. *Kâzım Karabekir Eğitim Fakültesi Dergisi, 11*, 472-478.

Karakuş, Ö. (2008). *Bilgisayar destekli dönüşüm geometrisi öğretiminin öğrenci erişine etkisi* (Yayımlanmamış Yüksek lisans tezi). Osmangazi Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Eskişehir.

Karakuş, F. (2014). İlköğretim Matematik Öğretmeni Adaylarının Geometrik İnşa Etkinliklerine Yönelik Görüşleri. *Kuramsal Eğitimbilim Dergisi*, *7*(4), 408-435.

Karakuyu, E. & Bağcı, O. (2015). *Ortaöğretim matematik 9. sınıf ders kitabı.* Ankara: Millî Eğitim Bakanlığı Yayınları. Ankara: Dikey yayıncılık

Karpuz, Y., Koparan, T. & Güven, B. (2014). Geometride öğrencilerin şekil ve kavram bilgisi. *Türk Bilgisayar ve Matematik Eğitimi Dergisi*, *5*(2), 108-118.

Kılıç, H. (2013). Lise öğrencilerinin geometrik düşünme, problem çözme ve ispat becerileri. *Necatibey Eğitim Fakültesi Elektronik Fen ve Matematik Eğitimi Dergisi*, *7*(1), 222-241.

Küçükaydın, M. A. & Gökbulut, Y. (2013). Sınıf öğretmeni adaylarının geometrik cisimlerin tanımlanması ve açılımına ilişkin kavram yanılgıları. *Cumhuriyet International Journal of Education*, *2*(1), 102-117.

MEB, (2013). *Ortaöğretim matematik dersi (9, 10, 11 ve 12. sınıflar) öğretim programı*. Ankara.

MEB, (2017). *Ortaöğretim matematik dersi (9, 10, 11 ve 12. sınıflar) öğretim programı*. Ankara.

Merriam, S. B. (2013). *Nitel araştırma desen ve uygulama için bir rehber* (S. Turan, *çev. ed.*). Ankara: Nobel. (Çalışmanın orijinali 2009`da yayımlanmıştır.)

Napitupulu, B. (2001). *An exploration of students' understanding and Van Hiele levels of thinking on geometric constructions* (MSc thesis). Simon Fraser University Faculty of Education, Canada.

Öksüz, C. (2010). İlköğretim yedinci sınıf üstün yetenekli öğrencilerin "Nokta, doğru ve düzlem" konularındaki kavram yanılgıları. *İlköğretim-Online, 9*(2), 508-525.

Özerem, A. (2012). Misconceptions in geometry and suggested solutions for seventh grade students. *Procedia Social and Behavioral Sciences*, *55*(2012), 720–729. https://doi.org/10.1016/j.sbspro.2012.09.557

Özsoy, N. & Kemankaşlı N. (2004). Ortaöğretim öğrencilerinin çember konusundaki temel hataları ve kavram yanılgıları. *The Turkish Online Journal Of Educational Technology*, *3*(4), 140-147.

Patton, M. Q. (2014). *Nitel araştırma ve değerlendirme yöntemleri* (Çev: S. Çelik-F. Ö. Karataş,). Ankara: Pegem Akademi (2002).

Rasmussen, C. L. (1998). *Reform in differential equations: A case study of students' understandings and difficulties.* The Annual Meeting of American Educational Research Association, San Diego, CA.

Tall, D. & Razali, M. R. (1993). Diagnosing students' difficulties in learning mathematics. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology, 24*(2), 209–222. https://doi.org/10.1080/0020739930240206

Tatar, E. ve Dikici, R. (2008). Matematik eğitiminde öğrenme güçlükleri. *Mustafa Kemal Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü Dergisi, 5*(9), 183-193.

Tosun, N. (2019). *9. Sınıf Öğrencilerinin Açıortay Konusunda Matematiksel Düşünme Süreçlerinin İncelenmesi.* Yayımlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Balıkesir Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Balıkesir.

Türnüklü, E. & Ergin, A. S. (2016). 8. sınıf öğrencilerinin cisimleri görsel tanıma ve tanımlamaları: Cisim imgeleri. *İlköğretim Online, 15*(1), 40-52. https://doi.or/10.17051/io.2016.33489

Ubuz, B. (1999). 10. ve 11. sınıf öğrencilerinin temel geometri konularındaki hataları ve kavram yanılgıları. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 16-17*, 95-104.

Van de Walle, J. A., Karp, K. S. & Bay-Williams J. M. (2010). *Elementary and middle school mathematics: Teaching developmentally* (7th ed.). Boston: Pearson Education, Inc.

Yenilmez, K. & Yaşa, E. (2008). İlköğretim öğrencilerinin Geometrideki kavram yanılgıları. *Eğitim Fakültesi Dergisi, 21*(2), 461-483.

Yetkin, E. (2003). Student difficulties in learning elementary mathematics. *ERIC Clearinghouse for Science Mathematics and Environmental Education,* Columbus, OH, ED482727.

Yıldırım, A. & Şimşek, H. (2008). *Sosyal bilimlerde nitel araştırma yöntemleri* (7. baskı). Ankara: Seçkin Yayıncılık.

Zeybek, Z. (2013). Üçgen kavramı ve geometri tarihindeki yeri. İ. Ö. Zembat, M. F. Özmantar, E. Bingölbali, H. Şandır & A. Delice (Ed.), *Tanımları ve tarihsel gelişimleriyle matematiksel kavramlar,* (1. baskı, ss. 222-248). Ankara: Pegem Akademi.

KEFAD
http://kefad.ahievran.edu.tr

Ahi Evran Üniversitesi
Kırşehir Eğitim Fakültesi Dergisi

ISSN: 2147 - 1037

Investigation of Mathematics Teachers' Understanding of Domain of Geometric Reflection Based on Motion and Mapping Perspectives

Murat Akarsu
Kübra İler

Article Information

CrossMark

DOI: 10.29299/kefad.982478

Received: 13.08.2021
Revised: 24.11.2021
Accepted: 17.03.2022

Keywords:

Geometric Reflection,
Mathematics Teachers,
Domain,
Motion Perpsective,
Mapping Perspective

Abstract

The objective of this study is to reveal the perspectives of high school mathematics teachers in the domain of geometric reflection, to examine the transition processes from the motion perspective to the mapping perspective. The study was conducted with the participation of four high school mathematics teachers working in different private schools in Ankara during the summer term in 2021. The case study design was used in the research. Interviews were used as a data collection tool. The collected data were analyzed using APOS (action, process, object and schema) theory. Considering the findings of the study, while all four teachers initially had a motion perspective according to the domain of geometric reflection, three of the teachers still had a motion perspective, and only one teacher switched to the mapping perspective. Teachers only applied the geometric reflection to the shape while expressing the domain of geometric reflection. Factors such as the mathematical definition of the plane, the use of this definition in the geometric reflection, and the variety of shapes in the questions asked about geometric reflection (closed figure, open figure, points given inside and outside the figure) were effective in the transition from the motion perspective to the mapping perspective.

Matematik Öğretmenlerinin Yansıma Dönüşümünün Tanım Kümesini Hareket ve Eşleştirme Perspektiflerine Göre Anlamalarının İncelenmesi

Makale Bilgileri

CrossMark

DOI: 10.29299/kefad.982478

Yükleme: 13.08.2021
Düzeltme: 24.11.2021
Kabul: 17.03.2022

Anahtar Kelimeler:

Yansıma Dönüşümü,
Matematik Öğretmenleri,
Tanım Kümesi,
Hareket Perspektifi,
Eşleştirme Perspektifi

Öz

Bu çalışmanın amacı lise matematik öğretmenlerinin yansıma dönüşümü tanım kümesinde sahip oldukları perspektifleri ortaya çıkarmak, hareket perspektifinden eşleştirme perspektifine geçiş süreçlerini incelemek ve hareket veya eşleştirme perspektiflerine sahip olmalarının nedenlerini belirlemektir. Çalışma, 2020-2021 eğitim öğretim yılında yaz döneminde Ankara ilinde farklı özel okullarda görev yapan dört lise matematik öğretmeninin katılımıyla gerçekleştirilmiştir. Araştırmada nitel araştırma desenlerinden durum çalışması deseni kullanılmıştır. Veri toplama aracı olarak görüşmelerden yararlanılmıştır. Toplanan verilerin analizi APOS (eylem, süreç, nesne ve şema) teorisi kullanılarak analiz edilmiştir. Çalışmanın bulgularına göre, dört öğretmen de başlangıçta yansımanın tanım kümesi hareket perspektifine sahip iken, çalışma sonucunda üç öğretmenin yansımanın tanım kümesine göre hala hareket perspektifine sahip olduğu, yalnızca bir öğretmenin eşleştirme perspektifine geçiş sağladığı ortaya çıkarılmıştır. Öğretmenler yansımanın tanım kümesini ifade ederken yansıma dönüşümünü yalnızca şekle uyguladıklarını ifade etmeleri nedeniyle eşleştirme perspektifine geçiş sağlayamamışlardır. Hareket perspektifinden eşleştirme perspektifine geçişte düzlemin matematiksel olarak tanımlanması, bu tanımın yansıma dönüşümünde kullanılması, yansıma dönüşümü uygulamaları istenilen sorularda şekillerin çeşitliliği (kapalı şekil, açık şekil, şeklin içinde ve dışında verilen noktalar, simetri ekseninin iki tarafında da şekil ve noktaların verilmesi vb.) gibi etkenler etkili olmuştur.

Sorumlu Yazar : Murat Akarsu, Dr., Ağrı İbrahim Çeçen Üniversitesi, drmuratakarsu@gmail.com, ORCID ID: 0000- 0002- 5883-5911

Kübra İler, Lisans Öğr., TED Üniversitesi, kubra.iler@tedu.edu.tr, ORCID ID: 0000- 0002- 3052- 0256

Atıf için: Akarsu, M., & İler, K. (2022). Matematik öğretmenlerinin yansıma dönüşümünün tanım kümesini hareket ve eşleştirme perspektiflerine göre anlamalarının incelenmesi. *Kırşehir Eğitim Fakültesi Dergisi, 23*(Özel Sayı), 561-611.

Giriş

Son yıllarda yapılan araştırmalar ve yayınlanan raporlara göre, yansıma dönüşümü konusunun ilkokul, ortaokul ve lisede öğretilmesi önem arz etmektedir (Ada ve Kurtuluş, 2010; Akarsu, 2018; Hollebrands, 2003; Knuchel, 2004; Milli Eğitim Bakanlığı [MEB], 2010; Ulusal Matematik Öğretmenleri Konseyi [National Council of Teachers of Mathematics] [NCTM], 2000). Çünkü yansıma dönüşümü konusu matematiğin günlük yaşamdaki rolünü anlamada (Hollebrands, 2003; Yanık, 2014), bazı matematik konularını (örn: fonksiyon, eşlik ve benzerlik, simetri) kavramsal olarak öğrenmede (Akarsu; 2022; Flanagan, 2001; Yanık, 2006), öğrencilerin örüntüleri keşfetmelerini ve çıkarım yapmalarını sağlamada, uzamsal becerileri kazanmada (Yanık, 2011), matematik problemlerini analiz etmede (Aktaş ve Ünlü, 2017) ve nokta, düzlem, doğru parçası, tanım kümesi, değer kümesi tanımlarının kavramsal olarak öğrenilmesinde önemlidir (Akarsu, 2018).

Yansıma dönüşümü ile ilgili yapılmış çalışmalarda, öğretmen adaylarının yansıma dönüşümünü anlamada birtakım zorluklar yaşadıkları tespit edilmiştir (Akarsu, 2018; Son ve Sinclair, 2010; Yanık, 2006). Bu zorluklar; yansıma dönüşümünü matematiksel olarak tanımlama (Desmond, 1997; Hacısalihoğlu Karadeniz, Baran, Bozkuş ve Gündüz, 2015; MhLolo ve Schafer, 2014), verilen şeklin yansımasını alırken simetri ekseninin eşit uzaklık ve diklik özelliklerini kullanabilme (Akarsu, 2018; Hacısalihoğlu Karadeniz ve ark., 2015; Harper, 2002; Yanık, 2006), yansıma dönüşümünün tanım kümesini matematiksel olarak açıklayabilme ve kullanabilme (Akarsu, 2018; Yanık, 2006), figürü veya noktayı düzlemden bağımsız olarak düşünerek şeklin hareket ettiğini düşünebilme (Akarsu, 2018; Harper, 2002; Yanık, 2006), düzlemi matematiksel olarak tanımlayabilme ve bu tanımı yansıma dönüşümünde kullanabilmedir (Harper, 2002; Yanık, 2006).

Yapılan bu çalışmaların sonucunda, yansıma dönüşümünü kavramsal olarak anlamada iki önemli perspektifin olduğu vurgulanmıştır: hareket ve eşleştirme perspektifi (Hollebrands, 2003; Yanık, 2006). Hareket ve eşleştirme perspektiflerine göre, yansıma dönüşümünün kavramsal olarak anlaşılmasında yansımanın tanım kümesinin önemli bir rolü vardır (Akarsu, 2018; Flanagan, 2001; Yanık, 2006). Alan yazında öğretmen adaylarının, yansımanın tanım kümesi alt konseptini anlamada hareket perspektifine sahip olduğu vurgulanmaktadır. (Akarsu, 2022; Yanık, 2006). Yansıma dönüşümünün tanım kümesinin hareket perspektifi olarak anlaşılması matematiksel olarak kavram yanılgısıdır (Flanagan, 2001; Yanık, 2006). Dolayısıyla, yansıma dönüşümünün kavramsal olarak anlaşılmasında eşleştirme perspektifine sahip olunması önemlidir.

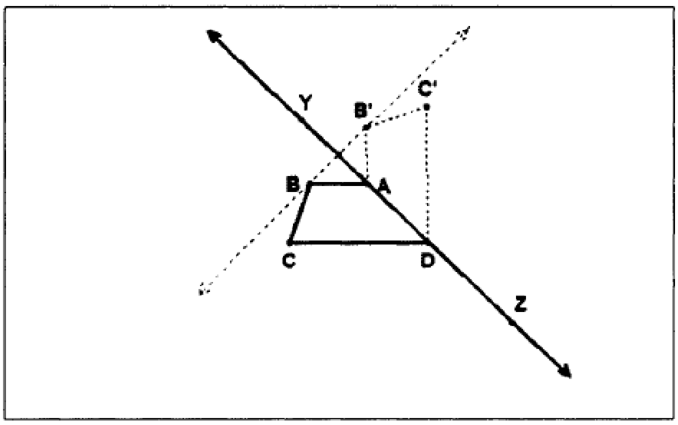
Alan yazında yansıma dönüşümü ile ilgili yapılan tanımlamalar incelendiğinde hareket perspektifine yönelik tanımların olduğu görülmektedir (Demir ve Kurtuluş, 2019; Köse, 2012). Yansıma dönüşümü hareket perspektifine yönelik tanımlardan biri, verilen bir şeklin simetri eksenine göre çevrilmesi ve şeklin ilk haline göre ters bir görüntü elde edilebilmesi için şekillerin düzlem üzerindeki hareketi olarak gösterilebilir (MEB, 2018). Diğer yandan alan yazında yansıma dönüşümü eşleştirme perspektifine yönelik olarak, düzlem üzerinde bulunan tüm noktaları eşit uzaklık ve diklik özelliklerini koruyarak yine aynı düzlem üzerinde noktalara dönüştüren birebir ve örten bir fonksiyon şeklinde tanımlanmaktadır (Coxford, 1973; Martin, 1982; Zembat, 2007). Hareket ve eşleştirme perspektiflerine yönelik verilen tanımlamalar incelendiğinde, hareket perspektifine yönelik kullanılan tanımlamada "şekillerin düzlem üzerindeki hareketi", "şekillerin ters çevrilmesi" gibi yansıma dönüşümü hakkında kavram yanılgılarına yol açabilecek ifadelere yer verilirken, eşleştirme perspektifine yönelik kullanılan tanımlamada düzlem üzerinde bulunan tüm noktaların karşılıklı olarak hareket etmesi yerine birebir ve örten şekilde yansıması gerektiği ifadeleri kullanılır.

Önceki çalışmalar matematik öğretmen adaylarının yansıma dönüşümünü anlamadaki zorlukları açıklamaya odaklanmış olsa da matematik öğretmenlerinin yansıma dönüşümünü anlamalarındaki gelişimi inceleyen çalışma yoktur. Bu çalışmanın amacı, matematik öğretmenlerinin yansıma dönüşümünü tanım kümesi alt konseptine göre anlamada hangi perspektife sahip olduğunu inceleyerek, eğer hareket perspektifine sahiplerse, hareket perspektifinden eşleştirme perspektifine geçiş sürecinin nasıl olması gerektiğini ortaya çıkarmaktır.

Öğretmen Adaylarının Yansıma Dönüşümünün Tanım Kümesi Alt Konseptini Hareket ve Eşleştirme Perspektifine Göre Anlaması

Matematik öğretmenlerinin yansıma dönüşümünü anlamaları ile ilgili çalışma yapılmamış olduğundan, öğretmen adayları ile yapılan çalışmalardan çıkarımlar yapılarak matematik öğretmenlerinin yansıma dönüşümünü anlamaları yorumlanacaktır.

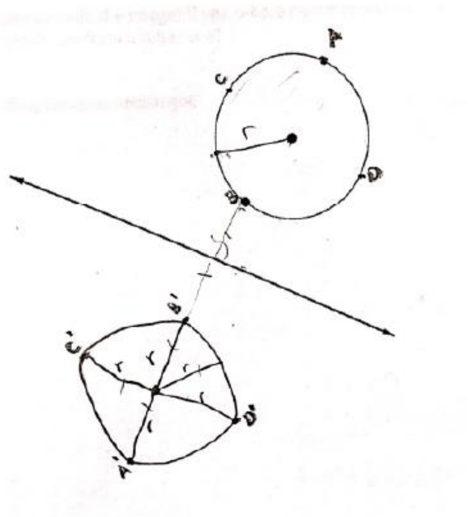
Alanyazında yapılan çalışmalar öğretmen adaylarının yansımanın tanım kümesi alt konseptinde hareket perspektifine sahip olduğunu göstermiştir (Akarsu, 2018; Harper, 2002; Yanık, 2006). Yansımanın tanım kümesi hareket perspektifine sahip öğretmen adayları düzlem üzerindeki tüm noktalar yerine sadece verilen figüre veya noktalara yansıma dönüşümünü uygulamışlardır. Örneğin, Yanık (2006) öğretmen adaylarından biriyle gerçekleştirdiği mülakat sürecinde bir ABCD yamuğunu yansıtmasını istemiştir (Bkz. Şekil 1). Öğretmen adayı sadece yamuğun köşe noktalarını ve kenarlarını seçerek yansıma dönüşümünü tamamlamıştır. Yanık, köşe noktaları ve kenarlar dışında herhangi bir şey yansıttın mı diye sorduğunda, öğretmen adayı "hayır" cevabını vermiştir. Öğretmen adayı yansıma dönüşümünü uygularken düzlemdeki sonsuz noktanın yansıtılması gerektiğini ifade etmesi yerine sadece verilen şekli ve şekil üzerinde belirlenen noktaları yansıttığını ifade ettiği için yansımanın tanım kümesi hareket perspektifine sahiptir.



Şekil 1. Öğretmen adayının yansıma dönüşümünü yamuğa uygulaması *(s. 98)*

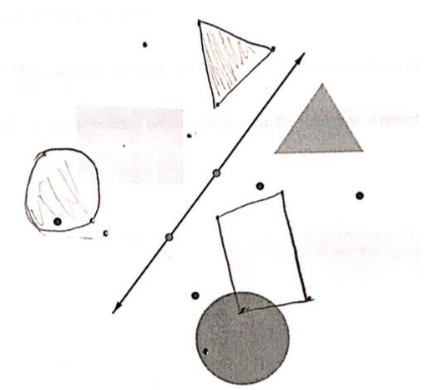
Harper (2002) çalışmasında, dört sınıf öğretmeni adayı ile geometrik dönüşümler konusunda var olan bilgileri ve gelişimleri hakkında gerçekleştirdiği çalışmasında dinamik geometri yazılımı ortamında (The Geometer's Sketchpad) öğretmen adaylarının gelişimlerini analiz etmiştir. Yansıma dönüşümü hakkındaki yaptığı mülakatlardan elde ettiği sonuçlar doğrultusunda 4 öğretmen adayının da yansıtmaları gereken alanı (tanım kümesi) ifade etmekte zorluk yaşadıklarını belirlemiştir. Öğretmen adayları yansıma dönüşümünü uygularken sadece verilen şeklin yansımasını almışlar, şekli düzlemden bağımsız olarak düşünmüşler ve düzlem üzerinde başka hiçbir noktaya yansıma dönüşümü uygulamaları gerektiğini ifade etmemişlerdir. Yansıma dönüşümü uygulanırken düzlemdeki bütün noktaların yansıtılması yerine, yalnızca verilen şekli yansıttıkları için dört öğretmen adayı da yansımanın tanım kümesi hareket perspektifine sahiptir.

Akarsu (2018) ise dört matematik öğretmen adayının yansıma dönüşümünü hareket ve eşleştirme perspektiflerine göre nasıl anladıklarını mülakatlar yaparak incelemiştir. İlk mülakatta dört öğretmen adayı da yansımanın tanım kümesini anlamada hareket perspektifine sahip oldukları görülmüştür. Dördüncü mülakat sonunda dört öğretmen adayı da yansımanın tanım kümesini anlamada eşleştirme perspektifine sahip olmuşlardır. Görüşmeler süresince yansıtılacak şekillerin çember, açık şekil, şeklin içinde ve dışında verilen noktalar ve simetri ekseninin her iki tarafında şekil ve noktalar verilmesi öğretmen adaylarının yansıma dönüşümünü sadece verilen şekil veya noktalara değil düzlemdeki bütün noktalara uygulamaları gerektiğini anlamada yardımcı olmuştur. Örneğin, İkinci mülakatta öğretmen adayına bir çember verilerek yansıma dönüşümü uygulaması istenmiştir (Bkz. Şekil 2). Öğretmen adayı çember üzerinde birkaç nokta belirleyerek, simetri eksenine göre yansımasını alarak ve noktaları birleştirerek yansıma dönüşümünü tamamlamıştır. Öğretmen adayı "Çember üzerindeki noktalar dışında başka bir nokta yansıttın mı?" sorusuna, çemberin içindeki merkez noktasını düşünerek, aynı zamanda çemberin içerisinde sonsuz noktayı da yansıttığını" belirtmiştir. Çemberin içerisindeki merkez noktası öğretmen adayını yansıma dönüşümünü uygularken verilen şekillerin içerisindeki sonsuz noktanın da yansıtılması gerektiğini düşünmesine yardımcı olmuştur.



Şekil 2. Öğretmen adayının yansıma dönüşümünü çembere uygulaması *(s. 69)*

Akarsu (2018) dördüncü mülakatta ise öğretmen adayından düzlem üzerinde karşılıklı iki bölgede de bulunan şekillere ve noktalara yansıma dönüşümü uygulamasını istemiştir (Bkz. Şekil 3). Buradaki amaç simetri ekseninin sol tarafındaki sonsuz noktanın simetri ekseninin sağ tarafına, simetri ekseninin sağ tarafındaki sonsuz noktanın da simetri ekseninin sol tarafına yansıtılması gerektiğini düşünmelerini sağlamaktır. Diğer bir ifadeyle, yansıma dönüşümünün simetri ekseninin her iki tarafına uygulanması gerektiğinin anlaşılması amacı ile bu soru sorulmuştur. Öğretmen adayı verilen şekilleri ve noktaları kullanarak simetri eksenine göre yansıma dönüşümünü tamamlamıştır. Öğretmen adayı "Düzlem üzerinde hangi noktaları yansıttın?" sorusuna "Düzlem üzerinde bulunan bütün noktaları karşılıklı olarak yansıttığını" belirtmiştir. Düzlem üzerinde karşılıklı bölgelerde verilen şekiller ve noktalar öğretmen adayının düzlem üzerindeki tüm noktaların yansıması gerektiğini düşündürmüştür.



Şekil 3. Öğretmen adayının düzlem üzerinde karşılıklı bölgelerde bulunan şekillere ve noktalara yansıma dönüşümü uygulaması *(s. 75)*

Yapılan çalışmalarda öğretmen adaylarına uygulanan mülakatlar sayesinde bazı öğretmen adayları yansımanın tanım kümesi hareket perspektifinden eşleştirme perspektifine geçişi sağlamış olsalar da, bazı öğretmen adayları hala hareket perspektifinde kalmıştır. Bu çalışmada, Akarsu (2018)'in geliştirdiği görüşme soruları matematik öğretmenlerine uygulanarak, yansıma dönüşümünü anlamadaki perspektifleri belirlenerek, eğer hareket perspektifine sahiplerse, hareket perspektifinden eşleştirme perspektifine geçiş süreleri APOS teorisi ile incelenmiştir.

APOS Teorisi

Eylem, süreç, nesne ve şema (Action, Process, Object and Schema) (APOS) teorisi, matematiksel kavramların birey tarafından zihinde nasıl yapılandırıldığını ve bireyin kavramı nasıl anlayıp ifade ettiğini ortaya çıkaran bir modeldir (Dubinsky, 1991). APOS teorisi dört yapıdan oluşur ve bu yapılar 'aşama' olarak adlandırılan bir zihinsel yapı modelidir. Bu zihinsel yapılar sırasıyla "eylem, süreç, nesne ve şema"dır. Bu çalışmada, öğretmenlerin yansıma dönüşümü tanım kümesinde sahip oldukları zihinsel yapılarını ve gelişimlerini (hareket perspektifine mi, eşleşme perspektifine mi sahip olduklarını ya da hareket perspektifinden eşleşme perspektifine geçiş aşamalarındaki değişimlerini) incelemek için APOS teorisinden faydalanılmıştır.

Bireyler için bir matematiksel kavramın zihinde daha anlamlı bir hale gelmesi, zihinsel yapılar arasında kurulan bağlantılarla doğru orantı göstermektedir. Kurulan bağlantılar bireylerin zihninde şemaları oluşturur ve bu şemalar kavram hakkındaki matematiksel durumların anlam kazanmasına yardım eder (Arnon ve diğerleri, 2014). Yansıma dönüşümü tanım kümesi alt konseptinde, öğretmenlerin hareket perspektifinden eşleşme perspektifine geçişlerini ortaya çıkarmak için eylem (action) ve süreç (process) zihinsel yapılarına sahip olmaları yeterlidir (Akarsu, 2018; Yanık, 2006). Dolayısıyla, bu çalışmada eylem ve süreç zihinsel yapılarının kullanılması yeterli olacaktır. Çalışmada nesne (object) ve şema (schema) zihinsel yapıları kullanılmayacaktır.

Eylem zihinsel yapısı, bir matematiksel kavramın anlamlandırılması için yapılan ilk dönüştürme işlemidir. Eylem zihinsel yapısına sahip bir birey için dışsal bir yardım olmadan o kavrama dair herhangi bir dönüşüm yapmak mümkün değildir. Dışsal yardımlar kavramla ilgili formül, ipucu ve benzer örnekler olabilir (Oktaç ve Çetin, 2016). Dışsal bir yardım olmadan dönüşüm yapılamadığı için, uygulanan dönüşümlerin de zihinde canlandırılması mümkün olmaz. Dönüşüm uygulayan birey her adımı açıkça gerçekleştirmek zorundadır. Yansıma dönüşümünün tanım kümesi anlamada eylem zihinsel yapısına sahip olan bir birey yansımanın tanım kümesini, sadece belirtilen şekil ya da noktalar olduğunu düşünür ve sadece bu şekle veya noktaya dönüşüm uygular. Örneğin öğretmen adaylarından düzlem üzerinde bulunan bir figüre yansıma dönüşümü uygulamaları istendiğinde öğretmen adayları sadece figüre ait noktaları yansıttıklarını ifade ederler.

Süreç zihinsel yapısı, eylemin sürekli tekrarlanarak ya da başka eylemlerle bağlantı kurularak içselleştirilmesi sonucu matematiksel kavramın anlamlandırılmış halidir. Eylem zihinsel yapısındaki ve süreç zihinsel yapısındaki matematiksel kavramda anlamsal olarak bir farklılık yoktur. Eylem zihinsel yapısındaki bir birey dönüşümü gerçekleştirmek için sürekli dışsal ipuçlarına ihtiyaç duyarken, süreç zihinsel yapısındaki bir bireyin dışsal yardıma ihtiyacı yoktur. Birey eylemi tekrarlayarak içselleştirmiştir ve yaptığı dönüşümlerin bilincinde olarak zihninde formüllere ya da diğer ipuçlarına ihtiyaç duymadan canlandırabilir. Bireyler eylem zihinsel yapısında her adımı gerçekleştirmek zorunda iken, süreç zihinsel yapısında her adımı gerçekleştirmek zorunda değildir (Dubinsky, 1991). Yansıma dönüşümünün tanım kümesi anlamada süreç zihinsel yapısına sahip olan bir birey yansımanın tanım kümesini sadece verilen şekil veya nokta olarak değil, düzlem üzerindeki tüm noktaların yansıması olarak düşünür ve ifade eder.

Literatürde APOS teorisi çerçevesini kullanarak öğretmen adaylarının geometrik dönüşümleri nasıl anladıklarını ve zihinsel yapılarını ortaya çıkaran çalışmalar vardır (Akarsu 2018; Yanık, 2006). Akarsu (2018) yaptığı çalışmasıyla öğretmen adaylarının geometrik yansımada zihinsel yapılarının hareket perspektifinden eşleşme perspektifine nasıl geçtiklerini ve hangi faktörlerin bu dönüşümde etken olduğunu ortaya çıkarmıştır. Öğretmenlerin geometrik yansımada zihinsel yapılarını APOS teorisi çerçevesi ile incelendiği bir çalışma bulunmamaktadır. Bu çalışma öğretmenlerin yansıma dönüşümü tanım kümesini anlamada sahip oldukları perspektifleri nedenleri ile belirleyerek, hareket perspektifinden eşleşme perspektifine nasıl geçtiklerini eylem ve süreç zihinsel yapılarını kullanarak ortaya çıkarmaktır. Bu amaç doğrultusunda aşağıdaki sorulara cevap aranmıştır.

