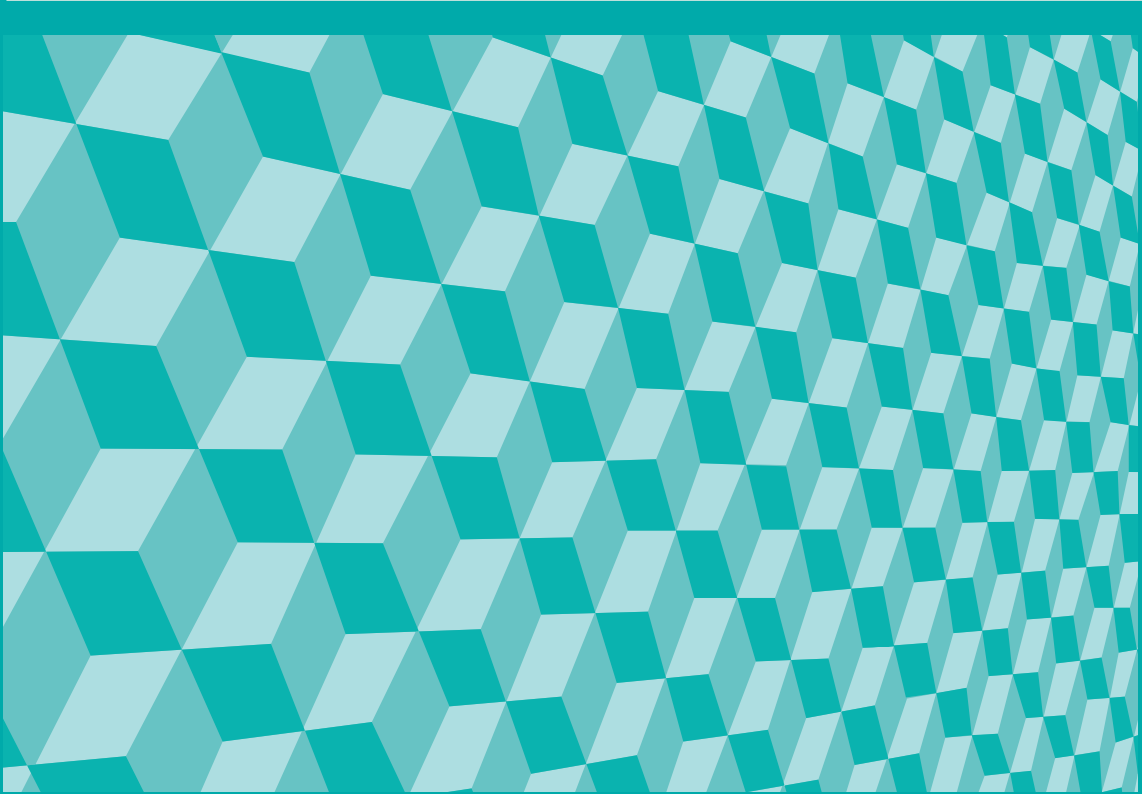




İSTATİSTİK ARAŞTIRMA DERGİSİ Journal of Statistical Research

**Cilt-Volume: 09 Sayı-Number: 03
Aralık-December 2012**

ISSN 1303-6319



TÜRKİYE İSTATİSTİK KURUMU
Turkish Statistical Institute



İSTATİSTİK ARAŞTIRMA DERGİSİ

Journal of Statistical Research

Cilt-Volume: 09 Sayı-Number: 03
Aralık-December 2012

Yayın istekleri için For publication order

Döner Sermaye İşletmesi Revolving Fund Management

Tel: + (312) 425 34 23 - 410 05 96 - 410 02 85

Faks-Fax: + (312) 417 58 86

Yayın içeriğine yönelik sorularınız için For questions about contents of the publication

Dergi Editörlüğü Journal Editorship

Tel: + (312) 410 03 67 - 233 13 63

Faks-Fax: + (312) 425 34 05

İnternet Internet
http://www.tuik.gov.tr http://www.turkstat.gov.tr

E-posta E-mail
dergi@tuik.gov.tr journal@tuik.gov.tr

Yayın No Publication Number
4127

ISSN
1303-6319

Türkiye İstatistik Kurumu Turkish Statistical Institute

Yücetepe Mah. Necatibey Cad. No: 114 06100 Çankaya-ANKARA / TÜRKİYE

Bu yayının 5846 Sayılı Fikir ve Sanat Eserleri Kanununa göre her hakkı Türkiye İstatistik Kurumu Başkanlığına aittir. Gerçek veya tüzel kişiler tarafından izinsiz çoğaltılamaz ve dağıtılamaz.

Turkish Statistical Institute reserves all the rights of this publication. Unauthorised duplication and distribution of this publication is prohibited under Law No: 5846.

Türkiye İstatistik Kurumu Matbaası, Ankara Turkish Statistical Institute, Printing Division, Ankara

Tel: 0312 410 01 64 * Fax: 0312 418 50 82

Aralık 2013 December 2013

MTB: 2013-990 - 500 Adet-Copies

Editör Notu

Değerli Okuyucular,

Türkiye İstatistik Kurumu tarafından 2001 yılından bu yana hakemli olarak yürütülmekte olan "İstatistik Araştırma Dergisi" ile istatistiki araştırmaların niteliğinin yükseltilmesi, kuramsal ve uygulama alanındaki araştırmacılar arasında iletişimin ortak çalışma ve yayınlarla güçlenmesi sağlanmaya çalışılmaktadır.

Evrensel bilimin paylaşılmasını sağlayan bilimsel dergilerin temel işlevi; bilimsel makale yazarının çalışmasını en etkin biçimde ifade etmesine yardımcı olmak ve bilimi anlaşılabilir bir biçimde yayınlamaktır.

Akademisyen, araştırmacı ve okuyucuların artan ilgisine paralel olarak bizlerin çabası, azmi ve kararlılığı da artacak olup, dergimiz daha üst seviyelere taşınacaktır. Dergimizin ulusal ve uluslararası endekslerde taranması çalışmaları da devam etmektedir. Bu kapsamda TÜBİTAK ULAKBİM'e on-line başvuru yapılmış olup, sonuç beklenmektedir. Bu konuya ilişkin olarak alınacak sonuçlar sizlerle paylaşılacaktır.

Bu sayımızda, kavramsal, kuramsal ve uygulamalı çalışmalar olmak üzere toplam altı adet çalışmayı siz değerli okuyucularımızla paylaşmanın gururunu taşıyoruz. Bu değerli çalışmaları, bizlerle ve siz değerli okuyucularımız ile paylaşan sayın yazarlara teşekkür ederiz. Ayrıca çalışmaların daha nitelikli hale gelmesinde çok değerli öneri, eleştiri ve katkılarını esirgemeyen sayın hakemlere de şükranlarımızı sunuyoruz.

Dergi'nin basım aşamasına gelmesinde emeğini ve desteklerini esirgemeyen TÜİK Başkanı Sayın Birol AYDEMİR'e, derginin her aşamasında emeği geçen Editör Yardımcısı Sayın Doç. Dr. Özlem İLK DAĞ'a, dergi çalışmalarını içtenlikle ve azimle yürüten Dergi Sekreteryası'na ve son olarak da emeği geçen diğer tüm TÜİK çalışanlarına teşekkürlerimi iletmek isterim.

Bu sayımızın da akademisyenler ile araştırmacılara faydalı olması temennisi ve gelecek sayılarda hedeflenenler ölçüsünde tekrar buluşmak dileği ile saygılar sunarım.

Prof. Dr. Fetih YILDIRIM
Dergi Editörü

TÜRKİYE İSTATİSTİK KURUMU **TURKISH STATISTICAL INSTITUTE**
İSTATİSTİK ARAŞTIRMA DERGİSİ **JOURNAL OF STATISTICAL RESEARCH**

Sahibi **Owner**

Türkiye İstatistik Kurumu Adına On Behalf of Turkish Statistical Institute
Birol AYDEMİR Birol AYDEMİR
Türkiye İstatistik Kurumu Başkanı President, Turkish Statistical Institute

Editör **Editor**

Prof. Dr. Fetih YILDIRIM Prof. Dr. Fetih YILDIRIM

Editör Yardımcısı **Assistant Editor**

Doç. Dr. Özlem İLK Assoc. Prof. Özlem İLK

Sekreteryaya **Secretariat**

Buket AKGÜN
Z.Nur EMRE
Nurdan ELVER

İÇİNDEKİLER	Sayfa Page	CONTENTS
ÖNSÖZ	III	FOREWORD
İÇİNDEKİLER	VII	CONTENTS
AMAÇ VE KAPSAM	IX	AIM AND SCOPE
HAKEM LİSTESİ	XI	REFEREE LIST
Monte Carlo İntegrasyonunda Varyans Azaltıcı Yeni Bir Teknik	1	A New Method of Variance Reduction in Monte Carlo Integration
<i>Fatin SEZGİN</i>		<i>Fatin SEZGİN</i>
Uzunlamasına Verilerin Yer Aldığı Faktöriyel Tasarımlar için Parametrik Olmayan Yaklaşım	17	Nonparametric Approach for Factorial Designs with Longitudinal Data
<i>Can ATEŞ Yasemin GENÇ Meliha HAFİZ Derya ÖZTUNA Şehim KUTLAY Bülent SEÇKİN</i>		<i>Can ATEŞ Yasemin GENÇ Meliha HAFİZ Derya ÖZTUNA Şehim KUTLAY Bülent SEÇKİN</i>
Küçük Alan Tahmin Yöntemleri Kullanılarak Diyarbakır ve Şanlıurfa İlleri için Fert ve Hanehalkı Düzeyinde Gelir Tahminleri	30	Individual and Household Level Income Estimations for Diyarbakır and Şanlıurfa Cities by Using Small Area Estimation Methods
<i>Ash AŞIK YAVUZ A. Sinan TÜRKYILMAZ</i>		<i>Ash AŞIK YAVUZ A. Sinan TÜRKYILMAZ</i>
Quantile Regresyon Problemi Olarak Modellenen Çok Değişkenli Çoklu Regresyon Modelinin Çok Amaçlı Programlama Yöntemleri ile Çözümü	46	Multi Objective Programming Methods for Solving Multivariate Multiple Regression Modelled as Quantile Regression Problem
<i>İlkay ALTINDAĞ Nimet YAPICI PEHLİVAN</i>		<i>İlkay ALTINDAĞ Nimet YAPICI PEHLİVAN</i>

**Bir Broyler Tavuk Entegrasyonu için
Kümes Performans Analizi ve Cıvciv
Girişi Planlaması**

*Benhür SATIR
Gonca YILDIRIM
Ömer KIRCA*

**Bazı Ekonomik Değişkenler Açısından
Ülkelerin Gelişmişlik
Sıralamalarındaki Değişiminin
İncelenmesi**

*Taner TUNÇ
Yüksel ÖNER
Kamil ALAKUŞ
Seval AKSOY*

**54 Broiler House Performance Analysis
and Chick Entrance Planning for a
Broiler Chicken Integration**

*Benhür SATIR
Gonca YILDIRIM
Ömer KIRCA*

**64 Investigation of Variation in Countries'
Development Ranking According to
Some Economic Variables**

*Taner TUNÇ
Yüksel ÖNER
Kamil ALAKUŞ
Seval AKSOY*

AMAÇ VE KAPSAM

“*İstatistik Araştırma Dergisi (İAD)*”, istatistik araştırmaların niteliğinin yükseltilmesi, istatistik yöntem ve uygulamalarının geliştirilmesi, literatürde yer alan çalışmaların tartışılması, istatistik uygulamalarıyla ilgili anket çalışmalarının ele alınması, kuramsal ve uygulama alanındaki araştırmacılar arasında iletişimin ortak çalışma ve yayınlarla güçlendirilmesi amacıyla, yayımlanan hakemli bir dergidir.

“*İstatistik Araştırma Dergisi*”nin kapsamında yer alan tematik konular aşağıda özet olarak verilmiştir:

- Bankacılık, Finans, Sigortacılık, Aktüerya ve Risk Yönetimi; Bayesci İstatistik; Benzetim Teknikleri; Bilgi Sistemleri; Biyoistatistik; Bulanık Teori; Demografi; Deney Tasarımı ve Varyans Analizi; Ekonometri; Genel Sayımlar ve Değerlendirmeleri; İstatistik Eğitimi; İstatistik Etiği; İstatistik Kuramı; İstatistiksel Kalite Kontrolü; Kamuoyu ve Piyasa Araştırmaları; Klinik Denemeler; Mühendislikte İstatistik Uygulamaları; Olasılık ve Stokastik Süreçler; Optimizasyon; Örnekleme ve Araştırma Tasarımları; Parametrik Olmayan İstatistiksel Yöntemler; Resmi İstatistikler; Toplum Bilimlerinde İstatistik; Veri Analizi ve Modelleme; Veri Madenciliği; Veri Yönetimi ve Karar Destek Sistemleri; Verimlilikte İstatistiksel Yaklaşımlar; Yönetimsel Süreçlerde Performans Analizi; Yöneylem Araştırması; Zaman Serileri; Diğer İstatistiksel Yöntemler gibi istatistiğin her dalında yeni bilgi üretimine yönelik tüm araştırmalar.

Makale Dili ve Genel Kurallar

- Bu yayının 5846 Sayılı Fikir ve Sanat Eserleri Kanunu’na göre her hakkı Türkiye İstatistik Kurumu Başkanlığı’na aittir. Gerçek veya tüzel kişiler tarafından izinsiz çoğaltılamaz ve dağıtılamaz.
- Makale taslakları WORD yazım dilinde, Times New Roman yazı tipinde, 12 punto büyüklükte, satırlar arasında bir satır boşluk bırakılarak yazılmalı, şekil ve grafikler JPG dosyaları olarak hazırlanmalıdır.
- A4 sayfa boyutunda; soldan 3,5 cm, sağdan, yukarıdan ve aşağıdan 2,5 cm boşluk bırakılmalıdır.
- Ana bölüm başlıklarının tümü büyük harf, 12 punto büyüklükte, koyu, ortalı ve Arap rakamları ile numaralandırılarak; alt bölüm başlıklarında ise sadece kelimelerin baş harfleri büyük diğerleri küçük harfle, 12 punto büyüklükte, koyu, sola dayalı ve ana bölüm başlığına endeksli olarak Arap rakamları ile numaralandırılarak yazılmalıdır.
- Makale taslağı yazımında, okuyucunun, çalışmanın her aşamasını anlama ve değerlendirmesine olanak verecek bir anlatım ve plana uyulmalıdır.
- Anlatım olabildiğince sade, anlaşılabilir, öz ve kısa olmalıdır. Gereksiz tekrarlardan, desteklenmemiş ifadelerden ve konu ile doğrudan ilişkisi olmayan açıklamalardan kaçınılmalıdır.
- Yazımda çok genel ifadeler kullanılmamalıdır. Yargı veya kesinlik içeren ifadeler mutlaka verilere/ referanslara dayandırılmalıdır.
- Araştırmacı/araştırmacılar tarafından probleme, hangi kuramsal/kavramsal açıdan yaklaşıldığı, gerekçeleri ile birlikte belirtilmelidir.
- Kullanılan araştırma yönteminin seçilme gerekçesi açıklanmalıdır. Bütün veri toplama araçlarının geçerliliği ve güvenilirliği belirtilmelidir.
- Araştırma sonucunda elde edilen veriler bir bütünlük içinde sunulmalıdır.
- Sadece elde edilen verilere dayanan sonuçlar sunulmalıdır.
- Sonuçların yorumları, varsa, literatürdeki diğer kaynaklarla desteklenerek, değerlendirilmelidir.
- Yararlanılan kaynaklar, çalışmanın kapsamını yansıtacak zenginlik ve yeterlikte olmalıdır.
- Türkçe ve İngilizce özetler; çalışmanın amacı, yöntemi, kapsamı ve temel bulgularını içermelidir.

Ayrıntılı bilgi için, <http://www.tuik.gov.tr> adresinden “*İstatistik Araştırma Dergisi Kılavuzu*”na bakınız.

AIM AND SCOPE

“*Journal of Statistical Research (JSR)*” is a refereed journal published with the aim to raise the quality of statistical researches, improve the statistical methodology and applications, discuss the studies included in literature, consider survey studies regarding the statistical application, and strengthen the communication between researchers in the field of theory and application by joint studies and publications.

The contents of the “*Journal of Statistical Research*” are summarized below:

- Researches aimed at producing new knowledge in every field of statistics such as Banking, Finance, Insurance Trade, Actuarial and Risk Management; Bayesian Statistics; Biostatistics; Clinic Tests; Data Analysis and Modeling; Data Management and Decision Support Systems; Data Mining; Demography; Econometrics; Experimental Design and Variance Analysis; Fuzzy Theory; General Census and Evaluation; Information Systems; Non-Parametric Statistical Methods; Official Statistics; Operational Research; Optimization; Sampling and Research Designs; Performance Analysis in Managerial Process; Probability and Stochastic Processes; Public Opinion and Market Researches; Statistical Applications in Engineering; Statistical Approaches in Efficiency; Statistical Ethics; Statistical Quality Control; Statistical Training; Statistics in Social Science; Statistics Theory; Simulation Techniques; Time Series; Other Statistical Methods.

Article Language and General Rules

- Turkish Statistical Institute reserves all the rights of this publication. Unauthorized duplication and distribution of this publication is prohibited under Law No: 5846.
- Article drafts should be prepared in WORD, using Times New Roman font, in 12 point size, with a blank line in between lines. Figures and tables should be prepared as JPG files.
- On A4 paper size; margins should be set as: left 3,5 cm; right, top and bottom 2,5 cm.
- Titles of the main sections should be all capitalized, in 12 point size, bold, centered and numbered with Arabic numerals; only the first letter of the words in the titles of the subsections should be capitalized, with 12 point size, bold, left justified and numbered with Arabic numerals indexed to the titles of the main sections.
- In article draft writing, writer should follow such a plan that reader should be able to understand and evaluate all the steps of the study.
- Narration should be as plain as possible, as well as comprehensible, compact and short. Unnecessary repetitions, unsupported declarations and explanations that are not in direct relation to the topic should be avoided.
- General statements should be avoided in writing. Statements that include judgment or facts must be supported by data/references.
- It should be stated, with justifications, from which theoretical/conceptual aspect the researcher/researchers have approached the problem.
- The reason of choosing the research methodology that is used should be explained. The validity and reliability of all the data collection tools should be presented.
- Data obtained as the result of the research should be presented in unity.
- Results that only rely on the obtained data should be presented.
- The interpretation of the results should be supported and evaluated by the other resources, if any, in the literature.
- Used resources should be in good wealth and proficiency that reflect the scope of the study.
- Turkish and English abstracts should include the goal, methodology, scope and main findings of the study.

For detailed information, please see “A Guide for Journal of Statistical Research” at <http://www.tuik.gov.tr>.

DERGİNİN BU SAYISINA BİLİMSEL KATKI SAĞLAYAN HAKEMLER
REFEREES WHO PROVIDED SCIENTIFIC CONTRIBUTIONS FOR THIS
VOLUME OF THE JOURNAL

Prof. Dr	Fetih YILDIRIM	Çankaya Üniversitesi
Prof. Dr.	Gül ERGÜN	Hacettepe Üniversitesi
Prof. Dr.	Hülya ÇINGI	Hacettepe Üniversitesi
Prof. Dr	İbrahim GÜNEY	Bitlis Eren Üniversitesi
Prof. Dr.	İhsan ALP	Gazi Üniversitesi
Prof. Dr.	Öztaş AYHAN	Orta Doğu Teknik Üniversitesi
Doç. Dr	A. Canan YAZICI	Başkent Üniversitesi
Doç. Dr	Cemal ATAKAN	Ankara Üniversitesi
Doç. Dr	Erdem KARABULUT	Hacettepe Üniversitesi
Doç. Dr.	Pınar ÖZDEMİR	Hacettepe Üniversitesi
Doç. Dr.	Yaprak Arzu ÖZDEMİR	Gazi Üniversitesi
Yrd. Doç. Dr	Alp ERTEM	Çankaya Üniversitesi
Yrd. Doç. Dr.	Benhür SATIR	Çankaya Üniversitesi
Yrd. Doç. Dr.	Gonca YILDIRIM	Çankaya Üniversitesi
Yrd. Doç. Dr.	M. Bahar BAŞKIR	Bartın Üniversitesi
Yrd. Doç. Dr.	Rukiye DAĞALP	Ankara Üniversitesi
Dr.	Hakan ÇERÇİOĞLU	Gazi Üniversitesi

A NEW METHOD OF VARIANCE REDUCTION IN MONTE CARLO INTEGRATION

Fatin SEZGİN*

ABSTRACT

The Monte Carlo technique can be used as a method of statistical trials to calculate surface areas or object volumes by employing random numbers. It is especially helpful for complicated functions or irregular shapes in higher dimensional spaces. In this work, relying on a multinomial distribution, we give a fresh new look on Hit-or-Miss integration and present a technique called Extended Monte Carlo Integration (EMCI) by expressing the integral area of univariate functions in different forms. By taking the average of estimates from these forms it is possible to increase efficiency while maintaining a reasonable calculation speed. The application of this technique is demonstrated by using single-variable functions in the unit square. The method can be generalized to higher dimensions. There are very common cases in physics, chemistry, medicine, genetics and biology where there is no explicit function defining the region or the volume to be estimated. In these cases, instead of various function expressions, different rotations and reflections of the figure or object can be used. A distinct advantage of our method is its applicability to these problems. Investigating the suitability of the method to multi-core processors also seems promising.

Keywords: Crude Monte Carlo, Efficiency, Hit-or-Miss integration, Monte Carlo, Monte Carlo integration, Random number generator, Variance reduction.

1. INTRODUCTION

The use of simulation techniques extends to all fields of science. Simulations using random numbers are called Monte Carlo methods. Many mathematical or applied problems can be solved by Monte Carlo techniques, which rely on the repetition of random trials. This approach is a widely used numerical method employing random numbers produced by computers.

The Monte Carlo method is not restricted to the generation of random processes. In some cases the estimation of certain constants such as the mean of a random variable, areas of surfaces or volumes of objects can be calculated by using random numbers. The integrations of complicated functions in two- or higher-dimensional spaces are other possible scenarios where Monte Carlo methods can be used. There are several methods of Monte Carlo integration, for example: Evans and Swartz (1999), Fishman (1996), Gentle (2005), and Lemieux (2009). The Crude Monte Carlo inserts the random number into the function and calculates the average of the values obtained. This popular method is preferred in practice since it is fast and efficient. On the other hand, Hit-or-Miss Monte Carlo casts n points into the space of function and finds the ratios of points by using an indicator function on the integration regions. In this approach the outcome of each point generation is either success (within the integration region) or failure (outside of the integration region). Therefore the outcome of an experiment with n random points will have a binomial distribution.

*Prof. Dr., Bilkent University, SATM, Department of Business Information Management, Ankara, e-mail: fatim@bilkent.edu.tr

Here we present a new Hit-or-Miss integration technique, called the Extended Monte Carlo Integration (EMCI) by defining several integration regions in a two-dimensional space. The resulting distribution will rely on a multinomial distribution and will increase the efficiency of the estimation. The generalization of the technique to higher dimensions is possible and is worth further investigation.

This paper is organized as follows: Section 1 is the introduction. In Section 2, we summarize the usage of Monte Carlo integration method and present the general principles of our technique. In Section 3, we calculate expected variance reductions on six different functions, namely $\sin(x)$, e^{-x} , \sqrt{x} , x^2 , x^3 , and $(27/4)x(1-x)^2$. Section 4 presents simulation results for these functions, which serve as demonstrations supporting our theoretical arguments. Section 5 compares the speed of our method with the conventional single-area usage. In Section 6, our method is compared with the Crude Monte Carlo technique. Application of EMCI to higher dimensions is discussed in Section 7. The last section presents general conclusions.

2. THE NEW METHOD FOR HIT-OR-MISS MONTE CARLO

In two-dimensional applications of Hit-or-Miss Monte Carlo with n random trials, if x points fall within the region A , the area of this sub-region can be estimated by

$$\hat{S}_A = \frac{x}{n} S. \quad (1)$$

Here, S is the area of the regular-shaped region enveloping surface A . This approach is also used for the integration problems. Consider a single-variable function f to be integrated within the unit interval:

$$I = \int_0^1 f(x) dx. \quad (2)$$

This integral can be estimated by considering the region between the x axis and the curve $f(x)$. The estimator must be unbiased and must have a small variance. Several variance reduction techniques have been developed to increase efficiency of the estimators. These are well documented in simulation literature: McGeoch (1992); L'Ecuyer (1994); Fishman (1996); Evans and Swartz (1999); Law and Kelton (2000); Gentle (2005); Ross (2006); Lemieux (2009). Here, we will introduce a new variance reduction method suitable for the Hit-or-Miss technique, on which there is not adequate work.

2.1 Usage of Several Curves Simultaneously

The integral region may occupy only a small portion of the rectangle and there is no reason to restrict it to its present position. We can define several curves leading to the same estimation value. Let f be a function within the unit square. We define a set with eight elements using a binary operation \circ based on the following motions of the curve $f(x)$:

- The curve $f(x)$ is not moved. This is the identity operation: Curve $f(x)$.
- It is rotated 90° clockwise around the center of the square: Curve $f(1-y)$.
- It is rotated 180° clockwise around the center of the square: Curve $1-f(1-x)$.
- It is rotated 270° clockwise around the center of the square: Curve $1-f(y)$.
- It is reflected in the vertical line $x = 1/2$. Curve $f(1-x)$.

- f) It is reflected in the horizontal line $y = 1/2$. Curve $1 - f(x)$.
- g) The curve (c) is reflected in the line $y = 1-x$. Curve $1 - f(1-y)$.
- h) The curve (d) is reflected in the line $y = x$. Curve $f(y)$.

These eight positions under the binary operation form a closed group and the area under the curve $f(x)$ can be calculated by using the corresponding region in anyone of these eight elements of this set. Table 1 is the *multiplication table* for the group defined by \circ .

Table 1. The multiplication table for the group defined by \circ

	a	b	c	d	e	f	g	h
a	a	b	c	d	e	f	g	h
b	b	c	d	a	g	h	f	e
c	c	d	a	b	f	e	h	g
d	d	a	b	c	h	g	e	f
e	e	h	f	g	a	c	d	b
f	f	g	e	h	c	a	b	d
g	g	e	h	f	b	d	a	c
h	h	f	g	e	d	b	c	a

Example: The corresponding graphs are depicted in Figure 1 for the special case Beta curve $f(x) = 6.75x(1-x)^2$. In a, c, e, and f, the curve will be compared by the value of the random number obtained from the y generator. In other curves, the function value is obtained from y variable and comparison is made with x generator.

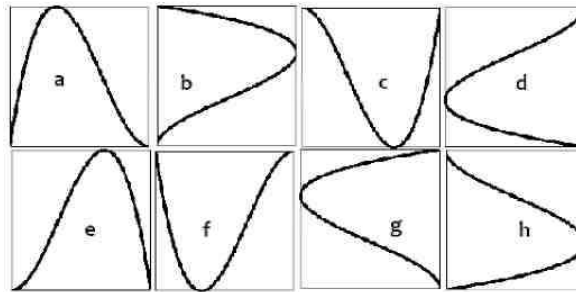


Figure 1. Eight possible representations for the $f(x) = 6.75x(1-x)^2$

When the point falls within the area under the curve the value of an indicator function is increased by 1 as shown below:

- if $(y \leq f(x))$ $na=na+1$.
- if $(x \leq f(1-y))$ $nb=nb+1$
- if $(y \geq 1 - f(1-x))$ $nc=nc+1$
- if $(x \geq 1 - f(y))$ $nd=nd+1$
- if $(y \leq f(1-x))$ $ne=ne+1$
- if $(y \geq 1 - f(x))$ $nf=nf+1$

if $(x \geq 1-f(1-y))$ $ng=ng+1$
 if $(x \leq f(y))$ $nh=nh+1$.

If a total of n points are cast within the unit square, one can use any of the counts na , nb , ..., nh for estimating the area. But here it may be recommendable to use more than one indicator and then take the mean of the areas as the final estimator. We investigated the following possibilities:

1. Use only a single curve
2. Use the mean of the eight curves
3. Use the reflections of the curves using x as the range, a , c , e , and f .
4. Use the mean of the four rotations, a , b , c , and d .

The cases (2), (3), and (4) are depicted in Figure 2.

We simulated the above cases for determining the variance reductions and execution times. The data are summarized in Table 2. The variances are obtained from 1000 runs of the simulation each having 10000 point pairs. In order to determine the speeds, simulation is run for 100,000,000 points. As a measure of efficiency the ratio of variance reduction to the execution time can be used. By combining several curves the execution time increased, but considering the variance reduction this is a reasonable price for the efficiency obtained. According to the last column of Table 2, usage of a single curve is

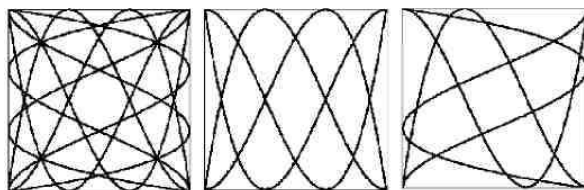


Figure 2. Some possible combinations for the $f(x) = 6.75x(1-x)^2$ curve

very inefficient. Case 2 gives highest efficiency followed by cases 4 and 3, but these last two have rather close values. Below we describe our method in detail for the reflections case.

