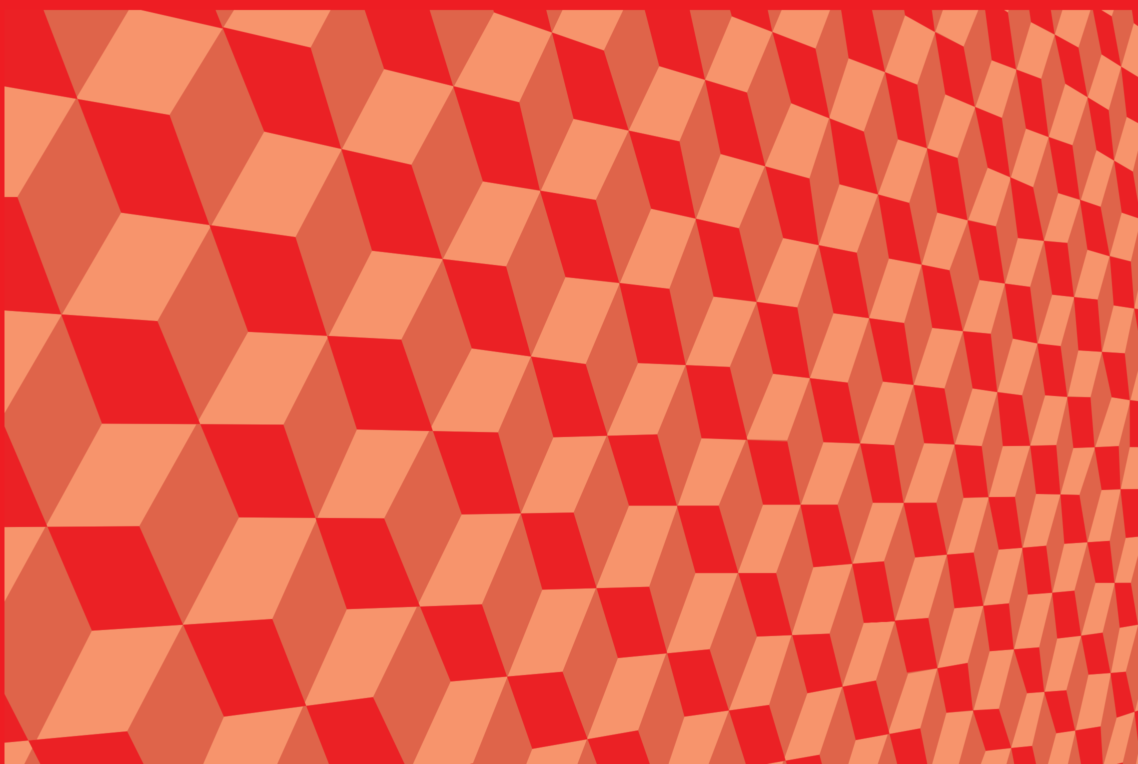
İSTATİSTİK ARAŞTIRMA DERGİSİ
Journal of Statistical Research

Cilt-Volume: 08 Sayı-Number: 03
Aralık-December 2011

ISSN 1303-6319



TÜRKİYE İSTATİSTİK KURUMU
Turkish Statistical Institute

TÜİK

İSTATİSTİK ARAŞTIRMA DERGİSİ
Journal of Statistical Research

Cilt-Volume: 08 Sayı-Number: 03
Aralık-December 2011

TÜRKİYE İSTATİSTİK KURUMU
Turkish Statistical Institute

Yayın istekleri için For publication order

Döner Sermaye İşletmesi Revolving Fund Management

Tel: + (312) 425 34 23 - 410 05 96 - 410 02 85
Faks-Fax**:** + (312) 417 58 86

Yayın içeriğine yönelik sorularınız için For questions about contents of the publication

Dergi Editörlüğü Journal Editorship

Tel: + (312) 410 03 67 - 284 45 00/171
Faks-Fax**:** + (312) 425 34 05

İnternet Internet
http://www.tuik.gov.tr http://www.turkstat.gov.tr

E-posta E-mail
dergi@tuik.gov.tr journal@tuik.gov.tr

Yayın No Publication Number
3693

ISSN
1303-6319

Türkiye İstatistik Kurumu Turkish Statistical Institute

Yücetepe Mah. Necatibey Cad. No: 114 06100 Çankaya-ANKARA / TÜRKİYE

Türkiye İstatistik Kurumu Matbaası, Ankara Turkish Statistical Institute, Printing Division, Ankara
Tel: 0312 410 01 64 * Fax: 0312 418 50 82
Haziran 2012 June 2012
MTB: 2012-458 - 500 **Adet**-Copies

Editör Notu

Değerli Okuyucular,

Türkiye İstatistik Kurumu tarafından 2001 yılından bu yana hakemli olarak yürütülmekte olan "İstatistik Araştırma Dergisi" ile istatistiki araştırmaların niteliğinin yükseltilmesi, kuramsal ve uygulama alanındaki araştırmacılar arasında iletişimin ortak çalışma ve yayınlarla güçlenmesi sağlanmaya çalışılmaktadır.

Evrensel bilimin paylaşılmasını sağlayan bilimsel dergilerin temel işlevi; bilimsel makale yazarının çalışmasını en etkin biçimde ifade etmesine yardımcı olmak ve bilimi anlaşılabilir bir biçimde yayınlamaktır.

Akademisyen, araştırmacı ve okuyucuların artan ilgisine paralel olarak bizlerin çabası, azmi ve kararlılığı da artacak olup, dergimiz daha üst seviyelere taşınacaktır. Dergimizin ulusal ve uluslararası endekslerde taranması çalışmaları da devam etmektedir. Bu kapsamda TÜBİTAK ULAKBİM'e on-line başvuru yapılmış olup, sonuç beklenmektedir. Bu konuya ilişkin olarak alınacak sonuçlar sizlerle paylaşılacaktır.

Bu sayımızda, kavramsal, kuramsal ve uygulamalı çalışmalar olmak üzere toplam altı adet çalışmayı siz değerli okuyucularımızla paylaşmanın gururunu taşıyoruz. Bu değerli çalışmaları, bizlerle ve siz değerli okuyucularımız ile paylaşan sayın yazarlara teşekkür ederiz. Ayrıca çalışmaların daha nitelikli hale gelmesinde çok değerli öneri, eleştiri ve katkılarını esirgemeyen sayın hakemlere de şükranlarımızı sunuyoruz.

Dergi'nin basım aşamasına gelmesinde emeğini ve desteklerini esirgemeyen TÜİK Başkanı Sayın Birol AYDEMİR'e, derginin her aşamasında emeği geçen Editör Yardımcısı Sayın Yrd. Doç. Dr. Özlem İLK'e, dergi çalışmalarını içtenlikle ve azimle yürüten Dergi Sekreteryası'na ve son olarak da emeği geçen diğer tüm TÜİK çalışanlarına teşekkürlerimi iletmek isterim.

Bu sayımızın da akademisyenler ile araştırmacılara faydalı olması temennisi ve gelecek sayılarda hedeflenenler ölçüsünde tekrar buluşmak dileği ile saygılar sunarım.

Prof. Dr. Fetih YILDIRIM
Dergi Editörü

TÜRKİYE İSTATİSTİK KURUMU İSTATİSTİK ARAŞTIRMA DERGİSİ

TURKISH STATISTICAL INSTITUTE JOURNAL OF STATISTICAL RESEARCH

Sahibi
Türkiye İstatistik Kurumu Adına
Birol AYDEMİR
Türkiye İstatistik Kurumu Başkanı

Owner
On Behalf of Turkish Statistical Institute
Birol AYDEMİR
President, Turkish Statistical Institute

Editör
Prof. Dr. Fetih YILDIRIM

Editor
Prof. Dr. Fetih YILDIRIM

Editör Yardımcısı
Yrd. Doç. Dr. Özlem İLK

Assistant Editor
Assist. Prof. Özlem İLK

Sekreterya **Secretariat**
Buket AKGÜN
Mehmet Arif ŞAHİNLİ
Z. Nur EMRE

İÇİNDEKİLER CONTENTS

AMAÇ VE KAPSAM

"*İstatistik Araştırma Dergisi (İAD)*", istatistik araştırmaların niteliğinin yükseltilmesi, istatistik yöntem ve uygulamalarının geliştirilmesi, literatürde yer alan çalışmaların tartışılması, istatistik uygulamalarıyla ilgili anket çalışmalarının ele alınması, kuramsal ve uygulama alanındaki araştırmacılar arasında iletişimin ortak çalışma ve yayınlarla güçlendirilmesi amacıyla, yayımlanan hakemli bir dergidir.

"*İstatistik Araştırma Dergisi*"nin kapsamında yer alan tematik konular aşağıda özet olarak verilmiştir:

• Bankacılık, Finans, Sigortacılık, Aktüerya ve Risk Yönetimi; Bayesci İstatistik; Benzetim Teknikleri; Bilgi Sistemleri; Biyoistatistik; Bulanık Teori; Demografi; Deney Tasarımı ve Varyans Analizi; Ekonometri; Genel Sayımlar ve Değerlendirmeleri; İstatistik Eğitimi; İstatistik Etiği; İstatistik Kuramı; İstatistiksel Kalite Kontrolü; Kamuoyu ve Piyasa Araştırmaları; Klinik Denemeler; Mühendislikte İstatistik Uygulamaları; Olasılık ve Stokastik Süreçler; Optimizasyon; Örnekleme ve Araştırma Tasarımları; Parametrik Olmayan İstatistiksel Yöntemler; Resmi İstatistikler; Toplum Bilimlerinde İstatistik; Veri Analizi ve Modelleme; Veri Madenciliği; Veri Yönetimi ve Karar Destek Sistemleri; Verimlilikte İstatistiksel Yaklaşımlar; Yönetsel Süreçlerde Performans Analizi; Yöneylem Araştırması; Zaman Serileri; Diğer İstatistiksel Yöntemler gibi istatistiğin her dalında yeni bilgi üretimine yönelik tüm araştırmalar.

Makale Dili ve Genel Kurallar

- Bu yayının 5846 Sayılı Fikir ve Sanat Eserleri Kanunu'na göre her hakkı Başbakanlık Türkiye İstatistik Kurumu Başkanlığı'na aittir. Gerçek veya tüzel kişiler tarafından izinsiz çoğaltılamaz ve dağıtılamaz.
- Makale taslakları WORD yazım dilinde, Times New Roman yazı tipinde, 12 punto büyüklükte, satırlar arasında bir satır boşluk bırakılarak yazılmalı, şekil ve grafikler JPG dosyaları olarak hazırlanmalıdır.
- A4 sayfa boyutunda; soldan 3,5 cm, sağdan, yukarıdan ve aşağıdan 2,5 cm boşluk bırakılmalıdır.
- Ana bölüm başlıklarının tümü büyük harf, 12 punto büyüklükte, koyu, ortalı ve Arap rakamları ile numaralandırılarak; alt bölüm başlıklarında ise sadece kelimelerin baş harfleri büyük diğerleri küçük harfle, 12 punto büyüklükte, koyu, sola dayalı ve ana bölüm başlığına endeksli olarak Arap rakamları ile numaralandırılarak yazılmalıdır.
- Makale taslağı yazımında, okuyucunun, çalışmanın her aşamasını anlama ve değerlendirmesine olanak verecek bir anlatım ve plana uyulmalıdır.
- Anlatım olabildiğince sade, anlaşılabilir, öz ve kısa olmalıdır. Gereksiz tekrarlardan, desteklenmemiş ifadelerden ve konu ile doğrudan ilişkisi olmayan açıklamalardan kaçınılmalıdır.
- Yazımda çok genel ifadeler kullanılmamalıdır. Yargı veya kesinlik içeren ifadeler mutlaka verilere/ referanslara dayandırılmalıdır.
- Araştırmacı/araştırmacılar tarafından probleme, hangi kuramsal/kavramsal açıdan yaklaşıldığı, gerekçeleri ile birlikte belirtilmelidir.
- Kullanılan araştırma yönteminin seçilme gerekçesi açıklanmalıdır. Bütün veri toplama araçlarının geçerliliği ve güvenilirliği belirtilmelidir.
- Araştırma sonucunda elde edilen veriler bir bütünlük içinde sunulmalıdır.
- Sadece elde edilen verilere dayanan sonuçlar sunulmalıdır.
- Sonuçların yorumları, varsa, literatürdeki diğer kaynaklarla desteklenerek, değerlendirilmelidir.
- Yararlanılan kaynaklar, çalışmanın kapsamını yansıtacak zenginlik ve yeterlikte olmalıdır.
- Türkçe ve İngilizce özetler; çalışmanın amacı, yöntemi, kapsamı ve temel bulgularını içermelidir.

Ayrıntılı bilgi için, http://www.tuik.gov.tr adresinden *"İstatistik Araştırma Dergisi Kılavuzu"*na bakınız.

AIM AND SCOPE

"Journal of Statistical Research (JSR)" is a refereed journal published with the aim to raise the quality of statistical researches, improve the statistical methodology and applications, discuss the studies included in literature, consider survey studies regarding the statistical application, and strengthen the communication between researchers in the field of theory and application by joint studies and publications.

The contents of the *"Journal of Statistical Research"* are summarized below:

• Researches aimed at producing new knowledge in every field of statistics such as Banking, Finance, Insurance Trade, Actuarial and Risk Management; Bayesian Statistics; Biostatistics; Clinic Tests; Data Analysis and Modeling; Data Management and Decision Support Systems; Data Mining; Demography; Econometrics; Experimental Design and Variance Analysis; Fuzzy Theory; General Census and Evaluation; Information Systems; Non-Parametric Statistical Methods; Official Statistics; Operational Research; Optimization; Sampling and Research Designs; Performance Analysis in Managerial Process; Probability and Stochastic Processes; Public Opinion and Market Researches; Statistical Applications in Engineering; Statistical Approaches in Efficiency; Statistical Ethics; Statistical Quality Control; Statistical Training; Statistics in Social Science; Statistics Theory; Simulation Techniques; Time Series; Other Statistical Methods.

Article Language and General Rules

- Prime Ministry, Turkish Statistical Institute reserves all the rights of this publication. Unauthorized duplication and distribution of this publication is prohibited under Law No: 5846.
- Article drafts should be prepared in WORD, using Times New Roman font, in 12 point size, with a blank line in between lines. Figures and tables should be prepared as JPG files.
- On A4 paper size; margins should be set as: left 3,5 cm; right, top and bottom 2,5 cm.
- Titles of the main sections should be all capitalized, in 12 point size, bold, centered and numbered with Arabic numerals; only the first letter of the words in the titles of the subsections should be capitalized, with 12 point size, bold, left justified and numbered with Arabic numerals indexed to the titles of the main sections.
- In article draft writing, writer should follow such a plan that reader should be able to understand and evaluate all the steps of the study.
- Narration should be as plain as possible, as well as comprehensible, compact and short. Unnecessary repetitions, unsupported declarations and explanations that are not in direct relation to the topic should be avoided.
- General statements should be avoided in writing. Statements that include judgment or facts must be supported by data/references.
- It should be stated, with justifications, from which theoretical/conceptual aspect the researcher/researchers have approached the problem.
- The reason of choosing the research methodology that is used should be explained. The validity and reliability of all the data collection tools should be presented.
- Data obtained as the result of the research should be presented in unity.
- Results that only rely on the obtained data should be presented.
- The interpretation of the results should be supported and evaluated by the other resources, if any, in the literature.
- Used resources should be in good wealth and proficiency that reflect the scope of the study.
- Turkish and English abstracts should include the goal, methodology, scope and main findings of the study.

For detailed information, please see "A Guide for Journal of Statistical Research" at http://www.tuik.gov.tr.

DERGİNİN BU SAYISINA BİLİMSEL KATKI SAĞLAYAN HAKEMLER
REFEREES WHO PROVIDED SCIENTIFIC CONTRIBUTIONS FOR THIS VOLUME OF THE JOURNAL

Prof. Dr.	Ayşen AKKAYA	Orta Doğu Teknik Üniversitesi
Prof. Dr.	Cem KADILAR	Hacettepe Üniversitesi
Prof. Dr.	Fetih YILDIRIM	Çankaya Üniversitesi
Prof. Dr.	Fikri AKDENİZ	Çukurova Üniversitesi
Prof. Dr.	Fikri ÖZTÜRK	Ankara Üniversitesi
Prof. Dr.	Hülya ÇINGI	Hacettepe Üniversitesi
Prof. Dr.	Olcay ARSLAN	Ankara Üniversitesi
Prof. Dr.	Öztaş AYHAN	Orta Doğu Teknik Üniversitesi
Prof. Dr.	Refik GÜLLÜ	Boğaziçi Üniversitesi
Prof. Dr.	Sadullah SAKALLIOĞLU	Çukurova Üniversitesi
Prof. Dr.	Semra ERBAŞ	Gazi Üniversitesi
Prof. Dr.	Süleyman ÖZEKİCİ	Koç Üniversitesi
Doç. Dr.	Birdal ŞENOĞLU	Ankara Üniversitesi
Doç. Dr.	İnci BATMAZ	Orta Doğu Teknik Üniversitesi
Doç. Dr.	Kamile ŞANLI KULA	Ahi Evran Üniversitesi
Doç. Dr.	Sevil BACANLI	Hacettepe Üniversitesi
Doç. Dr.	Vedide Rezan USLU	Ondokuz Mayıs Üniversitesi
Doç. Dr.	Yasemin SERİN	Orta Doğu Teknik Üniversitesi
Yrd. Doç. Dr.	Burçak BAŞBUĞ ERKAN	Orta Doğu Teknik Üniversitesi

Volume: 08 Number: 03 Category: 02,04 Page: 1-11 ISSN No: 1303-6319 Cilt: 08 Sayı: 03 Kategori: 02,04 Sayfa: 1-11

TÜRKİYE'DE -OSMANLIDAN GÜNÜMÜZE- İSTATİSTİK TARİHİNE BAKIŞ

Fikri AKDENİZ*   Fetih YILDIRIM**

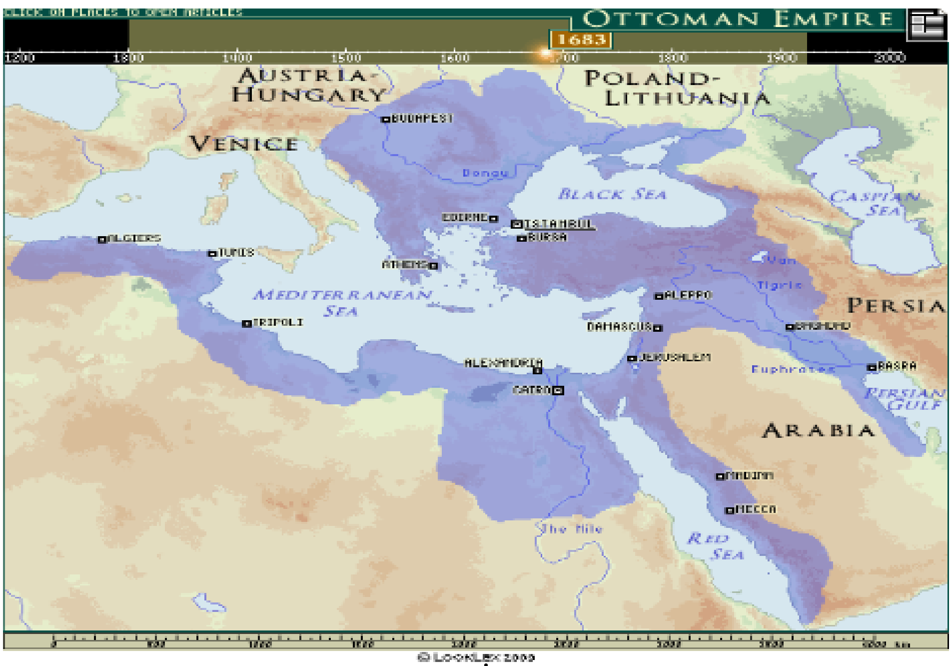
ÖZET

Amacımız, imparatorluğun korunmasını organize etmek ve ekonomiyi düzenlemek için istatistiksel veri kullanmak ve toplamak amacıyla Osmanlıların ilk çabalarından başlayarak gelişmeleri incelemek ve sunmaktır. Ayrıca Cumhuriyet döneminde ülkemizde İstatistik Bilim dalındaki gelişmeleri sizlerle paylaşmaktır.

Anahtar Kelimeler: Gelişmelerin tarihi, Osmanlılar, Türkiye'deki istatistik bilim tarihi.

1. GİRİŞ

Osmanlı İmparatorluğu (1300-1923): Modern Türkiye'nin yer aldığı Anadolu yarımadasının kuzeybatısında kurulmuştur. Gücünün en yüksek olduğu dönemde (17. yüzyılda) İmparatorluk, şimdiki Arnavutluk, Romanya, Bulgaristan, Yunanistan, Eski Yugoslavya, Macaristan, Irak, Suriye, Mısır, Kafkasya ve Rusya'nın bir parçası, Kuzey Afrika'nın çoğunluğu, üzerinde yönetime sahipti.



Şekil 1. 1683 yılında Osmanlı İmparatorluğu (mavi boyalı yerler)

*Prof. Dr. Çukurova Üniversitesi, Fen Edebiyat Fakültesi, İstatistik Bölümü, Adana, e-posta: akdeniz@cu.edu.tr
**Prof. Dr., Çankaya Üniversitesi, Mühendislik Fakültesi, Endüstri Mühendisliği, Ankara, e-posta: fyildirim@cankaya.edu.tr

İmparatorluk bu toprakların tümünü Birinci Dünya savaşı sonunda kaybetti ve sonuç olarak çöktü; Türkiye devleti onun külleri üzerinde kuruldu.

İmparatorluğu yönetenler, birbirinden farklı yapıdaki büyük nüfusa sahip imparatorluğun gücünün devlet hazinesini dolu tutmaya bağlı olduğunun bilincindeydiler. Bu durum fonksiyonel bir vergi sistemi gerektirmekteydi, bunu başarmak için de toprak ve "reaya" (İmparatorluğun ilk dönemlerinde toprakla uğraşan ve vergi ödeyenler) ile ilgili iyi kayıt tutulması temel alınmıştı. Türk olsun Hıristiyan olsun reayanın devletle ilgisi kanunnamelerle gösterilmişti. Arazi ve vergi konularında öncü araştırmacı hukukçularından Ord. Prof. Ebul'ula Mardin (1881-1957)'e göre en eski kayıtların Sultan Orhan (1326-1360) dönemine; İktisat tarihçisi Prof. Ömer Lütfi Berkan (1902-1979)'a göre en eski arazi tahrir defterinin Sultan Murat (1360-1389) devrine ait olduğu öne sürülmüştür.

Osmanlılar kayıt tutarak yazılı belgelere verdikleri önemi belirtmek için tüm resmi kayıtların toplanması amacıyla 1389 da "Defterhane" adı verilen birim oluşturmuşlardı. Birbirini izleyen fetihlerle toprakları üç kıtaya yayılan imparatorluğun değişken sınırları içinde reayanın iyi yönetilmesi, merkezi yönetim otoritesini sağlayıp sürdürebilmenin özü sayılmıştır. Kırsal kesimde vergi yükümlüleri için "Mufassal (uzun uzun anlatılan) Defter-i Hakani'ler (bütün mülklerin yazılı olduğu defter)" oluşturulmuştur. Bu defterlerde her vergi yükümlüsünün tasarrufu altındaki toprak miktarını saptayan ve çeşitli vergi oranlarını belirleyen bilgiler sistematik bir biçimde verilmiştir. Bu nedenle arşivlerde saklanan "Sancak Mufassal Defterleri" nüfus ve ekonomi bakımından en ayrıntılı kaynaklarımızdır.

Dünya'da İstatistik 17. yüzyıla kadar dar amaçlı yalnız bilgi toplamaya yönelik yapılmış, bu yüzyıldan sonra Devletlerin veri talebini karşılamak amacı ile vergi toplama, askere alma, nüfus, ölüm, doğum, ve göçe yönelik bilgiler derlenmiştir. 20. yüzyıl öncesinde toplanan veri, çağdaş anlayış ve yöntemlerle değildi. Bu dar yaklaşım, hem toplanan verinin kapsamını hem de veri toplama tekniklerini kaçılmaz olarak etkilemiştir. 20. yüzyılın başından itibaren olasılık teorisindeki gelişmelerinde izlenmesiyle istatistik teorisi geliştirilmiştir. Osmanlılarda da 1300'lerden başlayarak resmi veri- düzenleme çabaları orduya asker alma ve vergi toplama amaçlı yapılmıştır.

Veri çoğunlukla, merkezi hükümet tarafından istenen, verinin çeşidi hakkında sadece kabaca bilgi sahibi olan çoğunlukla görevlendirilmiş din görevlileri tarafından toplanmıştı. Bu yaklaşım, doğal olarak verinin kalitesini etkilemişti: gerçekten devlet görevlileri tarafından toplanmış veriye dayalı resmi olarak basılmış sonuçlar olması, bunların güvenilir olduğu anlamına gelmiyordu.

2. 1831 NÜFUS SAYIMI ÖNCESİNDE VERİ TOPLAMA VE DÜZENLEME

On dördüncü asrın ikinci yarısından başlayarak Osmanlılar, vergi amacıyla sahip oldukları toprakların kapsamlı kayıtlarını tuttular. 15.-17. yüzyıllara ait nüfus verisi öncelikle Osmanlı yönetiminin fethedilen topraklarda dönem dönem yaptırdığı sayım ve yazımlara (tahrirlere) dayanır. Bu tür verinin toplandığı tapu tahrir defterleri bu dönemler için demografik malzemeyi oluşturur. Burada öncelikli amaç, nüfus sayımı değil, birer arazi (tapu), ve tarımsal gelir dökümü olarak düşünülmüştü. Bugünkü anlamda bir demografik amaç yoktu. Bu tahrirlerde sayım birimi tek tek kişilerin kendileri değil, vergiye tabi tutulacak olan toprak sahibi hanelerdir. Toprak kayıt defterleri, düzenli bir programa bağlı olmadan pek çok defa güncelleştirilmiştir. Sonraki yüzyıllarda defterler düzenli tutulmamış ve boşluklar doğmuştur.

Çiftçiler ürettikleri ürüne dayalı olarak vergi ödemişlerdir, bu nedenle devlet ürün verimlerinin de kayıtlarını tutmuştur. Sayımdan kaçmaları önlemek, vergi miktarını en sağlıklı biçimde saptamak için belli yöntemler geliştirmişlerdi: Ödenecek vergiyi saptamak için üç yıldaki üretim ortalamasını esas almışlardı. Bu yaklaşım Osmanlı İmparatorluk yönetiminin istatistiği ilk kullanış şekli olarak düşünülebilir.

Devlet, 19. yüzyılda Orduda yapılan reform hareketine kadar yönetimi altında yaşayan insanların sayısını bilmek gereksinimi duymamıştı. Profesyonel ordunun belkemiğini oluşturan Yeniçeri ordusunun savaşlarda görev almaktan çok yöneticileri devirmekle ilgilenmesinin, ve devletin yapmak istediği tüm yenilik girişimlerinin karşısında yer alarak bir irtica unsuru olmasının sonucu olarak 1826 da, Vak'a-i Hayriye olayı sonrasında kaldırılmasıyla, sadece Müslüman askerlerden oluşan yeni bir ordu kurulmasına karar verilmişti. Böylece orduda görev alacak genç nüfusu saptamak amacıyla genel nüfus sayımı yapılmasına, ayrıca bu kez vergi almak için Müslüman olmayanları da içine alacak şekilde sayım yapılması gerektiğine karar verilmişti.

3. OSMANLI İMPARATORLUĞUNUN İLK GENEL NÜFUS SAYIMI

On dokuzuncu yüzyıla gelinceye kadar Osmanlılarda yalnız nüfusu saptamak amacıyla yapılan sayımlara rastlanmaz. Vak'a–i Hayriye olayından sonra 1828 Osmanlı-Rus savaşı sırasında ilk nüfus sayım denemeleri yapılmışsa da savaş koşulları nedeniyle sonuç alınamamıştır. Tarihçi Prof. Enver Ziya Karal (1906-1982)'ın 1943 yılında basılan kitabına göre Osmanlı İmparatorluğu'nun ilk genel nüfus sayımı II. Mahmut (1784-1839)'un yenilik hareketleri sırasında Rumeli ve Anadolu Sancaklarıyla kasabalarında 1831 de yapıldı. Daha önce böyle genel nüfus sayımı yapılmadığından halkın endişe duymaması için sayımda şer'i memurlar (din görevlileri) görevlendirilmişti. Rumeli ve Anadolu'dan gönderilen defterleri derlemek ve değerlendirmek üzere İstanbul'da "Ceride Nezareti" kurulmuştu. Daha önceki nüfus sayımları bölgesel olarak yapılmıştı ve sonuçlar asla basılmamıştı. 1831 sayımında sadece erkek nüfus sayılmış ve sayılan nüfus, Müslüman olan ve Müslüman olmayan halk olarak kaydedilmiş, kimi yerde yaş, kimi yerde ise bıyık ve sakalın yoğunluğu ve rengi özellikle askerliğe uygun kimselerin saptanmasında esas alınmıştır. Memurların müslüman nüfusunu ayırt etmede farklı yaklaşımlarda bulunmaları belki de ellerine yazılı bir talimat verilmemiş olmasının sonucudur. Halkı korkutmamak için bu açıklamalar halkın gözü önünde kayıtlara yazılmamış, isimlerin yanına istenilene uygun, anlamında işaret koyulmuştur. Tüm imparatorluğa ulaşıldığı öne sürülemeyeceğinden ayrıca sayım sadece erkek nüfus arasında yapıldığından bu sayımın toplam imparatorluk nüfusunu yansıttığı öne sürülemez. Yinede, değinilen sayımla ilk kez yaklaşık da olsa Anadolu ve Rumeli'de demografik durumla bu yörelerin nüfusunda Müslüman olan ve olmayanların belirlenmesi yararlı olmuştur. Bu sayım için nüfus, din esasına göre bölünmüştü- Müslümanlar, Hıristiyanlar, Yahudiler. Kıptiler ve askerler ayrı gruplar olarak sayıldı. Sayımlar farklı yaş grupları için bulundu; fakat yaş gruplamalarının bölgesel görevlilerin kendi isteklerine göre değiştiği görülmektedir. Genel olarak, kişiler, çocuk, genç (askerlik hizmeti için uygun) ve yaşlı olarak sınıflandırılmıştır. Rahatsız ve fiziksel olarak sakat kimseler ayrı olarak kayıtlara geçmiştir. Başkent İstanbul'dan gönderilen görevliler Müslüman erkeklerin isim ve yaşlarını tek tek yazdılar. Müslüman olmayan erkek nüfus, vergi ödeyenler (düşük (on iki kuruş), orta (yirmi dört kuruş), yüksek gelir (kırk sekiz kuruş) gruplarına göre) ve vergiden muaf olanlar (yaşlı, iş yapamaz, sakat) olarak bölünmüştü. Hıristiyan nüfus Reaya olarak gösterilmişti. Reayanın kalabalık olduğu büyük illerde Hıristiyanlar Bulgar, Rum, Ermeni biçiminde de ayrıca ayrılmıştı.

Bu sayımın sonucu olarak devlet aşağıdaki doğruya yakın bilgiye sahip olmuştu:
1. İmparatorluk içindeki etnik ve dinsel azınlıkların yaklaşık dağılımı,
2. Askerlik için uygun Müslümanların sayısı,
3. Toplanabilecek verginin tahmini.

Bu sayımın en büyük eksiği şuydu: Sınırlı yaş bilgileri kaydedilmişti, bu sonuçlar doğru nüfus projeksiyonları için kullanılamazdı. 1831 nüfus sayımından sonra bazı bölgesel sayımlar yapılmıştı, 1897 deki genel nüfus sayımına kadar bazı başarısız girişimler olmuştu.

Bazı kişiler 1831 nüfus sayımından kuşku duyabilecektir. İnanıyoruz ki bu sayım bir politik amaç taşımamaktadır. Devlet, Müslüman nüfusu askerlik için, Müslüman olmayan nüfusu da vergi amaçlı bilmek istemiştir. Müslüman nüfus için olması gerekenin altında tahmin daha az asker demektir. Müslüman nüfusu çok göstermek kendi kendini aldatmak, Hıristiyan nüfusu az göstermek ihtiyaç duyulan verginin bir kısmından feragat etmek anlamına gelirdi ki her iki durum da devletin aleyhinedir.

4. ONDOKUZUNCU YÜZYIL SONLARI VE OSMANLI İMPARATORLUĞU'NUN İLK İSTATİSTİK YILLIĞI

Osmanlı Devleti'nde ilk "İstatistik Dairesi" I. Abdülaziz (1861-1876) döneminde 1874 yılında kurulmuş, aynı yıl nüfus sayımına girişilmiştir. II. Abdülhamit (1876-1909) döneminde 1877 de "İstatistik Dairesi" kapatılmış, 1877 de çıkarılan "İstatistik İdareleri Yasası" ile her bakanlık her il ve büyük ilçelerde birer istatistik dairesi ve İstanbul'da başbakanlığa bağlı bir "İstatistik Danışma Kurulu" oluşturulmuştur. 12.09.1880 tarihli "İstatistik idareleri hakkında tüzük" ile taşradaki istatistik dairelerinin ve 01.10.1891 tarihli "Başbakanlık istatistik danışma" kurulu hakkında tüzük" ile de danışma kurulunun görevleri belirtilmiştir. 28.02.1882 tarihli "Hukuk ve Ticaret İstatistikleri yönetmeliği" ile 28.02.1882 tarihli "Ceza İstatistikleri Yönetmeliği" yürürlüğe girmiştir. 1881 yılında "Nüfus Sicil Tüzüğü" yayınlanmış ve "Nüfus Müdürlüğü "kurulmuştur. Aynı yıl içinde "Genel Nüfus Sayımı Tüzüğü" yayınlanmıştır (Kutsal ve Toktamış, 1981).

Osmanlı Devleti'nin ilk ve tek genel İstatistik Yıllığı 1897 yılında hazırlanmıştır. Bu yıllık 19. yüzyılın sonunda Osmanlı Devletinin çeşitli ekonomik ve sosyal göstergeleriyle ilgili yıllar ve bölgeler itibariyle ayrıntılı veriyi içermektedir. Bu yıllıkta yönetimsel yapı, nüfus, eğitim, sağlık, kara ve deniz ulaşımı, tarım, madencilik, ormancılık, haberleşme, dış ticaret, sanayi ve yargı ile ilgili veri bulunmaktadır. Bu özelliği nedeniyle bu eser büyük önem ve değer taşımaktadır. Bu yıllıkta 1877-1897 yılları arasında Osmanlı toprakları içinde göçmenlerin sayısı, hastanelerin, doktorların, diğer sağlık sektörü personel sayıları, cinayet ve hafif suçların türleri ve suç işleyenlerin mesleklere ve etnik yapıya göre dağılımı, okullar, yabancı okullar, Müslüman olan ve olmayan öğrenci sayıları, öğretmenler, yüksek okullarda öğretilen dersler, üretilen tahıl miktarları, canlı hayvan sayıları, devletin gelir ve giderleri, v.s görülmektedir. 1897 yıllığı bugün üretilen istatistiksel yıllıklara çok benzerlik göstermektedir.

19. Yüzyılın sonunda Osmanlı İmparatorluğu 3272354 km^2 toprak üzerinde hükmediyordu ve üç kıtaya yayılmıştı. Nüfusun yaklaşık olarak 23,1 milyonu Avrupa topraklarında, 10,1 milyonu Asya ve Afrika topraklarında bulunmaktaydı.

5. YİRMİNCİ YÜZYIL BAŞLARI

Osmanlı döneminin ilk tarım sayımları Avrupa bölümündeki toprakları için 1907 de, Asya ve Afrika'daki toprakları için 1909 yılında yapılmıştır. İstatistikte yer alan verinin derlenmesi için tüm il ve ilçelere soru formları gönderilmiş ve bunların çoğunluğu ticaret odaları ile belediye meclislerince, bir bölümü ise mal, tapu ve nüfus memurlarından oluşan komisyonlar tarafından doldurulmuştur. İstenen bilgilerin soru formlarına doldurulmasında ilçenin mal, tapu ve özellikle de vergi kayıtlarından büyük ölçüde yararlanılmıştır.

1913 ve 1914 yıllarında da benzer tarım sayımları yapılmıştır. Tarım istatistiklerinde yer alan başlıca tarla ürünlerinin ekiliş alanları, üretim miktarları, üretim değerleri, ve verimlilik düzeyleri ile ilgili bilgiler sunulmuştur. Tarımsal üretim miktarları, üretimden alınan öşür (üretilen ürünün onda biri) vergisi gelirleri dikkate alınarak tahmin olduğundan nispeten doğruya yakın verilerdir.

Osmanlı Tarım ve Ticaret Bakanlığı 1913 ve 1915 yıllarında İstanbul çevresinde ve Anadolu'nun batısında yer alan diğer büyük şehirlerde sanayi sayımı yaptırmıştır. Geri kalan şehirlerde, Adana ve Tarsus'taki dört pamuk ipliği fabrikası dışında önemli bir sanayi kuruluşu bulunmamaktadır. Sonuçları 1917 de yayınlanmıştır. Endüstriyel üretimler sekiz gruba ayrılmıştır: gıda (un, makarna, şekercilik, konserve, bira, buz, tütün, ispirtolu içki üretimi), toprak (tuğla, çimento, kireç, porselen üretimi), deri (saraçlık, ayakkabı, işlenmiş deri üretimi), ağaç (marangozluk ve doğramacılık, tahta kutu üretimi), dokuma (hazır elbise ve çamaşır, ipek dokumacılığı, pamuk ipliği, yün iplik üretimi) , kırtasiye(sigara kağıdı, matbaacılık ve diğer kağıt üretimi), kimya yağ, sabun, palamut özü, diğer kimyasal maddeler üretimi), madeni eşya (dökümhane ve imalathaneler, diğer döküm mamulleri) dır.