1- Lise matematik öğretmenleri yansıma dönüşümünün tanım kümesi alt konseptini anlamada hangi perspektife sahiptirler?

2- Lise matematik öğretmenlerinin hareket veya eşleştirme perspektifine sahip olmalarının nedenleri nelerdir?

Yöntem

Araştırma Deseni

Bu çalışmada, matematik öğretmenlerinin yansıma dönüşümü tanım kümesi alt konseptini anlamada hangi perspektife sahip olduklarını belirlenmesi ve hareket perspektifinden eşleştirme perspektifine geçiş süreçlerini derinlemesine analiz edilmesi ihtiyacından dolayı nitel araştırma desenlerinden biri olan durum çalışması deseni kullanılmıştır. Durum çalışmaları, araştırmacının çalışmaya müdahalesi olmadan çalışılan durum üzerinde 'nasıl' ve 'neden' sorularına cevap bulmak için kullanılan bir desendir (Yıldırım ve Şimşek, 2011; Yin, 2009). Her bir öğretmenin sahip olduğu perspektif (hareket ve eşleştirme perspektifleri); mesleki deneyim süresi, öğretmen hazırlık programlarında aldıkları bilgi ve becerileri ve derslerinde matematik konularını öğretme stratejileri gibi farklı parametrelere bağlı olarak değişkenlik gösterebilir. Bu farklılıkları tespit etmek ve nedenlerini ortaya çıkarmak için matematik öğretmenleri ile yarı yapılandırılmış görüşmeler gerçekleştirilmiştir. Görüşme kişilerin durumlara bakış açılarını, duygularını, deneyimlerini ve düşünce yapılarını ortaya çıkarmada önemli bir veri toplama aracıdır (Merriam, 2013). Bu araştırmada matematik öğretmenlerinin yansıma dönüşümün tanım kümesi alt konseptinde hareket perspektifine mi, eşleştirme perspektifine mi sahip olduklarını belirlemek, bu perspektiflere sahip olmalarının nedenlerini açıklamak ve hareket perspektifinden eşleştirme perspektifine geçiş sürecinin nasıl olması gerektiğini ortaya çıkarmak için öğretmenlerle görüşmeler yapılmıştır.

Çalışma Grubu

Bu araştırmada çalışma grubunun tamamını Ankara ilinde MEB'e bağlı farklı özel okullarda görev yapan hepsi farklı üniversitelerden mezun olmuş ikisi kadın, ikisi erkek olmak üzere toplamda dört lise matematik öğretmeni oluşturmuştur. Çalışmanın katılımcılarının belirlenmesinde, araştırma sürecinin hızlı ve pratik bir biçimde tamamlanabilmesi için kolay ulaşılabilir durum örneklemesi kullanılmıştır (Patton, 1987). Katılımcılar, çalışmanın araştırmacıları tarafından görüşmelerin uygun, hızlı ve pratik biçimde yapılabilmesi amacıyla belirlenmiştir. Matematik öğretmenlerinin mesleki deneyim süreleri en az iki, en fazla yirmi yıldır. Çalışma grubunda yer alan öğretmenlerin isimleri çalışmanın etiği açısından gizli tutularak Zeynep, Betül, Okan ve Mehmet olarak kodlanmıştır. Çalışma grubunu oluşturan matematik öğretmenlerine ait cinsiyet, yaş ve mesleki deneyim sürelerine ait demografik dağılım bilgileri Tablo 1' de belirtilmiştir.

Tablo 1. *Matematik öğretmenlerine ait demografik özellikler*

Katılımcılar	Cinsiyet	Yaş	Mesleki deneyim süresi (yıl)
Zeynep	K	26	2
Betül	K	33	9
Okan	E	39	16
Mehmet	E	44	20

Çalışma grubunu oluşturan öğretmenlerin çalışmaya katılımları tamamen gönüllülük esasına dayandırılmıştır. Çalışma grubunu oluşturan kadın öğretmenlerden birisi fen edebiyat fakültesi matematik bölümü mezunu olduktan sonra pedagojik formasyon eğitimi alarak mesleğe başlamış, diğer kadın öğretmen ise matematik öğretmenliği bölümü mezunu olup lisansüstü eğitime başlamasına rağmen birinci yıl sonunda lisansüstü eğitimi bırakarak tamamen öğretmenliğe yönelmek amacıyla özel bir okulda göreve başlamıştır. Çalışmaya katılan erkek öğretmenlerden biri fen edebiyat fakültesi matematik bölümü mezunu olup lisansüstü eğitimini tamamlayarak matematik öğretmenliği mesleğine başlamış, diğer erkek öğretmen ise fen edebiyat fakültesi matematik bölümü mezunu olduktan sonra pedagojik formasyon eğitimi alarak mesleğe başlamıştır. Çalışma grubunda cinsiyet dağılımı belirli bir kriter olmadan bağımsız olarak belirlenmiştir.

Veri Toplama Araçları

Nitel araştırma yönteminden yararlanılan bu çalışmada veri toplama aracı olarak görüşmelerden yararlanılmıştır. Görüşme soruları, araştırmacının doktora tezi görüşme soruları (Akarsu, 2018) dikkate alınarak matematik öğretmenlerinin yansıma dönüşümü tanım kümesi alt konseptinde sahip oldukları perspektiflerin ortaya çıkarılması, bu perspektiflere sahip olmalarının nedenleri ve hareket perspektifinden eşleştirme perspektifine geçiş sürecinde hangi zihinsel yapıların oluşturulduğunun belirlenmesi amacıyla derinlemesine veri elde edebilmek için oluşturulmuştur. Görüşmelerde öğretmenlere sorulması planlanan soruların, çalışmanın amacına uygun olup olmadığının belirlenebilmesi, soruların açık bir dille yazılıp yazılmadığının anlaşılması ve tekrara düşmemek için gereksiz soru kullanımından kaçınılmasına yönelik uzman görüşü alınarak içerik-kapsam geçerliliğine bakılmıştır. Uzmanlardan gelen geri dönütler doğrultusunda gerekli düzenlemeler yapılarak (bazı soruların sırası değiştirildi, bazı sorular çıkarıldı) çalışmada yer alan dört lise matematik öğretmenine yöneltilmiştir. Bu çalışmada araştırmanın amacına uygun şekilde hazırlanmış olarak bir tanesi kişisel tanıma görüşmesi, üç tanesi yansıma dönüşümüne yönelik olmak üzere toplamda dört adet yarı yapılandırılmış görüşme kullanılmıştır. İlk görüşmede öğretmenlerin kişisel bilgilerinin tanımlanması (örn: mesleki deneyim süresi, eğitimsel amaçları, matematik alt yapısı, sınıf yönetimi, yansıma dönüşümü hakkında bildiği kavramların tanımları) amaçlanmıştır. İkinci mülakattan itibaren dördüncü mülakatın sonuna kadar öğretmenlerin yansıma dönüşümü hakkında sahip oldukları perspektifleri ortaya çıkarmak amacıyla sorular hazırlanmıştır. Hazırlanan mülakatlar, öğretmenlere yöneltilen sorulara yazarak ya da çizerek uygulamalı şekilde göstermelerine imkan verecek şekilde oluşturulmuştur. Mülakatların soru dizilimi, katılımcının her sayfada bir soru görmesini ve yalnızca o soruya odaklanarak diğer soruları görmeden cevap vermesi sağlanacak şekilde düzenlenmiştir. Her bir görüşmede hazırlanan sorular, araştırmanın amacı doğrultusunda kapsamlı bir gözlem yapmak adına özenle oluşturulmuş farklı soru tiplerini içermektedir. Mülakatlar süresince çalışma grubunu oluşturan öğretmenlere araştırmacılar tarafından yöneltilen soru tipleri örnekleri Tablo 2'de belirtilmiştir.

Tablo 2. *Matematik öğretmenlerine yöneltilen örnek görüşme soruları*

Kişisel bilgileri tanımlamaya yönelik sorular

- Kendinden biraz bahseder misiniz? (İsim, soy isim, hangi okuldan mezun, kaç yıllık öğretmen, alanı)
- Öğretmen olmaya nasıl karar verdiniz?
- Kendiniz için ve öğrencileriniz için eğitimsel amaçlarınız nelerdir?
- Kendinizi bir matematik öğretmeni olarak nasıl anlatırsınız, ders işleme şekliniz nedir?
- Bir matematik konusunun sınıf ortamında anlaşılıp anlaşılmadığını nasıl tanımlarsınız?
- Geometri derslerine giriyor musunuz? Evet ise, dersinizde yansıma dönüşümünü anlattınız mı? En son ne zaman anlattınız? Konuya dair deneyimlerinizi veya hatırladıklarınızı açıklar mısınız?
- Yansıma dönüşümü hakkında ne öğretiyorsunuz?
- Kendi kelimelerinizi kullanarak ya da çizerek; geometrik yansımayı, simetri eksenini, noktayı, çizgiyi ve uzayı tanımlar mısınız?
- Yansıma dönüşümü ile ilgili özelliklerden bahseder misiniz? Ya da formüller var ise açıklar mısınız?

Yansıma dönüşümünde sahip oldukları perspektifi ortaya çıkarmaya yönelik sorulan sorular

- Bu bir yansıma mıdır?
- Verilen şekillere göre simetri eksenini bulur musunuz?
- Simetri ekseni, nokta ve düzlemi tanımlar mısınız?
- Yansıma dönüşümünü nasıl yaptığınızı açıklar mısınız?
- Yansıma dönüşümünü tanımlar mısınız?
- Simetri eksenini aşağı ya da yukarı kaydırdığımda ne gibi değişiklikler olur?
- Yansıma dönüşümü yapabilmek için hangi bilgilere ihtiyaç vardır?
- Yansıma dönüşümünü yaparken neyi yansıttınız?
- Bu noktalar dışında başka bir nokta yansıttınız mı? Evet ise bunlar nelerdir?

Veri Toplama Süreci

Veri toplama sürecinde öğretmenlerle gerçekleştirilen mülakatların tamamı Covid 19 pandemi tedbirleri dikkate alınarak yüz yüze yapılmıştır. Her biri Ankara ilinde yaşayan öğretmenler ile ayrı ayrı görüşmek üzere, onların ders programlarına uyan bir takvim oluşturulmuştur. Uygulama sürecinde, hazırlanan görüşmelerin her biri farklı günlerde öğretmenlere uygulanmıştır. Görüşmeleri gerçekleştirmek için mekân olarak öğretmenlerin görev yaptıkları okullar tercih edilmiştir. Görüşme sürecinde öğretmenlerin izni ve rızası alınarak araştırmacı tarafından ses kayıt cihazı ile ses kaydı ve video kamera ile video kaydı alınmıştır. Gerçekleştirilen her bir görüşme en az yirmi beş en fazla altmış dakikalık zaman diliminde yapılmıştır. Bir öğretmen ile gerçekleştirilen mülakatların sıklığı en fazla dört gün aralıklı olarak planlanmış ve uygulanmıştır. Görüşmeler bir araştırmacı tarafından gerçekleştirilmiştir. Görüşme sürecinde araştırmacı katılımcı ile gün içerisinde bir araya gelmiş, görüşmeyi öğretmene sunmuş ve soruları öğretmene yönelterek cevaplamasını ve gerekli olduğu yerlerde çizimle uygulamasını istemiştir. Veri toplama süreci tamamlandığında ses ve video kayıtları çalışmanın araştırmacıları tarafından transkript edilerek analiz süreci için hazır duruma getirilmiştir.

Toplanan Verilerin Analizi

Çalışmanın veri analizi, öğretmenlerle görüşmeler süresince uygulanan yarı yapılandırılmış mülakat dokümanlarından, video ve ses kayıtlarından yararlanılarak yapılmıştır. Mülakatlardan elde edilen ses ve video kayıtları transkript yöntemi ile bilgisayar ortamına kaydedilmiştir. Toplanan bütün veriler transkript edildikten sonra, çalışmaya katılan öğretmenlerin görüşme süresince kendilerine yöneltilen sorulara çizimler, sözel olarak verdikleri yanıtlar ve ses kayıtlarındaki ifadelerinden yola çıkılarak hipotezlere dayalı bir kodlama yapılması planlanmıştır. Kodlama süresince öğretmenlerin sahip oldukları perspektifler, bu perspektiflere sahip olma sebepleri ve hareket perspektifinden eşleştirme perspektifine geçiş süreçlerindeki gelişimleri ortaya çıkarılmıştır. Bu çalışmada veri analizi sürecinde APOS teorisi kapsamında eylem (action) ve süreç (process) zihinsel yapıları kullanılarak öğretmenlerin yansıma dönüşümü tanım kümesinde gösterdikleri zihinsel gelişim süreçleri kodlamalar yoluyla ortaya çıkarılmıştır. Kodlama sürecinde, doğru bilgilere ulaşabilmek ve doğru analizleri yapabilmek adına iki araştırmacı tarafından ayrı ayrı kodlamalar yapılmıştır. Daha sonra yapılan kodlamalar birbiri ile karşılaştırılmıştır. Farklılıklar varsa tartışılarak verilerin analizine ait kodlamalara son şeklin verilmesi sağlanmıştır. Örnek kodlama Tablo 3'te verilmiştir.

Tablo 3. *Örnek kodlama*

Kod	Örnek katılımcı cevabı	Yorumlama
Yansımanın tanım kümesi eylem zihinsel yapısı	**A:** Verilen şeklin [bir doğru parçası, doğru parçası üzerinde ve doğru parçası dışında verilen bir nokta] ve noktanın yansımasını tamamladıktan sonra, düzlem üzerinde neyi yansıttığını açıklar mısın? **M:** Şeklin bütününe baktığımda, bir doğru parçası ve iki nokta görüyorum. Ben burada doğru parçasını ve iki noktayı yansıttım. **A:** Bu noktalar dışında başka bir nokta yansıttın mı? **M:** Hayır yansıtmadım.	Öğretmenin verdiği yanıta göre, kendisi bu soruda düzlemin yalnızca bir yarısından (şeklin ve noktaların olduğu yarı düzlem) diğer yarısına yansıma yaptığını düşünmektedir. Aynı zamanda öğretmen düzlemin sonsuz noktadan oluştuğunun farkında değildir. Yansımanın tanım kümesini yalnızca verilen şekil (doğru parçası) ve iki nokta olduğunu belirtmiştir. Öğretmen burada yansımanın tanım kümesi eylem zihinsel yapısına yani hareket perspektifine sahiptir.
Yansımanın tanım kümesi süreç zihinsel yapısı	**A:** Verilen şekillerin ve noktaların [Düzlemin sağında üçgensel ve dairesel bölge, solunda dikdörtgensel bölge, simetri ekseni üzerinde iki nokta] yansımasını tamamladıktan sonra, düzlem üzerinde neyi yansıttığını açıklar mısın? **M:** Tüm düzlemi karşılıklı olarak yansıttık. Yansımanın yalnızca düzlemin tek tarafında (düzlemin yarısından bahsediyor) gerçekleştiğini, düzlemin diğer yarısının boş olduğunu düşünürüz fakat boş değildir. İki düzlem parçası da sonsuz noktadan oluşur ve biz bu tüm noktaların tamamını yansıtmış oluruz. Tüm noktaları uygun şekilde diğer bölgeye taşıyoruz.	Görüşme sırasında öğretmenin yanıtına göre, her iki yarım düzlem üzerinde karşılıklı verilen şekilleri gördüğünde, her iki düzlem parçasının da sonsuz noktalardan oluştuğunu, her iki yarım düzleminde karşılıklı olarak yansıması gerektiğini belirtmiştir. Öğretmen burada yansımanın tanım kümesi süreç zihinsel yapısına yani eşleştirme perspektifine geçiş yapmıştır.

Araştırmanın Etik İzinleri

Yapılan bu çalışmada "Yükseköğretim Kurumları Bilimsel Araştırma ve Yayın Etiği Yönergesi" kapsamında uyulması belirtilen tüm kurallara uyulmuştur. Yönergenin ikinci bölümü olan "Bilimsel Araştırma ve Yayın Etiğine Aykırı Eylemler" başlığı altında belirtilen eylemlerden hiçbiri gerçekleştirilmemiştir.

Etik kurul izin bilgileri:

Etik değerlendirmeyi yapan kurul adı = Ağrı İbrahim Çeçen Üniversitesi Bilimsel Araştırmalar Etik Kurulu

Etik değerlendirme kararının tarihi= 08.09.2021

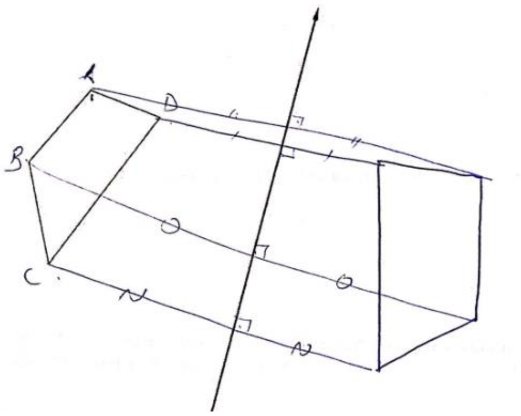
Etik değerlendirme belgesi sayı numarası= 214

Bulgular

Tanım kümesinin düzlemdeki sonsuz noktalardan oluştuğunun bilinmesi yansıma dönüşümünü kavramsal olarak anlamada ve uygulamada önemli bir konsepttir. Öğretmenler ile yapılan görüşmelerin sonucunda yansıma dönüşümünü anlamada üç farklı anlayış ortaya çıkmıştır: (1) yansıma dönüşümü tanım kümesinin sadece verilen şekil ve noktalar olarak anlaşılması, (2) yansıma dönüşümü tanım kümesinin verilen şekil ve noktalar dışında şeklin iç ve dış noktaları olarak anlaşılması (3) yansıma dönüşümü tanım kümesinin düzlemdeki bütün noktalar olarak anlaşılması

Yansıma dönüşümü tanım kümesinin sadece verilen şekil ve noktalar olarak anlaşılması

Öğretmenler ile yapılan ilk görüşmede, dört öğretmenin de yansımanın tanım kümesini anlamada eylem zihinsel yapısına sahip olduğu ortaya çıkmıştır. Yani dört öğretmen de yansıma dönüşümünü uygularken verilen şekle ve noktalara uygulayarak şeklin içini ve dışını boş olarak düşünmüşlerdir. Örneğin, öğretmenlere bir ABCD yamuğu verilip eğik simetri eksenine göre yansıma dönüşümü uygulamaları istenmiştir (Bkz. Şekil 4).



Şekil 4. Birinci görüşme örnek yansıma dönüşümü

İlk olarak, dört öğretmen de dörtgenin köşe noktalarını seçerek simetri eksenine göre yansımalarını almışlardır. Daha sonra noktaları birleştirerek yansıma dönüşümünü tamamlamışlardır. Yansıma dönüşümünü yaparken düzlem üzerinde neyi yansıttın sorusuna, öğretmenlerin cevapları aşağıdaki gibi olmuştur (Bkz. Tablo 4).

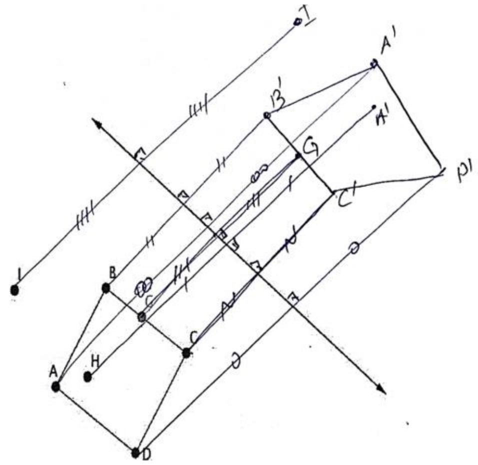
Tablo 4. *Örnek kodlama*

Zeynep	Betül	Okan	Mehmet
Z: Dörtgeni yansıttım, bu bir yamuk yamuğu yansıttım. **A**: Dörtgen haricinde başka bir nokta yansıttınız mı? **Z:** Dik uzaklıkları, kenarları, köşeleri. Bu kadar.	**B:** Düzlem üzerinde yine şeklin önce köşe noktalarının eksene olan uzaklıklarını buldum, sonra bu uzaklıklara eşit uzaklıkları diğer bölgede oluşturdum, sonra kenarları birleştirdim. **A:** Bu noktalar dışında herhangi bir nokta yansıttınız mı? **B:** Hayır yansıtmadım.	**O:** Yansıma yaparken sadece o dörtgenin yansımasını yapmadık, köşe noktalarının yansımasını yaptık. Ayrıca oradaki doğru parçalarının yani şeklin üzerindeki dörtgenin kenar uzunluklarının da yansımalarını yaptık. Eğer yaptığımız yansıma bir dörtgensel bölge olsaydı o içindeki noktaların da yine yansımalarını yapmış olacaktık. **A:** Peki bu soru için yapmış olduk mu? **O:** Hayır. Bu şekilde olmadı. Burada sadece biz dörtgeni yansıtmış olduk. Orada verilen ifade sadece çizgilerden oluştuğu için içi boş olan bir dörtgeni yansıtmış olduk. **A**: Bunun haricinde başka bir nokta yansıttınız mı? **O:** Köşeleri, kenar uzunluklarını yansıttım. Bu kadar.	**M:** Düzlem üzerinde noktaları yansıttım. **A:** Hangi noktaları yansıttın? **M:** ABCD noktaları olarak belirttiğim noktaları yansıttım. **A:** Bu noktalardan başka bir nokta yansıttığınızı düşünüyor musunuz? **M:** Sadece noktaları yansıttım, sonra kenarları birleştirdim.

Dört öğretmenin açıklamaları gösteriyor ki yansıma dönüşümünü uygularken yansımanın tanım kümesini sadece verilen şeklin köşe noktaları ve kenarları olarak düşünmüşlerdir. Öğretmenlerin düzlemdeki bütün noktalar yerine sadece verilen noktalara veya şekillere yansıma dönüşümü uygulamaları, sahip oldukları yansıma dönüşümü ve düzlem tanımlarından kaynaklanıyor olabilir. Görüşmeye başlamadan önce, dört öğretmenden de yansıma dönüşümünü ve düzlemi yazarak ya da çizerek tanımlamaları istenmiştir. Zeynep, yansıma dönüşümünü "eşit uzaklıktaki ayna görüntüsü"; Betül, "bir görüntünün simetri eksenine göre eşit uzaklıkta oluşan görüntüsü"; Okan, "bir şeklin aynadaki görüntüsü" ve Mehmet, "cismin aynadaki görüntüsü" olarak tanımlamışlardır. Bu tanımlamalardan açıkça görülüyor ki dört öğretmen de şekillerin fiziksel görüntülerini dikkate alarak yansıma dönüşümünü uygulamışlar ve yansıma dönüşümünü matematiksel olarak doğru tanımlayamamışlardır. Diğer yandan Zeynep düzlemi, "3 boyut"; Betül, "Tüm cisimleri içine alan boşluk"; Okan, "İçinde yaşadığımız 3 boyutlu boşluk" ve Mehmet, "Eni ve boyu olan sonsuza açılan şekil" olarak tanımlamışlardır. Düzlemin sonsuz noktadan oluştuğunun bilinmemesi ya da bu tanımın yansıma dönüşümünde kullanılmaması yansıma dönüşümünü anlamada kavram yanılgılarına neden olduğu çıkarımı yapılabilir. Birinci görüşmenin sonunda dört öğretmen de yansıma dönüşümünün tanım kümesini anlamada hareket perspektifine sahiptir.

Yansıma dönüşümü tanım kümesinin verilen şekil ve noktalar dışında şeklin iç ve dış noktaları olarak anlaşılması

Birinci görüşmede, sadece verilen şeklin dışında, şeklin içindeki ve dışındaki noktaları da düşünerek yansıma dönüşümünü uygulayabilmeleri için bir dörtgen ve dörtgenin içinde ve dışında birer nokta işaretlenerek verilmiştir (Bkz. Şekil 5).



Şekil 5. Birinci görüşme örnek yansıma dönüşümü

Dört öğretmen de dörtgenin önce köşe noktalarının yansımasını alarak ve birleştirerek dörtgenin yansımasını ifade etmişlerdir. Daha sonra dörtgenin içindeki ve dışındaki birer noktayı yansıtarak yansıma dönüşümünü tamamlamışlardır. "Yansıma dönüşümünü yaparken düzlem üzerinde neyi yansıttın?" sorusuna, Mehmet dışındaki üç öğretmen de "dörtgeni, dörtgenin içindeki ve dışındaki birer nokta dışında hiçbir şey yansıtmadıklarını" söylemişlerdir. Mehmet ise düşüncelerini aşağıdaki şekilde ifade etmiştir:

M: Düzlem üzerinde yine şeklin köşe noktalarını yansımasını aldım birleştirdim, sonrasında G noktasını, sonra I ve H noktalarını yansıttım.

A: Bunlar haricinde [dörtgen, I, H ve G noktaları] başka bir şey yansıttınız mı?

M: Bunlar dışında noktaları [AB, BC, CD, AD] doğru parçaları üzerindeki noktalar] yansıttım, dolayısıyla dörtgeni yansıtmış oldum.

A: Yani sadece dörtgene ait noktaları mı yansıtmış oldunuz?

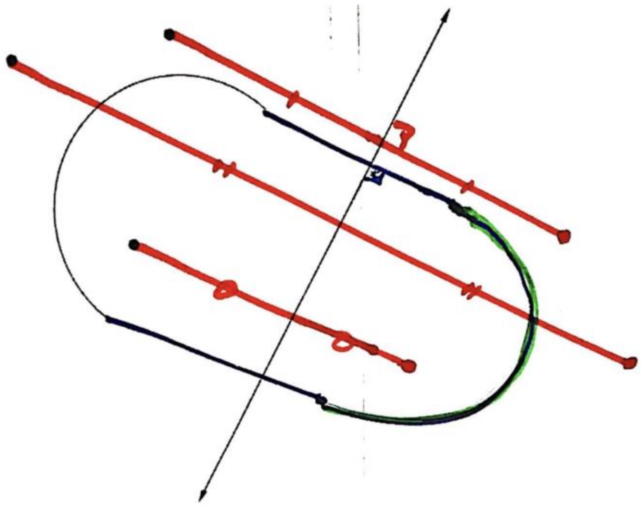
M: Hayır H ve I noktasını da gördüğümüz zaman, bunlar dörtgene ait değil yani doğrunun bir bölgesinde olan tüm noktaları yansıtıp, buluşturdum.

A: Birinci bölgede [Simetri ekseninin sol tarafı] başka bir nokta yansıttınız mı?

M: Noktalar eni ve boyu olmayan düzgün şekillerdir. Yani sonsuz tane nokta vardır aslında bakarsan, biz burada bunların (belirttiğimiz noktalar) var olduğunu kabul ederek karşı tarafa yansıtıyoruz, aslında biz düzlem parçasını [Simetri ekseninin sol tarafı] komple yansıtıyoruz. O şekilde bakıyorum ben. Yani burada gözükmeyen de bir sürü nokta var, gözükenleri yansıttık ama gözükmeyenler de yansır.

Mehmet'in açıklamaları gösteriyor ki, dörtgenin içinde ve dışında verilen noktalar Mehmet'in düzlemin sonsuz noktalardan oluştuğunu hatırlamasına ve bu tanımı yansıma dönüşümünde uygulamasına neden olmuştur. Yani dörtgenin içinde ve dışında verilen noktalar Mehmet'in yansıma dönüşümü uygularken simetri ekseninin sol tarafındaki bölgede görünen ve görünmeyen sonsuz noktaya yansıma dönüşümünü uygulaması gerektiğini hatırlatmıştır. Sonuç olarak, Zeynep, Betül ve Okan yansıma dönüşümünü sadece verilen şekle ve noktalara uygularken, Mehmet simetri ekseninin sol tarafındaki düzleme uygulamıştır. Mehmet yansıma dönüşümünü simetri ekseninin solundaki düzlemsel bölgeye uygulamasına rağmen, dört öğretmen de halen yansıma dönüşümü tanım kümesi eylem zihinsel yapısına sahiptir. Çünkü simetri ekseninin solundaki düzlemsel bölgenin sağa, sağındaki düzlemsel bölgenin sola yansıtılması gerektiğini belirtmemişlerdir.

İkinci görüşmede, verilen kapalı şekiller (örn: üçgen, dörtgen) haricinde öğretmenlere düzlem üzerindeki tüm noktaları göz önünde bulundurarak yansıma dönüşümü uygulayabilmeleri için bir yay parçası, yay parçasının içindeki ve dışındaki bölgelerde yer alan noktalar işaretlenerek verilmiştir (Bkz. Şekil 6).



