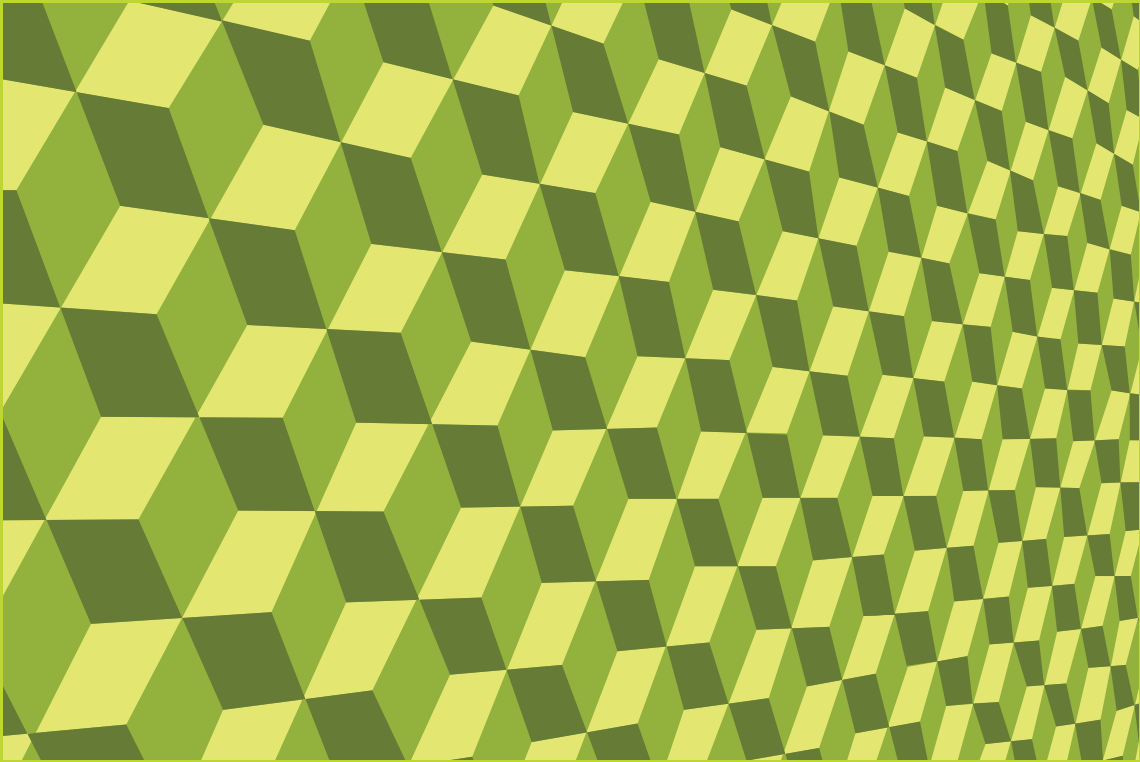




# İSTATİSTİK ARAŞTIRMA DERGİSİ Journal of Statistical Research

**Cilt-Volume: 05 Sayı-Number: 01  
Temmuz-July 2007**

ISSN 1303-6319



T.C. BAŞBAKANLIK  
TÜRKİYE İSTATİSTİK KURUMU  
Prime Ministry Republic of Turkey  
Turkish Statistical Institute



# **İSTATİSTİK ARAŞTIRMA DERGİSİ**

## **Journal of Statistical Research**

**Cilt-Volume: 05 Sayı-Number: 01**  
**Temmuz-July 2007**

T.C. BAŞBAKANLIK  
TÜRKİYE İSTATİSTİK KURUMU  
Prime Ministry Republic of Turkey  
Turkish Statistical Institute

**Yayın istekleri için** For publication order

**Döner Sermaye İşletmesi** Revolving Fund Management

**Tel:** + (312) 425 34 23 - 410 05 96 - 410 02 85

**Fax:** + (312) 417 58 86

**Yayın içeriğine yönelik sorularınız için** For questions of content about publication

**Dergi Editörlüğü** Journal Editorship

**Tel:** + (312) 410 03 75 - 284 45 00/171

**Fax:** + (312) 425 34 05

**İnternet** Internet  
**http://www.tuik.gov.tr** http://www.turkstat.gov.tr

**E-posta** E-mail  
**dergi@tuik.gov.tr** journal@tuik.gov.tr

**Yayın No** Publication Number  
**3084**

**ISSN** **ISBN**  
**1303-6319** **978-975-19-4105-3**

**T.C. Başbakanlık** Prime Ministry Republic of Turkey  
**Türkiye İstatistik Kurumu** Turkish Statistical Institute

**Necatibey Cad. No: 114 06100 ANKARA / TÜRKİYE**

**Bu yayının 5846 Sayılı Fikir ve Sanat Eserleri Kanunu'na göre her hakkı Başbakanlık Türkiye İstatistik Kurumu Başkanlığı'na aittir. Gerçek veya tüzel kişiler tarafından izinsiz çoğaltılamaz ve dağıtılamaz.**

Prime Ministry, Turkish Statistical Institute reserves all the rights of this publication. Unauthorised duplication and distribution of this publication is prohibited under Law No: 5846.

**Türkiye İstatistik Kurumu Matbaası, Ankara**  
**Ağustos 2007**  
**Döner Sermaye İşletmesi**

Turkish Statistical Institute, Printing Division, Ankara  
August 2007  
Revolving Fund Management

**Türkiye İstatistik Kurumu Matbaası, Ankara**  
**Ağustos 2007**

Turkish Statistical Institute, Printing Division, Ankara  
August 2007

### İstatistik Araştırma Dergi'sinin Değerli Okuyucuları,

Hatırlayacağımız gibi Dergi'mizin bir önceki sayısının önsözünde, bundan sonraki sayılarımızda; içerik ve biçim yönünden bazı değişikliklerin yapılmasıyla ilgili Başkanlık koordinatörlüğünde çalışmalar başlamış olduğumuzu belirtmiştim. Dergi işleyişine, makale biçim, içerik ve yazım kurallarına yer verilmiş olan Dergi Yönergesi ve Kılavuzu hazırlanmıştır. Bu çalışmalar çok emek gerektirmiştir. Bu konuya ilişkin olarak, 10-11 Mayıs 2007 tarihleri arasında yapılmış olan 16. İstatistik Araştırma Sempozyumu'nun 2 Nolu oturumunda, tarafımda Dergi'ye ilişkin yeni düzenlemeler hakkında açıklamalarda bulunulmuştur. Ayrıca, Dergi'mize ilişkin yapılmış olan bu değişiklikler TÜİK web-sitesinde de kullanıcılarla paylaşılmıştır.

Yeni düzenlemede Başkanlık önerisi ile Editörler Kurulu kaldırılmış, bu kurul yerine *Danışmanlar Kurulu* oluşturulmuştur. Tüm Danışma Kurulu üyelerine, gelecekte yapacakları katkılar için şimdiden teşekkürlerimi ve şükranlarımı sunarım. Dergi'nin yılda üç yerine, iki sayı (Temmuz ve Aralık) olarak çıkarılması ve iki dilden birinde (Türkçe veya İngilizce) hazırlanan makalelerin yayımlanması kabul edilmiştir. Öte yandan, Dergi'de yayımlanacak makaleler içeriklerine göre altı grupta sınıflandırılacaktır. Bunlar; özgün araştırma makaleleri, gözden geçirme makaleleri, teknik notlar, eleştirel derleme makaleleri, tartışma makaleleri, güncel çeviri makaleleridir. Yeniden oluşturulmuş standartlara göre hazırlanmış olan makale taslaklarının ön elemeleri editör tarafından yapıp, "*hakem sürecine girebilir onayı*" verilerek, taslak ilgili çalışmada uzman en az üç hakemin değerlendirmesine sunulmaktadır. Hakem değerlendirme formları daha ayrıntılı olarak yeniden hazırlanmıştır. İlgili tüm kurum ve kuruluşlara bu süreç hakkında bilgiler verilerek, onlardan varsa konu uzmanlarının isim, uzmanlık alanları ve adres bilgileri istenilerek, *Hakem Havuzu* oluşturulmuştur. En az iki hakemin, bilimsel yönden düzeltme isteklerinin yerine getirilmiş olması koşulu ile *basılabilir onayı* almış olan makale, dil yönünden incelenmek üzere bir editör yardımcısına gönderilmekte ve gerekli düzeltmeler yapıldıktan sonra, makale Dergi'de yayımlanmaktadır. Makale taslaklarının biçim, sınıflama ve içerik gibi tasarımlarına ilişkin daha ayrıntılı bilgileri [www.tuik.gov.tr](http://www.tuik.gov.tr) adresinden edinmek mümkün hale getirilmiştir. Dergi'mizin işleyiş sürecinde Editöre yardımcı olmak üzere biri TÜİK'ten, diğeri de üniversiteden konularında uzman olan iki Editör Yardımcısının görevlendirilmesi kararlaştırılmıştır. Yukarıda bir kısmına değindiğim değişikliklerin Dergi'mizin hedeflerine ulaşmasında önemli rol oynayacağına inanmaktayız.

Dergi'nin 2006 yılına ait basımı, daha önceki sayılarımızda da açıklamaya çalıştığım nedenlerden dolayı yapılamamıştır. Ancak Dergi'nin cilt ve sayılarında devamlılık sağlanmıştır. Dergi'nin 2007 yılı Temmuz sayısı, Cilt 5 ve Sayı 1'inde yayımlanmak üzere gönderilmiş toplam taslak makale sayısı 18 adet olup; bunların 11 tanesi basım için onay almış, 3 tanesi reddedilmiş, 3 tanesi bilimsel yönden hakem değerlendirme sürecinde olup, 1 tanesi de hakem tarafından istenen düzeltmelerin yapılabilmesi için halen yazarında bekletilmektedir.

Dergi'mizin bu sayısında ve Dergi Yönergesi ile Kılavuzu'nun hazırlanmasında bana hemen her aşamada yardım eden ve çok büyük emeği geçen Editör Yardımcımız Sayın Sevil Uygur'a bilhassa teşekkür ederim. Bu arada yeni Editör Yardımcımız Sayın Dr. Özlem İlk'e aramıza hoş geldiniz der ve bu zor görevi kabul ettiği için ona da ayrıca teşekkür ederim. Son olarak Dergi'mizin ayakta kalmasında ve daha ileriye götürülmesinde her zaman desteğini esirgememiş olan başta TÜİK Başkanı Sayın Doç. Dr. Ömer Demir'e, ekibine ve diğer TÜİK çalışanlarına da teşekkürlerimi iletmem isterim .

Diğer sayılarda buluşmak ümidiyle, saygılar sunarım.

**Prof. Dr. Fetih YILDIRIM**  
Dergi Editörü

|   | Sayfa<br>Page |  |
|---|---------------|--|
| <b>ÖNSÖZ</b>  | <b>III</b>    | <b>FOREWORD</b>  |
| <b>İÇİNDEKİLER</b>  | <b>V</b>      | <b>CONTENTS</b>  |
| <b>AMAÇ, KAPSAM, İLKELER</b>  | <b>VI</b>     | <b>AIM, TARGET, PRINCIPLES</b>   |
| <b>HAKEM LİSTESİ</b>  | <b>VIII</b>   | <b>REFEREE LIST</b>  |
| <b>Sıfır Değer Aralıklı Sayıma Dayalı<br/>Olarak Elde Edilen Bağımlı<br/>Değişkenin Modellenmesinde<br/>Kullanılan Regresyon Yöntemleri</b><br><i>Abdullah YEŞİLOVA, Barış KAKİ, İsmail<br/>KASAP</i> | <b>1</b>      | <b>Regression Methods Used in Modelling of<br/>Dependent Variable Obtained Based on<br/>Zero-Inflated Count Data</b><br><br><i>Abdullah YEŞİLOVA, Barış KAKİ, İsmail<br/>KASAP</i> |
| <b>ARCH Modelleriyle İMKB Ulusal 100<br/>Endeksinde Volatilitenin İncelenmesi</b><br><br><i>Serpil TÜRKYILMAZ</i>   | <b>10</b>     | <b>The Analyzing of Volatility on İstanbul<br/>Stock Exchange (İSE) National 100 Index<br/>by Using ARCH Models</b><br><br><i>Serpil TÜRKYILMAZ</i>                                |
| <b>Behrens-Fisher Problemi ve Çözüm<br/>Yöntemleri</b><br><i>Süleyman GÜNAY, Semra TÜRKAN</i>   | <b>25</b>     | <b>Behrens-Fisher Problem and Solution<br/>Methods</b><br><i>Süleyman GÜNAY, Semra TÜRKAN</i>  |
| <b>Çoklu Regresyon Uçdeğerlerinin<br/>Teşhisçisi Olarak Çanta Çiziti</b><br><i>Enis SINKSARAN, M. Hakan SATMAN</i>  | <b>35</b>     | <b>The Bagplot as a Diagnostic Tool for<br/>Multiple Regression Outliers</b><br><i>Enis SINKSARAN, M. Hakan SATMAN</i>   |
| <b>Kappa Katsayısının En Çok<br/>Olabilirlik Tahmin Edicisinin<br/>Simülasyon Çalışmasına Dayalı Elde<br/>Edilmesi</b><br><i>Meltem EKİZ</i>  | <b>49</b>     | <b>Maximum Likelihood Estimation of the<br/>Kappa Coefficient Based on a Simulation<br/>Study</b><br><i>Meltem EKİZ</i>  |
| <b>Büyüme Eğrilerinin Eşitliğinde<br/>Permütasyon Testi</b><br><i>Ufuk EKİZ, Müslim EKNİ</i>  | <b>58</b>     | <b>Permutation Test for the Equality of<br/>Growth Curve</b><br><i>Ufuk EKİZ, Müslim EKNİ</i>  |
| <b>Satın Alma Gücü Paritesinin Uzun<br/>Dönemde Geçerliliğinin Panel Birim<br/>Kök Testleri ile Sınanması</b><br><i>Ferda YERDELEN TATOĞLU</i>  | <b>65</b>     | <b>Testing for Purchasing Power Parity in the<br/>Long Run Using Panel Unit Root Tests<br/>with Structural Breaks</b><br><i>Ferda YERDELEN TATOĞLU</i>                             |
| <b>Mevsimsel Kesirli Bütünleşik<br/>Akgürültü Sürecinde Otokorelasyonlu<br/>Regresyon Yöntemi</b><br><i>Erol EĞRİOĞLU, Süleyman GÜNAY</i>   | <b>75</b>     | <b>Autocorrelation Regression in Seasonal<br/>Fractionally Integrated Processes</b><br><i>Erol EĞRİOĞLU, Süleyman GÜNAY</i>  |
| <b>Yaş Sınıflarının Doğurganlık Değeri<br/>Üzerindeki Etki Payları</b><br><i>Gürol ZIRHLIOĞLU</i>   | <b>84</b>     | <b>Effect Rates of Age Classes on the<br/>Fecundity Value</b><br><i>Gürol ZIRHLIOĞLU</i>   |
| <b>Kategorik Verilere Faktör Analizinin<br/>Uygulanması</b><br><i>Mevlüt TÜRE, İmran KURT, Hülya<br/>TÜRE</i>   | <b>90</b>     | <b>Factor Analysis of Categorical Data</b><br><i>Mevlüt TÜRE, İmran KURT, Hülya TÜRE</i>   |
| <b>Türkiye'de Bölgesel Farklılıkların<br/>Kırsal Ölçekte Analizi</b><br><i>Mehmet GÜRBÜZ, Murat KARABULUT,<br/>Ersin Kaya SANDAL</i>  | <b>99</b>     | <b>The Analyses of Regional Differences at<br/>Rural Scale in Turkey</b><br><i>Mehmet GÜRBÜZ, Murat KARABULUT,<br/>Ersin Kaya SANDAL</i>   |
| <b>DANIŞMA KURULU ÜYELERİ</b>   | <b>113</b>    | <b>ADVISORY BOARD MEMBERS</b>  |

### Amaç ve Kapsam

İstatistik Araştırma Dergisi (İAD), istatistiki araştırmaların niteliğinin yükseltilmesi, istatistik yöntem ve uygulamalarının geliştirilmesi, literatürde yer alan çalışmaların tartışılması, istatistik uygulamalarıyla ilgili anket çalışmalarının ele alınması, kuramsal ve uygulama alanındaki araştırmacılar arasında iletişimin ortak çalışma ve yayınlarla güçlendirilmesi amacıyla, yayımlanan bir dergidir.

İAD'nin kapsamında yer alan tematik konular aşağıda özet olarak verilmiştir.

- Bankacılık, Finans, Sigortacılık, Aktüerya ve Risk Yönetimi; Bayesci İstatistik; Benzetim Teknikleri; Bilgi Sistemleri; Biyoistatistik; Bulanık Teori; Demografi; Deney Tasarımı ve Varyans Analizi; Ekonometri; Genel Sayımlar ve Değerlendirmeleri; İstatistik Eğitimi; İstatistik Etiği; İstatistik Kuramı; İstatistiksel Kalite Kontrolü; Kamuoyu ve Piyasa Araştırmaları; Klinik Denemeler; Mühendislikte İstatistik Uygulamaları; Olasılık ve Stokastik Süreçler; Optimizasyon; Örneklem ve Araştırma Tasarımları; Parametrik Olmayan İstatistiksel Yöntemler; Resmi İstatistikler; Toplum Bilimlerinde İstatistik; Veri Analizi ve Modelleme; Veri Madenciliği; Veri Yönetimi ve Karar Destek Sistemleri; Verimlilikte İstatistiksel Yaklaşımlar; Yönetimsel Süreçlerde Performans Analizi; Yöneylem Araştırması; Zaman Serileri; Diğer İstatistiksel Yöntemler gibi istatistiğin her dalında yeni bilgi üretimine yönelik tüm araştırmalar.

### Makale Dili ve Genel Kurallar

- Bu yayının 5846 Sayılı Fikir ve Sanat Eserleri Kanunu'na göre her hakkı Başbakanlık Türkiye İstatistik Kurumu Başkanlığına aittir. Gerçek veya tüzel kişiler tarafından izinsiz çoğaltılamaz ve dağıtılamaz.
- Makale taslakları WORD yazım dilinde, Times New Roman yazı tipinde, 12 punto büyüklükte, satırlar arasında bir satır boşluk bırakılarak yazılmalı, şekil ve grafikler JPG dosyaları olarak hazırlanmalıdır.
- Sayfa boyutunda; soldan 3,5 cm, sağdan, yukarıdan ve aşağıdan 2,5 cm boşluk bırakılmalıdır.
- **Ana bölüm başlıklarının** tümü büyük harf, 12 punto büyüklükte, koyu, ortalı ve Arap rakamları ile numaralandırılarak; **alt bölüm başlıklarında** ise sadece kelimelerin baş harfleri büyük diğerleri küçük harfle, 12 punto büyüklükte, koyu, sola dayalı ve ana bölüm başlığına endeksli olarak Arap rakamları ile numaralandırılarak yazılmalıdır.
- Makale taslağı yazımında, okuyucunun, çalışmanın her aşamasını anlama ve değerlendirmesine olanak verecek bir anlatım ve plâna uyulmalıdır.
- Anlatım olabildiğince sade, anlaşılabilir, öz ve kısa olmalıdır. Gereksiz tekrarlardan, desteklenmemiş ifadelerden ve konu ile doğrudan ilişkisi olmayan açıklamalardan kaçınılmalıdır.
- Yazımda çok genel ifadeler kullanılmamalıdır. Yargı veya kesinlik içeren ifadeler mutlaka verilerek/ referanslara dayandırılmalıdır.
- Araştırmacı/araştırmacılar tarafından probleme, hangi kuramsal/kavramsal açıdan yaklaşıldığı, gerekçeleri ile birlikte belirtilmelidir
- Kullanılan araştırma yönteminin seçilme gerekçesi açıklanmalıdır. Bütün veri toplama araçlarının geçerliliği ve güvenilirliği belirtilmelidir.
- Araştırma sonucunda elde edilen veriler bir bütünlük içinde sunulmalıdır
- Sadece elde edilen verilere dayanan sonuçlar sunulmalıdır
- Sonuçların yorumları, varsa, literatürdeki diğer kaynaklarla desteklenerek, değerlendirilmelidir.
- Yararlanılan kaynaklar, çalışmanın kapsamını yansıtacak zenginlik ve yeterlikte olmalıdır.
- Türkçe ve İngilizce özetler; çalışmanın amacı, yöntemi, kapsamı ve temel bulgularını içermelidir.

Ayrıntılı bilgi için, [www.tuik.gov.tr](http://www.tuik.gov.tr) adresinden "İstatistik Araştırma Dergisi Kılavuzu"na bakınız.

### Aim and Scope

“*Journal of Statistical Research*” (JSR) is a refereed journal with a view to raise the quality of statistical researches, improve the statistical methodology and applications, discuss the related studies in literature, consider survey studies regarding statistical application and strengthen the communication between researchers in the field of theory and application by joint studies and publications.

The contents of the “*Journal of Statistical Research*” are summarized below:

- Researches aimed at producing new knowledge in every field of statistics such as Banking, Finance, Insurance Trade, Actuarial and Risk Management; Bayesian Statistics; Biostatistics; Clinic Tests; Data Analysis and Modeling; Data Management and Decision Support Systems; Data Mining; Demography; Econometrics; Experimental Design and Variance Analysis; Fuzzy Theory; General Census and Evaluation; Information Systems; Non-Parametric Statistical Methods; Official Statistics; Operational Research; Optimization; Sampling and Research Designs; Performance Analysis in Managerial Process; Probability and Stochastic Processes; Public Opinion and Market Researches; Statistical Applications in Engineering; Statistical Approaches in Efficiency; Statistical Ethics; Statistical Quality Control; Statistical Training; Statistics in Social Science; Statistics Theory; Simulation Techniques; Time Series; Other Statistical Methods.