Beşinci Mehmet Reşat (1909-1918) zamanında 1910 yılında frengi ile savaş yasasının uygulaması ile sağlık istatistiklerine başlanmıştır. 31.03.1918 tarihinde "İstatistik Genel Müdürlüğü kurulması hakkında yasa" ve Altıncı Mehmet Vahdettin (1918-1922) döneminde 14.08.1918 tarihinde "İstatistik Genel Müdürlüğünün görevleri ve dairelerdeki istatistik büroları ile ilişkilerine ait tüzük" yürürlüğe konmuş, bu konuda başarı sağlanamamış ve 18.07.1919 bir kararname ile bu genel müdürlük kaldırılmıştır. 15.09.1919 tarihli bir kararname ile de Başbakanlık İstatistik Genel Müdürlüğünün tasfiyesi esasları saptanmıştır (Kutsal ve Toktamış, 1981).

6. CUMHURİYET DÖNEMİ

25.04.1926 tarih ve 3517 sayılı "Merkezi İstatistik Dairesi Kurulması hakkındaki yönetmeliği yürürlüğe koyan kararname" yayınlanmıştır. Bu kararnameden sonra Belçika'lı İstatistik Uzmanı Camile Jacquart müdürlük görevine başlamıştır. 13.06.1962 gün ve 53 sayılı "Devlet İstatistik Enstitüsü" nün kuruluşu, görevleri, yetkileri hakkında yasa yürürlüğe girmiştir.

6.1 Türkiye'de İstatistik Biliminin Gelişimi

Bu bölümü Ülkemizde görevli olduğu sırada Profesör William Wasserman (Syracuse University)'ın "The Teaching and Use of Statistics in Turkey, The American Statistician (1958), Vol. 12, No.2, 16-18" yazısına dayanarak sunmak istiyoruz. Wasserman'a göre:

- Türkiye'de, Yönetim birimleri, endüstri ve çeşitli bilim dallarında istatistik yöntemlerin potansiyeli henüz bilinmemektedir.
- Küçük fakat gelişme eğilimi gösteren bir grup insan istatistik yöntemler hakkında bilgi sahibi ve onları uyguluyorlar.
- Son beş yıl boyunca günümüze kadar bazı fakültelerde istatistik dersleri veriliyor, diğerlerinde yetişmiş öğretim üyesi olmadığından istatistik dersi verilememektedir.

Türk eğitim sisteminde herhangi bir yerde istatistikte derece almış birini bulmak mümkün değildir. Makalenin yazıldığı yılda (beş yıldır) İstanbul Üniversitesi İktisat Fakültesi'nde öğrencilerin Olasılık ve İstatistiğe Giriş dersleri aldıkları belirtilmiştir. Ayrıca üst sınıflarda Örnekleme ve Demografik İstatistik Analizi dersleri de bulunmaktadır. Ankara Üniversitesi Siyasal Bilgiler Fakültesinde de tüm öğrencilerin aldığı "ekonomi için istatistik" dersleri vardır. Ankara Üniversitesi Ziraat Fakültesi'nde de üçüncü sınıf öğrencileri için bir yarıyıllık istatistik dersinde olasılık ve istatistik bilgisine ek olarak varyans analizi ve deneysel tasarım da verilmektedir. İstanbul'daki Robert Kolej'de de İstatistiğe Giriş dersi bulunmaktadır. Buralardaki istatistik dersleri Amerika'da eğitim görmüş öğretim elemanları tarafından verilmektedir. Bu tarihte İstanbul Teknik Üniversitesi, Ankara Üniversitesi Fen Fakültesi, İstanbul Üniversitesi Tıp Fakültesi'nde henüz İstatistik dersi bulunmamaktadır.

Profesör Wasserman'ın yazısını göz önüne alarak yaptığımız inceleme sonucunda günümüzden 30 yıl öncesine kadar basılmış Türkçe istatistik kitaplarından ulaşabildiklerimizi aşağıda vereceğiz. Büyük bir kısmı hayatta olmayan yazarları önderler olarak anmak istiyoruz.

(1935-1980) yılları arasında Türkiye'de İstatistik bilim dalının tanıtılması ve geliştirilmesi amacıyla basılmış ilk istatistik kitapları

A. DeMoncetz (1935): "İstatistik Usullerine Giriş", İstatistik Umum Müdürlüğü, Neşriyat No:69, Tetkikler Serisi No:39, Ankara.

Ömer Celal Sarç (1936): "İstatistik Teorisi ve Tekniği", İstanbul Üniversitesi Yayınları No:37, İstanbul Üniversitesi Hukuk Fakültesi Seri A-4, İstanbul.

Celal Aybar ve Sabit Aykut (1937): "Nazari ve Tatbiki İstatistik Dersleri", Erkek ve Teknik Öğretim Okulları Ders Kitapları No:5, İstanbul.

Mustafa Fotoz (1937): "İstatistik Mebadisi (Tercüme)", İstatistik Umum Müdürlüğü, Neşriyat No:112, Tetkikler Serisi No: 62, Ankara.

Ratip Yüceuluğ (1942): "İstatistikte Enterpolasyon Usulleri", İstatistik Umum Müdürlüğü Yayını, Ankara.

Zeki Zeybekoğlu (1942): "İstatistik Tahliline Giriş (Tercüme)", İstatistik Umum Müdürlüğü, Neşriyat No: 189, Tetkikler Serisi No: 84, Ankara.

Selim Sabit Aykut (1946): "İstatistik Kültürü", DİE Yayını No: 258, Ankara.

Ratip Yüceuluğ (1947): "Değişme İndeksleri", İstatistik Umum Müdürlüğü Yayını No: 269; İncelemeler No: 122, Ankara.

Ratip Yüceuluğ (1947): "Toplanma: Toplanma Oranı, Toplanma İndeksleri" İstatistik Umum Müdürlüğü, Yayın No:266, İncelemeler No: 119, Ankara.

Celal Aybar (1948): "Teorik ve Teknik İstatistik Dersleri", İstanbul.

Orhan Düzgüneş (1952): "İstatistik Metodları", İstatistik Genel Müdürlüğü Yayınları, Ankara.

Celal Senay (1954): "Matematik: İstatistik Metodları", Ankara.

Haydar Furkaç (1956): "İstatistik Analizi"(Tercüme), İstanbul Üniversitesi Yayınları No: 678, İstanbul İktisat Fakültesi Yayını No: 88, İstanbul.

Mustafa Fotozoğlu (1958): "Ekonomik ve Sosyal Kalkınmada Temel İstatistikler Listesi Tasarısı (Tercüme Eser)", İstatistik Umum Müdürlüğü Yayınları No: 381, Ankara.

Necati İşcil (1958, 1963): "İstatistik Metodları ve Tatbikatı" Yayın No. 377, İstiklal Matbaası, Ankara.

Haydar Furgaç (1960): "İstatistik Usülleri I-Rölöveler," İstanbul.

Fazıl Gülçür (1961): "İstatistik Metodları: Analizi-Numuneler Teorisi-Tatbikatı", Aktif Büro, İstanbul.

Ömer Celal Sarç (1962): "İstatistik", İstanbul Üniversitesi Yayınları No:135, İstanbul.

Kemal Göçmençelebi (1962): "İstatistik Metodları", DİE Yayını No:424, Ankara.

Zeki Avralıoğlu, Tevfik Çavdar ve Joel, L.Tucker (1963): "A Report on Sampling in Turkey", SIS Publications, Ankara.

Kemal Göçmençelebi (1964): "Endeks Sayılar", DİE Yayını No: 459, Ankara.

Haluk Cilov (1966): "Teorik ve Pratik İstatistik", İstanbul Üniversitesi Yayınları No: 1186, İstanbul İktisat Fakültesi Yayını No: 185, Gazetecilik Enstitüsü Yayını No: 7, İstanbul.

Tuncer Bulutay (1965): "Doğrusal Programlamaya Giriş", A.Ü. Siyasal Bilimler Fakültesi Yayınları No:186.

Tevfik Çavdar (1967): "Hanehalkı Anketlerinde Veri Düzenlemesi, DİE Yayını, Ankara.

Tuncer Bulutay (1967): “Ekonometrik Bir Deneme”, A.Ü. Siyasal Bilimler Fakültesi Yayınları No: 217.

Sevil Korum (1968): “Türkiye’de Toptan Eşya Fiyatları Endeksi”, A.Ü. Siyasal Bilimler Fakültesi Yayınları No: 260, Ankara.

Haluk Cilov (1968): “Tatbiki İstatistikler”, İstanbul Üniversitesi Yayını, İstanbul.

İlhami Karayalçın ve Coşkun Külür (1968): “Mühendisler İşletmeciler ve Araştırmacılar için Matematik İstatistik”, Arkadaş Matbaası, İstanbul.

Tevfik Çavdar (1969): “The Sampling Design of the Labor Force Survey in Turkey”, DİE Yayını, Ankara.

Uğur Korum (1969): “Ekonometrik Modeller ve Türk Ekonomisi için Bir Deneme”, Ankara Üniversitesi SBF Yayınları No: 268, Ankara.

Tevfik Çavdar (1970): “Ekonomiye Uygulanmış Genel Matematik”, DİE Yayınları No: 605, Ankara.

Tevfik Çavdar (1970): “Ekonomi Teorisine Giriş”, DİE Yayını, Ankara.

Alptekin Esin (1970): “Örnekleme Metodları ve bir Uygulama, Kalite Matbaası, Ankara.

Haluk Cilov (1971): “İstatistik Tekniği ve Uygulaması”, İstanbul Üniversitesi Yayınları No: 1603, İktisat Fakültesi Yayınları No: 293, Gazetecilik Enstitüsü Yayını No: 13, İstanbul.

Uğur Korum (1971): “Matematiksel İstatistiğe Giriş”, Ankara Üniversitesi Basımevi, Ankara.

Kenan Gürtan (1971): “İstatistik ve Araştırma Metodları”, İstanbul Üniversitesi İşletme Fakültesi Yayınları, İstanbul.

Alaettin Kutsal ve Zehra Muluk (1972): “Uygulamalı Temel İstatistik” Hacettepe Üniversitesi Yayını, A2, Ankara.

Hüsnü Arıcı (1972): “İstatistik Yöntemler ve Uygulama”, Hacettepe Üniversitesi Yayını, Ankara.

Fazıl Gülçür (1973): “İstatistik Araştırma Metodları: İstatistik Matematiği-İstatistik Tahminler-Kararlar”, İstanbul İktisadi İdari İlimler Akademisi Yayını No: 55, İstanbul.

Kemal Göçmençelebi (1974): “İstatistik Ders Notları”, Ankara Mektupla Öğretim Merkezi Yayını, Ankara.

Kenan Ural (1973): “İstatistik ve Karar Alma”, İstanbul Üniversitesi Yayınları, İstanbul.

Şaban Karataş (1973): "İstatistiğe Giriş", Atatürk Üniversitesi Yayınları No: 456, Ziraat Fakültesi Yayınları No: 134, Erzurum.

Tevfik Çavdar (1974): "Örnekleme Planı", DİE Yayını, Ankara.

Kenan Gürtan (1974): "İstatistik ve Araştırma Metodları, İktisat ve İş İdaresine Tatbikatı", İstanbul Üniversitesi Yayını, İstanbul.

Baki Işıkara (1975): "Regresyon Yöntemleri ve Sorunları", İstanbul Üniversitesi İktisat Fakültesi Yayınları, İstanbul.

Leyla Ecevit ve Erdoğan Özötün (1975): "Türkiye'nin Gelir ve İstihdam Dağılımındaki Yapısal Değişim ve Kuznets Hipotezi", DİE Yayınları No: 735, Ankara.

Mehmet Kıcıman (1975): "Mühendisler için İhtimaller Hesabı ve İstatistiğe Başlangıç", ODTÜ Yayını, Ankara.

Fikri Akdeniz (1976): "Olasılık ve İstatistik", Bizim Büro, Ankara.

Kenan Ural (1976): "İstatistik Yöntemleri ve Uygulamaları I", İstanbul Üniversitesi Yayınları No: 2125, İktisat Fakültesi Yayınları No: 368, İstanbul.

Kemal Yoğurtçugil (1976): "Örnekleme/Yöntemler ve Uygulama", İstanbul Üniversitesi İktisat Fakültesi Yayınları, İstanbul.

Ergün Kip ve Yüksel İşyar (1976): "Basit ve Çoklu Regresyon Analizlerinin Zirai Ekonomi Problemlerine Uygulanması", Atatürk Üniversitesi Yayınları No: 217, Erzurum.

Yüksel İşyar (1976): "İstatistik ve Ekonometrinin Temel Kavramları", Atatürk Üniversitesi Yayınları No: 456, Ziraat Fakültesi Yayınları No: 213, Erzurum.

Bilge Aloba Köksal (1977): "İstatistik Analiz Metodları", Boğaziçi Üniversitesi Yayınları, 137, İstanbul.

Necati İşçil (1977): " Örnekleme Yöntemleri", Kalite Matbaası, Ankara.

Zeki Avralıoğlu (1977): "İstatistik", Ankara İktisadi İdari İlimler Akademisi Yayını No: 14, Ankara.

Maide Oruç (1977): "İstatistik Yöntemler", Bizim Büro, Ankara.

Hayriye Özden (1977): "Örneklemeye Giriş", Hacettepe Üniversitesi Fen Fakültesi Basımevi, Ankara.

Yalçın Tuncer (1978): "Bölgelerarası Benzeşme ve Türkiye: 1963-1973", ODTÜ Yayını No: 32, Ankara.

Necla Çömlekçi (1978): "Deney Planlamasına Giriş", Eskişehir İktisadi ve Ticari İlimler Akademisi Basımevi, Eskişehir.

Kemal Yoğurtçugil (1978): "Ki-Kare Üzerine Bir Deneme", İstanbul Üniversitesi İktisat Fakültesi Yayınları, İstanbul.

Orhan İdil (1979): "Yönetimde İstatistik, Teknikler ve Örnek Olaylar", Fatih Yayınevi, İstanbul.

Aybars Gürpınar (1979): "Introduction to Statistical Methods in Engineering", Volume 1, ODTÜ Yayını, Ankara.

İrfan Gürgan (1979): "İstatistik" (Ticaret Liseleri İkinci Sınıf) (Onbirinci basılış) Milli Eğitim Basımevi, İstanbul.

Yalçın Tuncer (1980): "A Course in Multivariate Statistics: Distributions" ODTÜ İdari İlimler Fakültesi Yayını No: 37, Ankara.

Erkan Öngel (1980): "Araştırmacılar için Kimi İstatistiksel Teknikler" Ankara İktisadi ve Ticari İlimler Akademisi Yayını, Ankara.

6.2 Ülkemizdeki İstatistik Bölümleri ve İstatistik Bilim Dalının Gelişimi

Ülkemizde ilk İstatistik bölümünün kuruluşunun üzerinden 45 yıl geçti. İstatistikçiler Üniversitelerde istatistik, matematik, endüstri, ekonomi, ekonometri, zootekni, bölümleri ve Tıp Fakülteleri Biyoistatistik anabilim dalları v.s. içine dağılmış durumdadırlar.

Son yıllarda yeterli sayıda öğretim üyesi olmadan değişik nedenlerle Ülkemizde İstatistik bölümleri açılmıştır. Üniversitelerimizin istatistik bölümlerinde 140 civarında görev yapan doktoralı öğretim üyesi bulunmaktadır. Bunların en az %10 unun doktorası İstatistik bilim dalı dışındadır. Bu sayı Endüstri ve Matematik bölümleri ile Zootekni Biyometri bilimdalı ve Tıp Fakültelerindeki 20 civarındaki Biyoistatistik anabilim dallarında çalışan 60 kadar doktoralı öğretim üyesinin eklenmesiyle 200 ü geçebilir. Görüldüğü gibi Ülkemizde 45 yıllık mazisi olan bir bilim dalının öğretim elemanlarıyız

Temel Bilimler arasında yerini alan İstatistik bilim dalının ülkemizde geliştirilebilmesi için ilgili bilim dallarında tüm aşamalar için oluşturulan jürilerin araştırmalara uluslararası boyut kazandırma çabası içinde olmaları gerektiği inancındayız.

Ülkemizde son zamanlarda her yıl en az bir ulusal nitelikli yakın bilim dallarını da içeren istatistik sempozyumu düzenlenmektedir. Bu toplantıların sağlayacağı yakınlaşmalarla ortak araştırma konuları üzerinde çalışanlar cesaretle uluslararası dergilerde ortak yayın yapma yollarını bulmalıdırlar. Bilimde öncü ülkelerin bilim insanları, kurumlar ve uluslar arası ortak yayın yapma eğilimine hız vermiş durumdadırlar. Bu yaklaşım örnek alınmalıdır. Ülkeler sıralamasında yer alabilmemiz için az sayıdaki istatistikçimizin özgün yayın yapma çabası yeterli olmamaktadır. Bilimsel anlamda gelişmiş ülkeler arasında yer alabilmemiz için bilimsel yayınları ve uluslararası bilimsel konferansları güncel olarak izleyerek yayınlarımızda da sayı ve niteliği arttırmalıyız. Unutulmamalıdır ki "Bilimin nabzı bilimsel dergilerde atmaktadır". Ord. Prof. Dr. Cahit Arf hocamızın 1974 yılında temenni ettiği gibi "Genç bilim insanlarımızın anlamak hırslarını uzun süre her şeyin üstünde tutabilmeleri ve mutluluklarını uzun süre orada bulabilmeleri " gerekmektedir. Sonuç olarak, düzeyli araştırmalarla gelecek için bilinçle bilgi üreterek kalıcı izler bırakacak biçimde bilim dünyasında yerimizi almalıyız.

Yazımızı uzun yıllardır Ülkemizde söylenen bir tümce ile bitirmek istiyoruz: "İSTATİSTİK ÜRETMEK KARANLIĞA IŞIK GÖTÜRMEK KADAR ONURLU BİR GÖREVDİR."

7. KAYNAKLAR

Akdeniz, F., Dönmez, D. 1999. The History of Statistics in the Ottoman Empire. Chance, 12 (3): 37-39.

Behar, C., 1996. Osmanlı İmparatorluğu'nun ve Türkiye'nin Nüfusu 1500-1927. Tarihi İstatistikler Dizisi Cilt 2. T.C. Başbakanlık Devlet İstatistik Enstitüsü.

Güran, T., 1997. Osmanlı Dönemi Tarım İstatistikleri 1909, 1913, ve 1914. Tarihi İstatistikler Dizisi 3. T.C. Başbakanlık Devlet İstatistik Enstitüsü.

Güran, T., 1997. Osmanlı Devletinin ilk İstatistik Yıllığı 1897, Tarihi İstatistikler Dizisi 4, T.C. Başbakanlık Devlet İstatistik Enstitüsü.

Karal, E. Z., 1997. Osmanlı İmparatorluğunda İlk Nüfus Sayımı, 1831 DİE Matbaası II. Baskı, İlk baskı 1943.

Kutsal, A., Toktamış, Ö., 1981. İstatistik Tanımlar, Tarihçe, Örgütler, Yayınlar, Öğretim Hacettepe Üniversitesi Fen Fakültesi Yayını. Ders Kitapları Dizisi: 14.

Ökçün, G., 1997. Osmanlı Sanayi 1913, 1915 Yılları Sanayi İstatistikleri. Tarihi İstatistikler Dizisi 4. T.C. Başbakanlık Devlet İstatistik Enstitüsü.

Pamuk, Ş., 1995. 19. Yüzyılda Osmanlı Dış Ticareti. Tarihi İstatistikler Dizisi Cilt 1. T.C. Başbakanlık Devlet İstatistik Enstitüsü.

Wasserman, W., 1958. The Teaching and Use of Statistics in Turkey, The American Statistician 1958, 12 (2): 16-18.

A PERSPECTIVE OF THE HISTORY OF STATISTICS IN TURKEY FROM THE OTTOMANS' TIMES TO THE CURRENT ERA

ABSTRACT

The purpose of this paper is to present and search of the relevant progresses of how to use and collect statistical data in order to organize and justify the economy, and to organize how to keep continuation of the empire by starting from the initial attempts the Ottomans to the current era. In addition to this, we would like to share with the readers all the progress in the area of statistical science in Turkey during the period of the Turkish Republic.

Keywords: History of the progress, Ottomans, Statistical science history in Turkey.

Cilt: 08 Sayı: 03 Kategori: 01 Sayfa: 12-23 ISSN No: 1303-6319 Volume: 08 Number: 03 Category: 01 Page: 12-23

NORMAL MÜDAHALELİ ÖDÜLLÜ YENİLEME SÜRECİNİN SINIR FONKSİYONELLERİ ÜZERİNE

Zulfiyya MAMMADOVA* Tahir KHANİYEV İhsan ÜNVER*****

ÖZET

Bu çalışmada Normal müdahaleli ödüllü yenileme süreci (X(t)) matematiksel olarak tanımlanmış ve bu sürecin iki sınır fonksiyoneli (N_1 ve τ_1) ele alınmıştır. Bu fonksiyonellerin momentleri arasında kesin bir bağıntı kurulmuş ve daha sonra hem N_1 hem de τ_1 in ilk dört momenti için asimptotik açılımlar elde edilmiştir.

Anahtar Kelimeler: Ödüllü yenileme süreci, Normal müdahale, Sınır fonksiyonelleri, Momentler, Asimptotik açılım.

1. GİRİŞ

Envanter, stok kontrol, kuyruk teorisi, güvenirlik gibi uygulamalı alanlarda ortaya çıkan birçok problem yenileme, ödüllü yenileme ve rasgele yürüyüş süreçlerinin sınır fonksiyonelleri yardımıyla ifade edilebilir. Literatürde bu konuda önemli teorik sonuçlar mevcuttur: Aliyev et al. (2010), Alsmeyer (1991), Aras and Woodroofe (1993), Borovkov (1984), Brown and Solomon (1975), Feller (1971), Gihman and Skorohod (1975), Jewell (1967), Khaniyev et al. (2005), (2006), (2010), Lotov (1996), Nasirova (1998), Ross (1996). Ancak, elde edilen sonuçlar genellikle karmaşık matematiksel yapıya sahip oldukları için kullanışlı değillerdir. Bu karmaşık yapıyı daha kullanışlı bir hale getirmek için son yıllarda iki yönde araştırmalar yoğunlaştırılmıştır. Bir taraftan benzetim yöntemleri kullanılarak bilgisayar yardımı ile sayısal sonuçlar alınmakta; diğer taraftan ise asimptotik yöntemler kullanılarak yaklaşık, fakat yeterince sade ifadeler elde edilmektedir. Bu nedenle, literatürde asimptotik yöntemlerin uygulanmasına ait birçok değerli çalışmalar ortaya konulmuştur Alsmeyer (1991), Aras and Woodroofe (1993), Chang and Peres (1997), Khorsnov (1997), Lotov (1996). Bu çalışmalardan özellikle, Alsmeyer (1991) ve Lotov (1996) çalışmaları büyük ilgi görmektedirler. Alsmeyer (1991)'in çalışmasında harmonik yenileme fonksiyonu için iki terimli asimptotik açılım elde edilmiştir. Lotov (1996)'un çalışmasında ise Gauss rasgele yürüyüş sürecinin sınır fonksiyonelleri için üç terimli asimptotik açılımlar elde edilmiştir.

Kesemen (2006)'in doktora tez çalışmasında ise, Gamma müdahaleli rasgele yürüyüş süreçlerinin sınır fonksiyonelleri asimtotik yöntemlerle incelenmiştir. Bununla birlikte rasgele faktörlerin etkisi altında değişen birçok dinamik sisteme gerektiğinde "dışarıdan müdahale edilmesi" aslında birçok faktörün toplam etkisi altında oluşmaktadır.

*Dr., Karadeniz Teknik Üniversitesi, Matematik Bölümü, e-posta: zulfiyyamammadova@gmail.com
**Prof. Dr., TOBB Ekonomi ve Teknoloji Üniversitesi, Endüstri Mühendisliği, e-posta: tahirkhaniyev@etu.edu.tr
***Prof. Dr., Karadeniz Teknik Üniversitesi, Matematik Bölümü, e-posta: ihsanunver@ktu.edu.tr

Bu çalışma 110T559 nolu proje kapsamında TÜBİTAK tarafından desteklenmiştir.

Dolayısıyla, böyle kararlar verilirken birçok faktörün toplam etkisi göz önünde bulundurularak "müdahale" kararları verilmektedir. Merkezi Limit Teoremine göre etki gösteren faktörlerin sayısı arttıkça "müdahale"yi ifade eden rasgele değişkenin dağılımı yaklaşık da olsa normal dağılıma yakınsayacaktır.

Bu nedenle, çok sayıda rasgele faktörlerin etkisi altında faaliyet gösteren sistemler için "müdahale"nin Normal dağılıma sahip olduğunu kabul etmek daha mantıklı ve pratik açıdan elverişlidir. Ancak Normal müdahaleli süreçlerin incelenmesi, Gamma müdahaleli süreçlere göre çok daha karmaşıktır. Gamma müdahaleli süreçleri incelerken ortaya çıkan ifadeler genellikle bir yenileme fonksiyonunun Laplace dönüşümü yardımı ile verilebilir. Fakat Normal dağılımlı müdahalelerde bu elverişli matematiksel yöntem kullanılmamaktadır. Bu nedenle, Normal müdahaleli süreçlerin incelenmesi hem bilimsel, hem de pratik öneme sahiptir.

Bu çalışmanın temel amacı, asimptotik yöntemleri kullanarak Normal müdahaleli ödüllü yenileme sürecinin iki önemli sınır fonksiyonelinin momentleri için yaklaşık ifadeler elde etmektir. Bu sebeple, bu çalışmada Tauber - Abel teoremleri ve yenileme teorisinin temel sonuçları kullanılarak, sınır fonksiyonellerinin momentleri için üç terimli asimptotik açılımlar elde edilmiştir. Ele alacağımız stokastik süreci matematiksel olarak tanımlamadan önce aşağıdaki fiziksel modeli ifade edelim.

Fiziksel Model: Başlangıç anında bir depodaki stok seviyesinin $z>0$ olduğunu varsayalım. $T_1=\xi_1, T_2=\xi_1+\xi_2, ..., T_n=\xi_1+\xi_2+...+\xi_n, ...$ rasgele anlarında, depoya gelen talepler doğrultusunda $\eta_1, \eta_2, ...$ miktarlarda stok alınmaktadır. Burada $\xi_1, \xi_2, ...$' ler ardışık talepler arasında geçen süreleri; $\eta_1, \eta_2, ...$' ler ise talep miktarlarını gösteren pozitif değerli rasgele değişkenlerdir. Bu işlem, depodaki stok seviyesi sıfırın altına düşene kadar devam eder. Stok seviyesi sıfırın altına düştüğü anda deponun stok düzeyi, yeni başlangıç seviyesi ζ_1 durumuna getirilir. Varsayımımıza göre, bu yeni başlangıç seviyesi $[0,\infty)$ aralığında kısıtlı normal dağılıma sahip bir rasgele değişkendir. Bu işlemden sonra depo yeni başlangıç seviyesi ile benzer şekilde çalışmaya başlasın. Bu şekilde çalışan bir deponun stok seviyesinin değişimini "Normal müdahaleli ödüllü yenileme süreci" olarak bilinen bir stokastik süreç yardımıyla ifade etmek mümkündür. Amacımız, uzun süre bu şekilde çalışan bir deponun stok seviyesinin değişimini ifade eden süreci ve iki önemli sınır fonksiyonelini matematiksel olarak tanımlamak ve bu sınır fonksiyonellerinin momentlerini asimtotik yöntemlerle incelemektir. Bunun için öncelikle ele alacağımız stokastik sürecin ve sınır fonksiyonellerinin matematiksel tanımını verelim.

2. SÜRECİN VE SINIR FONKSİYONELLERİNİN MATEMATİKSEL TANIMI

$\{(\xi_n,\eta_n)\}, n=1,2,3,...$ dizisi $(\Omega,\Im,P)$ olasılık uzayında tanımlanmış bağımsız ve aynı dağılıma sahip pozitif değerli rasgele çiftler dizisi olsun. Ayrıca, ξ_n ve η_n rasgele değişkenleri kendi aralarında bağımsız ve pozitif değerli olup, dağılım fonksiyonları bilinsin ve sırasıyla $F_\xi(t)$ ve $F_\eta(x)$ ile gösterilsin. Yani, $F_\xi(t)=P\{\xi_n\le t\}$ ve $F_\eta(x)=P\{\eta_n\le x\}; t,x\ge 0$ olsun. Buna ek olarak, $\{Y_n\}$, $n=0,1,2,...$ dizisi de bu olasılık uzayında tanımlanmış bağımsız ve aynı (a,σ^2) parametreli Normal dağılıma sahip rasgele değişkenler dizisi olsun. Bunların yanı sıra, $\zeta_n = \max\{0, Y_n\}, n = 1,2,3,...$ olsun. $\{\xi_n\}$ ve $\{\eta_n\}$ rasgele değişkenler dizisinden yararlanarak, $\{T_n\}$ ve $\{S_n\}$ yenileme dizilerini aşağıdaki gibi tanımlayalım:

$$T_n = \sum_{i=1}^{n} \xi_i \,,\; S_n = \sum_{i=1}^{n} \eta_i \,,\; n \geq 1,\; T_0 = S_0 = 0 .$$

Şimdi de aşağıdaki tam değerli rasgele değişkenleri tanımlayalım:

$$N_0 \equiv 0 \;;\; N(z) = \inf\{\, k \geq 1;\; z - S_k < 0 \,\} \;;$$

$$N_1 \equiv N_1(\zeta_1) = \inf\{\, k \geq 1;\; \zeta_1 - S_k < 0 \,\} \;;$$

$$N_n = \inf\left\{k \geq N_{n-1} + 1 : \zeta_n - S_k + S_{N_{n-1}} < 0\right\},\; n = 2,3,...,$$

Ayrıca, $\inf\{\varnothing\} = +\infty$ olsun.

Bundan başka,

$$\nu(t) = \max\{n \geq 0 :\; T_n \leq t\},\; t > 0 \,;$$

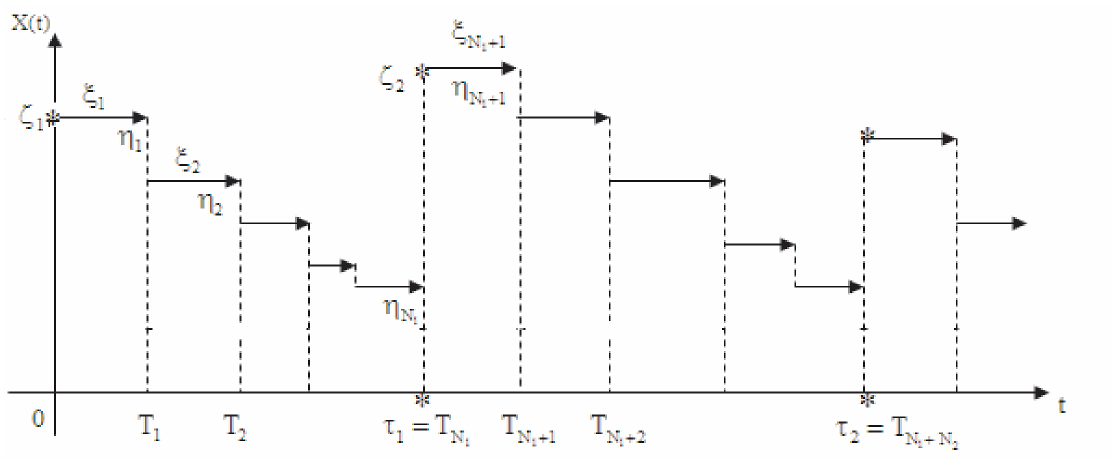
$$\tau_0 \equiv 0;\; \tau(z) = T_{N(z)} = \sum_{i=1}^{N(z)} \xi_i \;\;;\;\; \tau_1 \equiv \tau_1(\zeta_1) = T_{N_1(\zeta_1)} = \sum_{i=1}^{N_1(\zeta_1)} \xi_i ;$$

$$\tau_n = T_{N_n} = \sum_{i=1}^{N_n} \xi_i \;;\; n \geq 2$$

olsun. Şimdi de ele alınacak stokastik süreci $(X(t))$ aşağıdaki gibi tanımlayalım:

$$X(t) = \zeta_n - S_{\nu(t)} + S_{N_{n-1}} \,,\;\; t \in \left[\tau_{n-1}, \tau_n\right),\; n = 1,2,3...$$

Literatürde, $X(t)$ sürecine “Normal Müdahaleli Ödüllü Yenileme Süreci” denir. N_1 ve τ_1 rasgele değişkenleri $X(t)$ sürecinin iki önemli sınır fonksiyonelleridir. Burada τ_1, $X(t)$ sürecinin ilk kez sıfırın altına indiği anı, N_1 ise bu ana kadar olan sıçramaların sayısını belirtmektedir. Aşağıda Normal müdahaleli ödüllü yenileme sürecinin bir izi gösterilmiştir.



Bu çalışmanın temel amacı, $X(t)$ sürecinin iki önemli sınır fonksiyoneli olan $N_1(\zeta_1)$ ve $\tau_1(\zeta_1)$ rasgele değişkenlerinin momentlerinin asimptotik davranışını $a \to \infty$ iken incelemektir.

3. SÜRECİN SINIR FONKSİYONELLERİ İÇİN ASİMTOTİK SONUÇLAR

Bu çalışmanın temel sonuçlarını vermeden önce Aliyev et al. (2010) çalışmasında bulunan aşağıdaki önermeyi sunalım.

Yardımcı Teorem 3.1 (Aliyev et al., 2010): $\{\eta_n\}$ rasgele değişkenler dizisi $E(\eta_1^3)<\infty$ koşulunu da sağlamış olsun. Bu takdirde, $N(z)$ sınır fonksiyonelinin ilk dört momenti için $z \to \infty$ iken aşağıdaki üç terimli asimptotik açılımlar yazılabilir:

1) $E(N(z)) = \dfrac{z}{m_1} + A_1 + o(\dfrac{1}{z})$,

2) $E(N^2(z)) = \dfrac{z^2}{m_1^2} + A_2 z + B_2 + o(1)$,

3) $E(N^3(z)) = \dfrac{z^3}{m_1^3} + A_3 z^2 + B_3 z + o(z)$,

4) $E(N^4(z)) = \dfrac{z^4}{m_1^4} + A_4 z^3 + B_4 z^2 + o(z^2)$,

burada

$$A_1 = \frac{m_2}{2m_1^2},\quad A_2 = \frac{2m_2 - m_1^2}{m_1^3},\quad A_3 = \frac{9m_2 - 6m_1^2}{2m_1^4},\quad A_4 = \frac{8m_2 - 6m_1^2}{m_1^5};$$

$$B_2 = \frac{3m_2^2 - 4m_1m_3 - m_1^2 m_2}{2m_1^4},\quad B_3 = \frac{9m_2^2 - 3m_1m_3 - 6m_1^2 m_2 + m_1^4}{2m_1^5},$$

$$B_4 = \frac{30m_2^2 - 8m_1m_3 - 27m_1^2 m_2 + 7m_1^4}{m_1^6};\quad m_k = E(\eta_1^k),\ k=1,2,3$$

biçimindedir.

Şimdi de $N_1(\zeta_1)$ sınır fonksiyonelinin ilk dört momenti için elde edilen sonuçları aşağıdaki teorem şeklinde ifade edelim.

Teorem 3.1: $E(\eta_1^3)<\infty$ ve $a \to \infty$ iken $\sigma/a \to 0$ şartları altında, $N_1(\zeta_1)$ sınır fonksiyonelinin ilk dört momenti için $a \to \infty$ iken aşağıdaki üç terimli asimptotik açılımlar yazılabilir:

$$E(N_1(\zeta_1)) = \frac{a}{m_1} + A_1 + o(\frac{1}{a}),$$

$$E(N_1^2(\zeta_1)) = \frac{a^2}{m_1^2} + A_2 a + \left[B_2 + \frac{\sigma^2}{m_1^2}\right] + o(1),$$

$$E(N_1^3(\zeta_1)) = \frac{a^3}{m_1^3} + A_3 a^2 + \left[B_3 + \frac{3\sigma^2}{m_1^3}\right] a + o(a),$$

$$E(N_1^4(\zeta_1)) = \frac{a^4}{m_1^4} + A_4 a^3 + \left[B_4 + \frac{6\sigma^2}{m_1^4}\right] a^2 + o(a^2),$$

Burada $a = E(Y_1)$; $\sigma^2 = Var(Y_1)$ ‘dır. A_1, A_2, A_3, A_4 ve B_2, B_3, B_4 katsayıları yukarıda verilen Yardımcı Teorem 1’ deki gibi hesaplanır.

İspat: Tanımı gereği, $EN_1(\zeta_1) = \int_0^\infty E(N(z)d\pi(z)$ ’dır. Burada $\pi(z)$ fonksiyonu, $\zeta_1 = \max\{0, Y_1\}$, $(Y_1 \in N(a,\sigma^2))$, rasgele değişkeninin dağılım fonksiyonudur ve aşağıdaki şekilde gösterilebilir:

$$z \geq 0 \quad \text{olduğunda } \pi(z) = \Phi\left(\frac{z-a}{\sigma}\right); \quad z < 0 \text{ olduğunda ise } \pi(z) = 0 \text{ olur.}$$

Burada $\Phi(u)$ fonksiyonu ile standart normal dağılım fonksiyonu gösterilmiştir.

$\pi(z)$ fonksiyonu z=0 noktasında $\Phi(-a/\sigma)$ kadar sıçrama yapan bir dağılım fonksiyonudur.

$$E(N_1(\zeta_1)) = \int_0^\infty E(N(z))d\pi(z) = E(N(0))\ \Phi(-a/\sigma) +$$

$$\int_{+0}^\infty E(N(z))\frac{1}{\sigma}\ \varphi\left(\frac{z-a}{\sigma}\right)dz = \Phi(-a/\sigma) + \int_0^\infty E(N(z))\ \varphi_\sigma(z-a)dz \qquad (1)$$

Burada, $\varphi(x)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\exp(-x^2/2)$ fonksiyonu standart normal dağılımın olasılık yoğunluk fonksiyonu ve $\varphi_\sigma(u) = \frac{1}{\sigma}\varphi\left(\frac{u}{\sigma}\right)$ dır.