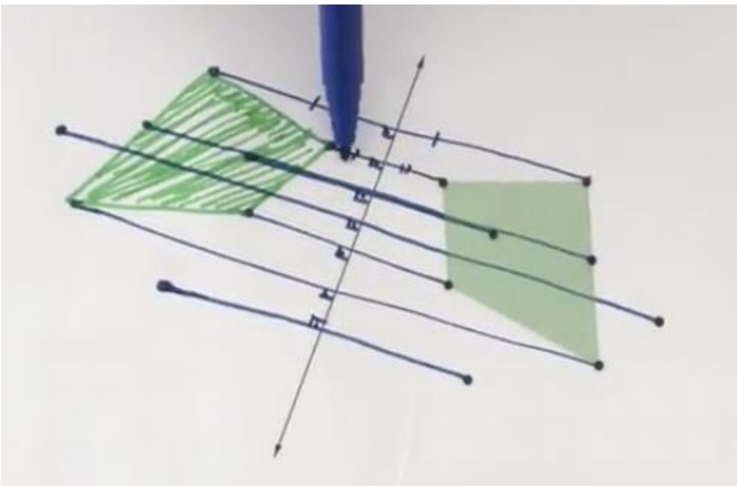
Şekil 6. İkinci görüşme örnek yansıma dönüşümü

Dört öğretmen de yay parçasının önce başlangıç ve bitiş noktalarının yansımasını alarak ve birleştirerek yansımasını ifade etmişlerdir. Daha sonra yay parçasının iç ve dış bölgelerinde bulunan noktaları yansıtarak yansıma dönüşümünü tamamlamışlardır. Yansıma dönüşümünü tamamlayan öğretmenler "Yansıma dönüşümünü yaparken düzlem üzerinde neyi yansıttın?" sorusuna, Mehmet dışındaki üç öğretmen de yanıt olarak "yay parçasını, yay parçasının iç ve dış bölgelerinde verilen üç noktayı yansıttıklarını" belirtmişlerdir. Mehmet ise düşüncelerini aşağıdaki şekilde ifade etmiştir:

A: Yansımayı yaparken düzlem üzerinde neyi yansıttınız?
M: Noktaları ve yay parçasını yansıttım.
A: Hangi noktaları?
M: Düzlemin solunda gözüken ve gözükmeyen noktaların hepsini yansıttım.
A: Bu noktalar dışında başka bir şey yansıttınız mı?
M: Görünen ya da görünmeyen noktaların dışında başka bir şey yansıtmadım.

Mehmet'in açıklamaları gösteriyor ki, kapalı bir şekil haricinde verilen açık şekilde de Mehmet'in düzlemin sonsuz noktalardan oluştuğunu ifade etmesine ve bu yeni bilgiyi verilen açık şekle de uygulamasına neden olmuştur. Zeynep, Betül ve Okan yansıma dönüşümünü sadece verilen açık şekle ve noktalara uygularken, Mehmet simetri ekseninin sol tarafındaki düzlemin tamamına uygulamıştır. Mehmet yansıma dönüşümünü simetri ekseninin solundaki düzlemsel bölgeye uygulamaya devam etmesine rağmen, dört öğretmen de halen yansıma dönüşümü tanım kümesi eylem zihinsel yapısına sahiptir. Çünkü simetri ekseninin solundaki düzlemsel bölgenin sağa, sağındaki düzlemsel bölgenin sola yansıtılması gerektiğini düşünmeye başlamamışlar ve belirtmemişlerdir.

Üçüncü görüşmede, kapalı ya da açık şekil yerine öğretmenlere düzlemi daha somut şekilde düşünmelerini sağlayacak biçimde içi taralı olan bir dörtgen, dörtgenin içinde ve dışındaki bölgelerde bulunan noktalar verilmiştir. Öğretmenlerden yansıma dönüşümünü uygulamaları istenmiştir (Bkz. Şekil 7)



Şekil 7. Üçüncü görüşme örnek yansıma dönüşümü

Dört öğretmen de dörtgenin önce köşe noktalarının yansımasını alarak ve birleştirerek dörtgenin alanını belirlemiştir ve alanın renklendirmesini de yaparak şeklin; daha sonra verilen noktaların yansımasını alarak yansıma dönüşümünü tamamlamışlardır. "Yansıma dönüşümünü yaparken düzlem üzerinde neyi yansıttın?" sorusuna, Okan ve Betül "Dörtgensel bölgeyi ve verilen diğer noktaları yansıttıklarını" verirken, Zeynep "noktaları yansıttım, noktalar kümesini, bu noktalar kümesi aslında şekli oluşturuyor bir dörtgen şekli vardı" yanıtlarını vermişlerdir. Mehmet ise "bütün noktaları, doğrunun bir tarafında görünen ya da görünmeyen tüm noktaları taşıdığını, başka nokta taşımadığını" şeklinde yanıt vermiştir.

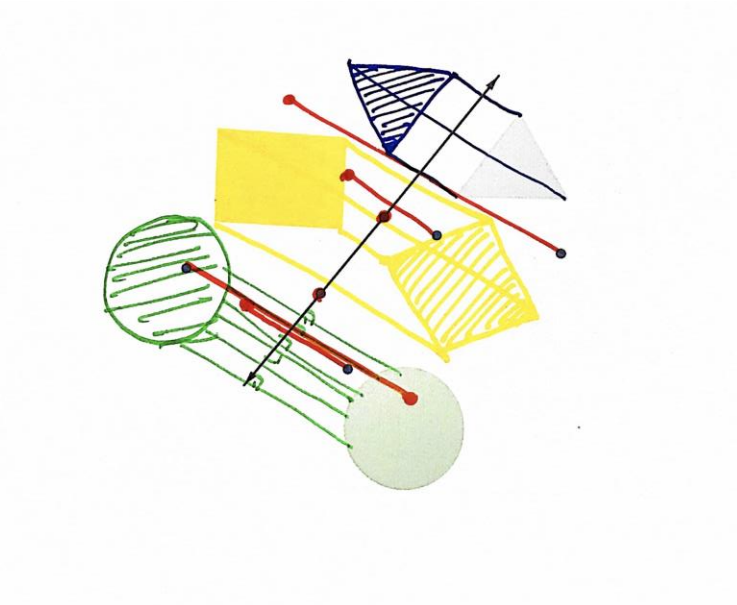
Bunun yanı sıra öğretmenlere düzlem tanımını hatırlamalarını ve yorumlamalarını sağlatmak amacıyla Şekil 5 ve Şekil 7' deki dörtgenler arasında yansıma dönüşümü uygularken herhangi bir fark olup olmadığı, olduysa bu farkın ne olduğunu sorgulatan bir soru yöneltilmiştir. Zeynep' in bu soruya yanıtı "dörtgenin içindeki sonsuz doğru parçalarını yansıttım şekil 8'de. Şekil 6' de sadece dört tane doğru parçası (şeklin kenarları) yansıttım"; Betül' ün yanıtı "ikisinde de ben fark varmış gibi düşünerek yansıtmadım ama birisi yüzey olduğu için yüzey gösterdim sadece, yani yeşil bir yüzey vermişsiniz ben de o yüzeyi doldurdum"; Okan' ın yanıtı ise "Şekil 6' da sadece sınırların yansımasını yapmıştım.

Burada ise içindeki taralı bölgeyi de yansıtmış oldum." şeklinde olmuştur. Üç öğretmenin verdiği cevaplar doğrultusunda, öğretmenler düzlemi boş olarak düşünmektedirler. Aynı zamanda öğretmenler şekil yerine nokta yansıttıklarının henüz farkında değillerdir. Bu durum da öğretmenlerin düzlem tanımını hala hatırlamadıklarının ve tanımı yansıma dönüşümünde kullanamadıklarının bir göstergesidir. Diğer yandan Mehmet'in yanıtı ise "fark eden bir şey yok, her seferinde nokta yansıtıyoruz" şeklinde olmuştur. Mehmet düzlemin noktalardan oluştuğunu, boş olmadığını ve yansıma dönüşümü uygularken şekil yerine nokta yansıttığının farkındadır.

Öğretmenlerin yanıtları gösteriyor ki, üç öğretmen (Zeynep, Betül ve Okan) hala sadece verilen şekle ve noktalara yansıma dönüşümünü uyguladıklarını belirtirken, Mehmet yalnızca simetri ekseninin sol tarafındaki düzleme yansıma dönüşümü uyguladığını ifade etmiştir. Dolayısıyla dört öğretmen de hala yansımanın tanım kümesi eylem zihinsel yapısına sahiptir.

Yansıma Dönüşümü Tanım Kümesinin Düzlemdeki Bütün Noktalar Olarak Anlaşılması

Öğretmenler ile yapılan üç görüşmenin sonunda üç öğretmenin yansımanın tanım kümesini anlamada eylem zihinsel yapısına sahip olduğu, bir öğretmenin ise yansımanın tanım kümesini anlamada süreç zihinsel yapısına geçiş yaptığı saptanmıştır. Yani üç öğretmen yansıma dönüşümünü uygularken verilen şekle ve noktalara uygulayarak şeklin içini ve dışını boş olarak düşünmüşlerdir. Bir öğretmen ise düzlemin sonsuz noktalardan oluştuğunu, yansıma dönüşümünü yalnızca kendilerine verilen şekle ya da noktalara değil düzlemin tamamına uygulaması gerektiğini düşünmektedir. Örneğin, üçüncü görüşmede öğretmenlere yöneltilen sorulardan birisi de öğretmenlerin yansıma dönüşümünü uygularken düzlem üzerinde bulunan tüm noktaları düşünerek yansıma dönüşümünü uygulayabilmeleri için simetri ekseninin sağında ve solunda bulunan şekiller ve noktalar verilmiştir ve öğretmenlerden yansıma dönüşümü uygulamaları istenmiştir (Bkz. Şekil 8).



Şekil 8. Üçüncü görüşme örnek yansıma dönüşümü

Dört öğretmen de şekillerin köşe noktalarını seçerek simetri eksenine göre şekillerin yansımalarını almışlardır. Daha sonra noktaları birleştirerek ve çokgensel bölgelerin renklendirmelerini yaparak şekillerin yansıma dönüşümünü tamamlamışlardır. Son olarak verilen noktaların da simetri eksenine göre yansımalarını alarak yansıma dönüşümünü tamamlamışlardır. Yansıma dönüşümünü yaparken düzlem üzerinde neyi yansıttın sorusuna, öğretmenlerin cevapları aşağıdaki gibi olmuştur (Bkz. Tablo 5).

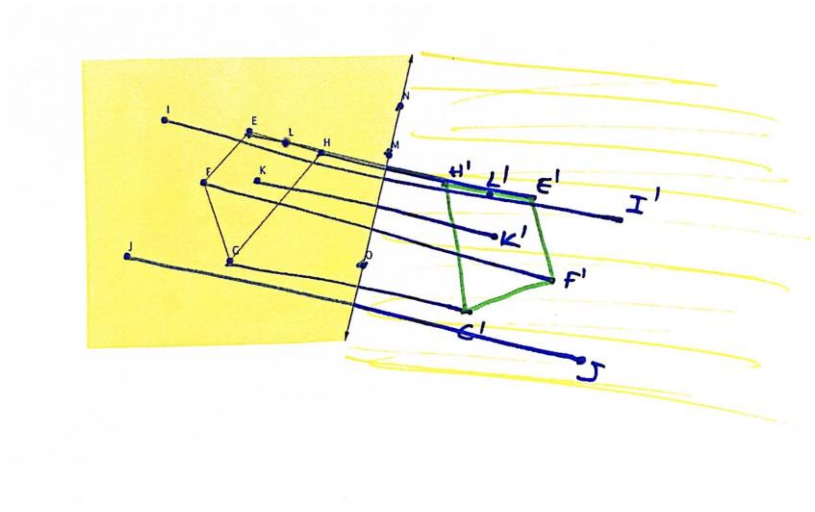
Tablo 5. *Katılımcı Cevapları*

Zeynep	Betül	Okan	Mehmet
A: Verilen şekli yansıtırken, düzlem üzerinde neyi yansıttınız? **Z:** Verilen şekilleri, noktaları ve eksen üzerindeki noktaları yansıttım. **A:** Bunun dışında başka herhangi bir nokta yansıttınız mı? **Z:** Hayır yansıtmadım.	**A:** Verilen şekli yansıtırken düzlem üzerinde neyi yansıttınız? **B:** Şekilleri oluşturan noktalar kümesini yansıttım. **A:** Bunun dışında herhangi bir şey yansıttınız mı? **B:** Hayır yansıtmadım.	**A:** Verilen şekli yansıtırken, düzlem üzerinde neyi yansıttınız? **O:** Bu sefer bir dairesel, üçgensel ve dikdörtgensel bölgeyi yansıttım. **A:** Bölge derken neden bahsediyorsunuz? **O:** İçini kastediyorum. İçindeki bütün	**A:** Verilen şekli yansıtırken, düzlem üzerinde neyi yansıttınız? **M:** Nokta yansıttım yine. **A:** hangi noktaları? **M:** Gözüken ve gözükmeyen tüm noktaları yansıttım. Sadece taşıdığım noktaları boyadım. Belirginleştirilmiş, şekiller karşı tarafta da görüntü olarak belirginleşmiş oldu. Aslında diğer sorularda da şimdi şeklin ya da ayna

	noktalardan bahsediyorum. **A:** Bunun dışında herhangi bir nokta yansıttınız mı? **O:** Noktalar var eksen üzerinde extra o noktaları yansıtmış oldum.	doğrusunun her iki tarafındaki noktaları taşıdığımızı fark ettim. Diğer tarafta belirginleştirilmiş bir şekil olmadığı için sanki taşınmamış ya da yansımamış gibi görünüyordu ama. Doğru! Aslında ayna doğrusunun her iki tarafındaki tüm noktaları karşı tarafa taşımış oluyorum. **A:** Bunun dışında herhangi bir nokta yansıttınız mı? **M:** Bunların dışında başka bir şey hayır yansıtmadım.

Öğretmenlerin açıklamaları gösteriyor ki, üç öğretmen (Zeynep, Betül ve Okan) yansıma dönüşümü uygularken yalnızca kendilerine verilen şekillere ve noktalara yansıma dönüşümü uyguladıklarını söyleyerek yansımanın tanım kümesini verilen şekil veya noktalar olarak düşünmüşlerdir. Öğretmenler düzlemin sonsuz noktalardan oluştuğu tanımı hatırlayamadıkları ya da kavram yanılgıları yaşadıkları için düzlemin tanımını yansıma dönüşümünde uygulamamışlardır. Diğer yandan Mehmet'in açıklamaları gösteriyor ki üçüncü görüşmede, düzlemin sonsuz noktadan oluştuğunu hatırlamasına, bu tanımı yansıma dönüşümünde uygulamasına neden olmuştur. Mehmet önceki görüşmelerde düzlemin sonsuz noktalardan oluştuğunu belirterek bu tanımı yansıma dönüşümünde kullanamamasına rağmen, üçüncü görüşmede kendisine yöneltilen soru ile birlikte düzlem tanımını doğru şekilde yansıma dönüşümüne uygulayabilmiştir. Yani simetri ekseninin sağında ve solunda bulunan şekiller ve noktalar, yansıma dönüşümünü uygularken düzlemi oluşturan noktaların tamamına yansıma dönüşümü uygulamasını sağlamıştır. Sonuç olarak Mehmet haricindeki üç öğretmen hala yansımanın tanım kümesi eylem zihinsel yapısına sahip iken, Mehmet yansımanın tanım kümesi süreç zihinsel yapısına geçişi sağlamıştır.

Üçüncü görüşme sırasında öğretmenlere yöneltilen sorulardan birisi de, öğretmenlerin düzlem tanımını hatırlayarak, bu tanımı yansıma dönüşümüne uygulayabilmeleri için verilmiş sarı renkli düzlem, düzlem üzerinde verilen yamuk ve noktalardır (Bkz. Şekil 9)



Şekil 9. Üçüncü görüşme örnek yansıma dönüşümü

Üç öğretmen (Betül, Okan ve Mehmet) öncelikle sarı renkli düzlemin simetri eksenine göre yansımasını, daha sonra da düzlem üzerinde verilen şeklin ve noktaların simetri eksenine göre yansımasını alarak yansıma dönüşümünü tamamlamışlardır. Zeynep ise yalnızca sarı renkli düzlemin simetri eksenine göre yansımasını aldıktan sonra şekillerin ve noktaların yansımalarını almadan yansıma dönüşümünü tamamlamıştır. Yansıma dönüşümünü yaparken düzlem üzerinde neyi yansıttın sorusuna, öğretmenlerin yanıtları aşağıdaki gibi olmuştur (Bkz. Tablo 6).

Tablo 6. *Katılımcı Cevapları*

Zeynep	Betül	Okan	Mehmet
Z: Dört tane noktayı (sarı renkli düzlemi, düzlem olarak değil şekil olarak algılıyor ve köşe noktalarından bahsediyor) yansıttım önce. Yani tüm noktalar kümesini yansıttım. **A:** Bunun dışında herhangi bir şey yansıttınız mı? **Z:** Hayır yansıtmadım.	**B:** Düzlem (sarı renkli düzlemden bahsediyor) sonsuz noktadan oluşuyor, hepsini yansıtamayacağım için kendime belirlediğim noktaları yansıtarak tamamladım. **A:** Bunun dışında herhangi bir şey yansıttınız mı? **B:** Hayır yansıtmadım.	**O:** Oradaki düzlemi yansıttım. Dörtgeni ve noktaları yansıttım. **A:** Hangi düzlemden ve noktalardan bahsediyorsunuz? **O:** Sarı renkli düzlem ve bana verilen noktalar bir de dörtgen **A:** Bunun dışında herhangi bir şey yansıttınız mı? **O:** Hayır yansıtmadım. **A:** Yansıma çizgisinin sağında bir şey var mı? **O:** Yansıma çizgisinin sağında herhangi bir şey yoktu.	**M:** Ayna doğrusunun sağ ve solundaki bütün noktaları yansıtmış oldum. **A:** Bunun dışında herhangi bir nokta yansıttınız mı? **M:** Bunların dışında başka bir şey hayır yansıtmadım. Bir de ayna doğrusu üzerindeki noktaları yansıtmış oldum. **A:** Yansıma çizgisinin sağında bir şey var mı? **M:** Sağında görünmeyen noktalar var. Yansıma esnasında onlar da karşı tarafa görünmez nokta olarak taşındı.

Öğretmenlerin yanıtları incelendiğinde, Zeynep' in düzlemin matematiksel tanımını hatırlamadığı ya da bilmediği çıkarımı yapılabilir. Dolayısıyla verdiği yanıtlar doğrultusunda Zeynep' in yansıma dönüşümü uygularken sarı renkli düzlemi düzlem olarak değil, bir şekil olarak gördüğü ve bu şekle yansıma dönüşümü uyguladığı görülmüştür. Zeynep hala düzlemi boş olarak düşünmektedir. Betül yansıma dönüşümü uyguladığı sarı renkli düzlemin sonsuz noktalardan oluştuğunu ifade ederek düzlemin tanımını hatırlamaya başlamıştır. Yansıma dönüşümü uygularken, bu noktaların hepsini tek tek yansıtamayacağını düşündüğü için sadece belirlediği noktaları yansıttığını ve bu noktalardan hariç başka bir şey yansıtmadığını ifade etmiştir. Betül düzlem tanımını hatırlamasına rağmen, bu tanımı yansıma dönüşümünde uygulayamamıştır. Okan ise bu soruda yansıma dönüşümü uygularken sarı renkli düzlemin tamamını, kendisine verilen dörtgeni ve noktaları yansıttığını ifade etmiştir. Bu sayede düzlemin tanımını hatırlamaya başlamıştır. Fakat simetri ekseninin sağında bir şey olmadığını düşünmüştür ve ifade etmiştir. Üç öğretmenin de yanıtlarından açıkça görülüyor ki, öğretmenler hala yansımanın tanım kümesi eylem zihinsel yapısına sahiptirler. Diğer yandan, Mehmet'in simetri ekseninin sağında ve solunda sonsuz tane nokta bulunduğunu, yansıma dönüşümü uygularken düzlem üzerindeki bütün noktaların simetri ekseninin sağına ve soluna karşılıklı olarak yansıması gerektiğini belirterek yansıma dönüşümünü tamamlaması kendisinin yansımanın tanım kümesi süreç zihinsel yapısında olduğunu 1 kez daha göstermiştir.

Üçüncü görüşmenin sonunda öğretmenlerden yansıma dönüşümünü tekrar tanımlamaları istenildiğinde, Zeynep "nokta ve noktalar kümesinin simetri eksenine olan uzaklığını, simetri ekseninin diğer tarafına çizmektir"; Betül "Bir şeklin görüntüsünün simetri eksenine göre eşit uzaklıktaki görüntüsü"; Okan 'şu ana kadar hep doğru ile çalıştığımız için o doğruyu ayna olarak kabul edip, onun karşısında ve terse bakacak şekilde oluşan cisimler' ve Mehmet ise "Ayna doğrusunun sağında ve solunda bulunan bütün noktaları karşı tarafa taşıma işlemi" olarak tanımlamışlardır. Öğretmenlerin yaptıkları son tanımlardan görüleceği gibi Zeynep, Betül ve Okan şekillerin fiziksel görüntülerini göz önünde bulundurarak yansıma dönüşümü yaptıkları, düzlemi göz önünde bulundurmadıkları bu yüzden de düzlemi boş olarak düşündükleri çıkarımı yapılabilir. Düzlemin sonsuz noktadan oluştuğunu ifade edemedikleri için, bu tanımı yansıma dönüşümünde de kullanamamışlardır. Dolayısıyla üç öğretmen de yansımanın tanım kümesi eylem zihinsel yapısına sahip oldukları ortaya çıkarılmıştır ve görüşmeler süresince hareket perspektifinden eşleştirme perspektifine herhangi bir geçiş gösterememişlerdir. Mehmet' in son yansıma dönüşümü tanımı incelendiğinde ise, ilk görüşmede yaptığı tanıma göre değişiklik olduğu görülmüştür. Mehmet ilk tanımında yansıma dönüşümünü 'cismin aynadaki görüntüsü' olarak belirttiği için yansıma dönüşümü uygularken düzlemi göz önünde bulundurmadığı, sadece verilen şekli ve noktaları yansıttığını ifade etmiştir. Son tanımında ise yansıma dönüşümü uygularken düzlemin sonsuz noktalardan oluştuğunu ve yansımayı simetri ekseninin sağında ve solunda bulunan tüm düzleme uygulaması gerektiğini ifade etmiştir. Dolayısıyla Mehmet'in yansımanın tanım kümesi eylem zihinsel yapısından süreç zihinsel yapısına geçiş yaptığı açıkça görülmektedir. Sonuç olarak dört öğretmen arasından sadece Mehmet hareket perspektifinden eşleştirme perspektifine geçiş sağlamıştır.

Üç öğretmenin (Zeynep, Betül ve Okan) hareket perspektifinde kalma nedenleri incelendiğinde düzlem tanımının matematiksel olarak bilinmemesi ve bu tanımın yansıma dönüşümü içerisinde kullanılmaması gösterilebilir. Mehmet'in hareket perspektifinden eşleştirme perspektifine geçişinde ise düzlem tanımını hatırlatacak görüşme sorularının hazırlanması (kapalı şekil, açık şekil, şeklin içinde ve dışında verilen noktalar ve simetri ekseninin her iki tarafında şekil ve noktalar verilmesi veya bölgenin taralı olması) ve süreçte sorulan açık uçlu soruların etkisi Mehmet'in yansıma dönüşümünü sadece verilen şekil veya noktalara değil düzlemdeki bütün noktalara uygulaması gerektiğini anlamada yardımcı olmuştur.

Tartışma ve Yorum

Bu çalışmada şu araştırma sorularına cevap aranmıştır: "Lise matematik öğretmenleri yansıma dönüşümünün tanım kümesi alt konseptini anlamada hangi perspektife sahiptirler?", "Lise matematik öğretmenlerinin hareket veya eşleştirme perspektifine sahip olmalarının nedenleri nelerdir?" Dört öğretmen ile yapılan ilk görüşmede, dört öğretmenin de yansımanın tanım kümesini anlamada eylem zihinsel yapısına sahip olduğu ortaya çıkmıştır. Yani dört öğretmen de yansımanın tanım kümesini anlamada hareket perspektifine sahiptirler. Dört öğretmen de yansımanın tanım kümesini verilen şekil ve/veya noktalar olarak düşünerek yansıma dönüşümünü uygulamışlardır. Öğretmenlerin yansıma dönüşümünü düzlemdeki tüm noktalara değil de sadece verilen şekil veya noktalara uygulamalarının bir nedeni, düzlemin matematiksel tanımının yanlış bilinmesi (düzlemi boş olarak düşünmek) ya da düzlem tanımının (düzlemin sonsuz noktalardan oluşması) yansıma dönüşümünde kavramsal olarak kullanılmaması olabilir (Hollebrands, 2003; Yanık, 2006).

Dört öğretmen ile yapılan üç görüşmeden sonra Mehmet yansıma dönüşümünün tanım kümesini anlamada süreç zihinsel yapısına sahip olurken diğer üç öğretmen eylem zihinsel yapısında kalmışlardır. Yani Mehmet yansıma dönüşümünü anlamada hareket perspektifinden eşleştirme perspektifine geçerken, diğer üç öğretmen hareket perspektifinde kalmışlardır. Zeynep, Betül ve Okan'ın hareket perspektifinde kalma nedenlerinden biri, daha önce yansıma dönüşümü konusunu öğrenirken düzlemdeki bütün noktalara yansıma dönüşümünü uygulamaları gerektiğini öğrenmemiş ya da hiç bu şekilde deneyimlememiş olmalarından kaynaklanıyor olabilir (Akarsu, 2018; Edwards, 2003; Yanık ve Flores, 2009). Bütün görüşmeler boyunca verilen farklı şekillere rağmen düzlemdeki bütün noktalara yansıma dönüşümünü uygulamaları Zeynep, Betül ve Okan için zor ve yeni bir konsept olarak gelmiş olabilir (Holebrands, 2003; Yanık, 2006)

Üç öğretmenin de yansıma dönüşümünü sadece verilen noktalara ve şekillere uygulama nedenlerinden biride yansıma dönüşümü konusunun kitaplardaki anlatım şekli olabilir (Jones, 2004; Zorin, 2011). Milli Eğitim Bakanlığı (MEB) ders kitapları incelendiğinde, kitaplardaki konu anlatımı ve örneklerin sadece verilen noktalara ve şekillere yansıma dönüşümü uygulanması gerektiğine yönelik olduğu bulunmuştur. Diğer bir ifadeyle, ders kitaplarının yansıma dönüşümünün alt konsepti olan tanım kümesini anlamada hareket perspektifine yönelik olarak yazıldığıdır. Örneğin sekizinci sınıf ders kitabında yansıma dönüşümü, "bir şeklin doğruya göre yansıması" olarak ifade edilmiştir. 12. sınıfta ise yansıma dönüşümü, "bir şeklin bir noktaya veya bir doğruya göre simetriğinin alınması" olarak tanımlanmıştır. Bu tanımlar incelendiğinde düzlemdeki bütün noktaların yansımasının yapılması yerine, sadece verilen şekil veya noktalara yansıma dönüşümünün uygulanması gerektiğini belirtmektedir. Bu bir kavram yanılgısıdır ve kitapların eşleştirme perspektifine göre düzenlenmesi gerekmektedir.

Mehmet için dörtgenin içinde ve dışında verilen noktalar düzlemin matematiksel tanımını hatırlamasına yardımcı olarak yansıma dönüşümünde kullanmasına yardımcı olmuştur. Mehmet' deki bu gelişimin nedeni görüşmelerde verilen yansıtılacak şekillerin farklılığından kaynaklanıyor olabilir. Yani, Mehmet daha önce yansıma dönüşümü uygularken düzlemde sonsuz noktalardan bağımsız sadece şekil verilerek öğrenmesinden kaynaklı olabilir (Akarsu, 2018). Mehmet' deki diğer bir gelişim ise simetri ekseninin her iki tarafında verilen şekil ve noktalardan dolayı yansıma dönüşümünü sadece verilen şeklin olduğu yarı düzleme değil, simetrik ekseninin her iki tarafındaki sonsuz noktaya uygulanması gerektiğini düşünmeye başlamasıdır. Sonuç olarak, yansıma dönüşümünde yansıtılacak şeklin çeşitliliği düzlemdeki sonsuz noktanın yansıtılması gerektiğini hatırlamada ya da öğrenmede önemli bir etkendir (Akarsu, 2022).

Sınırlılık

Bu çalışmanın üç sınırlılığı bulunmaktadır. Birinci sınırlama çalışmanın örnekleminin dört katılımcı ile sınırlı kalmasıdır. Çalışmanın yönteminde örneklem seçiminde kolay ulaşılabilir durum örneklemesi kullanılması gereğiyle kısa zaman içerisinde konu hakkında doğru bilgiler aktarabilecek katılımcılara ulaşılmaya çalışılmıştır ve dört katılımcı ile çalışmanın sürdürülmesine karar verilmiştir. Daha geniş bir örneklem seçimi ile çalışmanın bulgularının farklı yönde olabileceği göz önünde bulundurulmalıdır. İkinci sınırlama, çalışmaya katılan öğretmenlerin görev kademelerinin lise matematik öğretmenleri olmaları ile sınırlı tutulmasıdır. Ortaöğretim kademesinde eğitim veren öğretmenlerin fonksiyon, yansıma, küme, nokta, düzlem gibi konuları ve kavramları derslerinde ilköğretim kademesine göre daha sık kullandıkları için, görüşmeler süresince daha verimli tecrübe paylaşımı yapacakları düşünülmüştür. Aynı zamanda çalışmaya katılan öğretmenlerle gerçekleştirilecek olan görüşmeler sürecinde öğretmenlerin çalışma takvimlerine uyan bir program yapılması gerektiğinden yalnızca lise matematik öğretmenleri ile çalışılmasına karar verilmiştir. Üçüncü sınırlama ise, toplanan verilerin yalnızca sözlü değil, aynı zamanda sözel olmayan davranışlardan, kendine özgü konuşma özelliklerinden, jestlerden ve ifadelerden oluşmasıdır. Görüşmeler sırasında katılımcıların düşüncelerini tam olarak ifade edememiş olmaları göz önünde bulundurularak, araştırmacılar katılımcıların beden dilleri, kullandıkları ifade biçimlerinden çıkarım yapılmıştır.