### Article Language and General Rules

- Prime Ministry, Turkish Statistical Institute reserves all the rights of this publication. Unauthorized duplication and distribution of this publication is prohibited under Law No: 5846.
- Article drafts should be prepared in WORD, using Times New Roman font, in 12 point size, with a blank line in between lines. Figures and tables should be prepared as JPG files.
- On an A4 paper size; from left 3,5 cm, from right, top and bottom 2,5 cm margins should be set.
- **Titles of the main sections** should be all capitalized, in 12 point size, bold, centered and numbered with Arabic numerals; only the first letter of the words in the **titles of the subsections** should be capitalized, with 12 point size, bold, left centered and numbered with Arabic numerals indexed to the titles of the main sections.
- In article draft writing, writer should follow such a plan that reader should be able to understand and evaluate all the steps of the study.
- Narration should be as plain as possible, as well as comprehensible, compact and short. Unnecessary repetitions, unsupported declarations and explanations that are not in direct relation to the topic should be avoided.
- General statements should be avoided in writing. Statements that include judgment or facts must be supported by data/references.
- It should be stated, with justifications, from which theoretical/conceptual angle the researcher/researchers have approached the problem.
- The reason of why the employed research methodology is chosen should be explained. The validity and reliability of all the data collection tools should be presented.
- Data obtained in conclusion of the research should be presented in unity.
- Results that only rely on the obtained data should be presented.
- The interpretation of the results should be supported and evaluated by the other resources, if any, in the literature.
- Used resources should be in good wealth and proficiency that will reflect the scope of the study.
- The Turkish and English abstracts should include; the goal, methodology, scope and main findings of the study.

Note: For detailed information, please see “A Guide for Journal of Statistical Research” at [www.tuik.gov.tr](http://www.tuik.gov.tr) web site.

**DERGİ'NİN BU SAYISINA BİLİMSEL KATKI SAĞLAYAN HAKEMLER-  
REFEREE WHO PROVIDE SCIENTIFIC CONTRIBUTIONS FOR THIS VOLUME**

|    |                            |                       |   |
|----|----------------------------|-----------------------|---|
| 1  | Prof. Dr.                  | Aydın ERAR            | Mimar Sinan Güzel Sanatlar Üniversitesi |
| 2  | Prof. Dr.                  | Aydın ÜNSAL           | Gazi Üniversitesi                       |
| 3  | Dr.                        | Cevriye AYSOY         | T.C. Merkez Bankası                     |
| 4  | Prof. Dr.                  | Fikret İKİZ           | Ege Üniversitesi                        |
| 5  | Prof. Dr.                  | Hazma GAMGAM          | Gazi Üniversitesi                       |
| 6  | Doç. Dr.                   | İbrahim GÜNEY         | Uludağ Üniversitesi                     |
| 7  | Doç. Dr.                   | İsmet DOĞAN           | Afyon Kocatepe Üniversitesi             |
| 8  | TÜİK<br>Uzmanı             | Mehmet ÖZMEN          | Türkiye İstatistik Kurumu               |
| 9  | Yrd. Doç.<br>Dr.           | Mehmet UYSAL          | Hacettepe Üniversitesi                  |
| 10 | Doç. Dr.                   | Mevlüt TÜRE           | Trakya Üniversitesi                     |
| 11 | Prof. Dr.                  | Müslim EKNİ           | Gazi Üniversitesi                       |
| 12 | Dr.                        | Oğuz YILDIRIM         | T.C. Merkez Bankası                     |
| 13 | Prof. Dr.                  | Olca ARSLAN           | Çukurova Üniversitesi                   |
| 14 | Doç. Dr.                   | Ömer DEMİR            | Türkiye İstatistik Kurumu               |
| 15 | Dr.                        | Özlem İLK             | Ortadoğu Teknik Üniversitesi            |
| 16 | Prof. Dr.                  | Rauf NİŞEL            | Marmara Üniversitesi                    |
| 17 | Prof. Dr.                  | Sadullah SAKALLIOĞLU  | Çukurova Üniversitesi                   |
| 18 | Doç. Dr.                   | Saim YOLOĞLU          | İnönü Üniversitesi                      |
| 19 | Risk<br>Yönetimi<br>Uzmanı | Seçil BAYRAM İÇMELİ   | Anadolu Sigorta                         |
| 20 | Prof. Dr.                  | Selahattin KAÇIRANLAR | Çukurova Üniversitesi                   |
| 21 | Araştırma<br>Görevlisi     | Sema CANDEMİR         | Gebze Yüksek Teknoloji Enstitüsü        |
| 22 | Prof. Dr.                  | Semra ORAL ERBAŞ      | Gazi Üniversitesi                       |
| 23 | Yrd. Doç.<br>Dr.           | Setenay ÖNER          | Osmangazi Üniversitesi                  |
| 24 | Yrd. Doç.<br>Dr.           | Suat KASAP            | Hacettepe Üniversitesi                  |
| 25 | Prof. Dr.                  | Taylan ULA            | Yeditepe Üniversitesi                   |
| 26 | Prof. Dr.                  | T. Erkan TÜRE         | International Sarajevo University       |
| 27 | Doç. Dr.                   | Turgay ÜNALAN         | Hacettepe Üniversitesi                  |



# SIFIR DEĞER AĞIRLIKLİ SAYIMA DAYALI OLARAK ELDE EDİLEN BAĞIMLI DEĞİŞKENİN MODELLENMESİNDE KULLANILAN REGRESYON YÖNTEMLERİ

Abdullah YEŞİLOVA\* Barış KAKİ\*  
İsmail KASAP\*\*

## ÖZET

*Çalışmada, sıfır değer ağırlıklı sayıma dayalı olarak elde edilen bağımlı değişkenin analizi için Poisson regresyonu, negatif Binom regresyonu, sıfır ağırlıklı Poisson regresyonu ve sıfır ağırlıklı negatif Binom regresyonu incelenmiştir. Veri kümesinde sıfır değerlerinin çok olması ve gözlemler arasındaki büyük farklılıktan dolayı aşırı yayılımın önemli bir etkiye sahip olduğu saptanmıştır. Uygun model seçiminde Akaike ve Bayesçi bilgi ölçütleri kullanılmıştır. Bunun sonucunda, sıfır ağırlıklı negatif Binom regresyon modeli en uygun model olarak seçilmiştir. Uyum ölçütleri sonucunda, sıfır ağırlıklı Poisson regresyonun, Poisson regresyonuna ve sıfır ağırlıklı negatif Binom regresyonunda, negatif Binom regresyona tercih edilebileceği saptanmıştır. Sıfır ağırlıklı negatif Binom regresyonunda, modele alınan avcı akarın (Zetzellia mali), sıcaklığın ve ilaçlamanın zararlı akar Panonychus ulmi Koch'un tüm dönemleri toplamı üzerine etkileri önemli bulunmuştur ( $p<0.01$ ).*

**Anahtar kelimeler: Aşırı Yayılım, Negatif Binom Regresyonu, Poisson Regresyonu, Sıfır Ağırlıklı Negatif Binom Regresyonu, Sıfır Ağırlıklı Poisson Regresyonu.**

## 1. GİRİŞ

Poisson regresyonu sayıma dayalı olarak elde edilen verilerin analizinde yoğun olarak uygulanmaktadır (Frome vd, 1973; Böhning, 1994; Cameron ve Trivedi, 1998; Stokes vd, 2000). Poisson Regresyon (PR) analizi, bağımsız değişkenler ile sayıma dayalı olarak elde edilen bağımlı değişken arasındaki ilişkiyi açıklamaktadır. PR'de bağımsız değişkenlerin doğrusal yapısını, bağımlı değişkenin beklenen değerine bağlayan bağlantı fonksiyonu, logaritmik dönüşüm ile verilmektedir (McCullagh ve Nelder, 1989; Breslow, 1990). Bilindiği gibi, Poisson dağılımında ortalama ile varyans birbirine eşittir. Ancak uygulamada bu eşitliği sağlamak her zaman mümkün değildir. Varyansın ortalamadan büyük çıkması aşırı yayılım (overdispersion) ve küçük çıkması da az yayılım (underdispersion) olarak tanımlanmaktadır (Breslow, 1990; Böhning, 1994; Cameron ve Trivedi, 1998; Stokes vd, 2000; SAS, 2007). Veri kümelerinde genellikle aşırı yayılım, nadiren de az yayılım ile karşılaşmaktadır. Böyle durumlarda PR'yi uygulamak, yanlış parametre tahminlerinin elde edilmesine neden olur (Cox, 1983; Cameron ve Trivedi, 1998). Veri setinde aşırı yayılım söz konusu olduğunda Negatif Binom Regresyon (NBR)'nin kullanılması daha uygun olmaktadır (SAS, 2007). NBR modeli, PR ile aynı bağlantı fonksiyonunu kullanmaktadır. Özellikle veri kümesinde aşırı yayılım söz konusu olduğunda NBR modeli, PR modeline tercih edilmektedir.

\* Yrd. Doç. Dr., Yüzüncü Yıl Üniversitesi, Ziraat Fakültesi, Zootehni Bölümü, Biyometri- Genetik ABD, 65080 VAN, e-mail: [yesilova@yyu.edu.tr](mailto:yesilova@yyu.edu.tr)

\*\* Doç. Dr., Yüzüncü Yıl Üniversitesi, Ziraat Fakültesi, Bitki Koruma Bölümü, Entomoloji ABD, 65080 VAN, e-mail: [ikasap@yyu.edu.tr](mailto:ikasap@yyu.edu.tr)

Uygulamada, Poisson dağılımı gösteren sayıma dayalı olarak elde edilen değerler beklenenden daha fazla sayıda sıfır değerine sahip olabilir. Böyle bir durumda fazla sayıda sıfır değerine sahip bağımlı değişkenin modellenmesinde, sıfır ağırlıklı Poisson regresyonunun (Zero-Inflated Poisson Regression=ZIP) kullanılması uygun bir yaklaşımdır (Lambert, 1992; Böhning, 1998; Böhning vd, 1999; Yau ve Lee, 2001; Dalrymple vd, 2003). ZIP, kitlenin iki farklı tip veriden oluştuğunu varsaymaktadır. Bunlardan birincisi, sıfır değerlerine sahip olabilen Poisson dağılımlı sayıma dayalı veriler, buna karşın ikinci tip ise daima sıfır değerleri alan veriler olmaktadır. ZIP dağılımı, Poisson ortalaması  $\mu$  ve bireylerin oranı  $\pi$  olmak üzere iki parametreye sahiptir (Böhning vd., 1999; Ridout vd., 2001; Lee ve Wang, 2001). Bununla birlikte, yukarıda bahsedilen aşırı yayılım, sıfır değerlerinin çok olduğu veri setlerinde de söz konusudur. Böyle durumlarda, sıfır ağırlıklı negatif Binom regresyonu (Zero-Inflated Negatif Binomial Regression=ZINB) kullanılan alternatif bir modeldir (Hall, 2000; Ridout vd, 2001; Yau ve Lee, 2001). Standart Poisson regresyonunda, aşırı yayılım parametre tahminleri üzerinde küçük bir etkiye sahiptir, ancak standart hataların yanlış tahmin edilmesine neden olmaktadır (Cox, 1983). Bu yanlış tahminleme yarı olabilirlik (Quasi-likelihood) yönteminin kullanılması ile giderilebilir. PR, NBR, ZIP ve ZINB için parametre tahminleri en çok olabilirlik (maximum likelihood) yöntemi ile elde edilmektedir. Uygun model seçiminde Akaike bilgi ölçütü ile Bayesçi bilgi ölçütü kullanılmaktadır.

## 2. YÖNTEM

### 2.1 Materyal

Çalışmanın materyalini, Van merkez ilçesinden seçilen bir bahçede, Mayıs-Ekim ayı sonuna kadar starking elma ağaçlarından, haftalık olarak alınan yaprak örnekleri üzerindeki, zararlı akar *Panonychus ulmi* Koch (Acarina: Tetranychidae) ile bu akarın avcısı olan *Zetzellia mali* (Ewing) (Acarina: Stigmaeidae)'ye ait sayımlar oluşturmuştur. Yaprak örnekleri, toplam 10 ağaçtan ve ağaç başına 10 yaprak olarak toplanmıştır. Toplanan yapraklar laboratuvara getirilerek, stereobinoküler mikroskop altında incelenerek, yaprağın her iki yüzeyi üzerindeki akarlar sayılıp, kaydedilmiştir. Denemenin yürütüldüğü bahçe 02.07.2002 ve 27.07.2002 tarihlerinde iki defa Fluvalinate etkili bir tarımsal savaş ilacı ile ilaçlanmış ve bu ilaçlamanın akarlar üzerine etkisi araştırılmıştır. Bunun dışında, Van merkez ilçesinin aylık ortalama sıcaklık değerleri, Devlet Meteoroloji İstasyonundan alınmış ve akarların popülasyonuna etkisi değerlendirilmiştir.

### 2.2 Yöntem

Bu bölümde PR, NBR, ZIP ve ZINB modellerine ilişkin teorik bilgiler verilecektir. Dört model için parametre tahminleri en çok olabilirlik yöntemi kullanılarak, elde edilmektedir.

### 2.2.1 Poisson Regresyonu

PR'de ilgilenilen olayın gözlenen sayısı olan  $y_i$  bağımlı değişkenin Poisson dağılımına sahip olduğu varsayılmaktadır. Poisson ortalaması olan  $\mu$ 'nün logaritmasının, bağımsız değişkenlerin bir doğrusal fonksiyonu olduğu varsayılmaktadır (Nelder ve Wedderburn, 1972; SAS, 2007). Log bağlantı fonksiyonlu Poisson regresyon modeli,

$$\Pr(y_i / x_i) = \exp(-\mu_i) \mu_i^{y_i} / y_i! \quad y_i=0,1,\dots \quad (1)$$

biçiminde verilmektedir. Eşitlik (1)'de

$$\mu_i = \exp(x_i \beta)$$

olup,  $x_i$  kovaryet (ortak değişken) vektörü,  $\beta$  ise tahmin edilecek olan bilinmeyen parametre vektörüdür. PR'de  $\alpha$  negatif olmayan yayılım parametresi olmak üzere,

$$V(\mu) = \alpha \mu \quad (2)$$

biçiminde yazılabilir. Eşitlik (2)'de,  $\alpha > 1$  ise aşırı yayılım,  $\alpha < 1$  ise az yayılım ve  $\alpha = 1$  ise yayılım olmadığını göstermektedir (SAS, 2007).

### 2.2.2 Negatif Binom Regresyonu

NBR bağımlı değişken ile bağımsız değişkenler vektörü arasında, log bağlantı fonksiyonunu kullanmaktadır. NBR modeli,

$$\Pr(Y = y_i / x_i) = \frac{\Gamma(y_i + \alpha^{-1})}{y_i! \Gamma(\alpha^{-1})} (\mu_i \alpha / (1 + \alpha \mu_i))^{y_i} (1 / (1 + \alpha \mu_i))^{\alpha^{-1}} \quad \alpha > 0 \quad (3)$$

biçiminde verilmektedir. Eşitlik (3)'te,  $\alpha$  aşırı yayılımın derecesini gösteren yardımcı parametre değeridir.  $\alpha$  değeri sıfıra yaklaştığında, negatif Binom model PR modeline dönüşür. NBR modelde ortalama ve varyans,

$$E(y_i | x_i) = \mu_i$$

ve

$$Var(y_i | x_i) = \mu_i(x) + \alpha \mu_i^2$$

olarak verilebilir (Lawless, 1987; Cheung, 2002).

### 2.2.3 Sıfır Ağırlıklı Poisson Regresyonu

$y_i$  extra sıfırların sayısını açıklamak için, ZIP modeli,

$$\Pr(y_i/x_i) = \begin{cases} \pi_i + (1 - \pi_i) \exp(-\mu_i), & y_i = 0 \\ (1 - \pi_i) \exp(-\mu_i) \mu_i^{y_i} / y_i!, & y_i > 0 \end{cases} \quad (4)$$

biçiminde yazılabilir (Ridout vd, 2001; Cheung, 2002). Eşitlik (4)'te,  $\pi_i$  ekstra sıfırların olma olasılığını göstermektedir. Bundan dolayı  $y_i = 0$  olan bireyler, iki gruptan oluşmuş şekilde tanımlanır. Bu gruplardan biri, deneğin Poisson süreci göstermediği, diğeri ise deneklerin

$$\exp(-\mu_i) \mu_i^0 / 0! = \exp(-\mu_i)$$

olmasından dolayı, sıfır değerleri alan  $\mu$  ortalamalı Poisson dağılımına aittir. Dağılımın ortalama ve varyansı aşağıdaki biçimde yazılabilir (Ridout vd, 2001; Dalrymple vd, 2003).

$$E(y_i) = (1 - \pi_i) \mu_i \text{ ve } \text{Var}(y_i) = (1 - \pi_i) \mu_i (1 + \pi_i \mu_i)$$

### 2.2.4 Sıfır Ağırlıklı Negatif Binom Regresyonu

Sıfır değerlerinin çok fazla olduğu  $y_i$  bağımlı değişkeninin modellenmesinde alternatif regresyon yöntemi, ZINB'dir. ZINB regresyon modeli,

$$\Pr(y_i/x_i) = \begin{cases} \pi_i + (1 - \pi_i) (1 + \alpha \mu_i^c)^{-\mu_i^{1-c}/\alpha}, & y_i = 0 \\ (1 - \pi_i) \frac{\Gamma(y_i + \mu_i^{1-c}/\alpha)}{y_i! \Gamma(\mu_i^{1-c}/\alpha)} (1 + \alpha \mu_i^c)^{-\mu_i^{1-c}/\alpha} (1 + \mu_i^{-c}/c)^{-y_i}, & y_i > 0 \end{cases} \quad (5)$$

biçiminde yazılabilir (Ridout vd, 2001). Eşitlik (5)'de, ( $\alpha \geq 0$ ) ortak değişkenlere bağlı olmadığı varsayılan bir yayılım parametresidir. ZINB dağılımının ortalama ve varyansı aşağıdaki biçimde yazılabilir.

$$E(Y_i) = (1 - \pi_i) \mu_i \text{ ve } \text{Var}(Y_i) = (1 - \pi_i) \mu_i (1 + \pi_i \mu_i + \alpha \mu_i^c)$$

Bu dağılım limit  $\alpha \rightarrow 0$  gittiğinde, ZIP dağılımına dönüşür. Negatif Binom dağılımın ortalaması  $\mu_i$ 'dir.  $c$  endeksi negatif Binom dağılımın formunu tanımlamaktadır.  $c=0$  için negatif Binom dağılımın varyansı

$$(1 + \alpha) \mu_i$$

olup,  $c=1$  için ise

$$\mu_i + \alpha \mu_i^2$$

olur (Ridout vd, 2001).

### 2.2.5 Uyum Ölçütleri

Akaiki bilgi ölçütü (Akaiki Information Criteria=AIC) ve Bayesçi bilgi ölçütü (Bayesian Information Criteria=BIC) model uyumu için kullanılan uyum ölçütleridir. Birçok Monte-Carlo simülasyonu BIC, AIC uyum kriterinin birlikte kullanılması gerektiğini göstermektedir (Muthen ve Muthen, 2002; Dalrymple vd, 2003). En küçük uyum ölçütlerine sahip model, en iyi model olarak kabul edilir. Genel olarak;

$$AIC = -2 \log L + 2r \quad (6)$$

ve

$$BIC = -2 \log L + r \ln(n) \quad (7)$$

biçiminde tanımlanır. Eşitlik (6) ve (7)'de, LogL karışımı Poisson regresyon modelinde iterasyon bittikten sonra elde edilen log-olabilirlik değerini,  $r$  parametre sayısını ve  $n$  örnek büyüklüğünü göstermektedir.

## 3. BULGULAR

Çalışmada, gerekli analizler SAS ve MPlus istatistik yazılım programları kullanılarak yapılmıştır. Tüm dönemlere ait toplam akar sayısı bağımlı değişken, ilaçlama, sıcaklık ve *Zetellia mali* (avcı) bağımsız değişkenler olarak, modele dahil edilmiştir. PR modelinde aşırı yayılım değeri 128.0860 olarak bulunmuştur. Söz konusu yayılım değerinin (1) değerinden çok büyük çıkması, veri kümesinde aşırı bir yayılım olduğunu gösterir. Dört farklı regresyon modeli için uyum ölçütleri Tablo 1'de verilmiştir. Çalışmada kullanılan 1292 gözlem değerinin, 888'i sıfır değerlidir. Veri kümesinde sıfır değerlerinin çok olması ve gözlemler arasındaki büyük farklılıklar aşırı yayılıma neden olmuştur. Bundan dolayı Tablo 1'de verilen uyum ölçütleri birbirlerinden oldukça farklı bulunmuştur. Bunun sonucu olarak, ZIP uyum ölçütleri PR'ye ve ZINB uyum ölçütleri de NBR'ye göre daha küçük çıkmıştır. Tablo 1'de koyu harflerle gösterilen, ZINB modeli en iyi model olarak seçilmiştir.