Teorem 3.1'in şartına göre, $a \to \infty$ iken $T \equiv \frac{a}{\sigma} \to \infty$ olur. Dolayısıyla, Milln Teoremi'ne göre (Abramowitz and Stegun, 1964),

$$\Phi(-T) = 1 - \Phi(T) = \int_T^\infty \varphi(u)du \sim \frac{\varphi(T)}{T} = \frac{\sigma}{a}\varphi(\frac{a}{\sigma})$$

asimptotik denklik yazılabilir. $M_1(z) \equiv E(N(z))$ tanımını kullanarak (1)'in ikinci terimini aşağıdaki gibi iki kısma ayıralım:

$$\int_0^\infty E\left(N(z)\right)\,\varphi_\sigma(z-a)dz = \int_0^a E\left(N(z)\right)\,\varphi_\sigma(z-a)dz + \int_a^\infty E\left(N(z)\right)\,\varphi_\sigma(z-a)dz =$$

$$\int_0^a M_1(z)\,\varphi_\sigma(a-z)dz + \int_a^\infty M_1(z)\,\varphi_\sigma(z-a)dz = I_{11}(a) + I_{12}(a) \tag{2}$$

Burada, $I_{11}(a) = M_1(a) * \varphi_\sigma(a); I_{12}(a) = \int_a^\infty E\left(N(z)\right)\,\varphi_\sigma(z-a)dz$'dir.

Önce, (2) eşitliğinin birinci toplananını

$$I_{11}(a) = M_1(a) * \varphi_\sigma(a) \tag{3}$$

inceleyelim. (3) eşitliğinin her tarafına, a parametresine göre Laplace dönüşümünü uygularsak,

$$\tilde{I}_{11}(\lambda) = \tilde{M}_1(\lambda)\tilde{\varphi}_\sigma(\lambda) \tag{4}$$

olur. Burada $\tilde{G}(\lambda) = \int_0^\infty e^{-\lambda a}G(a)da$ ile $G(a)$ fonksiyonunun Laplace dönüşümü gösterilmiştir. $\lambda \to 0$ iken $\tilde{\varphi}_\sigma(\lambda)$ için aşağıdaki asimptotik açılım yazılabilir:

$$\tilde{\varphi}_\sigma(\lambda) = \frac{\sigma}{2} - \frac{\sigma^2}{\sqrt{2\pi}}\lambda + \frac{\sigma^3}{4}\lambda^2 + o(\lambda^2) \tag{5}$$

Burada σ^2=Var(Y_1) dir. Diğer taraftan, Yardımcı Teorem 3.1' den aşağıdaki sonuç elde edilebilir:

$$\tilde{M}_1(\lambda) = \frac{1}{m_1\lambda^2} + \frac{A_1}{\lambda} + C_1 + o(1) \tag{6}$$

Burada, $A_1 = \frac{m_2}{2m_1}$; $C_1 = \frac{m_2^2}{4m_1^2} - \frac{m_3}{6m_1}$ 'dır.

(5) ve (6) açılımlarını (4)'de göz önünde bulundurup gereken hesaplamaları yaparak aşağıdaki açılım elde edilebilir:

$$\tilde{I}_{11}(\lambda)=\tilde{M}_1(\lambda)\tilde{\varphi}_\sigma(\lambda)=\frac{1}{2m_1}\frac{1}{\lambda^2}+\left[\frac{m_2}{4m_1^2}-\frac{\sigma}{m_1\sqrt{2\pi}}\right]\frac{1}{\lambda}$$

$$+\left[\frac{A_1}{2m_1}-\frac{\sigma m_2}{m_1^2\sqrt{2\pi}}+\frac{\sigma^2}{4m_1}\right]+o(1) \qquad (7)$$

(7) açılımına Tauber – Abel Teoremi' ni uygulayarak $a\to\infty$ iken aşağıdaki açılım elde edilir (Feller, 1971):

$$I_{11}(a)=\frac{a}{2m_1}+\left[\frac{m_2}{4m_1^2}-\frac{\sigma}{m_1\sqrt{2\pi}}\right]+o\left(\frac{1}{a}\right) \qquad (8)$$

Şimdi de (2) eşitliğinin ikinci toplananını inceleyelim:

$$I_{12}(a)\equiv\int_a^\infty E(N(z))\varphi_\sigma(z-a)dz\,. \qquad (9)$$

$z\to\infty$ iken

$$E(N(z))=\frac{z}{m_1}+\frac{m_2}{m_1^2}+o\left(\frac{1}{z}\right) \qquad (10)$$

yazılabilir. (10) açılımını (9)'da göz önünde bulundurarak aşağıdaki açılım elde edilir:

$$I_{12}(a)=\frac{a}{2m_1}+\left[\frac{m_2}{4m_1^2}+\frac{\sigma}{m_1\sqrt{2\pi}}\right]+o\left(\frac{1}{a}\right). \qquad (11)$$

(8) ve (11) açılımlarını (2) eşitliğinde yerine yazıp gerekli hesaplamaları yaparak aşağıdaki açılımı elde ederiz:

$$\int_0^\infty E(N(z))\varphi_\sigma(z-a)dz=\frac{a}{m_1}+\frac{m_2}{m_1^2}+o\left(\frac{1}{a}\right). \qquad (12)$$

(12) açılımı (1) eşitliğinde dikkate alınırsa

$$E(N_1(\zeta_1))=\frac{a}{m_1}+\frac{m_2}{m_1^2}+o\left(\frac{1}{a}\right)$$

olur.

Şimdi de ikinci momentin asimptotik davranışını inceleyelim. Yardımcı Teorem 3.1'de aşağıdaki asimptotik sonuç elde edilmiştir:

$$E(N^2(z))=\frac{z^2}{m_1^2}+A_2z+B_2+o(1)\,. \qquad (13)$$

Bu takdirde,

$$E(N_1^2(\zeta_1)) = \int_0^{\infty} E(N^2(z))\varphi_\sigma(z-a)dz + \Phi\left(-\frac{a}{\sigma}\right) \tag{14}$$

olur. Diğer taraftan,

$$\int_0^{\infty} E(N^2(z))\varphi_\sigma(z-a)dz = \int_0^{a} E(N^2(z))\varphi_\sigma(z-a)dz + \int_a^{\infty} E(N^2(z))\varphi_\sigma(z-a)dz$$

$$= \int_0^{a} M_2(z)\varphi_\sigma(a-z)dz + \int_a^{\infty} E(N^2(z))\varphi_\sigma(z-a)$$

$$= M_2(a) * \varphi_\sigma(a) + \int_a^{\infty} E(N^2(z))\varphi_\sigma(z-a)dz = I_{21}(a) + I_{22}(a) \tag{15}$$

olur. Burada, $I_{21}(a) = M_2(a) * \varphi_\sigma(a);\ I_{22}(a) = \int_a^{\infty} E(N^2(z))\varphi_\sigma(z-a)dz$ ‘dır.

Önce $I_{21}(a)$’yı inceleyelim. Bunun için Yardımcı Teorem 3.1’de elde edilmiş aşağıdaki asimptotik sonucu kullanacağız: $M_2(z) \equiv E(N^2(z)) = \frac{z^2}{m_1^2} + A_2 z + B_2 + o(1)$.

$\lambda \to 0$ iken, $M_2(z)$’in Laplace dönüşümü için aşağıdaki asimptotik açılım yazılabilir:

$$\tilde{M}_2(\lambda) = \frac{2}{m_1^2\lambda^3}\left\{1 + \frac{A_2 m_1^2}{2}\lambda + \frac{B_2 m_1^2}{2}\lambda^2 + o(\lambda^2)\right\} \tag{16}$$

(5) ve (16) açılımlarını $I_{21}(a)$’nın Laplace dönüşümünde göz önünde bulundurarak ve gereken hesaplamaları yaparak aşağıdaki açılımı elde ederiz:

$$\tilde{I}_{21}(\lambda) = \frac{1}{m_1^2}\frac{1}{\lambda^3} + \left(\frac{A_2}{2} - \frac{2\sigma}{\sqrt{2\pi}m_1^2}\right)\frac{1}{\lambda^2} + \left(\frac{B_2}{2} - \frac{A_2\sigma}{\sqrt{2\pi}} + \frac{\sigma^2}{2m_1^2}\right)\frac{1}{\lambda} + o\left(\frac{1}{\lambda}\right). \tag{17}$$

(17) açılımına Tauber -Abel teoremini uygulayarak $a \to \infty$ iken aşağıdaki açılımı elde etmek mümkündür:

$$I_{21}(a) = \frac{a^2}{2m_1^2} + \left(\frac{A_2}{2} - \frac{2\sigma}{\sqrt{2\pi}m_1^2}\right)a + \left(\frac{B_2}{2} - \frac{A_2\sigma}{\sqrt{2\pi}} + \frac{\sigma^2}{2m_1^2}\right) + o(1). \tag{18}$$

Şimdi de $I_{22}(a)$’yı inceleyelim. Bu amaçla aşağıdaki açılımları kullanacağız:

$$\int_a^{\infty} z^n\varphi_\sigma(z-a)dz = \frac{1}{2}a^n + \frac{n\sigma}{\sqrt{2\pi}}a^{n-1} + \frac{n(n-1)\sigma^2}{4}a^{n-2} + o(a^{n-2}), n = 0,1,2,... \tag{19}$$

(13) ve (19) açılımlarını $I_{22}(a)$’nın ifadesinde dikkate alırsak aşağıdaki açılım yazılabilir:

$$I_{22}(a)=\frac{a^2}{2m_1^2}+\left(\frac{A_2}{2}+\frac{2\sigma}{\sqrt{2\pi}m_1^2}\right)a+\left(\frac{B_2}{2}+\frac{A_2\sigma}{\sqrt{2\pi}}+\frac{\sigma^2}{2m_1^2}\right)+o(1). \qquad (20)$$

(18) ve (20) açılımları (15) eşitliğinde yerine yazarsak aşağıdaki açılım elde edilir:

$$\int_0^\infty E(N^2(z))\varphi_\sigma(z-a)dz=\frac{a^2}{m_1^2}+A_2a+\left(B_2+\frac{\sigma^2}{m_1^2}\right)+o(1)$$

ve buradan ikinci moment için üç terimli asimptotik açılıma ulaşılır:

$$E(N_1^2(\zeta_1))=\frac{a^2}{m_1^2}+A_2a+\left(B_2+\frac{\sigma^2}{m_1^2}\right)+o(1).$$

Benzer şekilde, $N_1(\zeta_1)$ sınır fonksiyonelinin üçüncü ve dördüncü momentleri için de $a\to\infty$ iken üç terimli asimptotik açılımlar elde edilebilir. Bu da Teorem 3.1'in ispatını tamamlar.

Çalışmanın ikinci kısmında $\tau_1(\zeta_1)$ sınır fonksiyonelinin ilk dört momenti için üç terimli asimptotik açılımların elde edilmesi amaçlanmaktadır. Bunun için Aliyev et al. (2010) çalışmasındaki bir sonuçtan yararlanacağız. Aliyev et al. (2010) çalışmasında $\tau(z)$ ile $N(z)$ sınır fonksiyonellerinin momentleri arasında kesin ilişkiler kurulmuştur. Bu sonucu aşağıdaki yardımcı teorem şeklinde verelim:

Yardımcı Teorem 3.2 (Aliyev et al., 2010): $\{\xi_n\}$ ve $\{\eta_n\}$ rasgele değişkenler dizileri aşağıdaki ek koşulları sağlamış olsun:

$$\text{i) } \alpha_4=E(\xi_1^4)<\infty \quad ; \text{ ii) } m_3=E\left(\eta_1^3\right)<\infty.$$

Bu durumda, $\tau(z)$ sınır fonksiyonelinin ilk 4 momenti, $N(z)$ sınır fonksiyonelinin aynı momentleri cinsinden aşağıdaki gibi ifade edilebilir:

1) $E(\tau(z))=\alpha_1E(N(z))$,

2) $E(\tau^2(z))=\alpha_1^2E(N^2(z))+\left(\alpha_2-\alpha_1^2\right)E(N(z))$,

3) $E(\tau^3(z))=\alpha_1^3E(N^3(z))+3\alpha_1\left(\alpha_2-\alpha_1^2\right)E(N^2(z))+\left(2\alpha_1^3-3\alpha_1^2\alpha_2+\alpha_3\right)E(N(z))$,

4) $E(\tau^4(z))=\alpha_1^4E(N^4(z))+6\alpha_1^2\left(\alpha_2-\alpha_1^2\right)E(N^3(z))+\left(11\alpha_1^4-18\alpha_1^2\alpha_2+4\alpha_1\alpha_3+3\alpha_2^2\right)E(N^2(z))+\left(\alpha_4+12\alpha_1^2\alpha_2-4\alpha_1\alpha_3-3\alpha_2^2-6\alpha_1^4\right)E(N(z))$.

Burada $\alpha_k=E\left(\xi_1^k\right)$ k=1,2,3,4 'tür.

Nihayet, Teorem 3.1 ve Yardımcı Teorem 3.2'den yararlanarak $\tau_1\equiv\tau_1(\zeta_1)$ sınır fonksiyonelinin asimptotik davranışı hakkında aşağıdaki teoremi verebiliriz.

Teorem 3.2: Aşağıdaki ek koşullar sağlanmış olsun:

i) $E(\xi_1^4)<\infty$; ii) $E(\eta_1^3)<\infty$; iii) $a\to\infty$ iken $\sigma/a\to 0$ olsun.

Bu takdirde, $a\to\infty$ iken, $\tau_1\equiv\tau_1(\zeta_1)$ sınır fonksiyonelinin ilk dört momenti için aşağıdaki üç terimli asimtotik açılımları yazmak mümkündür:

$$1)\quad E(\tau_1(\zeta_1))=\frac{\alpha_1}{m_1}a+\frac{m_2}{2m_1^2}\alpha_1+o\left(\frac{1}{a}\right),$$

$$2)\quad E(\tau_1^2(\zeta_1))=\frac{\alpha_1^2}{m_1^2}a^2+\left[\left(A_2-\frac{1}{m_1}\right)\alpha_1^2+\frac{\alpha_2}{m_1}\right]a+\left[\left(B_2-A_1+\frac{\sigma^2}{m_1^2}\right)\alpha_1^2+A_1\alpha_2\right]+o(1),$$

$$3)\quad E(\tau_1^3(\zeta_1))=\frac{\alpha_1^3}{m_1^3}a^3+\left[\frac{\left(A_3m_1^2-3\right)\alpha_1^3+3\alpha_1\alpha_2}{m_1^2}\right]a^2+$$

$$\left\{\left[B_3+\frac{3\sigma^2}{m_1^3}-3A_2+\frac{2}{m_1}\right]\alpha_1^3+\frac{3A_2m_1\alpha_1\alpha_2-3\alpha_1^2\alpha_2+\alpha_3}{m_1}\right\}a+o(a),$$

$$4)\quad E(\tau_1^4(\zeta_1))=\frac{\alpha_1^4}{m_1^4}a^4+\left(A_4\alpha_1^4+\frac{6\alpha_1^2\left(\alpha_2-\alpha_1^2\right)}{m_1^3}\right)a^3+$$

$$\left[\left(B_4+\frac{6\sigma^2}{m_1^4}\right)\alpha_1^4+6\alpha_1^2\left(\alpha_2-\alpha_1^2\right)A_3+\frac{11\alpha_1^4-18\alpha_1^2\alpha_2+3\alpha_2^2+4\alpha_1\alpha_3}{m_1^2}\right]a^2+o(a^2)$$

,

burada $\alpha_n=E(\xi_1^n)$, $m_n=E(\eta_1^n)$, $n=1,2,3$ 'tür.

A_n ve B_n katsayılarının aşikar şekilleri de Yardımcı Teorem 3.1'in ifadesinde verilmiştir.

4. SONUÇ

Bu çalışmada, Normal müdahaleli bir ödüllü yenileme süreci tanımlanmış ve bu sürecin iki önemli sınır fonksiyoneli için asimtotik açılımlar elde edilmiştir. Elde edilen asimtotik açılımlar kesin formüllerle karşılaştırmada yeteri kadar sadedir. Bunun yanı sıra elde edilen asimtotik açılımların kesin ifadelere yeteri kadar yakın olduğu da gözlemlenmiştir. Dolayısıyla, elde edilen formüller uygulama açısından kolaylık sağlamaktadır. Bu da kuyruk teorisi, stok kontrol ve güvenirlik teorilerinin birçok problemini etkin bir biçimde çözmeye olanak sağlar. Yapılan bu çalışmanın, yarı-Markov süreçleri teorisindeki bir eksikliği giderebileceği umulmaktadır. Bununla beraber bu çalışmayı birçok yönlerde de geliştirebilmek mümkündür. Örneğin, kesikli müdahaleyi ifade eden rasgele değişkenin dağılımını, Normal dağılım sınıfından daha geniş bir sınıftan seçerek benzer süreçlerin analitik ve asimptotik özellikleri incelenebilir. Diğer taraftan benzer problemler, talep miktarları (η_n) ile talepler arasında geçen süreler (ξ_n) birbirlerine bağımlı olduklarında martingaller yöntemi uygulanarak; ağır kuyruklu rasgele değişkenler için ise, düzenli varyasyonlar yöntemi kullanılarak incelenebilir (Feller, 1971).

Kuyruk teorisi, güvenirlik, stok kontrol, matematiksel sigorta, stokastik finans, matematiksel biyoloji vs. gibi dalların birçok problemlerinin rasgele yürüyüş süreçleri ile ifade edildiği de bilinmektedir. Bu çalışmada önerilen yöntemler rasgele yürüyüş süreçlerinin sınır fonksiyonellerinin incelenmesi için de kullanılabilir.

5. KAYNAKLAR

Abramowitch, M., Stegun, I.A., 1964. Handbook of Mathematical Functions with Formulas, Graphs and Mathematical Tables. John Wiley, New York.

Aliyev, R., Okur, B., N., Khaniyev, T., Unver, I., 2010. Asymptotic expansions for the moments of the boundary functionals of the renewal-reward process with a discrete interference of chance. Mathematical and Computational Applications, 15**,** 117-126.

Alsmeyer, G., 1991. Some Relations Between Harmonic Renewal Measure and Certain First Passage Times. Statistics and Probability Letters, 12 (1): 19-27.

Aras, G., Woodroofe, M., 1993. Asymptotic Expansions for the Moments of a Randomly Stopped Average. Annals of Statistics, 21, 503-519.

Borovkov, A.A., 1984. Asymptotic Methods in Queuing Theory. J. Wiley, New York.

Brown, M., Solomon, H., 1975. A Second-Order Approximation for Variance of a Renewal Reward Process. Stochastic Processes and their Application, 3, 301-314.

Chang, J.T., Peres, Y., 1997. Ladder Heights, Gaussian Random Walks and the Riemann Zeta Function. Annals of Probability, 25, 787–802.

Feller, W., 1971. An Introduction to Probability Theory and its Applications II. John Wiley, New York.

Gihman, I.I., Skorohod, A. V., 1975. Theory of Stochastic Processes II. Springer-Verlag, Berlin.

Janssen, A.J.E.M., van Leeuwarden, J.S.H., 2007. On Lerch’s Transcendent and the Gaussian Random Walk. Annals of Applied Probability, 17, 421-439.

Jewell, W. S., 1967. Fluctuation of a Renewal-reward Process. Journal of Mathematical Analysis and Applications, 19**,** 309-329.

Kesemen, T., 2006. Rasgele Hacimli Genişletilmiş (S, S) Tipli Modellerin Analitik ve Asimptotik Yöntemlerle İncelenmesi. Doktora Tezi, KTÜ Fen Bilimleri Enstitüsü, Trabzon (Türkçe).

Khaniyev, T.A., 2005. About Moments of Generalized Renewal Process. Transactions of NAS of Azerbaijan, Series of Phys. Tech. and Math. Sciences, 25 (1): 95-100.

Khaniyev, T., Mammadova, Z., 2006. On The Stationary Characteristics of the Extended Model of Type (S,S) With Gaussian Distribution of Summands. Journal of Statistical Computation and Simulation, 76(10): 861-874.

Khaniev, T., Atalay, K., 2010. On the Weak Convergence of the Ergodic Distribution in an Inventory Model of Type (s, S). Hacettepe Journal of Mathematics and Statistics, 39(4): 599-611.

Khorsunov, D., 1997. On Distribution Tail of the Maximum of a Random Walk. Stochastic Processes and Applications, 72, 97–103.

Lotov, V.I., 1996. Some Boundary Crossing Problems for Gaussian Random Walks. The Annals of Probability, 24(4): 2154–2171.

Nasirova, T. I., Yapar, C., Khaniev, T. A., 1998. On Probability Characteristics of the Stock Level in the Model of Type (s, S). Cybernetics and Systems Analysis, 5, 69-76.

Ross, S.M., 1996. Stochastic Processes. John Wiley, New York.

ON THE BOUNDARY FUNCTIONALS OF THE RENEWAL REWARD PROCESS WITH NORMAL INTERFERENCE OF CHANCE

ABSTRACT

In this study, a renewal reward process (X(t)) with Normal interference of chance is mathematically constructed and two boundary functionals (N_1 and τ_1) of this process are considered. A relationship between the moments of the boundary functional N_1 and τ_1 are established, and then, the asymptotic expansions for the first four moments of these boundary functionals are obtained.

Keywords: Renewal reward process, Normal distribution, Boundary functionals, Moments, Discrete interference of chance, Asymptotic expansion.

Cilt: 08 Sayı: 03 Kategori: 02 Sayfa: 24-44 ISSN No: 1303-6319 Volume: 08 Number: 03 Category: 02 Page: 24-44

KESİRLİ ÇOK ETKENLİ TASARIMLAR VE KODLAR

Nazan DANACIOĞLU*

ÖZET

Kesirli çok etkenli en az sapma tasarımları, uygulamada yaygın olarak kullanılmaktadır. Bu çalışmada, 2-düzeyli kesirli çok etkenli tasarımların; kelime uzunluğu yapısı, çözüm, en az sapma vb. gibi özellikleri tanıtılmıştır. İki-düzeyli kesirli çok etkenli tasarımların cebirsel yapısı araştırılarak; kod teorisi, özellikle Hamming kodları, ile kesirli çok etkenli tasarımlar arasındaki ilişki incelenmiştir. 2-düzeyli kesirli çok etkenli tasarımlar, kodlardan (Hamming kodları, ikili doğrusal ve döngüsel kodlar) yararlanarak oluşturulmuş ve en az sapma ölçütüne göre sıralanmıştır. Tasarımlar ve kod olarak karşılıkları bir katalogda toplanmıştır.

Anahtar Kelimeler: En az sapma, Hamming kodları, Kesirli çok etkenli tasarımlar, Kod teorisi.

1. GİRİŞ

Kesirli çok etkenli (KÇE) (fractional factorial) tasarımlar endüstri, mühendislik vb. gibi pek çok bilim alanında yaygın olarak kullanılmaktadır. Box ve Hunter (1961)'ın tasarımlar için bir iyilik ölçütü olarak çözüm (resolution) kavramını önermesinden bu yana, KÇE tasarımlar araştırmacıların ilgisini çekmektedir. Fries ve Hunter (1980), bir başka iyilik ölçütü olan en az sapma (EAS) (minimum aberration) kavramını geliştirmişlerdir. Franklin (1984) 2^{n-m} optimal moment tasarımlarını oluşturmuş, Wu ve Chen (1992); Sun, Chen ve Wu (1993) deneme sayısı, kelime uzunlukları yapısı (word-length pattern) ve çözümüne göre sınıflandırılmış kataloglar geliştirmişlerdir. Tang and Deng (1999), genelleştirilmiş EAS kavramını (generalized minimum aberration) önermişlerdir. Clark and Dean (2001), Hamming uzaklıklarını (Hamming distance) kullanarak herhangi iki KÇE tasarımın izomorfikliğini incelemişlerdir. Lin and Sitter (2008) ve Xu (2009), izomorfiklik kontrolü için yeni algoritmalar önermişlerdir.

Bu çalışmada, Hamming kodları (Hamming codes) incelenmiş, EAS ve çözüm ölçütlerine göre sıralanmış KÇE tasarımların (Box vd., 1978; Wu ve Chen, 1992) kod olarak karşılıkları bulunmuş ve bir katalogda toplanmıştır (Bkz. Tablo 3).

Bir 2^{n-p} KÇE tasarımı $D(2^{n-p})$ ile gösterilsin. $A_i(D)$, D'nin tanımlayıcı bağıntı yapısındaki i uzunluklu kelime sayısı olmak üzere, $W(D)=(A_1(D),A_2(D),\ldots A_n(D))$, D tasarımının *kelime uzunluğu yapısı* olarak adlandırılır. D_1 ve D_2 iki 2^{n-p} KÇE tasarım; s, $A_s(D_1) \neq A_s(D_2)$'yi sağlayan en küçük tam sayı olmak üzere,

$$\mathbf{A_s(D_1) < A_s(D_2)} \qquad (1)$$

ise, D_1, D_2'den daha az sapmaya sahiptir (Chen, 1998).

*Yrd. Doç. Dr., Sinop Üniversitesi, Fen-Edebiyat Fakültesi, İstatistik Bölümü, e-posta: nazand@sinop.edu.tr

2. YÖNTEM

Çalışma süresince, sonlu cisimler teorisi, doğrusal cebir, polinomlar, vektör uzayları vb. konuların incelenmesi gerekmiştir.

Bilindiği üzere, gerçel sayılar, rasyonel sayılar ve kompleks sayılar cisimlere örnek olarak verilebilir ve her biri sonsuz sayıda elemana sahiptir. Sadece, sonlu sayıda eleman içeren bir cisim, sonlu cisim (finite field) olarak adlandırılır (Wiggert, 1978).

Teorem 1. F, q karakteristiğine sahip ($\sum_{i=1}^{q} 1=0$ sağlayan en küçük tamsayı) sonlu bir cisimse, bu durumda F, n pozitif tamsayısı için, q^n elemanlıdır.

q asalsa, $F_q = \langle F_q , +_q , ._q \rangle$ sistemi, $F_q = \{0, 1, 2, ..., q-1 \}$ olmak üzere, bir Galois cismi (GF) (Galois field)'dir ve GF(q) ile gösterilir. Gerçekte, F_q , en basit GF'dir (Dey, 1985).

q, bir asal sayının kuvveti ise, q sembollü bir kümeden, {0,1,…,q-1}, n uzunluklu tüm kelimelerin kümesi, V(n,q) vektör uzayı olarak değerlendirilebilir. Bu yüzden, bu sembolleri kullanan n uzunluğundaki bir kod, V(n,q)'nun alt kümesidir V(n,q) vektör uzayı, q^n vektörlüdür. k boyutlu bir alt uzayı ise q^k vektöre sahiptir (Pless, 1998).

Tanım 1. Bir V(n,q) vektör uzayındaki doğrusal bağımsız vektörler, x_1, x_2,…,x_m, temel (basis) vektörler olarak adlandırılır. Vektör uzayındaki her eleman, bu temel vektörlerin doğrusal birleşimi olarak elde edilebilir ve bir vektör uzayı ya da alt uzayının boyutu temelindeki vektör sayısıdır (Matthews, 1991).

Teorem 2. U ve S, V vektör uzayının alt uzayları ise, aşağıdaki üç koşul eşdeğerdir.
$V=U\oplus S$ (2) $U\cap S=\{0\}$ ve $U+S=V$ (U ve S birbirinin tümleyenidir(complement)).
V'deki her z vektörü, $z=x+y$ ($x\in U$, $y\in S$) biçiminde yazılabilir (Halmos, 1999).

Teorem 3. V, n+m boyutlu herhangi bir vektör uzayı ve U, V'nin n boyutlu alt uzayı ise, V'nin, $V= U\oplus S$ yapacak m boyutlu bir S alt uzayı vardır (Halmos, 1999).

2.1 İkili Kodlar

Kod teorisi, bilgisayarların kullanılmaya başlamasıyla gelişmiştir. R.W. Hamming (1950), Bell Laboratuarları için çalışırken, hatayı bulan makinenin, hatayı düzeltmesinin de gerektiğinden yola çıkarak, bilgiyi şifrelemenin bir yolunu bulmuştur.

Bir *kelime,* sayılardan oluşan bir diziyi gösterdiğinde (burada 0 ve 1'ler), örneğin (01), bir *kod kelimesi* (codeword), sayılardan oluşan daha uzun bir diziyi gösterir. Bir blok kodundaki n uzunluklu her bir kod kelimesi, genel olarak k uzunluklu bir bilgi vektörünün genişletilmesiyle oluşturulur. Genişletme, değerleri bilgi bitlerinden hesaplanan denklik bitlerinin, bilgi vektörüne eklenmesiyle yapılır. Bu nedenle, koddaki kod kelimelerinin sayısı, rastgele seçilmiş olası k bitlerinin sayısıyla, 2^k ile, belirlenir. Bir (n,k) blok kodu, her bir kod kelimesinin n uzunluğunda ve k tane bitin bilgi biti olduğu (denklik biti sayısı bu yüzden n-k'dır) bir koddur (Arazi, 1988).

Tanım 2. *Bir doğrusal kod*, herhangi iki kod kelimesinin toplamının, yine bir kod kelimesi olduğu koddur (Arazi, 1988).

Tanım 3. Bir kod kelimesinin *Hamming ağırlığı*, 1 değerine sahip elemanlarının sayısıdır (Arazi,1988).

Tanım 4. Aynı uzunluktaki İki kod kelimesi arasındaki *Hamming uzaklığı*, bitlerde farklı olan rakamların sayısıdır ve d ile gösterilir (Vanstone ve Oorschot, 1989).

Tanım 5. Bütün kod kelimelerinin kümesi bir V(n,q)'nun alt uzayını oluşturuyorsa ve kod kelimeleri farklıysa, GF(q) üzerindeki böyle bir kod, doğrusal koddur (Purser, 1995).

Doğrusal kodlar, n uzunluğuna, d uzaklığına ve k boyutuna sahiptir. Bu parametrelere sahip bir doğrusal kod, (n,k,d) doğrusal kodu olarak gösterilir (Pretzel, 1992).

Teorem 4. Bir (n,k,d) C kodunun Hamming ağırlığı,

$$\mathbf{w(\ C\ )=min\ \{w(x):\ x\ \in C,\ x\neq 0} \tag{2}$$

ve uzaklığı da d olsun. Bu durumda d,

$$\mathbf{d = \min_{w\in C,\, x\neq 0} w(x)} \tag{3}$$

dir (Hedeyat vd.,1999).

2.1.1 Üreteç matrisleri

Bir (n,k,d) doğrusal kodu, üreteç matrisi (generator matrix) ile tanımlanabilir.

Tanım 6. Bir (n,k) kodu için G üreteç matrisi, satırları C için temel olarak seçilen vektörlerden oluşan k×n boyutlu bir matristir (Pless, 1998).

$$\mathbf{G = [I_k\ |A]} \tag{4}$$

standart biçimde olarak adlandırılır ve rankı k'dır. Burada, I_k, k×k birim matris ve A, k×(n-k) boyutlu bir matristir. (Huffman ve Pless, 2003).

Böylelikle bilgi bitleri, bir kod kelimesinin ilk k elemanında görünecektir. Bir doğrusal kod, pek çok temele (hepsi aynı büyüklükte) ve pek çok üreteç matrisine sahip olabilir. üreteç matrisinin önemli özelliklerinden biri de kodun en az Hamming ağırlığının, G üreteç matrisinin satırlarının ağırlığından bulunabilmesidir (Franklin, 1984; Pless, 1998).

2.1.2 Denklik kontrol matrisleri

Bir doğrusal kod, denklik kontrol matrisi (DKM) (parity-control matrix) ile de tanımlanabilir.

Tanım 7. Bir C kodu için, $v \in C$ olmak üzere, Bir H matrisi, yalnız ve yalnız $\mathbf{v \times H} = \mathbf{0}$ ise, bir DKM'dir (Macwilliams ve Sloane, 1977).

G, C için üreteç matrisi ve H de DKM ise, G'nin satırları kod kelimeleri olduğundan, $G \times H = 0$'dır.

Önerme 1. $\mathbf{G = [I_k \,|A]}$ ise, buna karşılık gelen DKM $(n\text{-}k) \times n$ boyutlu;

$$\mathbf{H = [-A^T \;|\; I_{n-k}\,]} \tag{5}$$

dır. H'nin rankı n-k'dır (Huffman ve Pless, 2003).

2.1.3 Bir kodun duali

C, F cismi üzerinde bir (n,k,d) kodu ise, C'nin $C^{\perp}$ (C dual) dik tümleyeni; $C^{\perp} = \{ x \in V_n(F)\text{: } x.y = 0 \text{ bütün } y \in C \text{ için } \}$'dir. Bunun anlamı, $C^{\perp}$'in C'deki her vektöre dik, F üzerindeki n-haneli küme olduğudur (Huffman ve Pless, 2003).

Teorem 5. C, bir (n,k,d) doğrusal kodu olsun. Bu durumda; n uzunluğuna, n-k boyutuna ve bazı $\mathbf{d}^{\perp}$ (C'nin dual uzaklığı) sayıları için $\mathbf{d}^{\perp}$ en kısa uzaklığına sahip $\mathbf{C}^{\perp}$ dual kodu; **a)** Bir (n,n-k, $\mathbf{d}^{\perp}$) kodudur. **b)** C için üreteç matrisi, $\mathbf{C}^{\perp}$ için DKM'dir. C için bir DKM, $\mathbf{C}^{\perp}$ için bir üreteç matrisidir. **c)** $\mathbf{(C^{\perp})^{\perp} = C}$'dir (Hedeyat vd., 1999).

Sonuç 1. G, C için üreteç matrisi ise, H de $C^{\perp}$'in üretecidir (Huffman ve Pless, 2003).

2.1.4 Self-dual kodlar

Bir C kodu, $C^{\perp}$=C ise, self-dual, duali kendisine eşit, bir koddur. **a)** Bir kodun duali kendisiyse, kelime uzunluklarının çift olması gerekir. **b)** Duali kendisine eşit bir kodun bütün kelimeleri çift ağırlıktadır ve bütün ağırlıklar 4 ile bölünebiliyorsa, n, 8'in çarpanıdır. **c)** Duali kendisine eşit kodlar, (n, n/2) doğrusal kodlarıdır (Sloane ve Thompson, 1983).

Önerme 2. Herhangi bir (2k, k, d) self-dual kodu için, üreteç matrisi ile oluşturulan ve d ağırlıklı bir satır içeren, denk bir C kodu vardır (Bilous ve Rees, 2003).

2.1.5 Kodlama sınırları

Teorem 6. (Hamming ya da küre-paketi sınırı) Bir q-dizini (n, A, 2t+1) kodu,

$$\mathbf{A\left(\binom{n}{0} + (q-1)\binom{n}{1} + \ldots + (q-1)^t\binom{n}{t}\right) \leq q^n}$$

eşitsizliğini sağlar. Bir (n,A,2t+1) kodu için;

$$A \leq \frac{q^n}{\left\{\binom{n}{0} + \ldots \binom{n}{t}(q-1)^t\right\}}$$

ya da başka bir deyişle;

$$\sum_{i=0}^{t} \binom{n}{i} \leq 2^{n-k} \tag{6}$$

dir. Hamming sınırı, verilen bir n uzunluklu, 2t+1 uzaklıklı kodda, kod kelimelerinin sayısı için bir üst sınırdır (Nguyen, 1997; Macwilliams ve Sloane, 1977).

Teorem 7. (Griesmer Sınırı) C, GF(q) üzerinde bir [n,k,d] koduysa,

$$n \geq \sum_{i=0}^{k-1} \left\lceil \frac{d}{q^i} \right\rceil \tag{7}$$

dır. Griesmer sınırı, verilen bir n,k,d için alt sınırdır. Hamming kodlarının dualleri, Griesmer sınırını sağlayan kodlar ailesindendir (Gulliver ve Bhargava, 2000).

Teorem 8. (Singleton sınırı) n-k ≥ d-1'dir (Macwilliams ve Sloane, 1977).

Teorem 9. (Varshamov-Gilbert Sınırı). Aşağıdaki eşitsizliği sağlayan en kısa d uzaklıklı, en fazla r denklik bitli, n uzunluklu, 2 elemanlı bir cisim üzerinde doğrusal bir kod vardır (MacWilliams ve Sloane, 1977).

$$\sum_{i=0}^{d-2} \binom{n-1}{i} \langle 2^r \tag{8}$$

2.1.6 Ağırlık dağılımları ve ağırlık sayıları

Tanım 8. C bir (n,k,d) kodu ve A_i, C'de i ağırlıklı kod kelimelerinin sayısı ise, n+1 haneli $(A_0,A_1,...,A_n)$ vektörü, C'nin ağırlık dağılımı olarak adlandırılır. A_0 her zaman 1'e eşittir. Aynı şekilde, $C^{\perp}$ kodu için ağırlık dağılımı, $\left(A_0^{\perp}, A_1^{\perp}, ..., A_k^{\perp}\right)$'dır (Vanstone ve Oorschot, 1989).

2.1.7 Hamming kodları

İkili bir H_r Hamming kodu, $n=2^r-1$ uzunluğunda (r ≥2); sütunları r uzunluklu sıfır olmayan ikili vektörlerden oluşan H DKM'li doğrusal bir ($n=2^r-1, k=2^r-r-1, d=3$) kodudur. $(n-k)\times n$ boyutlu H DKM'nin doğrusal bağımsızlık şartını sağlaması için, n – k uzunluğunda n adet sütunundan hiç birinin sıfırdan oluşmaması gerekir. n-k uzunluğunda olabilecek en fazla sütun sayısı 2^{n-k}, sıfırdan farklı olanların sayısı ise $2^{n-k}-1$'dir. Matrisin sütun sayısı için aşağıdaki eşitliği yazmak mümkündür.

$$n \leq 2^{n-k} - 1 \tag{9}$$

$n = 2^{n-k} - 1$ eşitliğini sağlayan kodlara Hamming Kodu veya mükemmel kodlar (perfect codes) denilmektedir Hamming kodu için $n = 2^{n-k} - 1$ eşitliği göz önünde tutulursa, (n,k) için (3,1), (7,4), (15,11),(31,26) gibi değerler kullanılabilir (Kuş, 2002).