Table 2. The variances and execution times of different applications in Beta function

	Variance	Variance Reduction (%)	Execution Time (Sec.)
Single Curve	2.44×10^{-5}	1.00	10.11
Eight Curves	4.32×10^{-6}	5.66	20.65
Four Rotations	5.80×10^{-6}	4.21	15.83
Four Reflections	7.27×10^{-6}	3.36	14.89

2.2 Reflections of $f(x)$

Reflections method is presented by Sezgin (2010) as an initial version of this study. The reflections with respect to $x = 1/2$ and $y = 1/2$ lines use the x variable as the domain. Here we define the following curves: $Down1 = f(x)$, $Down2 = f(1-x)$, $Up1 = 1 - f(x)$, and, $Up2 = 1 - f(1 - x)$. Here, $Down2$ is the reflection of $Down1$ in $x = 1/2$ vertical line. $Up1$ and $Up2$ are the horizontal reflections of $Down1$ and $Down2$ curves in line $y = 1/2$. This

approach is partly similar to antithetic variables by the usage of $1-x$. But there is an original contribution by the addition of horizontal reflections $Up1$ and $Up2$. Therefore, in functions of a single variable, instead of two estimators in antithetic variables we provide four estimators and use the sample space more efficiently. The situation is depicted in Figure 3 for the function $f(x) = x^2$. Let us denote the four integral estimates obtained from these regions as $\hat{I}_1, \hat{I}_2, \hat{I}_3,$ and \hat{I}_4 . As an efficient estimation method we propose using the mean of these four estimates:

$$\hat{I} = \frac{\hat{I}_1 + \hat{I}_2 + \hat{I}_3 + \hat{I}_4}{4} \tag{3}$$

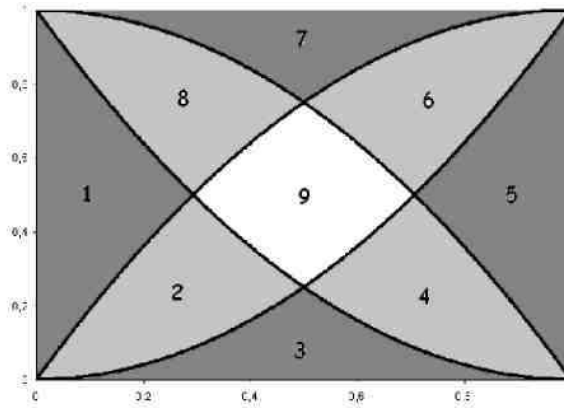


Figure 3. Joint usage of four regions for the integral of $f(x) = x^2$ showing regions employed once (light shaded) and twice (dark shaded)

The four graphs define nine different sub-regions when they are superimposed. The integral estimate \hat{I} contains data obtained from 8 mutually exclusive regions. Each of the regions 1, 3, 5, and 7 are added twice in forming \hat{I} . Regions 2, 4, 6 and 8 are added only once, whereas region 9 does not have any contribution. Therefore, in terms of sub-regions we can write

$$\hat{I} = \frac{2(x_1+x_3+x_5+x_7)+x_2+x_4+x_6+x_8}{4n} \tag{4}$$

Let X_1, X_2, \dots, X_9 be the random variables showing the number of points falling within the regions 1, 2, ..., 9 when n points are cast into the unit square. In a realization of the simulation experiment of size n with k mutually exclusive and collectively exhaustive regions these random variables will have

$$\sum x_i = n. \tag{5}$$

X_i variables will have probabilities p_i satisfying

$$\sum p_i = 1. \tag{6}$$

This situation defines the multinomial distribution for X values

$$P(x_1, x_2, \dots, x_k) = \frac{n!}{x_1! x_2! \dots x_k!} p_1^{x_1} p_2^{x_2} \dots p_k^{x_k} \quad (7)$$

It is well known that the random variable X_i has mean $\mu_i = np_i$, and variance $\sigma_i^2 = np_i(1-p_i)$. The covariance between two variables is $\sigma_{ij} = -np_i p_j$. It is possible to calculate the mean and variance of the EMCI reflection estimate by using formulas related to a linear function of random variables X_1, X_2, \dots, X_k . Let

$$Y = \sum a_i X_i \quad (8)$$

Then the mean and variance of Y are

$$E(Y) = \mu_Y = \sum_{i=1}^k a_i E(X_i) \quad (9)$$

$$Var(Y) = \sigma_Y^2 = \sum_{i=1}^k a_i^2 \sigma_i^2 + 2 \sum_{i < j} a_i a_j \sigma_{ij} \quad (10)$$

The multinomial probabilities can be obtained by considering curves and axes around the sub-regions. For example, in $f(x) = x^2$ the area of the first sub-region will be:

$$p_1 = \int_0^{1-\sqrt{2}/2} \{(1-x)^2 - x^2\} dx = 0.1381 \quad (11)$$

$$p_2 = \int_0^{1-\sqrt{2}/2} \{1 - (1-x)^2 - x^2\} dx + \int_{1-\sqrt{2}/2}^{1/2} \{(1-x)^2 - x^2\} dx = \frac{7-4\sqrt{2}}{12} = 0.1119$$

and

$$p_3 = \int_0^{1/2} x^2 dx + \int_{1/2}^1 (1-x^2) dx = 0.0833$$

The symmetry of the curves will imply that $p_1 = p_5$, $p_2 = p_4 = p_6 = p_8$ and $p_3 = p_7$. By using these values it is possible to calculate the variance of \hat{I} as $0.4412/(16n^2)$.

For $f(x) = x^2$ the performance of mean estimator against the single curve estimator is

$$\frac{Var(\hat{I}_1)}{Var(T)} = \frac{2/(9n^2)}{0.4412/(16n^2)} = \frac{0.2222}{0.0276} = 8.06 \quad (12)$$

Therefore, the integral using only a single region has a variance eight times higher than our new method. In our application, one does not need to be concerned about sub-regions and their areas. Here, we presented them in a simple function to demonstrate the performance of our new method.

2.3 Rotations of $f(x)$

A curve $f_1 = f(x)$ in the unit square may be rotated clockwise around the center of the square by 90 , 180 , and 270 degrees giving curves f_2, f_3 , and f_4 respectively. Since two random numbers are needed for a hit-or-miss integration, we use both generators as the domain for the function. The functions are defined as:

- f1: $f(x)$
- f2: $f(1-y)$
- f3: $1-f(1-x)$
- f4: $1-f(y)$.

From these curves f_1 and f_3 correspond to down1 and up2 curves of the reflection system. In the second and fourth cases the roles of x and y variables are interchanged. 1 is added to the indicator functions when $x < f(1-y)$ and $x > f(1-y)$, respectively. The performance of the rotations is discussed in the next section. For the Beta function studied above, it was slightly slower but more efficient than the reflection method. Since it requires the calculation of the function four times, it may be rather slow for very complicated functions.

3. VARIANCE REDUCTIONS FOR VARIOUS FUNCTIONS

We demonstrated above the performance of our method for the Beta function. In this section we calculate the outcomes of five more examples of integration for the reflection method:

1. Trigonometric function $\sin(x)$
2. Exponential function e^{-x}
3. Square root function \sqrt{x}
4. Square function x^2
5. Cubic function x^3

These functions partition the unit square into $k = 9$ regions. The multinomial probabilities for these sub-regions are presented in Table 3.

Table 3. The multinomial probabilities of nine sub-sections for the integration of five different functions

	p_1	p_2	p_3	p_4	p_5	p_6	p_7	p_8	p_9
$\sin(x)$	0.175	0.040	0.245	0.040	0.175	0.040	0.245	0.040	0.001
e^{-x}	0.043	0.112	0.213	0.112	0.043	0.112	0.213	0.112	0.040
\sqrt{x}	0.083	0.112	0.138	0.112	0.083	0.112	0.138	0.112	0.109
x^2	0.138	0.112	0.083	0.112	0.138	0.112	0.083	0.112	0.109
x^3	0.095	0.123	0.031	0.123	0.095	0.123	0.031	0.123	0.253

Table 4. The coefficients for the sum of X_i variables in estimation of the total of four sub-regions

	a_1	a_2	a_3	a_4	a_5	a_6	a_7	a_8	a_9
$Sin(x)$	2	1	2	1	2	1	2	1	0
e^{-x}	2	1	2	1	2	1	2	1	4
\sqrt{x}	2	3	2	3	2	3	2	3	4
x^2	2	1	2	1	2	1	2	1	0
x^3	2	1	2	1	2	1	2	1	0

In our estimator the sum of the points used in the calculation of \hat{I} may be expressed in terms of X_i variables as a linear combination of these areas by $\sum a_i X_i$. The coefficients a_i are presented in Table 4. Here we observe that $\sin(x)$, x^2 , and x^3 have the same coefficients. In the square root there are many intersections between regions; this reduces the efficiency. The coefficients in Table 4 and probabilities in Table 3 are used to determine the variance of our estimator as in Table 5 by employing equation (10). The last function in Table 5 represents the Beta function $f(x) = 12x(1-x)^2$. We scaled it by changing the constant to 6.75 in order to equate the maximum of $f(x)$ to 1. That function partitions the unit square into 19 sub-regions.

Table 5. The variances of integral estimations for six different functions by using a single integral area and the average of four sub-sections

	Variances	Var(Reflection)	Ratio
$Sin(x)$	0.2479	0.0086	28.92
e^{-x}	0.2325	0.0206	11.31
\sqrt{x}	0.2222	0.0276	8.06
x^2	0.2222	0.0276	8.06
x^3	0.1875	0.0316	5.93
$6.75x(1-x)^2$	0.2461	0.0790	3.12

4. SIMULATION RESULTS

In order to test our theoretical arguments, we carried out Monte Carlo simulations to integrate the six aforementioned functions. For each function we used 1000 runs, each having $n = 10000$ random points cast into the unit square. The entries in Table 6 are obtained by dividing the average variance of sub-regions to the variance of the EMCI estimators. The findings strongly agree with our arguments presented in Section 3. The greatest variance reduction is obtained by using the average of the eight curves. In certain cases, such as sine and exponential functions, this reduces the variance more than twice of reflection and rotation alternatives. Reflection and rotation have comparable performances, although the latter is slightly better in Beta function. Reflection requires the calculation of the integrated function twice whereas eight curves and rotation methods require this calculation four times. Therefore the relative speeds must also be taken into account for preference among methods.

We also conducted series of simulations to assess the effect of sample size and compare the performances of various random number generators. For this purpose we used 25 different random number generators of various families. All these generators exhibit

similar behaviors. Our proposed EMCI method approaches the true parameter value faster than any single integration region. In Figure 4, we present the errors of $\sin(x)$ integrals in reflection method for the Linear Congruential Generator with multiplier 48271 and modulus $2^{31} - 1$ as an example. The examination of this figure indicates that the Down1 and Up2 regions compensate the bias effects of each other. They move to opposite directions and balance each other. The same pattern is seen in Down2 and Up1 regions. Since these pairs are located on opposite corners, an increase in one of them implies a decrease in the other. This is the same situation we observed in multinomial random variables. Regions with large intersections have a positive correlation, as seen in Down1 and Down2 or Up1 and Up2 cases. The correlations of regions are presented in Table 7.

Table 6. The variance ratio comparisons of the average variance of single sub-regions with the variance of the EMCI estimates

	Eight Curves	Reflection	Rotation
$\sin(x)$	55.7	25.0	27.0
e^{-x}	24.0	11.1	11.3
\sqrt{x}	9.3	8.1	8.0
x^2	9.3	8.0	8.1
x^3	6.8	5.6	5.8
$6.75x(1-x)^2$	5.7	3.4	4.2

Table 7. The correlations between integration regions for the $\sin(x)$ integral

	Down1	Down2	Up1
Down2	0.601280	1	
Up1	-0.67895	-0.85012	1
Up2	-0.94150	-0.66130	0.70334

Factors affecting the magnitude of the variance reduction are as follows:

1. The amount of unused area will increase the variance of the EMCI estimator. For example, the x^2 has a smaller unused region compared to x^3 and the improvement in this case is higher. Negative covariances due to sub-region 9 are not reflected in formula (10) for some functions because they have $a_9 = 0$.

2. Multiple usages of sub-regions will decrease the efficiency of EMCI because this situation will induce positive correlations between components. Consider, for example, two random variables of the form

$$T = X_1 + X_2 + X_3 + X_4 \tag{13}$$

and

$$S = 2X_1 + X_2 + X_3, \tag{14}$$

given that $p_1 = p_4$. In this case expected values of T and S are equal but the variance of S is larger than the variance of T . By formula (10) we get

$$\sigma_S^2 = \sigma_T^2 + 2np_1. \tag{15}$$

Therefore, a large intersection of areas will increase the variance of \hat{I} and this will reduce the efficiency. In Tables 5 and 6 the worst situation is that of the Beta function because it has the largest intersection areas.

3. If all sub-regions are included at least once in the summation formula, the least usage frequency can be subtracted from all cells. It is obvious that if m is the minimum coefficient, then

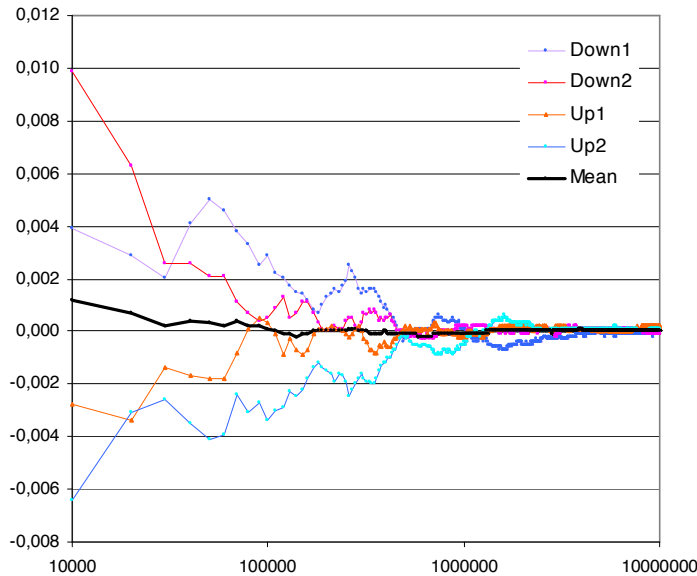


Figure 4. The error of Sin(x) integration for sample sizes from 10 thousand to 10 million

$$\sum mx_i = m \sum x_i = mn \tag{16}$$

is a constant and has zero variance. The only contribution to the estimator variance comes from cells having excess usages. For example, the smallest coefficient of the square root function is 2 and it can be subtracted from all coefficients, giving a_i values 0, 1, 0, 1, 0, 1, 0, 1, and 2. The same remark applies to e^{-x} . In \sqrt{x} and e^{-x} sub-regions 2, 4, 6, and 8 have roughly the same size but the frequently used sub-region 9 is almost three times larger in \sqrt{x} . This decreases the efficiency of reflection estimator for the square root compared to the exponential.

These observations suggest the potential benefit of using rectangular areas other than the unit square. We can use a larger Y axis to minimize curve intersections. For example, in \sqrt{x} , the Y axis may have length $h = \sqrt{2}$ in order to eliminate the sub-region 9. There will be eight sub-regions with coefficients 2, 1, 2, 1, 2, 1, and 2. Subtracting regions with small coefficients, four very large portions will remain. This causes a great improvement in the estimation and reduces the variance $0.22222/0.01266 = 17.55$ times. Increasing the rectangle height, h , will minimize the intersection but the unused area may also increase. Moreover, the variance of the EMCI will be multiplied by h^2 . Therefore, increasing h may not be beneficial in some cases. For example, choosing $h = 1.6875$ in Beta distribution will eliminate several intersections, but the final estimator will have

only an improvement of 2.56.

5. TIMINGS

We tested the running times of the single and EMCI programs by a simulation comprising of $n = 100,000,000$ points. Total time requirements (in seconds) are presented in Table 8. The concerned programs coded in Fortran Power Station 4.0 compiler were executed on an Intel Pentium 4, CPU 3.06 GHz processor with 2.00 GB of RAM on a Microsoft Windows XP Professional Version 2002 platform. The results show that our proposed method is rather fast. In several cases Eight Curves is almost as fast as the Rotation method. When the function is complex, such as sine, exponential and square root cases, the Reflection has a distinct advantage. The slowest function is the e^{-x} but still, it requires only 80% more time compared to the single integration in Reflection method. The extra time requirements can be considered negligible compared to the variance reductions provided by our estimator.

Table 8. Time (sec.) comparison for single and EMCI estimators for simulations with 100,000,000 points

Function	Single	Eight Curves	Reflection	Rotation	Eight/Single	Reflection/Single	Rotation/Single
$\sin(x)$	32.0	102.3	56.3	102.2	3.2	1.8	3.2
e^{-x}	39.6	133.2	71.9	130.9	3.4	1.8	3.3
\sqrt{x}	25.6	82.3	45.8	79.5	3.2	1.8	3.1
x^2	10.0	17.1	14.0	14.0	1.7	1.4	1.4
x^3	9.6	16.8	13.4	13.8	1.8	1.4	1.4
$6.75x(1-x)^2$	10.1	20.7	14.9	15.8	2.0	1.5	1.6

6. COMPARISON WITH CRUDE MONTE CARLO

Evans and Swartz (1999) state that, “Discussion of the rejection algorithm brings up to the first integration technique in the text, sometimes referred to as Hit-or-Miss integration. However this method is mostly of historical interest.” In widely used Crude Monte Carlo method, the values of random numbers are directly inserted into the function to be integrated and the mean is calculated as

$$\hat{I}_c = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n f(x_i). \tag{17}$$

Since \hat{I}_c has a smaller variance compared to the Hit-or-Miss estimator \hat{I}_h , Monte Carlo integration sources recommend \hat{I}_c in practice. This difference can be seen by comparing the variances. In the unit square, since $f(x) \leq 1$, the difference of variances is larger than zero as seen below:

$$\begin{aligned} \sigma_h^2 - \sigma_c^2 &= \frac{I}{n} - \frac{I^2}{n} - \frac{1}{n} E\{f^2(x)\} + \frac{I^2}{n} \\ &= \frac{I}{n} - \frac{1}{n} E\{f^2(x)\} = \frac{1}{n} \int_0^1 f(x)(1-f(x))dx. \end{aligned}$$

The usage of EMCI will improve the Hit-or-Miss technique as discussed in previous sections. According to our simulations, EMCI becomes very efficient and has a competitive advantage against the Crude estimator, as seen in Table 9. The Crude estimator will have a smaller variance only when it is used with a variance reduction technique such as the antithetic variable.

Table 9. Variances of Crude Monte Carlo and Reflection EMCI methods obtained from 1000 simulation runs, each having $n=10000$ points (Entries must be multiplied with 10^{-6})

Function	Crude	EMCI
$\sin(x)$	6.01	0.81
e^{-x}	6.01	0.81
\sqrt{x}	5.26	1.22
x^2	8.85	2.81
x^3	12.6	7.36
$6.75x(1-x)^2$	8.17	3.09

Our method has a distinct advantage in certain estimation problems:

- Crude Monte Carlo can be improved by the usage of antithetic variates but this method does not always work. For example, if the integrand is symmetric there is no gain. In this case EMCI reflection in $y=1/2$ can be beneficial. Consider the parabola $y=4x(1-x)$. The antithetic variable will give the same equation. But defining the second curve as $y=1-4x(1-x)$ will improve the estimation 1.8 times. A more effective application is to cut the upper curve in two parts as $y=(2x-(1+\sqrt{2}))^2$ and $y=(y-(1-\sqrt{2}))^2$ and replace them to the left and right of the integrand. This application may be called Cut and Paste EMCI. The rectangle of length $\sqrt{2}$ will extend from $(1-\sqrt{2})/2$ to $(1+\sqrt{2})/2$. This application reduces the variance of the estimate 8.2 times.

- In some situations the Crude Monte Carlo can not be used because there is no function representing the area or volume to be assessed. These cases involve two- or three-dimensional spaces and arise in many practical applications. The following studies can be mentioned as examples:

a) In multi-dimensional Nuclear Magnetic Resonance (NMR) experiments quantitative information can be obtained by peak volume integration as depicted in Figure 5. In this case the Hit-or-Miss technique is the most efficient way (Romano et al., 2008).

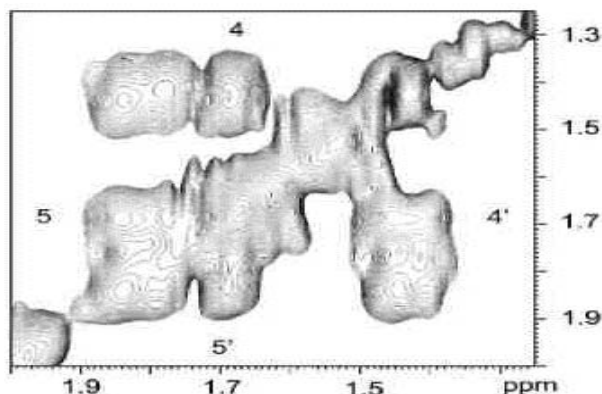


Figure 5. Nuclear magnetic resonance (NMR) spectra to be integrated

b) In order to assess the growth patterns of hepatocellular carcinoma with the aid of stochastic modeling, Saftoiu et al. (2004) use the Hit-or-Miss method for estimating the volume of tumors. According to their study this Monte Carlo technique gives more reliable results compared to the analysis of histological and ultrasonographic characteristics.

c) Hit-or-Miss Monte Carlo integration can be used to find virial coefficients of some volumes in Molecular Physics (Vlasov et al., 2002).

d) The Hit-or-Miss Monte Carlo method is used in path importance sampling and implementation for Markovian path simulations in atomistic modeling techniques (de Koning et al., 2005). Here, the purpose of predictive modeling and simulation at the atomistic level is to characterize and quantify the atomistic unit mechanisms that control the macroscopic behavior of complex systems. This objective is common to many fields of research, including chemistry, physics, biology, and materials science.

e) In some applications the location and even the shape of the area or volume to be inspected may be unknown (Naiman and Priebe (2001); Priebe et al. (2001)). Therefore, in detecting a signal of unknown location and geometry in a Gaussian random field (GRF) and detecting a cluster of unknown location and geometry in a point process or a multinomial sequence there is no explicit function to be integrated. Examples of this application are multinomial sequences in molecular genetics, spatial point processes in digital mammography, and Gaussian random fields in PET scan brain imagery. Another application is the case of marked spatial Poisson processes applied to minefield reconnaissance using multiple scan geometries. Romano et al. (2008) prepared a toolbox called MatCAKE for integrating 2D NMR spectra in Matlab. It is possible to implement EMCI as a built-in software for some medical or physical equipment.

f) In studying cirrus clouds by remote-sensing Takano and Liou (1995) compute scattering, absorption and polarization properties of ice crystals with various irregular structures. In this study the incident photons are traced with a Hit-or-Miss Monte Carlo method.

7. APPLICATION TO HIGHER DIMENSIONS

The present work demonstrates the performance of the proposed technique for some simple univariate functions. It is worth studying the application for different volumes in higher dimensions. In reflection EMCI by introducing each variable as U_i or $1 - U_i$ in functions with d variables, it is possible to obtain 2^d different Down functions. By extending the calculations to the horizontal reflections of these functions we will have a sample space consisting of rectangular boxes in $d + 1$ dimensions. This is the crucial point in the Reflection EMCI method. For example, in a bivariate function we may use the following $2^d=4$ Down forms: $f(x,y)$, $f(1-x,y)$, $f(x,1-y)$, $f(1-x,1-y)$. By reflecting these functions horizontally we may get four additional curves: $1-f(x,y)$, $1-f(1-x,y)$, $1-f(x,1-y)$, and $1-f(1-x,1-y)$. Therefore, the integration of a bivariate function will involve eight corners of a three-dimensional rectangular box.

In order to demonstrate the performance of EMCI in higher dimensions we worked on the functions studied in Section 3 by forming their additions for two and three variables.

For example, for the trigonometric function we obtained a bivariate function $f(x,y) = \sin(x) + \sin(y)$ and a three-variate function $f(x,y,z) = \sin(x) + \sin(y) + \sin(z)$. The average variance reductions of the reflection EMCI estimator for these cases are summarized in Table 10. In $d = 2$ and $d = 3$ columns each entry is the mean of eight and 16 values, respectively. The difference between performances of various functions can be attributed to the magnitudes of curve intersections and empty regions. By changing the box dimensions it is possible to improve the performance further.

In higher dimensions the number of function evaluations increases exponentially with d and this creates the curse of dimensionality problem. In this case, using only some evaluations can be recommended. For example, according to our data, in bivariate functions $f(x,y)$ and $1-f(1-x,1-y)$ are situated on opposite corners and have a minimum intersection. Therefore, their joint usage provides rather good improvement compared to a single function. It is also promising to investigate the suitability of our method to multi-core processors. In this application each form can be assigned to a different core and the results can be collected for final evaluation.

Table 10. Mean ratio obtained by dividing the variances of single Hit-or-Miss estimators to the variance of the Reflection EMCI method

Function	$d=2$	$d=3$
Sine	51.4	81.7
Exponential	13.6	11.1
Square root	9.8	9.6
Square	11.8	11.5
Cube	7.5	7.2
Beta	5.5	6.8

8. CONCLUSIONS AND FURTHER RESEARCH

In estimating integrals or finding areas (volumes) of figures (objects) the Hit-or-Miss Monte Carlo method can be used by considering different orientations of the regions. In functions within a unit square, this can be realized by finding the mean value of integrations in different regions created by rotations and reflections. These regions define a multinomial probability distribution and by considering different sub-regions we prove that our proposed method, Extended Monte Carlo Integration, causes a substantial reduction in the variance of the estimate. In the current literature the Hit-or-Miss method has a very restricted application and is considered mainly for historical interest. Our new method creates an estimator with a rather small variance. Its efficiency can be improved further by choosing suitable rectangles other than the unit square in order to minimize intersections or empty regions in the plane. There are cases very common in physics, chemistry, medicine, genetics and biology where there is no explicit function defining the region or the volume to be estimated. These cases are generally restricted to two- and three-dimensional spaces. A distinct advantage of our method is its applicability to these problems. Here, instead of different forms of function expression, various reflections and rotations of the figure or object can be used.

As final remarks we can suggest that:

- The method can be generalized to higher dimensions and non-unit rectangular boxes.

- Since the number of function evaluations increases exponentially with dimension, only some forms taking place on opposite corners may be considered for calculations.
- The parallel calculation possibilities of multi-core computers will be beneficial in speeding up calculations in higher dimensions.

Acknowledgements: I would like to thank my son Tevfik Metin Sezgin, Ph.D. at Koç University, for useful discussion concerning certain equations and contributions for the LATEX version of the paper.

9. REFERENCES

- De Koning, M., Cai, W., Sadigh, B., Ooppelstrup, T., Kalos, M. H., Bulatov, V. V., 2005. Adaptive Importance Sampling Monte Carlo Simulation of Rare Transition Events. *J. Chem. Phys.* 122, Article 074103.
- Evans, M., Swartz, T., 1999. *Approximating Integrals via Monte Carlo and Deterministic Methods*. Oxford University Press, United Kingdom.
- Fishman, G. S., 1996. *Monte Carlo Concepts, Algorithms, and Applications*. Springer.
- Gentle, J. E., 2005. *Random Number Generation and Monte Carlo Method*. Second Edition. Springer.
- Law, A. M., Kelton, W. D., 2000. *Simulation Modeling and Analysis*. Third Edition. McGraw-Hill.
- L'Ecuyer, P., 1994. Efficiency Improvement and Variance Reduction. in: Tew, J. D., Manivannan, S., Sadowski, D. A., and Seila, A. F. (eds) *Proceedings of the 1994 Winter Simulation Conference*, pp. 122-132.
- Lemieux, C., 2009. *Monte Carlo and Quasi-Monte Carlo Sampling*, Springer Science+Business Media.
- McGeoch, C., 1992. Analyzing Algorithms by Simulation: Variance Reduction Techniques and Simulation Speedups. *ACM Comput. Surveys*, 24, 195–212.
- Naiman, D. Q., Priebe, C. E., 2001. Computing Scan Statistic p Values Using Importance Sampling, With Applications to Genetics and Medical Image Analysis, *J. Comput. Graph. Statist.*, 2, 296–328.
- Priebe, C. E., Naiman, D. Q., Cope, L. M., 2001. Importance Sampling for Spatial Scan Analysis: Computing Scan Statistic P-values for Marked Point Processes, *Comput. Statist. Data Anal.* 35, 475–485.
- Romano, R., Paris, D. B., Acernese, F., Barone, F., Motta, A., 2008. Fractional Volume Integration in Two-dimensional NMR Spectra: CAKE, a Monte Carlo Approach. *Journal of Magnetic Resonance* 192 294–301.
- Ross, S. M., 2006. *Simulation*. Fourth Edition. Elsevier Academic Press. pp. 129-195.

Saftoiu, A., Ciurea, T., Gorunescu, F., Rogoveanu, Georgescu, I., 2004. Stochastic Modeling of the Tumor Volume Assessment and Growth Patterns in Hepatocellular Carcinoma. Bulletin du cancer 91, Issue 6, E162–166.

Sezgin F., 2010. A new method of variance reduction in Monte Carlo Integration, MCQMC Conference, Warsaw, <http://mcqmc.mimuw.edu.pl/Presentations/sezgin.pdf>, and <http://mcqmc.mimuw.edu.pl/materialy/mcqmc2010program.pdf> p. 94.

Takano, Y., Liou, K. N., 1995. Radiative Transfer in Cirrus Clouds. Part III: Light Scattering by Irregular Ice Crystals. (1994) J. Atmospheric Sci., 52 No. 7, 818–837.

Vlasov, A. Y., You, X. M., Masters, A. J., 2002. Monte-Carlo Integration for Virial Coefficients Re-visited: Hard Convex Bodies, Spheres with a Square-well Potential and Mixtures of Hard Spheres, Molecular Phys., 100, No. 20, 3313–3324.

MONTE CARLO İNTEGRASYONUNDA VARYANS AZALTICI YENİ BİR TEKNİK

ÖZET

Monte Carlo tekniği, rasgele sayılar kullanarak yüzey alanlarını veya cisim hacimlerini bulmaya yarayan bir istatistik deney metodu olarak kullanılabilir. Karmaşık fonksiyonlarda veya düzgün olmayan şekillerde özellikle yüksek boyutlu uzaylar için yararlıdır. Monte Carlo tekniğine yeni bir yaklaşım sunan bu çalışmamızda multinom dağılıştan hareketle nokta atışlarındaki İsbet-veya- İsbetsizlik integrasyonuna farklı bir bakış açısı getirilmekte ve Genelleştirilmiş Monte Carlo İntegrasyonu diye adlandırdığımız bir teknik tanıtılmaktadır. Burada, tek değişkenli integral işlemi yapılırken, üzerinde çalışılan alanın değişik eğrilerle ifade edilmesiyle elde edilecek farklı tahmin edicilerin ortalaması alınmakta ve böylece hesaplama hızı makul bir sınırdaki tutulurken, tahminin etkinliği artırılmaktadır. Birim kare şeklindeki bir düzlemde kullanılan tek değişkenli fonksiyonlar yardımıyla bu yeni tekniğin uygulaması gösterilmiştir. Metod daha yüksek boyutlara da genelleştirilebilir. Öte yandan, fizik, kimya, tıp, genetik ve biyolojide, alanı veya hacmi hesaplanacak yüzey veya şekilleri ifade eden belli bir fonksiyonun bulunmadığı yaygın durumlar vardır. Bu durumlarda farklı fonksiyon ifadeleri yerine, yüzey veya cisim değişik yansımaları ve döndürmelere tabi tutulabilir. Teklif ettiğimiz yeni tekniği üstün kılan seçici özelliklerden birisi, bu tür problemlere uygulanabilmesidir. Metodun çok işlemcili bilgisayar ortamlarına uygulanabilmesi de üzerinde durulmaya değer bir husustur.

Anahtar Kelimeler: Etkinlik, Ham Monte Carlo, İsbet-veya-isbetsizlik integrasyonu, Monte Carlo, Monte Carlo integrasyonu, Rastgele sayı üreticisi, Varyans azaltılması.

UZUNLAMASINA VERİLERİN YER ALDIĞI FAKTÖRİYEL TASARIMLAR İÇİN PARAMETRİK OLMAYAN YAKLAŞIM

Can ATEŞ* Yasemin GENÇ** Meliha HAFIZ*** Derya ÖZTUNA****
Şehim KUTLAY***** Bülent SEÇKİN*****

ÖZET

Uzunlamasına verilerin analizinde parametrik yöntemler oldukça yaygın olarak kullanılsa da bu yöntemlerin kullanımı, belirli varsayımların sağlanmasına bağlıdır. Son yıllarda parametrik test varsayımlarının sağlanmadığı verilerde ve/veya sıralı kategorik değişkenler kullanılarak yapılan değerlendirmelerde birden çok faktörün etkisini incelemek üzere parametrik olmayan yöntemler geliştirilmiştir. Bu çalışmanın amacı, uzunlamasına verilerin analizinde Brunner ve arkadaşları tarafından geliştirilen parametrik olmayan yöntemin tanıtılması ve Fiziksel Tıp ve Rehabilitasyon alanından bir veri seti üzerinde uygulamasının yapılmasıdır. Uzunlamasına verilerin parametrik olmayan yöntemlerle analizinde, parametre tahminlerinin elde edilmesinde ve test edilmek istenen hipotezlerin oluşturulmasında marjinal dağılımlar kullanılır. Hipotezlerin test edilmesinde örneklem büyüklüğüne bağlı olarak ANOVA tipi veya Wald tipi istatistik kullanılırken; tanımlayıcı istatistik olarak göreceli deneme/marjinal etkileri yorumlanır. Uygulama için tedavi öncesi, tedavi sırasında ve tedaviden 3 ay sonra elde edilen Duruöz El İndeksi değerleri bağımsız iki grupta (tedavi ve kontrol) F1-LD-F1 tasarımı kullanılarak karşılaştırılmıştır. Brunner ve arkadaşları tarafından geliştirilen yöntem, uzunlamasına verilerin analizinde ortaya çıkabilecek farklı deneme tasarımlarına çözüm sunmaktadır. Herhangi bir test varsayımı gerektirmemesi ve örneklem büyüklüğü bakımından kısıtı olmaması yöntemin avantajları olarak özetlenebilir.