**Tablo 1. Poisson ve negatif Binom regresyonu ile sıfır ağırlıklı Poisson ve negatif Binom regresyonu için uyum ölçütleri**

| Model       | Log-Olabilirlik | AIC            | BIC            |
|-------------|-----------------|----------------|----------------|
| PR          | -148760.41      | 297522.82      | 297527.93      |
| ZIP         | -63541.62       | 127085.24      | 127090.75      |
| NBR         | -2812.49        | 5626.98        | 5632.09        |
| <b>ZINB</b> | <b>-2103.29</b> | <b>4208.59</b> | <b>4213.70</b> |

PR, NBR, ZIP ve ZINB için modele alınan değişkenlere ilişkin en çok olabilirlik yöntemi ile elde edilen parametre tahmin değerleri ve standart hataları Tablo 2'de verilmiştir. Tablo 2'ye göre, PR'de toplam akar sayısı üzerine avcı akarın etkisi önemli bulunmuşken ( $p < 0.01$ ), ilaçlamanın ve sıcaklığın etkisi önemsiz bulunmuştur. NBR'de

toplam akar sayısı üzerine avcı akarın etkisi önemli bulunmuşken ( $p<0.01$ ), ilaçlamanın ve sıcaklığın etkisi önemsiz bulunmuştur. Elde edilen parametre tahminleri bakımından PR ile NBR benzer sonuçlar vermiştir. ZIP ve ZINB’de, modele alınan tüm bağımsız değişkenlerin, toplam akar sayısı üzerine etkileri önemli bulunmuştur ( $p<0.01$ ). Sıcaklığın etkisi hem PR’de, hemde NBR’de önemsiz çıkmıştır. Sıcaklık, akarın gelişmesi ve çoğalması üzerine önemli etkenlerden birisi iken, PR ve NBR’de önemsiz bulunması, veri kümesinde büyük bir aşırı yayılım olduğunu göstermektedir. Tablo 2’ye göre, sıfır ağırlıklı bağımlı değişkenin (toplam akar sayısı) tahmin değeri ZIP ve ZINB modellerinde sırasıyla, -48.705 ve -49.462 olarak elde edilmiş ve önemli etkiye sahip oldukları saptanmıştır ( $p<0.01$ ). Böylece bağımlı değişkendeki sıfır değerlerinin çokluğu ZIP ve ZINB regresyon yöntemlerinde önemli bir etkiye sahip olmuştur. Bu bağlamda, sıfır değerlerinin önemli etkiye sahip olmasından dolayı, sıfır değer ağırlıklı regresyon modellerinin PR ve NBR’ye tercih edilmesi gerekmektedir.

**Tablo 2. PR, NBR, ZIP ve ZINB modelleri için parametre tahminleri ve standart hatalar**

| Parametreler                  | PR<br>Tahmin<br>(standart hata) | NBR<br>Tahmin<br>(standart hata) | ZIP<br>Tahmin<br>(standart hata)   | ZINB<br>Tahmin<br>(standart hata) |
|-------------------------------|---------------------------------|----------------------------------|------------------------------------|-----------------------------------|
| Intercept                     | 4.543 <sup>1</sup><br>(0.022)   | 5.767 <sup>1</sup><br>(1.089)    | 7.981 <sup>1</sup><br>(0.023)      | 10.536 <sup>1</sup><br>(0.738)    |
| <i>Zetzellia mali</i> (avcı)  | -0.059 <sup>1</sup><br>(0.001)  | -0.099 <sup>1</sup><br>(0.015)   | -0.176 <sup>1</sup><br>(0.002)     | -0.103 <sup>1</sup><br>(0.013)    |
| İlaçlama                      | -0.010<br>(0.015)               | 0.521<br>(0.499)                 | -0.064 <sup>1</sup><br>(0.015)     | 0.923 <sup>1</sup><br>(0.283)     |
| Sıcaklık                      | -0.024<br>(0.001)               | -0.116<br>(0.073)                | -0.120 <sup>1</sup><br>(0.001)     | -0.328 <sup>1</sup><br>(0.454)    |
| İntercept (sıfır ağırlıklı)   | -                               | -                                | 25.654 <sup>1</sup><br>(12539.09)  | 26.179 <sup>1</sup><br>(17314.07) |
| Toplam akar (sıfır ağırlıklı) | -                               | -                                | -48.705 <sup>1</sup><br>(18273.72) | -49.462 <sup>1</sup><br>(22860.9) |

<sup>1</sup> $p<0.01$

#### 4. TARTIŞMA VE SONUÇ

Çalışmada, aşırı yayılım büyük bir etkiye sahip olduğundan dolayı, dört farklı regresyon modelinde uyum ölçütleri ve parametre tahmin değerleri birbirinden oldukça farklı bulunmuştur. Genel olarak en küçük uyum ölçütlerine sahip model, en iyi model olarak tanımlanmaktadır (Ridout vd, 2001; Dalrymple vd, 2003). Uyum ölçütlerine bakıldığında en uygun modelin, ZINB modeli olduğu saptanmıştır. Sayıma dayalı olarak elde edilen bağımlı değişkende sıfır değerlerinin çokluğu ve aşırı yayılımın olması, ZINB modelinin uygun model olarak seçilmesinde etkili olmuştur. Sayıma dayalı olarak elde edilen bağımlı değişkende sıfırların sayısının az olduğu durumlarda, PR ve NBR modellerinin kullanılması daha uygun olmaktadır. Ancak böyle bir veri kümesinde aşırı yayılım söz konusu ise, NBR regresyon modeli PR modeline tercih edilir (Agresti, 1997; Cameron ve Trivedi, 1998; Stokes vd., 2000; Muthen ve Muthen, 2002; SAS, 2007).

Aşırı yayılımın büyük bir etkiye sahip olmasından dolayı ZINB modelinden elde edilen sonuçların kullanılması gerekmektedir. Tablo 2'ye göre toplam akar (sıfır ağırlıklı) etkisinin tahmin değerinin önemli çıkması, sıfır değer ağırlıklı regresyon modellerinin kullanılması gerektiğini göstermektedir. Sıcaklık, akarın gelişmesi ve çoğalması üzerine önemli etkenlerden birisi iken, (Kasap, 2004), PR ve NBR'de sıcaklığın etkisi önemsiz çıkmıştır. ZIP ve ZINB'de ise sıcaklığın etkisinin toplam akar sayısı üzerine etkileri önemli bulunmuştur. Sıcaklık akarın gelişmesi ve çoğalması üzerinde önemli bir etkiye sahip olmasına rağmen, PR ve NBR'de önemsiz çıkması, bu modellerinin böyle yapıdaki veri kümelerine uygulanmaması gerektiği sonucunu doğurmaktadır. Benzer durum ilaçlama için de geçerli olmuştur. PR ve NBR'de ilaçlamanın etkisi önemsiz bulunmuşken, ZIP ve ZINB'de önemli bulunmuştur. Sıfır değer ağırlıklı bağımlı değişkenin (toplam akar sayısı) tahmin değeri ZIP ve ZINB modellerinde sırasıyla, -48.705 ve -49.462 önemli bulunması, uygulanan ZIP ve ZINB modellerinin PR ve NBR'ye göre daha uygun olduğunu göstermektedir. Başka bir ifadeyle bağımlı değişkendeki sıfır sayılarının çok olması, sıfır değerlerini dikkate alan sıfır değer ağırlıklı regresyon modellerinin kullanılmasını gerektirmektedir. Bağımlı değişkende yer alan sıfır değerlerine ilişkin tahmin değerinin önemsiz çıkması, ZIP, ZINB ve NBR sonuçları arasında pek farklılık olmadığını göstergesi olabilir. Bu bağlamda elde edilen bütün bulgular ile uyum ölçütleri birbirini desteklemektedir. ZIP ve ZINB modellerinin gerek uyum ölçütleri bakımından, gerekse parametre tahminleri bakımından PR ve NBR modellerine göre daha iyi olduğu saptanmıştır. Sonuç olarak, sıfır değer ağırlıklı sayıma dayalı olarak elde edilen bağımlı değişkenin modellenmesinde, sıfır ağırlıklı yöntemlerin (ZIP ve ZINB) kullanılması gerekmektedir.

## 5. KAYNAKLAR

- Agresti, A., 1997. *Categorical Data Analysis*. New Jersey, Canada; John and Wiley & Sons, Incorporation.
- Böhning, D., 1994. A Note on a Test for Poisson Overdispersion. *Biometrika*, 81, 418-419.
- Böhning, D., 1998. Zero- Inflated Poisson Models and C.A.MAN: A Tutorial Collection of Evidence. *Biometrical Journal*, 40(7), 833-843.
- Böhning, D., Dietz, E ve Schlattmann, P., 1999. The Zero-Inflated Poisson Model and the Decayed, Missing and Filled Teeth Index in Dental Epidemiology. *Journal of Royal Statistical Society, A*, 162, 195-209.
- Breslow, N., 1990. Tests of Hypotheses in Overdispersed Poisson Regression and Other Quasi-Likelihood Models. *Journal of American Statistical Association*, 85(410), 565-571.
- Cameron, A.C ve Trivedi, P.K., 1998. *Regression Analysis of Count Data*. New York: Cambridge University Pres.
- Cheung, Y.B., 2002. Zero-Inflated Models for Regression Analysis of Count Data: A Study of Growth and Development. *Statistics in Medicine*, 21, 1461-1469.
- Cox, R., 1983. Some Remarks on Overdispersion. *Biometrika*, 70, 269-274.

Dalrymple, M.L., Hudson, I.L ve Ford, R.P.K., 2003. Finite Mixture, Zero-Inflated Poisson and Hurdle Models with Application to SIDS. *Computational Statistics & Data Analysis* 41, 491-504.

Frome, E.D., Kutner, M.H ve Beauchamp, J.J., 1973. Regression Analysis of Poisson-Distributed Data. *Journal of American Statistical Association*, 68(344), 935-940.

Hall, D.A., 2000. Zero-Inflated Poisson and Negative Binomial Regression with Random Effects: A Case Study. *Biometrics*, 56, 1030-1039.

Kasap, İ., 2004. Effect of Different Apple Cultivars and of Temperatures on Biology and Life Table Parameters of TwoSpotted Spider Mite, *Tetranychus Urticae* Koch (Acarina: Tetranychidae). *Phytoparasitica*, 32(1): 73-82.

Lambert, D., 1992. Zero-Inflated Poisson Regression, with an Application to Defects in Mnaufacturin. *Technometrics*, 34(1), 1-13.

Lawles, J.F., 1987. Negative Binomial and Mixed Poisson Regression. *The Canadian Journal of Statistics*, 15(3), 209-225.

Lee, A.H ve Wang, K., 2001. Analysis of Zero-Inflated Poisson Data Incorporating Extent of Exposure. *Biometrical Journal*, 43(8), 963-975.

McCullagh, P ve Nelder, J.A., 1989. *Generalized Linear Models*. Second Edition, London, UK, Chapman and Hall.

Muthen, L.K ve Muthen, B., 2002. *MPlus: User's Guide*. Los Angeles, CA: Muthén & Muthén.

Nelder, J.A ve Wedderburn, R.W.M., 1972. Generalized Linear Models. *Journal of Royal Statistical Society A*, 135(3), 370- 384.

Ridout, M., Hinde, J ve Demetrio, C.G.B., 2001. A Score Test for a Zero-Inflated Poisson Regression Model Against Zero-Inflated Negative Binomial Alteratves. *Biometrics*, 57, 219-233.

SAS., 2007. *SAS/Stat. Software*. Hangen and Enhanced, USA: SAS, Institute. Incorporation.

Stokes, M.E., Davis, C.S ve Koch, G.G., 2000. *Categorical Data Analysis Using the SAS System*. USA; John and Wiley & Sons, Incorporation.

Yau, K.K.W ve Lee, A.H., 2001. Zero-Inflated Poisson Regression with Random Effects to Evaluate an Occupational Injury Prevention Programme. *Statistics in Medicine*, 20, 2907-2920.



## REGRESSION METHODS USED IN MODELLING OF DEPENDENT VARIABLE OBTAINED BASED ON ZERO-INFLATED COUNT DATA

### ABSTRACT

*In this study, Poisson regression, negative binomial regression, zero-inflated Poisson regression, and zero-inflated negative binomial regression were investigated to analyze dependent variable obtained based on zero-inflated counting. It was determined that overdispersion had a significant effect because there were many zero values in data set and there were great difference among the observations. Akaiki and Bayesian information criteria were used to choose the most appropriate model. In conclusion, zero-inflated negative binomial regression was chosen as the most appropriate model. It was determined that zero-inflated Poisson regression could be preferred to Poisson regression, and zero-inflated negative binomial regression could be preferred to negative binomial regression. In zero-inflated negative binomial regression, it was determined that predator acar (*Zetzellia mali*), temperature, and spraying in the model had significant effects ( $p < 0.01$ ) on all stages of the harmful pest acar (*Panonychus ulmi* Koch).*

**Key Words:** Negative Binomial Regression, Overdispersion, Poisson Regression, Zero-Inflated Negative Binomial regression, Zero-Inflated Poisson Regression.

# ARCH MODELLERİYLE İMKB ULUSAL-100 ENDEKSİNDE VOLATİLİTENİN İNCELENMESİ

Serpil TÜRKYILMAZ\*

ÖZET

*Bu çalışmada Autoregressive Conditional Heteroskedasticity (ARCH) türü modeller kullanılarak, İstanbul Menkul Kıymetler Borsası (İMKB) ulusal 100 endeksinde volatilitenin (oynaklığın, iniş çıkış eğiliminin) varlığı araştırılmıştır. Seri için en uygun koşullu değişen varyans modeli tahmin edilerek, İMKB ulusal 100 endeksi serisinin değerleri ile volatilitesi arasındaki ilişki incelenmiştir. Ele alınan 02/01/2004 – 15/09/2005 dönemi içerisinde İMKB ulusal 100 endeksi serisi için EGARCH (1,1) modeli, en uygun koşullu değişen varyans modeli olarak belirlenmiştir. Buna göre İMKB endeksi ile volatilitesi arasında asimetrik bir ilişki olduğu sonucuna ulaşılmıştır. Diğer bir ifade ile serinin volatilitesi, İMKB endeksini etkileyen azalan yöndeki şoklara-dalgalanmalara (kötü haber) karşı artma eğilimi gösterirken, artan yöndeki şoklara-dalgalanmalara (iyi haber) karşı azalma eğilimi göstermektedir.*

**Anahtar Kelimeler:** ARCH Modelleri, EGARCH Modeli, Koşullu Değişen Varyans, Volatilitite.

## 1. GİRİŞ

Son yıllarda diğer ülkelerde olduğu gibi, Türkiye finansal piyasalarında da hem yatırımcılar hem de politikacılar açısından önemli sonuçlar doğuran ve ağırlıklı olarak da Türkiye ekonomisindeki belirsizlikler ve istikrarsızlıklardan kaynaklandığına inanılan, volatiliteden (oynaklıklardan) söz etmek mümkündür. Öyle ki hisse senedi fiyatları, döviz kurları ve faiz oranları gibi finansal değişkenlerde varolan aşırı volatilité finansal sistemin işleyişinde aksamalara ve ekonomik performansın da önemli ölçüde düşmesine neden olmaktadır. Bu nedenle yatırımcılar ve diğer piyasa katılımcıları finansal piyasalarda aşırı volatilitenin olup olmadığını bilmek ve eğer varsa volatilitenin yapısını belirlemek suretiyle piyasalarda oluşabilecek riskten korunma yöntemleri geliştirilerek, daha güvenilir öngörülerde bulunabilmek istemektedir.

Bu çalışmanın amacı, 02/01/2004–15/09/2005 dönemi için İMKB ulusal 100 endeksi serisinde volatilitenin varlığının araştırılması, varsa yapısının belirlenmesidir. Bu bağlamda piyasalardaki belirsizliğin bir ölçüsü olarak değerlendirilen volatilitenin araştırılması; serinin özelliklerinin belirlenmesi, uygun ARIMA modelinin önerilmesi, seçilen ortalama modelinin hatalarında volatilitenin tespiti, en uygun koşullu değişen varyans modelinin önerilmesi ve modelin değerlendirilmesi aşamalarını içermektedir. Çalışmanın ikinci bölümünde ARCH türü modellerin teorik yapıları hakkında kısa bilgi verilmektedir. Üçüncü bölümde İMKB ulusal 100 endeksinde volatilitenin araştırılmasını içeren uygulama kısmı yer almaktadır. Dördüncü bölümde ise çalışmada elde edilen bulgular yorumlanarak, sonuç olarak sunulmaktadır.

## 2. ARCH TÜRÜ MODELLER

Geleneksel ekonometrik yöntemlere göre, hata terimi varyansının sabit olduğu varsayılmaktadır. Bununla birlikte pek çok finansal değişkene ait zaman serilerinin genellikle yüksek bir volatilité sergilediği gözlenmekte, bu durumda sabit varyans

\* Yrd. Doç. Dr., Bilecik Üniversitesi, Bilecik Meslek Yüksekokulu, e-mail: sturkyilmaz@anadolu.edu.tr

varsayımı geçerli olmamaktadır. Öngörü hatalarının değişen varyansa sahip olduğu zaman serilerinin analizinde, serilerin bu özelliğini de dikkate alacak modellere gereksinim duyulmuştur. Engle (1982), bu ihtiyacı gidermek amacıyla Otoregresif Koşullu Değişen Varyans (Autoregressive Conditional Heteroscedasticity=ARCH) süreçleri olarak adlandırılan, stokastik süreçlerin yeni bir sınıfını önermiştir.

## 2.1 ARCH Modeli

ARCH modelleri koşullu değişen varyansın modellenmesine imkan vermektedir. Bu modellerde;

$$y_t = c + \sum_{i=1}^k \phi_i y_{t-i} + u_t \quad (1)$$

şeklinde ARMA (veya Olağan En Küçük Kareler (OEKK)) modeli yardımıyla türetilen öngörü hataları  $\{u_t\}$  serisinin, örneğin t dönemine ilişkin koşullu varyansı  $h_t$ , belirli sayıda geçmiş dönem öngörü hatalarının karelerinin bir fonksiyonu olarak ifade edilir (Engle, 1995; Bera ve Higgins, 1993; Diebold ve Lopez, 1995; Akgiray 1989). Örneğin p geçmiş dönem için ARCH(p) genel modeli;

$$h_t = \alpha_0 + \sum_{i=1}^p \alpha_i u_{t-i}^2 \quad (2)$$

şeklinde yazılır. Burada p modelin derecesini,  $\alpha_i$  modelin parametrelerini ve  $\{u_{t-i}^2\}$  ler ise geçmiş dönem öngörü hatalarının karelerini ifade etmektedir. ARCH modellerinde  $\alpha_i$  parametrelerine ilişkin bazı kısıtlar söz konusudur.  $u_t$  'nin üretilen bütün değerleri için koşullu varyans  $\sigma_t^2$  pozitif olmak durumundadır. Bu durumun sağlanabilmesi için  $\alpha_0, \alpha_1, \dots, \alpha_p$  parametreleri negatif olmamalıdır. Bir başka ifade ile,  $\alpha_0 > 0$  ve  $i=1, 2, \dots, p$  olmak üzere  $\alpha_i \geq 0$  koşulları sağlanmalıdır. Diğer bir kısıt  $\alpha_i$  'lerin her birinin veya toplamının 1'den küçük olmasıdır. Bu kısıt durağan ARCH süreci için gereklidir (Özer ve Türkyılmaz, 2004).

## 2.2 GARCH Modeli (Genelleştirilmiş ARCH)

ARCH modelinde bahsedilen kısıtlardan dolayı ve negatif varyanslı parametre tahminlerine ulaşılması sakıncasını gidermek amacıyla, ARCH modellerinin genişletilmiş hali olan daha fazla geçmiş bilgiye dayanan, daha esnek bir gecikme yapısına sahip olan bir model yapısı geliştirilmiştir. Söz konusu modele genelleştirilmiş ARCH veya GARCH modeli adı verilmiştir. GARCH (p,q) modeli varyansın, geçmiş dönem volatilitelerin ve bağımlı değişkenin geçmiş dönem varyanslarına bağlı olarak açıklandığı modellerdir. GARCH (p,q) modeli aşağıdaki gibidir (Bollerslev, 1986; Bollerslev, 1990; Chou, 1988; Demos ve Sentana, 1998; Drost ve Nijman, 1993);

$$h_t = \alpha_0 + \sum_{i=1}^p \alpha_i u_{t-i}^2 + \sum_{i=1}^q \beta_i h_{t-i} \quad (3)$$

$p > 0, q \geq 0, \alpha_0 > 0, \alpha_i \geq 0 (i=1,2,\dots,p)$  ve  $\beta_i \geq 0 (i=1,2,\dots,q)$  eşitlikleri geçerlidir.

Uygulamalarda sıkça karşılaşılan bir model tipi olarak GARCH (1,1) modeli;

$$h_t = \alpha_0 + \alpha_1 u_{t-1}^2 + \beta h_{t-1} \quad (4)$$

şeklinde yazılabilir. İyi tanımlanmış bir GARCH (1,1) süreci için bütün parametrelerin ( $\alpha_0 > 0$ ,  $\alpha_1 \geq 0$  ve  $\beta_1 \geq 0$ ) pozitif olması ayrıca  $\alpha_1 + \beta_1 < 1$  koşulunu sağlaması gereklidir. Bu koşullar durağanlık içindir (Enders, 1995).

Koşullu değişen varyansı modellemek için geliştirilen bu modellerin yanında, diğer bazı türev modeller önerilmiştir. Literatürde yaygın olarak kullanılanlardan örneğin ARCH-M, EGARCH, TARCH, C-ARCH, PARARCH modellerine kısaca yer verilmiştir.