Bir tane denklik biti eklemek koşuluyla, ($n=2^r-1$, $k=2^r-r-1$, d=3) mükemmel kodu, ($n=2^r$, 2^r-r-1, 4) genişletilmiş mükemmel kodu üretir (Nguyen, 1997).

2.2 Döngüsel Kodlar

GF(q) üzerindeki doğrusal bir koda; (c_0, c_1,…,c_{n-2},c_{n-1}) kod kelimesi iken, (c_1,c_2,…,c_{n-1},c_0) de kod kelimesiyse, döngüsel kod (cycling codes) denir (Hedeyat vd., 1999).

Bir döngüsel kod, üreteç polinomu ya da denklik kontrol polinomuna göre tanımlanır. Döngüsel bir kod, aynı zamanda doğrusaldır. Döngüsel kodlar sonlu cisimler üzerindeki polinomlara dayanırlar ve basit kodlama işlemleri, halka teorisi yardımıyla yapılabilir (Pretzel, 1992).

Teorem 10. Döngüsel bir (n,k,d) kodu için g(x) üreteç polinomu, her zaman aşağıdaki özelliklere sahip olacak şekilde seçilebilir.

a) g(x)'in derecesi n-k'dir

b) Baştaki g_{n-k}'nın katsayısı 1'dir.

c) g(x), GF(q) üzerinde x^n-1'i böler.

Bütün kelimelerin kümesi a(x)g(x) polinomlarından yararlanılarak gösterilir. Buradaki a(x), katsayıları GF(q)'dan olan bütün polinomlardır ve dereceleri k-1'i geçmez. Bu özelliklere sahip tek bir üreteç polinomu vardır (Hedeyat vd., 1999).

Üreteç vektörünün;

$$\mathbf{g=(1110100)} \tag{10}$$

olduğu varsayılsın. Bu durumda üreteç matrisi aşağıdaki gibi oluşturulur.

$$\mathbf{G}= \left| \begin{matrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 \end{matrix} \right| \begin{matrix} \longrightarrow g_0+g_1x+g_2x^2+g_3x^3+g_4x^4+g_5x^5+g_6x^6 \\ \longrightarrow g_6x^6+g_0+g_1x+g_2x^2+g_3x^3+g_4x^4+g_5x^5 \\ \longrightarrow g_5x^5+g_6x^6+g_0+g_1x+g_2x^2+g_3x^3+g_4x^4 \end{matrix}$$

Teorem 11. C, g(x) üreteç polinomlu bir ikili döngüsel kodsa,

$$\mathbf{g(x)\ h(x)=x^n-1} \tag{11}$$

eşitliğini sağlar. h(x) polinomu, C'nin denklik kontrol polinomu olarak adlandırılır (Pless, 1998).

Bir kod döngüselse, duali de döngüseldir.

Teorem 12. C, GF(q) üzerinde n uzunluklu döngüsel bir kodsa ve üreteç polinomu da g(x) ise; $\mathbf{C}^{\perp}$ de döngüseldir ve eşitlik 12'deki üreteç polinomuna sahiptir.

$$\mathbf{x^{n-1} / \breve{g}(x)} \tag{12}$$

Burada,

$$\mathbf{\breve{g}(x) = x^{deg(g)}\, g(x^{-1})} \tag{13}$$

g(x)'e karşılık gelen (reciprocal) polinomdur (Hedeyat vd., 1999).

Eşitlik 10'da verilen g üreteç vektörü g(x)=1+x+x^2+x^4 polinomuyla gösterilebilir ve karşılık gelen polinomu; eşitlik 13'ten; 1+x^2+x^3+x^4 olarak bulunur. Bu durumda dual kodun üreteç polinomu da eşitlik 12'den,

$$\mathbf{\frac{x^7-1}{1+x^2+x^3+x^4} = 1+x^2+x^3}$$

dir.

3. BULGULAR

Hamming kodları oluşturulurken kullanılan (Bkz. Bölüm 2.1), n-k tane denklik bitinin, KÇE tasarımları oluştururken kullanılan ek etkenler ve k tane bilgi biti de temel etkenler olarak düşünülebilir. Önerme 1'den DKM'nin boyutunun $(n-k)\times n$ olduğu bilinmektedir. Bu durumda, kodu oluşturan n-k eşitliğin katsayılarını veren bu matris; KÇE tasarımlar söz konusu olduğunda, tasarımın tanımlayıcı bağıntılarını gösteren matris olarak düşünülebilir (Danacıoğlu, 2005).

Rao (1946), N denemeli, k etkenli, q sembollü ve (t+m+1) güçlü bir dikey dizimin (orthogonal array), m etkileşime kadar tüm etkileşimlerin dik olarak tahmin edilebildiği (daha fazla etkenli etkileşimlerin sıfır olduğu varsayımı altında) bir KÇE tasarıma eşit olduğunu kanıtlamıştır. Bu nedenle, 2 güçlü bir dikey dizim simetrik çok etkenliler için dik ana-etki tasarımlarına; 3 güçlü bir dikey dizim Ç-IV tasarımlarına eşittir. Dikey dizimin gücüyle, bir (n,k,d) kodunun dualinin en kısa uzaklığı, $d^{\perp}$, arasında ilişki olduğu bilinmektedir ve Teorem 13'te verilmiştir.

Teorem 13. C, GF(q) üzerinde $\mathbf{d}^{\perp}$ dual uzaklıklı bir (n,k,d) doğrusal kodu ise, C'nin kod kelimeleri, elemanları GF(q)'dan olan bir OA(N=q^k,n,q,$\mathbf{d}^{\perp}-\mathbf{1}$) dikey diziminin satırlarını oluşturur. Sonuç olarak, GF(q) üzerindeki doğrusal bir OA(N=q^k,n,q,t)'nin satırları, $\mathbf{d}^{\perp} \geq \mathbf{t}+\mathbf{1}$ dual uzaklıklı bir (n,k,$\mathbf{d}^{\perp}$) kodu oluşturur. Dikey dizimin gücü t ise, $\mathbf{d}^{\perp} = \mathbf{t}+\mathbf{1}$'dir (Brouwer vd., 2003; Hedeyat vd., 1999).

Teorem 5 (b)'den, C için DKM'nin, $\mathbf{C}^{\perp}$ için üreteç matrisi olduğu bilinmektedir. DKM, KÇE tasarım için tanımlayıcı bağıntıları gösteriyorsa, bu matrisin satırları temel olarak alındığında; elde edilen kod kelimelerinin, tasarım için tanımlayıcı bağıntı yapısını vermesi gerekir (Danacıoğlu, 2005).

EAS ölçütüne göre tasarımları karşılaştırırken kullanılan kelime uzunluğu yapıları, kodlar söz konusu olduğunda Tanım 8'de verilen ağırlık dağılımıdır. Kod kelimelerinin bulunması ve en kısa uzaklıkların hesaplanmasında, MATLAB 6.5'da var olan fonksiyon ve komutlardan yararlanılmıştır.

Hangi tasarımların inceleneceği konusunda, Box, Hunter ve Hunter (1978) tarafından oluşturulan ve en yüksek çözüme sahip tasarımları gösteren Tablo temel olarak alınmış ve sadece, bazı tasarımlar için ayrıntıya girilmiştir. Diğer tasarımlar için Danacıoğlu (2005)'e bakılabilir.

3.1 2_{III}^{3-1} Tasarımı

Tanımlayıcı bağıntısı I=ABC olan 2_{III}^{3-1} KÇE tasarımı Tablo 1'de gösterilmektedir.

Tablo 1. 2_{III}^{3-1} **Tasarımı (I=ABC)**

a	b	c=a+b	Denemeler
0	0	0	000
0	1	1	011
1	0	1	101
1	1	0	110

Tablo 1'deki denemeleri kod kelimeleri olarak düşünürsek; örneğin, 011 kod kelimesi iken, 101 de kod kelimesi olduğundan, denemelere karşılık gelen kodun, döngüsel olduğu görülmektedir (Bkz. Bölüm 2.2).

$$\begin{matrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{matrix} \Rightarrow \begin{matrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{matrix} \Rightarrow \text{döngüsel}$$

Kod kelimeleri arasındaki en kısa Hamming uzaklığı d=2'dir (Bkz. Eş. 3). Döngüsel bir koda karşılık geldiklerine göre, kod kelimelerinin üreteç polinomundan oluşturulması ve eşitlik 11'den, üreteç polinomu ile denklik kontrol polinomunun çarpımının x^n-1'e eşit olması gerekmektedir.

2_{III}^{3-1} tasarımı söz konusu olduğunda;

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} \mathbf{1} & \mathbf{1} & \mathbf{1} \end{bmatrix}_{\mathbf{1\times 3}} \quad \rightarrow \mathbf{1+x+x^2} \tag{14}$$

$$\mathbf{G} = \begin{bmatrix} \mathbf{1} & \mathbf{0} & \mathbf{1} \\ \mathbf{0} & \mathbf{1} & \mathbf{1} \end{bmatrix}_{\mathbf{2\times 3}} \rightarrow \mathbf{1+x} \tag{15}$$

dir. Görüldüğü gibi, H DKM, I=ABC tanımlayıcı bağıntısının polinom olarak gösterimidir. Eşitlik 11'den;

$$\mathbf{x^3 - 1 = (1 + x)(1 + x + x^2)}$$

dir. Tanım 6'dan, G üreteç matrisinin satırları, C'nin temelleridir. Bu temeli X ile gösterirsek;

$$X = \{ (101),(011) \}$$

olarak yazabiliriz. Bu temellerden elde edilen kod kelimeleri; aynı zamanda, tasarımın denemeleridir:

$$0(101)+0(011)=000$$
$$0(101)+1(011)=011$$
$$1(101)+0(011)=101$$
$$1(101)+1(011)=110$$

G üreteç matrisi, k×n, 2×3 boyutlu olduğundan ve kodun döngüsel olduğu bilindiğinden, denemelerin karşılık geldiği kod; döngüsel (3,2) kodudur.

(3,2) döngüsel kodunun duali, Teorem 5 (a)'dan (3,1,3) döngüsel kodudur. Eşitlik 13'ten;

$$\bar{\mathbf{g}}(\mathbf{x}) = \mathbf{x}.\,\mathbf{g}(\mathbf{x}^{-1}) = \mathbf{x}\left(1+\frac{1}{\mathbf{x}}\right) = \mathbf{x}+1$$

$$\mathbf{x}^{\mathbf{n}-1} / \bar{\mathbf{g}}(\mathbf{x}) = \mathbf{x}^3 - 1 / \mathbf{x} + 1 = 1 + \mathbf{x} + \mathbf{x}^2$$

dir. Teorem 5 (b)'den, C için DKM, $\mathbf{C}^{\perp}$ için üreteç matrisi olduğundan; dual kodun, (3,1) döngüsel kodunun üreteç matrisi, eşitlik 14'teki H DKM'dir.

$$\mathbf{G}_{\mathbf{dual}} = \begin{bmatrix} \mathbf{1} & \mathbf{1} & \mathbf{1} \end{bmatrix}_{\mathbf{1\times 3}}$$

Dual kodun üreteç matrisinden elde edilen kod kelimeleri, 0.111=000 ve 1.111=111 olduğundan; $(2^2\text{-}1,2^2\text{-}2\text{-}1,3)$ ya da Hamming (3,1) kodudur (Bkz. Bölüm 2.1.7).

$$\mathbf{C}^{\perp} = \{(000), (111)\} \rightarrow \mathbf{H(3,1)} \qquad (16)$$

En kısa Hamming uzaklığı, $d^{\perp}=3$ olduğundan, $2^{3\text{-}1}$ tasarımının çözümü III'tür (Bkz. Teorem 13). Dual kodun 0'lardan oluşan kod kelimesi dışındaki kelimesi 111'dir ve I=ABC tanımlayıcı bağıntı yapısına karşılık gelir. Bir tasarım, çözümü ile ifade edildiğinden, 2^{3-1}_{III} tasarımının kod olarak karşılığı, $(3,2,d^{\perp}=3)$'tür. Dual kodun ağırlık dağılımı, Tanım 8'den,

$$\mathbf{w(C^{\perp}) = \{1,0,0,1\}^{\perp}} \qquad (17)$$

dir. Dual kodun tanımı gereği (Bkz. Bölüm 2.1.3), dualin kod kelimelerinin, (3,2) döngüsel kodunun kod kelimelerine dik olması gerekmektedir. Dualdeki kod kelimelerini, koddaki kelimelerle tek tek çarpmak yerine, matris gösterimi tercih edilirse; dualin kod kelimelerini gösteren matrisin, denemelerin devriği ile çarpımı, diklik koşulunun sağlanıp sağlanmadığını gösterecektir ve diklik koşulu sağlanmaktadır.

Tasarımların eşdeş yapısı da bulunmak istenirse; bu durumda, tahmin edilecek etkilerin vektörlerle ifade edilmesi, örneğin A etkisi için (100), ve eşitlik 14'teki DKM ile mod 2'de toplanması gerekmektedir.

Tanım 1 ve teorem 2'den (3,2) kodunun üreteç matrisi (Bkz. Eş.15) ile duali H(3,1) kodunun üreteç matrisinin (Bkz. Eş.14) temellerinin birleşimi;

$$\mathbf{G}_{\mathbf{birleşim}} = \begin{bmatrix} \mathbf{1} & \mathbf{0} & \mathbf{1} \\ \mathbf{0} & \mathbf{1} & \mathbf{1} \\ \mathbf{1} & \mathbf{1} & \mathbf{1} \end{bmatrix}$$

dir ve bu matrisin temellerinden oluşan denemeler 2^3 tamamlanmış çok etkenli tasarımının denemeleridir.

Bir vektör uzayının ya da alt uzayının boyutu, temelindeki vektör sayısı olduğundan, C'nin temelindeki vektör sayısı 2 ve $C^{\perp}$'in temelindeki vektör sayısı 1 olduğuna göre, V uzayının üreteç matrisi $G_{birleşim}$'de 3 temel olmalıdır. Görüldüğü gibi koşul sağlanmaktadır. Ayrıca, $C \cap C^{\perp} = \{0\}$olduğundan teorem 2 de sağlanmaktadır.

3.2 2^{6-2}_{IV} Tasarımı

2^{6-2}_{IV} tasarımının I=ABCE=BCDF tanımlayıcı bağıntıları H DKM'nin satırlarına karşılık geldiğine göre;

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} \mathbf{1} & \mathbf{1} & \mathbf{1} & \mathbf{0} & \mathbf{1} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{1} & \mathbf{1} & \mathbf{1} & \mathbf{0} & \mathbf{1} \end{bmatrix}_{\mathbf{2\times6}} \qquad \mathbf{G} = \begin{bmatrix} \mathbf{1} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{1} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{1} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{1} & \mathbf{1} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{1} & \mathbf{0} & \mathbf{1} & \mathbf{1} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{1} & \mathbf{0} & \mathbf{1} \end{bmatrix}_{\mathbf{4\times6}} \tag{18}$$

dir. Üreteç matrisinin satırlarından elde edilen kod kelimeleri;

0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0
0	0	0	1	0	1	1	0	0	1	1	1
0	0	1	0	1	1	1	0	1	0	0	1
0	0	1	1	1	0	1	0	1	1	0	0
0	1	0	0	1	1	1	1	0	0	0	1
0	1	0	1	1	0	1	1	0	1	0	0
0	1	1	0	0	0	1	1	1	0	1	0
0	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1

d=2 olan (6,4) doğrusal koduna karşılık gelmektedir.

$$\mathbf{G}_{\mathbf{dual}} = \begin{bmatrix} \mathbf{1} & \mathbf{1} & \mathbf{1} & \mathbf{0} & \mathbf{1} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{1} & \mathbf{1} & \mathbf{1} & \mathbf{0} & \mathbf{1} \end{bmatrix}_{\mathbf{2\times6}} \tag{19}$$

Üreteç matrisinden elde edilen dual kodun kod kelimeleri:

$$\begin{array}{cccccl} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 \rightarrow \text{I=BCDF} \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \rightarrow \text{ =ABCE} \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \rightarrow \text{ =ADEF} \end{array} \tag{20}$$

$d^{\perp}$=4 ve ağırlık dağılımı;

$$\mathbf{w(C^{\perp}) = \{1,0,0,0,3,0,0\}^{\perp}} \tag{21}$$

olan (6,2,4) koduna; tasarım $(6,4,d^{\perp}=4)$'e karşılık gelir ve diklik koşulu sağlanmaktadır.

3.3 2^{6-2}_{III} Tasarımları

EAS ölçütüne göre en iyiden en kötüye doğru sıralanmış 3 tane 2^{6-2}_{III} tasarımı vardır. Buradaki amaç kodlardan yararlanarak en iyi tasarıma karar verebilmektir. Tablo 2'de bütün tasarımların (6,4) koduna karşılık geldiği ve parametrelerin; n,k,d,$d^{\perp}$, eşit olduğu görülmektedir (Danacıoğlu, 2005).

Tablo 2. 2^{6-2}_{III} **Tasarımlarının karşılaştırılması**

	I. En İyi Tasarım	II. En İyi Tasarım	III. En İyi Tasarım
T.B. yapısı	I=ABE=BCDF =ACDEF	I=ABE=CDF =ABCDEF	I=ABE=ABDF =DEF
Kelime uzunluğu yapısı	{3,4,5}	{3,3,6}	{3,3,4}
(n,k) kodu	(6,4)	(6,4)	(6,4)
Rank G	4	4	4
D	2	2	2
Rank $G^{\perp}$	2	2	1
$d^{\perp}$	3	3	3
Ağırlık dağılımı	{1,0,4,6,3,2,0}	{1,0,6,0,9,0,0}	{1,1,2,6,5,1,0}
$A^{\perp}_i$ dağılımı-i=Çmax,...,6	{1,1,1,0}	{2,0,0,1}	{2,1,0,0}

Tasarımların ağırlık dağılımları söz konusu olduğunda, üç tasarımın da kendilerinin ve duallerinin dağılımları farklı olduğundan; en iyi tasarıma karar vermek için bu sayılar kullanılabilir.

Dual kodun en kısa uzaklığı tasarımın çözümünü verdiğine göre, Tablo 2'de dual kodun ağırlık dağılımında, ağırlık değerleri $\geq Ç_{max}$ olmalıdır (2^{6-2} için 3). Aynı mantıkla, dual kod, EAS tasarımına karar verirken de belirleyici olmalıdır. Tasarımlar ve karşılık geldikleri dual kodlar aşağıda gösterilmektedir.

I. En iyi tasarım	**II. En iyi tasarım**	**III. En iyi tasarım**
$A^{\perp}_3=1$, $A^{\perp}_4=1$,	$A^{\perp}_3=2$, $A^{\perp}_4=0$,	$A^{\perp}_3=2$, $A^{\perp}_4=1$,
$A^{\perp}_5=1$, $A^{\perp}_6=0$	$A^{\perp}_5=0$, $A^{\perp}_6=1$	$A^{\perp}_5=0$, $A^{\perp}_6=0$

Buna göre,

$A^{I}_3=1<A^{II}_3=2$ olduğundan; I, II'den daha iyi bir tasarımdır.
$A^{I}_3=1<A^{III}_3=2$ olduğundan; I, III'ten daha iyi bir tasarımdır.
$A^{II}_4=0>A^{III}_4=1$ olduğundan, II, III'ten daha iyi bir tasarımdır.

3.4 Uygulama

KÇE tasarımlar ve kod karşılıklarının bulunması, Bölüm 3'te sadece 2 tasarım için gösterilmiştir. KÇE tasarımlarla yapılan, Ç-III tasarımından Ç-IV tasarımına ya da Ç-IV tasarımından, daha az etkenli Ç-III tasarımlarına geçmek kodlarla da mümkündür (Bkz., Danacıoğlu, 2005).

Tasarımlar kodlarla ifade edilirken (n,k, $d^{\perp}_{min}$) gösterimi kullanılırsa, Bölüm 3.3'te EAS ölçütüyle sıralanmış 2_{III}^{6-2} tasarımlarının (6,4,3) kodu olması, aynı n, k hatta aynı $d^{\perp}$ değerlerine sahip olmalarına karşın, kodların farklı olduğunu ve farklı tasarımlara ulaşıldığını göstermektedir.

Bu farklılığı yaratan dual koddur ve burada, örneğin (8,4,3) kodu, söz konusu olduğunda, dual ağırlık dağılımları farklı kaç kod; dolayısıyla EAS ölçütüne göre sıralanmış kaç tasarım elde edilebileceği sorusu akla gelmektedir.

KÇE tasarımlarla kodlar ve EAS ölçütüyle dual ağırlık dağılımları arasındaki ilişki belirlendikten sonra; ağırlık dağılımlarının hesaplanması; en iyi tasarıma karar verilebilmesi; tasarımların EAS ölçütüne göre sıralanabilmesi için, MATLAB programında, bazı fonksiyonlar yaratılmış ve iki farklı program (1. program, en iyi tasarım; 2. program belli bir tasarım/kod içindir) çalıştırılarak; tasarımlar karşılık geldikleri kod parametreleriyle birlikte elde edilmiştir.

Program girdileri; 1. program için n ve k değerleri; 2. program içinse, A matrisidir (Bkz. Eş.4). Başlangıçta DKM ya da üreteç matrisi kullanılması düşünülmüş; ancak, programın çalışma hızını etkileyebileceği endişesiyle A'nın kullanılmasına karar verilmiştir. A matrisleri, en düşük çözüm 3 olacak ve birbirinin aynı olan matrisler elenecek şekilde belirlenmiştir. Program çıktıları, özellikle etken sayısı arttığında çok uzun olduğundan; etken sayısı az olan örnekler verilmiş ve gerektiğinde çıktılarda kısaltmaya gidilmiştir.

2_{III}^{3-1} tasarımı (I=ABC) (Bkz. Tablo 1) için, n=3,p=1 ve k=2'dir. n=3, k=2 için en iyi tasarımı bulmaya yönelik 1. programın verdiği çıktı (Danacıoğlu, 2005):

```
As = (Bkz. Eş.15)
     1
     1
Rs =    3 (tasarımın çözümü)
ADs =    1    0    0    1 (Bkz. Eş.17)
```

dır. 2_{III}^{3-1} tasarımı için Eş. 15'te verilen G üreteç matrisi, A'yı da içermektedir. Program çıktı olarak birden fazla A vermediğinden; (3,2,3) kodu tek bir tasarıma karşılık gelmektedir. Buradan elde edilen A matrisi girdi olarak kullanılırsa, tasarımın kod olarak özellikleri, 2. program yoluyla bulunabilir. Program çıktısı aşağıdaki gibidir.

```
Uretec matrisi (Bkz. Eş. 15) =    1    0    1
                                  0    1    1

Denklik kontrol matrisi (Bkz. Eş. 14) =    1    1    1

Denemeler/kod kelimeleri (Bkz. Tablo 1) =    0    0    0
                                             0    1    1
                                             1    0    1
                                             1    1    0

Agirlik dagilimi ={1, 0, 3, 0} (Bkz. Tanım 8)

Kod kelimeleri arasi en kisa uzaklik d=2 (Bkz. Eş.3)

Tanimlayici baginti yapisi (Bkz. Eş.16) = 0    0    0
                                          1    1    1

Dual kodun agirlik dagilimi (Bkz. Eş.17)={1, 0, 0, 1}
```

Dual kod kelimeleri arasi en kisa uzaklik d=R=3 (Bkz. Teorem 13)

d cift sayi oldugundan Hamming siniri tanimli degil (Bkz. Teorem 6)

Kod Griesmer sinirini esitlikle sagliyor: 3 = 3 (Bkz. Teorem 7)

Kod Varshamov-Gilbert sinirini sagliyor: 1 < 2 (Bkz. Teorem 9)

Dual Kod Hamming sinirini sagliyor: 3 < 4

Dual Kod Griesmer sinirini esitlikle sagliyor: 3 = 3

Dual Kod Varshamov-Gilbert sinirini sagliyor: 3 < 4

2^{6-2} tasarımları için, 1. program n=6, k=4 parametreleriyle çalıştırılsın. Programın, bu parametrelerden oluşturulabilecek tasarımları, Tablo 2'deki gibi, 1. en iyi, 2. en iyi vb. olarak sıralaması beklenecektir. Çözüm değerleri ve bunlara karşılık gelen dual kodun ağırlık dağılımları, EAS ölçütüne göre sıralı olarak aşağıdaki gibidir (Danacıoğlu, 2005).

Rs =	4	3	3	3 (tasarımların çözümleri)			
ADs =	1	0	0	0	3	0	0 (Bkz. Eş.21)
	1	0	0	1	1	1	0
	1	0	0	2	0	0	1
	1	0	0	2	1	0	0

Görüldüğü gibi, 1. dual ağırlık dağılımı için $d^{\perp}=4$; son 3 dual ağırlık dağılımı içinse $d^{\perp}=3$'tür. Son 3 ağırlık dağılımı, 2_{III}^{6-2} tasarımlarının EAS ölçütüne göre sıralanmış halidir. Bu tasarımların özellikleri tek tek 2. programın çalıştırılmasıyla elde edilebilir. Örneğin, 1. sırada yer alan 2_{IV}^{6-2} tasarımı için sonuçlar aşağıda verilmiştir.

Uretec matrisi (Bkz. Eş.18)=
$$\begin{matrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \end{matrix}$$

Denklik kontrol matrisi (Bkz. Eş.18)=
$$\begin{matrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 \end{matrix}$$

Denemeler/kod kelimeleri (Bkz. Bölüm 3.2)=
$$\begin{matrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \end{matrix} \qquad \begin{matrix} 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \end{matrix} \qquad \begin{matrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{matrix}$$

Agirlik dagilimi ={1, 0, 3, 8, 3, 0, 1}(Bkz. Tanım 8)

Kod kelimeleri arasi en kisa uzaklik d=2 (Bkz. Eş.3)

Tanimlayici baginti yapisi =
$$\begin{matrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \end{matrix}$$

Dual kodun agirlik dagilimi ={1, 0, 0, 0, 3, 0, 0} (Bkz. Eş. 21)

Dual kod kelimeleri arasi en kisa uzaklık d=R=4 (Bkz. Teorem 13)

d cift sayi oldugundan Hamming siniri tanimli degil (Bkz. Teorem 6)

Kod Griesmer sinirini sagliyor: 5 < 6 (Bkz. Teorem 7)

Kod Varshamov-Gilbert sinirini sagliyor: 1 < 4 (Bkz. Teorem 9)

dDual cift sayi oldugundan Hamming siniri tanimli degil

Dual Kod Griesmer sinirini esitlikle sagliyor: 6 = 6

Dual Kod Varshamov-Gilbert sinirini saglamiyor: 16 >= 16

4. SONUÇ

Bilindiği gibi, bir 2^{n-p} KÇE tasarımında; n etken sayısı; p, tanımlayıcı bağıntı sayısı; 2^p-p-1, tanımlayıcı bağıntılar arasındaki genelleştirilmiş etkileşim sayısı ve 2^p-1, tanımlayıcı bağıntı yapısındaki kelime sayısıdır. Çalışma süresince elde edilen bilgiler ışığında; bir (n,k) kodu, n-k=p olmak üzere, k temel etken yardımıyla oluşturulan n etkenli bir 2^{n-p} kesirli çok etkenli tasarım olarak düşünülebilir. Tasarımın çözümü, dual kodun en kısa uzaklığından ($d^{\perp}$) ve tanımlayıcı bağıntı yapısı da dual kodun kod kelimelerinden bulunabilir.

Başlangıçta amaç, sadece kodlar ve tasarımlar arasındaki ilişkiyi göstermek ve her tasarıma bir kod atamak ya da tam tersini yapmakken; EAS ölçütünün kodlarla nasıl uygulanacağının araştırılması sırasında karşılaşılan sorular; kod parametreleri aynıyken farklı tasarımlara ulaşılması; farklılığı yaratanın dual kod olması vb. sonuçlar; ilgilenilen konu kodlar ve tasarımlar olunca, hali hazırda yararlanılacak bir programın olmaması güçlüğü; istenileni verebilecek bir programın yazımını zorunlu kılmıştır.

4. Bölümde, programlarla ilgili verilen örnekler; verilebilen en kısa çıktı örnekleridir ve bu durum, bu kadar verinin nasıl özetleneceği gibi bir sorunu da beraberinde getirmektedir. Bu bağlamda, Tablo 3'te listelenen tasarımlar ve kod karşılıkları, bazı yönlerden eksiktir. Örneğin, 2_{III}^{9-5} için, dual ağırlık dağılımları farklı 5 tasarım bulunmuş ve hepsi Tabloya dahil edilmişken; diğer tasarımlar için sıralanacak farklı tasarım sayısı 3 ile sınırlandırılmıştır. 2_{V}^{10-3} tasarımı için, sadece Ç-V olan 2 tasarım gösterilmiş, Ç-IV olan 22 tasarım ve Ç-III olan 40 tasarım göz ardı edilmiştir.

Tablo 3'te tasarımlar; karşılık geldikleri kodlar, bu kodlara ait dual ağırlık dağılımları ve DKM'leri ile ifade edilmişlerdir. Doğrusal kod için B, döngüsel kod için C ve Hamming kodları için H gösterimi kullanılmıştır. Kodların sağladıkları sınırlara da bakılmış; ancak, Varshamov-Gilbert ve Griesmer sınırlarını hepsi; Hamming sınırını ise en kısa uzaklığı tek olanlar sağladığı için, tabloda bu bilgilere yer verilmemiştir.

Tasarımlar kodlarla ifade edilirken, özellikle tanımlayıcı bağıntı yapısının anlaşılması ve yorumlanmasının kodlarla daha kolay olduğu görülmüştür. Bu şekilde, bir tasarımı sadece bir matrisle tanımlayabilmek mümkündür.

Kod parametreleri ile EAS ölçütüne göre yapılan sıralamalar, literatürde yer alan, Örneğin; 2_{III}^{6-2} ve 2_{III}^{7-3} için Wu ve Chen (1992)'in yaptığı, tasarımlarla tutarlıdır.

Tablo 3'te yer almamasına karşın, EAS ölçütüne göre sıralanmış diğer tasarımlara da ulaşmak mümkündür. Örneğin, 2_{IV}^{9-3} için 3 tasarım verilmiş; ancak, Ç-IV uzunluğunda 9 tasarım bulunmuş ve dual ağırlık dağılımları aşağıdaki gibi sıralanmıştır.

1. $(1,0,0,0,1,4,2,0,0,0)^{\perp}$
2. $(1,0,0,0,2,3,1,1,0,0)^{\perp}$
3. $(1,0,0,0,2,4,0,0,1,0)^{\perp}$
4. $(1,0,0,0,3,0,4,0,0,0)^{\perp}$
5. $(1,0,0,0,3,2,0,2,0,0)^{\perp}$
6. $(1,0,0,0,3,4,0,0,0,0)^{\perp}$
7. $(1,0,0,0,4,0,2,0,1,0)^{\perp}$
8. $(1,0,0,0,5,0,2,0,0,0)^{\perp}$
9. $(1,0,0,0,7,0,0,0,0,0)^{\perp}$

Tasarımlar hali hazırda sıralanmış olduğundan; kodlar hakkında bilgi sahibi olmak gerekmeksizin; uygun tasarımın seçimi, dual ağırlık dağılımlarına bakılarak da yapılabilir. Örneğin, 2_{III}^{8-4} tasarımı söz konusu olduğunda (Bkz. Tablo 3), 2. tasarımda, 2'li etkileşimlerle karışacak ana etki sayısının, 1. tasarıma göre daha çok olduğu görülmektedir (Danacıoğlu, 2005).

Tablo 3. Tasarımlar ve kod karşılıkları

Deneme	Tasarım	Kod karşılığı $(n,k,d^{\perp}_{min})$	Ağırlık dağ.$^{\perp}$ $i=Ç_{max},\dots,n$	DKM/Tanımlayıcı bağıntılar
4	2_{III}^{3-1}	C(3,2,3)	{1}	1 1 1
8	2_{IV}^{4-1}	C(4,3,4)	{1}	1 1 1 1
	2_{III}^{4-1}	B(4,3,3)	{1,0}	0 1 1 1
	2_{III}^{5-2}	B(5,3,3)	{2,1,0}	1 1 0 1 0 1 0 1 0 1
	2_{III}^{6-3}	B(6,3,3)	{4,3,0,0}	1 1 0 1 0 0 1 0 1 0 1 0 0 1 1 0 0 1
	2_{III}^{7-4}	B(7,3,3)	{7,7,0,0,1}	1 1 0 1 0 0 0 1 0 1 0 1 0 0 0 1 1 0 0 1 0 1 1 1 0 0 0 1
16	2_{V}^{5-1}	C(5,4,5)	{1}	1 1 1 1 1
	2_{IV}^{6-2}	B(6,4,4)	{3,0,0}	1 1 1 0 1 0 0 1 1 1 0 1
	1. 2_{III}^{6-2}	B(6,4,3)	{1,1,1,0}	1 1 0 0 1 0 0 1 1 1 0 1
	2. 2_{III}^{6-2}	B(6,4,3)	{2,0,0,1}	1 1 0 0 1 0 0 0 1 1 0 1
	3. 2_{III}^{6-2}	B(6,4,3)	{2,1,0,0}	1 1 0 0 1 0 1 1 0 1 0 1
	2_{IV}^{7-3}	H(7,4,4)	{7,0,0,0}	1 1 1 0 1 0 0 0 1 1 1 0 1 0 1 0 1 1 0 0 1
	1. 2_{III}^{7-3}	B(7,4,3)	{2,3,2,0,0}	1 1 1 0 1 0 0 1 1 0 1 0 1 0 0 0 1 1 0 0 1

Tablo 3. Tasarımlar ve kod karşılıkları (Devam)

Deneme	Tasarım	Kod karşılığı (n,k, $d^{\perp}_{min}$)	Ağırlık dağ.$^{\perp}$ $i=Ç_{max},\ldots,n$	DKM/Tanımlayıcı bağıntılar
16	2. 2^{7-3}_{III}	B(7,4,3)	{3,2,1,1,0}	1 1 1 1 1 0 0 0 1 1 0 0 1 0 1 1 1 0 0 0 1
	3. 2^{7-3}_{III}	B(7,4,3)	{3,3,0,0,1}	1 1 1 0 1 0 0 1 1 0 1 0 1 0 1 1 0 0 0 0 1
	2^{8-4}_{IV}	B(8,4,4} (self dual)	{14,0,0,0,1}	0 1 1 1 1 0 0 0 1 0 1 1 0 1 0 0 1 1 1 0 0 0 1 0 1 1 0 1 0 0 0 1
	1. 2^{8-4}_{III}	B(8,4,3}	{3,7,4,0,1,0}	0 1 1 1 1 0 0 0 1 0 0 1 0 1 0 0 1 0 1 0 0 0 1 0 1 1 0 0 0 0 0 1
	2. 2^{8-4}_{III}	B(8,4,3}	{4,5,4,2,0,0}	0 0 1 1 1 0 0 0 0 1 0 1 0 1 0 0 1 1 0 0 0 0 1 0 1 1 1 0 0 0 0 1
	3. 2^{8-4}_{III}	B(8,4,3}	{4,6,4,0,0,1}	0 0 1 1 1 0 0 0 0 1 0 1 0 1 0 0 0 1 1 1 0 0 1 0 1 1 1 0 0 0 0 1
	1. 2^{9-5}_{III}	B(9,4,3)	{4,14,8,0,4,1,0}	1 1 1 0 1 0 0 0 0 0 1 1 1 0 1 0 0 0 1 0 1 1 0 0 1 0 0 1 1 0 1 0 0 0 1 0 1 1 1 1 0 0 0 0 1
	2. 2^{9-5}_{III}	B(9,4,3)	{6,9,9,6,0,0,1}	0 0 1 1 1 0 0 0 0 0 1 1 1 0 1 0 0 0 1 0 0 1 0 0 1 0 0 1 1 0 0 0 0 0 1 0 1 1 1 0 0 0 0 0 1
	3. 2^{9-5}_{III}	B(9,4,3)	{6,10,8,4,2,1,0}	0 0 1 1 1 0 0 0 0 0 1 1 1 0 1 0 0 0 1 0 0 1 0 0 1 0 0 1 1 1 0 0 0 0 1 0 1 1 1 1 0 0 0 0 1
	4. 2^{9-5}_{III}	B(9,4,3)	{7,9,6,6,3,0,0}	0 0 1 1 1 0 0 0 0 0 1 0 1 0 1 0 0 0 0 1 1 0 0 0 1 0 0 1 0 1 0 0 0 0 1 0 1 1 1 0 0 0 0 0 1
	5. 2^{9-5}_{III}	B(9,4,3)	{8,10,4,4,4,1,0}	0 0 1 1 1 0 0 0 0 0 1 0 1 0 1 0 0 0 0 1 1 0 0 0 1 0 0 0 1 1 1 0 0 0 1 0 1 1 1 1 0 0 0 0 1
	1. 2^{10-6}_{III}	B(10,4,3)	{8,18,16,8,8,5,0,0}	1 1 1 0 1 0 0 0 0 0 0 1 1 1 0 1 0 0 0 0 1 0 1 1 0 0 1 0 0 0 1 1 0 1 0 0 0 1 0 0 1 1 1 1 0 0 0 0 1 0 1 1 0 0 0 0 0 0 0 1

Tablo 3. Tasarımlar ve kod karşılıkları (Devam)