Anahtar Kelimeler: Parametrik olmayan yöntemler, Tekrarlı ölçümler, Uzunlamasına çalışmalar.

1. GİRİŞ

Uygulamalı bilim dallarında yapılan araştırmalarda, tekrarlı ölçüm içeren çalışma tasarımları sıklıkla kullanılır. Tekrarlı ölçümler, aynı denekten farklı zaman noktalarında ya da farklı koşullarda gözlemlerin alınması ile oluşur. Tekrarlı ölçümlerin zamana bağlı olduğu durumda elde edilen veriler, literatürde yaygın olarak “uzunlamasına/izlemsel veriler (longitudinal data)” olarak adlandırılır.

*Uzman Dr., Ankara Üniversitesi, Tıp Fakültesi, Biyoistatistik AD, Ankara, e-posta can.ates@gmail.com

**Doç. Dr., Ankara Üniversitesi, Tıp Fakültesi, Biyoistatistik AD, Ankara, e-posta genc@medicine.ankara.edu.tr

***Uzman Dr., Medical Park Fizik Tedavi ve Rehabilitasyon Bölümü, Gaziantep, e-posta melihat@yahoo.com

****Doç. Dr., Ankara Üniversitesi, Tıp Fakültesi, Biyoistatistik AD, Ankara, e-posta dgokmen2001@yahoo.com

*****Prof. Dr., Ankara Üniversitesi, Tıp Fakültesi, Fiziksel Tıp ve Rehabilitasyon AD, Ankara, e-posta skutlay@medicine.ankara.edu.tr

*****Prof. Dr., Ankara Üniversitesi, Tıp Fakültesi, Fiziksel Tıp ve Rehabilitasyon AD, Ankara, e-posta seckin@medicine.ankara.edu.tr

Uzunlamasına verilerin kullanıldığı çalışmalarda, zamana bağlı ölçümlerin yanı sıra bağımsız grup faktörü/faktörleri de olabilir. Grup faktörünün de bulunduğu durumlarda temel amaç, incelenen değişkenin denemeler arasındaki farklılığının (grup faktörü), zaman içerisindeki değişiminin (zaman faktörü) ve zaman içerisindeki değişiminin gruplarda benzer olup olmadığının (grup x zaman etkileşimi) incelenmesidir. Uzunlamasına verilerin en doğru biçimde çözümlenmesi ve yorumlanması ile ilgili olarak yapılan çalışmalar son yıllarda artış göstermiş ve bu verilerin analizinde kullanılmak üzere parametrik ve parametrik olmayan yöntemler geliştirilmiştir.

Uzunlamasına verilerin analizinde parametrik yöntemler oldukça yaygın olarak kullanılsa da bu yöntemlerin kullanımı, belirli varsayımların (normallik varsayımı, varyansların homojenliği vs.) sağlanmasına bağlıdır. Bağımsız grupların ve zamana bağlı ölçümlerin olduğu bir çalışmada, parametrik test varsayımlarının sağlanmadığı ve grup x zaman etkileşiminin anlamlı bulunduğu durumda, zaman içindeki değişim her bir bağımsız grup için ayrı ayrı ele alınacağından veri seti tek seferde analiz edilememektedir. Veri üzerinde bu tür bir çözümleme, çalışmanın başında planlanan Tip I hata miktarını arttıracaktır (Abdi, 2007). Bunun yanında sağlık alanında yapılan çalışmalarda sıralı kategorik (ordinal) veri yapısına da sıklıkla rastlanılmaktadır. Özellikle kategori sayısının az olduğu veri yapılarında parametrik test varsayımlarının sağlanması mümkün olmamaktadır ve bu durumlarda kullanılmak üzere, parametrik olmayan yöntemler geliştirilmiştir (Hollander vd., 1974).

Uzunlamasına verilerin analizinde kullanılan parametrik olmayan yöntemlerin ilk kullanım alanı eşleştirilmiş (bağımlı) iki örneklem tasarımıdır. Bu tasarımda test edilen hipotez, her iki örneklemin marjinal dağılımları kullanılarak formüle edilmiştir. Marjinal dağılımlar, incelenen değişkenlerin zamana bağlı değişim gösterip göstermediğinin araştırılmasında kullanılır. Bu durumda “zamana bağlı değişim yoktur” hipotezi aynı zamanda “marjinal dağılımlar eşittir” hipotezidir. Brunner ve Neumann, 1982 yılında aynı denekten birden fazla ölçümün alındığı deney düzenleri için sıra sayısı (rank) metodlarını önermiştir. Thompson (1990, 1991), Brunner ve Neumann (1982)’nin sonuçlarını genelleştirmiş ve doğrusal sıra sayısı istatistiklerini basit deneme düzenlerinde kullanmıştır. Bu çalışmalarda, marjinal dağılımlarla ilgili tek varsayım süreklilik varsayımıdır. “Normalleştirilmiş versiyon” olarak adlandırılan dağılım fonksiyonu kullanıldığında, sürekli dağılım fonksiyonu varsayımına gerek duyulmayabilir (Kruskal, 1952; Ruymgaart, 1980). Bu basit yaklaşım, kesikli verilerin kısmen de sıralı kategorik verilerin analizine olanak sağlar.

Bu çalışmanın amacı, uzunlamasına verilerin analizinde Brunner ve arkadaşları tarafından geliştirilen parametrik olmayan yöntemi tanıtmak ve sağlık alanında, karpal tünel sendromu tanısı almış bir grup hastadan elde edilen veri seti üzerinde bu yöntemin uygulamasını yapmaktır.

2. YÖNTEM

Uzunlamasına verilerin olduğu bir deney tasarımında, $i=1, \dots, a$ grupları, $k=1, \dots, n_i$ her bir gruptaki bağımsız deney birimini ve $s=1, \dots, t$ ölçüm alınan farklı noktaları ve son olarak, X_{ik1}, \dots, X_{ikt} ölçüm değerlerini gösterebilir (Tablo 1). i . gruptaki k . birimin t sayıdaki ölçümü vektör formunda aşağıdaki gibi yazılabilir:

$$X_{ik} = \begin{pmatrix} X_{ik1} \\ \vdots \\ X_{ikt} \end{pmatrix} \quad (1)$$

Bu deney tasarımında X_{ik} vektörleri bağımsız iken; grubun her bir düzeyinde her bir denek için elde edilen zamana bağlı ölçümlerin oluşturduğu vektörler birbirine bağımlıdır (Brunner vd., 2002).

Tablo 1. Temel gösterimler (Brunner vd., 2002)

Faktör A	Denekler	Zaman		
		$s = 1$...	$s = t$
$i = 1$	$k = 1$	X_{111}	...	X_{11t}
	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots
\vdots	$k = n_1$	X_{1n_11}	...	X_{1n_1t}
	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots
$i = a$	$k = 1$	X_{a11}	...	X_{a1t}
	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots
	$k = n_a$	X_{an_a1}	...	X_{an_at}

X_{ik} , $F_i(x)$ normalleştirilmiş dağılım fonksiyonuna sahip rastgele bir değişkendir. Normalleştirilmiş dağılım hem sürekli hem de kesikli dağılımlarda kullanılabilir özelliğine sahiptir. Bir gruptaki farklı deneklerden elde edilen gözlemler, bir denemenin tekrarı olarak düşünülebileceğinden, X_{ik} vektörlerinin $G_i(x)$ ortak dağılım fonksiyonuna sahip olduğunu varsaymak mümkündür. Yani dağılım fonksiyonları k indisine bağlı değildir.

X_{ik} vektörünün t tane marjinal dağılım fonksiyon vektörü,

$$F_i = (F_{i1}, \dots, F_{it})'$$

olmak üzere, a . grupta, t . zaman noktasındaki tüm marjinal dağılımlar vektörü,

$$F = (F_1', \dots, F_a') = (F_{11}, \dots, F_{1t}, \dots, F_{a1}, \dots, F_{at})'$$

olarak gösterilir. Deneme etkilerini tanımlamak ve ilgili hipotezleri kurmak için marjinal dağılımların kullanıldığı modele 'parametrik olmayan marjinal model' adı verilir. Bu modelin altında yatan temel düşünce, gözlemlerin bağımsızlık yapısının kullanılması ve rastgele vektörlerin marjinal dağılımlarının aynı olup olmadığının araştırılmasıdır (Brunner vd., 2002).

2.1 Tasarımlar

Uzunlamasına verilerin parametrik olmayan yöntemlerle analizinde, çalışmada bağımsız grup faktörünün ve alt zaman faktörünün olup olmamasına göre farklı deneme tasarımları mevcuttur.

LD-F1 Tasarımı: Uzunlamasına veriler için en basit deneme düzeni olan bu tasarımda, homojen bir denek grubunda her bir denekten, t zaman noktasında ölçüm alınır.

LD-F2 Tasarımı: Bu tasarımda, homojen bir denek grubunda, her bir bireyden c zamanda ve her bir durum için t kez ölçüm alınır.

F1-LD-F1 Tasarımı: Uzunlamasına verilerde en sık kullanılan bu tasarımda, her biri n_i denekten oluşan a gruptan t zaman noktasında ölçüm alınır.

F2-LD-F1 Tasarımı: Bu tasarımda, a grupta (A faktörü) yer alan ve b alt grupta (B Faktörü) tabakalandırılmış deneklerin her birinden t zaman noktasında ölçüm alınır.

F1-LD-F2 Tasarımı: Bu tasarımda her biri n_i bireyden oluşan a grupta (A faktörü), her birey c zamanda (C faktörü) ve her bir durum için t (T faktörü) kez gözlenir.

2.2 Göreli Etkiler

Parametrik olmayan modelde,

$$X_{ik} = (X_{ik1}, \dots, X_{ikt})'$$

vektörlerinden elde edilen rastgele değişkenler,

$$Y_{ik} = \varphi(X_{ik1}, \dots, X_{ikt})$$

ile gösterilir. Uzunlamasına verilerin analizinde ilgilenilen durum, her zaman noktasına ait farklılıktan çok, toplam farklılığın araştırılması olduğundan, her denekten her bir zaman noktasında alınan gözlemler için özet fonksiyon $\varphi(X_{ik1}, \dots, X_{ikt})'$ ile tanımlanır (Brunner ve Puri, 2001; Brunner vd., 2002). Y_{ik} değerleri üzerindeki tek varsayım,

$$\text{bağımsız ve } G_i(y) = \frac{1}{2} [G_i^+(y) + G_i^-(y)]$$

dağılım fonksiyonu ile aynı dağılıma sahip olmalarıdır. i . deneme için “görelî özet etki (p_i)”, deney tasarımındaki tüm ($i = 1, \dots, a$) dağılımına göre G_i yardımıyla aşağıdaki gibi tanımlanır (Brunner ve Puri, 2001; Brunner vd., 2002; Brunner ve Puri, 2002):

$$p_i = \int H(y) dG_i(y) = \int H dG_i \quad (2)$$

Bu eşitlikte,

$$H(y) = 1/N \sum_{i=1}^a n_i G_i(y),$$

her biri n_i büyüklüğünde $i=1, \dots, a$ grup için özet değişkenlerin dağılım fonksiyonlarının ağırlıklı ortalaması ve

$$N = \sum_{i=1}^a n_i$$

çalışmada kullanılan toplam denek sayısıdır. Eşitlik 2’den de görülebileceği gibi, her bir grubun dağılım fonksiyonu o grupta yer alan gözlem sayısı ile çarpıldığından, daha fazla sayıda gözlem içeren gruba daha fazla ağırlık verilmiş olur.

H dağılım fonksiyonu ile Z rastgele değişkeni, G_i dağılım fonksiyonu ile Y_i rastgele değişkeninden bağımsız ise, p_i görelî etkisi aşağıdaki gibi tanımlanır (Brunner ve Puri, 2001):

$$p_i = P(Z < Y_i) + \frac{1}{2} P(Z = Y_i) \quad (3)$$

Bu durumda, görelî etkinin $\frac{1}{2}$ ’den küçük (büyük) olması, Y_i ’ den elde edilen gözlemlerin, Z rastgele değişkeninden elde edilenlerle kıyaslandığında, daha küçük

(büyük) değerlere sahip olma eğilimi göstereceğini ifade eder. Bu durum, bir gruptaki gözlemlerin, H dağılımına sahip gözlemlerle ilişkisini tanımlayan görelî etki tanımındaki, “görelî” sıfatını daha net açıklar (Brunner ve Puri, 2001; Brunner vd., 2002).

Sonuç olarak, $G = (G_1, \dots, G_a)'$ dağılım fonksiyonları vektöründen yararlanılarak, görelî özet etkiler vektörü aşağıdaki gibi tanımlanır:

$$p = \int H dG = (p_1, \dots, p_a)' \quad (4)$$

2.3 Görelî Marjinal Etkiler

Parametrik olmayan marjinal modellerde, deneme etkileri toplam marjinal dağılımlar kullanılarak tanımlanır. Örneğin, F1-LD-F1 tasarımı için toplam marjinal dağılım, Eşitlik 5'te gösterilmiştir:

$$H = 1/N \sum_{i=1}^a \sum_{s=1}^t n_i F_{is} \quad (5)$$

Bu tanımdan yola çıkarak, i . grubun s . zaman noktasında H fonksiyonuna göre görelî marjinal etkisi,

$$p_{is} = \int H dF_{is}$$

olarak tanımlanır. Yani p_{is} , F_{is} marjinal dağılımının H 'ye göre eğilimini gösterir. F_{is} , H 'nin solunda kalan alanda değerler almaya eğilimli ise $p_{is} < 1/2$ ' dir. F_{is} , H 'nin sağında kalan alanda değerler almaya eğilimli ise $p_{is} > 1/2$ ' dir. F_{is} , için herhangi bir eğilim olmadığı durumda ise $p_{is} = 1/2$ ' dir (Brunner ve Puri, 2001; Shah ve Madden, 2003; Gao vd., 2005). Yine F1-LD-F1 tasarımından elde edilen, tüm ($a \times t$) görelî marjinal etkiler, vektör formunda aşağıdaki gibi ifade edilebilir;

$$\begin{aligned} p &= (p_{11}, \dots, p_{1t}, \dots, p_{a1}, \dots, p_{at})' \\ &= (\int H dF_{11}, \dots, \int H dF_{1t}, \dots, \int H dF_{a1}, \dots, \int H dF_{at})' \\ &= \int H dF \end{aligned} \quad (6)$$

2.4 Hipotez Testleri

Parametrik olmayan yöntemlerde hipotezler, dağılım fonksiyonları ya da görelî etkiler yardımıyla oluşturulur. Modelde yer alan ana etkiler için hipotezler, Y_{ik} rastgele değişkenlerinin dağılım fonksiyonları (G_i) ya da görelî özet etkileri (p_i) kullanılarak, etkileşim terimleri ise marjinal dağılımlar (F_{is}) ya da görelî marjinal etkiler (p_{is}) kullanılarak formülize edilir (Brunner ve Puri, 2001; Brunner vd., 2002).

2.4.1 Test İstatistikleri

Parametrik olmayan yöntemlerde, hipotezlerin test edilmesinde üç farklı test istatistiğinden yararlanılır. Bunlar; Wald Tipi İstatistik (WTİ), ANOVA Tipi İstatistik (ATİ) ve Hotelling T^2 istatistiğidir.

2.4.1.1. Wald tipi istatistik (WTİ)

C kontrast matrisi olmak üzere, $H_0^F: CF = \mathbf{0}$ hipotezi altında,

$$\sqrt{n}C\hat{p} = \sqrt{n}C\frac{1}{n}\bar{R} = \frac{1}{\sqrt{n}}C(\bar{R}_1, \dots, \bar{R}_a)'$$

bağıntı vektörü, beklenen değer vektörü $\mathbf{0}$ ve kovaryans matrisi CV_nC' ile asimptotik olarak çok değişkenli normal dağılım gösterir (Ruymgaart, 1980; Mynzel ve Brunner, 2000).

$$\hat{V}_i = \frac{1}{N^2(n_i-1)}\sum_{k=1}^{n_i}(R_{ik} - \bar{R}_i)(R_{ik} - \bar{R}_i)'$$

olmak üzere, V_n kovaryans matrisinin tutarlı tahmin edicisi,

$$\hat{V}_n = \bigoplus_{i=1}^a \frac{n}{n_i} \hat{V}_i \text{ dir.}$$

$H_0^F: CF = \mathbf{0}$ hipotezi altında,

$$Q_n(C) = n\hat{p}'C'[C\hat{V}_n C']^{-1}C\hat{p} \quad (7)$$

Karesel (quadratic) formu, V_n 'in düzenli (regular) matris olması koşuluyla, asimptotik olarak $f = \text{rank}(C)$ serbestlik derecesi ile merkezi ki kare dağılımına (χ_f^2) sahiptir. $Q_n(C)$ istatistiği, WTİ'nin sıra numarası versiyonu olarak adlandırılır (Brunner ve Puri, 2001; Brunner vd., 2002). Bu test istatistiği, büyük örneklem genişliklerinde ($n > 200$) daha güvenilir sonuçlar sağlarken, küçük ya da orta büyüklükteki örneklerde kullanımı önerilmez (Ruymgaart, 1980).

2.4.1.2 Anova tipi istatistik (ATİ)

WTİ'de temel problem, bilinmeyen V_n kovaryans matrisinin tutarlı bir tahmin edici ile yer değiştirilmesi gerekliliğidir. Tahmin edilen her varyans ve kovaryans, karesel formun değişkenliğine katkıda bulunur. Bu durumda en basit çözüm, eşitlik 7'deki \hat{V}_n kovaryans matrisinin çıkarılması ve aşağıdaki istatistiğin kullanılmasıdır (Akritas ve Brunner, 1997; Munzel ve Puri, 2000; Brunner ve Puri, 2001; Brunner vd., 2002).

$$Q_n^*(C) = n\hat{p}'C'[CC']^{-1}C\hat{p}. \quad (8)$$

2.4.1.3 Hotelling T² istatistiği

Bu istatistiğe ait açıklamalar, homojen tek bir grubun olduğu deneme tasarımları ile kısıtlanmıştır (LD-F1, LD-F2). İlk olarak, bağımsız t -boyutlu normal dağılım gösteren rastgele vektörler $Z_k \sim N(\mu, S)$ ($k=1, \dots, n$) olsun.

$$\bar{Z} = \frac{1}{n}\sum_{k=1}^n Z_k$$

ortalamayı,

$$\hat{S}_n = \frac{1}{n-1}\sum_{k=1}^n (Z_k - \bar{Z}.)'(Z_k - \bar{Z}.)'$$

ise, bu bağımsız değişkenlere ilişkin örneklemeden elde edilen kovaryans matrisini gösterir. μ 'lerin tüm bileşenlerinin eşit olduğu hipotezi,

$$H_0^{\mu}: \mu_1 = \dots = \mu_t,$$

matris gösterimiyle; P_t t boyutlu merkez matrisi olmak üzere,

$$H_0^{\mu}: P_t \mu = 0$$

olarak ifade edilir. Bu ifadeler kullanılarak elde edilen Hotelling T^2 istatistiği (Brunner vd., 2002).

$$T^2 = n\bar{Z}' \cdot P_t (P_t \hat{S}_n P_t)^{-1} P_t \bar{Z}. \quad (9)$$

olup; H_0^{μ} hipotezi altında, asimptotik olarak merkezi ki kare dağılımına (χ_{t-1}^2) sahiptir.

3. BULGULAR

3.1 Hastaların Seçimi ve Çalışma Protokolü

Çalışma kapsamında yapılan uygulamalar, Ankara Üniversitesi Tıp Fakültesi (AÜTF) Fiziksel Tıp ve Rehabilitasyon (FTR) Anabilim Dalında gerçekleştirilen bir tez çalışması için elde edilen veri seti üzerinde gerçekleştirilmiştir (Hafız, 2010). Bu çalışma Helsinki Deklarasyonu 2008 prensiplerine uygun olarak yürütülmüş olup; etik kurul onayı alınmıştır (Etik kurul kabul no: 154-4937, 29.06.2009).

Bu tez çalışmasında 2007-2009 yılları arasında AÜTF, FTR Anabilim Dalı Genel Polikliniğine başvuran, klinik bulgular ve elektronöromiyografi (ENMG) sonuçları ile karpal tünel sendromu (KTS) tanısı alan toplam 59 birey alınmıştır. Öncelikle çalışmaya alınan tüm bireylere standart KTS tedavisi [el bileği ön yüzüne 10 dakikalık yüzeyel ısı (Hotpack (HP) - sıcak uygulama) tedavisi] uygulanmıştır. Tedavi grubuna standart KTS tedavisine ek olarak 4 hafta süre ile el bileği ön yüzüne 5 dakika süreyle 1W/cm2 dozda ultrason (US) ile %1'lik hidrokortizon pomat (fonoforez) uygulanırken, kontrol grubuna ise fonoforez yapılmadan aynı süre ve dozda US tedavisi uygulanmıştır (Hafız, 2010). Çalışmaya alınan bireylerin gruplara rastgele atanmasında (randomizasyon) Random Allocation Software programı kullanılarak, blok randomizasyon yöntemi ile elde edilen atama şeması takip edilmiştir. Çalışma sonucunda analiz aşamasında tedavi grubunda 31, kontrol grubunda 28 KTS hastası bulunmaktadır.

Uygulanan tedavilerin, hastaların el ve el bileği aktiviteleri üzerindeki etkilerinin değerlendirilmesi amacıyla klinik ve analitik olmak üzere birden fazla test uygulanmış, bu çalışma kapsamında bu analitik testlerden Duruöz El İndeksi (DEİ) kullanılmıştır. 1996 yılında romatoid el için spesifik olarak üretilmiş olan bu indeks, 18 el ve el bileği aktivitesi içeren fonksiyonel yetersizlik göstergesinden oluşmaktadır. Yanıt kategorileri 6'lı Likert [0 (Hiç zorluk çekmiyorum) – 5 (Çok zorlukla)] türünde olup; toplam skor 0-90 arasında değişmektedir. Skor yüksekliği aktivite yetersizliğinin fazla olduğunu göstermektedir (Duruöz vd., 1996).

Tedavi öncesi, tedavi sırasında ve tedaviden 3 ay sonra elde edilen DEİ değerlerinin zamana bağlı tedavi ve kontrol gruplarında incelendiği bu çalışmada F1-LD-F1 tasarımı

kullanılmıştır. Bu veri setinde, tedavi ve kontrol olmak üzere bağımsız iki grup (Faktör A) ve zamana bağlı üç tekrar (Faktör T) bulunmaktadır (Ateş, 2010).

3.2 Hipotezler

DEİ' n den elde edilen skorlardan, ortalama grup etkisi;

$$H_0^F(A): F_{1.} = F_{2.},$$

zaman etkisi;

$$H_0^F(T): F_{.1} = F_{.2} = F_{.3}$$

grup x zaman etkileşimi etkisi;

$$H_0^F(AT): F_{11} = F_{12} = F_{13} = F_{21} = F_{22} = F_{23}$$

yokluk hipotezleri ile test edilir. Test istatistikleri Tablo 2'de, görelî marjinal etkiler Tablo 3'te özetlenmiştir.

Tablo 2. DEİ skorlarından elde edilen test istatistikleri

	Wald (WTİ)	Tipi	İstatistikler	ANOVA Tipi	İstatistikler (ATİ)
FAKTÖRLER		Q_n	p	F_n	p
A (Grup)		5.916	0.015	5.916	0.018
T (Zaman)		137.350	<0.001	68.383	<0.001
AT (Grup x Zaman)		34.122	<0.001	17.392	<0.001

Çalışmanın örneklem büyüklüğü 200'den küçük olduğu için hipotezlerin test edilmesinde ATİ kullanılmış ve grup, zaman ve etkileşim terimleri istatistiksel olarak anlamlı bulunmuştur (sırasıyla; $p=0.018$, $p<0.001$, $p<0.001$) (Tablo 2).

Grup x zaman etkileşiminin anlamlı bulunması, zaman noktaları arası değişimin iki grupta benzer olmadığı anlamına gelir. Bu nedenle doğru yorumların yapılabilmesi için, iki grubun farklı zaman noktalarındaki görelî marjinal etkileri, bu etkilere ait %95 güven aralıkları Tablo 3'te sunulmuştur. Çalışmamızda yer alan örnek için iki grup ve üç zaman noktası bulunduğundan, toplam altı adet görelî marjinal etkinin ortalamasının 0.50 olması beklenir. Bu bilgiler ışığında, tedavi grubunun tedavi öncesi, tedavi sırasında ve tedaviden 3 ay sonraki görelî marjinal etki değerleri sırasıyla 0.618, 0.381 ve 0.276 iken, aynı değerler kontrol grubunda 0.644, 0.571 ve 0.530 olarak elde edilmiştir. Anlaşılacağı gibi, her iki grupta da verilen tedaviler ile DEİ skorlarında bir düşüş gözlenmiş, ancak tedavi grubundaki düşüş, kontrol grubundakine kıyasla daha fazla olmuştur. (Tablo 3). Görelî marjinal etkiler ve onlara ilişkin %95 güven

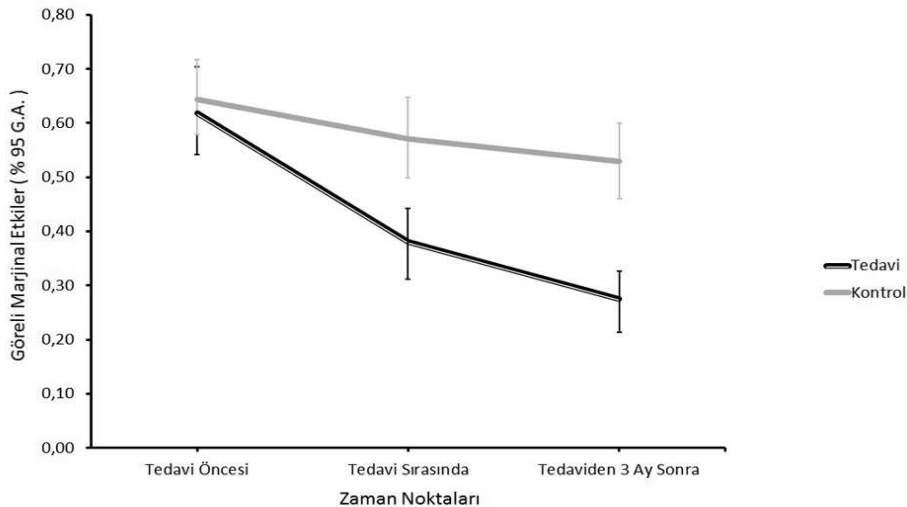
aralıklarından elde edilen grafikte, gruplardaki zamana bağlı değişimleri görsel olarak daha net ifade etmektedir (Şekil 1).

Tablo 3. DEİ skorları için farklı grup ve zaman noktalarına ait görece marjinal etkiler ve %95 güven aralıkları

Grup	Zaman Noktaları (Görelî Marjinal Etkiler (%95 G.A.))		
	Tedavi Öncesi	Tedavi Sırasında	Tedaviden 3 Ay Sonra
Tedavi	0.618 (0.532-0.694)	0.381 (0.319-0.450)	0.276 (0.226-0.339)
Kontrol	0.644 (0.570-0.709)	0.571 (0.494-0.643)	0.530 (0.460-0.599)

Tedavi ve kontrol grupları için tedavi öncesinde elde edilen DEİ skorlarına ilişkin görece marjinal etkiler birbirlerine yakın bulunmuştur. Tedavi sırasındaki görece marjinal etkileri her iki grupta da tedavi öncesine göre düşüş göstermekle beraber; tedavi grubunda daha belirgindir. Benzer yorum, tedaviden 3 ay sonraki ile tedavi sırasındaki görece etkiler arası farklılık için de geçerlidir. Veri setimizde kayıp gözlem değerleri olması nedeniyle, zaman noktaları arasında ikili karşılaştırmalara ilişkin p değerleri elde edilememiş farklılığı yaratan zaman noktalarının tespit edilmesi amacıyla marjinal etkilere ilişkin %95 güven aralıkları kullanılmıştır.

Tedavi öncesi değerlerinden iki grup için hesaplanan güven aralıklarının birbiriyle çakışması, tedavi ve kontrol grupları arasında farklılık olmadığını; ikinci ve üçüncü zaman noktalarında ise birbirlerinden tamamen ayrılan güven aralıklarının iki grubun istatistiksel olarak farklılığını ortaya koymaktadır. Sonuç olarak her iki grupta da incelenen zaman boyunca DEİ skorlarında bir düşüş gözlenmekte ancak bu düşüşler, tedavi grubunda anlamlı olarak daha belirgin ortaya çıkmaktadır.



Şekil 1. İki grupta DEİ skorlarına ait marjinal görece etkilerin ve %95 güven aralıklarının zamana bağlı değişimi

4. TARTIŞMA VE SONUÇ

Sağlık alanındaki araştırmalarda aynı denekten farklı zaman noktalarında ya da farklı koşullarda gözlemlerin alınması ile oluşan tekrarlı ölçüm içeren çalışma tasarımları sıklıkla kullanılır. Tekrarlı ölçümlerin zamana bağlı olduğu durumda elde edilen veriler, literatürde yaygın olarak “uzunlamasına/izlemsel veriler (longitudinal data)” olarak adlandırılır. Uzunlamasına verilerin kullanıldığı çalışmalarda, zamana bağlı ölçümlerin yanı sıra bağımsız grup faktörü/faktörleri de olabilir.

Uzunlamasına verilerin analizinde parametrik yöntemler oldukça yaygın olarak kullanılsa da bu yöntemlerin kullanımı, belirli varsayımların sağlanmasına bağlıdır. Ancak, sıralı kategorik (ordinal) veri yapılarının kullanıldığı çalışmalarda, özellikle de kategori sayısının az olduğu durumlarda, bu varsayımların sağlanması mümkün olmamaktadır (Munzel ve Bandelow, 1998). Ayrıca birden çok faktörün etkisinin incelendiği çalışmalarda, parametrik olmayan klasik yöntemler kullanılarak yapılan analizlerde, veri setinin tek seferde analiz edilmesi mümkün olmamaktadır. Bu nedenlerle, son yıllarda bu tür araştırma tasarımlarında kullanılmak üzere parametrik olmayan yöntemler geliştirilmiştir.