### 2.3 ARCH-M Modeli (Ortalamadaki ARCH)

ARCH-M modelleri koşullu ortalamadaki volatilitenin etkisini en iyi şekilde tanımlayan modellerdir. İlk kez Engle, Lilien ve Robins (1987) tarafından tartışılmıştır. Bu modellerde koşullu varyans veya koşullu standart sapma, koşullu ortalama modelinde bir açıklayıcı değişken olarak yer almaktadır. Söz konusu modeller aşağıdaki gibi gösterilebilir (Salman, 2002).

$$y_t = x_t \beta + \lambda h_t + u_t \quad (5)$$

$$y_t = x_t \beta + \lambda \sqrt{h_t} + u_t \quad (6)$$

$u_t | \Omega_{t-1} \sim N(0, h_t)$  dir. Burada  $u_t$  bir GARCH modeli ile açıklanmaktadır.

$$u_t = \left( \alpha_0 + \sum_{i=1}^p \alpha_i u_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^q \beta_j h_{t-j} \right)^{1/2} v_t \quad (7)$$

$$h_t = \alpha_0 + \sum_{i=1}^p \alpha_i u_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^q \beta_j h_{t-j} \quad (8)$$

Burada  $v_t$  beyaz gürültü sürecidir (Gourieroux, 1997).

### 2.4 EGARCH Modeli (Üstel Genelleştirilmiş ARCH)

Yukarıda ele alınan ARCH türü modellerde varyansın etkisinin simetrik olduğu varsayılmıştır. Ayrıca söz konusu modeller volatilitenin işaretini değil, büyüklüğünü ele alan modellerdir. Oysa uygulamada azalan yöndeki şokların-dalgalanmaların (kötü haber), artan yöndeki şoklar-dalgalanmalardan (iyi haber) daha yüksek volatilitelere neden olduğu sıklıkla gözlenmektedir. Bu durum varyans etkilerinin asimetrik olarak ortaya çıkmasına neden olmaktadır. Nelson (1991), söz konusu asimetrik yapının incelenmesine imkan veren, üstel GARCH adı verilen EGARCH modelini geliştirmiştir.

Koşullu varyans ve geçmiş dönem hataları ( $u_{t-1}$ )'ler arasındaki bağımlılığı ortaya koyan, pozitiflik koşullarından kaçınmak için logaritmik olarak ifade edilen söz konusu modelin EGARCH (1,1) gösterimi;

$$\log(h_t) = \alpha_0 + \delta_1 \frac{u_{t-1}}{\sqrt{h_{t-1}}} + \delta_2 \frac{u_{t-1}}{\sqrt{h_{t-1}}} + \beta \log(h_{t-1}) \quad (9)$$

şeklinde geliştirilmiştir (Nelson, 1991). Eğer  $\delta_2 = 0$  ise varyans, simetriktir. Azalan yöndeki dalgalanmalar (kötü haber) ( $u_{t-1} < 0$ ),  $((\delta_1 - \delta_2) / \sqrt{h_{t-1}})$  etkisine sahipken, artan yöndeki dalgalanmalar (iyi haber), ( $u_{t-1} > 0$ ),  $((\delta_1 + \delta_2) / \sqrt{h_{t-1}})$  etkisine sahiptir.  $\delta_2$  negatif ve istatistiksel olarak anlamlı ise, bu durum volatilitenin üzerinde daha büyük bir etkiye sahip negatif hatalarla ilgili bir asimetrinin varlığının göstergesidir (Hamori, 2000).

## 2.5 TARCH Modeli (Eşiksel ARCH)

EGARCH modelinde olduğu gibi hata varyanslarındaki asimetriyi açıklayan modellerdir. Zakoian tarafından tanımlanan “Threshold Heteroscedastic Model” veya TARCH modeli olarak isimlendirilen modelin açık yazılımı, Threshold ARCH (TARCH) modelidir (Koutmos, 1988; Engle ve Victor, 1993; Zakoian, 1994). Koşullu varyans için TARCH(1,1) modeli;

$$h_t = \alpha_0 + \alpha_1 u_{t-1}^2 + \gamma d_{t-1} u_{t-1}^2 + \beta h_{t-1} \quad (10)$$

Modeldeki  $\gamma$  terimi kaldıraç-dürtü (leverage) etki terimi, asimetriğin göstergesidir. Bu modelde azalan yöndeki dalgalanmalar (kötü haber) ( $u_{t-1} < 0$ ),  $\alpha + \gamma$  etkisine sahipken, artan yöndeki dalgalanmalar (iyi haber), ( $u_{t-1} > 0$ ),  $\alpha$  etkisiyle tanımlanır. İstatistiksel olarak anlamlı bir  $\gamma$  asimetrisinin kanıtıdır. Eğer  $\gamma > 0$  ise volatilité üzerinde daha büyük bir etkiye sahip negatif şoklu bir asimetri, eğer  $\gamma < 0$  ise volatilité üzerinde daha büyük bir etkiye sahip pozitif şoklu bir asimetri söz konusudur. TARCH modelinin daha yüksek dereceleri için;

$$h_t = \alpha_0 + \sum_{i=1}^p \alpha_i u_{t-i}^2 + \gamma u_{t-1}^2 d_{t-1} + \sum_{j=1}^q \beta_j h_{t-j} \quad (11)$$

modeli geliştirilmiştir (Hamori, 2000; Eviews 5.1 Users Guide, 2005; Engle ve Patton, 2001).

## 2.6 C-ARCH Modeli (Bileşke ARCH)

Koşullu varyansın sabit terimi, zaman-değişken ve sabit olmak üzere iki parçada ele alan C-ARCH modeli, kısa ve uzun dönem varyansını ayrı ayrı ifade etmektedir. C-ARCH (1,1) modelinde, GARCH (1,1) modelinde bulunan  $w$  parametresi  $q_t$  parametresi ile yer değiştirmektedir. Yine  $h_t$  uzun dönem değişen varyansı göstermektedir ve  $q_t$  parametresi koşullu varyansın zaman-değişken kalıcı bileşkesini ifade etmektedir (Kızılsu, Aksoy ve Kasap, 2001; Eviews 5.1 Users Guide, 2005). Buna göre;

$$\begin{aligned} h_t &= q_t + \alpha(\varepsilon_{t-1}^2 - q_{t-1}) + \beta(h_{t-1} - q_{t-1}) \\ q_t &= w + \rho(q_{t-1} - w) + \phi(\varepsilon_{t-1}^2 - h_{t-1}) \end{aligned} \quad (12)$$

Eşitlikler birleştirildiğinde,  $q_t$ ,  $h_t$ 'de yerine konulduğunda;

$$h_t = w + \rho(q_{t-1} - w) + \phi(\varepsilon_{t-1}^2 - \sigma_{t-1}^2) + \alpha(\varepsilon_{t-1}^2 - q_{t-1}) + \beta(\sigma_{t-1}^2 - q_{t-1}) \quad (13)$$

elde edilir. Burada  $\rho$ ,  $q_t$ 'nin  $w$ 'ye varma hızını göstermektedir.  $\phi$  ARCH-GARCH'ın kalıcı bileşik etkisidir.  $\beta$  geçici GARCH ve  $\alpha$  ise geçici ARCH etkisidir. (Kızılsu, Aksoy ve Kasap, 2001; Eviews 5.1 Users Guide, 2005).<sup>1</sup>

## 2.7 PARCH Modeli (Üslü ARCH)

Power ARCH (üslü ARCH) modelleri ARCH türü modellerin bir devamı olarak, Ding, Granger ve Engle (1993) tarafından geliştirilmiştir. Klasik modellerdeki zaman serisi verilerinin mutlak değer ya da karesinin yerine, verilerin dönüşümünün verinin kaçınıcı kuvveti ile olduğunu analiz etmektedir. Genel PARCH modeli;

<sup>1</sup>Asimetrik Bileşke ARCH modeli olarak adlandırılan AC-ARCH modeli ise ARCH etkisini koşullu varyansın asimetrisi ve büyüklüğü olarak bölerek asimetri hakkında bilgi vermektedir. Bu konuyla ilgili ayrıntılı bilgi için bkz: (Rabemananjara ve Zakoian, 1993, Kızılsu, Aksoy ve Kasap, 2001).

$$\sigma_t^d = \alpha_0 + \sum_{i=1}^p \alpha_i (|\varepsilon_{t-i}| - \gamma_i \varepsilon_{t-i})^d + \sum_{i=1}^q \beta_i \sigma_{t-i}^d \text{ 'dir.} \quad (14)$$

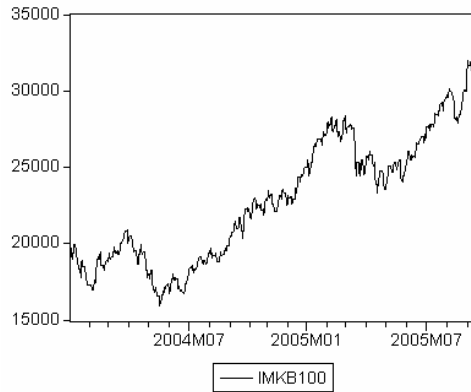
Eşitlikte yer alan  $\alpha_i$  ve  $\beta_i$  standart ARCH ve GARCH parametreleri,  $\gamma_i$  asimetrik etki-kaldıraç parametresidir.  $d$  ise standart sapmanın üs parametresidir. Burada  $d > 0$ ,  $|\gamma_i| \leq 1$  ( $i=1,2,\dots,\tau$ ) (Telatar ve Binay, 2001; Ding Granger ve Engle, 1993; Eviews 5.1 Users Guide, 2005). Eğer  $d=2$  ve  $\gamma_i = 0$  ise PARCH modeli standart GARCH modeline dönüşür.  $\gamma_i \neq 0$  ise asimetrik etki söz konusudur.

### 3. İMKB ULUSAL-100 ENDEKSİ SERİSİNDE VOLATİLİTENİN ARAŞTIRILMASI

Bu bölümde, belirlenen dönem içerisinde İMKB ulusal 100 endeksi serisinde volatilitenin varlığının araştırılması ve yapısının belirlenmesi aşamalarına yer verilmiştir.

#### 3.1 İMKB Endeksi Serisinin Tanıtılması ve Özelliklerinin Belirlenmesi

Çalışmada 02/01/2004 – 15/09/2005 dönemi için 614 gözlem değerinden oluşan, günlük İMKB Ulusal 100 kapanış fiyat endeksi değerlerinde volatilitenin varlığı incelenmiştir. İMKB endeksi serisinin Şekil 1’de verilen kartezyen grafiği incelendiğinde, ele alınan dönemde endeks serisinin artan bir eğilim içerisinde olduğu gözlenmektedir. Grafiksel değerlendirmeye göre serinin ortalama durağan olmadığı söylenebilir. Ayrıca 02/01/2004 – 15/09/2005 döneminde belirgin düzenli olmayan iniş çıkışların olması, seride değişen varyans olabileceği izlenimini vermektedir.



Şekil 1. İMKB Endeksi serisinin kartezyen grafiği

(İMKB100) değişkeniyle tanımlanan İMKB serisi için Şekil 2’de verilen Otokorelasyon ve Kısmi Otokorelasyon (ACF-PACF) grafiği incelendiğinde; otokorelasyon fonksiyonunun  $k=1, 2, \dots, 24$  gecikme için hesaplanan tüm gecikmelerde istatistiksel olarak anlamlı değerler aldığı ve tüm otokorelasyon değerlerinin  $\alpha = 0,05$  için  $\mp 2/\sqrt{614} = \mp 0,08$  güven sınırları dışında kaldığı görülmektedir.

| Autocorrelation | Partial Correlation | AC | PAC   | Q-Stat | Prob   |       |
|-----------------|---------------------|----|-------|--------|--------|-------|
|                 |                     | 1  | 0.991 | 0.991  | 606.35 | 0.000 |
|                 |                     | 2  | 0.983 | 0.038  | 1204.0 | 0.000 |
|                 |                     | 3  | 0.975 | -0.010 | 1792.8 | 0.000 |
|                 |                     | 4  | 0.967 | -0.021 | 2372.5 | 0.000 |
|                 |                     | 5  | 0.959 | 0.039  | 2944.1 | 0.000 |
|                 |                     | 6  | 0.952 | 0.027  | 3508.2 | 0.000 |
|                 |                     | 7  | 0.945 | -0.016 | 4064.5 | 0.000 |
|                 |                     | 8  | 0.938 | 0.026  | 4613.7 | 0.000 |
|                 |                     | 9  | 0.932 | 0.017  | 5156.2 | 0.000 |
|                 |                     | 10 | 0.925 | -0.026 | 5691.5 | 0.000 |
|                 |                     | 11 | 0.918 | -0.008 | 6219.6 | 0.000 |
|                 |                     | 12 | 0.911 | 0.022  | 6740.9 | 0.000 |
|                 |                     | 13 | 0.904 | -0.017 | 7255.3 | 0.000 |
|                 |                     | 14 | 0.896 | -0.045 | 7761.9 | 0.000 |
|                 |                     | 15 | 0.889 | -0.028 | 8260.4 | 0.000 |
|                 |                     | 16 | 0.881 | 0.028  | 8751.4 | 0.000 |
|                 |                     | 17 | 0.875 | 0.072  | 9236.4 | 0.000 |
|                 |                     | 18 | 0.869 | 0.029  | 9716.1 | 0.000 |
|                 |                     | 19 | 0.864 | -0.018 | 10190. | 0.000 |
|                 |                     | 20 | 0.858 | -0.006 | 10658. | 0.000 |
|                 |                     | 21 | 0.852 | 0.008  | 11121. | 0.000 |
|                 |                     | 22 | 0.846 | 0.015  | 11579. | 0.000 |
|                 |                     | 23 | 0.841 | 0.008  | 12032. | 0.000 |
|                 |                     | 24 | 0.835 | -0.012 | 12479. | 0.000 |

Şekil 2. İMKB100 Serisinin ACF ve PACF Grafiği

Bu durum İMKB endeksi serisinin durağan olmadığını göstergesidir. Bu sonucu desteklemek amacıyla, Geliştirilmiş Dickey-Fuller (ADF) ve Phillips-Perron (PP) birim kök test sonuçları Tablo 1’de verilmiştir.

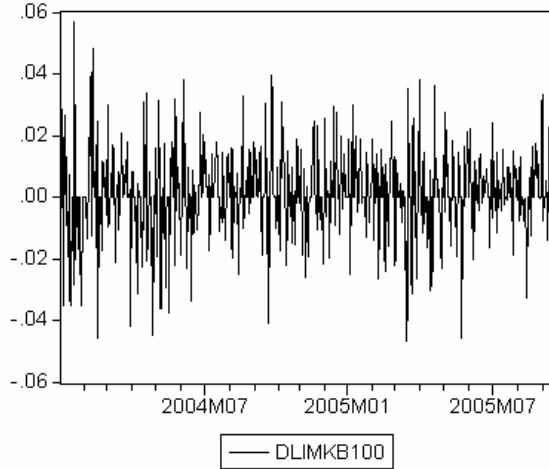
Tablo 1. İMKB100 serisi için birim kök test sonuçları

| Değişken | Test İstatistikleri | %5 Kritik Değer |
|----------|---------------------|-----------------|
| İMKB100  | ADF (18)=0,541321   | -2,866037       |
|          | PP (9)=0,607772     | -2,866037       |

Tablo 1’e göre ADF test istatistiği 0,541321 değeri ve PP test istatistiği 0,607772 değeri, %5 anlam düzeyinde -2,866037 MacKinnon kritik değerinden, mutlak değerce küçük olduğu için serinin durağan olmadığı, sıfır hipotezi kabul edilir. Buna göre, İMKB endeksi serisi orijinal değerlerinde durağan değildir.

### 3.2 İMKB Endeksi Serisi için Uygun ARIMA Model Tipinin Belirlenmesi

İMKB endeksi serisi için ARIMA (p,d,q) model tipinin önerilebilmesi serinin durağanlaştırılması ile mümkündür. Bu amaçla serinin özelliklerinin daha iyi belirlenebilmesi amacıyla önce doğal logaritması, sonra ortalama durağanlığın sağlanması amacıyla da d=1’inci dereceden farkları alınmıştır. Böylece (DLİMKB100) değişkeni ile tanımlanan I(1) İMKB endeksi serisinin kartezyen grafiği Şekil 3’de verilmiştir.



Şekil 3. DLIMKB100 Serisinin grafiği

Kartezyen grafiği incelendiğinde görsel olarak I(1) İMKB endeksi serisinin durağanlığının sağlanmış olduğu söylenebilir. Ayrıca Şekil 4’de verilen DLIMKB100 serisinin ACF ve PACF grafiği incelendiğinde, fonksiyonun tüm gecikmelerde  $\mp 2/\sqrt{613} = \mp 0,08$  güven sınırları içerisinde kaldığını ve istatistiksel olarak anlamlı olmayan değerler aldığını göstermektedir.

| Autocorrelation | Partial Correlation | AC        | PAC    | Q-Stat | Prob  |
|-----------------|---------------------|-----------|--------|--------|-------|
|                 |                     | 1 -0.018  | -0.018 | 0.1971 | 0.657 |
|                 |                     | 2 0.016   | 0.015  | 0.3454 | 0.841 |
|                 |                     | 3 0.044   | 0.044  | 1.5198 | 0.678 |
|                 |                     | 4 -0.052  | -0.051 | 3.2145 | 0.523 |
|                 |                     | 5 -0.055  | -0.059 | 5.1088 | 0.403 |
|                 |                     | 6 0.022   | 0.020  | 5.4089 | 0.493 |
|                 |                     | 7 0.015   | 0.023  | 5.5577 | 0.592 |
|                 |                     | 8 -0.058  | -0.056 | 7.6238 | 0.471 |
|                 |                     | 9 -0.014  | -0.025 | 7.7489 | 0.560 |
|                 |                     | 10 -0.044 | -0.045 | 8.9543 | 0.536 |
|                 |                     | 11 -0.033 | -0.025 | 9.6464 | 0.562 |
|                 |                     | 12 0.003  | 0.001  | 9.6531 | 0.646 |
|                 |                     | 13 0.093  | 0.090  | 15.052 | 0.304 |
|                 |                     | 14 -0.001 | -0.000 | 15.053 | 0.375 |
|                 |                     | 15 0.068  | 0.060  | 18.008 | 0.262 |
|                 |                     | 16 0.004  | -0.005 | 18.019 | 0.323 |
|                 |                     | 17 -0.092 | -0.086 | 23.426 | 0.136 |
|                 |                     | 18 0.007  | 0.004  | 23.459 | 0.174 |
|                 |                     | 19 0.009  | 0.011  | 23.506 | 0.216 |
|                 |                     | 20 -0.019 | -0.011 | 23.733 | 0.254 |
|                 |                     | 21 -0.019 | -0.026 | 23.972 | 0.294 |
|                 |                     | 22 0.055  | 0.047  | 25.910 | 0.256 |
|                 |                     | 23 0.058  | 0.085  | 28.054 | 0.214 |
|                 |                     | 24 -0.062 | -0.052 | 30.521 | 0.168 |

Şekil 4. DLIMKB100 Serisinin ACF ve PACF Grafiği

Otokorelasyon fonksiyonunun bu özelliği DLIMKB100 serisinin durağan olduğu anlamına gelir. Bu sonucu desteklemek amacıyla Tablo 2’de ADF ve PP Birim Kök Test sonuçları da verilmiştir.

Tablo 2. DLIMKB100 Serisi için birim kök test sonuçları

| Değişken  | Test İstatistikleri | %5 Kritik Değer |
|-----------|---------------------|-----------------|
| DLIMKB100 | ADF (18)=-25,18816  | -2,866044       |
|           | PP (8)=-25,19217    | -2,866044       |



Tablo 2'deki sonuçlara göre ADF test istatistiği -25,18816 değeri ve PP test istatistiği -5,19217 değeri, %5 anlam düzeyinde -2,866044 MacKinnon kritik değerinden mutlak değerce büyük olduğu için serinin durağan olmadığı sıfır hipotezi reddedilir. Buna göre DLIMKB100 serisinin durağan bir seri olduğu karar verilir. Serinin Şekil 4'te verilen ACF ve PACF grafiklerindeki eğilim benzerliği nedeniyle seri için önerilen geçici uygun ARIMA (p,d,q) modeli ARIMA (1,1,1)'dir. Önerilen diğer ortalama modelleri içerisinde parametrelerinin anlamlılığı, Akaike (AIC), Schwarz (SCI) ve Log Olabilirlik değeri kriterleri açısından en uygun model olarak belirlenmiştir. Bu ortalama modeli;

$$(1-\phi L)y_t = (1-\theta_1 L)u_t \quad (15)$$

eşitliği ile ifade edilir.<sup>2</sup>

ARIMA (1,1,1) koşullu ortalama modelinin hata terimleri, koşullu değişen varyansı modellemede kullanılmaktadır. Modele ilişkin sonuçlar Tablo 3'te verilmiştir.

**Tablo 3. ARIMA (1,1,1) modelinin sonuçları**

|            | Katsayılar | Std. Hata | t         | p      |
|------------|------------|-----------|-----------|--------|
| AR (1)     | -0,799247  | 0,099164  | -8,059860 | 0,0000 |
| MA (1)     | 0,828920   | 0,094979  | 8,727429  | 0,0000 |
| Sbt. Terim | 0,000879   | 0,000571  | 1,538007  | 0,1246 |
| AIC        | -5,708278  |           |           |        |
| SCI        | -5,686627  |           |           |        |
| Log Olab.  | 1749,733   |           |           |        |

ARIMA (1,1,1) modelinin uygunluğunun testi modelden elde edilen öngörü hatalarının otokorelasyon fonksiyonuna ve bu fonksiyondan yararlanılarak hesaplanan  $Q = n \sum r_i^2$  istatistiğine dayalı yapılabilir. Öngörü hatalarının otokorelasyon katsayılarının tamamı  $\mp 2/\sqrt{613} = \mp 0,08$  güven sınırları içinde yer almaktadır. Bu durum, hataların rassal olduğunu ve modelin uygunluğunu gösterir. Otokorelasyon katsayılarından yararlanılarak hesaplanan Q istatistiği  $Q = 613 * 0,0456$  ve  $K-p-q=24-1-1=22$  serbestlik derecesinde  $Q = 27,97593 < \chi_{0,05;22}^2 = 33,925$  olduğu için hataların rassallığı ile ilgili yukarıda yapılan değerlendirme, ARIMA (1,1,1) modelinin İMKB100 serisi için %5 anlam düzeyinde uygun olduğu sonucunu desteklemektedir.