Deneme	Tasarım	Kod karşılığı $(n,k,d^{\perp}_{min})$	Ağırlık dağ.$^{\perp}$ $i=Ç_{max},\dots,n$	DKM/Tanımlayıcı bağıntılar
16	2. 2^{10-6}_{III}	B(10,4,3)	{9,16,15,12,7,3,1,0}	0 0 1 1 1 0 0 0 0 0 0 1 0 1 0 1 0 0 0 0 0 1 1 0 0 0 1 0 0 0 1 0 1 1 0 0 0 1 0 0 1 1 0 0 0 0 0 0 1 0 1 1 1 0 0 0 0 0 0 1
	3. 2^{10-6}_{III}	B(10,4,3)	{10,15,12,15,10,0,0,1}	0 0 1 1 1 0 0 0 0 0 0 1 0 1 0 1 0 0 0 0 0 1 1 1 0 0 1 0 0 0 1 0 0 1 0 0 0 1 0 0 1 0 1 0 0 0 0 0 1 0 1 1 0 1 0 0 0 0 0 1
	2^{11-7}_{III}	B(11,4,3)	{12, 26, 28, 24, 20, 13, 4, 0, 0}	1 1 1 0 1 0 0 0 0 0 0 0 1 1 1 0 1 0 0 0 0 0 1 0 1 1 0 0 1 0 0 0 0 1 1 0 1 0 0 0 1 0 0 0 1 1 1 1 0 0 0 0 1 0 0 1 1 0 0 0 0 0 0 0 1 0 1 0 1 0 0 0 0 0 0 0 1
32	2^{6-1}_{VI}	C(6,5,6)	{1}	1 1 1 1 1 1
	1. 2^{7-2}_{IV}	B(7,5,4)	{1,2,0,0}	1 1 1 1 0 1 0 1 1 0 1 1 0 1
	2. 2^{7-2}_{IV}	B(7,5,4)	{2,0,1,0}	0 0 1 1 1 1 0 1 1 0 0 1 0 1
	3. 2^{7-2}_{IV}	B(7,5,4)	{3,0,0,0}	0 0 1 1 1 1 0 0 1 0 1 1 0 1
	1. 2^{8-3}_{IV}	B(8,5,4)	{3,4,0,0,0}	1 1 1 0 0 1 0 0 1 1 0 1 0 0 1 0 0 1 1 1 1 0 0 1
	2. 2^{8-3}_{IV}	B(8,5,4)	{5,0,2,0,0}	0 0 1 1 1 1 0 0 0 1 0 1 1 0 1 0 1 1 1 0 0 0 0 1
	3. 2^{8-3}_{IV}	B(8,5,4)	{6,0,0,0,1}	0 0 1 1 1 1 0 0 0 1 0 1 1 0 1 0 1 0 0 1 1 0 0 1
	1. 2^{9-4}_{IV}	B(9,5,4)	{6, 8, 0, 0, 1, 0}	0 1 1 1 1 1 0 0 0 1 0 1 1 1 0 1 0 0 1 1 0 1 1 0 0 1 0 1 1 1 0 1 0 0 0 1
	2. 2^{9-4}_{IV}	B(9,5,4)	{7, 7, 0, 0, 0, 1}	0 1 1 1 1 1 0 0 0 1 0 0 1 1 0 1 0 0 1 1 1 0 1 0 0 1 0 1 1 1 1 0 0 0 0 1
	3. 2^{9-4}_{IV}	B(9,5,4)	{9, 0, 6, 0, 0, 0}	0 0 1 1 1 1 0 0 0 0 1 0 1 1 0 1 0 0 1 0 1 0 1 0 0 1 0 1 1 0 1 0 0 0 0 1
	1. 2^{10-5}_{IV}	B(10,5,4)	{10,16,0,0,5,0,0}	1 1 1 1 0 1 0 0 0 0 1 1 1 0 1 0 1 0 0 0 1 1 0 1 1 0 0 1 0 0 1 0 1 1 1 0 0 0 1 0 0 1 1 1 1 0 0 0 0 1

Tablo 3. Tasarımlar ve kod karşılıkları (Devam)

Deneme	Tasarım	Kod karşılığı (n,k, $d^{\perp}_{min}$)	Ağırlık dağ.$^{\perp}$ i=$Ç_{max}$,...,n	DKM/Tanımlayıcı bağıntılar
32	2. 2^{10-5}_{IV}	B(10,5,4)	{15,0,15,0,0,0,1}	0 0 1 1 1 1 0 0 0 0 0 1 0 1 1 0 1 0 0 0 1 0 1 0 1 0 0 1 0 0 1 1 0 1 0 0 0 0 1 0 1 1 1 0 0 0 0 0 0 1
	3. 2^{10-5}_{IV}	B(10,5,4)	{16,0,12,0,3,0,0}	0 0 1 1 1 1 0 0 0 0 0 1 0 1 1 0 1 0 0 0 0 1 1 0 1 0 0 1 0 0 1 0 1 1 0 0 0 0 1 0 1 1 1 0 0 0 0 0 0 1
	2^{11-6}_{IV}	B(11,5,4)	{25,0,27,0,10,0,1,0}	1 1 1 0 0 1 0 0 0 0 0 0 1 1 1 0 0 1 0 0 0 0 0 0 1 1 1 0 0 1 0 0 0 1 0 1 1 0 0 0 0 1 0 0 1 0 0 1 1 0 0 0 0 1 0 0 1 0 1 1 0 0 0 0 0 1
64	2^{7-1}_{VII}	C(7,6,7)	{1}	1 1 1 1 1 1 1
	2^{8-2}_{V}	B(8,6,5)	{2, 1, 0, 0}	1 1 1 1 0 0 1 0 1 1 0 0 1 1 0 1
	1. 2^{9-3}_{IV}	B(9,6,4)	{1, 4, 2, 0, 0, 0}	1 1 1 1 0 0 1 0 0 1 0 1 0 1 1 0 1 0 0 0 1 1 1 1 0 0 1
	2. 2^{9-3}_{IV}	B(9,6,4)	{2, 3, 1, 1, 0, 0}	0 0 0 1 1 1 1 0 0 0 1 1 0 1 1 0 1 0 1 0 1 1 0 0 0 0 1
	3. 2^{9-3}_{IV}	B(9,6,4)	{2,4,0,0,0,1,0)	0 0 0 1 1 1 1 0 0 0 1 1 0 1 1 0 1 0 1 0 1 0 1 1 0 0 1
	1. 2^{10-4}_{IV}	B(10,6,4)	{2,8,4,0,1,0,0}	0 1 1 1 0 1 1 0 0 0 1 0 1 1 0 1 0 1 0 0 1 1 0 1 1 0 0 0 1 0 1 1 1 0 1 0 0 0 0 1
	2. 2^{10-4}_{IV}	B(10,6,4)	{3,6,4,2,0,0,0}	0 0 0 1 1 1 1 0 0 0 0 1 1 0 1 1 0 1 0 0 1 0 1 0 0 1 0 0 1 0 1 1 1 1 0 0 0 0 0 1
	3. 2^{10-4}_{IV}	B(10,6,4)	{3,7,4,0,0,1,0}	0 0 1 1 1 1 1 0 0 0 0 1 0 1 1 1 0 1 0 0 1 1 1 0 0 1 0 0 1 0 1 1 1 1 1 0 0 0 0 1
	2^{11-5}_{IV}	B(11,6,4)	{4, 14, 8, 0, 3, 2, 0, 0}	0 0 1 1 1 0 1 0 0 0 0 1 1 1 1 0 0 0 1 0 0 0 1 1 0 0 0 1 0 0 1 0 0 0 1 0 1 1 1 0 0 0 1 0 1 0 0 1 1 1 0 0 0 0 1
128	2^{8-1}_{VIII}	C(8,7,8)	{1}	1 1 1 1 1 1 1 1
	2^{9-2}_{VI}	B(9,7,6)	{3, 0, 0, 0}	1 0 1 1 0 1 1 1 0 0 1 1 0 1 1 1 0 1
	1. 2^{9-2}_{V}	B(9,7,5)	{1,1,1,0,0}	0 0 1 1 1 1 1 1 0 1 1 0 0 0 1 1 0 1
	2. 2^{9-2}_{V}	B(9,7,5)	{2,0,0,1,0}	0 0 0 1 1 1 1 1 0 1 1 1 0 0 0 1 0 1

Tablo 3. Tasarımlar ve kod karşılıkları (Devam)

Deneme	Tasarım	Kod karşılığı (n,k, $d^{\perp}_{min}$)	Ağırlık dağ.$^{\perp}$ i=$Ç_{max}$,...,n	DKM/Tanımlayıcı bağıntılar
	3. 2_V^{9-2}	B(9,7,5)	{2,1,0,0,0}	0 0 0 1 1 1 1 1 0 0 1 1 0 0 1 1 0 1
128	1. 2_V^{10-3}	B(10,7,5)	{3,3,1,0,0,0}	1 1 1 0 0 0 1 1 0 0 0 1 1 1 1 0 0 0 1 0 1 0 1 1 0 1 0 0 0 1
	2. 2_V^{10-3}	B(10,7,5)	{4,2,0,1,0,0}	0 0 0 1 1 1 1 1 0 0 0 1 1 0 0 1 1 0 1 0 1 1 1 0 1 0 0 0 0 1
	2_V^{11-4}	B(11,7,5)	{6, 6, 2, 1, 0, 0, 0}	1 1 1 0 0 0 1 1 0 0 0 0 1 1 1 1 0 0 0 1 0 0 1 0 1 1 0 1 0 0 0 1 0 1 1 1 1 1 1 1 0 0 0 1

5. KAYNAKLAR

Arazi, B., 1988. A Commensense Approach to the Theory of Error Correcting Codes. Computer System Series, MIT Pres.

Bilous, R. T., Rees, G. H. J.,2003. An Enumeration of Binary Self-Dual Codes of Length 32. http://www.cs.umanitoba.ca/~vanrees/bil.pdf.

Box, G. E. P., Hunter, J. S, 1961. The 2^{k-p} Fractional Factorial Designs Part I. Technometrics, 3(3): 311-351.

Box, G. E. P., Hunter, W. G., Hunter, J. J., 1978. Statistics for Experiments. John Wiley & Sons, New York, NY.

Brouwer, A. E., Cohen A. M., Neguyen M. V. M, 2003. Fractional Factorial Desingns of Strength 3 and Small Run Size. http://win.tue.nl/amc/pub /cbn.pdf.

Chen, H., 1998. Some Projective Properties of Fractional Factorial Designs. Statistics & Probabilitiy Letters, 40,185-188.

Clark, J. B., Dean, A. M., 2001. Equivalence of Fractional Factorial Designs. Statistica Sinica, 11, 537-547.

Danacıoğlu, N., 2005. Kesirli Çok Etkenli Deneylerde Çözüm ve En Az Sapma Kavramı, HÜ, İstatistik Bölümü, Doktora tezi, Ankara (yayımlanmamış).

Dey, A., 1985. Orthogonal Fractional Factorial Designs. New Delhi, Wiley Eastern.

Franklin, M. F., 1984. Constructions Tables of Minimum Aberration Designs, Technometrics, 236(3): 225-232.

Fries, A., Hunter, W. G., 1980. Minimum Aberration 2^{k-p} designs. Technometrics, 22(4): 601-608.

Gulliver, T. A., Bhargava V. K. ,2000. New Linear Codes Over GF(8). Applied Mathematics Letters, 13, 17-19.

Halmos, P. R., 1999. Finite-Dimensional Vector Spaces. 7th. Ed., Springer-Verlag.

Hamming, R. W., 1950. Error Detecting and Error Correcting Codes. The Bell System Technical Journal, XXVI, 2, 147-160.

Hedeyat, A. S., Sloane, N. J. A., Stufken J., 1999. Orthogonal Arrays: Theory and Applications. Springer-Verlag, NY.

Huffman, W. C., Pless, V., 2003. Fundemantals of Error Correcting Codes. Cambridge University Pres.

Kuş, P., 2002. Hata Düzeltme Kodlaması. Kara Harp Okulu Bilim Dergisi, Kara Harp Okulu Basımevi, 2, 18-34,

Lin, C. D., Sitter, R. R., 2008. An Isomorphism Check for Two-Level Fractional Factorail Designs. Journal of Statistical Planning and Inference, 138, 1085-1101.

MacWilliams, F. J., Sloane N. J. A., 1977. The Theory of Error-Correcting Codes. North-Holland Mathematical Library, Elsevier Science Publishers.

Mathews, K. R., 1991. Linear Algebra. University of Queensland.

Nguyen, G. D., 1997. A Polynomial Construction of Perfect Codes. Computers Math. Applic., 33(8): 127-131.

Pless, V., 1998. Introduction to the Theory of Error-Correcting Codes. John Wiley & Sons, Inc., Third Edition.

Pretzel, O., 1992. Error-Correcting Codes and Finite Fields. Clarendon Pres. Oxford, Student Edition.

Purser, M., 1995. Introduction to Error-Correcting Codes. Artech House Inc.

Rao, C. R., 1946. On Hypercubes of Strength D and A System of Confounding in Factorial Experiments. Bull. Cal. Math. Soc., 38, 67-78.

Sloane, N. J. A., Thompson, J. G., 1983. Cyclic Self-dual Codes. IEEE Trans. Information Theory, 29, 364-366.

Sun, D. X., Chen, J., Wu, C. F. J., 1993. A Catalogue of Two-Level and Three-Level Fractional Factorial Designs With Small Runs. Internal. Statist. Rev., 61,131-145.

Tang, B., Deng, L. Y., 1999. Minimum G_2-Aberration for Nonregular Fractional Factorial Designs. Ann. Statist., 27, 1914-1926.

Vanstone, S. A., Oorschot van P. C., 1989. An Introduction to Error-Correcting Codes with Applications. Kluwer Academic Publishers.

Wiggert, D., 1978. Error-Control Coding and Applications. Artech House.

Wu, C. F. J., Chen, Y. Y., 1992. A Graph-Aided Method for Planning Two-Level Experiments when Certain Interactions are Important. Technometrics, 34, 162-175.

Xu, H., 2009. Algorithmic Construction of Efficient Fractional Factorial Designs with Large Run Sizes. Technometrics, 52(3): 262-277.

FRACTIONAL FACTORIAL DESIGNS AND CODES

ABSTRACT

Fractional factorial experiments with minimum aberration are commonly used in practice. In this study the characteristics of two-level fractional factorial experiments, namely word length pattern, resolution, aberration etc. are introduced. By exploring the algebraic structure of two-level fractional factorial designs, the connection between coding theory, especially Hamming codes, and fractional factorial designs is investigated. Two-level fractional factorial designs are constructed from codes (Hamming, binary linear and binary cyclic codes), and are ordered by the minimum aberration criterion. Designs and their corresponding codes are listed in a catalog.

Keywords: Minimum aberration, Hamming codes, Fractional factorial designs, Coding theory.

Volume: 08 Number: 03 Category: 02 Page: 45-53 ISSN No: 1303-6319 Cilt: 08 Sayı: 03 Kategori: 02 Sayfa: 45-53

BASİT DOĞRUSAL REGRESYONDA SAĞLAM VE THEIL KESTİRİCİLERİNİN KARŞILAŞTIRILMASI

Onur TOKA* **Meral ÇETİN**** **Serpil AKTAŞ ALTUNAY*****

ÖZET

Basit doğrusal regresyon çözümlemesinde varsayımlar sağlandığında elde edilen en küçük kareler(EKK) kestirim değerleri, Gauss-Markov teoremine göre parametrelerinin doğrusal, yansız ve en küçük varyanslı kestiricileridir. Ancak, varsayımlar sağlanmadığında elde edilen kestiriciler, olması gereken özelliklerini kaybederler. Bu durumda regresyon çözümlemesinde alternatif olarak bazı parametrik olmayan ya da sağlam yöntemler kullanılır. Parametrik olmayan regresyon yöntemleri, hata dağılımına ilişkin normallik varsayımı gerektirmezler. Theil kestirimi, örneklemde aykırı değerler bulunduğunda sağlam sonuçlar vermektedir (Nevitt, J., Tam, H. P., 1998). Sağlam regresyon ise yine regresyon çözümlemesinde gerekli olan varsayımlar sağlanmadığında, olağan en küçük kareler yöntemine alternatif olarak önerilen bir yöntemdir. Bu çalışmada, basit doğrusal regresyonda aykırı değer varlığında sağlam regresyon yöntemler olan ortanca en küçük kareler(OEKK), en küçük kesilmiş kareler(EKKK), Huber'in M kestiricisi ve parametrik olmayan Theil regresyonu yöntemini karşılaştırmak için bir benzetim çalışması yapılmıştır. Elde edilen sonuçlar göreli etkinliklerine göre karşılaştırılmış ve yorumlanmıştır. Benzetim sonuçlarına göre sağlam yöntemden elde edilen kestiricilerin, Theil yönteminden elde edilen kestiricilere göre daha etkin sonuçlar verdiği görülmüştür.

Anahtar Kelimeler: Aykırı değer, Basit doğrusal regresyon, Robust regresyon, Theil yöntemi.

1. GİRİŞ

Birçok bilim insanı kendi çalışmalarında daha sağlam sonuçları bulduğunu gösterebilmek adına uygulamalı istatistiği sıklıkla kullanır. Eğer iki değişken arasında bir bağ olduğunu, bu değişkenlerden birinin diğerini açıklamada etkili olduğunu düşünüyorsa, en çok kullandıkları uygulamalı istatistik alanı ise regresyondur. Regresyon, bağımlı değişkenin, bir bağımsız değişken tarafından açıklanmasını oluşturan bir model olarak gösterildiğinde basit doğrusal regresyon olarak tanımlanmaktadır. Basit doğrusal regresyon çözümlemesinde varsayımlar sağlandığında elde edilen tahmin değerleri, Gauss-Markov teoremine göre parametrelerinin doğrusal, yansız ve en küçük varyanslı kestiricileridir. Ancak, varsayımlar sağlanmadığında elde edilen kestirimler sağlaması gereken özellikleri kaybederler. Bu durumlarda parametrik olmayan ve sağlam (robust) yöntemler kullanılabilmektedir. Sağlam regresyon yöntemlerinden ortanca en küçük kareler (OEKK), en küçük kesilmiş kareler (EKKK), Huber'in M kestiricisi kullanılmıştır. OEKK, Rousseeuw ve Leroy (1987) tarafından açıklanan hem x hem de y'lerdeki aykırı değerlere karşı sağlam bir kestiricidir. EKKK'da yine Rousseeuw ve Leroy (1987) tarafından artıkların karelerini belli bir fonksiyon altında minimize ederek aykırı değerlere karşı sağlam tahminler elde etmeye çalışan kestiricidir.

*Arş. Gör., Hacettepe Üniversitesi, Fen Fakültesi, İstatistik Bölümü, e-posta: onur.toka@hacettepe.edu.tr
**Doç. Dr., Hacettepe Üniversitesi, Fen Fakültesi, İstatistik Bölümü, e-posta: meral@hacettepe.edu.tr
***Doç. Dr., Hacettepe Üniversitesi, Fen Fakültesi, İstatistik Bölümü, e-posta: spxl@hacettepe.edu.tr

Huber (1973), M kestiricisini, artıkların bir fonksiyonunu minimize ederek belli bir denklem sistemiyle özellikle y yönündeki aykırı değerlere dayanıklı olan sağlam bir yöntem olarak tanımlanmıştır. Theil yöntemi ise sağlam kestiricilere alternatif olarak sunulmuştur. Basit doğrusal regresyonun eğim olarak da nitelendirilen β_1 katsayısı kestirimi için Sievers (1978) ve Scholz (1978), Randles ve Wolfes (1979), Dietz (1987), Nevitt ve Tam (1998), çeşitli eğim formülleriyle aykırı değerlere dayanıklı ağırlıklandırmalar geliştirmişlerdir. Bu çalışmada, basit doğrusal regresyonda aykırı değer varlığında sağlam regresyon yöntemleri ve parametrik olmayan Theil regresyonu yöntemini karşılaştırmak için bir benzetim çalışması yapılmıştır.

2. SAĞLAM REGRESYON

Basit doğrusal regresyon denklemi aşağıdaki gibi tanımlanır:

$$y_i = \beta_0 + \beta_1 x_i + e_i \tag{1}$$

Burada y bağımlı değişkeni; x, bağımsız değişkeni tanımlarken e_i ise hata terimidir. β_0 ve β_1 değerleri, sırasıyla kesim noktasını ve eğimi vermektedir. Bu durumda eşitlik (1)'de verilen modelde yer alan katsayıların kestirimi için klasik regresyon çözümlemesine alternatif olarak bazı parametrik olmayan ya da sağlam(robust) yöntemler kullanılır. Sağlam regresyon yöntemi, hata terimi normal dağılmayan ve/veya aykırı değerler modeli etkilediği zamanlarda EKK yöntemine alternatif olarak kullanılmaktadır (Candan, 1995).

2.1 Ortanca En Küçük Kareler Kestirimi (Least Median Squares Estimation)

Ortanca en küçük kareler(OEKK) kestirimi, aykırı değerlerin ortaya çıkartılması için kullanılan sağlam bir yöntemdir. Rousseeuw (1984) tarafından önerilen bu yöntem, artık karelerinin toplamı yerine artık karelerinin ortancasının en küçüklenmesi düşüncesine dayanır. Bu çözümlemede,

$$e_i = y_i - x_i\beta$$

olmak üzere OEKK'yı,

$$\text{Minimize}_{\hat{\theta}}\, \text{ortanca}_i\, e_i^2 \tag{2}$$

olarak verilmiştir. Bu yöntem hem x hem de y yönündeki aykırı değerlere karşı sağlamdır. Ancak OEKK, eşitlik (2)'de de görüldüğü gibi ortanca değerini en küçük yapmaya çalışırken kalan (n–1) gözlemi dikkate almaz. Bundan dolayı örneklem büyüklüğü arttıkça regresyon katsayılarının kestiriminde OEKK yöntemi, EKK'dan daha etkisiz olmaya başlar. Etkisizliği gidermek amacıyla Rousseeuw ve Leroy (1987)'de OEKK'in yerine en küçük kesilmiş kareler (EKKK) yönteminin kullanılabileceğini belirtmişlerdir (Ryan, 1997).

2.2 En Küçük Kesilmiş Kareler Kestirimi (Least Trimmed Squares Estimation)

Rousseeuw ve Leroy (1987) tarafından tanımlanan bu yöntem, artıkların kareleri $e^2_{(1)} \leq e^2_{(2)} \leq \cdots \leq e^2_{(n)}$ şeklinde en küçükten en büyüğe sıralanmak üzere eşitlik (3)'teki gibi verilir:

$$\text{Minimize}_{\hat{\theta}} \sum_{i=1}^{h} e^2_{(i)} \tag{3}$$

EKKK, yüksek bozulma noktasına sahip tahmin edicidir. Rousseeuw ve Leroy (1987), eşitlik (3)'teki h değerinin aşağıdaki gibi alınmasını önermişlerdir:

$$h = \lfloor n(1-\alpha) \rfloor + 1 \tag{4}$$

Eşitlik (4)'teki $\lfloor . \rfloor$ ifadesi, tam sayı kısmını ifade etmektedir.

Literatürde h değeri için örneklemin gözlem sayısına ve parametre sayısına bağlı olacak şekilde eşitlikler verilmiştir. h değerinin doğru tespit edilmesi önemlidir. Çünkü α kesilme oranı kullanılarak elde edilen h değeri ile veride bulunabilecek aykırı değerlerin doğru miktarı dışarıda bırakılırsa uygun bir kestirici elde edilmiş olur.

2.3 Huber'in M- Kestiricisi

Doğrusal regresyon için M kestiriciler, artık karelerin toplamından çok, artıkların bir fonksiyonunu en küçük yapan kestiricilerdir. M-kestiricileri, y yönündeki aykırı değerlere karşı sağlamdır. Huber (1973), regresyon M kestiricilerini,

$$\text{Minimize} \sum_{i=1}^{n} \rho(e_i) \tag{5}$$

olarak tanımlar.

Burada, $e_i = y_i - x_i\beta$ 'dır. Eşitlik (5)'i en küçükleyebilmek için β_j'ye göre ρ'nun birinci kısmi türevleri $(\psi = \rho')$ sıfıra eşitlenirse; denklem sistemi,

$$\sum_{i=1}^{n} x_{ij}\psi(e_i) = \sum_{i=1}^{n} x_{ij}\psi(y_i - x_i\beta) = 0 \tag{6}$$

biçiminde elde edilir. Genel olarak ρ türev fonksiyonu doğrusal değildir ve iteratif yöntemlerle çözülür. Huber'in M- Kestiricisi, y yönündeki aykırı değerlere karşı sağlam bir yöntemdir.

3. THEIL REGRESYONU

Theil yöntemi (Theil, 1950) parametrik olmayan yöntemlerden birisidir. Theil kestiricileri aykırı değerlerin bulunduğu durumda veri kümesi için uygulanan sağlam yöntemlere alternatif olarak sunulmuştur. Hataların herhangi bir dağılımı için parametrik olmayan yöntemler iyi sonuç vermelerine ve sağlam regresyon kestiricilerinin benzer sonuçlarına götürmelerine rağmen birçok hesaplama işlemi yapılmaktadır (Mutan, 2004).

Basit doğrusal regresyon modelinde β_0 ve β_1 parametrelerine karşılık gelen kestirimler Theil yöntemi ile elde edilebilir. Bu yöntemde, herhangi bir $i.$ ve $j.$ iki nokta arasındaki doğrunun eğimi için aşağıda verilen eşitlik tanımlanır:

$$S_{ij} = \frac{(Y_j - Y_i)}{(x_j - x_i)} \quad i < j \text{ ve } x_i \neq x_j \tag{7}$$

Eşitlik (7)'deki S_{ij} değerleri kullanılarak, basit doğrusal regresyon modelinde β_0 ve β_1 katsayılarının kestirimleri, sırasıyla eşitliklerdeki gibi bulunur:

$$\begin{aligned} \hat{\beta}_{1T} &= \text{or}\tan\text{ca}(S_{ij}) \\ \hat{\beta}_{0T} &= \text{or}\tan\text{ca}(Y) - \text{or}\tan\text{ca}(X) \end{aligned} \tag{8}$$

Dolayısıyla bu yöntemde olası tüm ikili eğimlerin ortancalarının alınmasıyla tüm örneklem noktalarından geçen doğrunun eğimi için sağlam bir kestirim elde edilir ki, bu kestirim örneklemdeki aykırı değerlere karşı dayanıklı bir kestirimdir (Nevitt ve Tam, 1998).

Theil kestiricisinin eşitliğini oluşturulan S_{ij} eğim değeri için zaman içerisinde farklı yaklaşımlarda olmuştur. Eğim için verilen farklı formüllerde aşağıdaki gibidir:

- β_1'in en küçük kareler kestiricisi β_{1SEKK} ile gösterilirse, eşitlik (9)'da ağırlık $w_{ij} = (x_j - x_i)^2$ olmak üzere S_{ij}'nin ağırlıklandırılmış ortalamadır.

$$\beta_{1SEKK} = \frac{\sum_{i<j} w_{ij} S_{ij}}{\sum_{i<j} w_{ij}} \tag{9}$$

- Randles ve Wolfe (1979), S_{ij}'nin ağırlıklandırılmamış ortalamalarını β_1'in kestiricisi olarak önermişlerdir:

$$\hat{\beta}_{1SO} = \frac{\sum_{i<j} S_{ij}}{N} \tag{10}$$

- Dietz (1987), Theil'in vermiş olduğu kestiriciyi her bir S_{ij} için bütün $i < j$ ve $x_i \neq x_j$ değerlerinde olasılıkları atanarak oluşturulan olasılık dağılımının ortancası olarak alındığını belirtmiştir. w_{ij} ağırlığının değiştirilmesiyle elde edilmiştir. S_{ij} için $w_{ij} \big/ \sum_{i<j} w_{ij}$ olasılıkları oluşturularak elde edilen olasılık dağılımının ortancalarından elde edilir. Ağırlıklar aşağıdaki gibi iki şekilde ele alınır:

- Sievers (1978) ve Scholz (1978)'un önerdikleri kestirim için ilk ağırlık $w_{ij} = (j-i)$ 'dir.

- Sievers (1978) ve Scholz (1978)'un önerdikleri kestirim için ikinci ağırlık $w_{ij} = (x_j - x_i)$ 'dir.

Theil, birçok kestirim yöntemi ile karşılaştırılmış ve kavram olarak örneklem verilerindeki aykırı değerlere dayanıklı eğim kestiricisi olarak yorumlanmıştır (Nevitt ve Tam, 1998).

4. BENZETİM ÇALIŞMASI

Bu bölümde çalışmanın amacına uygun olarak bir benzetim çalışması "S-Plus" paket programı kullanılarak yapılmıştır.

Benzetim çalışmasında basit doğrusal regresyon için, Theil kestiricilerinin, EKK, OEKK, EKKK ve Huber'in M-kestiricisinden daha tutarlı bir kestirici olup olmadığı incelenmiştir. Bu amaçla aşağıda verilen hata dağılımlarından, çeşitli bozulum oranlarında veri türetilerek 1000 tekrar üzerinden kestiricilerin parametre kestirimleri ve hata kareler ortalamaları (HKO) elde edilmiştir. Theil kestiricisinin verilerdeki bozulmalarda EKK'dan daha etkili sonuç verip vermediği ve sağlam yöntemlerden elde edilen kestiriciler ile Theil kestiricisinin sonuçları arasındaki farklılıklar HKO'larına göre karşılaştırılmıştır.

Benzetim çalışmasında hataların dağılımı çeşitli biçimlerde ve çeşitli bozulumlarla alınarak yukarıda belirtilen Theil yöntemi ve robust yöntemler uygulanmıştır.

Hataların dağılımı n=7, 10, 30, 50 gözlemleri için standart normal dağılımdan türetilmiştir. Bozulmalar ise n=10, 30, 50 durumları için sırasıyla %10 ve %30 olarak alınmıştır.

Normallik varsayımını bozmak için çeşitli bozulma oranları kullanılarak bozulmuş (contaminated) dağılımlar elde edilmiştir. Verilerde kullanılan bozulma oranları ve dağılımlar Tablo 1'de verilmiştir.

Tablo 1. Dağılımların açıklaması ve numaralandırılması

Dağılım No	Türetilen Dağılım
1	$\varepsilon \sim N(0,1)$
2	$\varepsilon \sim$Lognormal(0,1)
3	n=10 için %10 bozulma, N(0, 1)+N(0, 5)
4	n=10 için %10 bozulma, N(0, 1)+N(0, 9)
5	n=10 için %30 bozulma, N(0, 1)+N(0, 5)
6	n=10 için %30 bozulma, N(0, 1)+N(0, 7)
7	n=10 için %30 bozulma, N(0, 1)+N(0, 9)
8	n=30 için %10 bozulma, N(0, 1)+N(0, 5)
9	n=30 için %10 bozulma, N(0, 1)+N(0, 7)
10	n=30 için %10 bozulma, N(0, 1)+N(0, 9)
11	n=30 için %30 bozulma, N(0, 1)+N(0, 5)
12	n=30 için %30 bozulma, N(0, 1)+N(0, 7)
13	n=30 için %30 bozulma, N(0, 1)+N(0, 9)
14	n=50 için %10 bozulma, N(0, 1)+N(0, 5)
15	n=50 için %10 bozulma, N(0, 1)+N(0, 7)
16	n=50 için %10 bozulma, N(0, 1)+N(0, 9)
17	n=50 için %30 bozulma, N(0, 1)+N(0, 5)
18	n=50 için %30 bozulma, N(0, 1)+N(0, 7)
19	n=50 için %30 bozulma, N(0, 1)+N(0, 9)

Çalışmanın amacına göre yapılan benzetim çalışmasında elde edilen sonuçlar Tablo 2'de verilmiştir.

Tablo 2. Kestiricilere göre hata kareler ortalaması (1000 tekrar)

	Hata Dağılımı	EKK	OEKK	EKKK	M(Huber)	Theil
n=7	1	0.760639	1.907258	1.406432	0.804242	1.200008
	2	6.373845	3.289422	4.391503	4.044770	4.142326
n=10	1	0.525224	1.618579	0.797478	0.540453	0.766247
	2	6.101038	2.158424	2.778860	3.364054	4.195681
	3	1.608523	1.853754	0.790540	0.786184	1.187160
	4	3.951855	1.696885	0.713423	0.821764	1.218585
	5	2.073792	2.137039	2.150130	1.633030	2.281333
	6	3.661883	2.207651	3.568635	2.651068	3.494634
	7	5.507690	1.927702	5.420628	3.751212	4.166321
n=30	1	0.148816	0.662648	0.233411	0.156341	0.455342
	2	3.682325	0.728911	1.515712	1.854906	3.359937
	8	0.420624	0.665532	0.214987	0.208488	0.544231
	9	0.667655	0.634291	0.187397	0.207318	0.566440
	10	1.008647	0.631276	0.190876	0.223598	0.661829
	11	0.586829	0.744540	0.602068	0.430104	1.125093
	12	0.955765	0.721627	0.903869	0.546220	1.607480
	13	1.513571	0.670040	1.500407	0.734984	2.141729
n=50	1	0.083079	0.443300	0.142553	0.086583	0.440086
	2	3.011150	0.556451	1.402420	1.728431	3.352240
	14	0.245730	0.458338	0.125796	0.118967	0.476246
	15	0.384389	0.446537	0.118535	0.123855	0.457891
	16	0.555831	0.453147	0.111312	0.124860	0.486005
	17	0.303736	0.475230	0.332670	0.216577	0.657527
	18	0.545853	0.445948	0.606537	0.301645	0.828066
	19	0.870570	0.408874	0.940922	0.381872	1.259474

Tablo 2 incelendiğinde aşağıdaki sonuçlar elde edilmiştir. Buna göre;

n=7 durumu için, hatalar normal dağıldığında beklenildiği gibi, EKK yönteminden elde edilen HKO değerleri en küçüktür. Huber'in M kestiricisi, EKK'dan sonra diğer kestiricilere göre daha küçük HKO'na sahiptir. Dağılım lognormal olduğunda ise en küçük HKO'lı kestirici OEKK'dır. Huber'in M kestiricisi de diğer kestiricilere göre küçük HKO'ya sahiptir. Theil kestiricisi, lognormal dağılım durumunda EKK'den daha küçük HKO'sına sahip olduğu görülmüştür.

n=10 olduğunda, yine beklenildiği gibi normal dağıldığında en iyi kestirici EKK'dır ve Huber M kestiricileri de iyi kestiricilerdir. Hatalar lognormal dağıldığında OEKK en küçük HKO'na sahiptir. Lognormal dağılımda tüm sağlam kestiriciler Theil kestiricisinden iyi sonuç verirken Theil kestiricisi EKK'dan daha iyi sonuç vermiştir. Veriler %10 bozulduğunda EKKK ve Huber-M sağlam kestiricileri en iyi kestiricilerdir. Theil kestiricisi %10 bozulmada EKK'dan daha iyi sonuç vermiştir. %30 bozulma durumunda ise en iyi kestirici OEKK kestiricisidir. Theil kestiricisi sağlam kestiricilerden daha iyi sonucu hiç verememiştir ama EKK'dan daha düşük HKO'na sahip olarak EKK'dan daha iyi kestirici olmuştur.

n=30 olduğunda, sonuçlar %30 bozulmanın olduğu durumda biraz değişmektedir. Bozulmanın olmadığı durumda EKK yine en iyi kestirici olarak görülmektedir. Lognormal dağılımda OEKK kestiricisi iyi sonuç vermiştir. Theil kestiricisi, lognormal dağılımlarda sağlam kestiricilerden daha iyi sonuç verememesine rağmen EKK'dan daha iyi bir kestirici olmuştur. %10 bozulma durumunda EKKK ve Huber'in M kestiricisi iyi sonuçlar vermiş, Theil kestiricisi EKK'dan daha iyi olmaktan öteye geçememiştir. %30 bozulma durumunda ise sağlam kestiriciler arasında Huber'in M kestiricisi ve OEKK iyi sonuçlar vermiştir. Theil kestiricisi yine bozulma durumlarında sağlam kestiricilerden daha iyi sonuç vermediği gibi %30 bozulum durumunda EKK bile Theil kestiricisinden daha küçük HKO'sı vermiştir.

n=50 olduğunda, sonuçların hemen hemen n=30 durumuyla aynı olduğu görülmektedir. EKK'ler bozulum olmadığında yine en iyi kestiricidir. Lognormal dağılımda OEKK en iyi kestiricidir. Theil kestiricisi, veri sayısı arttıkça n=7, 10, 30 durumundakilerden farklı olarak EKK'dan daha yüksek HKO'na sahiptir. %10 bozulmada EKKK ve Huber'in M kestiricisi, %30 bozulmada ise Huber'in M kestiricisi en iyi kestiricidir. Theil kestiricisi yine EKK'dan bile daha büyük HKO'sı vererek çözümlemelerde etkili kestiriciler elde edememiştir.

5. SONUÇ VE TARTIŞMA

Literatürde çalışmalara bakıldığında en çok EKK ile Theil kestiricisinin karşılaştırılması yapılmış ve Theil kestiricisinin varsayım bozulumlarında EKK'ya göre daha sağlam olduğu sonuçlarına varılmıştır.
Bu çalışmada ise Theil kestiricisi EKK'ya göre 7, 10, 30 gözlemli verilerde ve %10'luk bozulumlarda daha iyi sonuç vermesine rağmen n=50 olduğunda %10 ve %30 bozulumlarda EKK Theil'den daha iyi sonuç vermiştir. Theil kestiricisi, parametrik olmayan bir yöntem olduğundan %10 ve %30'lu bozulumu olan belli bir parametrik sistemde sağlam kestiriciler kadar başarılı olmadığı görülmüştür.

EKK kestiricisinin, dağılımda herhangi bir bozulma olmadığında en iyi kestirici olduğu, ayrıca OEKK kestiricisinin lognormal dağılımlarda gözlem sayısı fark etmeksizin en önemli kestirici olduğu görülmüştür. Theil kestiricisi bu benzetim sonuçlarına göre genel olarak başarısız olmuştur. Diğer dağılım varsayımlarına göre olan davranışı da ayrıca incelenebilir.

6. KAYNAKLAR

Candan, M., 1995. Doğrusal Regresyon Çözümlemesinde Sağlam Kestiriciler. H. Ü. Fen Bilimleri Enstitüsü, Ankara (Türkçe).

Dietz, E. J., 1987. On Estimating a Slope and Intercept in a Nonparametric Statistics Course. North Carolina State University, USA (İngilizce).

Huber, P. J., 1973. Robust Regression: Asymptotics, Conjectures and Monte Carlo. Ann. Stat., 1, 199-821.

Mutan, O., 2004. Comparision of Regression Techniques via Monte Carlo Simulation. Graduate School of Natural and Applied Sciences of METU, Ankara (İngilizce).

Nevitt, J., Tam, H. P., 1998. A Comparison of Robust and Nonparametric Estimators Under the Simple Linear Regression Model. Multiple Linear Regression Viewpoints, 25, 54-69.

Randles, R. H., Wolfes, D. A., 1979. Introduction to the Theory of Nonparametric Statistics. Wiley & Son, New York.