Brunner ve Neumann, 1982 yılında aynı denekten birden fazla ölçümün alındığı deney düzenleri için sıra sayısı (rank) metodlarını önermiş, daha sonra Thompson (1990, 1991), bu yöntemleri genelleştirerek, doğrusal sıra sayısı istatistiklerini basit deneme düzenlerinde kullanmıştır. Bu düzenlerde, yokluk hipotezleri incelenen faktörlerin marjinal dağılımları esas alınarak oluşturulurken, bu hipotezlerin istatistiksel önemliliklerini test edilmesinde örneklem büyüklüğüne bağlı olarak farklı test istatistikleri kullanılır. Elde edilen sonuçların özetlenmesinde ise, tanımlayıcı istatistik olarak görece deneme etkileri ve/veya görece marjinal etkiler yorumlanır.

Son yıllarda sağlık alanında yapılan çalışmalarda da yöntemle ilişkin örneklerle sıklıkla rastlamak mümkündür. Gao, 2004 yılında yüksek lisans tezi olarak kabul edilen çalışmasında rastgele 3 gruba ayrılan (düşük doz, yüksek doz ve plasebo) toplam 120 hastadan başlangıç, 1. ve 3. ayların sonunda olmak üzere 3 zaman noktasında kan ve idrar örnekleri almış yeşil çayın içerdiği polifenolün kan ve idrar örneklerinde aflatoksin konsantrasyonlarını nasıl etkilediğini incelemiş, aynı çalışmada F1-LD-F1 ve LD-F1 tasarımlarının kullanımıyla elde edilen sonuçları yorumlamıştır.

Benzer şekilde, Albus ve arkadaşları tarafından 2009 yılında gerçekleştirilen randomize kontrollü çalışmada, yine F1_LD_F1 tasarımı kullanılmıştır. Bağımsız iki gruba (kontrol ve müdehale) oluşturan toplam 76 hasta, 7 sene içinde 4 zaman noktasında kardiyovasküler hastalık taramasından geçirilmişler ve sonuçta sadece grupların zamana göre değişimini ifade eden etkileşim teriminde anlamlı farklılık bulunmuştur.

Diş sağlığı ve tedavisi alanında, Kamburoglu ve arkadaşları da, 2010 yılında yaptıkları çalışmada, dişin beş farklı bölgesini, 4 ayrı görüntüleme yöntemiyle çürük seviyeleri bakımından karşılaştırmayı amaçlamışlar ve bunun için F1_LD_F1 tasarımı kullanmışlardır. Sonuç olarak ise, bölgeler, görüntüleme yöntemleri ve bu iki faktörün etkileşim terimi bakımından anlamlı farklılık bulmuşlardır.

Bu çalışma kapsamında ise, KTS'nin tedavisinde US ve fonoforez tedavisine karşılık sadece US tedavisinin etkinliğinin incelendiği veri seti, uzunlamasına verilerin parametrik olmayan yaklaşımlarla analizinde en yaygın kullanılan tasarımlardan biri

olan F1-LD-F1 tasarımı kullanılarak değerlendirilmiştir. Hastaların el ve el bileği aktivitelerinin DEİ ile incelendiği bu veri setinde, tedavi ve kontrol olmak üzere bağımsız iki grupta (Faktör A), hastaların tedavi sürecindeki değişimleri, tedavi öncesi, tedavi sırasında ve tedaviden 3 ay sonra olmak üzere 3 zaman noktasında (Faktör T) izlenmiştir. Faktörlere ilişkin ana etkilerin ve etkileşim teriminin anlamlılığı ATİ ile değerlendirildiğinde, her üç etki de istatistiksel olarak anlamlı bulunmuştur. Zamana bağlı değişimlerin gruplarda farklılık gösterdiğinin belirlendiği bu çalışmada US ve fonofrez tedavisinin uygulandığı gruptaki hastalarda gözlenen iyileşme (DEİ skorlarındaki düşüş), sadece US tedavisinin verildiği gruptakilere kıyasla daha fazladır. Bu sonuçlar KTS'nin tedavisinde kombine US-fonofrez tedavisinin, tek başına US tedavisine göre daha etkin olduğunu göstermektedir.

Çalışmada, denek sayısı göz önünde bulundurularak, ATİ kullanılmıştır (Brunner ve Puri, 2002; Shah ve Madden, 2003). Munzel ve Brunner, 2000 yılında yaptıkları bir benzetim çalışmasında, farklı dağılımlardan dört tekrarlı ölçüm ve 3 bağımsız gruptan oluşan veri setleri türetmiştir. Gruplara düşen denek sayısının 7, 20 ve 50 olduğu bu çalışmada ATİ ve WTİ'nin performanslarını kıyaslamışlardır. Sonuçta ATİ'nin en küçük örneklem çapında dahi güçlü sonuçlar verdiğini, WTİ'nin ise gruplara düşen denek sayısının 50'den büyük olduğu durumlarda kullanılabileceğini belirtmişlerdir.

Çalışma kapsamında tanıtılan, Brunner ve arkadaşları tarafından geliştirilen yöntem, uzunlamasına verilerin analizinde ortaya çıkabilecek farklı deneme tasarımlarında, herhangi bir test varsayımı ve örneklem büyüklüğü kısıtlaması olmadan kullanım avantajına sahiptir. Bu yöntem kullanılarak elde edilen sonuçların göreceli etkiler yardımıyla yorumlanması, özellikle sağlık alanında yapılan faktöriyel çalışmalarda, klinik değerlendirmelerin yapılması ve sonuçların yorumlanması bakımından araştırmacılara kolaylık sağlayacağı düşünülmektedir.

5. KAYNAKLAR

Bonferroni, Abdi, H. , Šidák, 2007. Corrections for Multiple Comparisons. In: Salkind NJ ed. Encyclopedia of Measurement and Statistics. 1st ed. Thousand Oaks, CA: Sage; p.103-107.

Akritis, M., G., Brunner, E., 1997. A Unified Approach to Ranks Tests in Mixed Models. Journal of Statistical Planning and Inference. 61 (2): 249 - 77.

Albus, C., Theissen, P., Hellmich, M., Griebenow, R., Wilhelm, B., Aslim, D., et al., 2009. Long term Effects of a Multimodal Behavioral Intervention on Myocardial Perfusion – a Randomized Controlled Trial. International Journal of Behavioral Medicine. 16 (3): 219 - 26. DOI 10.1007/s12529-008-9030-4.

Ateş, C., 2010. Nonparametric Analysis of Longitudinal Data in Factorial Experiments. M.Sc. Thesis. Ankara Üniversitesi Sağlık Bilimleri Enstitüsü, p. 66-70.

Brunner, E., 2002. Domhof S, Langer F. Nonparametric Analysis of Longitudinal Data in Factorial Experiments. 1st ed. New York: John Wiley & Sons; p. 21-32, 35-42, 67-80.

Brunner, E., Neumann, N., 1982. Rank Tests for Correlated Random Variables. Biometrical Journal, 24 (4): 373 - 89.

Brunner, E., Puri, M., L., 2002. A Class of Rank-score Tests in Factorial Designs. *Journal of Statistical Planning and Inference*. 103 (1-2): 331- 60.

Brunner, E., Puri M., L., 2001 Nonparametric Methods in Factorial Designs. *Statistical papers*, 42 (1): 1-52.

Duruöz, M., T., Poiraudau, S., Fermanian, J., et al., 1996. Development and Validation of a Rheumatoid Hand Functional Disability Scale That Assesses Functional Handicap. *Journal of Rheumatology*, 23 (7): 1167 - 72.

Gao, O., H., Holmen, B., A., Niemeier, D., A., 2005. Nonparametric Factorial Analysis of Daily Weigh-in-motion Traffic: Implications Fort the Ozone “Weekend Effect” in Southern California. *Atmospheric Environment*, 39 (9): 1669 - 82.

Gao, Y., 2004. Rank Based Methods in the Factorial Designs for Longitudinal Data with Application to Liver Cancer Studies. M.sc. Thesis. Graduate Faculty of Texas Tech University, p. 36 - 45.

Hafız, M., 2010. Impact of Corticosteroid Phonophoresia in Carpal Tunnel Syndrome on Pain and Hand Functions: Randomised Controlled Study. Phd Thesis. Ankara Üniversitesi Tıp Fakültesi Fiziksel Tıp ve Rehabilitasyon Anabilim Dalı, p. 10 - 25.

Hollander, M., Pledger, G., Lin, P., E., 1974. Robustness of the Wilcoxon Test to a Certain Dependency Between Samples. *Ann. Statist.* 2 (1):177- 81.

Kamburoglu, K., Murat, S., Yüksel, S. P., Cebeci, A. R., Paksoy, C. S., 2010. Occlusal Caries Detection by Using a Cone-beam CT with Different Voxel Resolutions and a Digital Intraoral Sensor. *Oral Surg. Oral Med. Oral Pathol, Oral Radiol Endod.*, 109 (5) : 63-9. DOI: 10.1016/j.tripleo.2009.12.048.

Kruskal, W., H., 1952. A Nonparametric Test for the Several Sample Problems. *Annals of Mathematical Statistics*, 23 (4): 525 - 40.

Munzel, U., Bandelow, B., 1998. The Use of Parametric vs. Nonparametric Tests in the Statistical Evaluation of Rating Scales. *Pharmacopsychiatry*, 31 (6): 222 - 24.

Munzel, U., Brunner, E., 2000. Nonparametric Methods in Multivariate Factorial Designs. *Journal of statistical Planning and Inference*, 88 (1): 117 - 32.

Ruymgaart, F., H., 1980. A Unified Approach to the Asymptotic Distribution Theory of Certain Midrank Statistics. In J.P. Raoult ed. *Statistique non Parametrique Asymptotique*. Lecture Notes on Mathematics No: 821. Berlin, Springer; p. 1-18.

Shah, D., A., Madden, L., V., 2003. Nonparametric Analysis of Ordinal Data in Design Factorial Experiments. *Phytopathology*, 94 (1): 33-43.

Thompson, G., L., 1991. A Unified Approach to Rank Tests of Multivariate and Repeated Measures Designs. *Journal of the American Statistical Association*, 86 (414): 410 9.

Thompson, G., L., 1990. Asymptotic Distribution of Rank Statistics Under Dependencies with Multivariate Application. *Journal of Multivariate Analysis*, 33 (2): 183-211.

NONPARAMETRIC APPROACH FOR FACTORIAL DESIGNS WITH LONGITUDINAL DATA

ABSTRACT

Although parametric methods are commonly used for longitudinal data, the use of these methods depends on several assumptions. In recent years, non-parametric methods have been developed to investigate the effect of multiple factors for the longitudinal data that do not meet parametric test assumptions and/or that include ordinal variables. The aim of this study is to introduce the nonparametric method for the analysis of longitudinal data which was developed by Brunner and colleagues and to implement it on a data set from the field of physical medicine and rehabilitation. Marginal distributions are used for obtaining parameter estimates and hypothesis testing, in the analysis of longitudinal data with nonparametric methods. While ANOVA or Wald type statistics are used to test the hypotheses depending on the sample size, relative treatment/marginal effects are used as descriptive statistics. For the application, Duruöz Hand Index (DHI) scores are compared between two independent groups (control and treatment) at three time points; pre-treatment, during treatment and after 3 months of treatment, by using the FI-LD-FI design. The method developed by Brunner and colleagues offers solutions to different trial designs which may arise in the analyses of longitudinal data. Not requiring any test assumptions and any constraints in terms of sample size can be summarized as the advantages of this method.

Keywords: Nonparametric methods, Repeated measures, Longitudinal studies.

KÜÇÜK ALAN TAHMİN YÖNTEMLERİ KULLANILARAK DİYARBAKIR VE ŞANLIURFA İLLERİ İÇİN FERT VE HANEHALKI DÜZEYİNDE GELİR TAHMİNLERİ

Ash AŞIK YAVUZ* A. Sinan TÜRKYILMAZ*¹

ÖZET

Hem kamu hem de özel sektör tarafından bölgesel politikalar oluşturmak amacıyla ülkelerdeki coğrafi alanlarla ilgili güvenilir küçük alan istatistiklerine talep artmıştır. Doğrudan araştırma tahminleri küçük alanlarda yetersiz örneklem büyüklüğü nedeniyle tahmin vermede başarılı olamamaktadırlar. Bu nedenle küçük alan tahmin yöntemleri geliştirilmiştir. Bu çalışmada 2003 yılı Hanehalkı Bütçe Araştırması'ndaki temel değişkenler ele alınarak, sentetik tahmin yöntemi ve iki farklı model üzerinden regresyon tahmin yöntemi kullanılarak, Diyarbakır İstatistik Bölgesi'ndeki Diyarbakır ve Şanlıurfa illeri için 'yıllık ortalama fert geliri (toplam)' ve 'yıllık ortalama kullanılabilir hanehalkı geliri' tahmin edilmiştir. Sentetik yöntem ile İstatistik Bölge Birimleri Sınıflaması (İBBS) Düzey-2'deki belirli yaş gruplarındaki yıllık ortalama fert geliri yardımcı değişkeni aracılığıyla Diyarbakır ve Şanlıurfa illeri için küçük alan tahminleri verilmiştir. Sentetik yöntem ve regresyon yöntemi ile tahmin edilen gelirlerin 2003 Hanehalkı Bütçe Araştırması'ndan hesaplanan ortalama fert geliri ve ortalama hanehalkı değerlerine yakınsadığı görülmüştür.

Anahtar Kelimeler: Küçük alan tahmini, Regresyon tahmin yöntemi, Sentetik tahmin.

1. GİRİŞ

Son yıllarda, hem özel sektör hem de kamu sektörü açısından küçük alan istatistikleri ile ilgili verilere artan bir talep vardır ve güvenilir küçük alan istatistiklerine ihtiyaç duyulmaktadır. Bu veriler, yerel yönetimler ve hükümetler tarafından bölgesel politika ve programların oluşturulmasında ve planlanmasında, hükümet fonlarının dağıtımında veya resmi olmayan kuruluşlarca yatırım, araştırma gibi nedenlerle, güncel ve geleceğe dönük planlar yapmak ve özellikle yerel sosyoekonomik, çevresel vb. koşullara dayanan kararlar almak amacıyla sıklıkla kullanılmaktadır (Rao, 2003).

Belirli bir alandaki bir örneklem, yeterli duyarlılıkta “doğrudan tahminler” vermek için yeterince geniş ise geniş bir alt yığın (alan) olarak, geniş değilse de “küçük alan” olarak düşünülmektedir. Bölgeler gibi geniş alanlar için örneklem araştırmalarından güvenilir tahminler üretilebilmektedir; fakat küçük alan için sadece alandaki örnekleme birimlerinden verilere dayalı olan alışımlı doğrudan tahminler, küçük örneklem büyüklükleri nedeniyle kabul edilemez büyüklükte standart hatalar yaratmaktadır.

*Dr., Uzman, Ekonomik ve Sosyal Göstergeler Daire Başkanlığı, Türkiye İstatistik Kurumu, e-posta: asliasik@tuik.gov.tr

*Doç. Dr., Hacettepe Üniversitesi, Nüfus Etütleri Enstitüsü, e-posta: aturkyil@hacettepe.edu.tr

¹ Bu çalışma “Diyarbakır İstatistik Bölgesi ve İlleri için Küçük Alan Tahminlerinin Hanehalkı Bütçe Araştırması'ndaki Temel Değişkenlere Uygulanması” başlıklı TÜİK Uzmanlık Tezi'nden türetilmiştir. Bu çalışmadaki yorum ve görüşler hazırlayanların kendisine ait olup, Türkiye İstatistik Kurumu'nu bağlamaz. Bu çalışma esas alınarak yapılan tüm çalışmalar için aynı kural geçerlidir.

Literatürde önerilen “Küçük Alan Tahmin Yöntemleri”; gerektirdikleri veri, varsayımlar ve uygulama biçimleri bakımından çeşitlilikler göstermektedir. Literatürdeki ilk küçük alan tahmin yöntemleri, genellikle temel demografik ilişkilere ve yaklaşımlara dayandırılmıştır. Çeşitli kayıtları kullanan bu tür yöntemlerin çoğu, U. S. Bureau of the Census (ABD Nüfus Sayım Bürosu) tarafından önerilmiştir (Purcell and Kish, 1979; Purcell and Kish 1980; Ghosh and Rao, 1994). Daha sonra örneklem verilerini regresyon yaklaşımları ile ele alan bazı karmaşık yöntemler üzerinde çalışılmıştır. Bilgisayar teknolojisindeki büyük gelişmeler, teorik istatistiksel modelleri kullanan ve yardımcı bilgi kullanımına dayanan karmaşık yaklaşımları mümkün kılmıştır.

Bu yöntemlerin belli başlı çeşitleri Semptomatik Kayıt Teknikleri (Nüfus Sayımı Bileşenleri Yöntemi, Hayati Oranlar Yöntemi, Karma Yöntem, Konut Birimi Yöntemi, Resmi Veri Kayıtları Yöntemi), Sentetik Tahmin Ediciler, Regresyon Semptomatik İşlemleri (Oran Korelasyon Yöntemi, Fark-Korelasyon Yöntemi, Regresyon Yöntemi), Sentetik Regresyon İşlemleri, Temel Birim Yöntemi, Karma Tahmin Ediciler, James-Stein ve Bayes Tahmin Edicileri, Kestirim Yaklaşımı, Kategorik Veri Analizi Yaklaşımı ve Yapı Koruyan Kestirim (YKK), Varyans Bileşenleri Modelleri Yolu ile Küçük Alan Tahmini, Üç Tane Genel Karışık Doğrusal Model (İç içe-hata regresyon modeli, Rasgele-regresyon katsayısı modeli, Fay- Herriot Modeli) olarak sıralanabilir (Marker, 1999). Ayrıca çeşitli model tabanlı küçük alan tahminleri ve modelleri tahmin etmede kullanılan Deneysel En İyi Doğrusal Yansız Tahmin (Empirical Best Linear Unbiased Prediction, EBLUP), Deneysel Bayes (Empirical Bayes, EB) ve Hiyerarşik Bayes (Hierarchical Bayes, HB) gibi çok sayıda farklı yaklaşım da vardır. Deneysel ve hiyerarşik Bayes gibi deneysel en iyi doğrusal yansız tahmin yöntemi diğer yöntemlerden daha avantajlıdır (Ghosh and Rao, 1994; Rao, 2003). Küçük alan tahmininde model tabanlı yaklaşımların optimal tahminlerin türetilmesi, varsayılan bir model altında değişkenlik ölçümleri ve örneklem verilerinden modellerin geçerliliğinin incelenmesi gibi avantajları vardır. Bu avantajlardan en önemlisi duyarlılığı artırmasıdır.

Türkiye’de küçük alan tahmin tekniklerini kullanan çalışmaların sayısı oldukça sınırlıdır. Özcan (1991) çalışmasında, sosyal ve ekonomik özellikleri yansıtan yardımcı bilgiler kullanılarak küçük alanlar için geliştirilen tahmin yöntemlerinin veri özellikleri, sınırlılıkları ve metodolojileri vermiştir.

Sevinç (1998) çalışmasında, küçük alan tahmin yöntemlerinin gerektirdiği veri, varsayımlar ve uygulama şekilleri bakımından çeşitlilik gösterdiğinden bahsetmektedir. Ayrıca, küçük alan kavramı ve çeşitlerinin tanımı yapılmış, küçük alan tahmininde kullanılan belli başlı ve yaygın teknikler hakkında bilgi verilmiştir. Sevinç (2008) çalışmasında iki boyutlu çapraz tablo verisiyle çalışılması durumunda kullanılan adımli oransal ayarlama tekniğini ele alarak, basitleştirilmiş adımsal ayarlama tekniği ile, bir küçük alan niteliğine sahip Muğla ilindeki işsizlik oranını yaş gruplarına göre tahmin etmiştir. Elde edilen işsizlik tahmin değerlerinin gerçek değerlerle büyük oranda örtüştüğü saptanmıştır. Sevinç (2011) çalışmasında ise, sentetik tahmin yöntemi ile Muğla ili işsizlik oranı tahminini elde etmiştir.

Deliloğlu (2001)’nin çalışmasında, il merkezlerindeki okuryazarlığın tahmini YKK tahmin yöntemi ile verilmiştir. Tüketim harcamasının tahmini ise sentetik tahmin ve deneysel Bayes yöntemleri kullanılarak verilmiştir.

Türkyılmaz (2003)'ın çalışmasında, il bazında bazı seçilmiş nüfus ve sağlık göstergeleri için küçük alan tahminleri üretilmesi hedeflenmiştir. 1990 Nüfus Sayımı ve 1998 Türkiye Nüfus ve Sağlık Araştırması veri kaynakları olarak kullanılmıştır. Bu çalışmada sentetik tahminler geleneksel yöntemlere örnek olarak kullanılmıştır. Bu yöntem, doğrudan bölge tahminlerine çok yakın sonuçlar üretmektedir ve standart hataları hesaplamak mümkün değildir. Bu çalışmada “çoklu imputasyon” yönteminin uyarlanmasıyla bir yöntem geliştirilmiştir. Bu yöntemin özü, ilçe düzeyinde birleşmiş bir veri setinde sayım değişkenlerinin tam gözlemlendiği ve araştırma değişkenlerinin eksik gözlemlendiği varsayılarak bu eksik ilçelere imputasyonla tahminlerin yapılmasıdır. Sistematik olarak seçilmiş bazı nüfus ve sağlık göstergeleri bu ilçe bazında doldurulmuş verilerin il düzeyinde birleştirilmesiyle tahmin edilmiştir. Burada standart hataları hesaplamak mümkündür.

Aşık (2009) çalışmasında, Diyarbakır ve Şanlıurfa illeri için 2003 Hanehalkı Bütçe Araştırması (HBA)'ndaki ortalama yıllık fert geliri (toplam, aynı, nakdi) ve ortalama hanehalkı yıllık kullanılabilir geliri değişkeni için sentetik ve regresyon tahmin yöntemleri kullanılarak küçük alan tahminleri üretilmiş; elde edilen küçük alan tahminlerinin, büyük alandaki değerlerden farklılaşmadığı görülmüştür.

Ayrıca TÜİK tarafından da küçük alan tahminleri kullanılarak il düzeyinde işgücü göstergeleri hesaplanmaktadır.

Bu çalışmanın amacı, literatürdeki geleneksel tahmin yöntemlerinden sentetik tahmin ve regresyon tahmin yöntemlerini kullanarak Diyarbakır İstatistik Bölgesindeki Diyarbakır ve Şanlıurfa illeri için 2003 HBA'daki ortalama yıllık fert geliri (toplam) ve ortalama hanehalkı yıllık kullanılabilir geliri değişkenleri için küçük alan tahminleri üretmektir. Burada beklenen, sentetik yöntemle elde edilen küçük alan tahminlerinin (bu çalışmada iller), büyük alandaki değerlerden (bu çalışmada İstatistik Bölge Birimleri Sınıflaması (İBBS) Düzey-2) farklılaşmadığını görmektir. Bu çalışmanın veri kaynağı 2000 Nüfus Sayımı, (2007-2011) dönemi ADNKS (Adrese Dayalı Nüfus Kayıt Sistemi) verileri ve 2003 HBA'dır. Çalışma yöntemi, nüfus sayımı ve araştırma verilerine uygulanabilirliği düşünülerek seçilmiştir. Sentetik tahmin ve regresyon tahmin yöntemleri çalışma yöntemleri olarak seçilmiştir. Bunun nedeni farklı yöntemlerle elde edilen bulguları karşılaştırmaktır. 2003 HBA'daki sözü edilen gelir değişkenlerini açıklayan modeller ele alınarak regresyon analizi ile SPSS programı kullanılarak tahminler elde edilmiştir.

Çalışmada sözü edilen “Küçük Alan” ifadesi Türkiye'nin illerine karşılık gelmektedir. Regresyon yönteminde modelleri güçlendirmek amacıyla gelir değişkenlerindeki aykırı değerler dışlanarak tahminler yapılmıştır. Her iki tahminin de gelirlerin İBBS Düzey-2 ortalaması ile karşılaştırmaları yapılmıştır. Öncelikle araştırma dönemindeki verilere dayalı tahminler üzerinde durulmuş olup, daha sonra günümüz tarihine tahminler yapmak amacıyla ADNKS verileri ile güncellenebilen değişken değerleri ile de çeşitli denemeler yapılmıştır.

Bu çalışmanın, ikinci bölümde sentetik tahmin ve regresyon tahmin yöntemleri açıklanmıştır. 2003 HBA'daki temel değişkenlerden yıllık ortalama fert geliri (toplam) ve ortalama yıllık kullanılabilir hanehalkı geliri için elde edilen bulgular 3. Bölümde verilmiştir. Son bölüm tartışma ve sonuç bölümüdür.

2. YÖNTEM

Sentetik tahmin, Gonzales (1973)'in çalışmasında aşağıdaki gibi tanımlanmaktadır. Bir örneklem araştırmasından geniş (büyük) bir alan için yansız bir tahmin elde edildiğinde; küçük alanların geniş (büyük) alanlar ile aynı karakteristiklere sahip olduğu varsayımı altında, alt (küçük) alanlar için tahminler türetmek amacıyla bu tahmin kullanılır. Elde edilen bu tahminler sentetik tahminler olarak tanımlanmaktadır (Ghosh and Rao, 1994).

Sentetik tahmin edicilerin bulunmasında kullanılan varsayım, küçük bir alanın kendisini kapsayan büyük alana benzer olduğudur. Sentetik tahmin ediciler, nüfus sayımı ve resmi kayıtlardan yardımcı veri olarak bulunabilirler.

Regresyon tahmin yöntemi, küçük alanların bir örnekleme için bağımlı değişken üzerindeki örneklem verisinin kullanımını öneren Ericksen (1973) ile ortaya konmuştur. Bu yöntem, açıklayıcı değişkenler olarak tüm küçük alanlar için elde edilebilir olan değişkenleri kullanabilir. Ericksen'in yöntemi değişkenler arasında doğrusal bir ilişki gerektirmektedir. Katsayılar, ulaşılabilir örneklem verileri ile küçük alanlar için hesaplanan regresyondan elde edilmektedir. Bu katsayılar tüm küçük alanlar için uygulanmaktadır. Cari tahminler türetmek için küçük alanlar için gösterge değerleri tahmin edilmiş regresyon denkleminde kullanılmaktadır.

Diyarbakır İstatistik Bölgesi ve illeri (Diyarbakır, Şanlıurfa) için 2003 HBA'ndaki temel değişkenlerden yıllık ortalama fert geliri (toplam) ve yıllık ortalama hanehalkı kullanılabilir geliri için, sentetik tahmin ve örneklem regresyon tahmin yöntemleri kullanılarak küçük alan tahminleri verilmiştir.

Bu çalışmada 2003 yılı HBA verileri "İl Göstergeleri (1980-2003)" (DİE, 2004) ve "İllerin ve Bölgelerin Sosyogelişmişlik Sıralaması Araştırması (2003)", (DPT, 2003) yayınlarından il düzeyinde açıklanmış veriler ile www.tuik.gov.tr adresinden 2000 Genel Nüfus Sayımı, (2007-2011) dönemi ADNKS verileri kullanılmıştır.

2.1 Sentetik Tahmin

Sentetik tahmin yöntemini uygulamak için 2003 HBA'nda seçilmiş olan örnek hanelerdeki İBBS Düzey-2'deki 0-14, 15-64 ve 65+ yaş gruplarındaki fertlerin ortalama yıllık geliri (toplam) yardımcı değişken kabul edilerek il düzeyinde fert geliri (toplam) tahmini verilmektedir. Sentetik tahmin,

$$P_g = \sum_j (N_{gj} / N_g) P_j \quad (1)$$

formülü ile verilmektedir. Burada,

P_g : g ilindeki ortalama fert gelirinin sentetik tahmini

N_{gj} : g ilinde j alt grubundaki fert sayısı (yardımcı değişken olup değerler nüfus sayımından elde edilmektedir.)

N_g : g ilindeki fert sayısı

P_j : İBBS Düzey-2'ye göre j alt grubundaki ortalama fert geliri (araştırmadan elde edilmektedir.)

olarak ifade edilmektedir (Türkyılmaz, 2003).

(1) formülündeki notasyonlar bu çalışma için tanımlanacak olursa;

g= Diyarbakır, Şanlıurfa
j= 0-14, 15-64, 65+ yaş grupları

$P_{Diyarbakır}$: Diyarbakır ilindeki ortalama fert gelirinin sentetik tahmini
 $P_{Şanlıurfa}$: Şanlıurfa ilindeki ortalama fert gelirinin sentetik tahmini
 P_{0-14} : İBBS Düzey-2'ye göre 0-14 yaş grubundaki ortalama fert geliri
 P_{15-64} : İBBS Düzey-2'ye göre 15-64 yaş grubundaki ortalama fert geliri
 P_{65+} : İBBS Düzey-2'ye göre 65+ yaş grubundaki ortalama fert geliri

$N_{Diyarbakır, 0-14}$: Diyarbakır ilindeki 0-14 yaş grubundaki fert sayısı
 $N_{Diyarbakır, 15-64}$: Diyarbakır ilindeki 15-64 yaş grubundaki fert sayısı
 $N_{Diyarbakır, 65+}$: Diyarbakır ilindeki 65+ yaş grubundaki fert sayısı

$N_{Şanlıurfa, 0-14}$: Şanlıurfa ilindeki 0-14 yaş grubundaki fert sayısı
 $N_{Şanlıurfa, 15-64}$: Şanlıurfa ilindeki 15-64 yaş grubundaki fert sayısı
 $N_{Şanlıurfa, 65+}$: Şanlıurfa ilindeki 65+ yaş grubundaki fert sayısı

$N_{Diyarbakır}$ = Diyarbakır ilindeki fert sayısı
 $N_{Şanlıurfa}$ = Şanlıurfa ilindeki fert sayısı

olmak üzere bu fert sayıları 2000 Genel Nüfus Sayımından ve (2007-2011) dönemi ADNKS (Adrese Dayalı Nüfus Kayıt Sistemi) verilerinden elde edilerek (1) formülünde yerine konulduğunda, hem 2000 Genel Nüfus Sayımına hem de (2007-2011) dönemi ADNKS verilerine göre Diyarbakır ve Şanlıurfa illeri için ortalama yıllık fert geliri (toplam) sentetik tahminleri bulunabilmektedir. Bilinen değerler formülde yerine konularak elde edilen sentetik tahminler Bulgular bölümünde verilmektedir.

2.2 Regresyon Tahmin Yöntemi

Bu çalışmada iki farklı regresyon modeli ele alınarak regresyon tahmin yöntemi ile küçük alan tahmini yapılmaktadır. Regresyon yöntemi kullanılırken şu adımlar izlenmiştir: Öncelikle modelleri güçlendirmek amacıyla gelir değişkenlerindeki aykırı değerler dışlanarak tahminler yapılmıştır. Her iki gelir tahmininin de gelirlerin İBBS Düzey-2 ortalaması ile karşılaştırmaları yapılmıştır. Bu aşamaya kadar araştırma dönemindeki verilere dayalı tahminler üzerinde durulmuş olup, sonrasında günümüz tarihine tahminler yapmak amacıyla ADNKS verileri ile güncellenebilen değişken değerleri ile de çeşitli denemeler yapılmıştır.