### 3.3 İMKB Endeksi Serisinde ARCH Etkisinin Araştırılması

İMKB endeksi serisi için uygun bulunan ARIMA (1,1,1) modelinin hatalarında ARCH etkisinin varlığının kontrolü için ARCH-LM testi kullanılmaktadır. Bu testte ARCH etkisinin olmadığı sıfır hipotezi sınanmaktadır. Test sonuçları Tablo 4'te verilmiştir.

**Tablo 4. ARCH-LM testi sonuçları**

|          | $\chi_{0,05;1}^2$ Kritik Değ. | TR <sup>2</sup> | p        |
|----------|-------------------------------|-----------------|----------|
| ARCH (1) | 3,841455                      | 4,844498        | 0,027744 |

<sup>2</sup> Eşitlikteki  $y_t$ ; logaritmik birinci dereceden farkı alınmış durağan İMKB100 serisini göstermektedir.

Tablo 4'e göre  $TR^2$  değerinin %5 anlam düzeyinde 1 serbestlik dereceli  $\chi^2_{0,05}$  değerinden büyük olması, sıfır hipotezinin reddini sağlar. Bu karara göre, ARIMA (1,1,1) modelinin hatalarında çok yüksek olmamakla birlikte, ARCH etkisinin varlığından söz edilebilir. %5'ten küçük olan p olasılık değeri de bu sonucu destekler niteliktedir. Bu durumda seride ARCH etkisini de göz önünde bulunduran koşullu değişen varyans modellerinin kullanılması uygundur.

### 3.4 En Uygun ARCH Türü Model Tipinin Belirlenmesi ve Değerlendirilmesi

Teorik kısımda yer verilen ve incelenen modeller içerisinde istatistiksel anlamlılık, AIC, SCI ve Log Olabilirlik kriterlerine göre EGARCH (1,1) modeli İMKB endeksi serisi için en uygun ARCH türü model olarak belirlenmiştir.<sup>3</sup> Söz konusu modelin sonuçları Tablo 5' te verilmiştir.

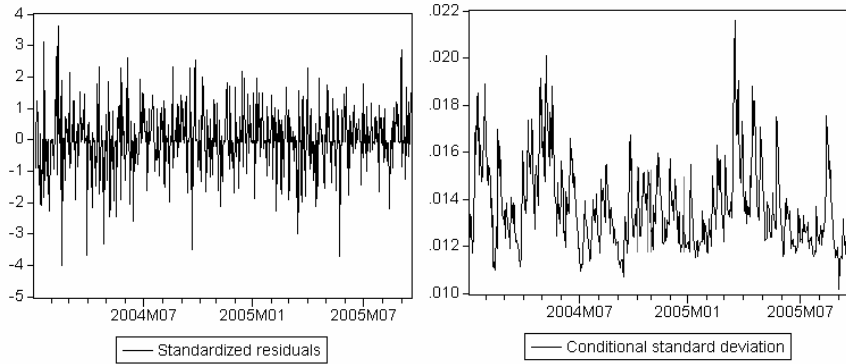
**Tablo 5. EGARCH (1,1) modeli sonuçları**

| EGARCH (1,1) | Koşullu Değişen Varyans Modeli |                        |                        |                          | Koşullu Ortalama Modeli  |                        |
|--------------|--------------------------------|------------------------|------------------------|--------------------------|--------------------------|------------------------|
|              | $\alpha_0$                     | $\beta$                | $\delta_1$             | $\delta_2$               | AR(1)                    | MA(1)                  |
|              | -1,299180<br>(-2,987284)       | 0,853203<br>(17,35978) | 0,054896<br>(1,785594) | -0,122144<br>(-3,726589) | -0,803709<br>(-9,553903) | 0,825300<br>(10,02923) |
| AIC Kriteri  | -5,741630                      |                        |                        |                          |                          |                        |
| SWC Kriteri  | -5,691112                      |                        |                        |                          |                          |                        |
| Log Olab.    | 1763,939                       |                        |                        |                          |                          |                        |

Tablo 5'e göre EGARCH (1,1) modelinin parametrelerine bakıldığında  $\delta_1$  parametresi %10 anlam düzeyinde, diğer tüm parametreler %5 anlam düzeyinde istatistiksel olarak anlamlıdır. Kaldıraç (leverage) etki terimi olan  $\delta_2$  parametresi negatif ve istatistiksel olarak anlamlıdır. Bu durumda asimetric etkinin anlamlı olduğunu, azalan yöndeki şokların-dalgalanmaların İMKB endeksi serisinin volatilitesi üzerinde, artan yöndeki şoklara-dalgalanmalara göre daha büyük bir etkisinin olduğu söylenebilir. Seri için seçilen en uygun ARCH türü model olan EGARCH (1,1) koşullu değişen varyans modelinin standartlaştırılmış varyans öngörü hatalarına ve modelin koşullu standart sapmalarına ait grafikler Şekil 5'te verilmiştir.<sup>4</sup>

<sup>3</sup> Tahmin sonuçları olabilirlik fonksiyonunu en çoklayan Berndt, Hall ve Hausman (BHHH) metodu seçilerek, Eviews 5.1 paket programı yardımıyla gerçekleştirilmiştir.

<sup>4</sup> Standartlaştırılmış varyans öngörü hataları  $u_t/\sqrt{h_t}$  ile elde edilmiştir. Koşullu standart sapmalara ait grafik ise koşullu varyans serisinin karekök değerleri ile elde edilmiştir.



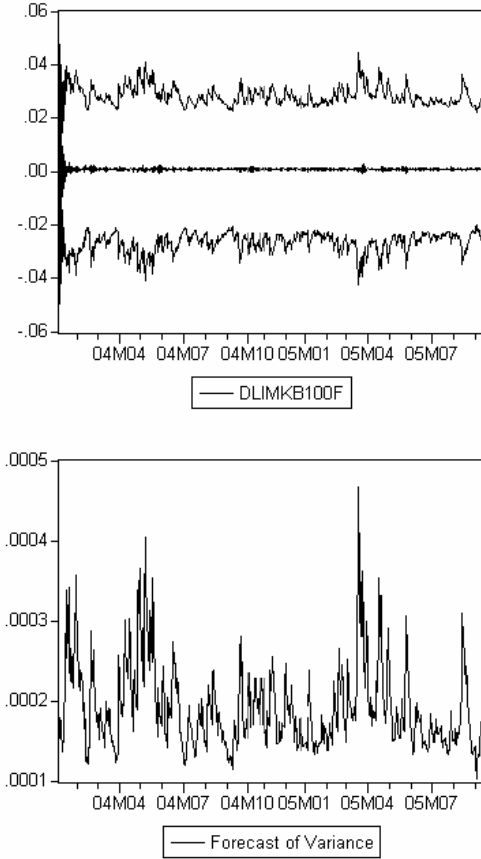
Şekil 5. EGARCH(1,1) modelinin standartlaştırılmış varyans öngörü hataları ve koşullu standart sapmasının grafiği

EGARCH (1,1) modelinin uygunluğunun belirlenmesi açısından modelin öngörü hatalarına uygulanan ARCH-LM testi sonuçları Tablo 6’ da verilmiştir.

Tablo 6. ARCH-LM testi sonuçları

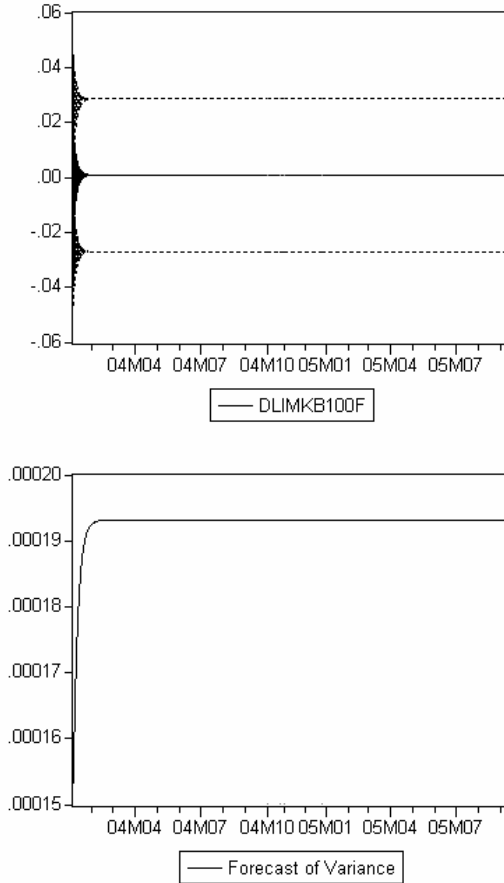
|          | $\chi^2_{0,05,1}$ Kritik Değ. | TR <sup>2</sup> | P        |
|----------|-------------------------------|-----------------|----------|
| ARCH (1) | 3,841455                      | 0,675899        | 0,411832 |

Tablo 6’deki sonuçlardan anlaşıldığı gibi, İMKB endeksi serisinin koşullu ortalama modeli olan ARIMA (1,1,1) modelinin hatalarındaki ARCH etkisi, EGARCH (1,1) koşullu değişen varyans modeliyle giderilmiştir. Şekil 6 ve Şekil 7’de EGARCH (1,1) modelinin ortalama ve koşullu değişen varyansının Statik ve Dinamik yöntemle öngörü grafikleri yer almaktadır. Statik yöntemle öngörüler gerçek gözlem değerlerinden, dinamik yöntemde ise bağımlı değişkenin geçmiş dönem değerlerine ilişkin öngörüler yardımıyla hesaplanır.



Şekil 6. Statik yöntemle varyans öngörü grafiği

İMKB endeksi serisinin ortalama modeli öngörüsünü Şekil 6'daki birinci grafik, koşullu varyans öngörüsünü ise ikinci grafik göstermektedir. Varyans öngörüsü grafiğindeki değerler, Şekil 5'te grafiği verilen koşullu değişen varyans modelinin koşullu standart sapmalarının kareleridir. Grafikte yer alan maksimum ve minimum değerler koşullu varyanstaki yüksek ve düşük volatiliteleri ifade etmektedir.



Şekil 7. Dinamik yöntemle varyans öngörü grafiği

İMKB endeksi serisinin önceki dönemlere dayanarak elde edilmiş ortalama öngörülere, Şekil 7'deki birinci grafikte, koşullu varyans öngörülere de ikinci grafikte yer almaktadır. Söz konusu grafiklerden koşullu varyansın sabit kaldığı görülebilir. Buna dayalı olarak EGARCH (1,1) modelinin İMKB endeksi serisinin değişen varyansını modellemede güvenilir sonuçlar verebileceği söylenebilir.

Aşağıda söz konusu değişken için seçilen en uygun koşullu ortalama ve koşullu değişen varyans modelleri özetle verilmiştir.

**Koşullu Ortalama Modeli;** ARIMA (1,1,1)<sup>5</sup>  
 $(1+0,803709L)y_t=(1-0,825300L)u_t$

**Koşullu Değişen Varyans Modeli;** volatilitenin tahmini için kullanılabilecek EGARCH (1,1) koşullu değişen varyans modeli,

$$\log(h_t)=-1,299180+0,054896 \left| \frac{u_{t-1}}{\sqrt{h_{t-1}}} \right| -0,122144 \left( \frac{u_{t-1}}{\sqrt{h_{t-1}}} \right) +0,853203 \log(h_{t-1})$$

şeklinde verilebilir.

<sup>5</sup> Burada  $y_t$ , birinci dereceden farkları alınan logaritmik İMKB endeksi serisini göstermektedir

## 5. TARTIŞMA VE SONUÇ

Yatırımcılar ve politika yapımcılar için enflasyon oranları, hisse senetleri fiyatları, döviz kurları, repo faiz oranları gibi çeşitli finansal değişkenlerin öngörülmesi oldukça büyük öneme sahiptir. Bu tür finansal değişkenlerin özellikle hükümet politikalarındaki değişikliklerden ve finansal piyasalardaki belirsizliklerden önemli ölçüde etkilendikleri bilinen bir gerçektir. Bu nedenle yatırımcılar ve piyasa katılımcıları finansal piyasalarda yüksek bir volatilitenin olup olmadığını bilmek ve eğer varsa bu volatilitenin yapısını belirlemek suretiyle riskten korunmak istemektedir.

Bu amaçla incelenen 02/01/2004–15/09/2005 döneminde İMKB ulusal 100 endeksi serisi için düşük bir ARCH etkisi bulunmuş ve volatilitesi modellenmiştir. ARCH-LM testine göre düşük bir ARCH etkisinin olması, yaşanan ekonomik krizlerden sonra yapılan finansal işleyişi etkileyen yapısal ve idari anlamdaki düzenlemelerin bir sonucu olarak yorumlanabilir.

Çalışmada EGARCH (1,1) modeli, parametrelerin anlamlılığı ve AIC, SCI, Log Olabilirlik kritik değerlerine göre seri için en uygun koşullu değişen varyans modeli olarak seçilmiştir. Modelin değerlendirilmesi kısmında İMKB ulusal 100 endeksi serisinin koşullu değişen varyansını modellemedeki uygunluğu, hatalara uygulanan ARCH-LM testi ile kontrol edilmiş ve EGARCH (1,1) modeliyle koşullu ortalama modelinin hatalarındaki ARCH etkisinin kaldırıldığı sonucuna ulaşılmıştır.

Modelin kaldıraç etki terimi olan  $\delta_2$  parametresi negatif ve istatistiksel olarak anlamlı bulunmuştur. Bu durumda asimetric etkinin anlamlı olduğunu azalan yöndeki şoklardalgılanmaların İMKB endeksi serisinin volatilitesi üzerinde, artan yöndeki şoklardalgılanmalara göre daha büyük bir etkisinin olduğu söylenebilir. İMKB ulusal 100 endeksi serisi için asimetric volatilitenin anlamlı bulunması ağırlıklı olarak yabancı olan bireysel ve kurumsal yatırımcıların finansal piyasalarda oluşan herhangi bir olumsuzluk karşısında buna tepki olarak piyasadan çekilmeleriyle açıklanabilir.

## 6. KAYNAKLAR

Akgrıay, V., 1989. *Conditional Heteroscedasticity in Time Series of Stock Returns: Evidence and Forecast*, Business, 62, 55-80.

Bera, A.K. ve Higgins, M.L., 1993. *ARCH Models: Properties, Estimation and Testing*, Economics Surveys, 7, 305-366.

Bollerslev, T., 1986. *Modelling the Persistence of Conditional Variances*, Econometric Reviews, 5, 1-50.

Bollerslev, T., 1990. *Modelling the Coherence in Short-Run Nominal Exchange Rates: A Multivariate Generalized ARCH Models*, Review of Economics and Statistics, 78, 498-505.

Chou, R.Y., 1988. *Volatility Persistence and Stock Valuations: Some Empirical Evidence Using Garch*, Applied Econometrics, 3, 279-294.

- Demos, A. ve Sentana, E., 1998. *Testing for GARCH EFFECTS: A Onesided Approach*, *Econometrics*, 86, 97-127.
- Diebold, F.X. ve Lopez, J.A., 1995. *Modelling Volatility Dynamics. in: K.D. Hoover, ed, Macroeconometrics: Developments, Tensions and Prospects*, 427-466, Boston: Kluwer.
- Ding, Z., Granger, W.J. and Engle, R.F., 1993. *A Long Memory Property of Stock Market Returns and a New Model*, *Journal of Empirical Finance*, 1, 83-106.
- Drost, F.C. ve Nijman, T.E., 1993. *Temporal Aggregation of GARCH Processes*, *Econometrica*, 61, 909-927.
- Enders, W. 1995. *Applied Econometric Time Series*, JohnWiley&Sons,Inc., USA., 135-211.
- Engle, R.F., 1982. *Autoregressive Conditional Heteroscedasticity with Estimates of Variance of United Kingdom Inflation*, *Econometrica*, 50, 987-1007.
- Engle, R.F., 1995. *ARCH: Selected Readings* (Advanced Texts in Econometrics), Oxford University Press.
- Engle, R.F. ve Victor, K., 1993. *Measuring and Testing the Impact of News on Volatility*, *Journal of Finance*, 48, 1749-1778.
- Engle, R.F. ve Patton, A.J., 2001. *What Good is a Volatility Model?*, 1-29.
- Engle, R.F., Lillien, D.M. ve Robins, R.P., 1987. *Estimating Time-Varying Risk Premia in the Term Structure: The ARCH-M Model*, *Econometrica*, 55, 391-408.
- Eviews 5.1 User's Guide, 2005. Quantitative Micro Software, LLC, the United States of America, 1-1014.
- Gouriéroux, C., 1997. *Arch Models and Financial Applications*, Springer Verlag.
- Hamori, S., 2000. *Volatility of Real GDP: Some Evidence from the United States, the United Kingdom and Japan*, *Japan and World Economy*, 12, 143-152.
- Kızılsu, S., Aksoy, S. ve Kasap, R., 2001. *Bazı Makroekonomik Zaman Dizilerinde Değişen Varyanslılığın İncelenmesi*, *G.Ü., İ.İ.B.F. Dergisi*, 1/2001, 1-18.
- Koutmos, G., 1988. *Asiymmetries in the Conditional Mean and Conditional Variance: Evidence from Nine Stock Markets*, *Economics and Business*, 50, Issue 3, 277-290.
- Nelson, D.B. 1991. *Conditional Heteroskedasticity in Asset Returns: A New Approach*, *Econometrica*, 59, 347-370.
- Özer, M. ve Türkyılmaz, S., 2004. *ARCH Modelleri ile Repo Faiz Oranları İktisadi Değişkeninin Oynaklığının Araştırılması*, *Ekonomi ve Yönetim Bilimleri Dergisi*, Bahçeşehir Üniversitesi İşletme Fakültesi, Cilt II-Sayı 2, 1-26.

Rabemananjara, R. and Zakoian, J., 1993. *Threshold ARCH Models and Asymetries in Volatility*, Journal of Applied Econometrics, 8, 31-49.

Salman, F., 2002. *Risk-Return-Volume Relationship in an Emerging Stock Market*, Applied Economics Letters , Vol:9, Issue:8, 549-552.

Telatar, E. ve Binay, S., 2001. *İMKB Endeksinin Üslü Otoregresif Koşullu Değişen Varyans (PARCH) ile Modellenmesi*, Çukurova Üniversitesi 5. Ulusal Ekonometri ve İstatistik Sempozyumu, 1-8. <http://idari.cu.edu.tr/sempozyum/bil6.htm>

Zakoian, J., 1994. *Threshold Heteroscedastic Models*, Journal of Economic Dynamics and Control, 18, 931-955.

## THE ANALYZING OF VOLATILITY ON İSTANBUL STOCK EXCHANGE (İSE) NATIONAL-100 INDEX BY USING ARCH MODELS

### ABSTRACT

*In this study, it has been examined that the existing of volatility on İstanbul Stock Exchange (İSE) National-100 index by using ARCH-class models. It has been analyzed the relationship between (İSE) National-100 index and estimated volatility. In the examined period 02/01/2004-15/09/2005, EGARCH (1,1) model has been determined as the most fitting conditional heteroscedasticity model for (İSE) National-100 index series. So, it has been deduced that there is an asymmetric relationship between (İSE) National-100 index and its volatility. In other words, while volatility of series tends to increasing against decreasing shocks (bad news), it tends to decreasing against increasing shocks (good news) effected İSE index.*

**Key Words:** ARCH Models, Conditional Heteroscedasticity, EGARCH Model, Volatility.



# BEHRENS-FISHER PROBLEMİ VE ÇÖZÜM YÖNTEMLERİ

Süleyman GÜNAY\*

Semra TÜRKAN\*\*

## ÖZET

$N(\mu_1, \sigma_1^2)$ ,  $N(\mu_2, \sigma_2^2)$  şeklinde normal dağılan iki kitlenin ortalamaları arasındaki farklılık araştırılırken, bu iki kitlenin varyansları bilinmiyorsa ve eşit değilse söz konusu iki kitlenin ortalamalarının testi, Behrens-Fisher problemi olarak bilinir. Behrens-Fisher probleminin çözümünde çok sayıda yöntemler geliştirilmiştir. Welch-t testi, permütasyon testi v.b. bu testlerden bazılarıdır. Bu çalışmada Behrens-Fisher probleminin çözümünde kullanılan Welch-t testi, permütasyon testi ve sayısal yöntemler tartışılmıştır. Monte Carlo sonuçlarına değinilerek Welch-t testi ve permütasyon testi karşılaştırılmıştır. Son olarak sayısal yöntemler için Cressi ve Whitford tarafından önerilen istatistikleri üreten bir bilgisayar yazılımı uygulanmıştır.

**Anahtar Kelimeler:** Behrens-Fisher Problemi, Permütasyon Testi, Welch-Testi.

## 1. GİRİŞ

İki kitlenin dağılımı konum, ölçek ve şekil bakımından kitlelerin ortalamaları arasındaki farklılığın testini etkileyebilir. Bu nedenle iki kitlenin ortalamaları arasındaki farklılık araştırılırken, öncelikli olarak kitlelerin dağılımları arasında fark olup olmadığı test edilir. Bu testin sonucunda dağılımlar arasında fark olmadığı ve kitlelerin  $N(\mu_1, \sigma_1^2)$ ,  $N(\mu_2, \sigma_2^2)$  şeklinde normal dağıldığı varsayılınsın. Bu durumda ele alınan kitlelerin varyansları bilinmiyorsa ve eşit değilse ( $\sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$ ) sözkonusu iki kitlenin ortalamalarının testi, Behrens-Fisher problemi olarak bilinir. Hata değişkenleri farklı ve bilinmeyen varyanslara sahip olduğunda iki ortalamanın eşitliğini test eden genelleştirilmiş Behrens-Fisher problemi bilinen bir örnektir ve bu ortalamalara ilişkin hipotezler Behrens-Fisher probleminin çözümüne ilişkin yöntemler yardımıyla test edilebilir. Parametrik olmayan iki kitlenin ortalamaları test edilirken ise permütasyon test istatistiği kullanılabilir.