Rousseeuw, P. J., 1984. Least Median of Squares Regression. J. Am. Stat. Assoc., 79, 971-880.

Rousseeuw, P. J., Leroy, A. M., 1987. Robust Regression and Outlier Detection. Wiley & Son, New York.

Ryan, T. P., 1997. Modern Regression Methods. John Wiley&Sons, Inc, New York.

Scholz, F. W., 1978. Weighted median regression estimates. The Annals of Statistics, 6(3): 603–609.

Sievers, G. L., 1978. Weighted rank statistics for simple linear regression. Journal of the American Statistical Association, 73(363): 628–631.

Theil, H., 1950. A rank-invariant method of linear and polynomial regression analysis. Ned. Akad. Wetensch. Proc. Ser. A, 53.

COMPARISON OF ROBUST AND THEIL ESTIMATORS IN SIMPLE LINEAR REGRESSION

ABSTRACT

According to Gauss-Markov Theorem, ordinary least squares (OLS) estimates are best linear unbiased estimators when the assumptions are satisfied in simple linear regression. However, these estimates in regression models are not resistant to deviations from classical assumptions. In this situation, some nonparametric or robust methods are used as alternatives in regression analysis. Nonparametric statistical methods require no normality assumption about the error distribution. Theil's estimator gives robust results when outliers are present in the sample (Nevitt, J., Tam, H. P., 1998). Robust methods are also alternative methods to ordinary least square estimates when the necessary assumptions in regression analysis are not satisfied. In this study, the robust methods of median least squares (MLS), least squares, Huber's M estimator and nonparametric Theil's regression method are compared by performing a simulation study for simple linear regression model when data consist of outliers. The performances of estimators are compared and interpreted with respect to their efficiency. According to simulation results, estimators obtained from robust methods provide more efficient results than the ones obtained from Theil's method.

Keywords: Outliers, Robust regression, Simple linear regression, Theil's method.

Cilt: 08 Sayı: 03 Kategori: 02 Sayfa: 54-74 ISSN No: 1303-6319 Volume: 08 Number: 03 Category: 02 Page: 54-74

ÖRNEKLEMEYE DAYALI ARAŞTIRMALARIN TARİHÇESİ

İstem Köymen KESER*

ÖZET

Örneklemeye dayalı araştırmaların geçmişi tarım, kamu yönetimi ve sosyal araştırmalar gibi birçok alanda çeşitli faaliyetlere dayanmaktadır. Kamu yönetimi ve sosyal araştırmalarda hükümetler ve bireysel araştırmacılar tarafından büyük veri setlerinin toplanmasının rastsal örnekleme yöntemlerinin gelişimine büyük bir katkısı olmuştur. Bu çalışmada da örneklemeye dayalı araştırmaların bizi rastsal örnekleme yöntemlerine götüren tarihsel gelişim süreci özetlenmektedir. Örnekleme teorisi ve uygulamaları bugün modern istatistik biliminde ayrı ve büyük bir dal haline gelmesine rağmen başlarda durum kesinlikle bu değildir. Örneklemeye dayalı araştırmaların kökleri olasılık teorisi ve deney tasarımındansa daha çok resmi istatistik ve sosyal istatistiklere dayanmaktadır. Özellikle politik aritmetik örneklemeyi modern örnekleme teorisine götüren önemli öncül faaliyetlerdir. Bununla birlikte olasılık teorisi örnekleme teorisinin önemli bir bileşeni haline geldikten sonra örneklemeye istatistik biliminin önemli bir dalı olarak bakılmaya başlanmıştır. Bu çalışmada sosyal istatistiklerin elde edilmesinden günümüz modern örnekleme teorisine kadar olan süreç, özellikle örnekleme araştırmalarının gelişimi için büyük önem taşıyan 1895-1934 dönemi ve Kiaer, Bowley ve Neyman dönüm noktaları detaylı olarak incelenmiştir.

Anahtar Kelimeler: Amaca yönelik örnekleme, Örneklemeye dayalı araştırmalar, Rastsal örnekleme, Tarihsel gelişim, Temsil edici metot.

1. GİRİŞ

Bilimde örnekleme prensiplerinin sezgisel uygulamaları uzun zamandır yer almaktadır, ancak başlarda örnekleme olarak değil de tümevarım olarak adlandırılmaktadır. Birçok bilimsel sonuç sadece birkaç deneydeki gözlemlere dayanır. Tümevarım hem günlük yaşamda ve hem bilimde uzun zamandır uygulanmasına rağmen, iyi tanımlanmış bir istatistiksel metot olarak örnekleme oldukça gençtir. Çoğu bilim adamına göre resmi olarak başlangıç tarihi 19. yüzyılın sonlarında 1895 yılı olarak kabul edilmektedir (Bethlehem, 2009).

Örneklemeye dayalı araştırmalar yüzyıllardır sezgisel olarak başlamasına rağmen yaklaşık 1900'lere kadar örnekleme ile ilgili bir bilimsel teori gelişmemiştir. Ancak 1900'lerden önceki dönemlerde de tam bir nüfus sayımının yapılamadığı durumlarda kitle hacminin tahmin edilmesi ile ilgili konular birçok bilim adamının aklını meşgul etmiştir. Bir ülkenin nüfusunun yüksek olması o dönemlerde özellikle diğer ülkelere göre güç bakımından önemli bir göstergedir. Ancak her zaman nüfusun tam bir sayımının yapılması mümkün değildir. Önceleri belki de öncelikli olarak güç simgesi olarak görülen nüfusun tahmin edilmesi amacıyla başlayan o zamanlar kısmi araştırma olarak adlandırılan örneklemeye dayalı araştırmalar daha sonra sosyal, ekonomik ve tarımsal v.b. alanlarda da tam sayıma göre daha detaylı bilgi toplayabilmek amacıyla kullanılmaya başlanmıştır.

*Yrd. Doç. Dr., Dokuz Eylül Üniversitesi İ.İ.B.F.,Ekonometri Bölümü, İstatistik Anabilim Dalı, e-posta: istem.koymen@deu.edu.tr

Özetle, modern örnekleme teorisine giden süreç birkaç temel dönemden geçmiştir ve bu dönemler bulgular başlığı altında ayrıntılı olarak incelenmiştir. Bu temel dönemler ayrıca incelenen örnekleme yöntemlerinin özellikleri nedeniyle temsil edici örnekleme, amaca yönelik örnekleme ve son olarak da bugünkü olasılıksal örnekleme yöntemlerinin temelini oluşturan rastsal örnekleme olarak da sınıflandırılabilir.

Bu çalışmanın amacı modern örnekleme teorisine temel olan özellikle 1895'de başlayıp 1934 rastsal örneklemeye kadar olan süreci etkileriyle birlikte dönemsel bazda ele almaktır. Burada örnekleme yöntemlerinin daha çok tarihsel gelişimleri, o dönemde yaşanan tartışmalar, yapılan katkılar, gelişimler, örnekleme yöntemlerinin nasıl uygulandığı ve rastsal örnekleme yöntemlerine giden süreç ile ilgili detaylar üzerinde durulmuştur. İlk defa kısmi bilgiden yararlanılmaya başlanılan 1662'lerde demografinin kurucusu olarak adlandırılan John Graunt ile başlayan öncül gelişimlerin de örneklemeye dayalı araştırmaların başlamasına itici güç olduğu yapılan incelemelerden anlaşılmaktadır. Teorik incelemeler çalışmanın kapsamı dışındadır.

2. YÖNTEM

Bu çalışmada bugünkü modern örnekleme teorisine ve uygulama yöntemlerine temel oluşturan örneklemeye dayalı araştırmaların tarihçesi dönemsel bazda incelenmiştir. Öncelikle 1895 dönemi öncesi özellikle devletin ihtiyaçları doğrultusunda bilgi edinilmek amaçlı kullanılan kısmi araştırmalar incelenmiştir. Bu araştırmalar tam bir sayımın yapılmasının mümkün olmadığı durumlarda ortaya çıkan kısmi araştırmalara duyulan ihtiyacı göstermektedir. Daha sonra ilk defa "temsil edici örnek" terimi kullanılarak yeni bir dönem başlamasına neden olan Kiaer ve damgasını vurduğu 1895–1903 periyodu 1895–1924 dönemi altında incelenmiştir. Daha sonra 1924–1934 dönemi altında, Uluslararası İstatistik Enstitüsünün (International Statistical Institute (ISI)) özellikle örneklemeye dayalı araştırmaları çalışması için oluşturduğu komisyonun çalışmalarına ve bu komisyondaki temel güçlerden biri olan Bowley'in örnekleme konusundaki 1895–1924 döneminde başlayan katkılarının devamına değinilmiştir. Son olarak da 1934'de Neyman ile örnekleme de olasılıksal yöntemlerin de açık bir biçimde devreye girmesiyle yeni bir dönem başlamıştır. Bu dönem ve sonrası da ayrı bir başlık altında ele alınmıştır.

Bu çalışmada çok sayıda makale incelenmiş ve konu ile ilgili güvenilir en eski kaynaklara da ulaşılmaya çalışılmıştır.

3. BULGULAR

3.1 Örneklemeye Dayalı Araştırmalarda Bazı Öncül Gelişimler: 1895 Dönemi Öncesi

Kitleden bir kesim alarak kitle hakkında yorumlamalarda bulunmak için bilinen ilk girişimlerden biri John Graunt (1620–1674)'ındır. Bethlehem (2009)'da belirtildiği gibi Graunt (1662) kısmi bilgiye dayanarak Londra'nın nüfusunu tahmin etmek için bir yöntem önermiştir. Graunt kiliselerin tuttuğu ölüm kayıtlarından yararlanmıştır. Bu tarihte kiliselerin yaklaşık 100 yıllık kayıtları bulunmaktadır. Graunt kayıtların iyi saklandığı papazların yönetimindeki bölgelerden seçilen bir örnekteki aileleri incelemiştir. 11 ailede yıl başına ortalama olarak 3 ölümün olduğunu bulmuştur. Bu oranın tüm papaz yönetimindeki bölgelerde yaklaşık olarak eşit olduğunu varsaymıştır.

Londra'daki toplam ölüm sayılarının yıl başına yaklaşık 13,000 olduğunu bilmektedir. Buradan ailelerin toplam sayısının 48,000 olduğu sonucunu çıkarmıştır. Ortalama aile büyüklüğü 8 olarak alındığında Londra'nın nüfusu 384,000 olarak tahmin edilmiştir.

Graunt aile başına ölüm sayısı gibi ortalamaların bir aralıkta ve zamanda değiştiğinin farkında olmasına rağmen bununla ilgili herhangi bir koşul koymamıştır. Bu yöntemi uygun bir bilimsel temele oturtamamıştır.

Graunt Londra'nın sadece kitle büyüklüğünü tahmin etmekle kalmamış aynı zamanda ölüm kayıtlarında kadın–erkek ve kentsel–kırsal ölüm oranlarını da kıyaslamak gibi farklı demografik çalışmalarda uygulamıştır. Bu nedenle John Graunt'dan sıklıkla demografinin (nüfus istatistikleri bilimi) kurucusu olarak da bahsedilir.

Ayrıca 17. yüzyılda öncelikle İngiltere'de ve bazı diğer Avrupa ülkelerinde özelikle Graunt ve Eden tarafından 1650 ve 1800 yılları arasında uygulanan bu hesaplamalar politik aritmetik olarak adlandırılır ve politik aritmetik tartışmaların önemli bir kısmı haline gelmiştir. Politik aritmetik oransal tahminlere (ratio estimate) benzer fikirlere dayanır. Seçilen bölgelerdeki doğum oranları, aile hacimleri, evlerdeki ortalama kişi sayısı ve bilim adamlarının kişisel gözlemlerine bakılarak kitle hacmini tahmin etmek mümkündür. Bu tahminlerin bazıları daha sonra bazı nüfus sayımlarınca doğrulanmıştır. Benzer gelişimler Fransa ve Belçika'da da uygulanmıştır (Biemer ve Lyberg, 2003). Özellikle William Petty (1623 – 1687) de politik aritmetik konusunda birçok çalışma yapmıştır. Bu çalışmaların üzerine hükümet Petty'yi İrlanda'nın derinlemesine bir araştırmasını yapması için atamış ve Petty'de İrlanda'nın etkileyici bir analizini yapmıştır (Brunt, 2001).

1600'lerde yine örneklemeye dayanılarak yapılan bir çalışma Halley kuyruklu yıldızının yörüngesini ilk kez hesaplamış olan İngiliz matematikçi ve astronomi bilgini Edmond Halley (1656–1742) tarafından 1693 yılında oluşturulmuştur. 1693'te nüfus kayıtlarının düzenliliğiyle tanınan Alman-Polonya kenti Breslau'nun ölüm yaşı kayıtlarını analiz ettiği bir makale yayınlamıştır. Bir şehirdeki bu örneğe dayanarak insanoğlunun ölüm oranı ile ilgili genellemeler yapmıştır (Stephan, 1948). Bu çalışmada Breslau'nun 1687–1691 yılları arasında 5 yıllık dönem boyunca demografik verileri incelenmiştir. Bu makale, İngiliz hükümetine hayat sigortası fiyatlarını alıcının yaşına bağlı olarak ayarlama imkânı vermiştir. Halley'in çalışmaları aktüeryanın gelişimine büyük katkıda bulunmuştur (Bacaer, 2011).

1754'lerin başında İngiltere'nin nüfus tahminleri vergi listesindeki evlerin sayıları ve vergilendirilmemiş küçük evlerin kaba tahminlerine göre yapılmaktadır. Konutların toplamı biraz keyfi bir sabit olan 6 kişi ile çarpılmakta ve diğer tahminler kayıtlı vaftiz, evlilik ve cenaze töreni sayılarına göre yapılmaktadır (Stephan, 1948).

Örnekleme genelde resmi sayımların oluşturulmasından önce gelmektedir. 1801'deki İngiltere'deki sayımlardan önce İngiltere'nin nüfusu tam olarak doğru bir biçimde bilinmemektedir ve bu konuda çeşitli spekülasyonlar yapılmış, tahminler hazırlanmış ve tartışılmıştır. Periyodik ulusal sayımların oluşturulmasından önce karamsar kuramlarıyla ünlenen ünlü nüfus bilimci ve ekonomi politik teorisyeni Thomas Robert Malthus (1766 - 1834) 1798 yılında, nüfusbilimi için çok önemli kurallara imza atan ve tanınmasına neden olan "Nüfus Hakkında Bir Deneme" (An Essay On Population) adlı çalışmasını yayınlamıştır. Çalışması büyük yankılar uyandırmış ve birçok yeni tartışmaya neden olmuştur. Çalışmasına göre uygun şartlarda herhangi bir nüfus, besin maddelerinin artışından daha hızlı bir oranda artar ve böylece zamanla kişi başına düşen besin miktarının azalacağını ve kitlesel bir açlığa yol açacağını öngörmüştür. Bu fikrinin temelinde ise uygun şartlarda herhangi bir kısıtlayıcı faktör (salgın hastalıklar, ekonomik kriz, savaş v.b.) yoksa nüfusun geometrik dizi biçiminde oysa besin maddelerinin aritmetik dizi biçiminde artacağı yatmaktadır (Malthus, 1798; Stephan, 1948).

Yine bu dönemlerde Arthur Young (1741–1820) 1765 ve 1815 yılları arasında yarım yüzyıllık bir dönemde tarımsal ve ekonomik eleştirmenlerin liderlerinden biridir. Young o zamanlar İngiliz tarımının tam bir sayımını yapmak için yeterli kişisel kaynaklara ve otoriteye sahip değildir ve bu sebeple Young gereksinim duyulan verileri sağlamak için yeni bir fikir önermiştir. Bu fikir çiftliklerden oluşan bir örneğin incelenmesidir ve bu amaçla 1768'de İngiltere'de örneklemeye dayalı kırsal ekonomi ile ilgili geniş çaplı bir araştırma yapmıştır. Bu araştırmanın vurgulanan üç önemli noktası vardır. Birincisi araştırmacı bizzat verileri kendi topladığından daha güvenilir olacaktır. Ayrıca 19 yy.da tarımsal sayımları yapan istatistikçiler çiftçilerin yeterli zamanı olmadığına ve arşivciliklerinin zayıf olduğuna inanmaktadırlar. İkincisi araştırmacı özellikle ücra bölgelerin içerisinden de geçerek temsil ediciliği arttıracaktır. Üçüncü olarak da daha çok değişkenle ilgili veri toplanabilecektir. Özetle tamsayım olmadan konuyu aydınlatmak ve kullanışlı veri toplamak mümkün hale gelebilecektir. Bu çalışma 413 çiftliği ve tüm çiftlik türlerini kapsamaktadır, ayrıca 400 değişkene ait veri toplanmıştır (Brunt, 2001).

1800'de Sir Frederick Morton Eden (1766–1809) Büyük Britanya'nın nüfusunu 9,000,000 olarak tahmin etmiştir. Burada örneğini ev başına ortalama hane halkı ve doğum sayısına dayandırmıştır. Daha sonra Büyük Britanya'da 1801'de yapılan ilk sayım bu tahmini doğrulamıştır (Stephan, 1948).

1864'de büyük reformlar doğrultusunda Rusya'da Zemstvo'lar (yerel meclisler) kurulmuştur. Bunlar yerel yönetimleri düzenleyen ve üyeleri seçimle belirlenen meclislerdir. Zemstvo'lar kendi kendilerine istatistik bölümleri aracılığıyla Rusya'nın kırsal kesimiyle ilgili araştırmaları başlatmışlardır. Rusya'da da diğer Avrupa ülkelerinde olduğu gibi örneklemeye dayalı ilk araştırmalar belirli bir bölgenin her tarafına ulaşılmasının mümkün olmadığı ve tam sayım yapılamadığı durumlarda ekonomik ve sosyal ölçümleri toplamak için sayısal bilgi toplama ihtiyacından doğmuştur. Bu ihtiyaca yönelik ilk girişimler 1870'lerde başlamıştır, yönetimsel bölgenin sadece bir kısmına bir kısmi araştırma uygulamışlardır. Rus İstatistikçiler örneğe "tipik" olarak adlandırılan köyleri seçmişlerdir. Bu köyler bütün köylerle karşılaştırıldığında karakteristikleri ortalama olarak ele alınabildiğinden dolayı tipik olarak adlandırılır. Tipik olarak ele alınan bir köyün çevre bölgede bulunan köylerle karakteristiklerinin çoğu ortaktır. Ancak o zamanlar tipik bölge seçmede kullanılan yöntem daha çok materyal kısıtlarının bir sonucudur. Daha sonra 1876 ve 1895 arasında da yönetim ihtiyaçlarından dolayı bazı örneklemeye dayalı araştırmalar uygulanmıştır. Ancak bunlar tamsayıma karşı bir meydan okuma değildir. Ancak yine de örneklemeye dayalı araştırmaların öneminin farkına varılmaya başlanmıştır. Avrupa'da olduğu gibi Rusya'da da temsil edicilik (representativeness) kavramı 1895–1924 periyodu sırasında meydana gelmiştir (Seneta, 1985; Mespoulet, 2002).

3.2 1895–1924 Dönemi: Kiaer ve Bowley Dönüm Noktaları

Yukarıda bahsedilen örneklemeye dayalı öncül araştırmalara rağmen 19. yüzyıl boyunca hükümetlerin istatistik kurumlarında ve sosyal reformcular arasında genel kabul gören yöntem tamsayımdır. Örneklemeye dayalı yapılan araştırmalar bir bilimsel temele oturtulamamıştır ve bunlar kuraldansa istisna olarak kabul görmüştür. Örneklemenin bilimsel olarak başlangıç tarihi çoğu bilim adamı tarafından 1895 yılı olarak kabul görmektedir. Tamsayımın pozisyonu Norveçli istatistikçi Anders Nicolai Kiaer'in (1838–1919) girişimleri ile değişmiştir (Bellhouse, 1988). Kiaer'den bugün resmi istatistiklerde ve sosyal araştırmalarda geniş ölçüde örneklemeye dayalı araştırmaların kurucusu ve savunucusu olarak bahsedilmektedir. Kiaer Norveç Merkez İstatistik Bürosunun (Norwegian Central Bureau of Statistics) başkanıdır ve 1876'dan 1913'e kadar bu görevi yürütmüştür. İstatistik Bürosunun başı olarak kitlenin on yılda bir olan sayımlarından, yüzyılın son çeyreğindeki tarım endüstrisinden, nüfus hareketinin ölçümünden, birçok büyük ölçekli istatistiksel araştırmadan o sorumlu olmuştur. Kiaer'in tamsayımdan bağımsız olarak veri toplamada örnekleme metodunu kullanan ilk kişi olduğu söylenebilir. Sistematik olarak bu metodun kullanımı için durumlar geliştirmiş ve başında olduğu büro aracılığıyla çeşitli örneklemeye dayalı araştırmalar uygulamıştır (Seng, 1951).

Kiaer 1895'de Uluslararası İstatistik Enstitüsünün (International Statistical Institute (ISI)) Berne'deki toplantısında, "Temsil Edici Metot" (Representative Method) olarak adlandırılan bir metoda dayanan bir kısmi araştırma ile kullanışlı ve tamsayıma göre daha ayrıntılı bilgi sağlanabileceğini öne sürmüştür. Kiaer'in yaklaşımına göre bir kısmi araştırma olan örneğe dayanan araştırmalarda örnek kitlenin yaklaşık bir minyatürü olmalıdır(Bellhouse, 1988; Desrosieres, 2002). Kiaer bu toplantıda 1891 sayımına dayanan bir araştırmadan elde ettiği sonuçları sunmuştur. Bu araştırmanın amacı Norveç'teki yetişkin erkeklerin gelirlerinin yaşa, sivil statüye ve mesleğe göre dağılımını çıkarmaktır. Kullanılan tasarım bugün üç aşamalı tasarım olarak adlandırılmaktadır. İlk aşamada ülke çapında 127 temsil edici bölgenin ve 23 temsil edici kasabanın ve ikinci aşamada da tüm geri dönüşlerden yaşları 17, 22, 27, 32…97'ye kadar olan erkeklerden oluşan bir örnek seçilmiştir. Araştırmada böylece her bir temsil edici şehir veya kırsal bölgedeki erkeklerin sadece beşte biri seçilmiştir. Son olarak üçüncü aşamada isimleri A, B, C, L, M, N harfleriyle başlayan erkekler seçilmiştir. Çerçeve olarak da 1891 sayımı kullanılmıştır. Örneğin temsil ediciliğini değerlendirmek üzere Kiaer araştırmadan elde edilen birkaç marjinal tabloyu 1891 sayım tablolarının sonuçlarıyla karşılaştırmıştır. İncelendiğinde tamsayım ve örneklemeye dayalı araştırma sonuçlarına ilişkin dağılımlar olumlu temsiller sağlar ancak bazı noktalarda farklılıklar bulunmaktadır. (Seng, 1951; Beaud ve Prevost, 1998; Thomsen ve Zhang, 2012).

Kiaer'in bilimsel anlayışı yalnızca tamamen rastsal (random) seçimin bir örnek seçmek için tek ve en iyi metot olmadığının farkındaydı. Uluslararası İstatistik Enstitüsünün Berne'deki toplantısında sunduğu raporunda da ülkenin koşullarını çalışmak için ülke boyunca küçük coğrafi birimlerden veya yerleşimlerden yeterli sayıda örnek alınması gerektiğini belirtmiştir. Eğer birimlerin seçimi rasyonel bir biçimde yapılırsa birimler ülkeyi temsil edebilirler. Dolayısıyla başarılı bir örnekleme için iki önemli koşuldan bahsedilebilir: uygun temsil (proper representation) ve birimlerin rasyonel seçimi (Seng, 1951).

Uygun temsil için kullanılan metot bir çeşit tabakalamadır. Tabakalar coğrafi, sosyal ve ekonomik olabilir. Kiaer'in yukarıda bahsedilen çalışmasında da coğrafi tabakalama yapılmıştır. Coğrafi tabakalama, evren kasabalara ve kırsal bölgelere ayrılarak başarılmıştır. Daha sonra kasabalarda sosyal koşularla ilgili tabakalama için caddeler zengin, orta ve fakir kesimleri gösterecek biçimde kategorilere ayrılmıştır (Seng, 1951). Kırsal bölgelerde de temel uğraşlara (occupations-meslek) göre bir tabakalama yapılmıştır. Ayrıca görüşmeyi yapacak olan kişilere görüşme için sadece sosyal olarak ortalama olan evleri değil farklı sosyal ve ekonomik koşulları temsil eden evleri de seçmeleri istenmiştir. Tabii ki insan seçiminden kaynaklanan sapma kaçınılmazdır fakat en azından tabakalama metodu açıktır. Ayrıca Kiaer her bir seçilen tabakada önceki sayımın kitle detaylarına dayanarak orantısal seçimi (proportional selection) önermiştir(Seng, 1951; Statprob, 2011). Tabakalamanın eksiksiz teorisi Neyman'ın zamanına kadar geliştirilmemiştir, ancak yine de Kiaer çoklu faktör tabakalamaya gereksinim duyan bir örnekleme tasarımını geliştirmek için bir kullanışlı modelin taslağını oluşturmuştur (Seng, 1951).

Kiaer'in temsil edici örnekle ne kastettiğini Kruskal ve Mosteller (1980) şu şekilde özetlemişlerdir: "Kiaer ilk olarak sosyal ve ekonomik araştırmaları ele almıştır. Burada evler, aileler, bireyler gibi birimlerin seçiminde ilk olarak bölgeler, kasabalar, şehirlerin bazı kısımları, caddelerin seçiminde v.b. sistematik bir yol izlenecektir. İkinci olarak böyle bir seçim sürecinin tüm seviyelerinde tatmin edici örnek hacimlerinde ısrar etmiştir. Üçüncü olarak örneği çeşitli yollarla özellikle coğrafi olarak yayma ihtiyacını vurgulamıştır".

Sıklıkla çeşitli modlarda kapsam fikrine geri dönmüştür. Örneğin şöyle demiştir "Sadece sosyal açıdan bakıldığında ortalama olan aileleri değil, toplumda farklı ekonomik ve sosyal koşulları olan aileleri de ziyaret etmeye dikkat etmeliyiz" (Kruskal ve Mosteller, 1980).

Kiaer kendi temsil edici örneğini kitlenin yaklaşık bir minyatürü olarak düşünmüştür. Bu fikri zaman zaman tekrarlamış ve örnek sonuçlarının her nerede mümkünse, örneğin yaş, medeni durum, iş v.b. açısından, bilinen tam sayım sonuçları ile karşılaştırılmasının önemini vurgulamıştır. Tamsayıma nazaran örnek almanın avantajı çok daha fazla değişken ile ilgili bilgi sağlayabilir. Bu bir tamsayım için oldukça maliyetli olabilir (Kruskal ve Mosteller, 1980).

Kiaer araştırmanın bilimsel değerinin gözlem sayısındansa daha çok temsil edici karakterlere bağlı olduğunu vurgulamıştır. Ancak yine de örnek seçiminin tüm seviyelerinde tatmin edici örnek hacminde ısrar etmiştir. Kiaer temsil ediciliği elde etmenin çeşitli yolları olduğunu iddia etmiştir. Eğer karşılaştırmalar kısmi araştırmanın sonuçları ile tamsayımın sonuçları arasında benzerlik gösteriyorsa geçerli sonuçlar türetilebilir. Kiaer eğer herhangi bir kısmi araştırma kontrol edilebilen faktörlerde doğru ise büyük olasılıkla kontrol edilemeyen faktörlerde de doğru olduğunu ve farklı metotlarla aynı sonuçlar elde edilebiliyorsa sonuçlara büyük güven duyulabileceğini varsaymıştır (Seng, 1951).

Bazı istatistikçiler ılımlı baksa bile Kiaer'in vizyonu kendi zamanının çok ötesinde olduğundan dolayı önerisine ilk tepki oldukça negatif olmuştur. Ana muhalefet Münih Üniversitesinden etkili bir Bavyeralı istatistikçi olan Georg von Mayr'den (1841–1925) gelmiştir. İtalyan İstatistikçi Luigi Bodio (1840–1920) da Mayr'ın görüşünü desteklemiş ve Avusturyalı istatistikçi Heinrich Rauchberg de konu ile ilgili daha fazla tartışmanın gereksiz olduğunu belirtmişlerdir (Bethlehem, 2009).

Kiaer 1895'de öne sürdüğü fikirlerini ISI'nın 1897'de St. Petersburg'daki toplantısında da yinelemiştir ve biraz daha açmıştır. Temsil edici araştırma ile çok sayıda yerleşime yayılan kısmi araştırmaları anladığını belirtmiştir. Bunlar tüm alan üzerine yayılmıştır böylece tümün bir minyatürünü düzenlerler. Yerleşimler keyfi olarak yapılmamıştır, bunun yerine tam sayım sonuçlarına dayanarak oransal bir gruplama yapılmıştır. Sonuçlar bu sayımlarla karşılaştırılarak kontrol edilmelidir (Kruskal ve Mosteller, 1980).

Kiaer 1897'de İskandinavyalı istatistikçilerin Stockholm konferansına katılmıştır. Bu konferans temsil edici metotların özellikle sosyal istatistiklerde temsil edici olduğu konusunda görüş birliğine varmış fakat mümkün olabildiğinde tam sayıma dayalı istatistiksel araştırmaların devam etmesi konusunda ısrar etmiştir. Ayrıca bir temsil edici kısmi araştırma uygulandığında bir örneğin nasıl seçildiği ile ilgili bir tam rapor yayınlanması konusunda karara varılmıştır (Kruskal ve Mosteller, 1980).

Seng'de belirtildiği gibi, Kiaer yine Allgemeines Statistisches Archiv (1899) de bir makalesinde toplantıda ifade ettiği durumları yinelemiştir. Bu makalenin göze çarpan noktaları aşağıdaki biçimde özetlenebilir (Seng, 1951):

1) Temsil edici metot sadece sosyal ve ekonomik araştırmalar alanında değil aynı zamanda tarımsal alanda ve ormancılık alanında da uygulanabilir.
2) Tam bir temsil edici seçim elde etmek için araştırma altındaki farklı toplulukları gruplamak gereklidir. Böylece sosyal incelemelerde kasabalar ve kırsal bölgedeki topluluklar birbirinden ayırt edilebilir ve ayrıca kendi içlerinde büyük, orta ve küçük, kıyı şeridi, iç kısım, endüstriyel ve kırsal alan olarak da ayrılabilir. Gerçekten temsil edici bir örnek için bir ülkeyi homojen kısımlara gruplama (veya tabakalama) işlemi dikkatlice uygulanmalıdır.
3) Eğer mümkünse bir temsil edici örnek elde etmede iki veya daha fazla farklı sistem kullanılmalıdır, böylece araştırmanın sonuçlarına daha fazla güvenilebilir ve metodun faydasının ispatı elde edilebilir.
4) Metodun pratik ve teorik yönlerini çalışmak ve geliştirmek önemlidir, böylece temsil edici istatistiklere uygun limitler yerleştirilebilir.

Örneklemeye dayalı araştırmalarla ilgili yapılan daha ileri çalışmalara değinilmeden önce dikkat edilmesi gereken bir konu vardır. Araştırmalarda rastsallaştırmanın (randomization) rolü ile ilgili çok az veya hiçbir tartışma yapılmamıştır. Bellhouse (1988)'de belirtildiği gibi, Kiaer (1897) rastsallığın rolünü şu kelimelerle ele almıştır "partiler (lots) halinde seçilmiş örnek". Fakat bu fikri herhangi bir makalesinde geliştirmemiştir.

Kiaer 1901'de Budapeşte'de yapılan ISI toplantısında yeni vurgularla belirttiği konulara geri dönmüştür. Burada Kiaer ilk olarak coğrafi birimlerin ülke geneline yayılmasına olan ihtiyacı vurgulamıştır. Ayrıca eğer birimler gelişigüzel bir biçimde toplanırsa birçoğunun bir bölgeye veya birkaçına düşebileceğini ve böyle bir kısmi araştırmanın temsil edici olamayacağını belirtmiştir. Burada gelişigüzel (au hasard) kelimesi herhangi bir olasılıksal ima taşımamaktadır (Kruskal ve Mosteller, 1980).

Herhangi bir ilgili tamsayım olmadan karşılaştırma yaparak temsil ediciliği kontrol etmek için, Kiaer araştırmayı her biri kendi içinde temsil edici araştırma olan iki veya üç ayrı kısma bölmeyi önermiştir. Eğer bu kısımlar benzer sonuçlar verirse, böylece kazanılan geçerlilik inkâr edilemez. Bu kısımların Kiaer'in standartlarına göre temsil edici olduğu tam olarak bilinemese de bugün alt örnekleme (subsampling) ve tekrar (replication) olarak adlandırılan kavramların önceki bir notasyonu görülmektedir (Kruskal ve Mosteller, 1980).

Kiaer'in konuşmasından sonraki tartışmada Ladislaus Josephowitsch Bortkiewicz (1868–1931) önemli bir katkıda bulunmuştur. Bortkiewicz "temsil edicilik" terimini hak etmek için örnek ve kitle arasında yaklaşık bir uyum gereksinimi sağlamada bir önem (significance) testi önermiştir ve şöyle belirtmiştir "Gözlenen farklar rastsal olarak ele alınabilir mi?" (Kruskal ve Mosteller, 1980).

Benzer durumlar için ihtiyaç duyulan formüllere Poisson ile sonuç çıkarılabilir mi; bu rastlantı sonucu olan sebeplerle erişilebilecek iki oran veya katsayı arasında ne kadar fark olduğunun kolayca hesaplanmasına imkân verir. Bortkiewicz'e göre Kiaer'in durumunda kitle ve örnek arasında gözlenen farklar bu limitlerin dışında bulunuyorsa, o zaman temsil edicilik başarısızlığa uğrar. Diğer durumda sağlanır. Bu yaklaşımı Kiaer'in "Allgemeines Statistisches Archiv" makalesindeki örneklere uyguladığında gözlenen farkların kabul edilebilir limitlerin oldukça dışında olduğunu görmüştür. Böylece örnekleri seçmedeki Kiaer'in büyük yeteneğinin teorik olarak gereksinim duyulan doğrulukla sonuçlanmadığını belirtmiştir. Bunun sonucu olarak bu örnekler için "temsil edici metot" terimini reddetmiştir Boertkiewicz'in aktarması öncelikle temsil edici metotla ilgili ISI makalelerine olasılığın ilk girişidir. Kiaer bazı küçük itirazlara cevap vermiş ancak hiçbir yerde istatistiksel önem konusunda Boertkiewicz'e verdiği bir cevaba rastlanmamıştır (Kruskal ve Mosteller, 1980).

1903 Berlin ISI toplantısının raporu Kiaer'in önceki tekrarlanan ifadelerine ek olarak şöyle bir yenilikçi ifadeye de sahiptir: "Temsil edici metodun sonuçlarının yalnızca yaklaşımlar için olduğu doğrudur, ancak bu tüm istatistikler için de geçerlidir. Buna tam sayımdan çıkarılan sonuçlar da dâhildir. Bir temsil edici örnek ile kitledeki oranlar arasındaki farklar bir tam sayımdan diğerine olan farklardan çok az bir farkla büyüktür." Bu kitlenin kendisinin zamanla değişkenliğe uğradığı ile ilgili ilk açık ifadedir (Kruskal ve Mosteller, 1980).

ISI toplantısındaki konuşmacılar temsil edici örneklemenin benzer kritiklerini ve savunmalarını gözden geçirmişlerdir. Burada özellikle Lucien March'ın (1859–1933) katkısı önemlidir. İlk olarak March temsil edici metodun uzun zamandır kullanıldığını belirtmiştir ve 1903'de yapılan toplantıda rastsallaştırmanın kısmi araştırmalara objektif bir baz sağlayabileceğini belirtmiştir (Pfeffermann ve Rao, 2009).

March rastsallığı belirtmek üzere 'au hasard' kelimesini kullanmıştır. March kimsenin temsil edici metodu sağlamak için rastsallığa olan ihtiyacı belirtmediğini söylemiştir. March'a göre rastsal bir örneği ele almanın ('prendre au hasard'- rastsal olarak alınması) farklı anlamları olabilir. Örneğin sonlu bir kitleden iadesiz yapılan örnekleme kastedilebilir veya kümelerin iadesiz olarak basit rastsal örnekleme ile seçildiği küme örneklemesi kastedilebilir (Kruskal ve Mosteller, 1980; Bellhouse, 1988). March yorumlarında tabakalamayı önerme şansını kaçırmıştır. (Kruskal ve Mosteller, 1980).

Böylece olasılıksal örneklemeye ilişkin fikirler rastsallaştırma ile birlikte derece derece girmeye başlamıştır, ancak daha çok açık ve inandırıcı değildir. March sadece rastsallaştırma yaklaşımları ile ilgili katkılarından dolayı değil ayrıca 1903 Berlin ve 1925 Roma ISI toplantılarını düzenleyenlerden biri olduğu için de önemlidir.

Buraya kadar olan kısmı özetlemek gerekirse, Kiaer 1895, 1897, 1903' de yapılan tüm toplantılarda örneklemeyi savunmuştur. Bazı kuvvetli destekler ve bazı kuvvetli muhaliflerle karşılaşmıştır. Kiaer'in savunduğu örnekleme günümüz modern örnekleme teorisi metotlarına benzerdir. Ancak aralarındaki temel fark açık bir rastsal seçim mekanizması yoktur. Yapılan çalışmalarda daha çok temsil edicilik kısıtı altında amaca yönelik örnekleme (purposively) kullanılmaktadır. Boertkiewicz temsil edicilik için bir önem testi önermiş ve uygulamıştır. Fakat Kiaer bir olasılıksal modele sahip olmadığından bu test spesifik olarak kalmıştır. March tartışmaları genişletmiş ve olasılıksal örnekleme fikrine girişi genişletmiştir.

1903–1925 yılları arasında ISI Bülteninin sayfalarında örneklemeye dayalı araştırmalarla ilgili çok az şeye rastlanmaktadır.