Öneriler

Bu çalışmada öğretmenlerin yansıma dönüşümünde yansımanın tanım kümesinde sahip oldukları perspektifleri ortaya çıkarılarak, hareket perspektifinden eşleştirme perspektifine geçiş süreçleri incelenmiş ve bu doğrultuda öğretmenlerle gerekli görüşmeler gerçekleştirilmiştir. Bir sonraki çalışmada, öğretmenlerin simetri ekseni ve düzlem alt konseptlerinde sahip oldukları perspektifler ortaya çıkarılarak, hareket perspektifinden eşleştirme perspektifine geçiş süreçleri incelenebilir.

KEFAD

http://kefad.ahievran.edu.tr

Ahi Evran University
Journal of Kırşehir Education Faculty

ISSN: 2147 - 1037

ENGLISH VERSION

Introduction

According to recent studies and published reports, it is essential to teach the subject of geometric reflection in primary, secondary, and high schools (Ada and Kurtuluş, 2010; Akarsu, 2018; Hollebrands, 2003; Knuchel, 2004; Ministry of Education [MEB], 2010; National Council of Teachers of Mathematics [NCTM], 2000). Because the subject of geometric reflection is substantial to understand the role of mathematics in everyday life (Hollebrands, 2003; Yanık, 2014), to learn certain mathematical topics (e.g. function, parity, and similarity, symmetry) conceptually (Akarsu; 2022; Flanagan, 2001), to enable students to discover patterns and make interpretations, to gain spatial ability (Yanik, 2011), to analyze mathematical problems (Aktas and Ünlü, 2017) and to conceptually learn the definitions of point, line segment, plane, domain, etc. (Akarsu, 2018).

In the studies conducted on geometric reflection, it has been discovered that teacher candidates have difficulties understanding the concept of reflection transformation (Akarsu, 2018; Son and Sinclair, 2010; Yanık, 2006). Mathematically defining geometric reflection (Desmond, 1997; Hacısalihoğlu Karadeniz, Baran, Bozkuş and Gündüz, 2015; MhLolo and Schafer, 2014), using the properties of equal distance and perpendicularity of the axis of symmetry when taking a reflection of a given shape (Akarsu, 2018; Hacısalihoğlu Karadeniz et al., 2015; Harper, 2002; Yanık, 2006), mathematically explaining and using the domain of geometric reflection (Akarsu, 2018; Yanık, 2006), being able to move a shape by thinking about the figure or point independently of the plane (Akarsu, 2018; Harper, 2002; Yanık, 2006), being able to define a plane mathematically and using this definition in reflection transformation are such difficulties (Akarsu, 2018; Harper, 2002; Yanık, 2006).

As a result of these studies, it was emphasized that there are two critical perspectives in conceptually understanding geometric reflection: motion and mapping perspective (Hollebrands, 2003; Yanık, 2006). According to the perspectives of motion and mapping, the reflection domain has an essential role in the conceptual understanding of geometric reflection (Akarsu, 2018; Flanagan, 2001; Yanık, 2006). In literature, it is emphasized that teacher candidates have a perspective of motion in understanding the sub-concept of the domain of reflection (Akarsu, 2022; Yanik, 2006). Understanding the domain of geometric reflection as a perspective of motion is mathematically a misconception (Flanagan, 2001; Yanık, 2006). Therefore, it is essential to have a mapping perspective in the conceptual understanding of geometric reflections.

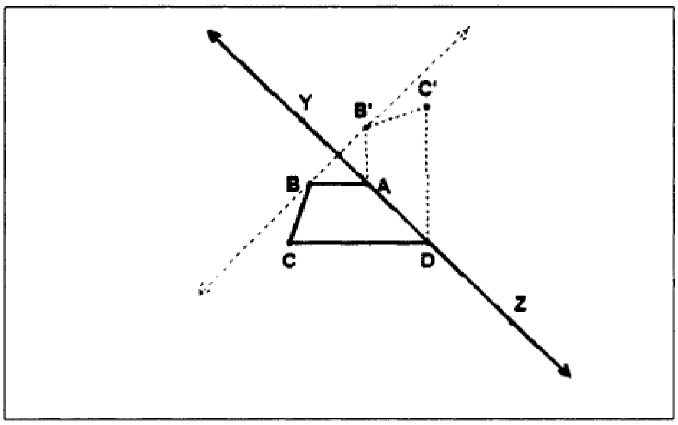
When definitions related to geometric reflection are examined, it is seen that there are definitions given for the perspective of motion (Demir and Kurtuluş, 2019; Köse, 2012). One of the definitions for the geometric reflection based on the motion perspective can be represented as the movement of a given shape relative to the axis of symmetry and obtaining an inverted image that is relative to the shape's initial state. On the other hand, in the literature, geometric reflection based on the perspective of mapping is defined as an injective and surjective function that transforms all points located on the plane into points on the same plane while maintaining the properties of equal distance and perpendicularity. (Coxford, 1973; Martin, 1982; Zembat, 2007). When definitions given for motion and mapping perspectives are examined, the definitions of the motion perspective contain expressions such as "the movement of shapes on the plane", "the inversion of shapes", which can lead to misconceptions about geometric reflection. In contrast, the mapping perspective is defined as an injective and surjective projection points, instead of the mutual movement of all points on the plane.

Although previous studies have focused on explaining the difficulties of pre-service mathematics teachers understanding of geometric reflection, no study has examined the improvement in mathematics teachers' understanding of geometric reflection. The purpose of this study is to examine which perspective mathematics teachers have in understanding the domain of geometric reflection according to the sub-concept, and to reveal how the transition process should be from the motion perspective to the mapping perspective, if they have the perspective of motion.

Pre-Service Teachers' Understanding of the Sub-concept of Domain of Geometric Reflection Based on Motion and Mapping Perspectives

Since no studies have been conducted on mathematics teachers' understanding of geometric reflection, their understanding will be interpreted by making inferences from the studies conducted with pre-service teachers.

Studies conducted in this field have shown that pre-service teachers have a perspective of motion in the sub-concept of the domain of geometric reflection (Akarsu, 2018; Harper, 2002; Yanık, 2006). Pre-service teachers with a perspective of motion applied geometric reflection to only the given figure or points instead of all points on the plane. For example, during an interview Yanık (2006) asked one of the pre-service teachers to reflect on an ABCD trapezoid (See. Figure 1). The candidate teacher completed the geometric reflection by selecting only the vertices and edges of the trapezoid. When Yanık asked if he had reflected anything other than the vertices and edges, the candidate teacher answered "no". The teacher candidate has an understanding of the domain of geometric reflection based on the motion perspective,since he expressed geometric reflection as the reflection of the given shape and the points on that shape, instead of expressing geometric reflection as the reflection of infinite points on the plane.



See Figure 1. A teacher candidate's application of geometric reflection to a trapezoid *(p. 98)*

In his study conducted with four prospective classroom teachers, Harper (2002) has analyzed the progress of their existing knowledge and developments in geometric reflection in a dynamic geometry software environment (The Geometer's Sketchpad). According to the results obtained from his interviews about geometric reflection, he determined that all four teacher candidates had difficulties expressing the area (domain) they should reflect. When applying geometric reflection, prospective teachers reflected only the given shape, thought about the shape independently of the plane and did not express that they should apply geometric reflection to any other points on the plane. Since they reflect only the given shape, instead of reflecting all the points on the plane when applying the geometric reflection, all four prospective teachers have the perspective of motion of the domain of geometric reflection.

By conducting interviews, Akarsu (2018) examined four mathematics teacher candidates' understanding of geometric reflection according to the motion and mapping perspectives. At the first interview, all four prospective teachers have the perspective of motion in understanding the domain of geometric reflection. At the end of the fourth interview, all four prospective teachers understood the domain of geometric reflection based on the mapping perspective. In these interviews, the shapes that were given to be reflected, the circle, the open shape, the points given inside and outside the shape, and the shapes and points on both sides of the symmetry axis, helped prospective teachers to understand that they should apply the geometric reflection not only to the given shape or points, but to all points in the plane. For example, in the second interview, the teacher candidate was given a circle and asked to apply geometric reflection to that circle (See Figure 2). The candidate teacher completed the geometric reflection by determining several points on the circle, taking its reflection relative to the axis of symmetry and connecting the points. When asked, "Did you project another point other than the points on the circle?", the teacher candidate stated that he had also reflected infinite points in the circle, considering its central point. The center point inside the circle helped the teacher candidate think that infinite points inside the given shapes should also be reflected when applying the geometric reflection.

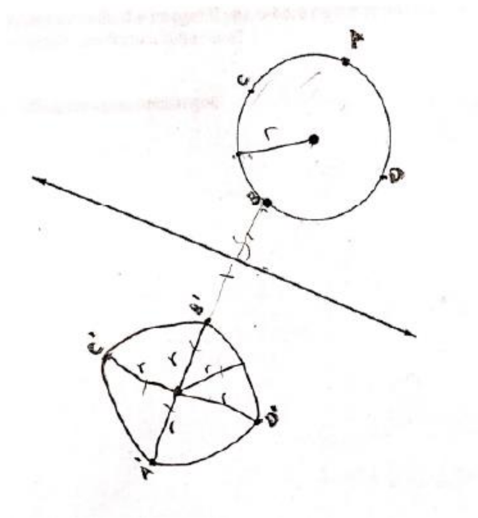
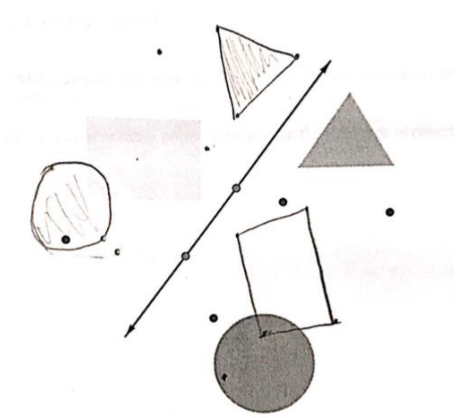


Figure 2. A teacher candidate's application of geometric reflection to a circle *(p. 69)*

In the fourth interview, Akarsu (2018) asked the teacher candidate to apply geometric reflection to shapes and points located in two opposite regions on the plane (See. Figure 3). The aim here is to make them realize that the half-plane on the left side of the symmetry axis should be projected onto the right side and the half-plane on the right side should be projected onto the left side. In other words, this question was asked to understand that the geometric reflection should be applied to both sides of the symmetry axis. The teacher candidate has completed the geometric reflection of the given shapes and points according to the symmetry axis. When asked, "What points did you reflect on the plane?“ he stated that he ″reciprocatively reflects all the points located on the plane". The shapes and points given in the opposite regions on the plane made the teacher candidate realize that all the points on the plane should be reflected. At the end of the third interview. The candidate teacher's understanding of the domain of geometric reflection switched from the perspective of motion to the perspective of mapping, all with the help of the circle, open shape and mutual shapes on the plane given during the interviews.



See Figure 3. A teacher candidate's application of geometric reflection to shapes and points located in opposite regions on the plane *(p. 75)*

By conducting interviews, some teacher candidates transitioned from the motion perspective to the mapping perspective on the domain of geometric reflection. In contrast, other teacher candidates still remained in the mapping perspective. In this study, the interview questions developed by the Akarsu (2018) were applied to mathematics teachers to determine their perspectives in understanding geometric reflection, and if they have a motion perspective, the transition from a motion perspective to a mapping perspective was examined with the APOS theory.

APOS Theory

The theory of Action, Process, Object and Schema (APOS) is a model that tries to explain how mathematical concepts are learned in the mental structure (Dubinsky, 1991). The purpose of using APOS theory is to reveal how a mathematical concept is structured in an individuals mind, how an individual understands and expresses that concept. The theory of APOS consists of four structures, and these structures are a model of mental structure called the 'stages'. These mental structures are, respectively, action, process, object and scheme. In this study, the theory of APOS was used to examine teachers cognitive structures and developments of the domain of geometric reflection (whether they have a motion perspective, a mapping perspective, or their changes during the transition stages from a motion perspective to a mapping perspective).

The meaningfulness of a mathematical concept for an individual is directly proportional to the connections established between mental structures. The established connections form schemes in the minds of individuals, and these schemes help to gain conceptual meaning of mathematical situations (Arnon et al., 2014). As a sub-concept of the domain of geometric reflection, it is enough for teachers to have action and process mental structures to transition from a motion perspective to a mapping perspective (Akarsu, 2018; Yanık, 2006). Therefore, in this study, it will be sufficient to use the mental structures of action and process. The mental structures of the object and scheme will not be used in the study.

The first transformation process, performed to make a mathematical concept meaningful, is the mental action structure. For an individual with a mental action structure, it is impossible to make any transformation of this concept without external help. External aids can be formulas, hints and similar examples related to the concept (Oktaç and Çetin, 2016). Since transformation cannot be done without external help, it is impossible to visualize the applied transformations mentally. Each step has to be performed clearly by the individual implementing the transformation. An individual who has an active mental structure in understanding the domain of geometric reflection, will think that the domain of geometric reflection consists of specified shapes or points, and apply the transformation only to this shape or point. For example, when pre-sercive teachers are asked to apply geometric reflection to a figure located on a plane, they express that they only reflect the points belonging to the figure.

In mental structure, a mathematical concept will gain meaning as a result of the internalization of an action by constantly repeating it or connecting it with other actions. There is no semantic difference in the mathematical concept of the mental structure of action and the mental structure of the process. An individual in the action mental structure needs constant external cues to carry out the transformation, while an individual in the process mental structure does not need external help. The individual has internalized the action by repeating it. Since he is aware of the transformations he has made, he can visualize it in his mind without the need for formulas or other clues. While individuals have to perform every step in the mental structure of action, they do not have to perform every step in the mental structure of the process (Dubinsky, 1991). An individual who has a process mental structure in understanding the domain of geometric reflection does not think of the domain of geometric reflection as the reflection of only a given shape or point but as a reflection of all points on the plane.

In literature, there are studies where the theory of APOS was used to reveal how pre-service teachers understand geometric transformations and their mental structures (Akarsu, 2018; Yanık, 2006). In his study, Akarsu (2018) revealed how teacher candidates' mental structures in geometric reflection transition from the perspective of motion to the perspective of mapping and which factors are effective during this transformation. There is no study in which teachers' mental structures in geometric reflection are examined using the theory of APOS. This study has revealed how teachers transition from the perspective of motion to the perspective of mapping by determining the perspectives they have in understanding the domain of geometric reflection, using the mental structures of action and process. For this purpose, the answers to the following questions were sought.

1- What perspective do high school mathematics teachers have in understanding the sub-concept of the domain of geometric reflection?
2- What are the reasons as to why high school mathematics teachers have the perspective of motion or mapping?

Method

Research Design

In this study, one of the qualitative research patterns, the case study pattern, was used due to the need to determine which perspective mathematics teachers have in understanding the sub-concept of the domain of geometric reflections and analyze the transition processes from the motion perspective to the mapping perspective in depth. Case studies are a pattern used to find answers to the 'how' and 'why' questions on the studied subject without the intervention of the researcher (Yıldırım and Şimşek, 2011; Yin, 2009). Every teacher's perspective (motion and mapping perspectives) can vary depending on different parameters such as; the duration of professional experience, skill and knowledge in teacher preparation programs and their teaching strategies of mathematical topics. To identify these differences and to reveal their causes, semi-structured interviews were conducted with mathematics teachers. The interview is an important data collection tool for revealing individuals' perspectives, feelings, experiences, and thought structures (Merriam, 2013). In this study, interviews with teachers were conducted to reveal how the transition process from a motion perspective to a mapping perspective should be, by determining if teachers understanding of the sub-concept of the domain of geometric reflections is based on the motion perspective or the mapping perspective and explaining the reasons as to why they have these perspectives.

Study Group

In this study, the study group consists of a total of four high school mathematics teachers, who have graduated from different universities, two of whom are women and two of whom are men. All of whom are working in different private schools affiliated to the Ministry of Education in Ankara province. In order to determine the participants of the study, easily accessible case sampling was used to complete the research process quickly and practically (Patton, 1987). The participants were determined by the researchers of the study in order to conduct interviews in a convenient, fast and practical way. The duration of professional experience of mathematics teachers is at least two, at most twenty years. Due to research ethics, the names of the teachers of the study group were kept confidential and were coded as Zeynep, Betül, Okan and Mehmet. Demographic information regarding gender, age and professional experience of the mathematics teachers who make up the study group are given in Table 1.

Table 1. *Demographic characteristics of mathematics teachers*

Participants	Gender	Age	Duration of Professional Experience (year)
Zeynep	F	26	2
Betül	F	33	9
Okan	M	39	16
Mehmet	M	44	20

The participation of the teachers who made up the study group was based entirely on volunteerism. One of the women in the study group started her career after getting an education in pedagocial formation, since she had graduated from the department of mathematics at the faculty of arts and sciences. In contrast, the other female teacher started a postgraduate program, after graduating from the department of mathematics teaching. Still, she dropped out at the end of the first year and started working at a private school as a full-time teacher. One of the male teachers participating in the study graduated from the mathematics department at the faculty of arts and sciences and started working as a mathematics teacher after completing his postgraduate education. The other male teacher, who had graduated from the mathematics department at the faculty of arts and sciences, started his career after completing a pedagogical formation. The gender distribution in the study group was determined independently, without any specific criteria.

Data Collection Tools

In this study, where a qualitative research method was applied, interviews were used as a data collection tool. To be able to uncover the perspectives that mathematics teachers have in understanding the sub-concept of the domain of geometric reflections, to determine the reasons as to why they have these perspectives and which mental structures are formed during the transition from the motion perspective to the mapping perspective, interview questions were created, while taking into account the researcher's doctoral thesis (Akarsu, 2018). The content-scope validity of the interview questions was examined by taking two experts' opinions. The necessary arrangements were made according to the feedback from experts and the interview question were then directed to the four high school mathematics teachers involved in the study. Necessary adjustments were made in line with the feedback from the experts (the order of some questions was changed, some questions were removed). In this study, four semi-structured interviews were created in total, one of which was a personal recognition interview. The remaining three were about geometric reflection. The first interview aimed to define personal information of teachers (e.g., professional experience duration, educational purposes, mathematical background, classroom management, their definitions of concepts about geometric reflection). From the second interview until the end of the fourth interview, questions were prepared in order to reveal the perspectives that teachers have about geometric reflection. The prepared interviews have been created to allow teachers to demonstrate the questions posed by writing or drawing. The sequence of the interview questions is arranged so that the participant sees one question on each page and answers it without seeing other questions, focusing only on that question. Following the purpose of the study, the questions prepared in each interview contain different types of questions that have been carefully created in order to make a comprehensive observation. Examples of the types of questions posed by the researchers to the teachers who made up the study group during the interviews are shown in Table 2.

Table 2: *Sample interview questions directed to mathematics teachers*

Questions for identifying personal information

- Can you tell us a little about yourself? (First name, last name, which school you graduated from, duration of professional experience, subject)
- How did you decide to become a teacher?
- What are your educational goals for yourself and for your students?
- How would you describe yourself as a mathematics teacher? What is your teaching method?
- In a classroom setting, how do you define whether a mathematics topic is understood or not?
- Do you teach geometry? If yes, did you explain geometric reflection in your class? When was the last time you taught that subject? Can you explain your experiences or memories about the subject?
- What do you teach about geometric reflection?
- Can you define geometric reflection, symmetry axis, point, line and space by using your own words or by drawing?
- Can you mention any features about the geometric reflection? Or, if there are, can you explain formulas?

Questions asked to reveal the perspective they have on geometric reflection

- Is this a reflection?
- Can you find the symmetry axis of the given shapes?
- Can you define the symmetry axis, point and plane?
- Can you explain how you do geometric reflection?
- Can you define geometric reflection?
- What changes occur when the symmetry axis is shifted downwards or upwards?
- What information is needed to apply geometric reflection?
- What did you reflect when you applied geometric reflection?
- Did you project another point other than these points? If yes, which ones?

The Process of Data Collection

During the data collection process, all interviews with teachers were conducted face-to-face, while the Covid 19 pandemic measures were taken into account. To meet each of the teachers, who live in Ankara province, a calendar has been created that matches their schedules. In the implementation process, each of the prepared interviews was applied to teachers on different days. Schools where teachers work, were preferred as a place to conduct the interviews. During the interview process, the permission and consent of the teachers were obtained and an audio recording with an audio recorder and a video recording with a video camera were taken by the researcher. Each interview was conducted in a time frame of at least twenty-five to a maximum of sixty minutes. The frequency of interviews with each teacher was planned and implemented with an interval of no more than four days. A researcher conducted the interviews. During the interview process, the researcher met the participant during the day, presented the interview to the teacher and asked the teacher to answer the directed question and apply drawings if necessary. When the data collection process was completed, the audio and video recordings were transcribed by the study's researchers and made available for the analysis process.

Analysis of the Collected Data

The study's data analysis was carried out by using semi-structured interview documents and video and audio recordings, which were applied during the interviews with the teachers. Audio and video recordings obtained from interviews were saved on a computer using the transcript method. After all the collected data were transcribed, a hypothesis-based coding was planned to be performed on the drawings, verbal responses and statements of the teachers participating in the study. During the coding process, teachers' perspectives, the reasons for having these perspectives, and their progesses in the transition processes from a motion perspective to a mapping perspective were revealed. In the process of data analysis of this study, the mental development processes demonstrated by teachers in the domain of geometric reflection were revealed through encodings, using the action and process mental structures within the scope of APOS theory. In the coding process, separate encodings were made by two researchers in order to access the correct information and to make the correct analyses. The codings were then compared with each other. If there are differences, they are discussed and the final form is given to the codings belonging to the analysis of the data. The sample coding is given in Table 3.

Table 3: *Sample Coding*

Code	Sample participant's answer	Interpretation

The domain of reflection mental structure of action	**A**: After completing the reflection of the given shape [a line segment, a point on the line segment and a point outside the line segment] and the point, can you explain what it reflects on the plane? **M**: When I look at the whole of the figure, I see a line segment and two points. Here, I have reflected the line segment and two points. **A**: Have you reflected any other point other than these points? **M**: No, I didn't.	According to the teacher's answer, he/she believes that in this question, he/she is reflecting from only one half of the plane (the half plane where the shape and points are located) to the other half. At the same time, the teacher is not aware that the plane consists of infinite points. He/she stated that the domain of geometric reflection consists of only the given figure (line segment) and two points. The teacher here has a mental structure of action of domain of reflections, in other words he/she has the perspective of motion.
The domain of reflection mental structure of process	**A**: After completing the reflection of the given shapes and points [triangular and circular region on the right of the plane, rectangular region on the left of the plane, two points on the axis of symmetry], can you explain what it reflects on the plane? **M**: We have recipocally reflected the entire plane. We consider that the reflection occurs only on one side of the plane (meaning half the plane), and that the other half of the plane is empty, but it is not. Both plane parts consist of infinite points, and we would reflect all of these points. We move all the points to the other region.	According to the teacher's answer during the interview, when he/she saw the given shapes on the opposite sides of both half-planes, he/she stated that both parts of the plane consist of infinite points, they should be reflected recipocally on both half-planes. The teacher here has switched to a mental structure of process of domain of reflections, in other words he/she has made a transition to the perspective of mapping.

Ethical Permissions of the Research

In this study, all the rules stated to be followed within the scope of the "Higher Education Institutions Scientific Research and Publication Ethics Directive" were followed. None of the actions, entitled "Actions Contrary to the Ethics of Scientific Research and Publication", which are specified in the second part of the directive, have been carried out.

Ethics committee permission information:

Name of the board that conducts the ethical evaluation = Ağrı Ibrahim Çeçen University Scientific Research Ethics Committee

Date of the ethical evaluation = 08.09.2021

Ethics evaluation certificate number = 214

Results

Knowing that the domain consists of infinite points in the plane is an essential concept in understanding and applying geometric reflection. As a result of interviews with teachers, three different findings of understanding the geometric reflection have emerged: (1) understanding domain of geometric reflection only as given shapes and points, (2) understanding domain of geometric reflections as inner and outer points of the shape other than the given shapes and points (3) understanding domain of geometric reflection as all points in the plane.

Understanding domain of geometric reflection only as given shapes and points

At the first meeting with teachers, it was revealed that all four teachers have an action mental structure in understanding the domain of geometric reflection. In other words, all four teachers applied the geometric reflections only to the given shape and points and thought of the inside and outside of the shape as hollow. For example, teachers were given an ABCD trapezoid and asked to apply geometric reflection according to the axis of inclined symmetry (See. Figure 4).

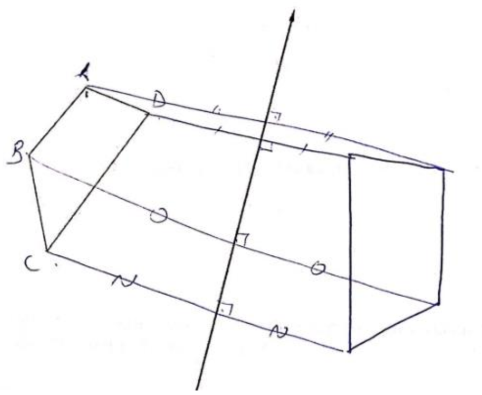


Figure 4. Geometric reflections sample of the first interview

First, all four teachers selected the vertices of the quadrilateral and reflected them relative to the axis of symmetry. Then, by connecting the dots, they completed the geometric reflection. To the question of what you reflected on the plane when doing geometric reflection, the teachers' answers were as followed (See. Table 4).

Table 4: *Sample Coding*

Zeynep	Betül	Okan	Mehmet
Z: I reflected the rectangle, it is a trapezoid, so I reflected the trapezoid. **A:** Have you reflected any other point other than the rectangle? **Z:** Perpendicular distances, edges, vertices. That's it.	**B:** At first, I found the distances of the vertices of the figure to the axis on the plane, after that I created distances equal to these distances in the other region, later, I combined the edges. **A:** Have you reflected any point other than these points? **B:** No, I didn't.	**O**: When reflecting, we didn't just make a reflection of that rectangle, but we made a reflection of the vertices. We also made reflections of the line segments, in other words, we made reflections of the side lengths of the rectangle on the figure. If the reflection we made was a quadrilateral region, we would also have to make reflections of the points in it. **A**: And did we it for this question? **O**: No. It was not done in this figure. Here we have only reflected the rectangle. According to the given statement, it consists of only lines, therfore, we have reflected a rectangle that is hollow. **A**: Have you reflected any other point besides this? **O**: I reflected the vertices, the side lengths. That's it.	**M:** I reflected points on the plane. **A:** What points did you reflect? **M:** I have reflected the points that I have marked as ABCD points. **A:** Do you think you reflected any other point other than these points? **M:** I only reflected the points, then combined the edges.

The explanations of all four teachers show that when applying the geometric reflection, they considered the domain of reflection as the given figure and line segment. When applying the geometric reflection, they thought they had only reflect the vertices and edges of the given figure. The reason as to why they apply geometric reflections only to given points or shapes instead of all points in the plane, may be due to teachers' definitions of geometric reflection and plane. Before starting the interview, all four teachers were asked to describe the geometric reflection and the plane by either writing or drawing. Zeynep defined the geometric reflection as "mirror image at an equal distance"; Betül as "the image formed at an equal distance relative to the axis of symmetry"; Okan as "the image of a shape in a mirror" and Mehmet as "the image of an object in a mirror". These definitions clearly show that all four teachers defined the geometric reflections mathematically incorrect since they applied them by taking into account the physical images of shapes.

On the other hand, Zeynep defined the plane as "3 dimensions"; Betül, as "A space that encloses all bodies"; Okan as "The 3-dimensional space we live in" and Mehmet as "A shape with width and length, that extends to infinity”. It can be inferred that not knowing that the plane consists of infinite points or not using this definition in geometric reflection causes misconceptions in understanding the geometric reflection. At the end of the first interview, all four teachers have a motion perspective in understanding the domain of geometric reflection.

Understanding domain of geometric reflections as inner and outer points of the shape other than the given shapes and points

In the first interview, apart from the shape they received, they were also given a rectangle and a point inside and outside the rectangle to apply the geometric reflection to the the points inside and outside the shape (See. Figure 5).

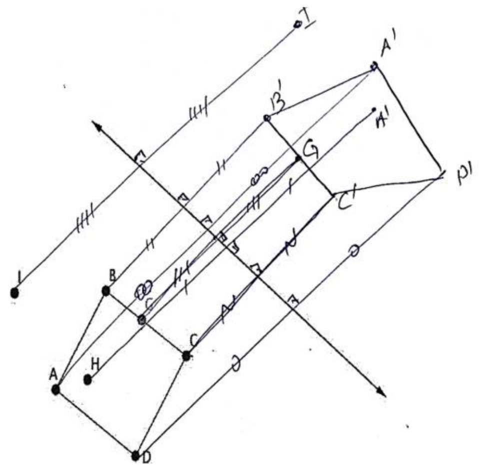


Figure 5. Geometric reflections sample of the first interview

All four teachers expressed the reflection of the rectangle by first taking the reflection of the vertices of the rectangle and then combining them. Then, they completed the geometric reflection by reflecting the points inside and outside the rectangle. To the question, “What did you reflect on the plane when doing the geometric reflection?" all three teachers except Mehmet said that they” did not reflect the rectangle at all, except for one point inside and outside the rectangle". Mehmet expressed his thoughts as follows:

M: I reflected the vertices of the figure on the plane, combined them, then reflected the point G, then the points I and H.

A: Did you reflect anything other than these [rectangle, I, H and G points]?

M: Apart from these, I reflected the points [points on the segment lines AB, BC, CD, AD], therefore, I have reflected the rectangle.

A: So you have only reflected the points belonging to the rectangle?

M: No, when we look at the points H and I, they do not belong to the rectangle, in other words, I reflected all the points that were in the region of the line and combined them.