Behrens-Fisher probleminin çözümünde çok sayıda yöntem geliştirilmiştir. Bunlar içinde en çok kullanılanları; Fisher (1936), Welch (1947), Wald-Romanovskaja (Wald, 1955; Romanovskaja, 1965) tarafından geliştirilen yöntemlerdir. Ancak Wald ve Romanovskaja tarafından geliştirilen yöntemler sadece eşit örneklem büyüklükleri için geçerlidir. Bu yöntemler içinde Welch'in geliştirdiği Welch-t testinin asimtotik olarak en güçlüsü olduğu tanıtlanmıştır (Pfanzagl, 1974).

\* Prof. Dr. Hacettepe Üniversitesi, Fen Fakültesi, İstatistik Bölümü, e-mail: sgunay@hacettepe.edu.tr

\*\* Arş. Gör. Hacettepe Üniversitesi, Fen Fakültesi, İstatistik Bölümü, e-mail: sturkan@hacettepe.edu.tr

## 2. WELCH-T TESTİ

Ortalamaları, varyansları bilinmeyen ve varyansları eşit olmayan  $N(\mu_1, \sigma_1^2)$  ve  $N(\mu_2, \sigma_2^2)$  normal dağılımlardan sırasıyla m ve n büyüklükte iki bağımsız örneklem  $\{X_1, \dots, X_m\}$  ve  $\{Y_1, \dots, Y_n\}$  olsun. Bu örneklemelerin ortalamaları sırasıyla  $\bar{X}$  ve  $\bar{Y}$  ile gösterilsin. Buna göre,

$$H_0 : \mu_1 = \mu_2$$

$$H_1 : \mu_1 < \mu_2 \text{ ya da } \mu_1 > \mu_2 \text{ ya da } \mu_1 \neq \mu_2$$

hipotez testlerinde en sık kullanılan yaklaşım Welch-t testidir. Welch-t test istatistiği,

$$T = \frac{\bar{X} - \bar{Y}}{\sqrt{S_x^2 / m + S_y^2 / n}} \sim t_v \quad (1)$$

şeklinde yazılır. Burada v serbestlik derecesi,

$$v = \frac{(S_1^2 / m + S_2^2 / n)^2}{\frac{(S_1^2 / m)^2}{m-1} + \frac{(S_2^2 / n)^2}{n-1}} \quad (2)$$

dir.  $S_1^2$ ,  $S_2^2$  sırasıyla birinci ve ikinci örneklem varyanslarıdır. Buna göre  $r=m+n$  ise Welch-t test fonksiyonu,

$$\Phi_{r, \text{Welch}} = \begin{cases} 1, & T > t_t \\ 0, & T \leq t_t \end{cases} \quad (3)$$

şeklinde yazılabilir. Bu test fonksiyonunda T, Eşitlik (1)'de verilmiştir. Bu testi açıklayan aşağıdaki örnek 1 ele alınsın (Lehmann, 1959; Mehta ve Srinivasan, 1970).

## Örnek 1

Yeni Zelanda'nın değişik bölgelerinde yağmur suyunun içerdiği sülfür miktarına karar verebilmek için, alınan yağmur suyu örnekleri laboratuvar ortamında analiz edilmektedir. Araştırma kapsamındaki bölgeler doğu ve batı olmak üzere iki gruba ayrılmaktadır. Buna göre yağmur suyundaki ortalama sülfür yoğunluğu Yeni Zelanda'nın batısında ve doğusunda farklılık gösterir mi (Jay ve Roxy, 1993)?

Batı: 1.15, 1.20, 0.43, 0.46, 0.44, 0.25, 0.43, 0.43, 0.25, 0.43, 0.83, 0.11, 0.60, 0.43, 0.23, 0.30, 0.22, 0.08, 0.07, 0.28

Doğu: 0.26, 0.13, 0.62, 0.40, 0.28, 0.23, 0.80, 0.32, 0.08, 0.09, 0.19, 0.21, 0.58, 0.17, 0.61

Eşitlik (1) ve Eşitlik (2)'den,

$$T = \frac{0,431 - 0,3313}{\sqrt{0,097 / 20 + 0,0492 / 15}} = 1,1078, \quad v=33 \text{ elde edilir.}$$

$T=1,1078 < T_{(0,025, 33)} \cong 2,04$  olduğu için, yağmur suyundaki sülfür yoğunluğunun Yeni Zelanda'nın batısında ve doğusunda farklılık göstermediği  $\alpha = 0,05$  ile söylenebilir.

Welch-t testi, veriler normal dağılıma sahip olduğunda ve kitle varyansları eşit olmadığında kullanılır. Çarpık veriler için ise permütasyon testi kullanılabilir (Lehmann, 1975).

### 3. PERMÜTASYON TESTİ VE GENELLEŞTİRİLMİŞ BEHRENS-FISHER PROBLEMİ

İki kitleden sırasıyla  $m$  ve  $n$  büyüklükte iki bağımsız örneklem  $X_1, \dots, X_m$  ve  $Y_1, \dots, Y_n$  verilsin. Bu örneklemelerin ortalamaları sırasıyla  $\bar{X}$  ve  $\bar{Y}$  ile gösterilsin. Örneklemelerin alındığı kitlelere ait hipotez testi,

$$H_0: F_1(X) = F_2(Y)$$

şeklinde yazılır. Bu hipoteze ilişkin uygun test istatistiği,

$$T = \bar{X} - \bar{Y} \quad (4)$$

dır.  $H_0$  hipotezi altında  $m+n$  tane gözlemden  $m$  tane örneklem seçilirken  $\binom{m+n}{m}$  sayıda farklı seçim yapılır. Her seçilen  $m$  örneklem için yeni bir  $T$  değeri bulunur. Bunun sonucunda  $T$ 'nin dağılımı,

$$P(T=t) = \frac{\#(t, m, n)}{\binom{m+n}{m}}$$

olarak elde edilir.  $\#(t, m, n)$ ,  $\binom{m+n}{m}$  sayıdaki tüm alt kümelerin içinde  $T=t$  olan alt küme sayısını gösterir. Eğer  $T \geq t_0$  ise  $P$  değeri,

$$P(T \geq t_0) = \frac{\#(t \geq t_0, m, n)}{\binom{m+n}{m}} \text{ olur. Burada } t_0 \text{ örneklemde elde edilen değerdir.}$$

Permütasyon testi parametrik olmayan sıra testlerine çok benzer. Ancak permütasyon testinde sıra testlerinde olduğu gibi, gözlemlere sıra sayısı verilmez (Good, 1994). Permütasyon testi aşağıda verilen örnek 2 ile açıklanabilir.

**Örnek 2**

Her bir grupta 3 öğrencinin bulunduğu bir sınıfta belli bir ders için yapılan sınavdan öğrencilerin aldığı puanlar aşağıda verilmiştir.

X: 76 80 85

→ Eşitlik (4)'ten,  $T=48,67$  olur.

Y: 17 30 48

6 tane ölçüm değerinden, 3 tane ölçüm değeri  $\binom{6}{3} = 20$  farklı şekilde seçilebilir. Bu

ölçümlere ilişkin elde edilebilen tüm kombinasyonlar Tablo 1'de verildiği biçimdedir.

**Tablo 1. Ölçüm değerlerine ilişkin sonuçlar**

|    | X Grubu  | Y Grubu  | Test İstatistiği |
|----|----------|----------|------------------|
| 1  | 76 80 85 | 17 30 48 | 48,7             |
| 2  | 76 80 17 | 85 30 48 | 3,33             |
| 3  | 76 80 30 | 17 85 48 | 12               |
| 4  | 76 80 48 | 17 30 85 | 24               |
| 5  | 76 17 85 | 80 30 48 | 6,67             |
| 6  | 76 30 85 | 17 80 48 | 15,3             |
| 7  | 76 48 85 | 17 30 80 | 27,3             |
| 8  | 17 80 85 | 76 30 48 | 9,33             |
| 9  | 30 80 85 | 17 76 48 | 18               |
| 10 | 48 80 85 | 17 30 76 | 30               |
| 11 | 17 30 85 | 76 80 48 | -24              |
| 12 | 17 80 30 | 76 85 48 | -27,3            |
| 13 | 76 17 30 | 80 85 48 | -30              |
| 14 | 17 48 85 | 76 30 80 | -12              |
| 15 | 17 80 48 | 76 30 85 | -15,3            |
| 16 | 76 17 48 | 30 80 85 | -18              |
| 17 | 30 48 85 | 76 17 80 | -3,33            |
| 18 | 30 80 48 | 76 17 85 | -6,67            |
| 19 | 76 30 48 | 17 80 85 | -9,33            |
| 20 | 17 30 48 | 76 80 85 | -48,7            |

Tablo1'den elde edilen 20 farklı örnekleme ait tablonun dördüncü kolonundaki 20 farklı test istatistiğinden sadece bir tanesi T değerine eşittir. Bu durumda P olasılığı  $1/20=0,05$  olur.

Genelleştirilmiş Behrens-Fisher problemi ve bu problemin çözüm yöntemi olarak kullanılan permütasyon testi aşağıdaki örnek 3 ile kısaca açıklanabilir.

**Örnek 3**

$Z_i$  ortalaması  $E(Z_i)=0$  ve varyansı  $Var(Z_i)=1$  olan hata değişkenleri dizisi,  $\sigma_1$  ve  $\sigma_2$  ise keyfi olarak verilen bilinmeyen standart sapmaları gösterebilir. Toplam örneklem büyüklüğü  $r=m+n$  olan iki örneklem olsun.

$$X_i = \mu_1 + \sigma_1 Z_i \quad 1 \leq i \leq m, \mu_1 \in \mathbb{R}$$

$$Y_i = \mu_2 + \sigma_2 Z_{m+i} \quad 1 \leq i \leq n, \mu_2 \in \mathbb{R}$$

$$H_0: \mu_1 = \mu_2 \quad (5)$$

olsun. Kısıtlı  $H_0$  hipotezi ise  $\tilde{H}_0 = \{ \mu_1 = \mu_2, \sigma_1 = \sigma_2 \}$  şeklinde verilir. Ortalamalara dayalı olan testler,

$$T_r = \left( \frac{mn}{r} \right)^{1/2} (\bar{X} - \bar{Y}), \text{ ya da } \tilde{T}_r = T_r / V_r^{1/2}, \quad (6)$$

$$V_r = \frac{mn}{r} (S_x^2 / m + S_y^2 / n) \quad (7)$$

şeklinde yazılır (Janssen, 1997).

$\tilde{T}_r = \tilde{T}_r((X_{ri})_{i \leq r})$ ,  $X_{ri}$  rastgele değişkenlerine bağlı keyfi test istatistiğidir.  $X_{ri}$ 'nin sabit  $x_{ri}$  değerleri ve tek biçimli  $\tilde{P}$ -rastgele permütasyon dağılımları için,  $\gamma_r \in [0,1]$  ve  $\tilde{P}$ ,  $c_{r,p}(\alpha)$  'nın çözümüdür. Burada permütasyon test fonksiyonu,

$$\Phi_{r,Perm} = \begin{cases} 1 & \tilde{T}_r > c_{r,p}(\alpha) \\ \gamma_r & \tilde{T}_r = c_{r,p}(\alpha) \\ 0 & \tilde{T}_r < c_{r,p}(\alpha) \end{cases} \quad (8)$$

şeklinde yazılır. Eşitlik (8)'deki  $c_{r,p}(\alpha)$  sabiti, Eşitlik (9) sağlanacak şekilde aşağıdaki biçimde bulunur,

$$\tilde{P}(\tilde{T}_r((x_{r\sigma(i)})_{i \leq r}) > c_{r,p}(\alpha)) + \gamma_r \tilde{P}(\tilde{T}_r((x_{r\sigma(i)})_{i \leq r}) = c_{r,p}(\alpha)) = \alpha \quad (9)$$

Bu örnek dikkatli bir şekilde incelendiğinde, sıfır hipotezi  $H_0 = \{ \mu_1 = \mu_2 \}$  aşağıdaki dört parçaya bölünebilir.

$$H_1 = \{ \mu_1 = \mu_2, \sigma_1 = \sigma_2, Z_i \text{ standart normal} \},$$

$$H_2 = \{ \mu_1 = \mu_2, Z_i \text{ standart normal} \},$$

$$H_3 = \{ \mu_1 = \mu_2, \sigma_1 = \sigma_2 \} \text{ ve}$$

$$H_4 = H_0 \setminus \{ H_1 \cup H_2 \cup H_3 \}, H_3 \text{ sınırlı sıfır hipotezidir.}$$

Her alt hipotez  $H_j$ ,  $j=1,2,3$  için, bazı optimallik özelliklerine sahip klasik testler vardır.  $\Phi_{r,Stud}$   $H_1$  için optimal olan iki örneklem t testidir. Eşitlik (8)'deki permütasyon testi Eşitlik (6)'daki pay değeri  $T_r$ 'ye bağlı olursa,  $\Phi_{r,Pitm}$  olarak gösterilen diğer seçeneklere karşı Pitman'in  $H_3$  hipotezi için optimal iki örneklem testine ulaşılır.  $H_2$  hipotezinin test edilmesi problemi, Behrens-Fisher problemi olarak ele alınabilir (Janssen, 1997).

## 4. MONTE CARLO SONUÇLARI

Bu bölümde permütasyon testi  $\phi_{r,Perm}$  ile normal ve çarpık dağılımların testi olan  $\phi_{r,Welch}$  Welch testi karşılaştırılmıştır. Tablo 2, Tablo 3, Tablo 4'te sırasıyla  $\alpha=0,0498$ ,  $0,0485$  ve  $0,050$  birinci tür hata olasılıklarıdır. Tablo 2, Tablo 3 ve Tablo 4'te bulunan değerler örnek 3'te verilen normalleştirilmiş hata değişkenleri  $Z = (Z_i)$ ,  $E(Z)=0$  ve  $V(Z)=1$  için elde edilmiştir.

Tablo 2'de elde edilen değerler  $\phi_{r,Perm}$  permütasyon test fonksiyonunun her zaman  $\phi_{r,Welch}$  Welch test fonksiyonundan daha güçlü olduğunu göstermektedir. Özellikle, Welch testi çarpık dağılımlarda geçerli değildir.  $m=4$  ve  $n=8$  farklı örneklem büyüklüklerinde hataların normal dağıldığı durumda, Welch testine başvurulmalıdır (Tablo 3'ün ilk satırı). Diğer durumlarda, permütasyon testi tercih edilir.  $\sigma_1 = \sigma_2 = 1$  (Tablo 3'ün 3.kolonu) olduğunda Welch testi geçerli değildir (Janssen, 1997).

**Tablo 2. I. Tür hata olasılıkları  $m=6, n=6, \mu_1 = \mu_2, \alpha = 0,0498$**

| Dağılım     | $\sigma_1^2 : \sigma_2^2$ | 1,0:1,0 | 1,0:1,1 | 1,0:1,2 |
|-------------|---------------------------|---------|---------|---------|
| Normal      | $\phi_{r,Welch}$          | 0,0460  | 0,0458  | 0,0459  |
|             | $\phi_{r,Perm}$           | 0,0501  | 0,0500  | 0,0500  |
| Log-normal  | $\phi_{r,Welch}$          | 0,0251  | 0,0254  | 0,0261  |
|             | $\phi_{r,Perm}$           | 0,0496  | 0,0500  | 0,0507  |
| Üstel       | $\phi_{r,Welch}$          | 0,0291  | 0,0297  | 0,0302  |
|             | $\phi_{r,Perm}$           | 0,0494  | 0,0501  | 0,0504  |
| Tek biçimli | $\phi_{r,Welch}$          | 0,0489  | 0,0487  | 0,0490  |
|             | $\phi_{r,Perm}$           | 0,0500  | 0,0500  | 0,0502  |

**Tablo 3. I. Tür hata olasılıkları  $m=4, n=8, \mu_1 = \mu_2, \alpha = 0,0485$**

| Dağılım     | $\sigma_1^2 : \sigma_2^2$ | 1,2:1,0 | 1,1:1,0 | 1,0:1,0 | 1,0:1,1 | 1,0:1,2 |
|-------------|---------------------------|---------|---------|---------|---------|---------|
| Normal      | $\phi_{r,Welch}$          | 0,0509  | 0,0495  | 0,0497  | 0,0488  | 0,0478  |
|             | $\phi_{r,Perm}$           | 0,0523  | 0,0497  | 0,0481  | 0,0456  | 0,0436  |
| Log-normal  | $\phi_{r,Welch}$          | 0,0453  | 0,0416  | 0,0379  | 0,0346  | 0,0316  |
|             | $\phi_{r,Perm}$           | 0,0555  | 0,0516  | 0,0486  | 0,0455  | 0,0429  |
| Üstel       | $\phi_{r,Welch}$          | 0,0518  | 0,0478  | 0,0442  | 0,0402  | 0,0377  |
|             | $\phi_{r,Perm}$           | 0,0556  | 0,0518  | 0,0481  | 0,0447  | 0,0426  |
| Tek biçimli | $\phi_{r,Welch}$          | 0,0663  | 0,0646  | 0,0627  | 0,0606  | 0,0589  |
|             | $\phi_{r,Perm}$           | 0,0538  | 0,0508  | 0,0482  | 0,0452  | 0,0430  |

Tablo 4. I. Tür hata olasılıkları  $m=8, n=8, \mu_1 = \mu_2, \alpha = 0,050$ 

| Dağılım     | $\sigma_1^2 : \sigma_2^2$ | 1,0:1,0 | 1,0:1,1 | 1,0:1,2 | 1,0:1,5 |
|-------------|---------------------------|---------|---------|---------|---------|
| Normal      | $\phi_{r,Welch}$          | 0,0478  | 0,0476  | 0,0480  | 0,0479  |
|             | $\phi_{r,Perm}$           | 0,0506  | 0,0503  | 0,0508  | 0,0510  |
| Log-normal  | $\phi_{r,Welch}$          | 0,0291  | 0,0292  | 0,0299  | 0,0339  |
|             | $\phi_{r,Perm}$           | 0,0504  | 0,0504  | 0,0515  | 0,0555  |
| Üstel       | $\phi_{r,Welch}$          | 0,0342  | 0,0344  | 0,0350  | 0,0382  |
|             | $\phi_{r,Perm}$           | 0,0507  | 0,0504  | 0,0513  | 0,0541  |
| Tek biçimli | $\phi_{r,Welch}$          | 0,0502  | 0,0497  | 0,0501  | 0,0506  |
|             | $\phi_{r,Perm}$           | 0,0506  | 0,0502  | 0,0505  | 0,0514  |

## 5. SAYISAL YÖNTEMLER

İki normal dağılımın ortalamaları test edilirken klasik iki örneklem t-testine başvurulur. Ele alınan kitlelerin varyansları eşit değilse ve bilinmiyorsa ya Welch'in t istatistiği ya da Satterhwaite'in yaklaşık F testi önerilir. Welch (1974)'in yöntemi normal dağılım durumunda güçlüdür. Normallik koşulunun sağlanmaması durumunda çarpıklık ve basıklık katsayılarının test istatistik değerlerini nasıl etkilediği araştırılmalıdır. Bunun için Cressi ve Whitford, Yuen ve Dixon tarafından önerilen istatistikleri üreten bir bilgisayar yazılımı kullanılmıştır (Reed III, 2003).

İki örneklem t-testinde örneklemelerin bağımsız olduğu varsayılır. Buna göre  $X_i \sim N(\mu_x, \sigma^2)$ ,  $i=1,2,\dots,m$  ve  $Y_j \sim N(\mu_y, \sigma^2)$ ,  $j=1,2,\dots,n$  ( $\sigma_x^2 = \sigma_y^2 = \sigma^2$ ), dir. Bu koşullar altında,

$$\begin{array}{lll} H_0: \mu_x = \mu_y & H_0: \mu_x = \mu_y & H_0: \mu_x = \mu_y \\ H_1: \mu_x < \mu_y & H_1: \mu_x > \mu_y & H_1: \mu_x \neq \mu_y \end{array}$$

hipotezleri kurulur. Hipotezlerin testinde,

$$T = \frac{(\bar{X} - \bar{Y})}{\left[ \left( \frac{1}{m} + \frac{1}{n} \right) \left( \frac{(m-1)S_x^2 + (n-1)S_y^2}{m+n-2} \right) \right]^{1/2}} \quad (10)$$

istatistiği kullanılır. Eşitlik (10) ile bulunan T değeri,  $T_{\alpha, m+n-2}$  ya da  $T_{\alpha/2, m+n-2}$  ile karşılaştırılır. Ancak varyansların homojenliği sağlanmadığında, Welch-Aspin  $T^*$  test istatistiği kullanılır. Burada  $T^*$  test istatistiği;

$$T^* = (\bar{X} - \bar{Y}) / \left( \frac{S_x^2}{m} + \frac{S_y^2}{n} \right)^{1/2} \sim t_v \quad (11)$$

şeklinde yazılır.