Ortalama yıllık fert geliri (toplam) ve ortalama hanehalkı yıllık kullanılabilir geliri değişkenleri her bir modelde bağımlı değişken olarak kabul edilmekte ve öncelikle araştırmadan seçilmiş 14 tane açıklayıcı değişken ile regresyon analizine tabi tutulmaktadır. Modeller alan düzeyinde olup, bu alanlar illere karşılık gelmektedir.

Tahmin edilecek regresyon denklemi aşağıdaki gibi ifade edilebilir:

$$Y_c = \beta_0 + \beta_1 X_{1c} + \beta_2 X_{2c} + \dots + \beta_{14} X_{14c} + u_c \quad (2)$$

Burada,

Y_c : c ilinde gözlemlenen fert geliri (toplam)

u_c : c ili için hata terimi

X_{1c} : c ilindeki sosyal güvenlik kurumu SSK olanların toplam nüfusa oranı

X_{2c} : c ilindeki sosyal güvenlik kurumu Bağ-Kur olanların toplam nüfusa oranı

X_{3c} : c ilindeki medyan yaş

X_{4c} : c ilindeki ortalama hanehalkı büyüklüğü

X_{5c} : c ilindeki evli olan nüfusun toplam nüfusa oranı

X_{6c} : c ilindeki okur yazar nüfusun toplam nüfusa oranı

X_{7c} : c ilindeki erkek nüfusun toplam nüfusa oranı

X_{8c} : c ilindeki yeşil karta sahip olan nüfusun toplam nüfusa oranı

X_{9c} : c ilindeki ücretli çalışanların toplam istihdama oranı

X_{10c} : c ilindeki kadın ücretli çalışanların toplam istihdama oranı

X_{11c} : c ilindeki tarım iş kolunda çalışanların toplam istihdama oranı

X_{12c} : c ilindeki işverenlerin toplam istihdama oranı

X_{13c} : c ilindeki okur yazar kadın nüfusunun toplam kadın nüfusuna oranı

X_{14c} : c ilindeki kentte yaşayan nüfusun toplam nüfusa oranı

Y_{1c} : c ilindeki ortalama yıllık fert geliri (toplam) (YTL)

Y_{2c} : c ilindeki ortalama hanehalkı yıllık kullanılabilir geliri (YTL)

Y_{1c} değişkeni fertlere ilişkin bir değişken olup, 14 açıklayıcı değişkenle açıklanan alan düzeyinde modellerle tahmin edilirken; Y_{2c} değişkeni ise hanehalkı sosyoekonomik durum değişkenlerinden olup,

X_{15c} : c ilindeki harcama (YTL)

değişkeninin de eklenmesi ile 15 açıklayıcı değişkenden oluşan alan düzeyinde bir modelle tahmin edilmektedir.

Yukarıda tanımlanan değişkenler 2003 HBA'ndan derlenerek elde edilmiştir. Bu değişkenlere ek olarak başka çalışmalardan elde edilmiş araştırma dışı değişkenler de ekleyerek denemeler yapılmıştır. Bu çalışmada başka çalışmalardan, idari kayıtlardan ya da sayımlardan elde edilmiş olan araştırma değişkenleri araştırma yılları parantez içinde belirtilerek aşağıda tanımlanmıştır:

X_{16c} : c ilindeki şehirleşme oranı (2000)

X_{17c} : c ilindeki nüfus yoğunluğu (kişi/km²) (2000)

X_{18c} : c ilindeki toplam doğurganlık hızı (2000)

X_{19c} : c ilindeki bebek ölüm hızı (2000)

- X_{20c}: c ilindeki işsizlik oranı (2000)
X_{21c}: c ilindeki işgücüne katılma oranı (2000)
X_{22c}: c ilindeki sanayiye istihdam edilen nüfusun toplam istihdam içindeki oranı (2000)
X_{23c}: c ilindeki kişi başına bitkisel üretim değeri (000 000TL) (2002)
X_{24c}: c ilindeki kişi başına canlı hayvan değeri (000 000TL) (2002)
X_{25c}: c ilindeki kişi başına banka mevduatı (\$) (2002)
X_{26c}: c ilindeki kişi başına banka kredileri (\$) (2002)
X_{27c}: c ilindeki on bin kişi başına özel otomobil sayısı (2002)
X_{28c}: c ilindeki banka şube sayısı (2000)
X_{29c}: c ilinin sosyoekonomik gelişmişlik endeksi (2003)

Bu değişkenlerin araştırma yılları birbirinden farklı olmasına rağmen 2003 yılı ya da günümüz için gelirin küçük alan tahminlerini üretirken bu değişken değerlerinin zaman içinde sabit kaldıkları varsayılmaktadır.

Alan düzeyinde bir regresyon modeli üzerinden (gözlem birimi il olmak üzere) seçilmiş açıklayıcı değişkenler için adimsal regresyon ile tahminler yapılmakta ve tahmin edilmiş parametrelerin her bir il düzeyinde de geçerli olduğu varsayılmaktadır. Böylece tahmin edilmiş olan modelde hangi il için tahmin yapılmak isteniyor ise, o ile ait açıklayıcı değişken değerleri modele yerleştirilerek küçük alan tahminleri elde edilebilmektedir.

Regresyon modelleri adimsal regresyon ile tahmin edilirken, modelde tümüyle anlamlı olan açıklayıcı değişkenlerin tutulmuş olmasına ve bu değişkenler arasında çoklu bağlantı sorununa rastlanmamış olmasına dikkat edilmiştir. Modelin gücünü belirlerken ise, gözlem ve değişken sayısının az olmasının etkisini düzeltmesi nedeniyle düzeltilmiş R² kullanılmıştır. Bu çalışmada her iki değişken için model tahmin edilmekte ve modeldeki açıklayıcı değişkenlerin seçiminde aşağıdaki mantık dikkate alınmaktadır.

2.3 Değişkenlerin Seçimi

Modelde yer alan açıklayıcı değişkenlerin seçiminde, dışsal olarak bir başka çalışmadan ya da idari kayıtlar aracılığı ile il düzeyinde değerlerine ulaşılabilecek olan değişkenlerin seçilmesine dikkat edilmiştir.

Bu çalışmada, 2003 yılı HBA veri setinden tahminler olarak elde edilen yıllık ortalama fert geliri (toplam) ve ortalama yıllık hanehalkı kullanılabilir geliri değişkenlerinin bağımlı değişken olarak kabul edildiği ve seçilen açıklayıcı değişkenlerin de yine sözü edilen araştırmadan tahminler olduğu iki farklı model tahmin edilmektedir. 2003 HBA'ndaki seçilmiş değişken değerleri il düzeyinde tahminler olarak elde edilmiştir. Bu değişkenlerin tahminleri yaş değişkeni için medyan, diğerleri ortalama alınarak elde edilmiştir.

Her bir gelir türünün bağımlı değişken ve yukarıdaki değişkenlerin açıklayıcı değişkenler olarak kabul edildiği modeller adimsal regresyon yöntemi ile tahmin edildikten sonra, tahmin edilen parametreler istenen iller için küçük alan tahmini

üretmek amacıyla kullanılabilir. Türkiye için tahmin edilen modelde il düzeyinde bilinen açıklayıcı değişken değerleri yerine konulduğunda istenen il için bağımlı değişkenin küçük alan tahmini elde edilebilmektedir.

Araştırmadan elde edilen değişkenler dışında diğer çalışmalardan ya da idari kayıtlardan, sayımlardan da başka değişkenler elde edilebilmektedir. Bu çalışmada her iki gelir türü için küçük alan tahminlerini üretmek amacıyla araştırma dışındaki kaynaklardan da kullanılacak değişkenler araştırılmıştır. Bu değişkenler de modellere dahil edilmiş olup, tahminler 29 tane açıklayıcı değişkenden oluşan

$$Y_c = \beta_0 + \beta_1 X_{1c} + \beta_2 X_{2c} + \dots + \beta_{29} X_{29c} + u_c \quad (3)$$

gelir modeli üzerinden elde edilmektedir.

Tahmin edilen modellerde parasal büyüklük olarak yer alan değişkenler YTL'ye çevrilmiş değerleri ile kullanılmıştır. Ayrıca bu modellerdeki ortalama fert gelir türleri toplam nüfusa bölünerek hesaplanmışlardır. Model gücünü artırmak amacıyla aykırı değerler dışlanmıştır.

3. BULGULAR

Bu bölümde, 2003 HBA'ndaki öncelikle fertlere ilişkin değişkenlerden ortalama yıllık fert geliri (toplam) ve ortalama hanehalkı yıllık kullanılabilir geliri değişkeni için öncelikle sentetik tahmin bulgularına, aynı değişkenler için geliştirilmiş iki farklı gelir modeli üzerinden elde edilen örneklem regresyon tahmin bulgularına yer verilmiştir.

3.1 Sentetik Tahmin

2000 Genel Nüfus Sayımı ve 2007-2011 zaman aralığında ADNKS'den elde edilen yardımcı değişken değerleri aşağıda verilmektedir:

Tablo 1. Yaş gruplarına göre il düzeyinde ortalama fert sayıları

YIL	0-14		15-64		65+		Toplam	
	Diyarbakır	Şanlıurfa	Diyarbakır	Şanlıurfa	Diyarbakır	Şanlıurfa	Diyarbakır	Şanlıurfa
2000	591556	639118	730283	768531	40399	35408	1362708	1443422
2007	553352	646665	822013	821537	60494	54897	1460714	1523099
2008	558560	665270	877952	859011	56316	49943	1492828	1574224
2009	564408	685027	891849	876837	58754	51873	1515011	1613737
2010	565386	701191	901644	906833	61928	55347	1528958	1663371
2011	567553	717823	939414	940269	63976	58162	1570943	1716254

(DİE, 2002 ve www.tuik.gov.tr).

2003 HBA'na göre alt gruplardan İBBS Düzey-2'ye göre elde edilen yıllık ortalama fert geliri (toplam) için SPSS programında ayrı ayrı hesaplama yapılmıştır.

Yıllık ortalama fert geliri (toplam) için yaş gruplarına göre ortalamaların yer aldığı çıktı Tablo 2'de verilmektedir.

Tablo 2. Yıllık ortalama fert geliri (toplam) değişkeninin ortalamasının İBBS Düzey-2 yaş gruplarına göre dağılımı

TRC2	Yaş Grubu	Ortalama gelir (YTL.)	N (Kişi Sayısı)
	0-14	3.66	1249618
	15-64	1622.61	1518478
	65+	2095.08	94391
	Toplam	931.44	2862487

Buna göre Diyarbakır ve Şanlıurfa illerindeki yıllık ortalama fert geliri (toplam)'ın 2000 Genel Nüfus Sayımı ve (2007-2011) dönemindeki ADNKS sonuçlarına göre sentetik tahmini Tablo 3'de verilmektedir:

Tablo 3. Yıllık ortalama fert geliri (toplam) sentetik tahminleri

YIL	Diyarbakır	Şanlıurfa
2000	933.3	917
2007	1001.3	952.3
2008	1034.7	953.4
2009	1037.8	950.6
2010	1043.1	955.9
2011	1057	961.5

Tablo 3'de Diyarbakır ve Şanlıurfa illeri için 2000 ve 2007-2011 yılları için ortalama fert geliri (toplam) tahminleri yer almaktadır. 2000 yılında Diyarbakır ili için ortalama fert geliri (toplam) değişkeninin sentetik tahmini 933.3 YTL.dir. Tablo 2'ye bakıldığında ise, Diyarbakır İstatistik Bölgesi için İBBS Düzey-2'deki yıllık fert geliri (toplam) ortalama değerinin 931.44 YTL olduğu görülmektedir. Dolayısıyla Tablo 3'deki il düzeyindeki sentetik tahmin değerlerinin İBBS Düzey-2 değerine yakın değerler aldığı ve büyük alana benzer değerlere sahip olduğu görülmüştür.

Tablo 4. Ortalama hanehalkı yıllık kullanılabilir geliri değişkeninin ortalamasının İBBS Düzey-2 yaş gruplarına göre dağılımı

TRC2	Yaş Grubu	Ortalama Gelir (YTL.)	N (Kişi Sayısı)
	0-14	6223.96	1249618
	15-64	7351.6	1518478
	65+	6987.63	94391
	Toplam	6847.33	2862487

Buna göre Diyarbakır ve Şanlıurfa illerindeki ortalama hanehalkı yıllık kullanılabilir gelirinin 2000 Genel Nüfus Sayımı ve 2007-2011 dönemi ADNKS sonuçlarına göre sentetik tahmini Tablo 5'de verilmektedir.

Tablo 5. Yıllara göre il düzeyinde ortalama hanehalkı yıllık kullanılabilir gelir sentetik tahminleri

YIL	Diyarbakır	Şanlıurfa
2000	6848.8	6841.5
2007	6784.3	6859.7
2008	6915.9	6863.5
2009	6917.4	6861.2
2010	6919.9	6864.1
2011	6929.4	6867.6

Tablo 4'e bakıldığında Diyarbakır İstatistiki Bölgesi için İBBS Düzey-2'deki hanehalkı yıllık kullanılabilir geliri ortalama değerinin 6847.33 YTL olduğu görülmektedir. Tablo 5'te ise, 2000 yılında Diyarbakır ili için ortalama hanehalkı yıllık kullanılabilir geliri değişkeninin sentetik tahmini 6848.8 YTL dir. Dolayısıyla Tablo 5'teki il düzeyindeki sentetik tahmin değerlerinin Tablo 4'teki 6847.33 YTL değerine yakın olduğu ve böylece büyük alana benzer değerler aldığı görülmektedir.

3.2 Regresyon Tahmini

$$Y_c = \beta_0 + \beta_1 X_{1c} + \beta_2 X_{2c} + \dots + \beta_{14} X_{14c} + u_c \quad (4)$$

Denklemleri her iki gelir türü için bağımlı değişkenleri farklı olan alan düzeyinde modeller ele alınarak adimsal regresyon ile tahmin edilmektedir. Bu tahminler yapılırken iki farklı model yaklaşımı benimsenmiştir. Bu yaklaşımlar, değişkenlerinin tümünün araştırmadan geldiği (Birinci Model Yaklaşımı) ve değişkenlerin araştırmadan ve başka veri kaynaklarından geldiği (İkinci Model Yaklaşımı) model yaklaşımları olarak sıralanabilir. Anlamlılık düzeyi 0.05 olup, tahminlerin standart hataları da hesaplanmıştır.

3.2.1 Araştırmadan gelen değişkenlerle model tahminleri (Birinci model yaklaşımı)

Yıllık Ortalama Fert Geliri (Toplam) değişkeni için aykırı değerler dışlandığında regresyon tahmin yöntemi kullanılarak elde edilen regresyon denklemi aşağıdaki gibidir.

$$\hat{Y}_1 = 1180.32 - 42.29 X_4 + 1252.58 X_{10} + 18.84 X_3 + 825.25 X_{13} - 2446.22 X_7 + 439.68 X_9 + 510.19 X_{11} - 804.97 X_8$$

Birinci model yaklaşımında fert geliri tahmini yapılırken adimsal regresyon ile 14 değişken ele alınmış ve adimsal regresyonun 8. adımında modelde 8 anlamlı açıklayıcı değişken kalmıştır. İl düzeyindeki bu değişkenler; ortalama hanehalkı büyüklüğü, kadın ücretli çalışanların toplam istihdama oranı, medyan yaş, okuryazar kadın nüfusunun toplam kadın nüfusuna oranı, erkek nüfusun toplam nüfusa oranı, ücretli çalışanların toplam istihdama oranı, tarım sektöründe çalışanların toplam istihdama oranı ve yeşil karta sahip olan nüfusun toplam nüfusa oranıdır. Bu değişkenlerden ortalama hanehalkı büyüklüğü, erkek nüfusun toplam nüfusa oranı ve yeşil karta sahip olan nüfusun toplam nüfusa oranı değişkenlerindeki artış ortalama fert gelirini azaltmaktadır. Diğer 5 değişkendeki artışlar ise fert gelirini pozitif etkilemektedir.

Ortalama Hanehalkı Yıllık Kullanılabilir Geliri değişkeni için aykırı değerler dışlandığında regresyon tahmin yöntemi kullanılarak elde edilen regresyon denklemi aşağıdaki gibidir.

$$\hat{Y}_2 = -253.74 + 10.83 X_{15} + 4335.05 X_2 + 3364.30 X_5$$

Ortalama hanehalkı yıllık kullanılabilir gelir modeli birinci model yaklaşımı ile tahmin edilirken, 15 açıklayıcı değişkenli bir model ile adimsal regresyona başlanmış ve adimsal regresyonun 3. adımında modelde harcama, sosyal güvenlik kurumu Bağ-Kur

olanların toplam nüfusa oranı ve evli olan nüfusun toplam nüfusa oranı olmak üzere 3 anlamlı açıklayıcı değişken kalmıştır. Bu değişkenlerin her birindeki artış hanehalkı yıllık kullanılabilir gelirini pozitif etkilemektedir.

Bu tahminler araştırmadan bilinen değerlerle yapılmış olup, modelde ADNKS sonuçlarına göre güncellenebilen değişkenler yer almadığı için tahminler cari döneme güncellenememektedir.

3.2.2 Araştırmadan ve başka çalışmalardan gelen değişkenlerle model tahminleri (İkinci model yaklaşımı)

Yıllık Ortalama Fert Geliri (Toplam) değişkeni için aykırı değerler dışlandığında ve diğer çalışmalardan da değişkenler eklendiğinde regresyon tahmin yöntemi kullanılarak elde edilen regresyon modeli sonuçları aşağıdaki gibidir.

$$\hat{Y}_1 = 958.85 - 48.02 X_4 + 1211.67 X_{10} + 16.35 X_3 + 765.06 X_{13} - 1981.05 X_7 + 474.41 X_9 + 624.34 X_{11} + 0.11 X_{27}$$

İkinci model yaklaşımında HBA'dan verilerle birlikte idari kayıt gibi başka kaynaklardan da il düzeyindeki 28 değişken modellerde ele alınmıştır. Bu yaklaşımdaki fert geliri tahmininde adimsal regresyonun 8. adımında modeldeki tüm değişkenler anlamlıdır. Modelde kalan değişkenler ortalama hanehalkı büyüklüğü, kadın ücretli çalışanların toplam istihdama oranı, medyan yaş, okuryazar kadın nüfusunun toplam kadın nüfusuna oranı, erkek nüfusun toplam nüfusa oranı, ücretli çalışanların toplam istihdama oranı, tarım sektöründe çalışanların toplam istihdama oranı ve onbin kişi başına özel otomobil sayısıdır. Bu değişkenlerden ortalama hanehalkı büyüklüğü, erkek nüfusun toplam nüfusa oranı değişkenlerindeki artış fert gelirini azaltmakta, modeldeki diğer 6 değişkendeki artışlar fert gelirini pozitif etkilemektedir.

$$\hat{Y}_2 = 555.05 + 10.63 X_{15} + 3772.44 X_2 - 235.39 X_{18} + 2909.40 X_{21}$$

İkinci model yaklaşımı ile tahmin edilen hanehalkı yıllık kullanılabilir geliri modelinde ise toplam 29 değişkenli model ele alınmış, adimsal regresyonun 4. adımında tüm değişkenlerin anlamlı olduğu modele ulaşılmıştır. Bu değişkenler harcama, sosyal güvenlik kurumu Bağ-Kur olanların toplam nüfusa oranı, toplam doğurganlık hızı ve işgücüne katılma oranıdır. Bu değişkenlerden toplam doğurganlık hızındaki bir artış hanehalkı yıllık kullanılabilir gelirini azaltmaktadır. Diğer 3 değişkendeki artışlar ise hanehalkı yıllık kullanılabilir gelirini pozitif etkilemektedir.

Regresyon modellerinden tahmin edilmiş katsayılar Diyarbakır ve Şanlıurfa illeri için araştırmadan gelen değişken değerleri ile aynı modelde yerine konulduğunda, Diyarbakır ve Şanlıurfa illeri için Yıllık Ortalama Fert Geliri (Toplam) ve Ortalama Hanehalkı Yıllık Kullanılabilir Geliri değişkenlerinin küçük alan tahmini elde edilmektedir. Tahmin edilen değerler, araştırmadan yayınlanan gelir istatistikleri ile de karşılaştırılmış olup, toplam gelir için il düzeyinde güven aralıklarının içine düşmektedir. Bu tahminler araştırmadan bilinen değerlerle yapılmış olup, modeldeki 2007-2011 yılları ADNKS sonuçlarına göre güncellenebilen değişkenlerden erkek nüfusunun toplam nüfusa oranı değişkeni ile tahmin güncellenebilmektedir.

Tablo 6. Araştırmadan verilerle elde edilen regresyon modeli sonuçları

Değişken	Araştırmadan değişkenlerle aykırı değerler dışlanarak küçük alan tahminleri ve standart hataları				Araştırmadan ve başka çalışmalardan değişkenlerle aykırı değerler dışlanarak küçük alan tahminleri ve standart hataları			
	(1. Model Yaklaşımı) (YTL.)				(2. Model Yaklaşımı) (YTL.)			
	D.bakır	St.hata	Ş.urfa	St.hata	D.bakır	St.hata	Ş.urfa	St.hata
Y ₁	669.33	35.01	656.85	30.35	654.19	35.08	662.11	30.05
Y ₂	6213.52	165.09	6006.93	169.07	6275.6	133.26	6 444.38	146.36

Tablo 6'ya bakıldığında, hem HBA (2003)'ten kullanılan değişkenlerle hem de bu çalışma dışında başka araştırmalardan ve idari kayıtlardan değişkenlerle yapılan regresyon tahminlerine ilişkin il düzeyinde sonuçlar görülmektedir. 1. Model yaklaşımında, yani sadece HBA'dan gelen değişkenler kullanıldığında, Diyarbakır ili ortalama fert geliri (toplam) değişkeni 669.33 YTL olarak tahmin edilmektedir. Şanlıurfa ili için ise bu değişken 656.85 YTL olarak tahmin edilmektedir. 2. Model yaklaşımında ise Şanlıurfa ili için fert geliri Diyarbakır iline göre daha yüksek çıkmıştır. Tahminler Diyarbakır ili için 654.19 YTL ve Şanlıurfa ili için 662.11 YTL'dir. Hanehalkı yıllık kullanılabilir gelirine bakıldığında ise 1. Model yaklaşımında Diyarbakır ilinde Şanlıurfa iline göre daha yüksek, 2. Model yaklaşımında ise Şanlıurfa ilinde Diyarbakır iline göre daha yüksek tahminler elde edilmektedir.

Tablo 7. Yıllık fert geliri (toplam) değişkeninin ADNKS verilerine göre güncellenen regresyon modeli sonuçları

Yıl	Araştırmadan değişkenlerle aykırı değerler dışlanarak küçük alan tahminleri ve standart hataları				Araştırmadan ve başka çalışmalardan değişkenlerle aykırı değerler dışlanarak küçük alan tahminleri ve standart hataları			
	(1. Model Yaklaşımı) (YTL.)				(2. Model Yaklaşımı) (YTL.)			
	D.bakır	St.hata	Ş.urfa	St.hata	D.bakır	St.hata	Ş.urfa	St.hata
2007	644.87	33.73	681.31	31.48	634.38	34.00	681.92	30.96
2008	627.75	32.83	656.85	30.35	620.51	33.26	662.11	30.06
2009	628.05	32.85	653.28	30.18	620.75	33.27	659.22	29.93
2010	640.03	33.47	657.3	30.37	630.46	33.79	662.47	30.08
2011	628.64	32.88	656.45	30.33	621.24	33.30	661.79	30.05

Tablo 7'de araştırma döneminden sonraki dönemlere ilişkin tahminler verilmiştir. Fert geliri (toplam) değişkeni için araştırmadan gelen verilerle 2007 ADNKS sonuçlarına göre revize edilen gelirler Diyarbakır için 644.87 YTL iken Şanlıurfa için 681.31 YTL'dir. Hem araştırmadan hem de diğer veri kaynaklarından elde edilen verilerle yapılan tahminler ise Diyarbakır için 634.38 YTL olup, Şanlıurfa ili için 681.92 YTL'dir. 2007-2011 dönemindeki her yıl içine yapılan tahminlerde 1. model yaklaşımında Diyarbakır ilinde Şanlıurfa iline göre daha yüksek, 2. Model yaklaşımında ise Şanlıurfa ilinde Diyarbakır iline göre daha yüksek tahminler elde edilmiştir.

4. TARTIŞMA VE SONUÇ

Bu çalışmada küçük alan niteliğindeki Diyarbakır ve Şanlıurfa illeri için sentetik yöntem ve regresyon tahmin yöntemi kullanılarak 2003 HBA'ndaki fertlere ilişkin değişkenlerden ortalama yıllık fert geliri (toplam) ve hanehalkı sosyoekonomik durum değişkenlerinden ortalama hanehalkı yıllık kullanılabilir gelir değişkeni tahminleri üretilmiştir.

Diyarbakır ve Şanlıurfa illerinde sentetik yöntemle elde edilen küçük alan tahminlerinin, İstatistik Bölge Birimleri Sınıflaması (İBBS) Düzey-2'den, yani büyük alandaki değerlerden çok da farklılaşmadığı görülmüştür. Diyarbakır İstatistik Bölgesi için Tablo 2'de verilen 931.44 YTL değerindeki ortalama fert gelirinin, Diyarbakır ve Şanlıurfa illeri için Tablo 3'teki 2000 yılı, 2007-2011 dönemlerine ait ortalama fert geliri tahminlerine yakın olduğu görülmektedir. Benzer şekilde Tablo 4'te verilen 6847.33 YTL değerindeki hanehalkı yıllık kullanılabilir gelir değeri de Tablo 5'te verilen il düzeyinde tahmin değerlerine yakındır.

Çalışmada kullanılan regresyon tahmin yönteminde ise, biri fert düzeyinde, diğeri hanehalkı düzeyinde olmak üzere iki farklı gelir türü için modeller geliştirilmiştir. Değişkenlerin tümünün araştırmadan geldiği Birinci Model Yaklaşımı ve değişkenlerin araştırmadan ve idari kayıt gibi başka veri kaynaklarından geldiği İkinci Model Yaklaşımına göre tahminler elde edilmiş ve standart hatalarına bakılmıştır. Regresyon yöntemi ile elde edilen gelir tahminleri sentetik tahmin ile elde edilen değerlerden daha düşük çıkmıştır.

Regresyon yöntemindeki fert geliri modellerinde her iki yaklaşımda da, kadın ücretli çalışanların toplam istihdama oranı, okur yazar kadın nüfusunun toplam kadın nüfusuna oranı, ücretli çalışanların toplam istihdama oranı ve ortalama hanehalkı büyüklüğü değişkenleri yıllık ortalama fert geliri (toplam) değişkenini açıklayan önemli değişkenlerdir. Diyarbakır İstatistik Bölgesi açısından düşünüldüğünde, özellikle kırsal kesimde kadın işgücü tarım sektöründe yoğunlaşmaktadır. Bu kesimde kadınlar ücretli tarım işçisi olarak tarımsal üretime katılabilmektedirler. Böylece, bu bölgede kadın ücretli çalışanların toplam istihdama oranı değişkeni yıllık ortalama fert geliri (toplam) değişkenini etkilemektedir. Okur yazar kadın nüfusunun daha yüksek olması kadınların işgücüne katılımını etkileyebilmektedir; bu durum da fert gelirinin daha yüksek olacağı anlamına gelebilir. Ücretli çalışanların toplam istihdama oranının daha yüksek olması da fert gelirinin daha yüksek olmasını sağlayan bir faktördür. Ayrıca beklendiği gibi ferdin yaşadığı hanehalkı büyüklüğü arttıkça yoksulluk riski arttığından ve gelirin ihtiyacı karşılama oranı düştüğünden hanehalkı büyüklüğü değişkeni fert geliri üzerinde oldukça etkilidir.

Hanehalkı geliri modellerinde her iki yaklaşımda da, sosyal güvenlik kurumu Bağ-Kur olanların toplam nüfusa oranı ve ortalama yıllık harcama değişkenleri ortalama yıllık hanehalkı kullanılabilir geliri değişkenini açıklayan önemli değişkenlerdir. Bu bölgede tarımsal faaliyette bulunanların genellikle sosyal güvencesinin Bağ-kur olması, sosyal güvenlik kurumu Bağ-Kur olanların toplam nüfusa oranı değişkeninin ortalama yıllık hanehalkı kullanılabilir geliri değişkenini etkilemesinde bir etkidir. İktisadi açıdan bir gelir modelinde harcamanın geliri etkilemesi beklenen bir durumdur.

Bu çalışmada cari döneme tahminler verilirken bazı değişken değerlerinin zaman içinde değişmediği varsayımı yapılmıştır. HBA ile ilgili bölgesel düzeyde sonuç çıkarımlar yapabilmek için örneklem çapının geniş olması nedeniyle sadece 2003 yılı verileri kullanılabilir. Günümüze daha yakın olan yıllarda gerçekleştirilmiş olan Hanehalkı Bütçe Araştırmalarının örneklem çapları küçüktür. HBA dışında başka araştırmalardan elde edilen bazı değişkenler de gelir modellerinde açıklayıcı değişkenler olarak kullanılmıştır. Bu değişkenlerin de farklı dönemlere ilişkin değerleri kullanılmış olup zaman içinde değişmedikleri varsayılmıştır. Dolayısıyla hem araştırmadan hem de araştırma dışından kullanılan değişkenlerin günümüze yakın değerleri kullanılabilir. Bu çalışmada, daha güncel tahminler yapılabilir.

Güncel olan verilerle açıklanan gelir modelleri üzerinden bugünü daha iyi yansıtan sonuçlar elde edilebilir. Böylece mümkün olduğunca güncel olan verilere ulaşmak önemlidir. TÜİK'in yıllık HBA verileri 2003 yılı dışındaki yıllar için bölgesel düzeyde analizler yapmaya ve sonuç vermeye uygun değildir. Güncel küçük alan tahminleri üretebilmek için yıllık olarak bölgesel analizlere izin veren HBA verilerinin sunulabilmesi önerilebilir. Kullanılan değişkenler arasındaki zaman farklılığı mümkün olduğunca az olmalıdır. Birkaç yıl öncesinin gelir verilerinin zaman içinde sabit kaldığını varsaymak, fert ve hanehalkı geliri olgularının enflasyona oldukça maruz kaldığı düşünülürse, gerçekten de yanlış sonuç çıkarımlara götürebilmektedir.

Küçük alan tahminleri çalışılmaya açık bir alandır. Küçük alan tahmin yöntemleri, gözlem yetersizliği nedeniyle hassasiyetle kullanılmalıdır. Diyarbakır İstatistik Bölgesi iki ilden oluşan bir istatistik bölge olduğu için illerin tahmin değerleri bölge değerine yakındır. Daha fazla ilden oluşan bölgelerde ise küçük alan tahmin değerleri ile büyük alan değerleri arasında farklılık gözlenmesi beklenebilir.

5. KAYNAKLAR

Aşık, A., 2009. Diyarbakır İstatistik Bölgesi ve İlleri İçin Küçük Alan Tahminlerinin Hanehalkı Bütçe Araştırmasındaki Temel Değişkenlere Uygulanması, TÜİK Uzmanlık Tezi, Türkçe (Basılmamış).

Deliloğlu, R. A. S., 2001. Small Domain Estimation Techniques for Census and Survey Data, M.A. Thesis, Middle East Technical University, Department of Statistics.

DİE, 2004. İl Göstergeleri (1980-2003), Devlet İstatistik Enstitüsü Matbaası, Ankara.