A: Have you reflected another point in the first region [the left side of the symmetry axis]?

M: Points are even shapes without width and length. In other words, there are infinite points, we are reflecting them to the opposite side by accepting that there are (the points we have specified) here, in fact, we are reflecting the plane part [the left side of the symmetry axis] completely. I’m looking at it that way.

In other words, there are a lot of points that are not visible, we reflected the ones that are visible, but what is not visible is also reflected.

Mehmet's explanations show that the points given inside and outside the rectangle caused Mehmet to remember that the plane consists of infinite points and made him apply this definition in the geometric reflection. In other words, the points given inside and outside the rectangle reminded Mehmet that he should apply geometric reflection to the infinite points that appear and do not appear in the region on the left side of the symmetry axis. As a result, while Zeynep, Betül and Okan applied geometric reflections only to the given shape and points, Mehmet applied it to the plane on the left side of the symmetry axis. Although Mehmet applied the geometric reflection to the planar region of the left symmetry axis, all four teachers still have the action mental structure of the domain of geometric reflections. The reason for this is that they did not specify that the planar region to the left of the symmetry axis should be projected to the right and the planar region on the right should be projected to the left.

In the second interview, apart from the closed shapes (e.g.: triangle, rectangle) that teachers had received, they were also given an arc segment, marked points located in inside and outside areas of the arc segment, for teachers to apply geometric reflection by considering all points on the plane (See. Figure 6).

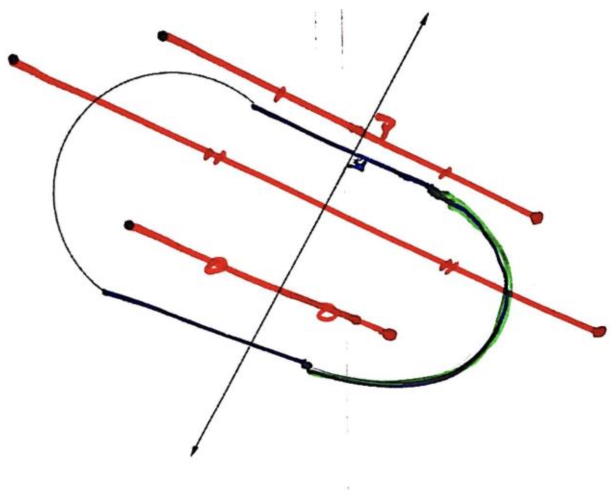


Figure 6. Geometric reflections sample of the second interview

All four teachers expressed the reflection of the circular segment by first reflecting the points of origin and endpoints and combining them. Then, they completed the geometric reflection by reflecting the points located in the inner and outer regions of the circular segment. When teachers, who completed the geometric reflection, were asked "What did you reflect on the plane when you did the geometric reflection?“ all three teachers except Mehmet stated that they ”reflected the circular segment, the three points given in the inner and outer regions of the circular segment". Mehmet, on the other hand, expressed his thoughts as follows:

A: Wen you made the reflections, what did you reflect on the plane?

M: I reflected the points and the circular segment.

A: Which points?

M: I have reflected all the points that appear and do not appear on the plane's left side.

A: Have you reflected anything other than these points?

M: I didn't reflect anything other than the visible or invisible points.

Mehmet's explanations show that the open shape, apart from the closed shape, made him continue to express that the plane consists of infinite points and that he should apply this expression to the geometric reflection on the plane. While Zeynep, Betül and Okan applied the geometric reflection only to the given open shape and points, Mehmet applied it to the entire plane on the left side of the symmetry axis. Although Mehmet continues to apply geometric reflection to the planar region on the left side of the symmetry axis, all four teachers still have the action mental structure of the domain of geometric reflections. The reason for this is that they did not start to think or specify that the planar region to the left of the symmetry axis should be projected to the right and the planar region on the right should be projected to the left.

In the third interview, instead of a closed or open shape, teachers were given a pentagon with a shaded area and points located in the areas inside and outside the pentagon to allow them to think about the plane more concretely. Teachers were asked to apply geometric reflection to this polygonal region and to the specified points (See. Figure 7)

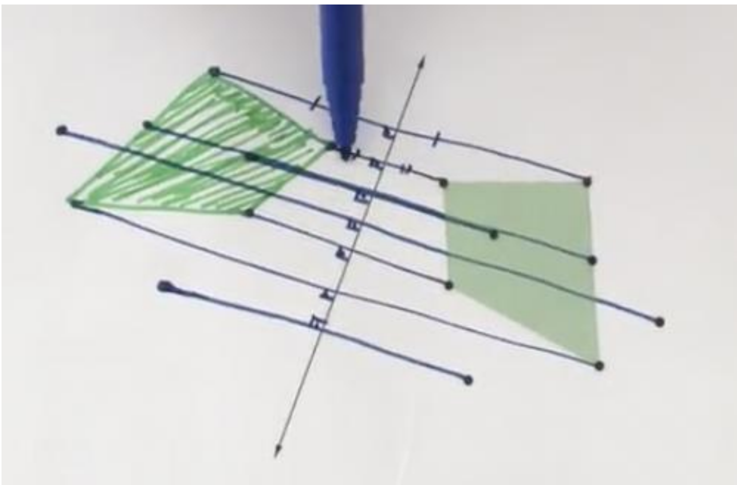


Figure 7. Geometric reflections sample of the third interview

All four teachers determined the rectangle area by first taking the reflection of the vertices of the rectangle and combining them, and by colouring the area; they then completed the geometric reflection of the figure by taking the reflection of the given points. To the question, "What did you reflect on the plane when doing the geometric reflection?", Okan and Betül answered that they "reflected the tetragonal region and other given points", while Zeynep gave the following answer "I reflected the points, a set of points, this set of points actually form a shape, it had a tetragonal shape". Mehmet replied with "all the points, all the points that are visible or not visible on one side of the line, no other point was reflected".

In order to encourage teachers to remember and interpret the definition of the plane, a question was directed to them, to make them think if there are any differences when applying geometric reflection to the rectangles in figure 6, and figure 8. Zeynep's answer to this question was "I have reflected infinite line segments of the rectangle in figure 8. In figure 6, I have reflected only four line segments (edges of the figure); Betül's answer was "I didn't reflect it thinking that there was a difference between them, but I showed the surface, because only one of them was a surface, in other words, a green surface was give, so I filled in that surface"; Okan's answer was "I only reflected the edges in figure 6. Here, I also reflected the shaded area." According to the answers given by the three teachers, the teachers consider the plane to be hollow. At the same time, teachers are not yet aware that they reflect points instead of shapes. This is an indication that teachers still do not remember the definition of the plane and cannot use this definition while applying geometric reflection. On the other hand, Mehmet's response was "nothing has changed, we're still reflecting points". Mehmet is aware that the plane consists of points, is not hollow and reflects points instead of shapes when applying geometric reflection.

The teachers' responses indicate that three teachers (Zeynep, Betül and Okan) still apply geometric reflection to only the given shape and points. At the same time, Mehmet stated that he only applied geometric reflection to the plane on the left side of the symmetry axis. Therefore, all four teachers still have the action mental structure of the domain of geometric reflections.

Understanding domain of geometric reflection as all points in the plane

At the end of three interviews with teachers, it was found that three teachers still have an action mental structure in understanding the domain of geometric reflection, and one teacher has made a transition to a mental process structure in understanding the domain of geometric reflections. In other words, three teachers applied geometric reflection to only the given shape and points and thought of the inside and outside of the shape as hollow. On the other hand, a teacher realized that the plane consists of infinite points and that geometric reflections should be applied, not only to the given shape or points, but to the entire plane. For example, at the third interview, one question was posed to teachers, where they were given shapes and points located to the right and left of the symmetry axis so that they could apply the geometric reflection by considering all the points on the plane. Teachers were asked to apply geometric reflection (See. Figure 8).

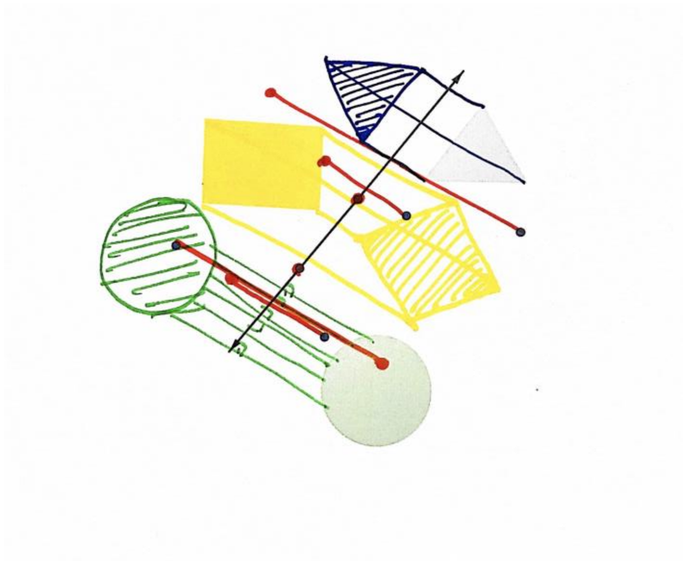


Figure 8. Geometric reflections sample of the third interview

All four teachers selected the vertices of the shapes and reflected the shapes in accordance to the axis of symmetry. Then, they completed the geometric reflection of the shapes by connecting the points and coloring the polygonal regions. Finally, they completed the geometric reflection by taking the reflections of the given points according to the symmetry axis. To the question of what they reflect on the plane when doing geometric reflection transformation, the teachers' answers were as follows (See. Table 5).

Table 5. *Participant Answers*

Zeynep	Betül	Okan	Mehmet
A: When reflecting the given shape, what did you reflect on the plane? **Z:** I reflected the given figures, points and the points on the axis. **A:** Have you reflected any other points other than that? **Z:** No, I didn't.	**A:** When reflecting the given shape, what did you reflect on the plane? **B:** I have reflected the set of points that make up the shapes. **A:** Have you reflected anything other than that? **B:** No, I didn't.	**A:** When reflecting the given shape, what did you reflect on the plane? **O:** This time, I reflected a circular, triangular and rectangular region. **A:** What do you mean when you say region? **O:** I mean the inside. I'm talking about all the points in it. **A:** Have you reflected any other points other than that? **O:** There are extra points on the axis that I've reflected.	**A:** When reflecting the given shape, what did you reflect on the plane? **M:** Again, I have reflected points. **A:** Which points? **M:** I reflected all the visible and invisible points. I have only coloured the points that I reflected. It has emerged, the shapes have emerged as images on the opposite side. In fact, I have noticed that in questions prior to this, we have moved the points on both sides of the shape or mirror line. But since there was no apparent shape on the other side, it seemed as if it had not been moved or reflected. Correct! In fact, I have moved all the points on both sides of the mirror line to the opposite side. **A:** Have you reflected any other points other than that? **M:** Other than that, I haven't reflected anything else.

The teachers' explanations show that three teachers (Zeynep, Betül and Okan) thought of the domain of geometric reflection as given shapes or points by saying that they only applied geometric reflection to the shapes and points given to them. Teachers did not apply the definition of the plane in the geometric reflection because they could not remember the definition that the plane consists of infinite points or because they had misconceptions. On the other hand, Mehmet's explanations show that he remembers that the plane consists of infinite points at the third interview, which made him apply this definition in the geometric reflection. Although Mehmet stated that the plane consists of infinite points, he was not able to use this definition in geometric reflection in previous interviews, but along with the question posed to him in the third interview, he was able to apply the plane definition to the geometric reflection correctly. In other words, the shapes and points located to the right and left of the symmetry axis have made him apply gometric reflection to all of the points that make up the plane. As a result, while the three teachers other than Mehmet still have the mental action structure of the domain of geometric reflections, Mehmet has made the transition to the mental process structure of the domain of geometric reflections.

During the third interview, one of the questions posed to the teachers contained a yellow-colored plane, trapezoid and points given on the plane (see. Figure 8), so that the teachers can remember the plane definition and then apply this definition to the geometric reflections.

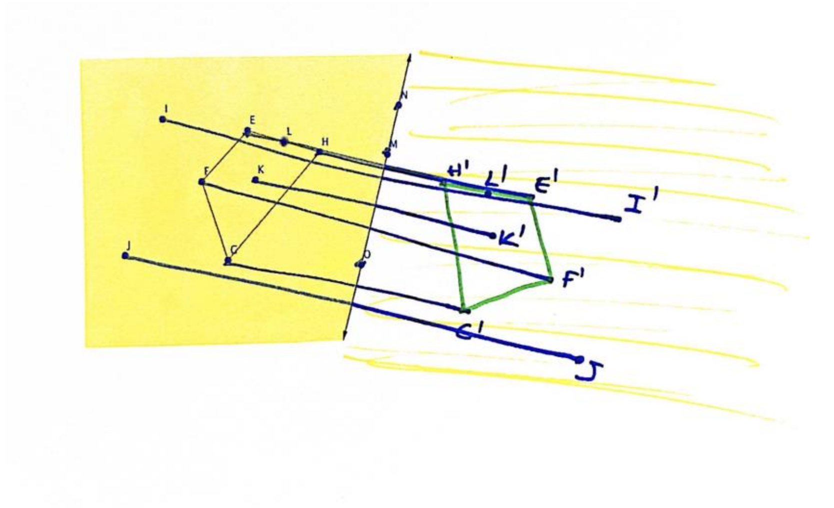


Figure 8. Geometric reflections sample of the third interview

Three teachers (Betül, Okan and Mehmet) completed the geometric reflection by first taking the reflection of the yellow-colored plane according to the axis of symmetry and then reflecting the given shape and points on the plane according to the axis of symmetry. On the other hand, Zeynep completed the geometric reflection after taking only the reflection of the yellow plane relative to the axis of symmetry, without reflecting the shapes and points. To the question of what you reflected on the plane when doing the geometric reflection, the teachers' answers were as follows (See. Table 6).

Table 6. *Participant Answers*

Zeynep	Betül	Okan	Mehmet
Z: I have already reflected four points (perceives the yellow colored plane as a shape, not as a plane, and refers to vertices). So I have reflected the entire domain of points. **A:** Have you reflected anything other than that? **Z:** No, I didn't.	**B:** The plane (he's talking about the yellow plane) consists of infinite points, since I can't reflect them all, I completed it by reflecting points, that I have specified. **A:** Have you reflected anything other than that? **B:** No, I didn't.	**O:** I reflected the plane. I reflected the rectangle and the points. **A:** What plane and points are you talking about? **O:** The yellow plane and the points and rectangle that were given to me. **A:** Have you reflected anything other than that? **O:** No, I didn't. **A:** Is there anything to the right of the reflection line? **O:** There was nothing to the right of the reflections line.	**M:** I have reflected all the points to the right and left of the mirror line. **A:** Have you reflected any points other than that? **M:** Other than that, I haven't reflected on anything else. I've also reflected the points on the mirror line. **A:** Is there anything to the right of the reflection line? **M:** There are invisible points to the right of it. During reflection, they were also moved to the opposite side as an invisible point.

When the teachers' responses are examined, it can be inferred that Zeynep does not remember or does not know the mathematical definition of the plane. Therefore, according to her answers, it can be deduced that Zeynep, when applying geometric reflection, saw the yellow plane as a shape, not a plane, and applied the geometric reflection to this shape. Zeynep still thinks of the plane as hollow. Betül began to remember the definition of the plane by expressing that the yellow-colored plane she applied the geometric reflection to, consists of infinite points. When applying geometric reflection, she stated that she did not reflect anything other than the specified points, since she thought that she could not reflect all of these points individually. Although Betül remembered the definition of the plane, she was unable to apply this definition in the geometric reflection. Okan stated that, in this question, he reflected the entire yellow-coloured plane, the rectangle and the points given to him, when applying the geometric reflection. Thus, he began to remember the definition of the plane. However, he thought and expressed that there was nothing to the right of the axis of symmetry. It is clear from the responses of all three teachers that teachers still have the action mental structure of the domain of geometric reflections. On the other hand, Mehmet's completion of the geometric reflection by stating that there are infinite points to the right and left of the symmetry axis, that all points on the plane should be recipocally reflected to the right and left of the symmetry axis when applying the geometric reflection has shown one more time that he is in the process mental structure of the domain of geometric reflections.

At the end of the third interview, when teachers were again asked to define geometric reflection, Zeynep defined it as "drawing the distance of a point and a set of points from the axis of symmetry to the other side of the axis of symmetry"; Betul as "the image of a shape at equal distance from the axis of symmetry"; Okan defined it as "backwards-facing objects located in front of a mirror by considering the line as a mirror since we have been working with lines up until now" and Mehmet "the process of moving all the points located on the right and left side of the mirror line to the other side". As can be seen from the last definitions made by teachers, it can be inferred that Zeynep, Betül and Okan make geometric reflections by considering the physical images of shapes, without paying any attention to the plane. Therefore they think of the plane as hollow. Since they could not express that the plane consists of infinite points, they could not use this definition in the geometric reflection either. Therefore, it was revealed that all three teachers have an action mental structure of the domain of geometric reflections. When Mehmet's last definition of the geometric reflection was examined, it was seen that there were changes according to the definition he made at the first meeting. In his first definition, Mehmet defined the geometric reflection as an 'image of an object in a mirror' and he stated that he did not consider the plane, when applying geometric reflection, he only reflected the given shape and points. In his last definition, he stated that the plane consists of infinite points. When applying geometric reflections, it is necessary to apply the reflection to the entire plane located to the right and left of the symmetry axis. Therefore, it is clearly seen that Mehmet made a transition from the mental structure of action to the mental structure of the process of the domain of geometric reflections. As a result, among four teachers, only Mehmet made the transition from the perspective of motion to the perspective of mapping.

When the reasons are examined for staying in the motion perspective of three teachers (Zeynep, Betül, and Okan), the teachers may not know the definition of the plane mathematically or they may not use the definition of the plane in performing geometric reflection. In Mehmet's transition from the motion perspective to the mapping perspective, the preparation of interview questions that reminded him of the definition of the plane (closed shape, concave shape, points given inside and outside the figure, giving shapes and points on both sides of the symmetry axis or shaded region) and the effect of open-ended questions asked in the process helped to understand that Mehmet should apply the geometric reflection to all points in the plane, not just given shapes or points.

Discussion and Interpretation

In this study, the answers to the following research questions were sought: "What perspective do high school mathematics teachers have in understanding the sub-concept domain of geometric reflection?", "What are the reasons as to why high school math teachers have the perspective of motion or mapping?" In the first interview with the teachers, it was revealed that all four teachers have an action mental structure in understanding the domain of geometric reflection. In other words, all four teachers have the perspective of motion in understanding the domain of geometric reflections. All four teachers applied geometric reflections by considering the domain of reflection as given shapes and/or points. One reason why teachers apply geometric reflection not to all points in the plane, but only to given shapes or points may be due to the fact that the mathematical definition of the plane is known incorrectly (thinking of the plane as hollow) or the definition of the plane (the plane consists of infinite points) is not used conceptually in geometric reflection (Akarsu, 2018; Hollebrands, 2003; Yanık, 2006).

After three interviews with all four teachers, Mehmet had a process mental structure in understanding the domain of geometric reflection, while the other three teachers remained in the action mental structure. In other words, while Mehmet transitioned from the perspective of motion to the perspective of mapping in understanding the geometric reflection, the other three teachers remained in the perspective of motion. One of the reasons Zeynep, Betul and Okan remain in the perspective of motion may be because they have not learned or have never experienced geometric reflection of all points in the plane (Akarsu, 2018; Yanık and Flores, 2009). Despite the different shapes given throughout all the interviews, it may have been a new and challenging concept for Zeynep, Betül and Okan to apply geometric reflection to all points on the plane (Yanık and Flores, 2009).

One of the reasons all three teachers apply the geometric reflection only to the given points and figures may be how the geometric reflection is explained in the books (Jones, 2004; Zorin, 2011). When the textbooks of the Ministry of National Education (MEB) were examined, it was found that the lectures and examples in the books were only for the performing geometric reflection to the given points and figures. In other words, the textbooks are written for the supporting motion perspective rather than the mapping perspective. For example, in the eighth-grade textbook, geometric reflection is defined as "the reflection of a shape according to the line." In the 12th grade, geometric reflection is defined as “taking the symmetry of a shape for a point or a line”. When these definitions are examined, it is stated that instead of reflecting all points in the plane, only the geometric reflection should be applied to the given shape or points. This is a misconception and books need to be rewritten from a mapping perspective.

For Mehmet, the points given inside and outside the rectangle made him remember the mathematical definition of the plane and therefore helped him use it in the geometric reflections. The reason for Mehmet’s development may be due to the variety of shapes, which were given to be reflected in the interviews. In other words, this could be caused by the fact that, when applying geometric reflections, Mehmet was only given a shape, independently from the infinite points in the plane (Akarsu, 2018). Another development in Mehmet is that due to the shapes and points given on both sides of the symmetry axis, he began to think that the geometric reflection should be applied not only to the semi-plane where the given shape is located but to all the infinite points on both sides of the symmetric axis. As a result, in geometric reflections, the diversity of the shape to be reflected is a crucial factor in remembering or learning that the infinite points in the plane should be reflected (Akarsu, 2018).

Limitation

There are three limitations in this study. The first limitation is that the study sample was limited to four participants. Because easily accessible case sampling was used in the sample selection method of this study, participants who could provide accurate information about the subject in a short time were chosen, and the study was carried on with four participants. It should be taken into account that with a wider sample selection, the study results may have been different. The second limitation is that the teachers participating in the study are limited to being high school mathematics teachers. Since the teachers who provide education at the secondary school level use topics and concepts such as function, reflection, domain, point, plane more often in their lessons than at the primary school level, it was thought that they would share their experience more efficiently during the interviews. At the same time, in the process of interviews with the teachers participating in the study, it was decided to only work with high school mathematics teachers since a program that matches the teaching schedules had to be made. The third limitation is that the data collected consist not only of verbal, but also of non-verbal behavior, peculiar speech features, gestures and expressions. Considering that the participants could not fully express their thoughts during the interviews, the researchers inferred from the participants' body language and the forms of expression they used.

Recommendations

In this study, by revealing the perspectives that teachers have in understanding the domain of geometric reflection, the transition processes from a motion perspective to a mapping perspective were examined and required interviews were conducted with teachers. In another study, the transition processes from the perspective of motion to the mapping perspective can be examined by revealing the perspectives that teachers have about the sub-concepts of the axis of symmetry and the plane.

References

Ada, T., & Kurtuluş, A. (2010). Students' misconceptions and errors in transformation geometry. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology, 41*(7), 901-909.

Akarsu, M. (2018). *Pre-service teachers' understanding of geometric reflections in terms of motion and mapping view.* Unpublished Doctoral Dissertion, Purdue University, Indiana, USA.

Akarsu, M. (2022). Understanding of Geometric Reflection: John's learning path for geometric reflection. *Journal of Theoretical Educational Science, 15*(1), 64-89.

Aktaş, G. S., & Ünlü, M. (2017). Understanding of eight grade students about transformation geometry: Perspectives on students' mistakes. *Journal of Education and Training Studies*, *5*(5), 103-119. doi: 10.11114/jets.v5i5.2254

Arnon, I., Cottrill, J., Dubinsky, E., Oktac, A., Roa Fuentes, S., Trigueros, M., et al. (2014). *APOS theory: A framework for research and curriculum development in mathematics education.* New York, NY: Springer.

Coxford Jr, A. F. (1973). Geometry in the Mathematics Curriculum: A Transformation Approach to Geometry. *National Council of Teachers of Mathematics Yearbook*.

Demir, Ö., & Kurtuluş, A. (2019). Dönüşüm geometrisi öğretiminde 5E öğrenme modelinin 7. Sınıf öğrencilerinin Van Hiele dönüşüm geometrisi düşünme düzeylerine etkisi. *Eskişehir Osmangazi Üniversitesi Sosyal Bilimler Dergisi*, *20*, 1279-1299.

Desmond, N. S. (1997). *The geometric content knowledge of prospective elementary teachers*. Unpublished Doctoral Dissertion, University of Minnesota.

Dubinsky, E. (1991). Reflective abstraction in advanced mathematical thinking. In D. Tall (Ed.), *Advanced mathematical thinking* (pp. 95-126). Boston, MA: Kluwer Academic Publishers.

Edwards, L. (2003, February). The nature of mathematics as viewed from cognitive science. Paper presented at *3rd Congress of the European Society for Research in Mathematics*, Bellaria, Italy.

Flanagan, K. A. (2001). *High school students' understandings of geometric transformations in the context of a technological environment.* Unpublished Doctoral Dissertion, The Pennsylvania State University, 2001.

Hacısalihoğlu Karadeniz, M., Baran, T., Bozkuş, F., & Gündüz, N. (2015). İlköğretim matematik öğretmeni adaylarının yansıma simetrisi ile ilgili yaşadıkları zorluklar. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education (TURCOMAT),* *6*(1), 117-138. https://doi.org/10.16949/turcomat.71538

Harper, S. R. (2002). *Enhancing elementary pre-service teachers' knowledge of geometric transformations.* Unpublished Doctoral Dissertion, University of Virginia, 2002.

Hollebrands, K. (2003). High school students' understandings of geometric transformations in the context of a technological environment. *Journal of Mathematical Behavior*, *22*, 55–72.

Jones, D. L. (2004). *Probability in middle grades textbooks: an examination of historical trends,* 1957-2004. Unpublished doctoral dissertation, University of Missouri- Columbia, Dissertation Abstracts International, AAT 3164516.

Knuchel, C. (2004). Teaching symmetry in the elementary curriculum. *The Montana Mathematics Enthusiast*, *1*(1), 3-8.

Köse, N. Y., (2012). İlköğretim öğrencilerinin doğruya göre simetri bilgileri. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, *42*(42).

Martin, G. E. (1982). *Transformation geometry: An introduction to symmetry*. New York: Springer-Verlag.

Merriam, S. B. (2013). *Nitel araştırma desen ve uygulama için bir rehber* (Çev. Turan, S.). Ankara: Nobel.

Mhlolo, M. K., & Schafer, M. (2014). Potential gaps during the transition from the embodied through symbolic to formal worlds of reflective symmetry. *African Journal of Research in Mathematics, Science and Technology Education*, *18*(2), 125-138.

Milli Eğitim Bakanlığı [MEB]. (2010). MEB Yaygın Eğitim Kurumları Yönetmeliği. Resmî gazete. (https://dspace.ceid.org.tr/xmlui/handle/1/297)

National Council of Teachers of Mathematics. (2000). Principles and standards for school mathematics. Reston, VA: NCTM.

Patton, M. Q. (1987). *How to use qualitative methods in evaluation* (No. 4). Sage.

Son, J. W., & Sinclair, N. (2010). How preservice teachers interpret and respond to student geometric errors. *School Science and Mathematics*, *110*(1), 31-46.

Yanık, H. B. (2006). Prospective elementary teachers' growth in knowledge and understanding of rigid geometric transformations. Unpublished Doctoral Dissertion, Arizona State University, 2006.

Yanık, H. B. (2011). Prospective middle school mathematics teachers' preconceptions of geometric translations. *Educational Studies in Mathematics, 78*(2), 231-260.

Yanık, H. B. (2014). Middle-school students' concept images of geometric translations. *The Journal of Mathematical Behavior, 36,* 33-50.

Yıldırım, A. & Şimşek, H. (2011). *Sosyal Bilimlerde Nitel Araştırma Yöntemleri*. Ankara

Yin, R.K. (2009). *Case study research: Design and methods* (4th ed). Thousand Oaks, CA: Sage.

Zembat, İ. Ö. (2007). Yansıma dönüşümü, doğrudan öğretim ve yapılandırmacılığın temel bileşenleri. *Gazi Üniversitesi Gazi Eğitim Fakültesi Dergisi*, *27*(1), 195-213.

Zorin, B. (2011). *Geometric transformations in middle school mathematics textbooks*. University of South Florida.

KEFAD
http://kefad.ahievran.edu.tr

Ahi Evran Üniversitesi
Kırşehir Eğitim Fakültesi Dergisi

ISSN: 2147 - 1037

What Drives Teachers' Instructional Decisions?: An Exploration of Knowledge and Beliefs

Ayfer Eker

Article Information

CrossMark

DOI: 10.29299/kefad.998214

Received: 20.09.2021
Revised: 14.01.2022
Accepted: 20.03.2022

Keywords:

Mathematical Knowledge for Teaching,

Mathematical Beliefs,

Constructivism

Abstract

This study investigates the impact of knowledge and beliefs on an elementary teachers' instructional decisions and whether one of these factors is more prominent in making those decisions. The teacher implemented a unit about fractions, which was designed based on a constructivist approach, yet he did not fully commit to using the ideas promoted in the unit. In order to find out the reasons behind his instructional decisions that caused this disparity, his mathematical knowledge for teaching, mathematical beliefs, and self-efficacy beliefs were investigated by using a survey and a semi-structured interview. The results showed that he had a different set of beliefs about learning and teaching mathematics than the underlying beliefs of which the unit was designed. Also, he held strong self-efficacy beliefs about his teaching and knowledge of mathematics even though the results from the survey proved otherwise. In sum, his strong self-efficacy beliefs appeared to dominate his decisions about mathematics instruction in his classroom.