T veya  $T^*$  istatistikleri dağılımlar normal olduğunda geçerlidir. Dağılımların normal olmaması durumunda ise örneklemelerin çarpıklık ve basıklık katsayılarının T ve  $T^*$  istatistik değerlerini nasıl etkilediği araştırılmalıdır. Cressi ve Whitford (1986) çarpıklığın etkisini yok edecek U ve  $U^*$  test istatistiklerini bulmuşlardır. Bulunan U, t tablosundaki (m+n-2) serbestlik derecesine ve  $U^*$  ise v serbestlik derecesine karşılık gelen değerle, karşılaştırılır. T veya  $T^*$  testi seçenekleri arasında iki örneklem düzeltilmiş  $T'$  veya  $T'^*$  istatistikleri vardır (Reed III, 2003). Bu test istatistik değerlerini hesaplamada kullanılan bir bilgisayar yazılım programı aşağıdaki örnek4 için uygulanabilir.

#### Örnek 4

X ve Y gibi iki tür madde verilmektedir. Bu maddelerden X'in asitlik derecesinin Y'nin asitlik derecesinden daha fazla olduğu iddia edilmektedir. Bu iddianın doğruluğunu araştırmak için yapılan deney sonucunda 20 tane X ve 19 tane Y maddesi için elde edilen asitlik dereceleri aşağıda verilmiştir.

X maddesi için asitlik dereceleri: 33, 81, 57, 86, 33, 36, 34, 8, 70, 34, 97, 30, 39, 17, 7, 25, 36, 133, 192, 4

Y maddesi için asitlik dereceleri: 17, 20, 19, 30, 48, 13, 44, 25, 14, 4, 5, 26, 18, 34, 118, 9, 11, 8, 10

**Tablo 5. Normallik testi**

|           | Kolmogorov-Smirnov |     |       |
|-----------|--------------------|-----|-------|
|           | Test istatistiği   | s.d | P     |
| X Maddesi | 0,265              | 20  | 0,001 |
| Y Maddesi | 0,220              | 19  | 0,016 |

Tablo5'te  $P=0,001 < \alpha=0,05$  ve  $P=0,016 < \alpha=0,05$  olduğundan veriler normal dağılım göstermemektedir. Normallik sağlanmadığı için Cressi ve Whitford'un çarpıklığı yok eden test istatistikleri kullanılır. Bu test istatistik değerlerini hesaplayan bilgisayar yazılımı (Reed III, 2003) çıktısı aşağıda Tablo 6'da verilmiştir.

**Tablo 6. Bilgisayar yazılım çıktısı**

|  | Test istatistiği | Tek yanlı P | İki yanlı P |
|--|------------------|-------------|-------------|
| Student-t testi (varyanslar eşit)                        | T=2,2813         | 0,01348     | 0,02696     |
| Welch-Aspin (varyanslar eşit değil)                      | T*=2,3136        | 0,01252     | 0,02505     |
| Cressi-Whitford (varyanslar eşit)                        | U=2,6317         | 0,00594     | 0,01188     |
| Cressi-Whitford (varyanslar eşit değil)                  | U*=2,6263        | 0,00602     | 0,01203     |
| 0,20 kesilmiş ortalama [X'(T20)=152,723, Y'(T20)=86,098] |                  |             |             |
| Yuen-Dixon (varyanslar eşit)                             | T'=2,5272        | 0,00938     | 0,01876     |
| Yuen (varyanslar eşit değil)                             | T'*=2,6176       | 0,01024     | 0,02047     |

Tablo 6'daki sonuçlara göre  $P=0,01252 < \alpha=0,05$  olduğu için, X'in asitlik derecesinin  $\alpha=0,05$  ile Y'nin asitlik derecesinden daha fazla olduğu söylenebilir.



Veriler normal dağılmadığı için çarpıklığın etkisi araştırılmalıdır. Çarpıklığın sıfır olmadığını doğrulamak için  $U^*$  test istatistiği varyanslar eşit olmadığından  $U^*=2,6263$  ve tek yönlü P değeri 0,00602'dir. Varyanslar eşit olmadığından 0,20 düzeltilmiş ortalama test istatistiği  $T^*=2,6176$  ve tek yönlü P değeri 0,01024'dür. Daha sonra yapılan her iki test de X'in asitlik derecesinin Y'nin asitlik derecesinden daha fazla olduğunu doğrulamıştır. Bu sonuçlar kullanılan bilgisayar yazılımı sonucunda elde edilmiştir.

## 6. TARTIŞMA VE SONUÇ

Bugüne kadar Behrens-Fisher probleminin çözümü ile ilgili çok sayıda araştırma yapılmış ve çok sayıda öneri sunulmuştur. Thomasse (1974) Fisher'in pratik yöntemlerini özetlemiş, Banerjee, Pagurova, Wald, Hajek, Welch ve Aspin bu konu ile ilgili çeşitli testler geliştirmiştir. Bu çalışmada Behrens-Fisher probleminin çözümü için kullanılan Welch-t testi ve permütasyon testlerine yer verilmiştir. Monte Carlo sonuçlarından yararlanılarak elde edilen tablolar yardımıyla Welch-t ve permütasyon testleri karşılaştırılmıştır. Bu karşılaştırma sonucunda Welch-t testinin normal dağılımlı veriler için daha güçlü, çarpık dağılımlı veriler için ise zayıf olduğu sonucuna ulaşılmıştır. Çarpık dağılımlar için ise permütasyon testlerinin kullanılması önerilmektedir.

## 7. KAYNAKLAR

Good, P., 1994. Permutation Tests, Practical Guide to Resampling Methods for Testing Hypothesis, Springer Series in Statistics, Springer, Berlin.

Janssen, A., 1997. Studentized Permutation Tests for non-i.i.d. Hypotheses and the Generalized Behrens-Fisher Problem, Statistics & Probability Letters, 36, 9-21.

Jay, D. and Roxy, P., 1993. The Exploration and Analysis of Data, Duxbury Press, Belmont, California.

Lehmann, E.L., 1959. Testing Statistical Hypotheses, Willey Publication in Statistics, New York.

Lehmann, E.L., 1975. Nonparametrics: Statistical Methods Based on Ranks, McGraw-Hill International Book Company, San Fransisco.

Mehta, J. S. and Srinivasan, R., 1970. On the Behrens-Fisher Problem, Biometrika, 57, 649-655.

Pfanzagl, J., 1974. On the Behrens-Fisher Problem, Biometrika, 61, 39-47.

Reed III, J.F., 2003. Solutions to the Behrens-Fisher Problem, Computer Methods and Programs in Biomedicine, 70, 260-261.

[[http://www.maths.gmw.ac.uk/~bb/CTS\\_chapter2\\_students.pdf](http://www.maths.gmw.ac.uk/~bb/CTS_chapter2_students.pdf), Erişim Tarihi: 10.03.2005]

## BEHRENS-FISHER PROBLEM AND SOLUTION METHODS

### ABSTRACT

*While difference of means of two population of which distributions are  $N(\mu_1, \sigma_1^2)$  and  $N(\mu_2, \sigma_2^2)$  has been searched, if variances of the two population aren't known and equal, the test of means of two populations has been known as Behrens-Fisher Problem. A lot of methods have been improved for the solution of Behrens-Fisher problem. Some of those methods are Welch-t test and permutation test. In this study, Welch-t test, permutation test and numerical methods that are used for solution of Behrens-Fisher problem were discussed Welch-t test and permutation test compared. Lastly, the computer program that produced statistics proposed by Cressi and Whitford has been carried out.*

**Key Words: Behrens-Fisher Problem, Permutation Test, Welch-t Test.**

# ÇOKLU REGRESYON UÇDEĞERLERİNİN TEŞHİSÇİSİ OLARAK ÇANTA ÇİZİTİ

Enis SİNİKSARAN<sup>††</sup>

M. Hakan SATMAN<sup>\*\*</sup>

## ÖZET

*Çanta çiziti tek değişkenli veriler için kullanılan ve uçdeğerlerin tespitinde de faydalanılan kutu çizitinin iki değişkenli versiyonudur. Dolayısıyla tek bağımsız değişkenli regresyon uçdeğerlerinin tespitinde kullanılabilir. Ancak bağımsız değişken sayısı birden fazla olduğunda, çanta çizitinin dolaysız kullanıma şansı yoktur. Öte yandan regresyon kalıntıları ile bağımlı değişkenin tahmin değerlerinin belirlediği iki boyutlu uzayın tüm veriyi belirli nispete temsil etme yeteneği literatürde kanıtlanmıştır. Bu çalışmada temel olarak bu sonuçtan hareket edilmiştir. Çoklu regresyon modelinden elde edilen kalıntı ve tahmin değerlerinin belirlediği uzayda çanta çizitinin regresyon uçdeğerlerini belirlemedeki performansı bazı klasik verilerle ve çeşitli senaryolarda Monte Carlo simülasyonlarıyla araştırılmıştır. Yaklaşım bir çok senaryoda başarılı bulunmuştur.*

**Anahtar Kelimeler:** Çanta Çiziti, Gizleme, Uç Değer, Yanlış Alarm.

## 1. GİRİŞ

Regresyon uçdeğerleri, verinin çoğunluğu ile belirlenen regresyon düzleminden uzak olan noktalardır. Bu uçdeğerlerin teşhis edilmeleri, parametre tahminleri ve dolayısıyla istatistiksel çıkarımlar üzerindeki olumsuz etkileri nedeniyle büyük önem taşır. Regresyon uçdeğerlerinin tanımlanma problemine ve klasik teşhisçilere ilişkin temel bilgiler Belshey vd. (1980), Cook ve Weisberg (1980) ve Rousseeuw ve Leroy (1987)'de bulunabilir.

Bir regresyon verisinde, tek ya da çok az sayıda uçdeğer söz konusu ise Cook mesafesi, Dfbetas ve COVRATIO gibi klasik en küçük kareler teşhisçileri işe yarayabilir. Ancak veri içindeki küçük bir grup uçdeğer birlikte hareket ettiğinde, klasik teşhisçiler bu uçdeğerleri teşhis edemezler (masking) ya da gerçekte uçdeğer olmayan gözlemleri uçdeğer olarak tanımlayabilirler (swamping). Çalışmanın bundan sonraki bölümlerinde masking, "gizleme" olarak swamping ise "yanlış alarm" olarak isimlendirilecektir. Araştırmacılar, gizlemeyi, yanlış alarmı kıyasla daha ciddi bir hata olarak görseler de, iyi bir uçdeğer saptama algoritması her iki hatayı da en küçükte tutmalıdır. İstatistik literatüründe bu iddiayı taşıyan pek çok algoritma mevcuttur. Hadi ve Simonoff (1993) ile Wisnowski vd., (2001)'de bu algoritma ve performanslarına ilişkin, özlü bilgilere ulaşılabilir.

Literatürde, uçdeğer saptama algoritmalarının performansları değerlendirilirken, genellikle iki yola başvurulmaktadır:

<sup>††</sup> Yard. Doç. Dr., İstanbul Üniversitesi İktisat Fakültesi Ekonometri Bölümü, İstanbul, Türkiye, e-mail: [esiniksaran@istanbul.edu.tr](mailto:esiniksaran@istanbul.edu.tr)

<sup>\*\*</sup> Araş. Gör., İstanbul Üniversitesi İktisat Fakültesi Ekonometri Bölümü, İstanbul, Türkiye, e-mail: [mhsatman@istanbul.edu.tr](mailto:mhsatman@istanbul.edu.tr)

- i. Telephone Data (Rouseeuw ve Leroy, 1987), Stackloss Data (Brownlee, 1965), Hawkins, Bradu ve Kass Data (Hawkins vd., 1984), Modified Wood Gravity Data (Rouseeuw ve Leroy, 1987) ya da Hadi-Simonoff Data (Hadi ve Simonoff, 1993) gibi uçdeğer analizleri ve dayanıklı (robust) yöntemlere ilişkin çalışmalarda sıkça başvurulan, bir kısmı gerçek veri bir kısmı ise hipotetik veri olan ve klasik teşhisçilerin genellikle başarısız olduğu verilerdeki başarı yüzdeleri.
- ii. Gözlem ve değişken sayısı, uçdeğerin tipi, uçdeğerlerin verinin genelinden uzaklığı gibi pek çok faktöre bağlı olarak değişen senaryolarda gerçekleştirilen Monte Carlo simülasyonlarındaki başarı yüzdeleridir. Kianifard ve Swallow (1990) ve Wisnowski vd., (2001)'nin çalışmaları bu konuda iyi birer örnektir.

Rouseeuw, Ruts ve Tukey'in (1999) tarafından geliştirilen çanta çiziti (bagplot), tek değişken için kullanılan kutu çizitinin (boxplot) iki değişkene uyarlanmasıdır. Söz konusu çalışmada 3 boyutlu çanta çizitinin, çizim olanakları da tartışılmıştır.  $k$  tane bağımsız değişkenli çoklu regresyon için, bağımlı değişken de hesaba katıldığında, uçdeğerleri gösterecek bir çanta çiziti  $k + 1$  boyutlu olacaktır. Çizim olanağı 3 boyutla sınırlı olduğuna göre  $k > 2$  olduğunda, regresyon uçdeğerlerinin tespitinde çanta çizitinden yararlanmak şansı kalmayacaktır. Bu noktada Sebert vd., (1998)'nin çalışmasının sonuçlarından yararlanılabilir. Bu çalışmada, çoklu regresyon verisine en küçük kareler uygulanmakta, buradan elde edilen kalıntı ve bağımlı değişkenin tahmin değerleri standartlaştırıldıktan sonra, bu ikililerin belirlediği noktalar arasındaki Öklit mesafeleri hesaplanmaktadır. Bu mesafelere dayanarak, gözlemler bir dendogram yardımıyla sınıflandırılmakta ve Mojena kuralı yardımıyla belirli bir noktada kesilen dendogram verideki grupları ve dolayısıyla uçdeğerleri ortaya çıkarmaktadır. Sebert vd. (1998) tasarlanan bu sürecin gerek klasik verilerde, gerekse Monte Carlo simülasyonlarında başarılı olduğunu kanıtlamışlardır. Wisnowski (2001)'deki Monte Carlo simülasyonları da bu sonucu destekler görünmektedir. Sebert vd., (1998) çalışmasındaki süreç standartlaştırılmış tahmin değerleri ile kalıntı değerlerinin belirlediği 2 boyutlu uzaya (çalışmanın bundan sonraki bölümlerinde bu uzay TK uzayı olarak adlandırılacaktır) dayanmaktadır. Bu çalışmada çoklu regresyon uçdeğerlerini tespit için TK uzayında çanta çizitinin performansı araştırılmıştır. Bunu yaparken yukarıda belirtilen geleneğe bağlı kalınmıştır. Bir başka ifade ile, yöntemin başarısı hem bazı klasik veriler, hem de Monte Carlo simülasyonları ile araştırılmıştır. Sezgisel olarak, bu 2 boyutlu uzayın çoklu regresyonu temsil etme yeteneğinin değişken sayısı ve gözlem sayısı artarken azalması beklenmelidir. Bunun yanı sıra uçdeğerlerin oranı, verinin genelinden uzaklıkları, hangi tipte olduğu gibi faktörler de şüphesiz yöntemin başarısını etkileyecektir. Bu nedenle Monte Carlo simülasyonlarında söz konusu faktörler göz önüne alınmıştır.

Çalışmanın 2. Bölümünde çanta çiziti tanıtılmış ve bazı klasik veriler için tasarlanan yöntemin başarısı araştırılmıştır. Bölüm 3'te çeşitli senaryolar için yöntemin performansı Monte Carlo simülasyonları ile değerlendirilmiş, Bölüm 4'te ise çalışmanın sonuçları kısaca tartışılmıştır. Makaledeki hesaplamalarda çanta çizitinin (bagplot) çizimini sağlayacak gözlemlerin saptanmasında, Rouseeuw ve Ruts (1999)'ın bir Fortran programı olan BAGPLOT'tan yararlanılmıştır. Simülasyonlar ve grafikler, Fortran ile Mathematica programı arasında yaratılan bir arayüz ile gerçekleştirilmiştir.

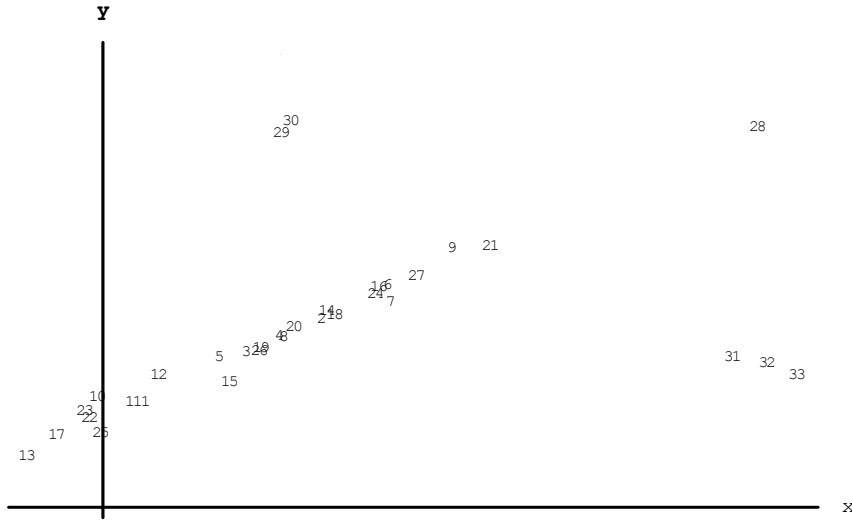
## 2. ÇANTA ÇİZİTİ VE TK UZAYI

Regresyon uçdeğerleri, verinin geneliyle olan ilişkileri ile tanımlanır. Basitçe ifade edilirse, veride çoğunluğun oluşturduğu lineer örüntüye uymayan gözlemler uçdeğer olarak nitelenir. Bu uçdeğerlerden bağımlı değişken yönünde uzağa düşenler  $y$ -uzayı uçdeğeri ya da dikey uçdeğer, bağımsız değişken/değişkenler ( $x$ -uzayı olarak da isimlendirilir) yönünde uzağa düşenler ise,  $x$ -uzayı uçdeğeri olarak isimlendirilir.  $x$ -uzayı uçdeğerleri regresyon düzlemini kendilerine doğru çektikleri, diğer bir deyişle kaldıraç etkisine sahip oldukları için kötü kaldıraçlar olarak da isimlendirilir. Kötü olarak nitelenme sebepleri, bağımsız değişkenlerin parametre tahminlerini ve yapılacak çıkarsamaları olumsuz etkilemeleridir. Dikey uçdeğerler de bir ölçüde regresyon düzlemini etkilese de, olumsuz etki bağımsız değişken parametrelerinin tahminlerinden daha çok sabit terimin tahmini üzerine olduğu için,  $x$ -uzayı uçdeğerleri kadar tehlikeli görülmezler. Öte yandan verinin genelinden uzak olsa da genelin belirlediği lineer örüntüye uyan gözlemler de söz konusu olabilir. Bu tür gözlemler de regresyon düzlemine kaldıraç etkisi yaparlar, ancak bu etki lineer örüntü yönünde olacağı için, tahminler ve çıkarsamalar olumlu yönde etkilenecektir. Bu nedenle bu tür gözlemler iyi kaldıraç olarak nitelenir.

Tablo 1'de 33 gözlemden oluşan hipotetik bir veri ve Şekil 1'de bu verinin serpilme çiziti görülmektedir. Veride 6 gözlem dışındaki 27 temiz gözlem bir lineer örüntü sergilemektedir. Lineer örüntüye uymayan 5 uçdeğer söz konusudur. Bunlardan 29 ve 30. gözlemler dikey uçdeğer, 31,32 ve 33. gözlemler ise kötü kaldıraçtır. 28. gözlem ise verinin genelinden uzak da olsa, temiz gözlemlerin oluşturduğu lineer örüntüye uyduğu için iyi kaldıraç olarak nitelenebilir.

**Tablo 1. 33 gözlemlili hipotetik veri**

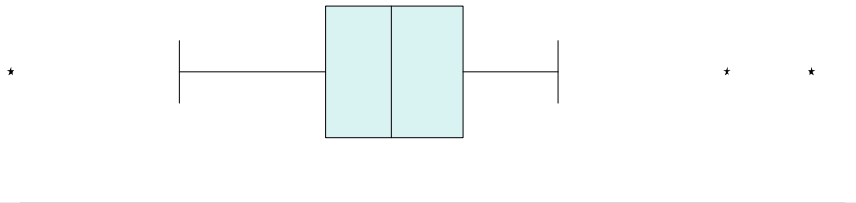
|     |       |       |       |       |       |       |       |       |       |
|-----|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| $x$ | 6,68  | 13,7  | 10,66 | 11,98 | 9,59  | 16,32 | 16,4  | 12,15 |       |
| $y$ | 9,96  | 17,81 | 14,67 | 16,27 | 14,34 | 21,07 | 19,58 | 16,06 |       |
| $x$ | 3,15  | 14,21 | 11,32 | 12,6  | 20,44 | 4,49  | 4,31  | 15,83 |       |
| $y$ | 6,91  | 18,29 | 15,09 | 17,05 | 24,82 | 8,52  | 9,17  | 20,19 |       |
| $x$ | 18,85 | 4,8   | 6,23  | 7,23  | 1,99  | 13,91 | 10,02 | 15,97 |       |
| $y$ | 24,63 | 10,46 | 10,08 | 12,52 | 4,92  | 18,71 | 11,92 | 21    |       |
| $x$ | 4,91  | 11,25 | 17,51 | 31,02 | 12,08 | 12,51 | 30,05 | 31,4  | 32,64 |
| $y$ | 7,06  | 14,85 | 21,87 | 36,12 | 35,62 | 36,7  | 14,22 | 13,71 | 12,63 |



Şekil 1. 33 gözlemlili hipotetik verinin serpilme çiziti ve uçdeğerler

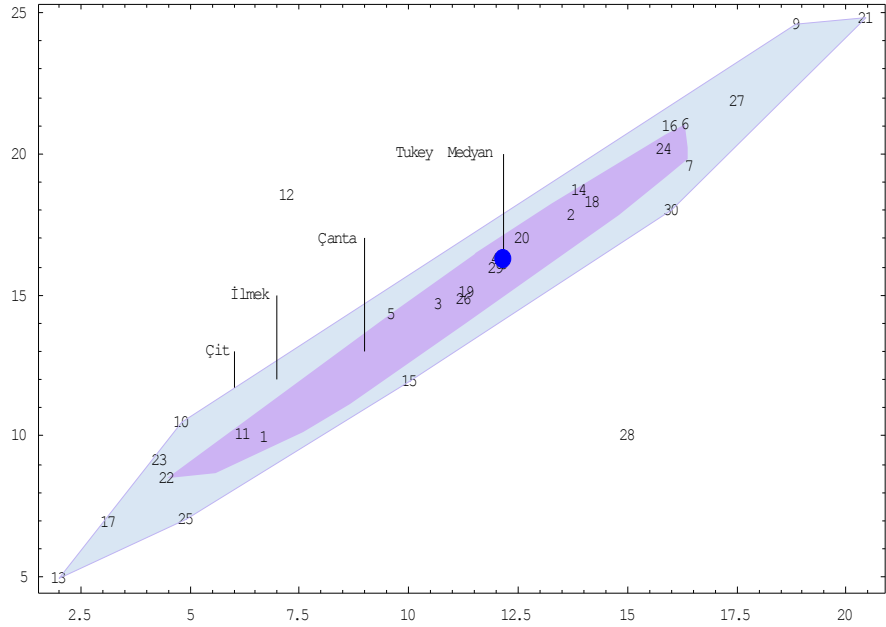
Tek bağımsız değişken söz konusu olduğunda bu örnekte olduğu gibi uçdeğerleri saptamak zor olmaz. Ancak bağımsız değişken sayısı arttırıldığında, verinin bütününün bir serpilme çizitinde gösterilmesi olanağı ortadan kalkacağı için, uçdeğerlerin tek bir grafikte görsel tespiti de mümkün olmayacaktır. Ancak yukarıda tek bağımsız değişken için yapılan uçdeğer tanımlamaları çoklu regresyon için de geçerli olacaktır.