DİE, 2002. 2000 Genel Nüfus Sayımı-Nüfusun Sosyal ve Ekonomik Nitelikleri, İl/Diyarbakır, Devlet İstatistik Enstitüsü Matbaası, Ankara.

DİE, 2002. 2000 Genel Nüfus Sayımı-Nüfusun Sosyal ve Ekonomik Nitelikleri, İl/Şanlıurfa, Devlet İstatistik Enstitüsü Matbaası, Ankara.

DPT, 2003. İllerin ve Bölgelerin Sosyoekonomik Gelişmişlik Sıralaması Araştırması, Yayın No: 2671.

Ericksen, E. P., 1973. A Method for Combining Sample Survey Data and Symptomatic Indicators to Obtain Population Estimates for Local Areas, *Demography*, 10, 137-160.

Ghosh, M. and Rao, J. N. K., 1994. Small Area Estimation: An Appraisal, *Statistical Science*, 9, 55-93.

Gonzalez, M. E., 1973. Use and Evaluation of Synthetic Estimates. 1973 Proceedings of the Social Statistics Section, American Statistical Association, 33-36.

Marker, D. A., 1999. Organization of Small Area Estimators Using a Generalized Linear Regression Framework, *Journal of Official Statistics*, 15(1), 1-24.

Özcan, C., 1991. Small Domain Estimation Techniques for Official Statistics Based on Sample Surveys. MS. Thesis in Middle East Technical University, Ankara.

Purcell, N. J. and Kish, L., 1979. Estimation for Small Domain. *Biometrics*, 35, 365-384.

Purcell, N. J. and Kish, L., 1980. Postcensal Estimates for Local Areas (or domains). *Internat. Statist. Rev.* 48, 3-18.

Rao, J. N. K., 2003. *Small Area Estimation*, John Wiley and Sons.

Sevinç, V., 1998. Küçük Alan Kestirim Teknikleri ve Bolu İli İşsizlik Oranının Kestirimi Üzerine Bir Uygulama. Master Tezi, Anadolu Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, İstatistik Ana Bilim Dalı.

Sevinç, V., 2008. Küçük Alan tahminlerinde Adımlı Oransal Ayarlama Tekniği ile Kategorik Veri Analizi. *AİBÜ-İİBF Ekonomik ve Sosyal Araştırmalar Dergisi*, Cilt: 4, Sayı: 8, Güz 2008, 4:27-43.

Sevinç, V., 2011. Yerel Alan Karakteristiklerine İlişkin Doğrudan ve Dolaylı Tahminlerin Elde Edilmesi. *İstatistik Araştırma Dergisi*, Cilt: 08, Sayı: 02, Ekim 2011.

Türkyılmaz, A. S., 2003. Estimation of Selected Demographic and Health Indicators for Provinces of Turkey from Census and Survey Data by using Small Area Estimation Techniques, Doktora Tezi, Hacettepe Üniversitesi Nüfus Etütleri Enstitüsü, Ankara.

Türkiye İstatistik Kurumu web sayfası: www.tuik.gov.tr.

INDIVIDUAL AND HOUSEHOLD LEVEL INCOME ESTIMATIONS FOR DİYARBAKIR AND ŞANLIURFA CITIES BY USING SMALL AREA ESTIMATION METHODS

ABSTRACT

In recent years the demand for reliable small area statistics has increased for developing regional policies from both public and private sector in several countries. Direct survey estimates for small areas yield unsuccessful estimates due to small sample sizes. Therefore, small area estimation methods have been developed in the literature. In this study, 'annual average individual income (total)' and 'annual average household disposable income' are estimated for Diyarbakır and Şanlıurfa, which are provinces in Statistical Region of Diyarbakır, by considering these two main variables in 2003 Household Budget Survey data and by employing synthetic estimation method and two different regression models. Using synthetic method and auxiliary variable of annual average individual income, small area estimations are given in specific age groups in Nuts-2 in Diyarbakır and Şanlıurfa provinces. It is seen that these estimations, produced by synthetic method and regression method, are close to annual average individual income and annual average household disposable income, estimated from the 2003 Household Budget Survey.

Keywords: Small area estimation, Regression method, Synthetic estimation.

QUANTILE REGRESYON PROBLEMİ OLARAK MODELLENEN ÇOK DEĞİŞKENLİ ÇOKLU REGRESYON MODELİNİN ÇOK AMAÇLI PROGRAMLAMA YÖNTEMLERİ İLE ÇÖZÜMÜ

İlkay ALTINDAĞ*

Nimet YAPICI PEHLİVAN**

ÖZET

Quantile Regresyon, basit doğrusal ve çoklu doğrusal regresyon analizinde kullanılan en küçük kareler yöntemine bir alternatif olarak geliştirilen ve daha kapsamlı bir regresyon görüntüsü sunmak amacıyla önerilen bir yöntemdir. Koenker ve Basett (1978) tarafından sunulan Quantile Regresyon, koşullu quantile fonksiyonlarının tahmin modeli için uygun bir yöntem sağlar. Bu çalışmada temel olarak çok değişkenli çoklu regresyon modeli Quantile Regresyon Problemi olarak ele alınmış ve çok amaçlı programlama problemi elde edilmiştir. Elde edilen problemin, çeşitli quantile değerleri için çok amaçlı programlama yöntemlerinden Global Kriter ve Stem Yöntemleri ile çözülmesi amaçlanmıştır.

Anahtar Kelimeler: Çok amaçlı programlama, Çok değişkenli çoklu regresyon, Global kriter yöntemi, Quantile regresyon, Stem yöntemi.

1. GİRİŞ

Regresyon Analizi bağımlı ve bağımsız değişkenler arasındaki fonksiyonel yapıyı oluşturmada kullanılır. Bu yapıyı oluşturmada regresyon modelindeki bilinmeyen parametrelerin tahmini oldukça önemlidir. Regresyon analizinde etkin olarak kullanılan En Küçük Kareler Yöntemi (EKK), hataların bağımsız olması, sıfır ortalamalı ve eşit varyanslı (σ^2) normal dağılıma uygunluk göstermesi durumunda optimal sonuçlar vermektedir. Özellikle normal dağılıma uygunluğun olmadığı durumlarda ve uç değerler olduğunda EKK yöntemi optimallikten çok uzaklaşmaktadır. Koenker ve Basett tarafından 1978 yılında önerilen Quantile Regresyon, koşullu quantile fonksiyonlarının tahmin modeli için uygun bir yöntem sağlar ve bu yöntem quantillere bağlı olarak regresyon katsayılarını belirler.

m bağımlı değişken (Y) ve p bağımsız değişken (X) arasındaki ilişkiyi inceleyen çok değişkenli çoklu regresyon modeli,

$$Y = X\beta + \varepsilon \quad (1)$$

biçiminde matris formunda yazılabilir. Eşitlik (1)'de, $Y : n \times m$ boyutlu bağımlı değişken matrisini, $X : n \times (p+1)$ boyutlu tasarım matrisini, $\beta : (p+1) \times m$ boyutlu regresyon katsayıları vektörünü ve $\varepsilon : n \times 1$ boyutlu hata matrisini göstermektedir. ε hata matrisinin, $E(\varepsilon) = 0$ ve $Var(\varepsilon) = \Sigma$ ile normal dağıldığı varsayılmaktadır (Johnson ve Wichern 1988).

* Arş. Gör., Selçuk Üniversitesi, Fen Fakültesi, İstatistik Bölümü, e-posta: altindag@selcuk.edu.tr

** Yrd. Doç. Dr., Selçuk Üniversitesi, Fen Fakültesi, İstatistik Bölümü, e-posta: nimet@selcuk.edu.tr

2. ÇOK DEĞİŞKENLİ ÇOKLU REGRESYON MODELİ İÇİN QUANTILE PROBLEMİ

Koenker ve Basett (1978) tarafından EKK yöntemine alternatif olarak önerilen Quantile Regresyon yöntemi, koşullu quantile fonksiyonlarının tahmin modeli için uygun bir yöntem sağlamaktadır. Quantile Regresyon, özellikle koşullu quantillerin değişkenlik gösterdiği durumlarda kullanışlıdır ve bu yöntem quantillere bağlı olarak regresyon katsayılarını belirler.

Quantile Regresyon aynı zamanda hem alt hem üst quantillerle ya da tüm quantillerle ilgilendiğinden $X = x$ verildiğinde Y 'nin koşullu dağılımının tam bir gösterimini sağlamaktadır (Koenker ve Hallock 2001, Chen 2005, Altındağ 2010).

Quantile Regresyon Yönteminde τ . regresyon quantili ($0 < \tau < 1$);

$$\text{Minimize}_{\beta \in \mathbb{R}^k} \left[\sum_{t \in \{t: y_t \geq x_t, b\}} \tau |y_t - x_t \beta| + \sum_{t \in \{t: y_t < x_t, b\}} (1 - \tau) |y_t - x_t \beta| \right] \quad (2)$$

eşitliğinin minimize edilmesiyle elde edilir. Eşitlik (2)'de, $\{y_t, t = 1, \dots, T\}$ bağımlı değişken, $\{x_t, t = 1, \dots, T\}$, $t \times k$ boyutlu tasarım matrisini ve β tahmin edilecek katsayı vektörünü göstermektedir (Koenker ve Basett, 1978).

Quantile Regresyon'da $\tau = 0.5$ alınması durumunda MINMAD problemi elde edilir. Yapıcı Pehlivan ve Apaydın (2003), çok değişkenli çoklu regresyon modelini MINMAD olarak modellemiş ve çok amaçlı programlama problemi elde etmişlerdir. Bu çalışmada ise, çok değişkenli çoklu MINMAD problemi temel alınarak çok değişkenli çoklu Quantile Regresyon problemi modellenerek,

$$\begin{aligned} \text{Minimize } Z_i &= \tau \sum_{j=1}^n u_{ij} + (1 - \tau) \sum_{j=1}^n v_{ij} \\ X \beta_i + u_i - v_i &= Y_i \\ u_i, v_i &\geq 0, \quad i = 1, 2, \dots, m \\ 0 &\leq \tau \leq 1 \\ \beta &\text{ işareti belirtilmemiş.} \end{aligned} \quad (3)$$

çok amaçlı programlama (ÇAP) problemi elde edilmiştir. Eşitlik (3)'te, β işareti belirtilmemiş değişkenleri $\beta' \geq 0$ ve $\beta'' \geq 0$ alınarak $(\beta' - \beta'')$ durumuna dönüştürülür. Çözüm sonucunda β' ve β'' değişkenlerinin optimum çözümü ve u_1, u_2, \dots, u_m ve v_1, v_2, \dots, v_m sapma değişkenleri elde edilecektir. u_i ve v_j sapma değişkenleri,

$$u_i = \begin{cases} Y_i - \hat{Y}_i, & Y_i - \hat{Y}_i \geq 0 \\ 0, & \text{diğer durumlarda} \end{cases} \quad v_i = \begin{cases} -(Y_i - \hat{Y}_i), & Y_i - \hat{Y}_i < 0 \\ 0, & \text{diğer durumlarda} \end{cases}$$

biçiminde ifade edilmektedir.

3. ÇOK AMAÇLI QUANTILE PROBLEMİ İÇİN GLOBAL KRİTER ve STEM YÖNTEMİ

Çok amaçlı programlama (ÇAP) probleminin matematiksel gösterimi,

$$\begin{aligned} & \text{Max} \left[\sum_{i=1}^n c_{1i} x_i, \sum_{i=1}^n c_{2i} x_i, \dots, \sum_{i=1}^n c_{ki} x_i \right] \\ & \sum_{i=1}^n a_{ij} x_j \leq b_i, \quad j = 1, 2, \dots, m \\ & x_i \geq 0, \quad i = 1, 2, \dots, n \end{aligned} \quad (4)$$

biçimindedir.

3.1 Global Kriter Yöntemi

Global kriter yöntemi, problemle ilgili kısıtlar ve amaçlar tanımlandıktan sonra, karar vericinin tercihleriyle ilgili bilgisine ihtiyaç duymayan yöntemlerden birisidir. Karar verici, klasik optimizasyon yöntemlerinde olduğu gibi yöntemin bulunduğu çözümün kabul edilebilir olduğunu varsayar.

Adım 1.

$$\begin{aligned} & \text{Max } f_j(x) = c^t x, \quad j = 1, 2, \dots, k \\ & Ax \leq b, \quad x \geq 0 \end{aligned} \quad (5)$$

problemlerinin mümkün ideal çözümleri f_j^* , $j = 1, 2, \dots, k$ elde edilir.

2.Adım: Bulunan ideal çözümler yardımıyla,

$$\begin{aligned} & \text{Minimize} \sum_{j=1}^k \left[\frac{f_j(x^*) - f_j(x)}{f_j(x^*)} \right]^a \\ & Ax \leq b, \quad x \geq 0 \end{aligned} \quad (6)$$

Eşitlik (6)'da, işlem kolaylığı sağlanması ve bir doğrusal programlama problemi elde etmek istenmesi nedeniyle $a=1$ alınmıştır. $a=2$ alınması durumunda, problem karesel programlama problemine dönüşmektedir. Problemlerinin mümkün ideal çözümleri f_j^* , $j = 1, 2, \dots, k$ elde edilir (Evren ve Ülengin, 1992).

3.2 Stem Yöntemi

STEP-metodu adıyla da bilinen bu yöntem iteratif bir çözüm sürecine dayanır. Her iterasyonda hesaplama aşaması, karar verme aşaması ve karar verici (KV) ile analist arasında bir diyalog aşaması vardır. STEM yönteminin adımları aşağıdaki gibidir:

Adım 1.

$$\begin{aligned} \text{Max } f_j(x) &= c^t x, \quad j=1,2,\dots,k \\ Ax &\leq b, \quad x \geq 0 \end{aligned} \quad (7)$$

problemlerinin mümkün ideal çözümleri f_j^* , $j=1,2,\dots,k$ elde edilir ve Tablo 1’de verilen alternatif çözümler tablosu oluşturulur.

Tablo 1. Alternatif Çözümler Tablosu

	f_1	f_2	...	f_j	...	f_k
f_1				z_{j1}		
f_2				z_{j2}		
\vdots				\vdots		
f_j				f_j^*		z_{jk}
\vdots				\vdots		
f_k				z_{jk}		

f_j^* : j .sütunun maksimum değerini, f_j^{\min} : j .sütunun minimum değerini göstermektedir. Lineer Programlama (LP) probleminin çözümü, ideal çözüm f_j^* en yakın gözükmetedir. Burada $X^m, Ax \leq b, x \geq 0$ ve $(m-1)$. iterasyonda ilave edilen kısıtları içermektedir.

Adım 2. m . iterasyonda,

$$\begin{aligned} \text{Min } \lambda & \\ (x,\lambda) & \\ \lambda &\geq f_j^* - f_j(x)\pi_j, \quad j=1,2,\dots,k \\ x &\in X^M \\ \lambda &\geq 0 \end{aligned} \quad (8)$$

LP probleminin çözümü, ideal çözüm f_j^* 'a en yakın gözükmetedir. π_j optimuma olan uzaklığın göreceli önemini verir ve

$$\pi_j = \frac{\alpha_j}{\sum_j \alpha_j} \quad (9)$$

eşitliğinden hesaplanır. Burada α_j ,

$$\alpha_j = \begin{cases} \frac{f_j^* - f_j^{\min}}{f_j^*} \left[\frac{1}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (c_{ji})^2}} \right] & \text{eğer } f_j^* > 0 \text{ ise} \\ \frac{f_j^{\min} - f_j^*}{f_j^{\min}} \left[\frac{1}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (c_{ji})^2}} \right] & \text{eğer } f_j^* \leq 0 \text{ ise} \end{cases} \quad (10)$$

dir.

Adım 3: Uzlaşık çözüm X^m , amaç vektörü f^m ile f_j^* karşılaştırmak üzere KV'ye sunulur. Eğer bazı amaçlar tatminkar ise ve diğerleri değilse, KV tatmin olunan amaç f_j^m den tatmin olunmayan amacın lehine fedakarlık yapmak zorundadır. Böylece, sonraki iterasyon için uygun bölge,

$$X^{M+1} = \begin{cases} X^M \\ f_j(x) \geq f_j(x^m) - \Delta f_j \\ f_j(x) \geq f_j(x^m); i \neq m, i = 1, 2, \dots \end{cases} \quad (11)$$

biçiminde oluşturulur. Tatmin olan amaca ait π_j ağırlığı sıfır alınır ve $(m+1)$. iterasyonun hesaplama aşaması başlar ve tatmin edici çözüme ulaşılan kadar işleme devam edilir (Evren ve Ülengin 1992).

4. UYGULAMA

Uygulamada, Rencher (2002)'den alınan kimyasal reaksiyon içeren bir deneye ilişkin sonuçlar uygulama verisi olarak kullanılmıştır. Bu verideki bağımlı değişkenler;

Y_1 : Değişmeyen başlangıç maddesinin yüzdesi

Y_2 : İstenen ürüne dönüştürme yüzdesi

Y_3 : İstenmeyen yan ürünün yüzdesi

Bağımsız değişkenler;

X_1 : Sıcaklık

X_2 : Konsantrasyon

X_3 : Zaman

olarak ele alınmıştır.

Global Kriter, Stem ve EKK yöntemleri ile çözüm sonucunda elde edilen tahmini değerlere ilişkin ortalama mutlak sapma (MAD) ve hata kareler ortalaması (MSE) değerleri karşılaştırılmış ve Tablo 2’de verilmiştir.

Tablo 2. Ortalama Mutlak Sapma ve Hata Kareler Ortalaması Değerleri

Tau (τ)	Global Kriter Yöntemi		Stem Yöntemi		En Küçük Kareler (EKK)		Global Kriter Yöntemi		Stem Yöntemi		En Küçük Kareler (EKK)		Global Kriter Yöntemi		Stem Yöntemi		En Küçük Kareler (EKK)	
	Y_1	Y_1	Y_1	Y_1	Y_1	Y_1	Y_2	Y_2	Y_2	Y_2	Y_2	Y_2	Y_3	Y_3	Y_3	Y_3	Y_3	Y_3
	MAD	MSE	MAD	MSE	MAD	MSE	MAD	MSE	MAD	MSE	MAD	MSE	MAD	MSE	MAD	MSE	MAD	MSE
0.10	4.42	31.77	4.42	31.77			5.11	46.87	3.06	15.62			3.88	26.43	3.14	20.62		
0.20	4.30	32.52	3.44	19.70			5.11	46.87	4.43	36.08			3.43	22.32	3.43	22.32		
0.25	3.84	25.91	1.70	5.35			3.07	16.16	3.09	16.37			3.38	21.63	3.38	21.63		
0.30	1.66	5.14	1.70	5.35			3.05	14.18	3.04	14.14			3.28	23.04	3.28	23.04		
0.40	1.55	4.69	1.70	5.35			2.92	16.73	2.92	14.83			3.11	21.49	3.02	20.79		
0.50	1.52	4.37	1.51	4.36	1.56	4.22	2.99	15.88	2.99	18.33	2.97	13.13	3.37	25.08	3.00	19.65	2.89	12.17
0.60	1.53	4.44	1.53	4.34			3.07	17.47	3.18	20.38			4.07	30.96	4.07	30.96		
0.70	1.85	7.13	1.85	7.13			3.34	23.58	3.09	17.01			4.14	31.78	3.82	25.95		
0.75	2.03	8.32	1.85	7.13			3.61	27.35	3.67	26.03			4.17	32.13	4.17	32.13		
0.80	2.11	9.72	2.21	9.83			3.61	27.35	3.67	25.96			5.18	47.52	3.16	21.95		
0.90	2.95	17.66	2.29	10.54			4.99	44.33	4.60	34.79			7.45	83.53	7.81	87.76		

5. TARTIŞMA ve SONUÇ

Bütün regresyon modellerinde olduğu gibi, çok değişkenli çoklu regresyon modellemesinde amaç, e_i hatalarını minimum yapacak şekilde β_i parametrelerinin tahmin edilmesidir. Bu nedenle, çok değişkenli çoklu regresyon modelinde hataların minimum yapılması amaçlanmış ve çözüm için Quantile Regresyon yaklaşımı önerilmiştir. Önerilen yaklaşımda Quantile Regresyon temeline dayanan çok amaçlı programlama problemi elde edilmiştir. Elde edilen (ÇAP) çözümü için Global Kriter ve Stem Yöntemleri Kullanılmıştır.

En küçük kareler yöntemi, $\hat{\beta}_i$ regresyon parametresi tahmin edicilerini, hata kareler toplamını minimum yapacak şekilde hesaplamaya dayanmaktadır. Alternatif olarak önerilen Quantile Regresyon ise, hataların mutlak değerlerinin toplamını minimum yapma esasına dayanmaktadır. Uygulamada, çeşitli quantile değerleri için çok amaçlı programlama yöntemlerinden Global Kriter ve Stem Yöntemleri ile çözüm yapılmıştır.

Global Kriter, Stem, EKK yöntemi sonuçlarına göre Tablo 2 incelendiğinde;

Y_1 bağımlı değişkeni için,

- ✓ MSE kriterine göre en küçük değer (4.360), $\tau = 0.50$ için Stem yönteminden elde edilmiştir.
- ✓ MAD kriterine göre en küçük değer (1.517), $\tau = 0.50$ için Stem yönteminden elde edilmiştir.

Y_2 bağımlı değişkeni için,

- ✓ MSE kriterine göre en küçük değer (13.129), EKK yönteminden elde edilmiştir.
- ✓ MAD kriterine göre en küçük değer (2.917), $\tau = 0.40$ için Stem yönteminden elde edilmiştir.

Y_3 bağımlı değişkeni için,

- ✓ MSE kriterine göre en küçük değer (2.893), EKK yönteminden elde edilmiştir.
- ✓ MAD kriterine göre en küçük değer (12.168), EKK yönteminden elde edilmiştir.

Çözüm sonuçlarına ilişkin Tablo 2’de verilen MSE ve MAD değerleri incelendiğinde, en küçük MSE ve MAD değerlerinin $\tau=0.50$ değeri civarında elde edildiği görülmektedir.

6. KAYNAKLAR

Altındağ, İ., 2010. Quantile Regresyon ve Bir Uygulama. Selçuk Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, İstatistik Anabilim Dalı, Yüksek Lisans Tezi, Konya.

Arthanari, T. S., Dodge Y., 1981. Mathematical Programming in Statistics. New York.

Chen, L., 2005. An Introduction to Quantile Regression and the QUANTREG Procedure. Statistics and Data Analysis, pp. 213- 230.

Evren R., Ülengin, F., 1992. Yönetimde Çok Amaçlı Karar Verme. İTÜ Yayınları, İstanbul.

Johnson, R. A., Wichern D. W., 1988. Applied Multivariate Statistical Analysis. Prentice-Hall, USA.

Gilchrist, W. G., 2000. Statistical Modelling with Quantile Functions. Florida: Chapman & Hall/Crc.

Koenker R., Bassett, G., 1978. “Regression Quantiles”, Econometrica, Vol. 46, No.1.

Koenker R., Hallock, K., F., 2001. Quantile Regression, Journal of Economic Perspectives. Volume 15, Number 4, pp. 143-156.

Koenker, R., 2005. Quantile Regression. Cambridge University Press, USA.

Portnoy, S., Koenker, R., 1989. Adaptive L Estimation for Linear Models. The Annals of Statistics, Vol. 17, No. 1.

Rencher, A. C., 2002. Methods of Multivariate Analysis. John Willey and Sons, Inc.

Saçaklı, İ., 2002. Kantil Regresyon ve Alternatif Modelleri ile Karşılaştırılması. Marmara Üniversitesi, Sosyal Bilimler Enstitüsü, Yüksek Lisans Tezi, İstanbul.

Serper, Ö., 1996. Uygulamalı İstatistik I., 3. Basım, İstanbul: Filiz Kitapevi.

Yapıcı, Pehlivan, N., Apaydın, A., 2003. Çok Değişkenli Regresyon Modelinin Minmad Problemi Olarak Modellenmesi ve Global Kriter Yöntemi ile Çözümü. İstatistik Araştırma Dergisi, Cilt 2, No 2, Ankara.

MULTI OBJECTIVE PROGRAMMING METHODS FOR SOLVING MULTIVARIATE MULTIPLE REGRESSION MODELLED AS QUANTILE REGRESSION PROBLEM

ABSTRACT

Quantile Regression has been advanced as an alternative to the least squares method which is used for simple and multiple linear regression analysis and is proposed in order to present a comprehensive regression image. Quantile Regression, proposed by Koenker and Basett (1978), provides an appropriate method for the estimation model of conditional quantile functions. This study mainly considered multivariate multiple regression model as a quantile regression problem and obtained a multi objective program problem. The obtained problem is aimed to be solved for various quantile values by Global Criteria and Stem Methods, which are among the multi objective program methods.

Keywords: Multi objective program, Multivariate multiple regression, Global Criteria Method, Quantile regression, Stem Method.

BROILER HOUSE PERFORMANCE ANALYSIS AND CHICK ENTRANCE PLANNING FOR A BROILER CHICKEN INTEGRATION

Benhür SATIR* Gonca YILDIRIM** Ömer KIRCA***

ABSTRACT

Increasing rates of chicken meat production has a substantial impact on the Turkish economy. Per capita production in Turkey is close to the average production of the top 20 countries in the world. The production is done by integrated organizations, incorporating an integrator chicken company affiliated with all aspects of the production in an organization. There are many complicated processes, stages and parties involved in a typical integration, bringing with them many interesting problems. In this paper, we focus on tactical and operational decisions required during the broiler growing stage, motivated by the requirements of a moderate-sized integrator in the Marmara Region of Turkey. We use analysis of variance to compare the performances of available broiler houses, and to find the factors affecting the performance measures. Then, we present a mixed-integer linear program which uses the results of our performance analysis to find the least costly set of broiler houses with which the integrator should work, and the chick entrance times into these houses over a planning period.

Keywords: Analysis of variance, Broiler chicken production, Mixed-integer linear program, Performance analysis.

1. INTRODUCTION

Indigenous chicken meat production (CMP) is a growing industry in the world. According to the United Nations Food and Agriculture Organization, the chicken meat production in 2011 is 89,553,298 tons, up 53% from its value in 2000 (see FAOSTAT, 2012). According to the same source, Turkey ranks ninth in the world with 1,618,350 tons in 2011, up 155% from its value in 2000. Considering the production quantity with respect to population (see Haupt et al., 2011), Turkey produced approximately 21.87 kilograms indigenous chicken meat per capita in 2011. This quantity is not statistically different from the per capita average of the top 20 producer countries at a significance level of 0.05.

Worldwide, the poultry industry has gradually become vertically integrated starting in 1940s. All aspects of the production are nowadays operated by or affiliated with a chicken company. The chicken company is called an "integrator" and is affiliated with all of the following: feed mill (producing the chicken feed), breeding farms (producing fertile eggs), hatchery (producing chicks), broiler house (or growing farm, which grows the broilers, i.e., young chicken grown for its meat), processing plant (or slaughterhouse, which produces and markets the chicken meat), warehouse, distribution center, and veterinary services. In this respect, the broiler production is a complicated system.

*Asst. Prof. Dr., Çankaya University, Department of Industrial Engineering, Ankara, e-mail: benhur@cankaya.edu.tr

**Instructor Dr., Çankaya University, Department of Industrial Engineering, Ankara, e-mail: goncayildirim@cankaya.edu.tr

***Prof. Dr., Middle East Technical University, Department of Industrial Engineering, Ankara, e-mail: kirca@metu.edu.tr

Similar to common practice worldwide, indigenous chicken meat production is mostly done by integrated private broiler organizations in Turkey. Due to the large scope of the system, almost none of the existing broiler chicken integrators operates the broiler houses by themselves. In general, broiler house owners are private entrepreneurs who grow the broilers on behalf of the integrator, and supply broilers to the processing plant. In return, the integrator pays the broiler house owner, depending on three performance measures: mean live weight, feed consumption, and the death rate of the broilers supplied. These performance measures, and hence, the resulting payment are important drivers in generating profits for the overall integrated system. Therefore, identifying factors effective on these performance measures may help the integrator make better tactical decisions.

There exist several studies in the literature, which consider the performance analysis and profitability in the poultry industry. Sariözkan et al. (2009) investigate the effects of some input factors (stocking density, dietary energy level and carnitine supplementation) on some output factors (performance, total costs, egg selling prices and profit) for a specific race of laying hens using analysis of variance (ANOVA). Çiçek et al. (2009) build a regression model with profit as the dependent variable and several independent variables for developing a decision support tool in commercial egg production. These studies focus on the performance analysis of the egg production rather than the meat production system. Tesseraud et al. (2003) study the effects of dietary protein supply on muscle development in chickens, and find that higher protein diet causes faster growth, less feed consumption, lower feed conversion ratio, and higher muscle weights. In our study, we take the death rate of broilers into account (along with the mean live weight and feed consumption) that contribute to the overall performance of a broiler house.

In addition to determining the factors that may be effective on the performance measures of a broiler house, the integrator has to decide on which broiler houses to work with, and plan chick entrance to these houses over a planning horizon. "Chick entrance" is a term used to indicate acceptance of a particular flock of chicks into the broiler house. These decisions depend on the payment amount as well as other factors related with the nature and requirements of growing broilers. On the average, a broiler is slaughtered at the age of 42 days (six weeks). Considering the additional time required to clean the broiler house and prepare it for the next chick entrance, the broiler house is occupied for about eight weeks by a particular flock. Slaughtering is an ongoing process that has to be continuously supplied with the broilers. Therefore, the total number of chicks that the integrator has in the broiler houses is about 50 times of the daily slaughtering quantity, which makes some millions for a moderate-sized integration. In this respect, an integrator needs an operational model that can aid in choosing an efficient set of broiler houses, and planning entrance of the chicks into these broiler houses (see Taube-Netto (1996) for operations research and management science applications in the poultry industry).

In the following section, we describe our related methodology and mathematical models. In Section 3, we present the results of our experiments, and finally conclude with a summary and possible future work in Section 4.

2. MATHEMATICAL MODELS

In our study, we focus on tactical and operational decisions required during the broiler growing stage, based on the operations and requirements of a moderate-sized integrated

broiler organization located in the Marmara Region of Turkey. This particular broiler integration has a processing capacity of 50,000 chickens per day, and serves markets throughout Turkey.

In the first subsection we consider a two-way analysis of variance (two-way ANOVA) for the performance analysis of several broiler houses, which may supply the integrator. In the second subsection, we provide a mixed-integer linear programming model that uses the results of the ANOVA along with other inputs to select the least costly set of broiler houses and to determine the chick entrance schedules into the selected houses over a planning period.

2.1 Two-Way ANOVA for Unbalanced Data with All Cells Filled

We consider a two-way ANOVA model with factors (geographical) region and chick type, as proposed by the integrator, in order to check for the existence of their effects on a broiler house's performance measures. We consider three performance measures for a broiler house: (i) mean live weight (MLW), (ii) food conversion ratio (FCR), and (iii) death percentage rate (DPR). These performance measures not only determine the payment amount of the integrator to the broiler house, but also affect the overall efficiency of the integrated organization.

There exist 14 regions from which the integrator may select broiler houses for the chicks. In other words, the first factor has 14 levels. Chicks can be either domestically produced (in-house production) within the integration or acquired from the chick market, defining the two levels of the second factor in the analysis. As a result, there are 28 treatments. A total of 1,907 records for chick entrances into broiler houses are summarized in Table 1.