Ancak bu dönemde örneklemeye dayalı araştırmalara en büyük desteği verenlerden biri Arthur Lyon Bowley (1869–1957) olmuştur. Bowley 1906'da yayınladığı bir makalesinde şöyle belirtmiştir (Bowley, 1906): "Örnekleme metodu tabii ki istatistiğe olasılık teorisini uygulamanın örneklerinden sadece biridir. Bunu ayrıntılı olarak ele aldım, çünkü bu metot ısrarla göz ardı edilmiştir ve hatta kullanıldığında da duyarlılık testi göz ardı edilmiştir. Böylece araştırmaların çok güçlü bir silahı bir tarafa atılmıştır. Sıklıkla sayımlarda yapıldığı gibi tüm bir alanı kapsamak mümkün değildir ve gerekli de değildir. Örneklemeyi kullanarak da iyi sonuçlar elde edilebilir ve çok sıklıkla küçük örnekler yeterlidir. Tek güçlük araştırmada her bir bireyin ya da birimin eşit seçilme şansına sahip olmasını garanti etmektir".

Bowley 1906'daki çalışmasında örneklemenin uygulanabilirliğini şöyle bir deneyle açıklamıştır. 3878 şirketin karlarının bir listesi olan Investor's Record'dan 400 hacimli bir örnek seçilmiştir. Seçim Nautical Almanac'dan bir tablodaki son haneleri kullanarak olmuştur. Bunlar rastsal sayılar olarak değerlendirilmiştir. Eğer sayı 3878'den büyük ise göz ardı edilir, eğer altında ise (örneğin 0063 gibi) örnekleme yapılan tablodan ilgilenilen değer yazılır. Böylece 3878 girişin her birine eşit seçilme şansı verilir. Bu şekilde örneklenecek grup birimlerinin her birinin eşit seçilme olasılığına sahip olmasını ve ilgilenilen değişkenin aldığı değerden bağımsız olarak ele alınmasını garanti etmek önemlidir (Aldrich John, 2008). Burada 400 örneklenen birim önce kayıt edilmiş ve daha sonra peş peşe 10 hacimli 40 gruba ayrılmıştır. Amacı basit rastsal örnekleme için merkezi limit teoremini doğrulamaktır. 40 gruba ait örnek ortalamalarının dağılımı normal eğri ile karşılaştırılır ve yeterli derecede normal eğri tarafından tanımlandığı görülür. Bowley elde ettiği sonuçların örnekleme yaptığı kitle hacminden bağımsız olduğunu belirtmiştir. Bu sonuç tam olarak doğru değildir, çünkü örnek ortalamasının varyansında sonlu kitle düzeltme faktörünü dikkate almamıştır. Bellhouse'da belirtildiği gibi düzeltme faktörünü de dikkate alan sonuç birkaç yıl sonra Isserlis (1918) tarafından elde edilmiştir (Bellhouse, 1988). Bowley örnekleme için basit rastsal örneklemenin matematiğini kullanmıştır ve örneklemenin olasılıksal hatalarının ortalama etrafındaki artı ve eksi üç katı aralığındaki tahminlerini önermiştir. Bu yaklaşık olarak iki standart hatadır ve bununla birlikte tam olarak olmasa da %95 güven aralıklarını sağlar (Kruskal ve Mosteller, 1980).

1909'da Bowley Elementer İstatistik Elkitabında Örnekleme ile ilgili özet bir bölüm koymuştur. Ticarette, madencilikte ve endüstride örneklemeye genel referanslar yapmıştır. Bowley'in önerileri uygulandığında Britanya'da çalışılan yoksulluk ile ilgili yolları değiştirmiştir. 1912'de yoksullukla ilgili bir araştırmada her bir yirminci çalışan sınıfını almıştır ve 1913'de bunu 3 şehir için daha genelleştirmiştir. Örneklemenin olasılıksal hatalarını hesaplamış ve görüşmelerde, tanımlamalarda ve tahminleme süreçlerinde diğer yapılan hata kaynaklarının farkına varmıştır. Böylece istatistiksel teori ve araştırma tasarımını birlikte ele almıştır (Stephan, 1948; Biemer ve Lyberg, 2003).

Bowley bir araştırmada sosyal koşullarla ilgili olarak dört hata kaynağını ele almıştır (Bowley ve Hurst, 1915):

1-Toplanan bilgi her zaman tam olarak doğru olmayabilir,
2- Kullanılan tanımlar ve standartlar gevşek, uygunsuz veya yanlış tasarlanmış olabilir,
3-Aktif olarak ziyaret edilen haneler kitlenin uygun (fair) bir örneğini içermeyebilir,
4-Bir kısmı ölçerek tümü tahminleme sürecinden kaynaklanan hesaplanabilir olası hatalar da vardır.

John Hilton "Some Further Enquires by Sample" isimli makalesinde önceden yapılmış olan dört incelemeyle ilgili istatistiksel problemleri, deneyimleri ve çıkarılan dersleri ele almıştır ve yukarıda belirlenen sapma kaynaklarının gerçekte ortaya çıktığını raporlamıştır (Hilton, 1928).

Bowley birçok makalede rastsal örneklemeyi ve başlıca örnekleme çerçevelerine duyulan ihtiyacı ele almıştır. Amaca yönelik seçim için bir teorinin ana hatlarını oluşturmuş ve araştırma tasarımı için kılavuz noktalar sağlanmıştır. Ancak dikkat edilmelidir ki ne Kiaer ne de Bowley tüm aşamalarda tam olarak rastsallaştırmayı savunmamışlardır. Onlar öncelikle rastsal ve amaca yönelik seçimin bir karışımını savunmuşlardır. Örneğin amaca yönelik büyük kümelerin seçilmesi durumunda rastsal veya gelişigüzel olarak birimlerin ve küçük kümelerin seçilmesi gerekmektedir (Biemer ve Lyberg, 2003).

3.3 1924–1934 Dönemi: ISI Komisyonu

1924 yılında ISI istatistikte temsil edici metot uygulamalarının çalışılması amacı için bir komisyon atamıştır. Danimarkalı istatistikçi Adolp Jensen bu komisyonun raportörü olarak atanmıştır ve diğer üyeler Arthur Lyon Bowley, Corrada Gini, Lucien March, Verrijin Stuart ve Franz Zizek'dir.

Komisyon bulgularını bir diğer ifadeyle 1925'de Roma'daki ISI toplantısında alınan kararları 1926'da raporlamıştır. Burada son birkaç itiraz edenin gönlünü de almak için dikkatlice bir üslup kullanılarak şöyle bir karar benimsenmiştir: "Hem rastsal (kitlenin tüm elemanları eşit olasılıkla seçilebilmelidir) ve hem de amaca yönelik seçimle belirlenmiş örnekleme metotları (küme örneklemesi gibi, fakat görünürde daha büyük kümelerle, seçilen kümelerin tam listesi ve bu seçimi yapmada yargı) kabul görecektir." (Kruskal ve Mosteller, 1980; Bellhouse, 1988).

Rastsal örneklemenin tanımları genel olarak tamamlanmamıştır. Her bir birimin örnekte görünme olasılığının eşit olmasına gereksinim duyar, fakat ortak (joint) olasılık konusunda bir fikir belirtmemişlerdir. Tüm örnek noktalarının dağılımına bakılması fikri halen geleceğe uzanmaktadır. March'ın önceki katkılarının dışında olasılıksal örneklemenin genel fikri henüz doğmamış görünmektedir. Tabakalı örnekleme ile ilgili bazı tartışmalar olmasına rağmen, daima tabaka örnek hacimleri birimler üzerinde sabit seçim olasılığını yönetmek için tabaka hacimlerine orantısaldır (Kruskal ve Mosteller, 1980).

Komisyon raporu için ana konuşmacılar Jensen ve Bowley'dir. Jensen pratikte temsil edici metodun uzun bir tanımını sağlamıştır.

Kruskal ve Mosteller(1980)'da belirtildiği gibi Jensen (1926a) tarafından yazılan iki makale geniş tartışmalar sağlar. Bunlardan ilki ISI komisyonunun raporudur. Amaca yönelik örnekleme fikrini biraz daha ayrıntılı olarak açıklamıştır. Jensen'e göre seçilen gruplar kitlenin hâlihazırda bilinen karakteristikleri için (kontrol karakteristikleri) kitlenin ortalamalarıyla yaklaşık olarak eşit ortalamalara sahip olmalıdır. Ayrıca Jensen seçilen grupların kontrol değişkenlerinin, sadece ortalamalarının değil, değişkenlerin dağılımlarının da kitle ile benzer dağılımlara da sahip olmasına gereksinim duymuştur. İkinci makalesinde (1926b), Jensen pratikte temsil edici metodu mantıklı bir uzunlukta açıklamış ve uzun bir bibliyografi vermiştir. Bu makale küme örneklemesinin nispeten açık bir tartışmasını içermektedir (grupların rastsal seçimi), ancak uygulamada rastsal seçim daha çok sistematik şekilde yapılmış gibi görünmektedir. Büyük grupların amaca yönelik seçimini ve sonra gruplama içerisinde birimlerin rastsal seçimini izlemektedir (Kruskal ve Mosteller, 1980).

Bowley'in belki de bilinen en önemli katkıları 1924'de oluşturulan komisyon aracılığıyla olmuştur ve Bowley de rastsal ve amaca yönelik seçimde bilinen sonuçları özetleyen bir teorik monografi sağlamıştır. Birkaç diğer fikre ilaveten bu monografi orantısal tahsislemeli tabakalı örneklemenin gelişimini (bazen Bowley allocation olarak da bahsedilir) ve ilgilenilen değişken ve kontrol değişkenleri arasındaki korelasyonlar aracılığıyla amaca yönelik seçimin teorik gelişimini içerir. İkinci olarak da bir amaca yönelik örnekleme tasarımı altında tahminin duyarlılığının ölçümü için formülü içerir. Orantısal tahsisleme konusundaki çalışması Bowley'in rastsallaştırılmış örnekleme tasarımında (randomized sampling design) tüm birimler için eşit seçilme olasılıklarını yönetme konusunda çalışmaya devam etme arzusunu yansıtmıştır (Bellhouse, 1988). Bowley ayrıca yukarıdaki gelişimlere ek olarak birkaç yönden de yeni çığır açmıştır. Neredeyse güven aralığı fikrine ulaşmıştır ve daha da ileri giderek neredeyse çoklu karşılaştırma fikrine ulaşmıştır- yani güven bölgesi fikrine ulaşmıştır- ve daha sonra bir Bayesian muameleyi ortaya koymuştur (Kruskal ve Mosteller, 1980).

Hollanda İstatistik Müdürü olan Verrijn Stuart birkaç dikkate değer yorumda bulunmuştur. Bir örneklemeye dayalı araştırmanın hiçbir zaman bir tamsayımdan daha iyi olamayacağını belirtmiş ancak bir tamsayımı uygulamanın çok güç olduğunu ve bu durumda bir örneklemeye dayalı araştırmanın kullanışlı olabileceğini belirtmiştir (Bethlehem, 2009).

Bazı eleştirisel açıklamalarına rağmen, Verrijn Stuart sıklıkla kaliteyi kaybetmeden örneklemeye dayalı araştırmaları kullanmanın mümkün olduğuna karar vermiştir. Her bir araştırma için genel bir öneri verememiştir. Mümkün uygulamalar daima dikkatli bir biçimde test edilmelidir. Detaylı dokümantasyonlar üretilmelidir. Böylece bir süre sonra daima kesin sonuçların nasıl elde edilebileceği öğrenilebilir.

Örnekleme konusunda Verrijn Stuart rastsal seçimi savunmaktadır. Ona göre amaca yönelik örnekleme daima sübjektif kararlar yansıtır. Bundan rastsal örnekler kullanılarak kaçınılabilir (Bethlehem, 2009).

1925'deki toplantıda tartışma artık örnekleme yapıp yapmamak değil, bunun nasıl yapılacağı olmuştur. Hem tabakalı da ve hem de küme örneklemesinde ilerlemeler görülmüştür. Belirsizlikler kalmasına rağmen, amaca yönelik örnekleme fikri yaşamaya devam etmiş ve uygun bulunmuştur. Bu komisyonun olumlu görüşlerine rağmen yinede örneklemenin kabul görmesi bazı ülkelerde onlarca yıl almıştır (Kruskal ve Mosteller, 1980).

Bu çalışmalardan bağımsız olarak Rusya'da aynı dönemlerde benzer çalışmalar yapılmaktadır. Rusya'nın tarihindeki örneklemeye dayalı çalışmalarla ilgilenen iki Chuprov vardır. Biri Aleksander Aleksandrovich Chuprov'un babası olan Aleksander Ivanovich Chuprov (1842–1908)'dur. A.I. Chuprov Moskova Üniversitesinde politik ekonomi ve istatistik profesörüdür ve Zemstvo istatistiklerinin arkasındaki itici güçtür.

Aleksander Aleksandrovich Chuprov (Tschuprow) (1874–1926) da St. Petersburg Polytechnic Enstitüsünde Ekonomi bölümünde Profesör olarak çalışmıştır. Devrim öncesi Rusya'sında istatistiğe itici bir güç olmuştur. Örneklemeye dayalı araştırmalar alanında yaptıklarından bazıları hem SSCB içinde ve hem de dışında seçkin olmuşlardır. Tschuprow örneklemeye dayalı araştırmalar ve tabakalı rastsal örnekleme altında tahminler için formüller geliştirmiştir. Neyman'ın sonuçlarını önceden sezinlemiştir. (Heyde et all. 2001; Biemer ve Lyberg, 2003). Rusya'da bu dönemlerde çalışan daha birçok ehil istatistikçi olmuştur. Bunlar arasında A.Kaufman, V.Romanovsky, E.Slutsky, B.Iastremsky, Boiarsky, Tchetwerikov, Obukhov, Kowalsky v.b. sayılabilir. Bunların birçoğu gençtir ve sonradan meydana gelen olaylar onların Rus sınırları dışında tanınmasını engellemiştir. Rus istatistikçilerin birçoğu da, Tchetwerikov gibi, örnekleme birimlerinin rastsal olarak seçilmesi gerektiğine inanmışlar ve örnek hacmindense örnek birimlerinin seçilme yolunun önemli olduğunu belirtmişlerdir (Zarkovich, 1956; 1962).

3.4 1934 ve Sonrası: Neyman Dönüm Noktası ve Sonraki Gelişmeler

Amaca yönelik örnekleme ve rastsal seçim metodunun birlikte kullanılması 1934'e kadar sürmüştür. 1934 yılında Polonyalı bilim adamı Jerzy Neyman (1894–1981) örneklemeye dayalı araştırmalarda bir dönüm noktası olan "On Two Different Aspects of the Representative Method: The Method of Stratified Sampling and the Method of Purposive Selection" isimli makalesini Londra'daki Kraliyet İstatistik Topluluğu (Royal Statistical Society) toplantısı için sunmuştur. Bu makale istatistik sahasına önemli bir katkı olarak yerini almıştır. Bu makale olasılıksal örnekleme olarak bilinen kavramın teorik araştırmalarında, metodolojik gelişimlerinde ve uygulamalarında teşvik edici olmuştur. Bu makalede Neyman rastsal örneklemenin önemini vurgulamıştır ve güven aralıkları kavramına dayanan yeni bir tahmin teorisi geliştirmiştir. Optimum tabakalama, küme örneklemesi, büyük örneklerde doğrusal tahmincilere normallik yaklaşımı ve amaca yönelik seçim modeli ile ilgilenir. (Neyman, 1934; Hansen, 1987; Bellhouse, 1988; Beaud ve Prevost, 1998; Biemer ve Lyberg, 2003; Bethlehem, 2009). Neyman rastsallaştırma aracılığıyla kitle hakkında yorumlamalar yapmanın mümkün olduğunu belirtmektedir. Ayrıca amaca yönelik örneklemede yorumlamalara karşılık gelen bir istatistiksel teorinin bulunmadığını belirtmiştir. Örneğin rastsal örneklemeyi kullanarak istatistiksel güven aralıklarını oluşturmak mümkün iken amaca yönelik örnekleme için bu mümkün değildir (Biemer ve Lyberg, 2003).

Neyman'ın makalesinin önemli bir katkısı da örnekleme prosedürünün tam belirlenmesinde olan ısrarıdır. Önceden amaca yönelik örnekleme için kullanılan prosedürler ve olasılığın girip girmediği veya nasıl girdiği açık olarak belli değildir. Neyman kümelerin amaca yönelik örneklenmesi problemine etkileyici bir çözüm getirmiş olsa bile, amaca yönelik örnekleme cazibesini yitirmeye başlamıştır (Kruskal ve Mosteller, 1980).

Hem Bowley önceki çalışmalarında amaca yönelik seçim hakkında eleştiride bulunmuş ve hem de Tschuprov daha önce tabakalı örneklemede optimum tahsisleme ile ilgili bazı sonuçlar sunmuş olduğundan dolayı bu makale özellikle ilgi çekmiştir.

Tschuprov tarafından elde edilen sonuçların bazıları Neyman tarafından geliştirilmiş görünmektedir. Neyman sonlu kitleden örnekleme ile ilgili bir teori geliştirdiğinde Tschuprov'un sonuçlarına erişip erişmediği açık değildir. Sonuçlar bazı alanlarda üst üste çakışmaktadır. Ancak ilgi çekici olan şudur ki Neyman 1920'lerden önceki çalışmalarını sunduğunda hiçbir zaman Rus bilim adamından bahsetmemiştir (Biemer ve Lyberg, 2003).

Tschuprov'un çalışmasının Neyman'ın çalışması kadar bir patlama yapamamasının temel iki nedeni olduğu söylenebilir. Birincisi Tschuprov, Neyman'ın sağladığı cevabın sadece bir kısmını vermiştir. Sabit içerilme olasılıkları kalıbını kırmıştır ancak metodun ana rakibi olan amaca yönelik seçime göre üstünlüğünü gösterememiştir. Tschuprov'un etkisinin çok olamamasının diğer bir nedeni de kendi stilindeki formüllerinden, özetlemesinden ve coğrafi hareketliliğinden kaynaklanmaktadır. Tschuprov'un Rus devrimini izleyerek coğrafi hareketliliği çok olmuştur. Mayıs 1917'den sonra hiç Rusya'da bulunmamıştır. Oysaki Neyman daha kolay ve anlaşılır bir dil kullanmıştır ve Tschuprov gibi hareketli bir yaşam tarzına sahip değildir. Ancak bildiklerini anlatmak ve eğitimler vermek üzere çeşitli seyahatler yapmıştır (Bellhouse, 1988). Bu seyahatler sırasında Washington'da yapılan "İnsan Kitlesinin Örneklenmesi" (Sampling Human Populations) ile ilgili bir konferansta Mr. Milton Friedman ve Dr. Sidney Wilcox Neyman'a çifte örnekleme (double sampling) ile ilgili soru sormuşlardır. Neyman bu soruya 1938'de yazdığı "Contribution to the Theory of Sampling Human Population" isimli makalesi ile yanıt vermiş ve ayrıca bu makale ile örneklemeye dayalı araştırmalar teorisine maliyet fonksiyonlarının kullanımını sokmuştur (Neyman, 1938).

Neyman'ın çalışmalarının orijini tarımsal istatistiklere dayanmaktadır ve bu Rothamsted'daki Ronald Aymler Fisher (1890–1962) tarafından yapılan deney tasarımı çalışmaları için geçerlidir. Fisher'in çalışmalarının ve rastsal deneylerdeki fikirlerinin örneklemeye dayalı araştırmalar için önemi büyüktür. Fisher'in tarımsal deneylerde uyguladıkları özellikle rastsallaştırma ve içerilme (inclusion) olasılıkları hakkında örneklemeye dayalı sosyal araştırmalara çok yön gösterici olmuştur. Ancak tüm zamanlarda istatistik teorisine büyük katkı sağlayan iki kişi olan Neyman ve Fisher arasındaki düşmanlık örneklemeye dayalı araştırmaların gelişimini belki de önemli ölçüde zayıflatmıştır (Biemer ve Lyberg, 2003). Fisher hiçbir zaman makalelerinde 'temsil edici örnek' terimini kullanmamıştır. Ancak makalelerinde şöyle alıntılara rastlanmaktadır. Fisher (1936): "Canlılar üzerinde çalışan kişilerin denekleri seçme ve yeterince bulabilme şansı vardır. Ancak bir toplumun ırksal olarak çok iyi temsil ediciliği olmayan bir mezarlığında araştırma yapan bir kişinin böyle bir şansı yoktur." Bu kısıt yeterli örnek hacmine olan ihtiyacı hissettirir.

Kiaer, Bowley ve Neyman'ın başlattığı örneklemeye dayalı araştırmalar konusunda 1930'lardan itibaren dünyanın başka yerlerinde de örneklemeye dayalı araştırmalar yapılmaya başlanmıştır. Bu konuda çalışanlardan bir tanesi de Prasanta Chandra Mahalanobis (1893–1972)'dir. Mahalanobis'in en dikkate değer ve en kalıcı katkıları büyük ölçekli örneklemeye dayalı araştırmaları oluşturmak olmuştur. İstatistiksel teorinin çeşitli somut Hint problemlerine uygulamasını yapmıştır. Mahalanobis olay yeri istatistiklerinde başarıya ulaşmadan önce neredeyse Hindistan'da bilinmemektedir. Bu konu daha önce Hindistan üniversitelerinde ele alınmamıştır (Gupta, 2009).

Mahalanobis örneklemeye dayalı araştırmaların öncülerinden biridir. Mahalanobis önce 1920'lerde İstatistiksel Laboratuarını kurmuş ve daha sonra bunu geliştirerek 17 Aralık 1931'de Hindistan İstatistik Enstitüsünü (the Indian Statistical Institute) kurmuştur. Bu kurum Hindistan'daki sosyal ve ekonomik planlamaya destek sağlamak amacıyla örneklemeye dayalı araştırmaların gelişimine ve uygulamasına katkıda bulunmuştur. Mahalanobis şu görüşü savunmaktadır: "Gelişmiş ülkelerdeki prosedürleri yalnızca taklit etmemek gereklidir, aynı zamanda Hindistan'a özel koşullara göre de metotlar ayarlanmalıdır. Bu örneklemede uygun yaklaşımdır. Kullanılan metotlar, hizmet verilebilecek belirli amaçlara odaklanmaya ilaveten, ilgili mevcut kaynaklar kullanılmalı ve tanımlanmalıdır. Mahalonobis "istatistiksel mühendislik" felsefesini geliştirmiştir ve birkaç yıl deneysel aşamalarda tasarımlar uygulamıştır, maliyet ve varyans tahminlerine göre tasarımlar geliştirmiş ve kurmuştur. Aynı zamanda toplam araştırma hatalarını (total survey error) kontrol edebilmek için metotlar geliştirmiştir (Hansen, 1987). Uygulamasını tarımsal veri toplayan saha çalışanları ile yapmıştır. Bu hataları yorumlama (interpretation) olarak adlandırılan bir metotla tahminlemiştir. Bu metot günümüzde görüşmecilerden, kodlamalardan ve kodlamalardan kaynaklanan hataları tahmin etmede kullanılmaktadır (Biemer ve Lyberg, 2003). Mahalonobis ayrıca 1950'de Ulusal Örneklemeye Dayalı Araştırmaları (National Sample Survey) ve Merkezi İstatistik Örgütünü (Central Statistical Organization) (1951) kurmuştur. Mahalonobis 1971'de ölümüne kadar kuvvetini ve fikirlerini yaymadaki cazibesini sürdürmüştür.

Pandurang Vasudeo Sukhatme (1911–1997) de tarımsal örnekleme ile ilgili geniş çaplı araştırmalar yapmıştır. Çeşitli teorik ve pratik katkılarda bulunmuştur, bunların bazıları tabakalı örnekleme üzerinedir. Ayrıca pilot çalışmaların kullanımı, çok aşamalı örnekleme, çifte örneklemede regresyon tahmincileri ve örnekleme dışı hataların kontrolü ile ilgili de önemli katkılar yapmıştır (Hansen, 1987; Som, 1998).

Sukhatme ve Mahalanobis'in pratik istatistiksel uygulamalarının bazılarında güçlü derecede anlaşmazlıkları vardır ve bunları bazı tartışmalara taşımışlardır. Daha sonra, Sukhatme Roma'daki Besin ve Tarımsal organizasyona (Food and Agriculture Organization) gitmiştir ve burada araştırmalardaki ölçüm hataları ve örnekleme ile ilgili teori ve metotlarını geliştirmeye devam etmiştir (Hansen, 1987).

1942 makalesinde Jessen iki ardışık durumda kitle karakteristiklerinin tahmin edilmesi için örneklemeye dayalı araştırmaların tasarımı ile ilgilenmiştir ve araştırma tasarımını detaylı olarak açıklamıştır. Ayrıca örneklemeye dayalı araştırmalarda yapılan hata kaynaklarına değinmiş ve örnekleme hatalarını hesaplamıştır. Burada iki durumun her birinde bir örneğin eşleştirilmiş ve eşleştirilmemiş kısımlarının optimum tahsisi için bir teori sunmuştur. Bu öncül adım sonradan zaman serisi tahmini için ardışık durumlarda alınan araştırmalar için örneklerin döndürülmesinde (rotate) teori ve dizaynların gelişimi için uygulanmıştır (Jessen, 1942; Hansen, 1987).

Ayrıca yine Hansen'de belirtildiği gibi 1942'de Cochran örneklemeye dayalı araştırmalarda regresyon tahmininin kullanımına özel bir katkı yapmıştır ve bu çalışma daha sonra Madow ve Madow tarafından geliştirilmiştir (Hansen, 1987).

1943'de Hansen ve Hurwitz mevcut kaynakların en etkili biçimde kullanılması amacıyla geliştirilmiş olan küme örneklemesi, altörnekleme ve çifte örnekleme gibi metotlara alternatif olarak kendi çok aşamalı örnekleme teorilerini önermişlerdir. Bu tasarım bir tabakalı kitlenin elemanlarının kümelerinin örneklenmesini ve seçilen kümelerin her birinden elemanların alt örneklenmesini içerir. Bir tabaka içerisindeki öncül (primary) örnekleme birimlerinin her birindeki eleman sayıları eşittir (Hansen ve Hurwitz, 1943).

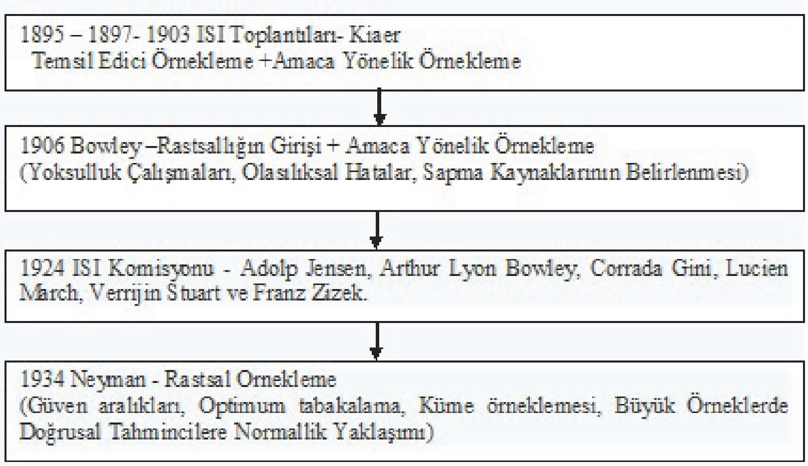
Bethlehem'e göre örneklemeye dayalı araştırmaların klasik teorisi az çok 1952'de Horvitz ve Thompson ile tamamlanmıştır. Horvitz ve Thompson sapmasız tahminler oluşturmak için genel bir teori geliştirmişlerdir. Seçim olasılıkları ne olursa olsun bilindikleri ve pozitif oldukları müddetçe, kullanışlı tahminleri oluşturmak da mümkün hale gelir. Horvitz ve Thompson klasik teoriyi tamamlamıştır ve rastsal örnekleme hemen her yerde çoğunlukla kabul edilmiştir (Bethlehem, 2009).

Örneklemeye dayalı araştırmaların dönüm noktası Kiaer, Bowley ve Neyman'ın çalışmaları olsa da yukarıda adı geçen diğer birçok bilim adamının da örnekleme teorisinin gelişimine ve uygulamalarına katkıları büyük olmuştur. Özetle, Hansen, Hurwitz, Madow, Cochran, Kish ve Deming modern örnekleme teorisi için baz olan çerçeveyi formüle etmişlerdir. Yates, Sukhatme, Murty ve Des Raj gibi istatistikçiler bu sahayı ileriye götüren kitaplar yazmışlardır. Dalenius, Godambe, Horvitz, Thompson, Jessen, McCarthy, Waksberg, Pritzker, Stephan, Tepping ve Mahalanobis gibi istatistikçiler örnekleme teorisinin gelişimine ve 1940–1965 periyodu sırasınca uygulamalarına büyük katkılarda bulunmuşlardır (Biemer ve Lyberg, 2003).

1965 döneminden sonra gerek basit rastsal örnekleme, tabakalı örnekleme, küme örneklemesi, çok aşamalı örnekleme, örnekleme hataları gibi konularda ve gerekse örneklemeye dayalı sosyal araştırmalar, bu araştırmalarda karşılaşılan hata kaynaklarının incelenmesi ve belirlenmesi ile ilgili konularda çok yoğun çalışmalar ve gelişmeler olmuştur. Türkiye'de de bu konuda çalışmalar devam etmektedir ve örnekleme teorisine ve uygulamalarına katkı sağlayan pek çok önemli çalışma bulunmaktadır. Bunlardan bazıları şu şekilde özetlenebilir: Özellikle basit rastsal ve tabakalı rastsal örneklemede tahmin edicilerin duyarlılığını geliştirmede sıklıkla kullanılan yardımcı (auxiliary) değişkenleri kullanarak kitle ortalaması ve varyansı için geleneksel oransal (ratio) ve regresyon tahmin edicilerine alternatif olarak daha etkin yeni tahmin ediciler geliştirilmiştir (Kadılar ve Çıngı, 2003, 2004, 2005, 2006a, 2006b, 2007 ve Koyuncu ve Kadılar, 2009a, 2009b, 2010). Ayrıca kayıp veriler durumunda etkili tahmin edicilerin elde edilmesi gibi konularda da önemli katkılar da sağlanmıştır (Kadılar ve Çıngı, 2008). Ayrıca anketler aracılığıyla örneklemeye dayalı yapılan araştırmalarda insan faktöründen, veri toplama metotlarından, örnekleme çerçevesinin tam olarak uygun bir şekilde belirlenememesinden v.b. kaynaklanan birçok sapma meydana gelmektedir. Bu sapmalar çalışmaların sonuçlarını önemli derecede etkilemektedir. Bu nedenle örnekleme tasarımı ve veri toplama prosedürlerini inceleyen çalışmalar da yoğun bir biçimde sürmektedir. Ayhan (2003) cevaplama hatalarının (response error) modellenmesi ile ilgili ayrıntılı bir çalışmayı içermektedir. Ayhan ve Işıksal (2004), örneklemeye dayalı araştırmalarda araştırma sorularına cevap vermede insan hafızasının yanıltmasından kaynaklanan hataların etkilerinin tahmin edilmesi için yöntemler ve modeller geliştirmişlerdir. Ayhan (2005)'de internet aracılığıyla veri toplamak için mükemmel bir örnekleme çerçevesi oluşturmada karşılaşılan güçlüklerden bahsedilmektedir. Ayhan (2005)'de belirtildiği gibi Ayhan (2000) ve Ayhan ve Ekni (2003)'de örnekleme çerçevesi (sampling frame) ve kapsam hatası modelleri (coverage error models) geniş bir biçimde ele alınmıştır. Ayhan ve İslam (2005) hane halkı telefon araştırmalarında rastsal numara çevirme (random digit dialing) için geliştirilen örnekleme tasarımlarını ele almışlardır. Örneklemeye dayalı araştırmalarda karşılaşılabilecek durumlar ve etkileri ile ilgili yapılan çalışmalar hakkında detaylı bir literatüre http://www.stat.metu.edu.tr/people/faculty/oztas adresinden de ulaşılabilir. Günümüzde yapılan çalışmalarla ilgili yapılacak olan ayrıntılı bir literatür çalışması bu konuda çalışan araştırmacılara yol gösterici olacaktır.

4. SONUÇ

Bugünkü örnekleme teorisinin temelini oluşturan çalışmalar şaşırtıcıdır ki aslında çok da eski bir geçmişe sahip değildir. Yaklaşık 100 yıl önce yeni çıkan bir kavram olan örnekleme bugün istatistiksel olarak güvenilir bir biçimde kitle parametreleri ile ilgili yorumlamalarda kullanılmaktadır. Bu çalışmanın amacı özellikle örnekleme kavramının girişinden kabul edilmesine kadar en önemli dönem olan 1895 Kiaer ile başlayıp 1934'de Neyman ile günümüz örnekleme yöntemlerinin temelini oluşturan süreci ve bu döneme damgasını vuran Kiaer, Bowley ve Neyman'ın katkılarını detaylı olarak verebilmektir. İlgili dönemde yeni bir yöntem olan örneklemeye olan ilk tepkiler, karşılaşılan güçlükler ve adım adım rastsal örneklemeye giden yollar o dönemde yapılan çalışmalardan örnekler verilerek açıklanmaya çalışılmıştır. Dönüm noktaları kısaca aşağıdaki tarihsel şema ile özetlenmiştir.



Şekil 1. Örneklemeye dayalı araştırmalar 1895–1934 tarihsel gelişim süreci

Ayrıca bilim adamlarını bu sürece götüren gelişmeler ve bu dönemden sonraki gelişmelere ve katkısı olan diğer bilim adamlarına ve yaptıkları katkılara da değinilmiştir. Nispeten yeni bir kavram olan örnekleme ile ilgili günümüzde de tüm bilim alanlarında olduğu gibi örnekleme teorisini ve uygulama alanlarını geliştirmeye yönelik hem sosyal bilimlerde ve hem de fen bilimlerinde çok değerli çalışmalar yapılmaya devam edilmektedir. Neyman'dan sonraki dönem için de kapsamlı bir literatür taraması yapılması yeni araştırmalar için yol gösterici olacaktır.

5. KAYNAKLAR

Aldrich, J., 2008. Professor A.L.Bowley's Theory of the Representative Method. Based on a Talk Given at the Sample Surveys and Bayesian Statistics Conference.

Ayhan, H. Ö., 2005. Sample Adjustment Weights for Internet Surveys: Restricted Access versus Voluntary Participation in Recent Developments and Applications in Social Research Methodology (Dijkum C., J Blasius & C Durand, eds.). Leverkusen-Opladen, Germany.

Ayhan, H. Ö., Ekni, S., 2003. Coverage Error in Population Censuses: The case of Turkey. Survey Methodology, 29, 155-165.

Ayhan, H. Ö., 2000. Estimators of Vital Events in Dual-Record Systems. Journal of Applied Statistics, 27, 157-169.

Ayhan, H. Ö., 2003. Models of Response Error Components in Supervised Interview Reinterview Surveys. Journal of Applied Statistics, 30, 1047 – 1054.

Ayhan, H. Ö., Islam M. Q., 2005. Sample Design and Allocation for Random Digit Dialling. Quality & Quantity, 39**,** 625 - 641.

Ayhan, H. Ö., Işıksal, S. 2004. Memory Recall Errors in Retrospective Surveys: A Reverse Record Check Study. Quality & Quantity, 38**,** 475–493.

Bacaer, N., 2011. A Short History of Mathematical Population Dynamics. Springer, London.

Beaud, J. P., Prévost J. G., 1998. The Politics of Measurable Precision: The Emergence of Sampling Techniques in Canada's Dominion Bureau of Statistics. Canadian Historical Review, 79(4), 691–725.

Bellhouse, D. R., 1988. A Brief History of Random Sampling Methods, Handbook of Statistics. Elsevier Science Publishers B. V., 6, 1-14.

Bethlehem, J., 2009. The Rise of Survey Sampling. Statistics Netherlands, Discussion Paper (09015), Heerlen.

Biemer, P. P., Lyberg, L. L., 2003. Introduction to Survey Quality. John Wiley and Sons Publication, USA.

Bowley, A. L., 1906. Address to the Economic Science and Statistics Section of British Association for the Advancement of Science, York, 1906. Journal of the Royal Statistical Society, 69(3), 540-558.

Bowley, A. L., Burnett Hurst A. R., 1915. Livelihood and Poverty. G. Bell and Sons Ltd, London.

Brunt, L., 2001. The Advent of the Sample Survey in the Social Science. The Statistician, 50(2), 179–189.

Desrosieres A., 2002. Three Studies on the History of Sampling Surveys: Norway, Russia-USSR, United States. Science in Context, 15(3), 377–383.

Fisher, R. A., 1936. The Coefficient of Racial Likeness and the Future of Craniometry. The Journal of the Royal Anthropological Institute of Great Britain and Ireland, 66, 57-63.

Graunt, J., 1662. Natural and Political Observations upon the Bills of Mortality. Martyn, London.

Gupta, A., 2009. Bright Sparks: Inspiring Indian Scientists from the Past. Indian National Science Academy.

Hansen M. H., 1987. Some History and Reminiscences on Survey Sampling. Statistical Science, 2(2), 180–190.

Hansen, M. H., Hurwitz, W. N., 1943. On the Theory of Sampling from Finite Populations. Annals of Mathematical Statistics, 14, 333–362.

Heyde, C. C., Seneta, E., Crepel, P., Fienberg, S. E., Gani, J., 2001. Statisticians of the Centuries. Springer Verlag, New York.

Hilton, J., 1928. Some Further Enquires by Sample. Journal of the Royal Statistical Society, 91(4), 519–540.

Horvitz, D. G., Thompson, D. J., 1952. A Generalization of Sampling without Replacement from a Finite Universe. Journal of the American Statistical Association, 47, 663–685.

Isserlis, L., 1918. On the Value of a Mean as Calculated from a Sample. Journal of the Royal Statistical Society. 81, 75–81.

Jensen, A., 1926a. Report on the Representative Method in Statistics. Bulletin of the International Statistical Institute. 22 (1), 359–380.

Jensen, A., 1926 b. The Representative Method in Practice. Bulletin of the International Statistical Institute. 22 (1), 381–439.

Jessen, R. J., 1942. Statistical Investigation of a Sample Survey for Obtaining Farm Facts. Agricultural Experiment Station Iowa State College of Agriculture and Mechanic Arts, 304, Ames, Iowa.