Öğretmenlerin Eğitsel Kararlarına Neler Yön Verir?: Bir Bilgi ve İnanç İncelemesi

Makale Bilgileri

CrossMark

DOI: 10.29299/kefad.998214

Yükleme: 20.09.2021
Düzeltme: 14.01.2022
Kabul: 20.03.2022

Anahtar Kelimeler:

Matematik Öğretim Bilgisi,

Matematiksel İnançlar,

Yapılandırmacılık

Öz

Bu çalışma, bilgi ve inançların bir sınıf öğretmeninin öğretim kararları üzerindeki etkisini ve bu faktörlerden hangisinin daha belirgin olduğunu araştırmaktadır. Öğretmen, yapılandırmacı yaklaşıma dayalı olarak tasarlanmış kesirler ile ilgili bir üniteyi uygulamış, ancak ünitede desteklenen fikirleri tam olarak kullanmaya bağlı kalmamıştır. Bu farklılığa neden olan eğitsel kararlarının arkasındaki nedenleri bulmak için, öğretmenin matematik öğretme bilgisi, matematiksel inançları ve öz-yeterlik inançları anket ve yarı yapılandırılmış görüşme kullanılarak araştırılmıştır. Sonuçlar, ünitenin tasarlandığı temel inançlarla karşılaştırıldığında, öğretmenin matematik öğrenme ve öğretme konusunda farklı inançlara sahip olduğunu göstermektedir. Ayrıca, anket sonuçları aksini kanıtlasa da öğretmenin öğretim ve matematik bilgisi hakkında güçlü öz-yeterlik inançlarına sahip olduğu bulunmuştur. Özetle, güçlü öz-yeterlik inançlarının, öğretmenin sınıftaki matematik öğretimiyle ilgili kararlarını yönlendirdiği düşünülmüştür.

Sorumlu Yazar: Ayfer Eker, Dr., Giresun Üniversitesi, ayfer.eker@giresun.edu.tr, ORCID ID: 0000- 0002- 6611-9755

Alt Bilgi: This study has been derived from the author's dissertation. An early version of the study was presented virtually at International Conference on Mathematics Education (ICOME) 2021.

This study was originally written in English, and the Turkish version was translated from English by staying true to the original version.

Atıf için: Eker, A. (2022). Öğretmenlerin eğitsel kararlarına neler yön verir?: bir bilgi ve inanç incelemesi. *Kırşehir Eğitim Fakültesi Dergisi, 23*(Özel Sayı), 612-642.

Giriş

K-6 matematik eğitimindeki reform çabaları, anlamlı öğrenmeyi teşvik ederek öğrencilerin matematikteki başarısını artırmayı amaçlamaktadır (NCTM, 1989, 1991). Bu bağlamda, reform odaklı matematik müfredatı geliştiricileri, bu materyalleri eleştirel düşünme ve akıl yürütmeyi, problem çözmeyi ve sınıflarda bireysel bilgi inşasını teşvik etmek için tasarlamışlardır. Öğrencilerin bilginin yapılandırıcıları olmaları için öğretmenlerin yeni roller üstlenmeleri, onları bilgi sahibi ve aktarıcı olarak konumlandıran daha geleneksel öğretmen rolleri yerine öğrenmenin kolaylayıcıları olmaları beklenmektedir. Bu rolü üstlenmek, öğrencilerin anlayarak öğrenmelerini sağlayacak şekilde kaliteli öğretimi destekleyecektir. Reform fikirleriyle uyumlu matematik öğretme ve öğrenme yaklaşımlarından biri de yapılandırmacılıktır. Bu teoriye göre insanlar, dış dünyaya ilişkin bilgilerini çevreleriyle olan deneyimleri aracılığıyla yapılandırırlar (Cobb ve Steffe, 1983; Simon, 1995; Steffe ve D'Ambrosio, 1995; Von Glasersfeld, 1995). Yeni bilgiler sürekli olarak önceki öğrenmelerin yer aldığı bilgi tabanımıza eklenmektedir. Öğrenme, aslında dış dünya ile olan etkileşimlerimiz sonucunda edindiğimiz yeni bilgileri halihazırda var olan bilgi tabanımıza bağlama sürecidir. Birçok araştırmacı ve eğitimci, araştırmaları ve öğrenme ve öğretme uygulamaları için temel teori olarak yapılandırmacılığı benimsemektedirler.

Bu alanda yapılan birçok araştırma, yapılandırmacı öğrenme teorisi ile uyumlu öğretimin çocuklara fayda sağlayacağını göstermektedir (Confrey, 1990; Simon, 1995; Steffe ve D'Ambrosio, 1995). Öğrencilere sadece formülü anlatarak veya göstererek bir kavramı öğretmeye çalışmak ve bu bilgiyi yüzlerce yılda inşa edilmiş mevcut bilgi tabanlarına anlamlı bir şekilde entegre etmelerini beklemek yerine yapılandırmacı temelli öğretim, öğrencileri bilgiyi üreten ve bilgiye sahip olan olarak kabul etmeyi teşvik edecektir. Bu nedenle, [yapılandırmacı öğrenme teorisi] öğrencileri akıl yürütme, problem çözme ve eleştirel düşünmeyi teşvik eden anlamlı etkinliklere dahil ederek bilgi oluşturma süreçlerinde onlara rehberlik etmeyi savunur.

Diğer öğrenme teorilerine benzer olarak, yapılandırmacılık her yaştan ve her türden öğrenci için geçerlidir ve bu durum öğretmenleri de kapsamaktadır. Yapılandırmacılığın ilkeleri, bu çalışmanın teorik çerçevesinde kullanıldığı şekliyle, öğrenen merkezlidir, işbirliği de dahil olmak üzere çevre ile etkileşimi içerir ve sadece ürünü (bilgiyi) değil, tüm öğrenme sürecini dikkate alır. Yapılandırmacılığın savunduğu öğrenme uygulamaları reform odaklı matematik programları tarafından da paylaşılmaktadır (NCTM, 1991, 2014). Reform yanlıları, öğretmenleri öğrenmeyi kolaylaştırıcı kişi rolüne sokmayı ve öğrencileri akıl yürütme, problem çözme ve eleştirel düşünme yoluyla bilgi inşasına dahil etmeyi amaçlamaktadır. Öğretmenlerin, öğrenmeye odaklanmak için matematik hedefleri belirleyerek, akıl yürütmeyi ve problem çözmeyi teşvik eden görevleri uygulayarak, matematiksel temsilleri kullanarak ve birleştirerek, anlamlı matematiksel söylemi kolaylaştırarak, amaçlı sorular ortaya koyarak, kavramsal anlamadan prosedürel akıcılık oluşturarak öğrencilere matematiksel bilgi temellerini oluşturmalarında rehberlik etmeleri, matematik öğrenmede üretken mücadeleyi desteklemeleri ve öğrenci düşüncesinin kanıtlarını ortaya çıkarmaları ve kullanmaları beklenir (NCTM, 2014). Öğretmenlerin bu uygulamaları veya bunlarla uyumlu diğer uygulamaları sınıflarında ne ölçüde uygulayabildikleri öğretimin kalitesini belirler (Hill, Ball ve Schilling, 2008).

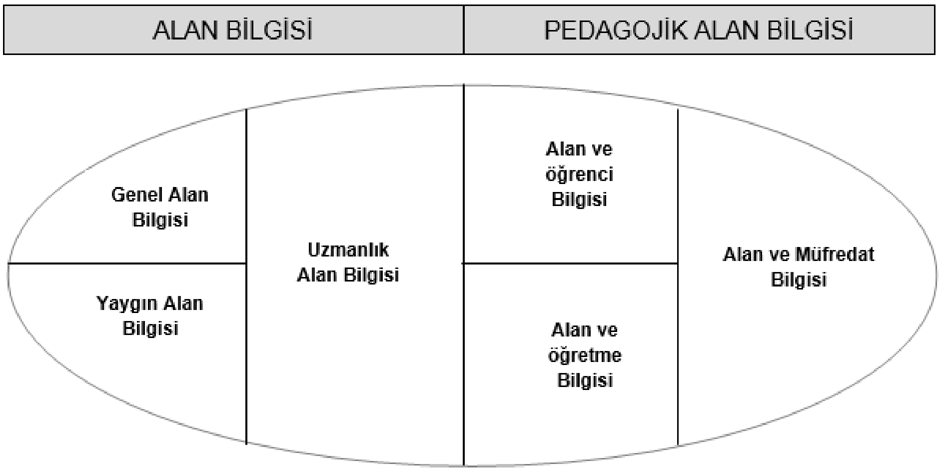
Öğretmenlerin karar verme durumlarının, sınıf içi etkinliklerinin hemen her bölümünde yer alan aktif bir süreç olduğu düşünüldüğünde, reform odaklı uygulamaların kullanılması öğretmenlerin kararlarından büyük ölçüde etkilenmektedir. Öğretmenler planlama, bu planları uygulama ve planlarının verimliliğini günlük rutinlerinin bir parçası olarak değerlendirme konusunda kararlar alırlar. Karar verirken çeşitli yapılar kullanırlar. Araştırmacılar, öğretmenlerin içeriği anlamalarının (Hill ve Ball, 2009), müfredat materyalleri hakkındaki anlayış ve inançlarının (Hill ve Charalambous, 2012) ve öğrenmeye ilişkin inançlarının (Borko ve Shavelson, 1990) onların öğretimi nasıl şekillendirecekleri konusundaki kararlarını etkilediğini bulmuşlardır. Matematik söz konusu olduğunda, öğretmenlerin matematik öğretme bilgisi (MKT), öğretim kararlarını etkilediği iddia edilen içerik, öğrencilerin matematiksel düşünme bilgileri ve müfredat materyalleri hakkındaki bilgilerini içerir (Hill, Ball, ve Schiling, 2008).

Matematiksel inançlarla ilgili olarak, öğretmenlerin bir disiplin olarak matematiğin doğasına ilişkin inançları, matematiği öğrenmeye ilişkin inançları ve son olarak da matematik öğretmeye ilişkin inançlarını incelenmektedir (Ernest, 1986). Ek olarak, öğretmenlerin matematik bilgilerinin kapsamına ilişkin öz-yeterlik inançları ve onu nasıl öğrettikleri konusundaki inançları da göz ardı edilemez. Aşağıda, bu yapılar ayrıntılı olarak açıklanmaktadır.

Matematik Öğretim Bilgisi (MKT)

Öğretmenlerin matematiksel alan bilgisi öğretim uygulamalarını etkilemektedir (Cai ve Wang, 2010; Cross, 2009; Ernest, 1989; Pajares, 1992; Philipp, 2007; Thompson, 1992). Shulman (1986), öğretmenlerin öğretmek için sahip olması gereken üç tür bilgiyi ortaya koymuştur: alan bilgisi, müfredat bilgisi ve pedagojik alan bilgisi. Pedagojik alan bilgisi, alan bilgisinin yanı sıra bir konuyu öğrenmeyi öğrenciler için zor veya kolay kılan şeyleri içeren alan bilgisidir. Ball, Thames ve Phelps (2008), bu tür bilgileri matematik öğretim bilgisi (MKT) çatısı altında toplayarak ve alan bilgisi ile pedagojik alan bilgisini daha da alt bölümlere ayırarak Shulman'ın kategorilerinde bir geliştirme önermiştir. MKT modelleri, matematiği etkili bir şekilde öğretmek için gereken altı tür bilgiyi içerir. Bu altı bileşen, ortak alan bilgisi (CCK), uzmanlık alan bilgisi (SCK) ve matematiksel öngörü bilgisi (Shulman tarafından önerilen alan bilgisinin alt bölümleri), alan ve öğrenci bilgisi (KCS), alan ve öğretim bilgisi (KCT) ve müfredat ve alan bilgisidir (KCC) (Shulman tarafından önerilen pedagojik alan bilgisinin alt bölümleri) (bkz. Şekil 1).

Ball, Thames ve Phelps (2008), alan bilgisinin bileşenlerini açıklarken, genel alan bilgisini (CCK) yalnızca öğretmenler tarafından değil, matematiği kullanan tüm bireylerin sahip olduğu matematiksel bilgi olarak tanımlamaktadır. Öğretmenlere özgü matematik bilgisinin uzmanlık alan bilgisi (SCK) olduğunu belirtmektedirler. Bu bilgi, standart prosedürleri açıklayabilmeyi, matematiksel fikirleri açık bir şekilde temsil edebilmeyi ve verilen problemlerin farklı çözümlerini anlayabilmeyi içerdiğinden öğretime özgüdür. Bu kategorinin son bileşeni, yaygın alan bilgisi (HCK) de matematiksel kavramların birbirleri ile bağlantısını anlamayı içeren alan bilgisidir.



Şekil 1. Matematik Öğretim Bilgisi (MKT) (Ball, Thames ve Phelps, 2008)

İkinci kategoride, Ball, Thames ve Phelps (2008), alan ve öğrenci bilgisinin (KCS) belirli bir içerik içinde öğrenmenin nasıl gerçekleştiğini anlamaya odaklandığını belirtmektedir. Bu kategorideki ikinci bileşen olan alan ve öğretim bilgisi (KCT), belirli bir içeriğin nasıl öğretileceğini bilmeye odaklanması bakımından benzerdir. Son bileşen ise, müfredatın belirli matematiksel fikirleri ne ölçüde içerdiğini bilmek anlamına gelen alan ve müfredat (KCC) bilgisidir.

Hill, Ball ve Schilling (2008), kategorilerin ve aralarındaki ilişkilerin daha detayli açıklamasında, KCS'nin alan bilgisinden farklı olduğunu, çünkü bir öğretmenin matematiksel fikirlerin kavramsal olarak anlamada güçlü bir arka plana sahip olabileceğini iddia eder, ancak bu onların bu konu hakkında öğrencinin öğrenmesi konusunda derin bilgiye sahip olacakları anlamına gelmez. Ayrıca bu iddianın, zıt yönlü bir ilişki için geçerli olduğunu da eklerler; bir öğretmen, öğrencilerin belirli bir içeriği nasıl öğrendiği konusunda güçlü bir anlayışa sahip olabilir, ancak aynı zamanda içeriğin kendisi hakkında zayıf bir anlayışa sahip olabilir.

Hill ve Charalambous (2012) öğretmenlerin MKT seviyelerinin öğretim uygulamalarını etkilediğini bulmuşlardır. Ek olarak, Manouchehri ve Goodman (1998), öğretmenlerin matematik bilgisinin, standartlara dayalı müfredatı nasıl kullandıklarını etkileyen kritik değişkenlerden biri olduğunu bulmuşlardır. Bu nedenle, öğretmenlerin öğretim kararlarını etkileyen faktörlerin araştırılmasında incelenmesi gereken ilk yapılardan biri MKT'dir.

Matematiksel İnançlar

Öğretmenlerin matematiksel inançları, öğretim kararları üzerinde potansiyel olarak etkisi olan bir başka faktördür (Ernest, 1989; Pajares, 1992; Beswick, 2012). Matematiksel inançlar üç bileşenden oluşur: i) matematik öğrenmeye ilişkin inançlar, ii) matematik öğretmeye ilişkin inançlar ve iii) matematiksel bilginin doğasına ilişkin inançlar (Ernest, 1989). Matematiksel inançlar ve öğretim uygulamaları arasındaki ilişkinin basit olduğu düşünülmüştür; eğer bir öğretmen öğrencinin öğrenmesi hakkında reform odaklı inançlara sahipse, o zaman sınıfında reform odaklı öğretim yöntemlerini kullanacaktır (örneğin, Cross, 2009; Beswick, 2005). Öte yandan, diğer araştırmalar, öğretmenlerin matematiksel uygulamalarının inançlarını yansıtmadığı veya inançlarının uygulamalarıyla mutlaka eşleşmediği durumlara dair kanıtlar sunmaktadır (örn., Beswick, 2012; Cross, 2015; Leatham, 2006; Skott, 2009).

Leatham, inançlar ve uygulamalar arasındaki tutarsızlığı "*mantıklı sistemler çerçevesi*" isimli çerçeve ile açıklar (Leatham, 2006). İkisi arasındaki çatışmanın doğrudan bir ilişkinin olmamasından kaynaklanmadığını, ancak uygulamaları tespit edilenlerden daha fazla etkileyen diğer inançların etkisinden kaynaklandığını iddia etmektedir. Örneğin, bir öğretmenin belirli bir öğretim türünü etkilediğine ve çağrıştırdığına inandığımız inancı ile bu öğretmenin öğretim uygulamaları arasında bir tutarsızlık olduğunu fark ettiğimizde, bu, öğretmenin öğretim surecini karar verme anında hissettiği başka bir inancı yansıtarak şekillendirmeyi seçtiği anlamına gelebilir. Sonuç olarak, bu çalışma aynı zamanda öz-yeterlik inançları ve bağlamla ilgili inançlar (örneğin öğrencileri, okulları, müfredatları hakkındaki inançlar) dahil olmak üzere inançları öğretmenlerin öğretim kararlarını etkileyebilecek faktörler olarak ele almıştır.

Öğretmen Öz-yeterliği

Bandura, öz-yeterlik kavramını ilk kez ünlü çalışması "Self-Efficacy: Toward a Unifying Theory of Behavioral Change" (1977) adlı eserinde tanıtmıştır. Daha sonra bunu, "kişinin olası durumları yönetmek için gerekli eylemleri organize etme ve yürütme yeteneklerine olan inançları" olarak tanımlamıştır (Bandura, 1997, s. 2). Bandura, öğretmenlerin öz yeterliklerinin öğretime uygulandığında öğretim uygulamalarını ve buna bağlı olarak öğrencilerin öğrenme deneyimlerini etkileyeceğini savunmakta idi. Böylece, öz yeterlilik diğer araştırmacılar için önemli bir araştırma alanı haline geldi (örneğin Ashton ve Webb, 1986; Guskey, 1981; Enochs ve Riggs, 1990). Öğretim yeterliğinin iki bileşeni vardır: bilgi yeterliliği ve kişisel yeterlik (Roberts ve Henson, 2000). Bilgi yeterliliği, bir kişinin matematik içerik bilgisini anlama konusundaki güvenini ifade ederken, kişisel yeterlik, bir kişinin öğretim yoluyla öğrencilerin öğrenmesini destekleme becerisine olan güvenini ifade eder.

Öğretmen yeterliliği, öğretmenlerin uygulamalarını etkileyen bir faktör olarak kabul edilmiştir. Güçlü bir yeterlik duygusuna sahip öğretmenler, belirli öğretim uygulamalarını öğrenmeye, benimsemeye ve hayata geçirmeye daha istekli olma eğilimindedir (Guskey, 1988). Yüksek yeterliliğe sahip öğretmenlerin, öğrencilerinin öğrenmesine daha fazla odaklanacakları ve öğrencilerin kavramları sorgulama yoluyla keşfetmelerini sağlamak gibi öğrenci merkezli öğretim uygulamalarına daha açık olacakları kabul edilmektedir (örn. Marshall, Horton, Igo ve Switzer, 2009). Ayrıca, yüksek düzeyde yeterliliğe sahip öğretmenlerin müfredat değişikliklerini benimseme konusunda daha motive olacakları ve yeni müfredatı uygulamalarının daha kolay olacağı da bulunmuştur (Charalambous ve Philippou, 2010). Öğretmenler, öğretim yöntemlerinin öğrencilerinin öğrenmesinde bir fark yarattığını gözlemlediğinde yani öğrencinin öğrenmesine odaklanan bir öğretim modelinin ise yaradığını gördüklerinde, öğretimleri konusunda kendilerini daha etkili hissederler ve bu da onları öğrenci merkezli bir yaklaşım kullanmaya devam etmeye motive eder (Hull, Booker ve Naslund-Hadley, 2016).

Öğretmen Kararları

Borko ve Shavelson (1990), "öğretmenler karmaşık, belirsiz bir ortamda makul yargılar ve kararlar veren profesyonellerdir" ve "öğretmenlerin davranışlarına düşünceleri, yargıları ve kararları rehberlik eder" (s. 312) diye belirtmektedir. Onların iddialarına dayanarak, öğretmenlerin inançlarını, yargılarını, değerlerini ve kararlarını dikkate almadan planlamadan başlayarak tüm öğretim süreci boyunca uygulamalarını araştırmak mümkün değildir. Öğretmenler öğretim sürecinin herhangi bir bölümünde kararlar verirler ve bu kararları bilgilerinden, inançlarından, değerlerinden, tutumlarından ve hedeflerinden etkilenmektedir (Levenson, 2013; Nicol ve Crespo, 2006; Stahnke, Schueler ve Roesken-Winter, 2016; Thompson, 1992).

Araştırmacılar, bir öğretmenin MKT seviyesinin öğretiminin kalitesini etkilediğini bulmuşlardır (Ball, Hill ve Bass, 2005; Charalambous ve Hill, 2012; Hill, Ball ve Schilling, 2008). Öğretmenlerin neyi öğretecekleri ve nasıl öğretecekleri konusundaki kararları öğretimlerinin doğasını belirlediğinden, bu iddia öğretmenlerin MKT seviyeleri ile kararları arasındaki ilişki için geçerlidir. Örneğin, MKT çerçevesinin önemli bir bileşeni olan alan ve öğrenci bilgisi (KCS), öğretimsel karar verme için bir katalizör olarak kabul edilir (Rhine, 2016). Ayrıca, MKT çerçevesinin bir başka bileşeni olan alan ve müfredat bilgisi (KCC) (bkz. Şekil 1), matematik müfredatı hakkında geniş bir anlayışa sahip olmayı içerir ve öğretmenlerin müfredatı yıllar içinde etkili bir şekilde kullanmasına katkıda bulunur.

Öğretmenlerin matematiğin doğası ve matematiği öğrenme ve öğretme konusundaki inançları veya yaklaşımları, neyi öğretecekleri ve nasıl öğretecekleri konusundaki kararlarını da etkiler (Escudero ve Sánchez, 2007; Nicol ve Crespo, 2006; Thompson, 1992). Örneğin, Nicol ve Crespo, çalışmalarında öğretmenlerden birinin matematiğin prosedürel doğasından hoşlandığını ve buna bağlı olarak öğretim sırasında öncelikle prosedürel problemleri kullandığını belirttiğini bildirmiştir. Escudero ve Sánchez (2007) de çalışmalarında öğrenci merkezli öğretim yaklaşımı benimseyen öğretmenlerden birinin dersi öğrencilerin pedagojik ihtiyaçlarını göz önünde bulundurarak tasarladığını ve onları anlamlandırmaya dahil etmeye odaklandığını bulmuşlardır. Öte yandan, öğretimi bir bilgi aktarım süreci olarak gören diğer öğretmen, dersini temeli öğrencinin öğrenmesini kolaylaştırma yaklaşımı olan sıralı adımlara odaklanarak tasarlamıştır.

Öğrenme ve öğretmede yapılandırmacı yaklaşımı benimsemek ve ona göre hareket etmek zordur (Manouchehri ve Goodman, 1998). Her şeyden önce, öğretmenler bu inançlara henüz sahip değillerse, öğretme ve öğrenmeye ilişkin inançlarını buna göre değiştirmeleri gerekir. İnançların öğretmenlerin öğretim uygulamaları üzerinde etkili faktörlerden biri olduğu bilinmektedir (Beswick, 2005; Ernest, 1989; Philipp, 2007; Cross, 2014). Öğrenme ve öğretmeye yönelik yapılandırmacı bir yaklaşıma sahip bir öğretmen, rolünü öğrencilere öğrenme deneyimleri yoluyla rehberlik etmek olarak görür yani onlara matematiksel fikirleri keşfetme şansı vermeden onlara her şeyi anlatmak veya göstermek olarak değil, bir öğrenci merkezli öğrenme ortamı yaratmak için uygun öğretim uygulamalarını kullanmaya çalışmak olarak görür. Bu noktada kaliteli öğretimin bir diğer gerekli bileşeni olan matematik öğretim bilgisi (MKT) devreye girer (Ball, Thames ve Phelps, 2008). Öğrenci merkezli öğretim için ne tür öğretim uygulamalarının uygun olacağı konusunda bilinçli kararlar vermek için öğretmenlerin alan, müfredat ve pedagojik alan hakkında bilgi sahibi olmaları gerekir (Shulman, 1986; Ball, Thames ve Phelps, 2008). Yüksek MKT'ye sahip bir öğretmenin sınıflarında yapılandırmacılığı izleyen kaliteli öğretim uygulamalarını kullanma olasılığı daha yüksektir. Buna bağlı olarak, düşük MKT seviyesine sahip bir öğretmen, bu uygulamaları sınıflarında kullanmakta yetersiz kalacaktır. Bu nedenle, burada incelenen araştırma soruları aşağıdaki gibidir.

* [Aşağıda verilen ikililer] arasındaki ilişkinin doğası nedir?

i) bir ilkokul öğretmeninin matematik öğretim bilgisi ve öğretimsel kararları?

ii) bir ilkokul öğretmeninin inançları ve öğretimsel kararları?

iii) bir sınıf öğretmeninin matematik öğretim bilgisi ve inançları?

Yöntem

Bu durum çalışması (Merriam, 1988; Patton, 2002; Yin, 2003), bir ilkokul öğretmeninin dördüncü sınıfta kesirler öğretimi hakkında yeni bir ünite tasarımı kullanma yolculuğunu araştırmaktadır. Öğretmen, dördüncü sınıf öğrencileri için kesirlerle ilgili bir ünite tasarlayan ve daha sonra bunu sınıflarında uygulayan işbirlikçi bir grupta bulunmakta idi (Eker, 2018). Ünite tasarım süreci, ünite içinde teşvik edilen öğretim uygulamalarını da şekillendiren yapılandırmacı bir öğrenme yaklaşımı tarafından yönlendirilmekte idi. Öğretmenlerin çoğu matematik öğrenmeye yönelik geleneksel öğretmen merkezli yaklaşımı benimseyen ders kitapları kullandığından, tasarlanan ünite öğretmenler için nispeten yeni bir yaklaşımdı. Ünite uygulamalarını inceledikten sonra, sonuçlar bu çalışmadaki öğretmenin ünite tasarım sürecinde planladıkları ünite ile sınıfında öğrettiği ünite arasında düşük düzeyde uyum olduğunu, ancak sınıf uygulamasının tasarlanan ünite ile tamamen uyumlu olduğunu düşündüğünü ortaya koymuştur (Eker, 2018). Bu özel durum, diğer katılımcıların sonuçlarından farklılık gösterdiği için bu öğretmenin durumunun daha fazla araştırılması gerekliliği ortaya çıkmış oldu. Bu çalışma, bu çelişkinin altında yatan nedenleri belirlemek için öğretmenin durumunu daha yakından incelemek üzere tasarlanmıştır. Katılımcının ayrıntılı açıklaması aşağıda verilmiştir.

Ryan. Ryan, ilkokul sınıflarında üç yıllık öğretmenlik deneyimine sahipti ve son okulunda bir yıldır çalışmakta idi. Matematik derslerinde "Everyday Math" ders kitabı serisini kullanıyordu. Aldığı en ileri matematik dersi İlköğretim Matematik Kavramları idi. Önceki profesyonel gelişim (PD) deneyimi, "Everyday Math" ders kitabı serisi eğitimlerine katılmaktan ibaretti. Yeni okulunda herhangi bir liderlik rolü üstlenmemişti, ancak bir yıl önceki okulunda Pozitif Davranışsal Müdahaleler ve Destek (PBIS) Eğitiminde kadrolu olarak görev yaptı.

Ryan gruptaki tek erkek öğretmendi ve çalışmak için çok arkadaş canlısı bir insandı. Eşsiz el yazısıyla bir şeyler yazmakta öncülük ederek, grubun geri kalanı için işleri kolaylaştırmaktaydı. İşbirliğine her zaman açıktı ve deneyimlerini paylaşmayı çok sevdiği kadar, tartışma konusu hakkında başkalarının ne söyleyeceğini de merak ediyordu. Ryan'ın işbirliğine olan ilgisi ve savunuculuğu, inançlarının ve uygulamasının önemli bir parçası gibi görünüyordu. Matematiği ilişkilendirdiği kelimelerden biri işbirlikçi çalışmak idi ve onu çalışmasında ve sınıfında nasıl gördüğünü şöyle açıklıyordu: "Sınıfta öğrencilerinizle işbirliği ve ayrıca bir öğretmen, bir eğitimci olarak akranlarınızla işbirliği yani tamamen birbirinizden öğrenmek ve paylaşmakla ilgili biliyorsunuz, en iyi uygulamalar bunlar, [matematik öğretiminde] ne işe yarar, ne işe yaramaz, neleri iyileştirebilir, neleri değiştirebiliriz [gibi paylaşımlar]." Ryan'ın matematikle ilişkilendirdiği diğer kelimeler problem çözme, gerçek hayat ve bilimdi ve daha sonra bunlara sorgulamayı da ekledi. Matematik ve bilimin özellikle çizelgeler, tablolar ve grafikler gibi kavramlarla birbirine bağlı olduğuna inanıyordu. Ek olarak, her iki disiplinin de problem çözme ve sorgulamayı içerdiğini ve seçtiği kelimeler arasında bağlantı kurduğunu söyledi. Matematik ve bilim arasında gördüğü ilişki yüzeysel olsa da, seçtiği kelimeler matematiği yalnızca insanların zihinlerinde çalıştırdığı soyut bir şey olarak değil, gerçek hayatın bir parçası olarak gördüğünü düşündürmektedir. Ayrıca, işbirliğinin matematiğin büyük bir parçası olduğunu açıkça belirtmekte idi - bu, bir öğrenci olarak matematiği öğrenmede ve bir öğretmen olarak gerekli becerileri geliştirmede işbirliğinin savunucusu olduğunu düşünmemize yol açabilir.

Ryan işini severdi ve genellikle bir okul gününün sonunda mutlu hissederdi. Özellikle her şey yolunda gittiğinde ve öğrencilerinin kavramları iyi anladığı ortaya çıktığında, bu onu başarılı hissettirirdi. Ancak bazen öğrenciler dersi anlamakta güçlük çekerlerdi ve Ryan neyin yanlış gittiğini ve tüm öğrencilerin kavramları anlamalarını nasıl sağlayacağını düşünerek günü değerlendiren bir yapıya sahipti. Kendini olumsuz duygulara kaptırmak yerine, o günleri öğretme becerilerini geliştirmek için uygulamaları üzerinde düşünmek için bir fırsat olarak kullanırdı. Elbette bu, asla hayal kırıklığına uğramayacağı veya olumsuz duygular yaşamadığı anlamına gelmemekteydi - ara sıra karamsar hissederdi ama bunun nedeni genellikle dış etkenlerdi. Her ne kadar fark yaratmak ve öğrencilere rol model olmak istediği için öğretmen olmuş olsa da devletin gereksinimleri ve uygun tazminat olmadan çalışma talepleri, mesleki seçimini yeniden gözden geçirmesine neden olmakta idi.