Table 1. Sample sizes for treatments in two-way ANOVA (number of past entrances into broiler houses according to region and chick type)

Region	Acquired	In-House	Region totals
Adapazarı	58	113	171
Akçakoca	76	129	205
Akyazı	123	199	322
Düzce	112	180	292
Ferizli	16	19	35
Hendek	17	16	33
İstanbul	4	3	7
Kandıra	24	31	55
Karapürçek	19	19	38
Karasu	70	162	232
Kaynarca	103	174	277
Kocaeli	19	61	80
Söğütlü	13	20	33
Yığılca	57	70	127
Chick type totals	711	1,196	1,907

However, each treatment has unequal number of observations, $n_{ij} > 0$. In other words, we have unbalanced data with all cells filled (see the preliminary work of Yates (1934), a survey of two-way unbalanced models by Fujikoshi (1993), Shaw and Mitchell-Olds (1993), and book of Searle (1997) for more information). We apply a two-way ANOVA

using general linear models for unbalanced data sets. The model we use is given in equation (1).

$$y_{ijk} = \mu + \tau_i + \beta_j + \gamma_{ij} + \varepsilon_{ijk} \quad (1)$$

In equation (1), y_{ijk} represents the performance measure of a broiler house k at treatment cell (i, j) , $i = 1, \dots, 14, j = 1, 2$. We note that the model in equation (1) is assumed for each of the three dependent variables (performance measures: MLW, FCR, and DPR). In this model, μ denotes the overall mean, τ_i is the effect due to region i , β_j is the effect due to chick type j , and γ_{ij} corresponds to the interaction effect of the two factors. Here, the interaction effects are included in the model since it may be possible to have an interaction between a chick type and the region in which this particular type of chick is grown. Finally, ε_{ijk} is the error term having a normal distribution with zero mean and variance σ^2 .

The results of ANOVA will help the integrator understand the effects of region and chick type on the performance measures (i.e., MLW, FCR, and DPR) for each broiler house. The integrator will be able to make better decisions about which types of chicks to grow, which broiler houses to work with, or at least, in which regions the agreement should continue or terminate.

2.2 A Mathematical Programming Model for Chick Entrance Planning

Once the effects of the region and chick type on the performance measures of a broiler house are understood, and it becomes clear whether there are differences in the performances of the broiler houses, the integrator will need to plan the chick entrances. In particular, the integrator has to decide on which particular set of broiler houses to work with in order to meet a pre-specified demand quantity of broilers over a planning period.

Assuming that the ANOVA results yield a plausible set of broiler houses (H indexed by i), and a planning period (T indexed by t), (estimated as eight weeks due to occupation time of a broiler house by a certain flock), the integrator needs an operational decision support tool to plan a cost-effective chick entrance into a set of broiler houses that will be selected from the set, H , and at certain time periods during T . We index the performance measure parameters, MLW, FCR, and DPR, for each broiler house $i \in H$. We formulate a mathematical programming model, which minimizes the total cost of chick entrance into the broiler houses as follows:

$$\min z = \sum_{t \in T} \sum_{i \in H} S y_{it} + C x_{it} + (MLW_i \times FCR_i \times F) x_{it} + p_{it} \quad (2)$$

s.t.

$$p_{it} = (MLW_i \times W) x_{it} + MLW_i(2 - FCR_i) O x_{it} + (0.06 - DPR_i) M x_{it} \quad \forall i, t \quad (3)$$

$$\sum_{t \in T} y_{it} \leq 1 \quad \forall i \quad (4)$$

$$\sum_{i \in H} x_{it} \geq D_t \quad \forall t \quad (5)$$

$$x_{it} \leq K_i y_{it} \quad \forall i, t \quad (6)$$

$$y_{it} \leq \sum_{k=1}^t A_{ik} \quad \forall i, t \quad (7)$$

$$p_{it} \geq 0, x_{it} \geq 0, y_{it} \in \{0, 1\} \quad \forall i, t \quad (8)$$

The integrator's decision variables are: x_{it} , the number of chicks to enter in a broiler house i at week t ; y_{it} , the binary variable that takes a value of one if chick entrance occurs into broiler house i at week t , and zero otherwise. The mathematical program is a mixed-integer linear program due to the nature of the decision variables given in constraint sets (8).

Once the integrator decides to work with a particular broiler house, i , initiating the chick entrance into this particular broiler house at time t , the integrator incurs a fixed cost, S , for administrative and other similar setup related items. The integrator has to pay for the chicks that will be entering the broiler house, at a unit cost of C per chick, as well as their feed. The latter cost is calculated based on the quantity of broilers weighted by the product of the mean live weight and the food conversion ratio that estimates the required feed, multiplied by the unit feed cost, F .

In addition, the integrator has to pay the broiler house for the broilers received from them. As we noted in Section1, the integrator's payment to a broiler house depends on three (realized) performance measures: mean live weights, feed consumption, and death rate of the broilers. The integrator has to pay a unit price of W per kilogram of live weight per broiler, a premium/penalty of O per kilogram feed per broiler for deviation from a pre-specified FCR of two (a commonly accepted level of feed conversion ratio), and a premium/penalty of M per kilogram chick for deviation from a pre-specified DRP of six percent (a commonly accepted death percentage rate). The total payment of the integrator to a particular broiler house at a specific entrance week, p_{it} , is given by the sum of the payments based on these performance measures as in equation (3). The cost of working with a particular broiler house for a chick entrance, c_{it} , is given in equation (2), and is the sum of all of the costs we mentioned. Summed over all broiler houses and all chick entrance weeks, the integrator's total cost is the objective function given in equation (1).

The constraint set in (4) ensures that each broiler house can be used at most once during the planning period, i.e., at most one chick entrance can be made into that particular broiler house during the planning period. The quantity of broilers required at each week, D_t , must be satisfied as provided in constraint set (5) while the weekly capacity of each broiler house, K_i must not be exceeded as enforced in constraint set (6). The constraint set in (7) is to ensure availability of the broiler houses over time. A_{it} is an indicator parameter that takes a value of one if broiler house i is available in week t , and zero otherwise. Broiler houses are considered to be available for all weeks after the first available week. In reality, if a particular broiler house is unoccupied for a period, the broiler house owner may sign a contract with another integration. However, this is very uncommon in the industry due to small planning period length of eight weeks, and hence, this constraint can be assumed to hold.

Our mathematical programming model for the chick entrance planning is a relaxation of the integer knapsack problem, i.e., we relax the integrality of the decision variables. The

knapsack problem is described as follows: given a set of items of different values and volumes, find the most valuable set of items that fit in a knapsack of fixed volume. In our problem, chicks can be treated as items; values of items are the costs of entrances, which depend on the performance measures. In this respect, we fill available broiler houses with the chicks while minimizing the total cost. A larger-scale of this model is provided by Satır (2003).

3. NUMERICAL RESULTS

In this section, we first present our experiments and their results for the performance analysis of the broiler houses. Next, we will discuss our experiment for the chick entrance planning.

We used Minitab (version 15) to conduct the statistical analysis. We summarize the results of the two-way ANOVA in Tables 2, 3 and 4. Note that we transformed the performance variable, FCR, by using Box-Cox transformation with $\lambda = -3$, and, DPR, by using the natural logarithm to ensure that assumptions are satisfied.

Table 2. ANOVA results for MLW

Source	DF	Seq SS	Adj SS	Adj MS	F	p
Region	13	2.831	2.599	0.218	4.32	0.000
Chick Type	1	0.081	0.013	0.081	0.28	0.186
Region*Chick Type	13	0.596	0.596	0.046	0.99	0.458
Error	1,879	86.972	86.972	0.046		
Total	1,906	90.480				

Table 3. ANOVA results for FCR⁻³

Source	DF	Seq SS	Adj SS	Adj MS	F	p
Region	13	0.054	0.044	0.004	2.86	0.000
Chick Type	1	0.000	0.003	0.000	0.25	0.619
Region*Chick Type	13	0.016	0.016	0.001	0.86	0.601
Error	1,879	2.729	2.729	0.001		
Total	1,906	2.800				

Table 4. ANOVA results for ln DPR

Source	DF	Seq SS	Adj SS	Adj MS	F	p
Region	13	57.164	50.551	4.397	12.07	0.000
Chick Type	1	0.006	1.921	0.006	0.02	0.898
Region*Chick Type	13	5.387	5.387	0.414	1.14	0.322
Error	1,879	684.703	684.703	0.364		
Total	1,906	747.260				

Based on a significance level of 0.01, we fail to reject the null hypothesis for the interaction and the main effect due to chick type, whereas we reject the null hypothesis for the main effect due to region at each performance measure. Therefore, it is clear that the region has a non-negligible effect on the performance measures. We present the estimates of the region effects and the overall means in Table 5.

Table 5. Estimates of the region effects and overall means

Region	τ_i for MLW	τ_i for FCR ³	τ_i for ln DPR
Adapazarı	0.03	-0.05	-2.33
Akçakoca	-0.03	0.01	0.05
Akyazı	-0.01	0.01	-0.38
Düzce	0.06	-0.01	0.58
Ferizli	0.00	-0.11	-2.64
Hendek	0.04	0.02	0.12
İstanbul	0.17	0.18	7.35
Kandıra	-0.02	0.01	-0.36
Karapürçek	-0.05	-0.04	0.77
Karasu	0.03	-0.02	-1.25
Kaynarca	-0.05	0.02	1.76
Kocaeli	-0.04	0.06	-0.30
Söğütü	-0.01	-0.01	-0.41
Yığılca	0.00	0.01	1.64
Overall means	1.91	1.99	8.08

We note that a positive τ_i affects the performance measures FCR and DPR in a negative way, i.e., reduces the performance, whereas it improves MLW. Table 6 lists the signs of the region effect that lead to better performance for each of the measures.

Table 6. Signs of the region effect estimate leading to better performance

Region	τ_i for MLW	τ_i for FCR ³	τ_i for ln DPR
Adapazarı	+	+	+
Akçakoca	-	-	-
Akyazı	-	-	+
Düzce	+	+	-
Ferizli	-	+	+
Hendek	+	-	-
İstanbul	+	-	-
Kandıra	-	-	+
Karapürçek	-	+	-
Karasu	+	+	+
Kaynarca	-	-	-
Kocaeli	-	-	+
Söğütü	-	+	+
Yığılca	+	-	-

From Tables 5 and 6, it can be seen that the integration is better off working with the broiler houses in regions Karasu and Adapazarı, and worse off working with those in regions Akçakoca and Kaynarca. Decisions about other regions need expert opinion. As a result, we remove broiler houses in Akçakoca and Kaynarca regions from the available set of 14 broiler houses. The remaining regions are used in planning the chick entrance to broiler houses in our mathematical programming model. Figures 1 and 2 show that the residuals are approximately normally distributed, and Figures 3(a)-(c) display no pattern or structure supporting the constant variance assumption.

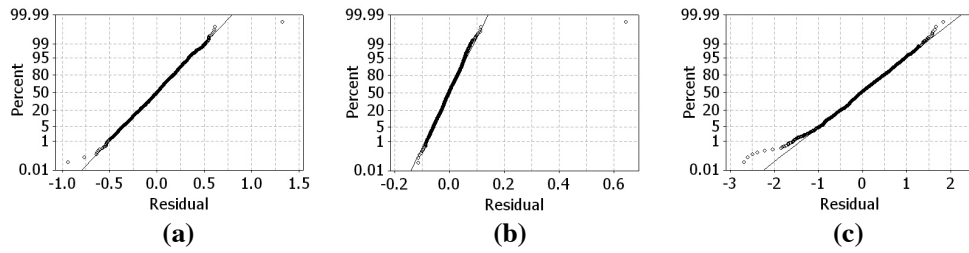


Figure 1. Normal plot of residuals for (a) MLW, (b) FCR^{-3} , (c) $\ln DPR$

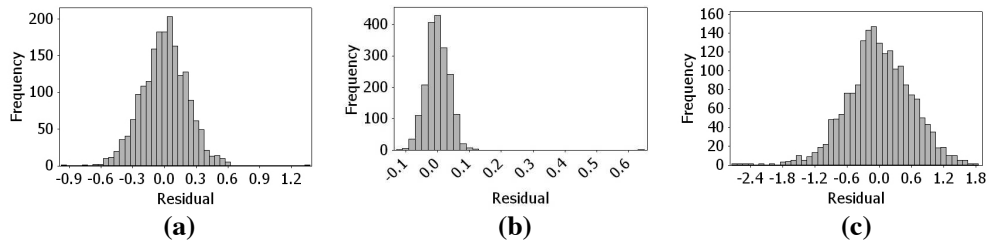


Figure 2. Histogram of residuals for (a) MLW, (b) FCR^{-3} , (c) $\ln DPR$

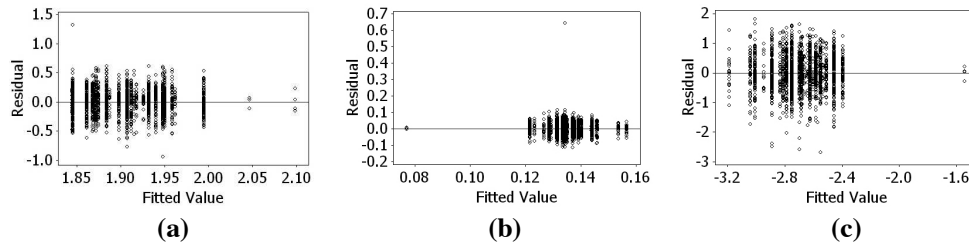


Figure 3. Residuals versus fitted values for (a) MLW, (b) FCR^{-3} , (c) $\ln DPR$

Since the mathematical model given in Subsection 2.2 is a relaxation of the knapsack problem, the broiler houses are filled from the “best” to the “worst”. The term “best” defines the production of broilers from chicks by the broiler house owner at minimum cost according to the integration’s perspective. The term “worst” has the opposite meaning. As a result, at most one broiler house may be used fractionally, and the rest of the broiler houses will be filled to their maximum capacity. Our mathematical model includes 5,977 variables, and 6,134 equations based on the data provided by the integration. We solved the mathematical model using GAMS (version 2.01) modeling system, and the solution yielded an objective function value, i.e., total cost of more than 5 million Turkish Liras with a plan for the chick entrances to a set of broiler houses. Due to space limitation and confidentiality requirements of the integrator, we will not be presenting the outputs of the solution.

4. CONCLUSION

The poultry industry, in general, is vertically integrated, i.e., an integrator firm is affiliated with every aspect of the production. This is also the case in Turkey. Due to

complicated processes, many stages and parties involved in a typical integration, there is a need for analytical models to identify opportunities to improve the integration. In this study, we focused on the broiler chicken production, in which an integrator works with one or more broiler houses for the production of broilers over a planning horizon. The performance, and hence the payment, of the integrator for the services of a broiler house depends on three criteria: mean live weight, food conversion ratio, and death percentage rate. The overall performance and profitability of the integration also depends on these criteria. In this study, we focused on the selection of which broiler houses to work with based on performance analysis by using ANOVA, and planning the entrance of chicks to the selected broiler houses in the most economical way by using mathematical programming. We worked with an integrator in the Marmara Region of Turkey, which supplied data for this study.

As a result of ANOVA, we were able to identify that the region of a broiler house has a significant effect on the performance measures. The veterinarians that serve the broiler houses in the selected regions also agreed with the ANOVA results, confirming the results of our study. In the second part of our study, we provided an operational model that uses the plausible set of broiler houses obtained from the former part of this study to help the integrator select the least costly set of broiler houses for chick entrance over a finite planning period.

We discussed the solution obtained from our mixed-integer linear program with the relevant parties in the integration. Even though other omitted factors may play a role in the selection of the broiler houses to work with (for instance, historical business relationships between the integrator and particular broiler houses, unplanned workforce problems, etc.), our model produced results that are agreed on by the integrator as viable and efficient.

For possible future work, more factors can be included in a larger-sized ANOVA study. For instance, races of chicks, qualifications of the labors working in the broiler house, quality of the feed, quality of the veterinary services due to hiring and firing, availability of vaccines, etc., are other factors that we can consider, which will enrich and improve the credibility of the analysis, as well as providing a better input for our mathematical program.

5. REFERENCES

Çiçek, H., Günlü, A., Tandoğan, M., 2009. A study on determination of factors affecting profits with quantitative models in commercial egg production. Ankara Üniversitesi Veterinerlik Fakültesi Dergisi, 56, 313–316.

FAOSTAT , 2013. Retrieved from http://faostat3.fao.org/home/index.html#VISUALIZE_TOP_20.

Fujikoshi, Y., 1993. Two-way ANOVA models with unbalanced data. Discrete Mathematics, 116, 315–334.

Haupt, A., Kane, T. T., Haub, C., 2011. PBR's population handbook. Retrieved from <http://www.prb.org/pdf11/prb-population-handbook-2011.pdf>.

Sarıözkan, S., Güçlü, B. K., İşcan, K. M., 2009. Yumurta tavuklarında yerleşim sıklığı, rasyon enerji düzeyi ve rasyona karnitin ilavesinin teknik ve ekonomik açıdan

- değerlendirilmesi. Ankara Üniversitesi Veterinerlik Fakültesi Dergisi, 56, 283–288.
- Satır, B., 2003. A general production and financial planning model for integrated poultry organizations. Technical report. Middle East Technical University, Ankara, Turkey.
- Searle, S. R., 1987. Linear models for unbalanced data. Wiley series in probability and mathematical statistics: Applied probability and statistics. Wiley.
- Shaw, R. G., Mitchell-Olds, T., 1993. Anova for unbalanced data: An overview. Ecology, 74(6), 1638–1645.
- Taube-Netto, M., 1996. Integrated planning for poultry production at Sadia. Interfaces, 26(1), 38–53.
- Tesseraud, S., Pym, R., Le Bihan-Duval, E., Duclos, M., 2003. Response of broilers selected on carcass quality to dietary protein supply: Live performance, muscle development, and circulating insulin-like growth factors (IGF-I and-II). Poultry Science, 82(6), 1011–1016.
- Yates, F., 1934. The analysis of multiple classifications with unequal numbers in the different classes. Journal of the American Statistical Association, 29, 52–66.

BİR BROYLER TAVUK ENTEGRASYONU İÇİN KÜMES PERFORMANS ANALİZİ VE CİVCİV GİRİŞİ PLANLAMASI

ÖZET

Artan broiler tavuk üretimi Türkiye ekonomisi üzerinde önemli bir etkiye sahiptir. Türkiye'deki kişi başına düşen tavuk eti üretimi dünya sıralamasındaki ilk 20 ülkenin ortalama üretimine çok yakındır. Üretim birleşik organizasyonlar tarafından yapılmakta olup, entegrasyonunun başında üretimin her safhasıyla bağlantılı olan bir tavuk işletmecisi bulunmaktadır. Bir entegrasyonda birçok karmaşık süreç, evre ve grup bulunmakta olup, bunlar beraberlerinde çok sayıda ilginç problem getirmektedir. Bu çalışmada, Türkiye'nin Marmara Bölgesinde yer alan orta büyüklükteki bir tavuk işletmecisinin gereksinimlerinden yola çıkarak, piliç yetiştirme evresindeki taktik ve işletme planları ele alındı. Varyans analizini kullanarak, mevcut kümeslerin performansları karşılaştırıldı ve performans ölçütlerini etkileyen faktörleri belirlendi. Daha sonra, bu performans analizi çalışmasının sonuçlarını kullanan bir tamsayılı doğrusal programlama modeli ile planlama çevreninde tavuk işletmecisinin en ucuz maliyetle birlikte çalışabileceği kümes işletmeleri belirlendi ve bu kümeslere cıvciv girişlerinin planlaması yapıldı.

Anahtar Kelimeler: Varyans analizi, Broiler tavuk üretimi, Tamsayılı doğrusal programlama, Performans analizi.

BAZI EKONOMİK DEĞİŞKENLER AÇISINDAN ÜLKELERİN GELİŞMİŞLİK SIRALAMALARINDAKİ DEĞİŞİMİNİN İNCELENMESİ

Taner TUNÇ* Yüksel ÖNER** Kamil ALAKUŞ*** Seval AKSOY****

ÖZET

Bu çalışmada Avrupa Birliği'ne üye ve üyeliğe aday 34 ülkenin Dünya Gelişmişlik Göstergeleri (WDI) kapsamında bulunan bazı ekonomik değişkenleri kullanarak ülkelerin bu değişkenler yönünden 2000, 2005, 2007 yıllarındaki durumları incelenmiştir. Araştırmada kullanılan veriler data.worldbank.org internet adresinden elde edilmiştir. Buna göre söz konusu yıllarda tüm ülkeler için ölçülmüş olan değişkenlerle çok değişkenli istatistiksel analizler yapılmıştır.

Anahtar Kelimeler: Avrupa Birliği, Faktör analizi, Faktör döndürme, Temel bileşenler.

1. GİRİŞ

Faktör analizi, veri analizi ve kestirim yöntemleri içinde bilime, bilimsel araştırmaya ve analize en yakın ve en uygun olan istatistiksel yöntemlerden biridir. Faktör Analizi çok sayıda değişken arasındaki ortaklaşa ilişkiyi anlamlı ve özet bir şekilde açıklamak üzere geliştirilen bir takım tekniklere verilen genel addır. Tek bir değişkeni ölçmek için anket geliştirmede kullanılabilirdiği gibi, özgün bilgiyi olabildiğince korumak suretiyle veri setini azaltarak birbirinden bağımsız değişkenler oluşturmada kullanılır. Ayrıca doğrudan ölçülemeyen gizil değişkenlerin de ortaya çıkarılmasını sağlayan bir yöntemdir.

Faktör analizi (FA) psikolojide ilk önce zeka testlerinin analizi için kullanılmıştır. Spearman ve Thurstone ise FA'yı "zeka" kavramını anlamak ve açıklayabilmek için kullanmışlardır. Daha sonraları, insan davranışı ve yeteneklerinin psikolojik nedenleri gibi doğrudan ölçülemeyen gizli değişkenleri matematiksel modellerle açıklamak ve kestirmek için uygulanmış ve başarılı sonuçlar elde edilmiştir.

Son yıllarda bilgisayarların devreye girmesi Faktör Analizinde yeni kavram ve tekniklerin geliştirilmesini arttırmış ve bu analizin sadece psikolojide değil, diğer bilim dallarında da oldukça yaygın bir şekilde uygulanmasını kolaylaştırmıştır. Özellikle Sosyal Bilimler, Eğitim Bilimleri, Tıp, Psikoloji, Sosyoloji gibi alanlarda birimlerin birbirleriyle ilişkili çok sayıda özellikleri arasından, birlikte ele alınabilen birbirleriyle ilişkisiz fakat bir oluşumu açıklamakta yararlanılabilecek olanları bir araya toplayarak

*Yrd.Doç.Dr., Ondokuz Mayıs Üniversitesi, Fen-Edebiyat Fakültesi, İstatistik Bölümü, Samsun, e-posta: ytunc@omu.edu.tr

**Yrd.Doç.Dr., Ondokuz Mayıs Üniversitesi, Fen-Edebiyat Fakültesi, İstatistik Bölümü, Samsun, e-posta: yoner@omu.edu.tr

***Doç.Dr., Ondokuz Mayıs Üniversitesi, Fen-Edebiyat Fakültesi, İstatistik Bölümü, Samsun, e-posta: kamilal@omu.edu.tr

****Ondokuz Mayıs Üniversitesi, Fen-Edebiyat Fakültesi, İstatistik Bölümü, Samsun, e-posta: sev_alaksoy@hotmail.com

faktörleri tanımlamayı sağladığı için yaygın kullanımı olan bir yöntemdir (Tatlıdil, 1996).

Siyasal bilimciler ulusların özelliklerini, sosyo-ekonomik değişkenler ve çeşitliliğine göre karşılaştırmak, karakteristiklerini saptayıp sınıflandırmak için faktör analizi yöntemlerine başvurmuşlardır (Rummel, 1979). Diğer taraftan ekonomistler, müşteri davranışları üzerinde çalışırken yine faktör analizi kullanabilmektedirler (Schnorre, 1961).

Gelişmişlik sıralamalarının yapıldığı benzer çalışmalarda, önceleri endeksleme ve taksonomi gibi istatistik teknikleri kullanılmıştır. Bu yöntemlerde, gelişmişliği tanımlayan değişkenler, araştırmacı tarafından seçilmekte ve her değişken eşit değer taşımaktadır. Bu ise, araştırmacıya farklı değişken gruplarıyla, farklı gelişmişlik sıralamaları elde etme fırsatı tanımaktadır. Endeksleme ve taksonomi teknikleri, değişkenler için somut ve objektif bir ağırlıklandırma getirememiş olmaları yanında, ağırlıklandırma ve sonuçlar üzerinde de araştırmacıya çok fazla insiyatif tanımaktadır. Bu nedenlerle, yerleşim birimlerinin gelişmişlik sıralamalarının yapıldığı araştırmalarda, söz konusu tekniklerin kullanılmasından vazgeçilmiştir. Bunların yerine, daha tutarlı sonuçlar verebilen, istatistikî anlamlılık testleri yapılabilen ve birçok ülkede değişik araştırmacılar tarafından benzer amaçlarla yaygın olarak kullanılan, temel bileşenler analizi tekniği kullanılmış ve kabul görmüştür (Dinçer, 2004).

Das (1999), Hindistan'da eyaletler arasındaki gelişme farklılıklarını ve bu farklılıklara neden olan göstergeleri belirlemeyi amaçladığı çalışmasında Temel Bileşen Analizi (TBA) ile elde edilmiş bir bileşik endeks kullanmıştır.

Cahil ve Sanchez (2001), bir bileşik gelişme endeksinde bir dizi değişkenin ağırlıklarını belirlemek için TBA'yı kullanmışlardır.

Wang (2007), on değişik alandan göstergeler kullanarak Çin'de illerin sosyo-ekonomik gelişmişlik seviyesini belirlemeyi amaçladığı çalışmasında TBA kullanmıştır.

2. YÖNTEM

Faktör analizi p değişkenli bir olayda birbiri ile ilişkili değişkenleri bir araya getirerek az sayıda kavramsal olarak anlamlı, ilk değişkenlerin kombinasyonu olan yeni değişkenler bulmayı amaçlayan çok değişkenli analiz tekniğidir. Değişkenler arasındaki içsel ilişkileri analiz etmeyi ve bu değişkenlerin temelinde yatan ortak boyutları açıklayarak bağımlılık yapısını yok eden bir çıkarım istatistiği analizidir (Büyüköztürk, 2005).

Değişkenliği çok büyük olan değişkenlerin faktör yapılarını etkilemelerini önlemek amacıyla veriler standardize edilir. n bireyin p tane özelliğini gösteren $X_{p \times n}$ ham veri matrisinden elde edilen $Z_{p \times n}$ standartlaştırılmış veri matrisi kullanılacaktır. Bu durumda faktör analizi modeli Z_j ($j = 1, 2, \dots, p$) değişkenleri ile F_k ($k = 1, 2, \dots, m; m \leq p$) ortak faktörleri arasındaki ilişkiyi gösteren doğrusal bir modeldir. Bu modelin belirlenmesinde birçok yöntem kullanılmaktadır (Tatlıdil, 1996; Albayrak, 2006). Temel bileşen faktör analizi de bu yöntemlerden birisidir. Temel bileşen faktör analizi;

$$Z_j = a_{j1}F_1 + a_{j2}F_2 + \dots + a_{jm}F_m + b_j u_j \quad (1)$$

şeklinde ifade edilir. Bu modelde, a_{jk} ; j. inci değişkenin k. ncı faktör üzerindeki yükü veya ağırlığı, b_j : özel faktör katsayısı ve u_j : özel faktör veya hata terimidir.

Eşitlik (1) ile verilen model değişken sayısına eşit ya da daha az sayıda birbirinden bağımsız ortak faktörleri ve değişken sayısı kadar özel faktörleri kapsamaktadır. Ortak faktörler değişkenlere ait toplam varyansa maksimum katkıyı sağlamaktadır. Diğer bir ifadeyle birinci faktör en çok katkıyı sağlarken diğer faktörler ise gittikçe azalan miktarlarda toplam varyansa katılmaktadır. Bu sebeple, az sayıda ortak faktör ile toplam varyansın büyük bir kısmını açıklamak mümkündür (Harman, 1967).

Temel bileşen faktör analizi, değişken sayısı kadar ortak faktör olması durumunda tahmin edilen ortak varyansların 1'e eşit olduğunu varsayar. Dolayısıyla toplam varyansın, ortak varyans ve kalan varyans olarak ayrılması durumunda kalan varyans sıfır olacaktır. Ancak; toplam varyansın büyük bir kısmı önemli olduğu düşünülen daha az sayıdaki ortak faktör ile açıklanabileceğinden, önemsiz olan faktörler ihmal edilebilir. Bu sebeple m önemli faktör sayısı olmak üzere, $m < p$ iken eşitlik (1) ile verilen faktör modeline göre, toplam varyans ortak faktörler tarafından açıklanan varyans ve özel faktörler tarafından açıklanan varyans (kalan varyans) olarak ayrıldığında, kalan varyans sıfırdan büyük olur. Temel bileşen faktör analizi modelinde faktör yüklerinin elde edilmesinde Z_j , $j = 1, \dots, p$ değişkenlerinin kovaryans matrisi olan R matrisinin özvektörleri kullanılır. a_{jk} faktör yükü, R matrisinin λ_k özdeğerine karşılık gelen \underline{a}_k özvektörünün j-nci bileşenidir. Böylece eşitlik (1) ile verilen faktör analizi modelindeki faktörleşme yapısı için aşağıdaki eşitlikler verilebilir:

$$\begin{aligned} \text{i) } R &= AA' + \Psi \\ \text{ii) } \text{cov}(Z, F) &= A \\ \text{iii) } \text{Var}(F_k) &= \lambda_k, \text{ Cov}(F_i, F_k) = 0, i \neq k = 1, \dots, m \end{aligned} \quad (2)$$

A : $(p \times p)$ Faktör yükleri matrisi, F : $(p \times n)$ Faktör skor matrisidir. Burada, $A = \begin{bmatrix} \sqrt{\lambda_1} \underline{a}_1 & \sqrt{\lambda_2} \underline{a}_2 & \dots & \sqrt{\lambda_m} \underline{a}_m \end{bmatrix}$ faktör yükleri matrisi ve Ψ ortak faktörler tarafından açıklanamayan varyansları kapsayan köşegen matristir. Bu faktörleşme yapısına göre;

$$\text{Var}(Z_j) = 1 = \sum_{k=1}^m a_{jk}^2 + \psi_j, \quad j = 1, 2, \dots, p \quad (3)$$

eşitliği yazılabilir [Johnson ve Wichern, 1982]. Eşitlik (3)'e göre j-nci değişkene ait varyansın m- tane ortak faktör tarafından açıklanan kısmı veren ortak faktör varyansı (komünalite),

$$h_j^2 = \sum_{k=1}^m a_{jk}^2 = a_{j1}^2 + a_{j2}^2 + \dots + a_{jm}^2, \quad j = 1, 2, \dots, p \quad (4)$$

iken, $\psi_j = 1 - h_j^2$ diğer faktörler tarafından açıklanan özel faktör (artık) varyansdır (Rencher, 2002). Elde edilen faktörleşme yapısından yararlanarak birimlerin birbirine benzer yönleri ile birbirlerinden farklılaşan tarafları incelenebilir. Bunun için faktör

skorlarına gereksinim vardır. Faktör skorları her bir birimin ortak faktör yapılarına göre tahmini değerlerini belirlemektedir. Buna göre i-nci birime ait faktör skorları:

$$\underline{f}_i = (A'A)^{-1} A'Z_i ; i = 1, 2, \dots, n \quad (5)$$

biçimindedir.