Kadılar, C., Çıngı, H., 2003. Ratio Estimators in Stratified Random Sampling. Biometrical Journal, 2, 218-225.

Kadılar, C., Çıngı, H., 2004. Ratio Estimators in Simple Random Sampling. Applied Mathematics and Computation, 151, 893 - 902.

Kadılar, C., Çıngı, H., 2005. A New Estimator Using Two Auxiliary Variables. Applied Mathematics and Computation, 162, 901-908.

Kadılar, C., Çıngı, H., 2006a. Improvement in Estimating the Population Mean in Simple Random Sampling, Applied Mathematics Letters, 19, 75 – 79.

Kadılar, C., Çıngı, H., 2006b. Ratio Estimators for The Population Variance In Simple and Stratified Random Sampling, Applied Mathematics and Computation, 173, 1047 – 1059.

Kadılar, C., Çıngı, H., 2007. Improvement in Variance Estimation in Simple Random Sampling, Communications in Statistics, 36, 2075 - 2081.

Kadılar, C., Çıngı, H., 2008. Estimators for the Population Mean in the Case of Missing Data, Communications in Statistics, 37, 2226 - 2236.

Kiaer, A. N., 1897. The Representative Method of Statistical Surveys (1976, English Translation of the Original Norwegion). Central Burea of Statistics of Norway, Oslo.

Kiaer, A. N., 1899. Sur Les Methodes Represantatives Ou Typologiques Appliquees A La Statistique.11. 1-180.

Koyuncu, N., Kadılar C., 2009a. Ratio and Product Estimators in Stratified Random Sampling, Journal of Statistical Planning and Inference, 139, 2552-2558.

Koyuncu, N., Kadılar C., 2009b. Family of Estimators of Population Mean Using Two Auxiliary Variables in Stratified Random Sampling, Communications in Statistics-Theory and Methods, 38, 2398–2417.

Koyuncu, N., Kadılar C., 2010. On Improvement in Estimating Population Mean in Stratified Random Sampling, Journal of Applied Statistics, 37, 999-1013.

Kruskal, W., Mosteller, F., 1980. Representative Sampling, IV: The History of the Concept in Statistics, 1895-1939. International Statistical Review, .48(2), 169-195.

Malthus, T. R., 1798. An Essay on the Principle of Population. Printed for J.Johnson in St.Paul's Church Yard, London.

Mespoulet, M., 2002. From Typical Areas to Random Sampling: Sampling Methods in Russia From 1875 To 1930. Science in Context, 15(3), 411-425.

Middle East Technical University, 2011, http://www.stat.metu.edu.tr/people/faculty/oztas.

Neyman, J., 1934. On the Two Different Aspects of the Representative Method: The Method of Stratified Sampling and the Method of Purposive Selection. Journal of the Royal Statistical Society, 97(4), 558–625.

Neyman, J., 1938. Contribution to the Theory of Sampling Human Populations. American Statistical Association, 33(201), 101–116.

Pfeffermann D., Rao. C. R., 2009. Handbook of Statistics 29, Elsevier, Hungary.

Seneta, E., 1985. A Sketch of the History of Survey Sampling in Russia. Journal of the Royal Statistical Society, 148(2), 118–125.

Seng, Y. P., 1951. Historical Survey of the Development of Sampling Theories and Practice. Journal of the Royal Statistical Society, Series A, 114(2), 214–231.

Som, R. K., 1998. P. V. Sukhatme's Contributions to Survey Sampling. Journal of the Indian Society of Agricultural Statistics, 51(2&3), 257–264.

The Encyclopedia Sponsored by Statistics and Probability Societies, 2011, Statprob. http://statprob.com/encyclopedia/AndersNicolaiKIAER.html.

Stephan, F. F., 1948. History of the Uses of Modern Sampling Procedures. Journal of the American Statistical Association, 43(241), 12–39.

Thomsen, I., Zhang, L. C., 2012. A Prediction Approach to Representative Sampling, http://www.stats.gov.cn.

Zarkovich, S. S., 1962. A Supplement to "Note on the History of Sampling Methods in Russia", Journal of the Royal Statistical Society, Series A., 125(4), 580-582.

Zarkovich, S.S., 1956. Note on the History of Sampling Methods in Russia. Journal of the Royal Statistical Society, Series A., 119(3), 336-338.

THE HISTORY OF SURVEY SAMPLING

ABSTRACT

Survey sampling might have different roots, which include various activities in fields such as agriculture, public administration and social studies. Collection of large data sets for public administration and social studies provided great opportunities for the improvement of sampling methods. In this study, the historical progress of survey sampling that leads us to random sampling methods are summarized. Although sampling theory and applications constitute a separate and important branch in statistical sciences, it was definitely not the case in the beginning. The roots of survey sampling lie in official statistics and social statistics, rather than probability theory and experimental design. Especially political arithmetic is the primary activity that leads sampling to modern sampling theory. However, sampling is counted as an important branch of statistical science after probability theory has become an important element of sampling theory. In this study, the period between social statistics and modern sampling theory, especially 1895-1934 era and Kiaer, Bowley, and Neyman milestones, are examined in detail.

Keywords: Purposively sampling, Survey sampling, Random sampling, Historical progress, Representative method.

Volume: 08 Number: 03 Category: 02 Page: 75-85 ISSN No: 1303-6319 Cilt: 08 Sayı: 03 Kategori: 02 Sayfa: 75-85

GENETIC ALGORITHM BASED VARIABLE SELECTION FOR PARTIAL LEAST SQUARES REGRESSION

Özlem GÜRÜNLÜ ALMA* **Elif BULUT****

ABSTRACT

Partial Least Squares (PLS) regression has been an alternative to ordinary least squares for handling multicollinearity in several areas of scientific research. At the core of the PLS methodology lies a dimension reduction technique coupled with a regression model. In this paper, we investigate the genetic algorithms-partial least square regression (GAPLSR). This technique combines genetic algorithms as powerful optimization methods with PLS as a statistical method for variable selection. Variable importance for projection is a weighted sum of squares of the PLS-weights and thus a summary of the importance of a variable for the modeling of both X and Y (Wold et al., 2001). In this study, comparisons of R^2_{adj} values of GAPLSR predicting model, PLSR-NIPALS model and significant model PLSR-VIP were established according to the VIP scores of PLSR model to see which one has established a model with less error.

Keywords: Genetic algorithms, Partial least square regressions, Variable selection, Variable importance for projection.

1. INTRODUCTION

Variable selection is used for improving the model performance and give better predictions. Improvement of statistical properties can also be a reason for doing variable selection. In some situations, the purpose of variable selection is to obtain a model that is easier to understand, for example, by getting rid of all the variables that do not contribute positively to the model. This may not give better predictions. Also, variable selection can be relevant to reduce the risk of overfitting or for computational reasons. A plausible way to do variable selection is to try all combinations of variables and select the best ones. This sounds simple, but is, in practical, impossible for a number of reasons. The selection of the most adequate regression model can be stated as an optimization problem with the objective to select those independent variables that maximize the adequacy of the model according to a statistical criterion (Paterlini and Minevra, 2010).

Partial least squares regression (PLSR) differs from traditional regression tools in the way that regression coefficients estimators are constructed. These are constructed through the use of latent variables which maximize the covariance between predictors and the explanatory variable. This construction follows an iterative procedure to ensure that the latent variables are orthogonal (Vitor et al., 2000).

Today, it has been widely accepted that a feature selection has some advantages. Although PLS is a well-working method to model high dimensional and collinear datasets, the interpretation and understanding of the predictive model and its results are more difficult (Wold et al., 1996).

*Assist. Prof., Department of Statistics, Muğla University, Muğla, e-posta: ozlem.gurunlu@hotmail.com
**Assist. Prof., Department of Business Administration, Ondokuz Mayıs University, Samsun, e-posta: bulut_elif@yahoo.com

Feature selection can also help to built a better predictive PLS model with fewer features (Kubinyu, 1996). The PLS regression combined with the Variable Importance for Projection (VIP) scores is often used when the multicollinearity is present among variables; however, there are few guidelines about its uses as well as its performance (Chong and Jun, 2005) (Gurunlu and Bulut, 2012).

Another approach to select variables is to apply an optimization algorithm such as genetic algorithms, since the problem of variable selection can be formulated as a combinatorial optimization problem. A genetic algorithm (GA) is a technique somewhat inspired by the theory of evolution. It mimics the selection in nature by evaluating models consisting of certain combinations of variables in a number of generations (Andersen and Bro, 2010).

The purpose of this paper is to explore the nature of the spell out (GAPLSR) method and to compare with the PLS regression (called PLS-NIPALS: PLS-Non-Linear Iterative Partial Least Squares method), and the PLSR-VIP methods, and also to investigate the performance of the VIP scores for selecting the relevant process variables which really have an effect on the response. For this purpose, we used computer simulation experiments where some true models are assumed and data sets are generated. We compare the performance of GAPLSR scores with the PLS-NIPALS and the PLSR-VIP methods. The rest of the paper is organized as follows. A brief review of variable selection methods using PLS regression, PLS-VIP and GA-PLSR methods are given in Sections 2 and 3, respectively. Section 4 contains the design of simulation experiments and their results are presented in Section 5. Concluding remarks take place in the last section.

2. PLSR MODEL AND VARIABLE SELECTION CRITERIA FOR PLSR

PLSR is a latent variable based multivariate statistical method, which forms from the combination of PLS and multiple linear regression (Martens and Naes, 1989) (Gurunlu and Bulut, 2012). In PLS regression and in all algorithms $\mathbf{X}_{N\times K}$ represents the data matrix of N observation units on K explanatory variables and $\mathbf{Y}_{N\times M}$ represents the data matrix of N observation units on M response variables (Gurunlu and Bulut, 2012). The intension of PLSR is to form components that capture most of the information in the **X** matrix, which is useful for predicting response variables, while reducing the dimensionality of the regression problem by using fewer components than the number of **X** variables (Garthwaite, 1994) (Gurunlu and Bulut, 2012). In PLS regression analysis, many algorithms are used to obtain the latent variables. The objective of all linear PLSR algorithm is to project the data down onto a number of latent variables $(\mathbf{t}_a$ and $\mathbf{u}_a)$, and then, to develop a regression model between these variables. It uses both the variation of **X** and **Y** to construct the latent variables (Gurunlu and Bulut, 2012). Algorithms work with different sets of variables by maximizing the covariance between them. For the convenience of the calculations and not to be time consuming, the choice of algorithm depends on the shape of the matrices. For example, if there are many observations and few variables, it is better to work with a data matrix that dimensions depend on the number of variables. An often used algorithm is the NIPALS (Non-Linear Iterative Partial Least Squares) algorithm, which is often referred to as the classical algorithm. The development was initiated by Jöreskog and Wold (1982); Wold (1966) (Gurunlu and Bulut, 2012). Later it was extended by Lindgren and Rannar (1998), Wold et al. (1983), and Wold et al. (1996).

NIPALS algorithm composes of two loops. The inner loop is used to attain $\mathbf{t_a}$ and $\mathbf{u_a}$ $(a = 1,\dots,A)$ latent variables, where A is the number of the latent variables. Then, convergence is tested on the change in **u**. If convergence has been reached, the outer loop is used sequentially to extract $\mathbf{p_a}$, $\mathbf{q_a}$ from **X** and **Y** matrices. In this algorithm a regression model between latent variables is written as follows (Gurunlu and Bulut, 2012):

$$\mathbf{u}_a = b_a \mathbf{t}_a + \varepsilon_a \quad a=1,\dots,A \tag{1}$$

where ε_a is vector of errors and b_a is an unknown parameter estimated by $\hat{\mathbf{b}}_a = (\mathbf{t}'_a \mathbf{t}_a)^{-1} \mathbf{t}'_a \mathbf{u}_a$. The latent variables are computed by $\mathbf{t_a} = \mathbf{X_a w_a}$ and $\mathbf{u_a} = \mathbf{Y_a q_a}$, where both $\mathbf{w}_a$ weight vector for **X** and $\mathbf{q_a}$ loading vector for **Y** have unit lengths and are determined by maximizing the covariance between $\mathbf{t}_a$ and $\mathbf{u_a}$. **X** and **Y** data matrices are deflated at the end of each iteration as $\mathbf{X_{a+1}} = \mathbf{X_a} - \mathbf{t_a p'_a}$ where $\mathbf{X}_1 = \mathbf{X}$ and $\mathbf{p_a} = \mathbf{X'_a t_a} / (\mathbf{t'_a t_a})$, $\mathbf{q_a} = \mathbf{Y'_a} t_a / (\mathbf{t'_a t_a})$ and $\mathbf{Y_{a+1}} = \mathbf{Y_a} - b_a \mathbf{t_a q'_a}$ where $\mathbf{Y}_1 = \mathbf{Y}$ to be used in the next iteration (Gurunlu and Bulut, 2012). Letting $\hat{\mathbf{u}}_\mathbf{a} = \hat{b}_a \mathbf{t_a}$ be the prediction of $\mathbf{u_a}$, the matrices **X** and **Y** can be decomposed as the following (Li et al., 2002):

$$\mathbf{X} = \sum_{a=1}^{A} \mathbf{t_a p'_a} + \mathbf{E}, \quad \text{and} \quad \mathbf{Y} = \sum_{a=1}^{A} \hat{\mathbf{u}}_\mathbf{a} \mathbf{q'_a} + \mathbf{F}, \tag{2}$$

where **E** and **F** are the residuals of **X** and **Y** after extracting the first “A” pairs of latent variables (Gurunlu and Bulut, 2012).

The objective of variable selection is three-fold: improving the prediction performance of the model, providing faster and more cost-effective predictors, and also providing a better understanding of the underlying process that generated the data (Guyon and Elisseef, 2003) (Gurunlu and Bulut, 2012).

The VIP value, which was derived from the PLS, was considered as a variable selection procedure. It is a statistic of summarizing the contribution that a variable makes to a model (Wold, 1994; Wold et al., 2001). It gives the value of each explanatory variable in fitting the PLS model for both explanatory and response variables. The VIP scores and the beta coefficients that are obtained by PLS regression can be used to select the most influential variables (Chong and Jun, 2005) (Gurunlu and Bulut, 2012). The VIP score can be estimated for the j^{th} explanatory variable by the following formula,

$$\mathrm{VIP}_j = \sqrt{K \times \frac{\sum_a w_{ja}^2 b_a^2 \mathbf{t'_a t_a}}{\sum_a b_a^2 \mathbf{t'_a t_a}}} \tag{3}$$

where w_{ja} is a weight of the j^{th} X-variable to the a^{th} latent variable which is obtained by NIPALS algorithm (Jun et al., 2009). Weight values can be interpreted as the contribution of the j^{th} explanatory variable to the a^{th} latent variable. The VIP score greater than or equal to one rule is generally used as a criterion for variable selection (Chong and Jun, 2005) (Gurunlu and Bulut, 2012).

3. VARIABLE SELECTION FOR PLSR MODELS USING GENETIC ALGORITHMS

GA is a search technique used to find true or approximate solutions to optimization and search problems. They belong to a particular class of evolutionary algorithms that use techniques inspired by evolutionary biology such as inheritance, mutation, selection, and crossover (Goldberg, 1989) (Gurunlu and Bulut, 2012). Details of the algorithm can be found elsewhere (Leardi et al., 1992; Leardi, 1996).

It is interesting to notice that several authors have published papers about feature selection by GAs, each of them using a different GA structure, sometimes rather far from the standard algorithm. This demonstrates the need to modify the algorithm according to the peculiarities of the problem to be solved. In the case of feature selection, for instance, a chromosome is made by a very high number of genes (as many as the variables), each of them being just 1 bit long (0 = variable absent, 1 = variable present) (Gurunlu and Bulut, 2012). Leardi et al. (1992) used a simulated data set to show that a GA always find the global maximum of a simple problem in a time much shorter than the time required for a full search. Lucasius et al. (1994) showed that a GA generally performs better than simulated annealing and stepwise regression; on the other hand, Hörchner and Kalivas (1995) demonstrated that simulated annealing can give the same results as Leardi (2001 (Gurunlu and Bulut, 2012)).

The performance of the regression model, which is usually represented as the root mean square error (RMSE), is optimized by GA procedure (Gurunlu and Bulut, 2012). It was reported that the GA-based methods could effectively reduce the number of variables and produce predictive models. However, resultant models tend to be not intuitive because variables are selected independently (Masamoto et al., 2011 (Gurunlu and Bulut, 2012)).

In this study, the GA is made up of a number of steps. First, a vector consisting of zeros and ones is constructed with the size corresponding to the number of variables. It is denoted a chromosome. The randomly defined zeros and ones represent the variables that should be included. Details on the algorithm used can be found in Leardi et al. (1992) and Leardi (1996). Each zero or one is a gene and a PLS model constructured with the chosen genes is defined as an individual. Each model, also called a chromosome, is fully described by a binary vector "d", $d = (d_1,...d_K)$, where d_i=0 indicates that ith explanatory variable is not selected and d_i=1 indicates that ith explanatory variable is selected for the PLSR model, where $i = 1,..., K$. In this study, the structure of a chromosome is shown in Figure 1.

	d_1	d_2	d_3	…	d_{K-1}	d_K
d=	1	1	0	…	1	0

Figure 1. The Structure of a chromosome (c).

The main characteristics of GAs used in the study can be listed as follows:

- response to be maximized to explained variance (%);
- Regression method: PLSR

- Fitness function**:** Every candidate solution is evaluated with respect to a fitness function. The performance of the GA is measured by comparing, RMSE which is defined as (Leardi and Gonzalez, 1998):

$$RMSE = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{N}(\hat{y}_i - y_i)^2}{N}}$$, where N is the number of objects in the evaluation set.

- Population size: 30 chromosomes.
- Average number of variables selected in the chromosomes of the starting population: as number of latent variables.
- Selection function: stochastic uniform selection function is used in GA. This function lays out a line in which each parent corresponds to a section of the line of length proportional to its scaled value.
- Cross-over method: uniform probability.
- Mutation probability: 1%.
- Population update: one pair of chromosomes of the existing population is selected by a random (biased) selection; after cross-over and mutation, two offsprings are obtained and evaluated; each of them enters the population if it is better than the worst chromosome, which is discarded (the exceptions to this rule are described in the next point); this is the highest possible elitism since the components of the final population are the best chromosomes found; due to the fact that a new generation is composed by just two chromosomes, it is better to refer to the number of chromosomes evaluated rather than to the generations.
- Subset check: chromosome A cannot exist (is discarded) if the variables selected by another chromosome (B) are a subset of the variables selected by chromosome A, and B has a response higher than A.

4. DESIGN OF SIMULATION STUDY

The framework for the simulation models was based on the study of Li et al. (2002); Naes and Martens (1985). It was extended in this paper to the situation where there exists multiple response variables and different number of explanatory variables. In the simulation study, the multivariate regression models were first developed from which data was generated, and then GAPLSR, PLSR-NIPALS, and PLSR-VIP methods were applied. The resulting models were then compared with R^2_{adj} values (Li et al., 2002) (Gurunlu and Bulut, 2012). The **X** and **Y** block data, with sample size N, were generated as:

$$\mathbf{X}=\sum_{i=1}^{A^*}\mathbf{r}_i\xi_i'+\tilde{\mathbf{E}}, \tag{4}$$

$$\mathbf{Y}=\sum_{i=1}^{A^*}\mathbf{z}_i\boldsymbol{\eta}'_{A^*i}+\psi=\sum_{i=1}^{A^*}\mathbf{r}_i\boldsymbol{\eta}'_{A^*i}+\tilde{\mathbf{F}}_{A^*} \tag{5}$$

where $\tilde{E}$ and r_i were generated from mutually independent normal variables. Generation of **X** and **Y** data matrices are just explained for 5*3, which means that the number of predictor variables is 5 and these variables are reduced to a number of 3 latent variables.

$\boldsymbol{\psi}$ was generated from a multivariate normal distribution and generated as Li et al. (2002). $\tilde{\mathbf{F}}$ is a noise matrix, and $\mathbf{Z}$ was constructed as $\mathbf{z_i}=\mathbf{r_i}+\mathbf{f_i}$, $\mathbf{f_i}$ were generated as independent normal variables with zero means and different variances (0.5, 0.25 and 0.1) (Gurunlu and Bulut, 2012). $\{\xi_i\}$ and $\{\boldsymbol{\eta}_{A^*i}\}$ are normalized orthogonal vector series, and $\mathbf{r}_i$ are mutually independent random variables with zero means and variances (15, 7.5 and 3). To carry out simulation runs, it is preceded on different simulations. The dimensions of explanatory variables is extended as $N\times5$, $N\times8$, $N\times10$, and $N\times12$. The dimension of response variables matrix, **Y**, is chosen as $N\times3$, $N\times4$, and sample sizes are selected as N=50, 100, 250, 500 (Gurunlu and Bulut, 2012). For each combinations, 100 data sets are generated taking the dimension of PLSR models into account and sample sizes so that 16×100 data sets are generated. It is seen that the variance inflation factor (VIF) values for 5*3 design matrix show that there is multicollinearity; the VIF values are calculated by Minitab package program. The relative cumulative variances by the five latent variables for the **X** and **Y** blocks, averaged over 100 simulation experiments show that the optimum latent variable number is $A^*=3$. That is, first three latent variables capture 100% and 98% of the variances in the **X** and **Y** data sets, respectively. This verifies the theoretical value of the number of latent variables $A^*=3$. For more information one may refer to Li et al. (2002). GAPLSR, PLSR-NIPALS, and PLSR-VIP methods are applied to these data sets.

5. RESULTS

In this paper, it a simulation study was hold to gain a better understanding of the performances of GAPLSR, PLSR-NIPALS, and PLSR-VIP methods for PLSR model selection. An experimental simulation study was designed to see which one has established a model with less error. In this study, EM (median of R^2_{adj}) and $\overline{R}^2_{adj}$ values are obtained for each N with 100 iterations. Because of many data sets, it is convenient to work with $\overline{R}^2_{adj}$ as a performance criterion. All of these methods have different study structures. GAPLSR finds variables and then develops models on these variables. These models have the minimum RMSE so have the biggest R^2_{adj} values. PLSR-NIPALS works with latent variables. It finds regression coefficients on latent variables and develops regression models on these latent variables. PLSR-VIP also works with latent variables. Firstly, it finds VIP values by the help of PLS and then works with explanatory variables which have VIP values greater than 1 in building the regression models and calculating R^2_{adj} values. All of the methods work approximately with same number of explanatory variables or latent variables. These numbers on the average are equal to A^*. The results show that $\overline{R}^2_{adj}$ values for models with GAPLSR have the biggest values for each of the design matrices and for each N. PLSR-VIP finds bigger numbers for the number of explanatory variables for the higher design matrix. For that reason it has high $\overline{R}^2_{adj}$ values for higher design matrix. This study shows that variable selection with GAPLSR method gives better results than selection with PLSR-VIP. Table 1 shows the results obtained by applying the three selection methods on the simulated datasets. Wilcoxon signed rank test (Hollander and Wolfe, 1973) was used for comparing the results obtained by the three methods. This test statistic is useful for evaluating the differences of paired samples of subjects. The null hypothesis is retained when the median of the differences between predicted values for each sample object by the two methods is zero, and the alternative hypothesis is retained when the median of the selection method is bigger than the value 0.8. The test statistics z is calculated by dividing the sum of the signed ranks (U) by the square roots of the sum of squares of the signed ranks (S). S is the standard deviation of U. The null hypothesis that the median difference is zero is assessed by comparing the test statistics U/S to critical values of the standard normal distribution. To definitely compare the performance of the two selection methods, the Wilcoxon signed rank test with α=0.05 (95% confidence level) was used to compare R^2_{adj} (Shariati-Rad and Hasani, 2010).

Table 1. Comparion results of gaplsr, plsr-nipals, and plsr-vip methods

			5*3			8*4			10*4			12*4		
		N	p	EM	$\overline{R}^2_{adj}$	p	EM	$\overline{R}^2_{adj}$	p	EM	$\overline{R}^2_{adj}$	p	EM	$\overline{R}^2_{adj}$
GA	R^2_{adj1}	50	0.0	0.96	0.95	0.0	0.97	0.97	0.0	0.97	0.96	0.0	0.97	0.97
		100	0.0	0.96	0.95	0.0	0.97	0.97	0.0	0.97	0.97	0.0	0.97	0.97
		250	0.0	0.96	0.96	0.0	0.97	0.97	0.0	0.97	0.97	0.0	0.97	0.97
		500	0.0	0.96	0.96	0.0	0.97	0.97	0.0	0.97	0.97	0.0	0.97	0.97
	R^2_{adj2}	50	0.0	0.96	0.95	0.0	0.97	0.97	0.0	0.97	0.96	0.0	0.97	0.97
		100	0.0	0.96	0.95	0.0	0.97	0.97	0.0	0.97	0.97	0.0	0.97	0.97
		250	0.0	0.96	0.96	0.0	0.97	0.97	0.0	0.97	0.97	0.0	0.97	0.97
		500	0.0	0.96	0.96	0.0	0.97	0.97	0.0	0.97	0.97	0.0	0.97	0.97
	R^2_{adj3}	50	0.0	0.96	0.96	0.0	0.97	0.97	0.0	0.97	0.96	0.0	0.97	0.97
		100	0.0	0.96	0.93	0.0	0.97	0.97	0.0	0.97	0.97	0.0	0.97	0.97
		250	0.0	0.96	0.96	0.0	0.97	0.97	0.0	0.97	0.97	0.0	0.97	0.97
		500	0.0	0.96	0.96	0.0	0.97	0.97	0.0	0.97	0.97	0.0	0.97	0.97
	R^2_{adj4}	50				0.0	0.97	0.97	0.0	0.97	0.97	0.0	0.97	0.97
		100				0.0	0.97	0.97	0.0	0.97	0.97	0.0	0.97	0.97
		250				0.0	0.97	0.97	0.0	0.97	0.97	0.0	0.97	0.97
		500				0.0	0.97	0.97	0.0	0.97	0.97	0.0	0.97	0.97
NIPALS-PLSR	R^2_{adj1}	50	0.0	0.96	0.96	0.0	0.97	0.97	0.0	0.97	0.97	0.0	0.96	0.97
		100	0.0	0.96	0.96	0.0	0.97	0.97	0.0	0.97	0.97	0.0	0.97	0.97
		250	0.0	0.96	0.96	0.0	0.97	0.97	0.0	0.97	0.97	0.0	0.97	0.97
		500	0.0	0.96	0.96	0.0	0.97	0.97	0.0	0.97	0.97	0.0	0.97	0.97
	R^2_{adj2}	50	0.0	0.96	0.96	0.0	0.97	0.97	0.0	0.97	0.97	0.0	0.96	0.97
		100	0.0	0.96	0.96	0.0	0.97	0.97	0.0	0.97	0.97	0.0	0.97	0.97
		250	0.0	0.96	0.96	0.0	0.97	0.97	0.0	0.97	0.97	0.0	0.97	0.97
		500	0.0	0.96	0.96	0.0	0.97	0.97	0.0	0.97	0.97	0.0	0.97	0.97
	R^2_{adj3}	50	0.0	0.96	0.96	0.0	0.97	0.97	0.0	0.97	0.97	0.0	0.96	0.97
		100	0.0	0.96	0.96	0.0	0.97	0.97	0.0	0.97	0.97	0.0	0.97	0.97
		250	0.0	0.96	0.96	0.0	0.97	0.97	0.0	0.97	0.97	0.0	0.97	0.97
		500	0.0	0.96	0.96	0.0	0.97	0.97	0.0	0.97	0.97	0.0	0.97	0.97
	R^2_{adj4}	50				0.0	0.97	0.97	0.0	0.97	0.97	0.0	0.96	0.97
		100				0.0	0.97	0.97	0.0	0.97	0.97	0.0	0.97	0.97
		250				0.0	0.97	0.97	0.0	0.97	0.97	0.0	0.97	0.97
		500				0.0	0.97	0.97	0.0	0.97	0.97	0.0	0.97	0.97

Table 1. Comparion results of gaplsr, plsr-nipals, and plsr-vip methods (Continued)

VIP	R^2_{adjl}	50	0.04	0.93	0.94	0.04	0.92	0.92	0.04	0.92	0.91	0.06	0.90	0.91
		100	.04	0.93	0.94	0.04	0.92	0.92	0.05	0.92	0.92	0.05	0.91	0.91
		250	0.02	0.94	0.94	0.04	0.93	0.92	0.06	0.90	0.92	0.06	0.91	0.91
		500	0.02	0.94	0.94	0.05	0.92	0.92	0.06	0.91	0.91	0.06	0.90	0.91
	R^2_{adj2}	50	0.03	0.93	0.93	0.04	0.92	0.92	0.06	0.92	0.91	0.06	0.90	0.91
		100	0.02	0.93	0.93	0.04	0.92	0.92	0.07	0.91	0.91	0.04	0.92	0.91
		250	0.02	0.94	0.93	0.04	0.93	0.92	0.06	0.91	0.91	0.06	0.91	0.91
		500	0.02	0.94	0.94	0.05	0.92	0.92	0.06	0.90	0.91	0.06	0.90	0.91
	R^2_{adj3}	50	0.02	0.93	0.94	0.023	0.93	0.93	0.00	0.92	0.91	0.00	0.92	0.90
		100	0.02	0.94	0.95	0.005	0.93	0.92	0.00	0.92	0.90	0.00	0.91	0.91
		250	0.04	0.93	0.94	0.001	0.92	0.92	0.00	0.90	0.90	0.07	0.90	0.89
		500	0.02	0.94	0.94	0.00	0.93	0.92	0.00	0.91	0.91	0.00	0.91	0.91
	R^2_{adj4}	50				0.00	0.92	0.79	0.00	0.95	0.87	0.00	0.95	0.91
		100				0.00	0.92	0.80	0.00	0.95	0.92	0.00	0.95	0.94
		250				0.00	0.93	0.81	0.00	0.95	0.94	0.00	0.95	0.94
		500				0.00	0.93	0.80	0.00	0.95	0.94	0.00	0.96	0.95

p: p value, EM: estimated Median by Wilcoxon Sign rank test, $\overline{R}^2_{adj}$: Mean of adjusted determination coefficient.

6. CONCLUSIONS

In this paper, a simulation study was hold to gain a better understanding of the performances of GAPLSR, PLSR-NIPALS, and PLSR-VIP methods for PLSR model selection; it was run a designed experimental simulation study to see which one has established a model with less error and have the biggest R^2_{adj} values.

The PLS-VIP method performed excellently in identifying relevant predictors and outperformed the other methods. It was also found that a model with good fitness performance may not guarantee good variable selection performance. Thus, for the purpose of selecting relevant process variables, investigators must be careful when using model performance criteria such as RMSEP, R^2_{adj}, etc. Second, the GAPLSR method was compared with the PLS-VIP and the PLSR-NIPALS method. We found an interesting observation that GAPLSR and PLSR-NIPALS method might be complementary. Hence, if we use a strategy which combines these two methods for selecting relevant predictors, a better variable selection performance could be achieved. Actually, Wold et al. (1993) recommended a combination of PLS-VIP and PLS-Beta for variable selection, which stated that both should be small for a variable to be excluded (Chong and Jun, 2005).

7. REFERENCES

Andersen, C. M., Bro, J. R., 2010. Variable Selection in Regression - A Tutorial. Chemometrics, 24, 728-737.

Chong, Il-G., Jun, C. H., 2005. Performance of Some Variable Selection Methods when Multicollinearity is Present. Chemometrics and Intelligent Laboratory Systems, 78, 103-112.

Garthwaite, P. H., 1994. An Interpretation of Partial Least Squares. Journal of the American Statistical Association, 89, 122-127.

Gurunlu Alma Ö., Bulut E., 2012. Genetic Algorithm Based Variable Selection for Partial Least Squares Regression Using ICOMP Criterion, Asian Journal of Mathematics and Statistics, 5(3), 82-92.

Guyon, I., Elisseeff, A., 2003. An Introduction to Variable and Feature Selection. Journal of Machine Learning Research, 3, 1157-1182.

Goldberg, D.E., 1989. Genetic Algorithms in Search, Optimization and Machine Learning. Addison-Wesley, USA.

Hollander, M., Wolfe, D. A., 1973. Nonparametric Statistical Methods. John Wiley & Sons: New York, NY.

Hörchner, U., Kalivas, J. H., 1995. Further Investigation on a Comparative Study of Simulated Annealing and Genetic Algorithm for Wavelengths Selection. Analytica Chimica Acta, 311, 1-13.

Jöreskog, K. G., Wold, H., 1982. Systems Under Indirect Observation, Part I, 263-270. Amsterdam, New York, Oxford: North-Holland.

Jun, C. H., Lee, S. H., Park, H. S., Lee, J. H., 2009. Use of Partial Least Squares Regression for Variable Selection and Quality Prediction. Computers & Industrial Engineering. CIE 2009. International Conference on 6-9 July 2009.

Kubinyu H., 1996. Evolutionary Variable Selection in Regression and PLS Analyses. Journal of Chemometrics, 10, 110-133.

Leardi, R., Boggia, R., Terrile, M., 1992. Genetic Algorithms as a Strategy for Feature Selection, Journal of Chemometrics, 6, 267-281.

Leardi, R., 1996. Genetic Algorithms in Feature Selection, in: J. Devillers_Ed., Genetic Algorithms in Molecular Modeling, Academic Press., 67.

Leardi, R., 2001. Genetic Algorithms in Chemometrics and Chemistry: A Review. Journal of Chemometrics, 15, 559-569.

Leardi, R., Gonza´lez, A. L., 1998. Genetic Algorithms Applied to Feature Selection in PLS Regression: How and When to Use Them. Chemometrics and Intelligent Laboratory Systems, 41, 195–207.

Li, B., Morris, J., Martin, E. B., 2002. Model Selection for Partial Least Squares Regression. Chemometrics and Intelligent Laboratory Systems, 64, 79-89.

Lindgren, F., Rännar S., 1998. Alternative Partial Least-Squares (PLS) Algorithms. Perspectives in Drug Discovery and Design. 12-14, 105-113.

Lucasius, C. B., Beckers, M. L. M., Kateman, G., 1994. Genetic Algorithms in Wavelengths Selection: A Comparative Study. Analytical Chimica Acta, 286, 135–153.

Masamoto, A., Yosuke, Y., Kimito, F., 2011. Genetic Algorithm-Based Wavelength Selection Method for Spectral Calibration. Journal of Chemometrics, 25, 10–19.

Martens H., Naes T., 1989. Multivariate Calibration. John Wiley & Sons.

Naes, T., Martens, H., 1985. Comparison of Prediction Methods for Collinear Data, Communication in Statistics Simulation and Computation, 14, 545-576.

Paterlini, S., Minerva, T., 2010. Regression Model Selection using Genetic Algorithms. Recent Advances in Neural Networks, Fuzzy Systems & Evolutionary Computing, WSEAS Press Stevens Point, Wisconsin, 19-28.

Shariati-Rad, M., Hasani, M., 2010. Selection of Individual Variables versus Intervals of Variables in PLSR. Journal of Chemometrics, 24, 45–56.

Vitor, L., Carla C. P., José C. M. 2000. Evolutionary Programming for Variable Selection in PLSR: Predicting Qualities from a Crude Distillation Unit, Controlo'2000: 4th Portuguese Conference on Automatic Control.

Wold, H., In David, F., 1966. Research papers in statistics. Wiley, New York, 411-444.

Wold, S., Martens, M., Wold, H., 1983. The Multivariate Calibration Problem in Chemistry Solved By The PLS Method. In Ruhe, and Kågstrom, B. (Eds) Matrix Pencils, Springer-Verlag, Hieldelberg, Germany. 286-293.

Wold, S., Ruhe, A., Wold, H., Dunn III, W. J., 1984. The Collinearity Problem in Linear Regression: The Partial Least Squares Approach to Generalized Inverses. Siam J. Sci. Stat. Comput, 5, 735-743.

Wold, S., Johansson, E., Cocchi, M., 1993. 3D QSAR in Drug Design; Theory, Methods and Applications. ESCOM, Leiden, Holland, 523-550.

Wold, S., 1994. PLS For Multivariate Linear Modelling, QSAR: Chemometric Metods in Molecular Design. Methods and Principles in Medicinal Chemistry. (Ed. H. Van de Waterbeemd), Weinheim, Germany: Verlag-Chemie.

Wold, S., Kettaneh, N., Tjessem, K., 1996. Hierarchical Multiblock PLS and PC Models for Easier Model Interpretation and as an Alternative to Variable Selection. Journal of Chemometrics, 10, 463-482.

Wold, S., Sjöström, M., Eriksson, L., 2001. PLS-Regression: A Basic Tool of Chemometrics. Chemometrics and Intelligent Laboratory Systems, 58, 109-130.

GENETİK ALGORİTMA TABANLI KISMİ EN KÜÇÜK KARELER REGRESYONU İÇİN DEĞİŞKEN SEÇİMİ

ÖZET

Kısmi En Küçük Kareler Regresyonu (KEKKR), bilimsel araştırmaların birçok alanında çoklu doğrusal bağlantı probleminin üstesinden gelmede sıradan en küçük karelere bir alternatif oluşturmaktadır. KEKKR yönteminin temelinde regresyon modeli ile iç içe geçmiş bir boyut indirgeme tekniği yer almaktadır. Bu çalışmada, genetik algoritma-kısmi en küçük kareler regresyonu (GAKEKK) incelenmiştir. Bu yöntemde, değişken seçiminde kullanılan KEKK ile güçlü optimizasyon yöntemleri olan GA birleştirilmiştir. İz düşüm için değişken önemi, KEKK ağırlıklarının ağırlıklandırılmış kareler toplamı olarak isimlendirilmekte ve hem X hem de Y' i modellemede bir değişkenin önemini özetlemektedir (Wold ve arkadaşları, 2001). Bu çalışmada, daha küçük hataya sahip modeli belirlemede GAKEKK tahmin modeli, KEKK-NIPALS modeli ve KEKK-VIP yöntemlerinin performans karşılaştırmaları R^2_{adj} *değerleri kullanılarak incelenmiştir.*

Anahtar Kelimeler: Değişken seçimi, Genetik algoritma, İz düşüm için değişken önemi, Kısmi en küçük kareler regresyonu.