Ryan'ın matematik bilgisine ve öğretimine olan güveni yakından ilişkiliydi. Güvenin, birinin bir şeyi ne sıklıkta etkili bir şekilde yaptığına dayandığını iddia etmekte idi. Ayrıca, özgüvenin uygulama yoluyla gelişeceğine ve kişinin deneyim yoluyla bir şeyler yapmakta daha yetkin hale geleceğine inanıyordu. Matematik öğretme becerilerinin profesyonel gelişim (PD) programı boyunca geliştiğini belirtmekte idi. Pratik olmakla ilgili olarak, bunu öğrenci başarısı ve anlayışıyla ilişkilendiriyor gibi görünüyordu. Ryan, öğrencilerin işbirliği yaptığı grup etkinliklerini birleştirmeyi severdi ve grup çalışmaları sırasında öğrencileri gözlemlerdi. Öğrencilerin bir dersi ne ölçüde anlayabileceklerine karar verirken, sadece çıkış kartlarına güvenmekle kalmaz, aynı zamanda öğrencilerin katılımını ve sunulan materyalle etkileşimini de dikkate almaya çalışırdı. Ayrıca değerlendirme araçlarında çoktan seçmeli sorulardan daha çok açık uçlu ve problem çözme türünde sorulara yer vermeye çalıştığını belirtmişti.

Ryan'ın öğretim metoduyla ilgili olarak, dikkat edilmesi gereken ilk şey, içeriğe bağlı olarak çeşitli somut materyaller kullandığıdır. Bu materyalleri yalnızca geometri için değil -ki bunun kolay ve kaçınılmaz olduğu iddia edilebilir- aynı zamanda farklı materyalleri birleştirmenin avantajını kullandığı kesirler gibi diğer kavramları keşfederken de kullanmakta idi. Öğrencileri, bir tepegöz veya tahta üzerinde materyaller ile sadece aktiviteyi modellemek yerine aktif olarak kullanabilmeleri için uygulamalı aktivitelere tabi tutardı. Ancak, [dersleri gösterirdi ki] sorduğu sorular ve öğrencilerin yanıtlarını takip etme şekli, kavramın daha fazla araştırılması için fırsatlar sağlamaya yönelik değildi. Soruları öğrencileri belirli bir cevaba yönlendiriyordu ya da sadece kısa cevaplar gerektiriyordu. Bu, öğrencilerden nasıl bir cevap bulduklarını açıklamalarını istemediği anlamına gelmiyordu, ancak bunlar nadirdi ve ayrıca öğrenciler genellikle zihinsel süreçlerini değil izledikleri prosedürü açıklamakta idiler.

Ryan'ın öğretim yönteminin bir başka yönü de yanlış anlamaları veya dil özensizliğini önlemek için genellikle matematiksel terminolojiyi doğru kullanması ve öğrenci hatalarını hemen düzeltmeye çalışmasıydı. Ancak, bazı derslerinde matematiksel dilin sağlam bir şekilde kullanılmasını teşvik etmediği de oluyordu. Örneğin, öğrettiği bir geometri dersi sırasında, geometri kavramları genellikle zengin bir matematiksel dili teşvik etmekte idi ve bu konuda iyi olduğu için matematiksel terminoloji ders boyunca sıklıkla kullanıldı. Ne yazık ki, öğrettiği diğer kavramlar için durum böyle değildi. Öğretim sırasında hata yapmıyordu, ancak ilgili matematiksel terminolojinin sağlam bir şekilde kullanılmasını teşvik etmekte yetersiz kalıyordu. Genel olarak, Ryan'ın matematik öğretimi, sinirli sayıda öğrenci girdileri ve bunlara ek olarak temelde benimsediği hatasız doğrudan öğretimin bir örneğiydi.

Veri Toplama Araçları ve Analiz Yöntemleri

Bu çalışmanın araçlarından biri yarı yapılandırılmış görüşmedir (Given, 2008). Görüşmede yer alan sorularda öğretmenden öz-yeterlik inançlarının yanı sıra matematik öğretimi ve matematiği öğrenmeye ilişkin inançlarından bahsetmesi istendi. Bu sorular, öğretmenin inançlarını dolaylı olarak değerlendirmek için tasarlanmıştır. Sorulardan bazıları, öğretmenin iki öz-yeterlik maddesine ilişkin varsayımsal puanlara tepkisini öğrenmek için tasarlanmıştır. Görüşmenin son bölümünde matematik, öğretme ve öğrenme ile ilgili ifadeler yer almış ve öğretmenden bunlara katılıp katılmayacağını açıklaması istenmiştir. Ses kaydına alınan görüşmelerin dökümleri tematik analiz yöntemleri (Braun ve Clarke, 2006) kullanılarak analiz edilmiştir.

Araştırmada kullanılan bir diğer araç ise, öğretmenin kesirleri öğretmek için matematik bilgi düzeyini belirlemek için kesirler hakkında bir MKT anketidir. MKT anketi maddeleri, Cross ve arkadaşlarının MKT'nin farklı kategorileri arasındaki ilişkiler hakkındaki çalışmasından türetilmiştir (Cross ve diğerleri, 2015). Ankette, öğretmenin CCK'sini değerlendiren her bir soru için KCS'sini ve KCT'sini değerlendirmek için en az bir karşılık gelen soru bulunmakta idi. Öğretmenden sorulara mümkün olduğunca ayrıntılı yanıt vermesi istenmekte idi - yani yanıtları en yüksek düzeyde muhakeme becerisini gösterecekti. Böylelikle öğretmenin sorulara verdiği yanıtlar, onun kesirleri anlaması ve bu kavramı sınıfta öğretmesi hakkında çıkarımlarda bulunmaya yardımcı olacak şekilde tasarlamisti. Anketten bir soru örneği ve nasıl değerlendirildiği aşağıda açıklanmıştır.

Kesirlerde Karşılaştırmaya İlişkin Ortak Alan Bilgisi (CCK) Sorusu

Soru 1. Aşağıda verilen kesir çiftleri arasındaki ilişkiyi “<, =, >” sembollerini kullanarak belirleyin.

i) 1/5 ve 1/7

ii) 2/4 ve 3/6

iii) ¾ ve 5/6

iv) ½ ve 5/9

MKT anketinden gelen ilk soru, karşılaştırılacak 4 farklı kesir çiftine sahipti ve öğretmenlerin CCK'si hakkında sadece kesirlerde karşılaştırma değil, aynı zamanda genel olarak kesirler hakkında genel bir fikir vermekte idi (örn. 1/5 ile 1/7'yi karşılaştırma). Öğretmenlerin yanıtlarını analiz ederken, soruya doğru yanıt verdiklerinde ve düşüncelerini açıklamada kavramsal muhakeme sağladıklarında güçlü bir kesir anlayışına sahip oldukları kabul edilir. Kesirleri karşılaştırmada geçerli bir kavramsal akıl yürütme stratejisi, parçaların boyutunu kullanmayı, kesirleri kıyaslama numaralarıyla karşılaştırmayı veya akıl yürütmeyi göstermek için bir çizim veya modeller kullanmayı gerektirir. Ayrıca öğretmenlerin doğru yanıt verdiği ancak kavramsal muhakeme sağlayamadığı ve bunun yerine işlemsel muhakeme kullandığı durumlarda, kavrama ilişkin anlayışlarının orta hatta düşük olduğu kabul edilmektedir. Kesirlerde karşılaştırma soruları için işlemsel muhakeme stratejileri örnekleri arasında, bunlarla sınırlı olmamak üzere, standart algoritmaların kullanılması, ondalık sayılara, yüzdelere vb. dönüştürmenin kullanılması, ezberlenmiş kuralların kullanılması ve eşdeğer kesirlerin kullanılması yer almaktadır. Son olarak, eğer öğretmenler soruya yanlış cevap veriyorsa ve/veya eksik veya yanlış muhakeme gösteriyorsa, bu kavram hakkında genel bir yanlış anlayışa veya hatta kesirlerle ilgili bilgilerinde bazı boşluklar olduğuna işaret eder. Eksik akıl yürütme stratejilerinin örnekleri, yüzde, ondalık ve eşdeğer kesirlere eksik dönüşüm kullanmak ve bütün kavramının sınırlı anlaşılması olabilirken, yanlış akıl yürütme stratejileri yalnızca paydalara odaklanmak (iki niceliği koordine etmek yerine) ve parça sayısından bağımsız olarak parçalara veya tam tersi yalnızca boyutuna odaklanmak olabilir.

Bulgular ve Tartışma

Ryan'ın Matematik Öğretim Bilgisi (MKT)

MKT Anket Soruları	**Ryan'ın Sonuçları**
Soru 1: Kesirlerde karşılaştırmaya dair CCK sorusu	Doğru cevap **Yanlış muhakeme**
i) 1/5 ve 1/7	Doğru cevap **Yanlış muhakeme**
ii) 2/4 ve 3/6	Doğru cevap **Doğru muhakeme** (işlemsel)
iii) ¾ ve 5/6	Doğru cevap **Doğru muhakeme** (işlemsel)
iv) ½ ve 5/9	Doğru cevap **Yanlış muhakeme**
Soru 2: Kesirlerde karşılaştırmaya dair KCS ve KCT sorusu	Orta düzeyde KCS Orta düzeyde KCT
Soru 3: Kesirlerde parçalara ayırma ve eş paylaştırmaya dair CCK sorusu	Orta düzeyde CCK
Soru 4: Kesirlerde parçalara ayırma ve eş paylaştırmaya dair KCS ve KCT sorusu	Orta düzeyde KCS Orta düzeyde KCT

Şekil 2. Ryan' in MKT anket sonuçları

Ryan, ilk sorunun altındaki tüm maddelere doğru yanıt vermişti ancak birinci ve son maddeler için gerekçesi yanlıştı ve ikinci ve üçüncü maddeler için doğru gerekçesi işlemseldi. 1/5 ve 1/7'yi karşılaştırırken Ryan, "1/5 daha büyüktür çünkü bütünler farklıdır ve her birinin 1 parçası vardır" diye yazmıştı. Akıl yürütmesi yanlış kabul edildi çünkü soru, kesirlerin farklı bütünlerden oluştuğunu göstermiyordu - Ryan, paydaların, bütünün bölündüğü farklı sayıda parça yerine farklı bütünleri temsil ettiğini düşünmüş olabilirdi. Benzer şekilde son maddeye de "5/9 daha büyüktür çünkü daha fazla parça vardır ve ½ sadece %50'dir" şeklinde yanıt vermişti. Akıl yürütmesi, parçaların boyutundan bağımsız olarak parça sayısına dayanıyordu. Genel olarak, Ryan'ın kesir karşılaştırma anlayışında bazı boşluklar var gibi görünüyordu, bu nedenle onun kesir karşılaştırması hakkındaki bilgisini düşük bir seviye olarak kabul edebiliriz.

Anketteki ikinci soru için Ryan'dan bir kesir karşılaştırma probleminde yanlış öğrenci çalışmasına not vermesi, verdiği puanın gerekçesini vermesi ve öğrencinin bu problemi çözmesine nasıl yardımcı olacağını açıklaması istendi. Ryan, öğrenci çalışmasını 4 (5 en yüksek olmak üzere) olarak puanladı ve öğrencinin eksik olduğuna dair çok önemli bir gerçeğe dikkat çekti, "Bütünü veya tamı anlıyor. Ancak, neyin daha büyük olduğunu biliyor mu?" Bu açıklamadan Ryan'ın öğrencilerin matematiksel düşüncesini anlayabildiği sonucuna varılabilir, ancak görüşme esnasında bunu yeterince açıklayamadı ve öğrencinin anlamasında eksik olan şeyi açıkça ortaya koyamadı - orta düzeyde KCS'nin bir göstergesi. Aynı sorunun son kısmı için, Ryan iki daire çizdi, 4 ve 6 parçaya ayırdı, yarısını boyadı ve dairelerin altına sırasıyla 2/4 ve 3/6 yazdı. Kullandığı model, bütünlerin aynı olduğunu, parçaların farklı boyutlarda olduğunu ve verilen kesirleri karşılaştırmanın kolay olduğunu göstermeye uygundu. Ancak, öğrencilerden bir bütünü 2 ile başlayan sayıyı iki katına çıkarma modelini takip etmeyen parçalara ayırmaları istendiğinde kesir dairelerini kullanmak bazı karışıklıklara yol açabileceği için uygun olmayabilir (de Walle, Karp ve Bay-Williams, 2013). Ryan, öğrencilerin zorluklarını ele almak için doğru bir yaklaşım öneriyor gibi görünse de öğrenciler için kesirleri karşılaştırırken kesir çemberlerini kullanmanın sorunlu olabileceğini düşünmediği sonucuna varılabilir – bu da orta düzeyde KCT'yi gösterir.

Anketteki son iki soru bütünü parçalara ayırma ve eşit paylaşım ile ilgiliydi. Üçüncü soru CCK düzeyini belirlemek için, dördüncü soru ise bu kavramla ilgili KCS ve KCT düzeylerini belirlemek üzere tasarlanmıştır. Soruların analizi ve puanlaması Ryan'ın parçalara ayırma ve eşit paylaşım konusunda orta düzeyde bilgiye sahip olduğunu göstermiştir. MKT anketinden elde edilen genel sonuçlar, Ryan'ın kesirler anlayışında, kesirler hakkında düşük ila orta düzeyde kavramsal bilgi düzeyine işaret eden bazı boşluklar olduğunu gösterdi. Ryan, öğrencilerin matematiksel düşüncesini anlayabilmekte idi, ancak öğrencilerin anlamasında eksik olan şeyleri net bir şekilde ifade edememişti ve öğrencilerin ihtiyaçlarını karşılamak için eksiksiz ve uygun bir etkinlik önerememişti – bunlar da düşük ila orta düzeyde pedagojik içerik bilgisinin göstergeleri olarak kabul edilebilir. Öğretimsel kararları, öğrenme ve öğretme konusundaki yapılandırmacı fikirlerle tam olarak uyumlu olmadığından, içerikle ilgili düşük ila orta düzeyde MKT'sinin öğretim uygulamaları boyunca kararlarını etkilemiş olabileceği düşünülebilir.

Ryan'ın İnançları

Görüşme transkriptlerinin analizinden elde edilen sonuçlar, Ryan'ın matematiksel inançlarının, matematiğin doğası hakkındaki inançları dışında, matematik öğrenme ve öğretmeye yönelik öğretmen merkezli bir yaklaşıma daha fazla meyilli olduğunu ortaya koymakta idi. "Etkili bir öğretmen, öğrencilerin hayal kırıklığına uğramaması ve kafalarının karışmaması için onları adım adım problem çözmede yönlendirerek matematiği kolaylaştırır” ve “Öğrenciler ancak temel becerilerde ustalaştıktan sonra matematiği uygulamayı öğrenebilirler.” Bu ifadeler, onun öğretim kararlarını etkilemiş olabilecek, verimsiz matematiksel inançlarının örnekleridir. Bu aslında onun öğretim kararlarıyla tutarlı olarak kabul edilebilir. Bu kararlar, öğrencilere bilgiyi sorgulamadan aktarmaya odaklanan ve onlara kavramla ilgili kendi anlayışlarını oluşturma şansı vermeyen bir matematik öğretimi oluşturmakta idi.

Öte yandan matematikle eş anlamlı olarak kullanılabilecek sözcükleri seçmesi istendiğinde ise Ryan “problem çözme, gerçek yaşam, bilim, birlikte çalışma ve sorgulama” sözcüklerini seçmiştir. Bu kelimeler, genellikle öğrenci merkezli bir sınıfta gördüğümüz matematik türü olan problem çözme ve sorgulama yoluyla insanlar tarafından geliştirilen bir matematik anlayışına yol açabilir. Ancak bunları diğer inanç grupları için yaptığı açıklamalarla birlikte ele alırsak, matematik öğrenme ve öğretme konusunda hala öğretmen merkezli bir yaklaşıma daha çok yöneldiği açıkça görülecektir. Örneğin, matematiğin problem çözme ile yakından ilişkili ve eş anlamlı olduğuna inanıyordu, ancak onun problem çözmeyi sınıfta uygulama veya kullanma şekli daha çok öğretmen tarafından açıklanan adımları takip etmeye ve temel becerilerde uzmanlaştıktan sonra pratik yapmaya benzemekte idi.

Öz-yeterlik öğeleriyle ilgili olarak, Ryan, görüşmeci tarafından yönlendirilen varsayımsal öz-yeterlik puanlarına katılmadı. Öğretim etkinliği ile ilgili olarak şunları söyledi:

> “Bence bunlardan bazıları, kullanabileceğiniz veya çekebileceğiniz birçok farklı kaynağın farkına varmak ve yine öğretmenlerle işbirliği konuşması yapmak yani nasıl yaptığını, neyin işe yaradığını, neyin işe yaramadığını [konuşmak]. Yani şu an bundan biraz daha yüksek diyebilirim, henüz en üst seviyede değil ama yavaş yavaş gidiyorum, ayak uyduruyorum.”

Ryan'ın ifadesi, eskiye göre kendinden daha emin olduğuna inandığını ve bunun temel olarak kullanabileceği farklı türde kaynakları fark etmesinden ve öğretim yöntemlerini iyileştirmenin yeni yollarını bulmak için diğer öğretmenlerle işbirliği yapmasından kaynaklandığını ortaya koydu. Matematik bilgisine ilişkin etkinliğinden bahsederken, “Güven, bir şeyi ne sıklıkta ve sıklıkla etkili bir şekilde yaptığınıza bağlıdır, matematik bilgisi için geçerlidir” diye ekledi. Bu nedenle, Ryan'ın matematiksel bilgisini etkin bir şekilde kullanarak kendine güveninin artacağına inandığı sonucuna varılabilir. Ancak, MKT'sinin düşük ila orta düzeyde olduğu ve öğretim kararlarının yapılandırmacı öğrenme deneyimlerine ve üretken öğretim uygulamalarına yol açmadığı göz önüne alındığında, yüksek yeterlik seviyeleri neyi öğreteceğine ve nasıl öğreteceğine ilişkin kararlarını etkilemiş olabileceği sonucuna varılabilir ve maalesef bu durumun öğretiminin kalitesi üzerinde olumsuz bir etkisi vardır. Bu bulgu, Charalambous ve Philippou'nun (2010) öğretmenlerin öğretimlerinden emin olduklarında kendi uygulamalarını kullanmaya devam etme eğiliminde olduklarına ilişkin bulgularını desteklemektedir.

Ortaya Çıkan Sonuçlar ve İleri Araştırma Önerileri

Öğretmenlerin MKT düzeylerinin öğretimleri üzerindeki etkisi, MKT düzeyi yüksek olan öğretmenlerin öğretimlerinde daha yüksek kaliteye sahip olduklarını belirten Charalambous ve Hill (2012) ve Hill ve meslektaşları (2008) tarafından rapor edilmiştir. Bu çalışma da benzer bulgular sağlamaktadır, ancak özellikle KCT ve KCS'nin etkisi göstermiş oldu ki, kesir kavramlarını anlayabilmek ve öğrencilerin bu kavramlar hakkında düşündüklerini ve bu bilgiyi öğrencilerin anlamalarını geliştirmeye odaklanarak bu bilgiyi nasıl kullanacaklarına karar verebilmek belirli bir MKT seviyesi gerektirir. Bu nedenle, bu bilgi alanları içerik, öğretim ve öğrencilerin kesişim noktasında olduğundan öğretmenlerin KCT ve KCS'sini geliştirmenin, öğrencilerin düşünmesi ve öğrenmesine odaklanarak öğretimi uygulamaya yönelik eğilimlerini geliştirmeye yardımcı olabileceği önerilebilir. Öğretmenler yapılandırmacı öğrenme deneyimlerinin ve bunları mümkün kılan öğretim uygulamalarının önemini ne kadar çok anlarlarsa, onlara o kadar bağlı kalacaklardır.

Bu çalışmadaki bir diğer önemli bulgu, Ryan'ın bilgisi ve öğretimi ile ilgili yeterlik inançlarını içeriyordu. Bu, öğretmenlerin MKT ile öğretim kararları arasındaki ilişkinin bulgularıyla bağlantılıdır. Öğretmenlerin MKT'sini geliştirmek daha önemli hale gelir çünkü MKT'si düşük ve yeterliliği yüksek olan bir öğretmen, sınıfında yaptıklarının, gerçekte olanın tam tersi olsa bile, öğrencilerin düşünmesini ve öğrenmesini geliştirmede gerçekten değerli olduğunu düşünebilir. Bu nedenle, matematik eğitimcileri ve PD düzenleyicileri, yeterlik inançları ile MKT arasındaki ilişkinin, öğretmenlerin uygulamalarını geliştirmeye yönelik müdahalelerini dahil etmeyi planlarken dikkat edilmesi gereken zor bir ilişki olduğunun farkında olmalıdır.

Matematik Öğretim Bilgisi (MKT) anketinde kullanılan maddeler sadece kesirlerde karşılaştırma, bölümleme ve eşit paylaşım ile ilgiliydi. Bu nedenle, bulgular bize öğretmenin genel olarak kesirlerle ilgili MKT seviyeleri hakkında bilgi verirken, odak noktası kesir karşılaştırması ve bölümleme idi. Öğretmenin MKT'si ile öğretim kararları arasındaki ilişki hakkında daha iyi bir yargıya sahip olmak için, öğretmenin sıralama gibi kesirler ile ilgili diğer kavramları anlayıp anlamadığı da araştırılmalıdır. Bu, bir öğretmenin MKT'sinin kararlarını nasıl etkilediğine dair sağlam bir anlayış sağlayacaktır.

Bu çalışmada öğrenci kazanımları değerlendirilmemiştir. Bu nedenle, öğretimden önce ve sonra öğrencilerin kesirler hakkındaki bilgilerini değerlendirmek, tüm sürecin öğrencilerin öğrenmesini gerçekten nasıl etkilediğine dair değerli bulgulara yol açabilir. Öğrencilerin matematiksel kazanımlarını ve karşılaştıkları zorluklarla nasıl basa çıktıklarını belirlemek, öğretim yöntemlerinin öğrencilerin öğrenmelerini nasıl etkilediği, ne zaman daha fazla desteğe ihtiyaç duydukları ve gelecekte bu sorunları nasıl daha verimli bir şekilde ele almaları gerektiği konusunda öğretmenleri bilgilendirecektir. Bu bilgi aynı zamanda profesyonel gelişim programları düzenleyicilerinin çabalarının öğrencilerin öğrenmelerini nasıl etkilediğini görmelerine yardımcı olacak ve başarılı matematik öğretmenleri olarak gelişmelerine yardımcı olmak için öğretmenlerle çalışma konusundaki kararlarını nasıl gözden geçirecekleri hakkında faydalı bilgiler sağlayacaktır.

http://kefad.ahievran.edu.tr

Ahi Evran University
Journal of Kırşehir Education Faculty

ISSN: 2147 - 1037

ENGLISH VERSION

Introduction

The reform efforts in K-6 mathematics education aim to increase student success in mathematics by promoting learning with understanding (NCTM, 1989, 1991). In this regard, the developers of reform-oriented mathematics curricula have designed these materials to foster critical thinking and reasoning, problem-solving, and individual knowledge construction in classrooms. For students to be constructors of knowledge, teachers are expected to take on new roles, becoming facilitators of learning instead of more traditional teacher roles that position them as knowledge holders and transmitters. Taking on this role supports quality teaching in ways that enable students to learn with understanding. One of the approaches to teaching and learning mathematics in alignment with reform ideas is constructivism. According to this theory, people construct their knowledge of the outside world through their experiences with their environment (Cobb and Steffe, 1983; Simon, 1995, Steffe and D'Ambrosio, 1995; Von Glasersfeld, 1995). New information is constantly being connected to our prior knowledge base. Learning is actually the process of connecting the new information, which we gain through our interactions with the outside world, to our already existing knowledge base. Many researchers and educators adopt constructivism as the grounding theory for their investigations and practices of learning and teaching.

A significant amount of research shows teaching in alignment with constructivist learning theory would benefit children (Confrey, 1990; Simon, 1995; Steffe and D'Ambrosio, 1995). Instead of trying to teach a concept by just telling or showing the formula to students and expecting them to integrate this knowledge meaningfully into their existing knowledge base, which has been built in hundreds of years, constructivist-based teaching would promote acknowledging students as the producers and owners of knowledge. Thus, it advocates guiding students in their knowledge construction process by engaging them in meaningful activities that promote reasoning, problem-solving, and critical thinking.

Similar to other learning theories, constructivism applies to all kinds of ages and types of learners—in this case, teachers. The tenets of constructivism, as they utilized in this study's theoretical framework, are learner-centered, incorporating interaction with the environment, including collaboration, and taking the whole process of learning into account - not simply the product (knowledge). The practices of learning advocated by constructivism are also shared by the reform-oriented mathematics programs (NCTM, 1991, 2014). The reform initiators intend to put teachers in a facilitator role and engage students in knowledge construction by reasoning, problem-solving, and critical thinking. Teachers are expected to guide students in constructing their mathematical knowledge base by *establishing mathematics goals to focus learning, implementing tasks that promote reasoning and problem solving, using and connecting mathematical representations, facilitating meaningful mathematical discourse, posing purposeful questions, building procedural fluency from conceptual understanding, supporting productive struggle in learning mathematics and eliciting and using evidence of student thinking* (NCTM, 2014). The quality of teaching is determined by the extent to which teachers can implement these practices or other practices that align with them in their classrooms (Hill, Ball, and Schilling, 2008).

Considering the fact that teachers' decision-making is an active process that takes place in almost every part of their classroom-related activities, the implementation of reform-oriented practices is highly influenced by teachers' decisions. Teachers make decisions about planning, implementing those plans, and evaluating the efficiency of their plans as part of their daily routine. They employ a variety of constructs while making decisions. Researchers found that teachers' understanding of the content (Hill and Ball, 2009), understanding and beliefs about curriculum materials (Hill and Charalambous, 2012), and their beliefs about learning (Borko and Shavelson, 1990) influence their decisions of how to shape their instruction. In the case of mathematics, teachers' mathematical knowledge for teaching (MKT) includes their understanding of the content, knowledge of students' mathematical thinking, and knowledge of the curriculum materials, which are all claimed to influence their instructional decisions (Hill, Ball, and Schiling, 2008).

Regarding mathematical beliefs, we examine teachers' beliefs about the nature of mathematics as a discipline, their beliefs about learning mathematics, and lastly, their beliefs about teaching mathematics (Ernest, 1986). Additionally, one cannot disregard teachers' self-efficacy beliefs about the extent of their knowledge of mathematics and their beliefs about how they teach it. Below, these constructs are described in detail.

Mathematical Knowledge for Teaching (MKT)

Teachers' mathematical content knowledge affects their teaching practices (Cai and Wang, 2010; Cross, 2009; Ernest, 1989; Pajares, 1992; Philipp, 2007; Thompson, 1992). Shulman (1986) introduced three types of knowledge teachers should have for teaching—content knowledge, curricular knowledge, and pedagogical content knowledge. The last one, pedagogical content knowledge, is the unique nature of content knowledge, which includes content ideas as well as what makes learning a topic difficult or easy for students. Ball, Thames, and Phelps (2008) proposed a refinement to Shulman's categories by encapsulating these types of knowledge under the umbrella of mathematical knowledge for teaching (MKT) and further subdividing content knowledge and pedagogical content knowledge. Their MKT model includes six types of knowledge needed to teach mathematics effectively. These six components are common content knowledge (CCK), specialized content knowledge (SCK), and knowledge on the mathematical horizon (subdivisions of the content knowledge proposed by Shulman), knowledge of content and students (KCS), knowledge of content and teaching (KCT), and knowledge of curriculum (subdivisions of the pedagogical content knowledge proposed by Shulman) (see Figure 1).

In explaining the components of subject matter knowledge, Ball, Thames, and Phelps (2008) describe *common content knowledge* as the mathematical knowledge not only held by teachers but all consumers of mathematics. They state that the mathematical knowledge specific to teachers is *specialized content knowledge*. This knowledge is specific to teaching as it involves being able to explain the standard procedures, represent mathematical ideas clearly, and understand different solutions to given problems. The last component of this category is *horizon content knowledge*, which involves understanding how mathematical concepts are connected over the course of mathematics curricula.

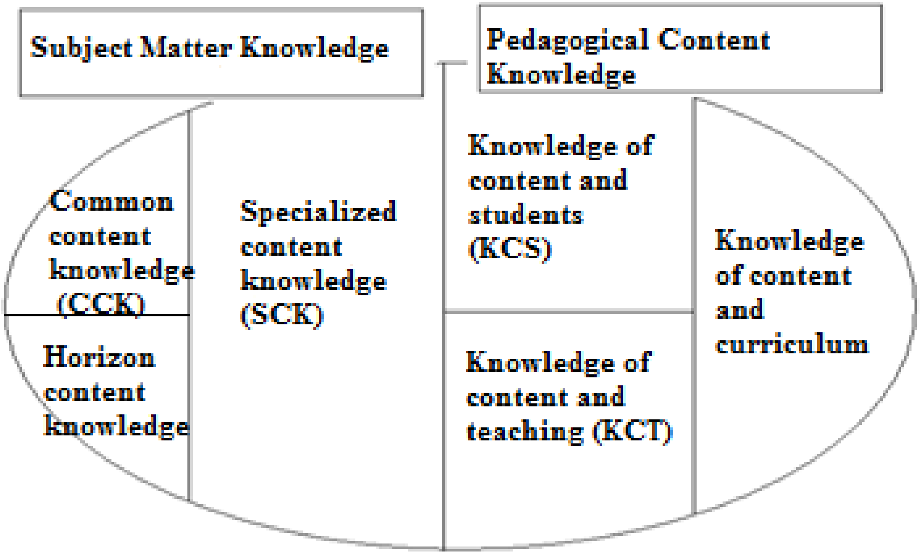


Figure 1. Mathematical knowledge for teaching (Ball, Thames, and Phelps, 2008)

In the second category, Ball, Thames, and Phelps (2008) state that *knowledge of content and students* focuses on understanding how learning occurs within a specific content. The second component in this category, *knowledge of content and teaching,* is also similar in that it focuses on knowing how to teach a particular content. The last component is *content and curriculum knowledge, which* means knowing how curriculum incorporates particular mathematical ideas.