1. UYGULAMA

Belirli tarihsel koşullar altında yine belirli ihtiyaçların ürünü olarak kurulan Dünya Bankası'nın, günümüzde neredeyse tüm siyasal, ekonomik ve kamu yönetimine ilişkin konularda araştırmalar yaptığı bilinmektedir. Bu çalışmada ise Avrupa Birliği'ne üye ve üyeliğe aday 34 ülkenin Dünya Gelişmişlik Ölçütleri kapsamında 2000, 2005, 2007 yıllarına ait kullanılan değişkenlerin değişimlerinin bir değerlendirilmesi yapılmıştır. Çalışmada kullanılan değişkenlerin seçiminde ulaşılabilirlik göz önüne alınmıştır. Çalışma kapsamına alınan ülkeler aşağıda verilmiştir:

- 1.Almanya 2.Arnautluk 3.Avusturya 4.Belçika 5.İngiltere 6.Bosna Hersek
- 7.Bulgaristan 8.Çek Cumhuriyeti 9.Danimarka 10.Estonya 11.Finlandiya 12.Fransa
- 13.Hırvatistan 14.Hollanda 15.İrlanda 16.İspanya 17.İsveç 18.İtalya 19.İzlanda
- 20.Kıbrıs 21.Letonya 22.Litvanya 23.Lüksemburg 24.Macaristan 25.Makedonya
- 26.Malta 27.Polonya 28.Portekiz 29.Romanya 30.Sırbistan 31.Slovakya
- 32.Slovenya 33.Türkiye 34.Yunanistan

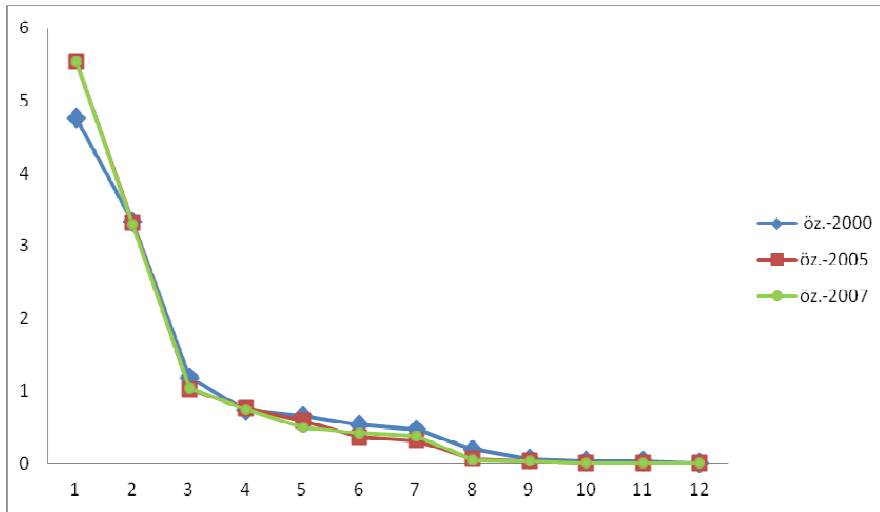
Çalışmada kullanılacak değişkenler için öncelikle ikili korelasyonlara bakıldı ve diğer değişkenlerle ilişkisi 0,4' den daha az olan değişkenler analizden çıkartıldı. Bu inceleme sonucunda 12 değişkenin faktörlerin belirlenmesinde etkili olacağına karar verildi. Bu değişkenler: X₁: Toplam Nüfus- X₂: Yüzölçümü- X₃: Gayri Safi Milli Hasıla(GSMH)- X₄: Kişi başına Gayri Safi Milli Hasıla- X₅: Gayri Safi Milli Hasılanın Satın Alma Gücü Paritesi (GSMHSGP)- X₆: Kişi başına Gayri Safi Milli Hasılanın Satın Alma Gücü Paritesi- X₇: Gayri Safi Yurtiçi Hasıla- X₈: Büyüme-X₉: Enflasyon- X₁₀: Tarım(Tarımın GSYİH daki oranı)- X₁₁: İhracat (İhracatın GSYİH daki oranı) X₁₂: İthalat (İthalatın GSYİH daki oranı) dır.

Bartlett Küresellik Testi korelasyon matrisinin birim matris olup-olmadığını test eden bir yaklaşımdır (Tavşancıl, 2002, 51). Tablo 1' de 2000, 2005, 2007 yılları için veriye ait korelasyon matrisinin birim matris olmadığı görülmektedir ($\chi^2 = 393,736 - 684,983 - 622,776$; $p < 0.05$). Ayrıca tüm eşleştirilmiş değişkenlerin kısmi korelasyonlarının kareleri toplamı korelasyon katsayılarının kareleri toplamından küçükse Kaiser-Meyer-Olkin Örneklem Uygunluk Ölçütü (KMO) 1'e yaklaşır. Buna göre eldeki veriler için Tablo 1'de verilen KMO 0.658-0.727 arasında değişim gösterdiğinden veri faktör analizi uygulayabilmek için uygun bir örneklem oluşturmaktadır. Makul büyüklükteki örneklem uygunluğu değerleri ise iyi bir faktör analizi için gereklidir. Bu bakımdan küçük örneklem uygunluk değerlerine sahip olan değişkenler analizden çıkarılabilir (Akgül ve Çevik, 2003).

Tablo 1. KMO ve Bartlett test sonuçları

Yıllar	2000	2005	2007
Kaiser-Meyer-Olkin Örneklem Uygunluk Ölçütü	0,658	0,727	0,686
Bartlett'in Küresellik Testi Ki-Kare Değeri	393,736	684,983	622,776
Serbestlik Derecesi	66	66	66
p-değer	0,000	0,000	0,000

Yapılacak olan analiz için kaç faktörün oluşturulması gerektiğine ise standartlaştırılmış veriye ait korelasyon matrisinin özdeğerlerinden faydalanılarak çizilen yamaç eğim grafiği yardımıyla karar verilebilir. Yamaç Eğim Grafiğinde eğimin kaybolmaya başladığı noktanın işaret ettiği bileşen sayısı hesaplanacak faktör sayısı olarak alınır. Buna göre her yıl için ayrı ayrı hesaplanması gereken faktör sayısını işaret eden Yamaç Eğim Grafiği Şekil 1'de verilmiştir. Grafiğe göre veriyi 3 faktörle açıklamak mümkün olacaktır.



Şekil 1. Yamaç eğim grafiği

Üç yıl için hesaplanacak üç faktörde yer alan değişkenlere ait varyansların ortak faktörler tarafından açıklanabilen kısmı (h_j^2) Tablo 2'de verilmiştir. Görüldüğü gibi değişkenlerin tamamı barındırdıkları orijinal bilginin büyük kısmını korumaktadır.

Tablo 2. Değişkenlerin yıllara göre ortak varyans değerleri

Değişkenler	Başlangıç	2000 Yılı	2005 Yılı	2007 Yılı
Toplam Nüfus	1.00	0,908	0,936	0,925
Yüzölçümü	1.00	0,720	0,645	0,622
GSMH	1.00	0,843	0,923	0,939
Kişi başına GSMH	1.00	0,788	0,768	0,837
GSMHSGP	1.00	0,590	0,951	0,969
Kişi başına GSMHSGP	1.00	0,846	0,870	0,896
GSYİH	1.00	0,866	0,930	0,943
Büyüme	1.00	0,801	0,751	0,725
Enflasyon	1.00	0,577	0,669	0,645
Tarım	1.00	0,707	0,681	0,620
İhracat	1.00	0,854	0,905	0,885
İthalat	1.00	0,792	0,850	0,879

Elde edilen 3 faktör için faktör yükleri Tablo 3 ile verilmiştir. Bu tabloya göre elde edilen faktör sonuçlarının incelenmesiyle 2000 yılında X_{12} (İthalat) değişkeninin birinci ve ikinci faktör üzerinde yoğunlaştığı, 2005 yılında; X_8 (Büyüme) birinci ve üçüncü faktör üzerinde, X_9 (Enflasyon) ikinci ve üçüncü faktör üzerinde yoğunlaştığı, 2007 yılında ise; X_{12} (İthalat) değişkenlerinin birden çok faktör üzerinde yoğunlaştığı görülmektedir. Ayrıca 2007 yılında 3. Faktör üzerinde hiçbir değişkenin etkili olmadığı görülmektedir. Bu durum basit yapıya ya da yoruma ulaşmayı engellemektedir. Basit yapıya ve faktörleri yorumlamada daha elverişli bir sonuca ulaşabilmek için elde edilen faktörlere dik döndürme yöntemlerinden literatürde yaygın kullanılan Varimax döndürme yöntemi uygulanmış ve elde edilen sonuçlar Tablo 4'de verilmiştir. Varimax yöntemi faktör yükleri matrisinin sütunlarına öncelik veren bir dik döndürme yöntemidir. Bu yöntemde her sütundaki bazı yük değerleri 1'e yaklaştırılırken geriye kalan çok sayıdaki yük değerleri 0'a yaklaştırılır.

Tablo 3. Faktör yükleri matrisi

Değişkenler	Faktör 1			Faktör 2			Faktör 3		
	2000	2005	2007	2000	2005	2007	2000	2005	2007
Toplam Nüfus	0,905	0,879	0,889	-0,201	0,311	0,289	0,220	0,260	0,225
Yüzölçümü	0,705	0,665	0,700	0,301	-0,393	-0,364	0,363	0,219	0,009
GSMH	0,913	0,950	0,943	0,087	-0,035	-0,044	-0,026	0,141	0,219
Kişi başına GSMH	0,421	0,449	0,435	0,783	0,752	0,785	0,078	0,025	-0,177
GSMHSGP	0,765	0,954	0,950	-0,020	-0,104	-0,109	0,082	0,172	0,233
Kişi başına GSMHSGP	0,411	0,451	0,428	0,824	0,812	0,843	0,078	0,083	-0,044
GSYİH	0,927	0,952	0,945	0,078	-0,040	-0,049	0,031	0,145	0,218
Büyüme	-0,312	-0,629	-0,631	0,223	-0,269	-0,333	0,809	0,532	0,465
Enflasyon	-0,190	-0,352	-0,398	0,611	-0,518	-0,502	0,410	0,526	0,485
Tarım	-0,404	0,449	-0,377	-0,690	0,752	-0,629	0,262	0,025	0,286
İhracat	-0,427	-0,364	-0,356	0,793	-0,795	0,798	0,205	-0,374	0,350
İthalat	-0,608	-0,428	-0,617	0,624	-0,705	0,587	0,181	-0,204	0,392

Tablo 4. Varimax döndürme yöntemiyle elde edilen faktör yükleri

Değişkenler	Faktör 1			Faktör 2			Faktör 3		
	2000	2005	2007	2000	2005	2007	2000	2005	2007
Toplam Nüfus	0,950	0,966	0,946	0,047	-0,043	0,063	-0,067	-0,036	-0,164
Yüzölçümü	0,832	0,785	0,708	-0,146	-0,162	0,066	0,080	0,047	-0,342
GSMH	0,832	0,910	0,936	0,354	0,159	0,248	-0,157	-0,264	0,004
GSMHSGP	0,735	0,945	0,963	0,197	0,112	0,201	-0,105	-0,215	-0,036
GSYİH	0,848	0,915	0,939	0,349	0,156	0,247	-0,159	-0,260	0,000
Kişi başına GSMHSGP	0,205	0,193	0,176	0,864	0,817	0,762	0,238	-0,406	0,533
Kişi başına GSMH	0,224	0,190	0,143	0,827	0,738	0,810	0,223	-0,433	0,400
Enflasyon	0,090	0,096	-0,050	0,719	-0,721	-0,801	0,230	0,240	0,009
İthalat	-0,649	-0,610	-0,524	0,3466	0,605	-0,134	0,501	0,334	0,765
Tarım	-0,134	-0,184	-0,310	-0,822	-0,693	-0,396	0,118	0,408	-0,606
İhracat	-0,514	-0,443	-0,355	0,551	0,822	0,144	0,535	0,182	0,859
Büyüme	-0,092	-0,316	-0,303	-0,082	-0,087	-0,782	0,887	0,803	0,146

Tablo 5. Toplam varyans açıklama oranları

2000 yılı		Temel Bileşen Çözümü		Varimax Dönüşümü Çözümü		
Faktör	Varyans	% Değişim	% Birikimli Değişim	Varyans	% Değişim	% Birikimli Değişim
1	4,760	39,665	39,665	4,340	36,165	36,165
2	3,340	27,830	67,496	3,350	27,918	64,083
3	1,183	9,860	77,356	1,593	13,273	77,356
2005 yılı		Temel Bileşen Çözümü		Varimax Dönüşümü Çözümü		
Faktör	Varyans	% Değişim	% Birikimli Değişim	Varyans	% Değişim	% Birikimli Değişim
1	5,543	46,188	46,188	4,882	40,687	40,687
2	3,318	27,651	73,839	2,907	24,227	64,914
3	1,019	8,490	82,329	2,090	17,415	82,329
2007 yılı		Temel Bileşen Çözümü		Varimax Dönüşümü Çözümü		
Faktör	Varyans	% Değişim	% Birikimli Değişim	Varyans	% Değişim	% Birikimli Değişim
1	5,543	46,188	46,188	4,724	39,368	39,368
2	3,299	27,492	73,680	2,858	23,817	63,185
3	1,043	8,690	82,370	2,302	19,185	82,370

Tablo 4’den hareketle birinci faktör üzerinde yoğunlaşan değişkenler; “Toplam Nüfus, Yüzölçümü, GSMH, GSYİH, İthalat” dır. Bu değişkenler 2000, 2005 ve 2007 yıllarındaki faktörleşmede de hemen hemen aynı faktör üzerinde yoğunlaşmıştır. O halde 1. Faktör üzerinde etkili olan değişkenler göz önünde bulundurularak “ Ülkeler için Ekonomik Güç Faktörü”, ikinci faktör “Fertler için Ekonomik Güç Faktörü” ve üçüncü faktör ise “Ekonomik Büyüme Faktörü” olarak adlandırılabilir. Tablo 5’de ise ortaya çıkarılan faktör modeli tüm verinin içindeki orijinal bilginin 2000 yılı için %77,356’sının, 2005 yılı için %82,329’unun, 2007 yılı için % 82,37’ sinin korunduğunu göstermektedir. Bu ise verinin içinde barındırdığı bilginin neredeyse tamamına yakın bir kısmıdır.

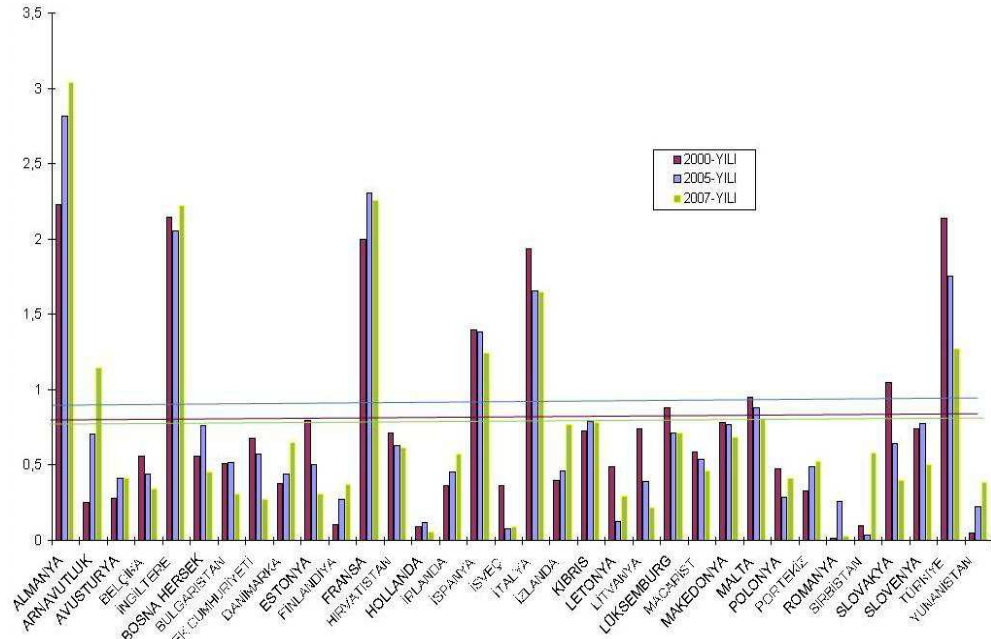
Birinci faktörün 2000, 2005, 2007 yıllarına göre elde edilen faktör skorlarının sıralamaları Spearman Sıra Farkları Korelasyon Katsayısı ile karşılaştırılmıştır. Bütün korelasyonların istatistiksel olarak anlamlı olduğu görülmektedir (p<0,001). Bunun sonucunda 2000, 2005, 2007 yıllarında birinci faktör üzerinde etkili olan değişkenler birbirleri ile uyumlu olduğu söylenebilir.

Tablo 6. Spearman sıra farkları korelasyon katsayıları

Yıllar	2000	2005	2007
2000	1	0,878*(p=1e-006)	0,630*(p=6,47e-005)
2005	0,878	1	0,820*(p=1e-006)
2007	0,630	0,820	1

(*p<0,001)

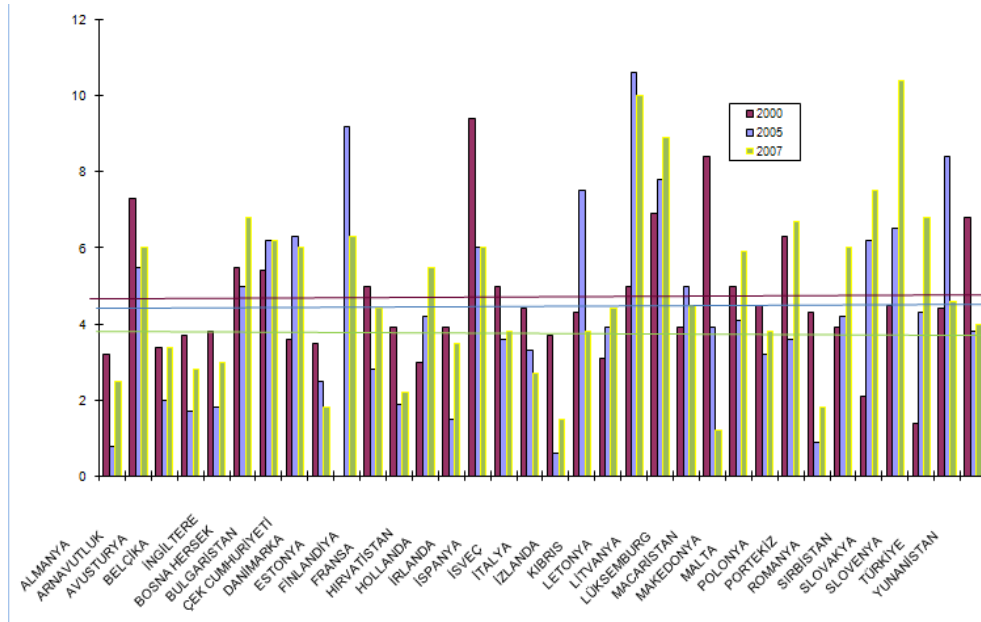
Şekil 2’de ülkelerin yıllara göre 1. faktör (Ülkeler için Ekonomik Güç Faktörü) değerlerine göre değişimleri gösterilmiştir. Burada Avrupa Birliği’nin (AB) ortalaması alındığında ülkelerin bu ortalamaya göre ne durumda olduğu daha rahat görülebilmektedir. Almanya, İngiltere, Fransa, İspanya, İtalya, Kıbrıs, Malta, Türkiye üç yılda da ortalamasının üstünde kalmıştır. Çek Cumhuriyeti, Estonya, Litvanya, Hırvatistan, Slovakya 2000 yılında ortalamasının üstünde iken diğer yıllarda ortalamasının altına düşmüştür. Lüksemburg ise 2007 yılında ortalamasının altına düşmüştür. Almanya, her yıl da ekonomik güç faktörü açısından yükseliş göstermiş ve AB ortalamasının üstünde kalmıştır. İngiltere, 2005 yılında düşüş göstermesine rağmen her yıl AB ortalamasının üstündeki yerini korumuştur. Fransa, 2005 yılında yükselmesine rağmen 2007 yılında 2000 yılının altına düşmüştür, ancak AB ortalamasının üstündeki yerini korumuştur. Türkiye, genel olarak düşüş göstermesine karşın her yıl Avrupa Birliği’nin ortalamasının üstündeki yerini korumuştur. Yunanistan, 2000 yılından itibaren düşüş göstermiştir, ancak hiçbir yıl Avrupa Birliği ortalamasının üstüne çıkmayı başaramamıştır.



Şekil 2. Ülkeler için ekonomik güç faktörü skorlarının yıllara göre değişimi ve Avrupa Birliği ortalamaları

Şekil 3’de GSYİH’nın büyüme payını ülkelerin yıllara göre değişimi ve 2000, 2005, 2007 yıllarının Avrupa Birliği ortalamaları verilmiştir. Almanya, Ülkeler için Ekonomik Güç Faktörü bakımından Avrupa Birliği ortalamasının üstünde olmasına rağmen GSYİH’ındaki büyüme oranının sadece 2007 yılında arttığı ve 2000, 2005, 2007 yıllarında AB ortalamasının altında kaldığı görülmektedir. İngiltere’nin ise düşüş yaşadığı ve her yıl ortalamasının altında kaldığı görülmektedir. Fransa’nın sadece 2000

yılında AB ortalamasının üstünde büyüme gösterdiği ancak sonra düşüşe geçtiği görülmektedir. Türkiye'nin 2005, 2007 yıllarında AB ortalamasının üstünde büyüme gösterdiği görülmektedir. Yunanistan'ın ise 2000, 2007 yıllarında ortalamasının üstünde büyüme göstermesine rağmen 2005 yılında düşüş yaşadığı görülmektedir. Litvanya, İrlanda, Letonya, Bosna Hersek, Arnavutluk 2000, 2005, 2007 yıllarında GSYİH'indeki büyüme oranını artırarak AB ortalamasının üstünde kalmıştır. Sırbistan, Slovakya, Estonya ise 2000 yılında ortalamasının altında iken 2005 ve 2007 yıllarında ortalamasının üstüne çıkmıştır. Bu ise Ülkeler için Ekonomik Güç Faktöründeki artışa bakarak da desteklenmektedir.



Şekil 3. Yıllara göre ülkelerin ekonomik büyüme oranları ve Avrupa Birliği ortalamaları

4. SONUÇ

Bu çalışmada ele alınan 12 değişkenin 34 ülke bakımından ölçüm sonuçları değerlendirilmiştir. Veri setinde faktör analizi sonucunda boyut indirgeme avantajı sağlanarak 12 değişkenden oluşan veri yapısı yerine 3 faktörden meydana gelen hipotetik bir yapı oluşturulmuştur. Bu hipotetik yapıyla ölçüm değerleri daha kolay çalışılabilir ve yorumlanabilir hale gelmektedir. Veri seti daha az sayıda, anlamlı yeni üç değişkene indirgenmektedir.

Birinci Faktör üzerinde etkili olan Toplam Nüfus, Yüzölçümü, GSMH, GSMHSGP; 2000, 2005, 2007 yılları boyunca pozitif yönde bir etki sağlamıştır. GSYİH ise 2000 yılında pozitif yönde etki yaparken 2005, 2007 yıllarında negatif yönde etki yapmıştır. GSYİH ise sadece 2005 yılında negatif etki yapmıştır. İthalat ise birinci faktör üzerinde 2000, 2005 yıllarında negatif yönde etkili olmuştur. Birinci faktörün faktör skorlarına bakıldığında; Almanya, İngiltere, Fransa, Türkiye' nin aldıkları değerler nedeniyle diğer ülkelerden farklılık gösterdiği 2000, 2005, 2007 yılları için söylenebilir. İkinci faktör üzerinde etkili değişkenler ise Kişi Başına GSMH, Kişi Başına GSMHSGP 2000, 2005,

2007'de pozitif yönde etkilidir. Büyüme 2000, 2005 yıllarında etkili olmamıştır, ancak 2007 yılında negatif yönde etki yapmıştır. Enflasyon 2000, 2005, 2007 yıllarında negatif yönde etkili olmuştur. Tarım 2000, 2005 yıllarında negatif yönde etkili olmuştur. İhracat ise 2000, 2005 yıllarında pozitif yönde etkili olmuştur. Üçüncü faktör üzerinde etkili olan Büyüme değişkeni 2000, 2005 yıllarında pozitif yönde etki yaparken, Tarım 2007 yılında negatif yönde etkili olmuştur. İhracat ve İthalat 2007 yılında pozitif yönde etkili olmuştur. Ayrıca elde edilen I. Faktör skorlarının sıralamalarının değişimi ülkeler açısından yıllara göre incelendiğinde; 2000, 2005, 2007 yıllarına ait faktör skorlarının birbirleriyle önemli düzeyde ilişkili olduğu gözlenmektedir. Bu ise elde edilen teorik faktör modelinin diğer yıllar için de kullanılabileceğini göstermektedir.

5. KAYNAKLAR

Akgül, A., Çevik, O., 2003. İstatistiksel Analiz Teknikleri- SPSS'de İşletme Yönetimi Uygulamaları. Emek Ofset Ltd. Şti., Ankara.

Albayrak, A. S., 2006. Uygulamalı Çok Değişkenli İstatistik Teknikleri. Asil Yayın Dağıtım Ltd. Şti. Ankara.

Büyüköztürk, Ş., 2005. Sosyal Bilimler İçin Veri Analizi El Kitabı. Ankara, Pegem Yayınları.

Cahil, M. B., Nicolas Sanchez, 2001. "Using Principle Components to Produce an Economic and Social Development Index: An Application to Latin America and the U.S.", Atlantic Economic Journal, Vol. 29, No.3, pp. 311-329.

Das, A., 1999. "Socio-Economic Development in India: A Regional Analysis", Development and Society. Vol.28 No.2 pp.313-345.

Dinçer, B., Özaslan, M., 2004. "İlçelerin Sosyoekonomik Gelişmişlik Sıralaması Araştırması-2004", <http://ekutup.dpt.gov.tr/bolge/gosterge/2004/ilce.pdf>.

Harman, H. H., 1967. Modern Factor Analysis. University of Chicago Press.

Johnson, R. A., Wichern, D. W., 1982. Applied Multivariate Statistical Analysis. Prentice - Hall, Inc.

Özdamar, K., 2004. Paket Programlar ile İstatistiksel Veri Analizi. 5. Baskı, Kaan Kitabevi, Eskişehir.

Rencher, A. C., 2002. Methods of Multivariate Analysis. Second Edition, John Wiley & Sons, Inc. New York.

Rummel, R. J., 1979. Applied Factor Analysis. North Western University Press, Evanston.

Schnorre, L. F., 1961. The Statistical Measurement of Urbanization and Economic Development. Land Economics, vol. 37, 229-245.

Tatlıdil, H., 1996. Uygulamalı Çok Değişkenli İstatistiksel Analiz. Cem Ofset Ltd. Şti., Ankara.

Tavşancıl, E., 2002. Tutumların Ölçülmesi ve SPSS ile Veri Analizi. Ankara, Nobel Yayın Dağıtım.

Wang, X., 2007. "Who's in First? A Regional Development Index For The People's Republic of China's Provinces", ADB Institute Discussion Paper, No. 66.

INVESTIGATION OF VARIATION IN COUNTRIES' DEVELOPMENT RANKING ACCORDING TO SOME ECONOMIC VARIABLES

ABSTRACT

This study investigates the standing of 34 member or candidate countries for the European Union by using a set of economic indicators available from World Development Indicators (WDI) in years 2000, 2005 and 2007. Data used in this research is obtained from data.worldbank.org. Accordingly, multivariate statistical analysis are hold with measured variables for all countries in the mentioned years.

Keywords: European Union, Factor analysis, Factor rotation, Principal components.

DANIŐMA KURULU ÜYELERİ - ADVISORY BOARD MEMBERS

Ali YAZICI
Alper GÜVEL
Asaf Savaş AKAT
Aşır GENÇ
Aydın ÖZTÜRK
Ayşe GÜNDÜZ HOŐGÖR
Bedriye SARAÇOĐLU
Coşkun Can AKTAN
Deniz GÖKÇE
Ekrem ERDEM
Ercan UYGUR
Erdem BAŐCI
Erinç YELDAN
Erol TAYMAZ
Eser KARAKAŐ
Fatih ÖZATAY
Fatin SEZGİN
Fikri AKDENİZ
Fikri ÖZTÜRK
Gülay BAŐARIR KIROĐLU
Güven SAK
Haluk LEVENT
Hamza EROL
İlhan TEKELİ
İmdat KARA
İnsan TUNALI
Levent KANDİLLER
Mehmet KAYTAZ
Meltem DAYIOĐLU TAYFUR
Metin TOPRAK
Mustafa ACAR
Mustafa AYTAÇ
Nihat BOZDAĐ
Orhan GÜVENEN
Ömer Faruk ÇOLAK
Ömer L. GEBİZLİOĞLU
Özkan ÜNVER
Öztaş AYHAN
Reşat KASAP
Savaş ALPAY
Seyfettin GÜRSOY
Süleyman GÜNAY
Turan EROL
Ümit OKTAY FIRAT
Yasin AKTAY
Yılmaz AKDİ

Atılım Üniversitesi
Çukurova Üniversitesi
Bilgi Üniversitesi
Selçuk Üniversitesi
İzmir Üniversitesi
Orta Doğu Teknik Üniversitesi
Gazi Üniversitesi
Dokuz Eylül Üniversitesi
Bahçeşehir Üniversitesi
Erciyes Üniversitesi
Türkiye Ekonomi Kurumu
T.C. Merkez Bankası
Bilkent Üniversitesi
Orta Doğu Teknik Üniversitesi
Bahçeşehir Üniversitesi
TOBB Ekonomi ve Teknoloji Üniversitesi
Bilkent Üniversitesi
Çukurova Üniversitesi
Ankara Üniversitesi
Mimar Sinan Güzel Sanatlar Üniversitesi
TOBB Ekonomi ve Teknoloji Üniversitesi
Galatasaray Üniversitesi
Abdullah Gül Üniversitesi
Orta Doğu Teknik Üniversitesi
Başkent Üniversitesi
Koç Üniversitesi
Yaşar Üniversitesi
Işık Üniversitesi
Orta Doğu Teknik Üniversitesi
İstanbul Üniversitesi
Aksaray Üniversitesi
Uludağ Üniversitesi
Gazi Üniversitesi
Bilkent Üniversitesi
Gazi Üniversitesi
Kadir Has Üniversitesi
Ufuk Üniversitesi
Orta Doğu Teknik Üniversitesi
Gazi Üniversitesi
SESRTCIC
Bahçeşehir Üniversitesi
Hacettepe Üniversitesi
Ankara Strateji Enstitüsü
Marmara Üniversitesi
Stratejik Düşünce Enstitüsü
Ankara Üniversitesi