In further explanation of the categories and the relations between them, Hill, Ball, and Schilling (2008) claim that KCS is different from subject matter knowledge because a teacher might have a strong background in conceptual understanding of mathematical ideas, but that does not mean they would have profound knowledge of student learning about that specific subject. They also add that the claim holds true for an inverse relationship; a teacher can have a strong understanding of how students learn a specific content but at the same time have a weak understanding of the content itself.

Hill and Charalambous (2012) found that teachers' MKT levels influence their instructional practices. In addition, Manouchehri and Goodman (1998) found that teachers' mathematical knowledge was one of the critical variables that impacted how they used standards-based curricula. Therefore, in investigating what factors impact teachers' instructional decisions, MKT becomes one of the first constructs that need to be examined.

Mathematical Beliefs

Teachers' mathematical beliefs constitute another factor that potentially have an impact on their instructional decisions (Ernest, 1989; Pajares, 1992; Beswick, 2012). A person's mathematical beliefs constitute three types of beliefs, i) beliefs about learning mathematics, ii) beliefs about teaching mathematics, and iii) beliefs about the nature of mathematical knowledge (Ernest, 1989). The relationship between mathematical beliefs and teaching practices has been thought to be straightforward; if a teacher held reform-oriented beliefs about student learning, then she would use reform-oriented teaching methods in her classroom (e.g. Cross, 2009; Beswick, 2005). On the other hand, other studies provide evidence of cases where teachers' mathematical practices do not necessarily reflect their beliefs, or their beliefs do not necessarily match with their practices (e.g., Beswick, 2012; Cross, 2015; Leatham, 2006; Skott, 2009).

Leatham explains the inconsistency between beliefs and practices in his *sensible systems framework* (Leatham, 2006). He claims that the conflict between the two is not due to a lack of a direct relationship, but it is due to the effect of other beliefs that happen to affect practices more than the identified ones. For example, when we realize, there is an inconsistency between a teacher's belief, which we believe to affect or bring about a particular type of instruction, and her practice, that might mean the teacher chooses to shape her instruction reflecting another belief that makes more sense at the time of her decision. As a result, this study also considered beliefs including self-efficacy beliefs and context-related beliefs (e.g. beliefs about their students, school, curricula) as factors that might impact teachers' instructional decisions.

Teacher Self-efficacy

Bandura first introduced the concept of self-efficacy in his famed work *Self-Efficacy: Toward a Unifying Theory of Behavioral Change* (1977). He later defined it as, "beliefs in one's capabilities to organize and execute the courses of action required to manage prospective situations" (Bandura, 1997, p. 2). Bandura argued that when applied to teaching, teachers' self-efficacy would affect their practices and relatedly the students' learning experiences. Thus, it became an important area of research to many others (e.g. Ashton and Webb, 1986; Guskey, 1981; Enochs and Riggs, 1990). Teaching efficacy has two components - knowledge and personal efficacy (Roberts and Henson, 2000). Knowledge efficacy refers to a person's confidence in her understanding of mathematics content, while personal efficacy describes a person's confidence in her ability to support students' learning through teaching.

Teacher efficacy has been recognized as one factor that influences teachers' practices. Teachers with a strong sense of efficacy tend to be more eager to learn, adopt and enact particular instructional practices (Guskey, 1988). It was suggested that highly efficacious teachers would focus more on student learning and be more open to employ student-centered teaching practices such as having students explore the concepts through inquiry (e.g. Marshall, Horton, Igo, and Switzer, 2009). It has also been argued that highly efficacious teachers would be more motivated to adopt to curricular changes and it would be easier for them to implement the new curricula (Charalambous and Philippou, 2010). Moreover, when teachers realize that their instruction makes a difference in their students' learning – in this case, an instruction model that focuses on student learning – they feel more efficacious in their teaching and that motivates them to continue using a student-centered approach (Hull, Booker, and Naslund-Hadley, 2016).

Teacher Decisions

Borko and Shavelson (1990) state, "teachers are professionals who make reasonable judgments and decisions in a complex, uncertain environment" and "teachers' behaviour is guided by their thoughts, judgments and decisions" (p. 312). Based on their claims, investigating teachers' practices starting from planning through the whole instruction process cannot be accomplished without taking their beliefs, judgments, values, and decisions into account. Teachers make decisions during any part of the teaching process, and their decisions are influenced by their knowledge, beliefs, values, attitudes, and goals (Levenson, 2013; Nicol and Crespo, 2006; Stahnke, Schueler and Roesken-Winter, 2016; Thompson, 1992).

Researchers have found that a teacher's MKT level impacts the quality of her instruction (Ball, Hill, and Bass, 2005; Charalambous and Hill, 2012; Hill, Ball and Schilling, 2008). Since teachers' decisions about what to teach and how to teach determine the nature of their instruction, the claim holds true for the relationship between teachers' MKT levels and their decisions. For example, knowledge of content and students (KCS), a major component of the MKT framework, is considered a catalyst for instructional decision-making (Rhine, 2016). Also, another component of the MKT framework, knowledge of content and curriculum (KCC) (see Figure 1), involves having a broad understanding of the mathematics curricula, and it contributes to teachers' effective use of curricula over the years.

Teachers' beliefs about or approaches to the nature of mathematics and learning and teaching mathematics also affect their decisions about what to teach and how to teach it (Escudero and Sánchez, 2007; Nicol and Crespo, 2006; Thompson, 1992). For example, Nicol and Crespo report that one of the teachers in their study stated that he enjoyed the procedural nature of mathematics, and relatedly he primarily used procedural problems during instruction. Escudero and Sánchez (2007) also found that one of the teachers in their study, who held a student-centred teaching approach, designed the lesson with students' pedagogical needs in mind and focused on engaging them in meaning making. On the other hand, the other teacher who viewed teaching as a knowledge transmission process designed the lesson mainly focusing on sequential steps, which was his approach to facilitating student learning.

Embracing and acting on the constructivist approach to learning and teaching is complex (Manouchehri and Goodman, 1998). First of all, it requires teachers to change their beliefs about teaching and learning accordingly if they had not already carried those beliefs. We know that beliefs are one of the influential factors on teachers' instructional practices (Beswick, 2005; Ernest, 1989; Philipp, 2007; Cross, 2014). A teacher who has a constructivist approach to learning and teaching would consider their role as guiding students through learning experiences – not telling or showing them everything without giving them a chance to explore mathematical ideas and would try to employ appropriate teaching practices to create a student-centered learning environment. At this point, another necessary component of quality teaching comes into play, that is mathematical knowledge for teaching (MKT) (Ball, Thames, and Phelps, 2008). Making informed decisions about what kind of teaching practices would be suitable for student-centered instruction, teachers need to have the knowledge of the content, the curriculum, and the pedagogical content (Shulman, 1986; Ball, Thames, and Phelps, 2008). A teacher with strong MKT would be more likely to employ quality teaching practices that are following constructivism in their classrooms. Relatedly, a teacher with low levels of MKT would fall short of using those practices in their classrooms. Therefore, the research questions that are investigated here are,

* What is the nature of the relationship between

i) an elementary teacher's mathematical knowledge for teaching and his instructional decisions?

ii) an elementary teacher's beliefs and his instructional decisions?

iii) an elementary teacher's mathematical knowledge for teaching and his beliefs?

Methods

This single case study (Merriam, 1988; Patton, 2002; Yin, 2003) explores an elementary teacher's journey in using a new unit design about teaching fractions in fourth grade. The teacher was part of a collaborative group that designed a unit about fractions for fourth-grade students and then implemented it in their classrooms (Eker, 2018). The unit design process was guided by a constructivist learning approach that also shaped the teaching practices promoted within the unit. It was a relatively new approach for the teachers as most of them used textbooks that embraced a traditional teacher-centered approach to learning mathematics. After examining their unit implementations, the results revealed that the teacher in this study had low alignment between what was planned during the unit design process and what was taught in his classroom, but he thought his implementation was in complete alignment with the designed unit (Eker, 2018). This particular situation was different from other participants' results and thus called for further investigation of his case. This study is designed to examine his case more closely to determine the underlying reasons behind this disparity. A detailed description of the participant is provided below.

Ryan. Ryan had three years of teaching experience in elementary grades, and he had been working at his last school for one year. He used the textbook series Everyday Math in his math classrooms. The most advanced mathematics course he had taken was Elementary Math Concepts. His prior PD experience was to participate in Everyday Math textbook series pieces of training. He did not hold any leadership roles at his new school, but he had served as a staff member at Positive Behavioral Interventions and Support (PBIS) Training at his previous school for one year.

Ryan was the only male teacher in the group and he was a very friendly person to work with. By taking the lead in writing things down with his unique handwriting, he made things easier for the rest of the group. He was always open to collaboration and as much as he loved sharing his experiences, he was curious to hear what others had to say about the topic of discussion. Ryan's interest and advocacy in collaboration appeared to be an essential part of his beliefs and practice. One of the words he associated math with was *working together* and he explained how he saw it in his work and class by saying, "It's collaboration in the classroom with your students and also a collaboration with your peers as a teacher, an educator so it's all about sharing and learning from one another you know, that's best practices, what works, what doesn't work, what could you refine, what could you change." The other words Ryan associated with math were *problem solving, real life*, and *science* and later on he added *inquiry* to them. He strongly believed math and science were interconnected, especially with concepts like charts, tables, and graphs. Additionally, he said both disciplines incorporated problem solving and inquiry—making a connection among the words he chose. Although the relation he saw between math and science was superficial, the words he chose might suggest that he saw math as part of real life, not only something abstract that people work out in their minds. Also, he made it clear that collaboration was a big part of math---that might indicate he was an advocate for collaboration in learning math as a student and developing necessary skills as a teacher himself.

Ryan enjoyed his job and he would usually feel happy at the end of a school day. Especially when everything went smoothly and his students appeared to understand the concepts well, that would make him feel accomplished. But sometimes, the students would have some troubles in understanding and he would reflect on the day by thinking about what went wrong and how he could make sure all students were able to understand the concepts. Instead of getting himself caught up with negative feelings, he would use those days as an opportunity to reflect on his practice to improve his teaching skills. Of course that does not mean he would never get frustrated or have negative feelings—he would occasionally feel pessimistic but it was usually because of outside factors. Even though he became a teacher because he wanted to make a difference and be a male role model for students, the state requirements and work demands without appropriate compensation would make him reconsider his professional choice.

Ryan's confidence in his mathematical knowledge and teaching were closely related. He claimed that confidence was based on how often someone did something effectively. Furthermore, he believed confidence would improve through practice and one would become more proficient at doing something by experience. He said his skills in teaching mathematics had improved over the course of PD. Related to being practical, he appeared to associate it with student success and understanding. Ryan liked incorporating group activities where students would collaborate, and he would be able to observe students during their group work. In deciding to what extent students were able to understand a lesson, he would not only rely on exit slips but also take students' participation and interaction with the presented material. He also stated that he tried to include more open ended and problem-solving type questions than multiple choice questions in his assessment tools.

Regarding Ryan's instruction, the first thing to point out is that he used a variety of manipulatives depending on the content. He would not only use manipulatives for geometry—which one could argue would be easy and inevitable—but also in exploring other concepts such as fractions, where he took advantage of incorporating different manipulatives. He engaged students in hands on activities so that they would be able to actively use them instead of only modelling the activity with the manipulative on an overhead projector or board. But, the questions he posed and the way he followed up students' responses were not geared towards providing opportunities for further exploration of the concept. His questions were pointing students towards a specific answer, or they only required brief answers. That does not mean he did not ask students to explain how they came up with an answer, but those were rare and also, students usually explained the procedure they followed, not their mental process.

Another aspect of Ryan's instruction was that he generally used mathematical terminology correctly and tried to remediate student errors immediately in order to prevent misunderstandings or language sloppiness. But, he did not encourage a robust use of mathematical language in all of his lessons. For example, during a geometry lesson he taught, the mathematical terminology was often used since geometry concepts usually work well to promote and encourage a rich mathematical language. Unfortunately, that was not the case for other concepts he taught. He did not make an error during instruction, but he did not encourage a robust use of related mathematical terminology. Overall, Ryan's instruction was an example of error free direct instruction with some student input.

Instruments

One of the instruments of this study was a semi-structured interview (Given, 2008). The questions in the interview asked the teacher to talk about his beliefs about mathematics and teaching and to learn mathematics in addition to his self-efficacy beliefs. These questions were designed to assess the teacher's beliefs indirectly. Some of the questions were designed to learn about the teacher's reaction to hypothetical scores on two self-efficacy items. The last part of the interview included statements about mathematics, teaching and learning and the teacher was asked to explain whether he would agree or disagree with them. The transcripts of audio-recorded interviews were analyzed by using thematic analysis methods (Braun and Clarke, 2006).

Another instrument used in the study is an MKT survey about fractions to determine the teacher's level of mathematical knowledge for teaching fractions. The MKT survey items were derived from Cross et al.'s study about the relations between different categories of MKT (Cross et. al., 2015). The items are used to explore the teacher's fraction knowledge by focusing on different aspects of MKT. The survey has at least one corresponding item to evaluate the teacher's KCS and KCT for each item assessing his CCK. The teacher was asked to respond to the items in as much detail as possible – meaning his responses would show the highest level of reasoning. As such, the teacher's responses to the items would make inferences about his understanding of fractions and teaching this concept in his classroom. An example of an item from the survey and how it was evaluated is described below.

Item for Common Content Knowledge (CCK) Regarding Fraction Comparison

Question 1. Can you determine the relationship between the fraction pairs given below using the symbols "<, =, > " ?

i) 1/5 vs 1/7

ii) 2/4 vs 3/6

iii) ¾ vs 5/6

iv) ½ vs 5/9

The first question from the MKT survey has 4 different pairs of fractions to be compared and it provides a general insight into teachers' CCK regarding not only fraction comparison but also fractions in general (e.g. comparing 1/5 vs 1/7). In analyzing teachers' responses, they are accepted to have a strong understanding of fractions when they respond to the item correctly and provide conceptual reasoning in explaining their thinking. A valid conceptual reasoning strategy in comparing fractions would entail using the size of the pieces, comparing fractions to the benchmark numbers or using a drawing or models to illustrate the reasoning. Additionally, in cases where teachers respond correctly but fail to provide conceptual reasoning, and use a procedural reasoning instead, their understanding of the concept is considered to be moderate or even low. Examples of procedural reasoning strategies for fraction comparison items include but not limited to using standard algorithms, using conversion to decimals, percentages, etc., using memorized rules and using equivalent fractions. Finally, if the teachers respond to the item incorrectly and/or show incomplete or incorrect reasoning, that indicates a common misunderstanding of the concept or even some gaps in their knowledge regarding fractions. Examples of incomplete reasoning strategies would be using incomplete conversion to percent, decimal, and equivalent fractions and limited understanding of the concept of the whole while incorrect reasoning strategies would be focusing only on denominators (not coordinating two quantities) and focusing only on the size of the parts irrespective of the number of parts or vice versa.

Findings and Discussion

Ryan's Mathematical Knowledge for Teaching (MKT)

MKT Survey Items	**Ryan's results**
Question 1: CCK item about fraction comparison	
i) 1/5 vs 1/7	Correct answer **Incorrect reasoning**
ii) 2/4 vs 3/6	Correct answer Correct reasoning (procedural)
iii) ¾ vs 5/6	Correct answer Correct reasoning (procedural)
iv) ½ vs 5/9	Correct answer **Incorrect reasoning**
Question 2: KCS and KCT item regarding fraction comparison	Moderate level of KCS Moderate level of KCT
Question 3: CCK item regarding partitioning and equal sharing	Moderate level of CCK
Question 4: KCS and KCT item regarding partitioning and equal sharing	Moderate level of KCS Moderate level of KCT

Figure 2. Ryan's results from the MKT survey

Ryan responded correctly to all items under the first question, but his reasoning for the first and last items was incorrect, and his correct reasoning for the second and third items were procedural. In comparing 1/5 and 1/7, Ryan wrote, "1/5 is larger because the wholes are different and each one has 1 piece." His reasoning was considered incorrect because the question did not indicate the fractions were from different wholes—Ryan might have thought that their denominators represented different wholes instead of the different number of pieces the whole was divided into. Similarly, he responded to the last item by writing, "5/9 is larger because there are more pieces, and ½ is only 50%." His reasoning was based on the number of pieces irrespective of the size of the pieces. Overall, Ryan's understanding of fraction comparison appeared to have some gaps so that we might consider his knowledge about fraction comparison as a low level.

For the second question on the survey, Ryan was asked to grade incorrect student work on a fraction comparison problem, provide reasoning to his score and explain how he would help the student solve the same problem. Ryan scored the student work as 4 (5 being highest) and pointed out an essentialessential fact that the student was missing, "He understands the whole or complete. However, does he know what is larger?" It might be inferred that Ryan was able to understand student mathematical thinking, but he was unable to unpack it and communicate clearly what was missing in student's understanding – an indicator of a moderate level of KCS. For the last part of the same question, Ryan drew two circles, partitioned into 4ths and 6ths, shaded half of them, and wrote 2/4 and 3/6 respectively underneath the circles. The model he used was appropriate to show that the wholes were the same, the pieces were in different sizes, and easy to compare the given fractions. But, using fraction circles could be problematic when students are asked to partition a whole into pieces that do not follow the pattern of doubling the number starting with 2. So, using length models tend to help students better compare fractions of all kinds (see van de Walle, Karp, and Bay-Williams, 2013). It might be inferred that although Ryan appeared to suggest a correct approach to address students' difficulty, he did not consider that using fraction circles might be problematic for students in comparing fractions – indicating a moderate level of KCT.

The last two questions in the survey were about partitioning and equal sharing. The third question was designed to determine the level of CCK, while the fourth question was designed to determine the levels of KCS and KCT regarding this specific concept. The analysis and scoring of the questions showed that Ryan had a moderate level of knowledge on partitioning and equal sharing. The overall results from the MKT survey showed that Ryan's understanding of fractions had some gaps indicating a low to moderate level of conceptual knowledge on fractions. He was able to understand student mathematical thinking, but he was unable to unpack it and communicate clearly what was missing in students' understanding and to provide a complete and appropriate activity to address students' needs – indicators of a low to moderate level pedagogical content knowledge. Because his instructional decisions did not fully align with constructivist ideas about learning and teaching, it appears that his low to moderate level of MKT about the content might have affected his decisions throughout his instruction.

Ryan's Beliefs

The results from the analysis of the interview transcripts revealed that Ryan's mathematical beliefs leaned more towards a teacher-centered approach to learning and teaching mathematics except his beliefs about the nature of mathematics. He agreed with the following statements in his interview, "An effective teacher makes the mathematics easy for students by guiding them step by step through problem solving to ensure that they are not frustrated or confused" and "Students can learn to apply mathematics only after they have mastered the basic skills." These statements are examples of unproductive mathematical beliefs, which might have impacted his instructional decisions. This might actually be considered consistent with his instructional decisions. Those decisions constituted a mathematics instruction that focused on transmitting knowledge to students without questioning and providing them a chance to build their own understanding of the concept.

On the other hand, he chose the words “problem-solving, real life, science, working together and inquiry” when he was asked to select words that could be used as synonyms of math. These words might lead to an understanding of mathematics that is developed by people through problem solving and inquiry – the type of mathematics that we usually see in a student-centered classroom. But, if we take them together with his statements for other set of beliefs, it will be clear that he still is inclined towards a teacher-centered approach to learning and teaching of mathematics. For example, he does believe math is closely related to and synonymous with problem solving but the way this problem solving implemented or used in the classroom is more like following the steps explained by the teacher and practicing after mastering basic skills.

Regarding self-efficacy items, Ryan disagreed with the hypothetical efficacy scores prompted by the interviewer. Regarding his teaching efficacy, he said,

“I think some of that is kind of realizing a lot of the different resources that you can use or pull in as well as again, you know collaboration talk with teachers as were doing it, what works, what doesn't work. So, I'd say it's a little higher than that now, not quite to the highest level yet, but I'm slowly, I'm keeping up.”

Ryan’s statement revealed that he believed he was more confident than before, and that was mainly due to realizing different kinds of sources he could use and collaborating with other teachers to figure out new ways to improve their teaching. He also added, “Confidence is based on how frequently and often you do something effectively, applies to math knowledge” when talking about his efficacy regarding his mathematical knowledge. So, it might be inferred that Ryan believed his confidence would improve by effectively using his mathematical knowledge. But given that his MKT was on a low to moderate level and his instructional decisions did not lead to constructivist learning experiences and productive teaching practices, his high efficacy levels might have impacted his decisions in what to teach and how to teach it and they appeared to have a negative impact on the quality of his teaching. This finding supported Charalambous and Philippou’s (2010) findings that teachers are inclined to continue using their own practices when confident about their teaching.

Implications and Future Research

The impact of teachers’ MKT levels on their instruction has been reported by Charalambous and Hill (2012) and Hill and colleagues (2008), who stated that teachers with high levels of MKT had higher levels of quality in their instruction. This study also provided similar findings, but specifically, the impact of KCT and KCS showed that being able to understand fraction concepts and students’ thinking about those concepts and being able to decide how to use that knowledge with a focus on improving students’ understanding of the concept requires a certain level of MKT. So, it might be suggested that improving teachers’ KCT and KCS, as these domains of knowledge are at the intersection of content, teaching and students could help improve their inclination towards implementing instruction with a focus on student thinking and learning. The more teachers understand the importance of constructivist learning experiences and the teaching practices that enable them, the more they will adhere to them.

Another important finding in this study involved Ryan's efficacy beliefs concerning his knowledge and teaching. This ties back to the findings of the relation between teachers' MKT and their instructional decisions. Improving teachers' MKT becomes more important because a teacher with low MKT and high efficacy might think what they are doing in their classroom is actually valuable in enhancing student thinking and learning even though that is the opposite of what happens. So, mathematics educators and PD organizers should be aware that the relationship between efficacy beliefs and MKT is a tricky one that needs attention while planning to engage teachers' interventions about improving their practice.

The items used in the MKT questionnaire were only about fraction comparison and partitioning and equal sharing. So, while the findings informed us about the teacher's MKT levels regarding fractions in general, the focus was on fraction comparison and partitioning. In order to have better judgment about the relationship between the teacher's MKT and instructional decisions, teacher's understanding of other concepts regarding fractions, such as ordering should also be investigated. That would provide a robust understanding of how a teacher's MKT might have impacted their decisions.

This study did not assess student gains. Thus, assessing students' knowledge about fractions before and after the instruction could lead to valuable findings about how the whole process actually affected their students' learning. Identifying students' gains and struggles will inform teachers about how their instruction impacts their students' learning, when they need more support, and how they should address these issues more productively in the future. This information will also help PD organizers to see how their efforts impact students' learning, which is the ultimate goal of their studies, and provide usable knowledge about how to revise their decisions about working with teachers in order to help them grow as successful mathematics teachers.

References

Ball, D. L, Thames, M. H., & Phelps, G. (2008). Content knowledge for teaching: What makes it special? *Journal of Teacher Education*, *59*(5), 389-407.

Beswick, K. (2005). The beliefs/practice connection in broadly defined contexts. *Mathematics Education Research Journal, 17*(2), 39-68.

Beswick, K. (2012). Teachers' beliefs about school mathematics and mathematicians' mathematics and their relationship to practice. *Educational Studies in Mathematics*, *79*(1), 127-147.

Borko, H., & Shavelson, R. J. (1990). Teacher decision making. *Dimensions of thinking and cognitive instruction*, 311-346.

Braun, V., Clarke, V. (2006). "Using thematic analysis in psychology". *Qualitative Research in Psychology*, 3(2): 77–101.

Cai, J., & Wang, T. (2010). Conceptions of effective mathematics teaching within a cultural context: perspectives of teachers from China and the United States. *Journal of Mathematics Teacher Education, 13*(3), 265-287.

Cobb, P., & Steffe, L. P. (1983). The constructivist researcher as teacher and model builder. *Journal for Research in Mathematics Education, 14*(2), 83-94.

Confrey, J. (1990). What constructivism implies for teaching. *Journal for Research in Mathematics Education. Monograph, 4*, 107-122.

Cross, D. I. (2009). Alignment, cohesion and change: Examining mathematics teachers' belief structure and its influence on instructional practice. *Journal of Mathematics Teacher Education, 12*(5), 325-346.

Cross Francis, D. I, Lee, M. Y., Zeybek, Z., & Adefope, O. (2015). Delving into the pieces: Drawing connections between different domains of mathematical knowledge for teaching. Presented at 2015 Annual Meeting of American Educational Research Association, Chicago, IL.

Eker, A. (2018). *Teachers as unit designers: Exploring the factors that influence elementary mathematics teachers' decisions in designing and implementing a fraction unit*. [Unpublished dissertation]. Curriculum and Instruction Department, Indiana University – Bloomington.

Ernest, P. (1989). The impact of beliefs on the teaching of mathematics. In P. Ernest (Ed.), *Mathematics teaching: The state of the art* (pp. 249-254). The Falmer Press.

Escudero, I., & Sánchez, V. (2007). How do domains of knowledge integrate into mathematics teachers' practice? *Journal of Mathematical Behavior, 26*, 312-327.

Given, L. M. (2008). *The SAGE encyclopedia of qualitative research methods* (Vols. 1-0). SAGE Publications, Inc. doi: 10.4135/9781412963909

Hill, H.C., Ball, D. L., &Schilling, S.G. (2008). Unpacking pedagogical content knowledge: Conceptualizing and measuring teachers' topic specific knowledge of students. *Journal for Research in Mathematics Education*, *39*(4), 372-400.

Hill, H. & Ball, D. L. (2009). The Curious—and crucial—case of mathematical knowledge for teaching. *Kappan*, *91*(2), 68- 71.

Hill, H. C., & Charalambous, C. Y. (2012). Teacher knowledge, curriculum materials, and quality of instruction: Lessons learned and open issues. *Journal of Curriculum Studies*, *44*(4), 559-576.

Leatham, K. (2006). Viewing mathematics teachers' beliefs as sensible systems. *Journal of Mathematics Teacher Education, 9*, 91-102.

Levenson, E. (2013). Tasks that may occasion mathematical creativity: Teachers' choices. *Journal of Mathematics Teacher Education, 16*, 269-291.

Manouchehri, A., & Goodman, T. (1998). Mathematics curriculum reform and teachers: Understanding the connections. *Journal of Educational Research, 92*(1), 27–41.

Merriam, S. B. (1988). *Case study research in education: A qualitative approach.* Jossey-Bass.

National Council of Teachers of Mathematics (1989). *Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics*. NCTM.

National Council of Teachers of Mathematics (1991). Professional Standards for Teaching Mathematics. NCTM.

National Council of Teachers of Mathematics (2014). *Principles to actions: Ensuring mathematical success for all.* NCTM.

Nicol, C. C., & Crespo, S. M. (2006). Learning to teach with mathematics textbooks: How preservice teachers interpret and use curriuclum materials. *Educational Studies in Mathematics, 62*, 331-355.

Pajares, F. (1992). Teachers' beliefs and educational research: Cleaning up a messy construct. *Review of Educational Research, 62*(3), 307-332.

Patton, M. Q. (2002). *Qualitative research & evaluation methods* (3rd edition). Sage Publications, Inc.

Philipp, R. (2007). Mathematics teachers' beliefs and affect. In F. K. Lester (Ed.*), Second handbook of research on mathematics teaching and learning* (Vol. 1, pp. 257–318). Information Age Publishing.

Rhine S. (2016). The critical nature of the knowledge of content and students domain of mathematical knowledge for teaching. *Teacher Education and Practice, 29*(4), 595-614.

Shavelson, R. J. (1973). What is the basic teaching skill? *Journal of Teacher Education, 14*, 144- 151.

Shulman, L. S. (1986). Those who understand: Knowledge growth in teaching. *Educational Researcher, 15*(2), 4-14.

Simon, M. A. (1995). Reconstructing mathematics pedagogy from a constructivist perspective. *Journal for Research in Mathematics Education*, *26*(2), 114-145.

Skott, J. (2009). Contextualising the notion of 'belief enactment'. *Journal of Mathematics Teacher Education*, *12*(1), 27-46.

Stahnke, R., Schueler, S., & Roesken-Winter, B. (2016). Teachers' perception, interpretation, and decision-making: A systematic review of empirical mathematics education research. *ZDM: The International Journal on Mathematics Education*, *48*, 1-27.

Steffe, L. P., & D'Ambrosio, B. S. (1995). Toward a working model of constructivist thinking: A reaction to Simon. *Journal for Research in Mathematics Education, 26*(2), 146-159.

Thompson, A. (1992). Teachers' beliefs and conceptions: A synthesis of research. In D. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 127–146). Macmillan.

Yin, R.K. (2003). *Case study research: Design and methods*. Sage.

Von Glasersfeld, E. (1995). *Radical constructivism: A way of knowing and learning.* The Falmer Press.