Rousseeuw, Ruts ve Tukey (1999) tarafından tasarlanan çanta çiziti, sorgulayıcı veri analizinde (exploratory data analysis) kullanılan kutu çizitinin (boxplot) iki değişkene uyarlanmasıdır. Şekil 2'de tek değişkenli 55 gözlemden oluşan bir verinin kutu çiziti yer almaktadır. Bilindiği gibi kutu çizitinde, kutu kısmı (şekildeki boyalı bölüm) merkezde (en derin değer olan medyan civarında) kalan % 50'lik kısmı gösterir. Kutunun sol tarafı birinci kartil, sağ tarafı ise üçüncü kartil ile belirlenir. Kutunun ortasındaki çizgi ise medyana gösterir. Kutunun uzunluğu kartil aralığı olarak isimlendirilirken, kutunun yanlarından çıkan bıyıklar (whiskers) kartil aralığının 1,5 katı kadar mesafedeki gözlemlere kadar uzatılır. Bu mesafede gözlem yoksa, bıyıklar bu mesafe içine düşen kutuya en uzak gözleme kadar uzatılır. Dolayısıyla bıyıkların dışına düşen gözlemler uçdeğer olarak düşünülür. Şekil 2 ile temsil edilen veride solda 1, sağda ise 2 uçdeğer görülmektedir. Bazı yazarlar kartil aralığının 3 katı mesafeden öte olanları uzak uçdeğer, kartil aralığının 1,5–3 katı mesafede olanları ise yakın uçdeğer olarak nitelerler. Kutu çiziti, yalnızca uçdeğerler değil, gerek medyan civarındaki % 50'nin, gerekse genel olarak verinin dağılımı, simetrisi hakkında oldukça bilgi verici bir araçtır.



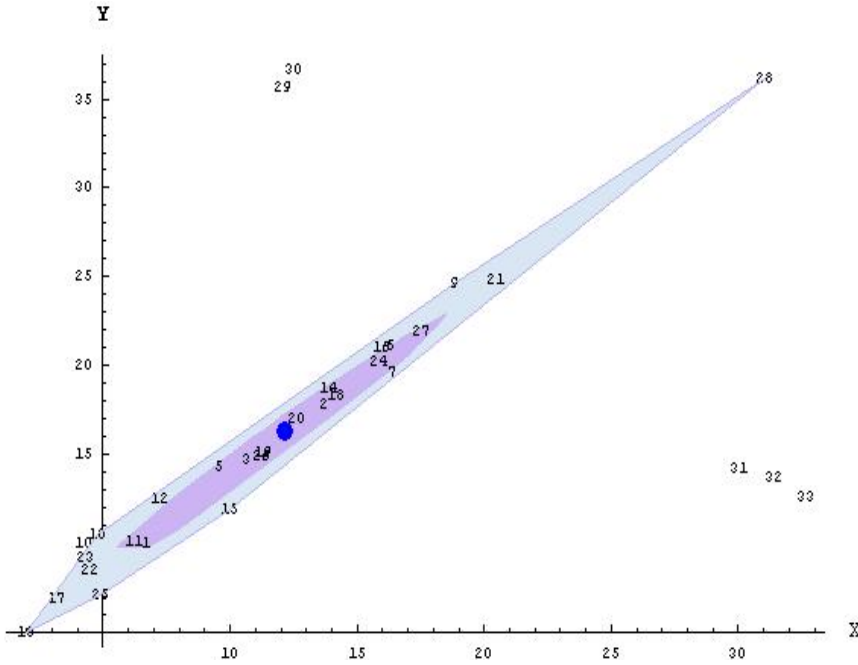
Şekil 2. 55 gözlemden oluşan bir verinin kutu çiziti ve uçdeğerler

Şekil 3'te 30 gözlemden oluşan iki değişkenli bir verinin çanta çiziti görülmektedir. Bir çanta çiziti, gözlemlerin merkeze (Tukey medyanına) en yakın % 50'sini içeren bir çanta (bag), temiz gözlemleri, uçdeğerlerden ayıran bir çit (fence) ve çanta ile çit arasında kalan bölgeyi temsil eden ilmek (loop) oluşur. Analoji kurmak açısından; kutu çizitindeki medyanın, çanta çizitinde Tukey medyanına, kutunun, çantaya, bıyıkların ise çite denk düştüğü söylenebilir. Çanta çizitine bakıldığında, dikey uçdeğer olan 12 ve 28 numaralı gözlemlerin çitin dışında kaldığı, çanta çiziti tarafından uçdeğer olarak belirlendiği söylenebilir.

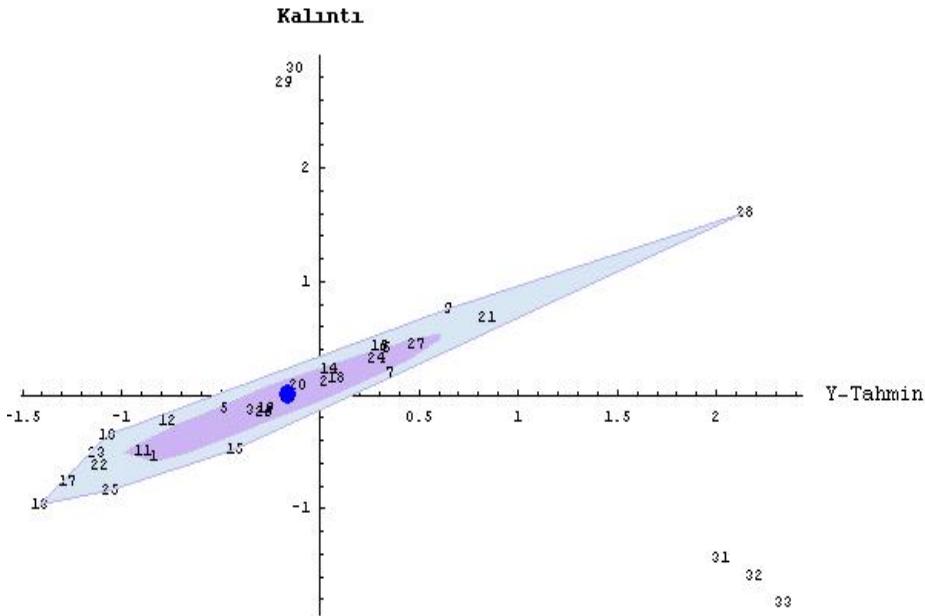


Şekil 3. 30 gözlemden oluşan bir verinin çanta çiziti ve uçdeğerler

Şekil 4'te ise, Tablo 1'de verilen hipotetik verinin çanta çiziti görülmektedir. Dikey uçdeğerler olan 29 ve 30. gözlemler ile kötü kaldıraçlar 31,32 ve 33. gözlemler çit dışında yer alırken, iyi kaldıraç olan 28. gözlem çit içine düşmüştür. Çanta çizitinin genel şekli ise Rousseeuw vd., (1999)'nın öngördüğü gibi verinin korelasyon yapısına uygun bir şekil almıştır. Şekil 5'te ise aynı verinin TK uzayındaki (yatay eksenin bağımlı değişkenin standartlaştırılmış En Küçük Kareler Yöntemi (EKKY) tahmin değerleri, dikey eksenin ise EKKY kalıntıları ile belirlendiği 2 boyutlu koordinat sistemi) çanta çiziti yer almaktadır. Görüldüğü gibi TK uzayı, Şekil 4'te serpilme diyagramı verilen ham verinin yapısını çok büyük ölçüde yansıtmakta ve çanta çizitinin genel karakteri benzerlik göstermektedir. Ayrıca çanta çiziti her iki uzayda da aynı uçdeğerleri teşhis etmiştir.



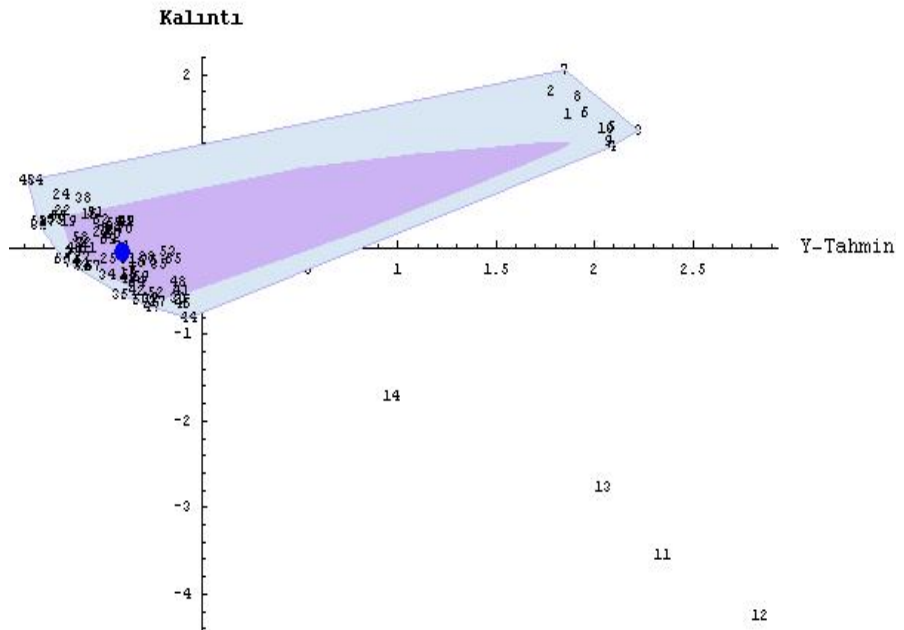
Şekil 4. Hipotetik verinin çanta çiziti ve uçdeğerler



Şekil 5. Hipotetik verinin TK uzayında çanta çiziti ve uçdeğerler



Bu noktada, akla bağımsız değişken sayısı artırıldığında TK uzayının verinin genelini temsil yeteneğinin, dolayısıyla uçdeğerlerin görsel olarak teşhis edilme olanağının ne ölçüde etkileneceği sorusu gelebilir. Bu sorunun yanıtı, makalenin ana konusudur. Sorunun yanıtı öncelikle klasik verilerde aranmıştır. İlk örnek olarak 3 bağımsız değişkenli ve 75 gözlemlili Hawkins, Bradu ve Kass verisi (Hawkins vd., 1984) ele alınmıştır. Bu veride ilk 10 gözlem  $xy$ -uzayı uçdeğerleri iyi huylu kaldıraçlar iken, 11, 12, 13 ve 14. gözlemler  $x$ -uzayı uçdeğeri, kötü kaldıraçlardır. Geriye kalan 61 gözlem ise temizdir. Şekil 6'da TK uzayındaki çanta çiziti yer almaktadır. Her şeyden önce, TK uzayının verinin genel yapısını oldukça doğru bir biçimde yansıttığına, temiz gözlemler, iyi kaldıraçlar ve kötü kaldıraçların ayrı kümeler olarak yer aldığına dikkat edilmelidir. Çanta çiziti de hipotetik veri örneğinde olduğu gibi, iyi kaldıraçları çitin içine alırken, kötü kaldıraçları dışarıda bırakmıştır.



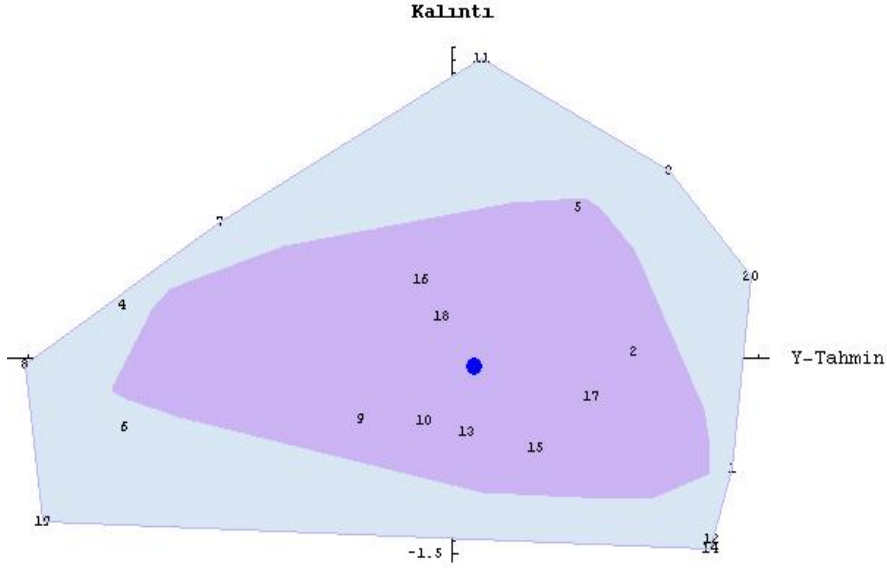
Şekil 6. Bradu Kass verisinin TK uzayında çanta çiziti ve uçdeğerler

Şüphesiz her veri için, sonuçların bu kadar mükemmel çıkması beklenmemelidir. Klasik verilerden 5 bağımsız değişkenli ve 20 gözlemlili Modified Wood Gravity (Rouseeuw ve Leroy, 1987) ve 3 bağımsız değişkenli ve 21 gözlemlili Stackloss verileri (Brownlee, 1965) ele alındığında; ilk veride 4, 6, 8 ve 19. gözlemler, ikinci de ise 1, 2, 3, 4 ve 21. gözlemler uçdeğerdir. Şekil 7 ve Şekil 8'de bu iki verinin TK uzayında çanta çiziti yer almaktadır. TK uzayı bu iki veri için temiz gözlemleri, uçdeğerlerden daha önceki örneklerdeki kadar net ayırt edememiştir. Çanta çizitlerine bakıldığında ise uçdeğerlerin, çitin dışında yer almasalar da hiç birisinin çantanın içine düşmediği görülmektedir. Modified Wood Gravity veride uçdeğerlerden ikisi çiti oluşturan gözlemlere katılırken, ikisi ilmek bölgesine düşmüştür. Stackloss veride ise, uçdeğerler çiti oluşturan gözlemlerden olup, hiçbiri ilmek bölgesine düşmemiştir.

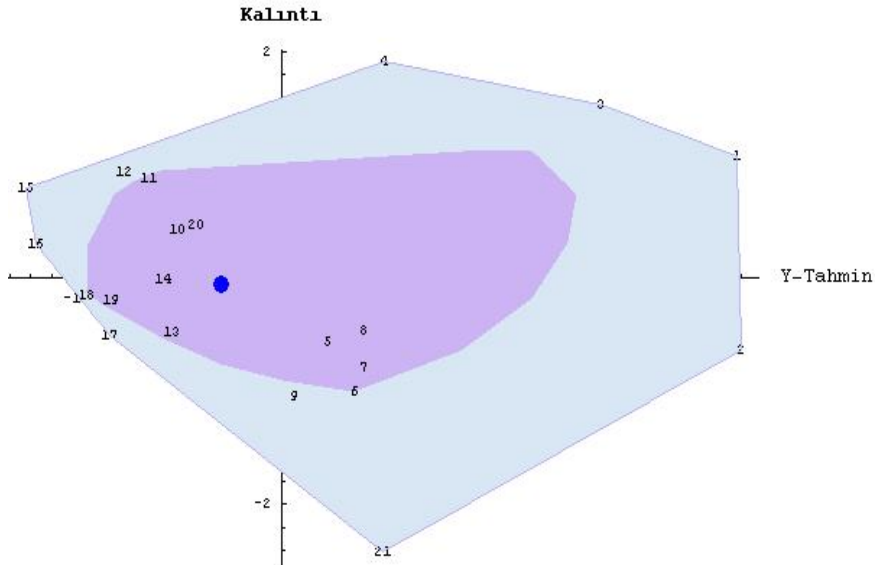
Hipotetik veri ve 3 klasik veriden elde edilen sonuçlara bakılarak şunlar söylenebilir: TK uzayı regresyon verisi genel yapısını belirli ölçüde yansıtmakta, bazen uçdeğerleri

tiplerine de bağılı olmak üzere net biçim ortaya koymaktadır. Bu uzayda çizilen çanta çiziti de uçdeğerleri çitin dışında belirleyerek teşhis edebilmekte, bazı durumlarda uçdeğerler çitin dışında yer almasa da, en azından çanta bölgesine de düşmemektedir.

Şüphesiz TK uzayının ve çanta çizitinin performansına ilişkin genellemeler yapmak için, bu kadar örnek yeterli olmayacağı için, bundan sonraki kısımda sunulacak olan Monte Carlo simülasyonlarına ihtiyaç duyulmuştur.



Şekil 7. Modified Wood Gravity verisinin TK uzayında çanta çiziti ve uçdeğerler



Şekil 8. Stackloss verisinin TK uzayında çanta çiziti ve uçdeğerler

### 3. MONTE CARLO SİMÜLASYONLARININ SONUÇLARI

Simülasyonlarda  $y = X\beta + \varepsilon$  regresyon modeli göz önüne alınmış ve modelde sabit terimin olduğu varsayılmıştır. Temiz veri,  $X$  matrisinin  $\mathbf{1} = [1,1,\dots,1]'$  vektörünün oluşturduğu ilk sütunu dışındaki sütunları; ortalamaları 7, standart sapması 16 ve kovaryansları 0 olan çok değişkenli normal dağılımdan; hata vektörü  $\varepsilon$  ise, standart normal dağılımdan elde edilmiştir. Parametre vektörü  $\beta = [\beta_0, \beta_1, \dots, \beta_k] = [5, 5, \dots, 5]'$  şeklinde seçilirken,  $y$  değerleri de  $y = X\beta + \varepsilon$  denkleminde elde edilmiştir. Bu şekilde üretilen regresyon verisi klasik varsayımları karşılamaktadır. Simülasyonlar Tablo 2'de verilen faktörler ve düzeyler için gerçekleştirilmiştir. 5 faktörün toplam 13 farklı düzeyi olduğu için,  $3 \times 3 \times 3 \times 2 \times 2 = 108$  farklı senaryo söz konusudur. Her bir senaryo ise 500 kez iterasyona sokulmuştur.

**Tablo 2. Simülasyon senaryoları**

| Faktörler                       | Düzeyler           |
|---------------------------------|--------------------|
| <b>Sapma tipi</b>               | $x, y, xy$ -uzayı  |
| <b>Bağımsız değişken sayısı</b> | 2,3,5              |
| <b>Gözlem sayısı</b>            | 40,60,100          |
| <b>Uçdeğerlerin yüzdesi</b>     | % 5, % 10          |
| <b>Sapma miktarı</b>            | $1\sigma, 2\sigma$ |

Bir çanta çizitinde çanta, ilmek ve çit dışı olmak üzere 3 bölge söz konusu olduğu için her bölgeye düşen uçdeğerler ayrı ayrı sayılmış ve buna bağlı olarak gizleme ve yanlış alarm yüzdeleri hesaplanmıştır. Tablolardaki bir bölgeye ait gizleme yüzdesi, o bölgenin verideki uçdeğerleri yakalayamama yüzdesi olarak anlaşılmalıdır. Şüphesiz bir çanta çiziti için beklenen, uçdeğerlerin çantaya ve ilmeğe değil, daha çok çit dışına düşmesidir. Dolayısıyla gizlenme yüzdelerinin çantada ve ilmekte yüksek, çit dışında düşük olması çanta çizitinin başarısı olarak değerlendirilmelidir.

Simülasyon sonuçları  $x$ ,  $y$  ve  $xy$ -uzayındaki sapmalar, çanta, ilmek ve çit dışı için ayrı ayrı sunulmuştur. Dolayısıyla tüm sonuçlar aşağıdaki 9 tablo yardımıyla görülebilir. Örnek olarak yorumlanırsa, Tablo 3'te,  $x$ -uzayında uçdeğerlerin tespitinde çantanın performansı sunulmaktadır. Burada örneğin, 40 birimlik bir örnekleme % 5 oranında kirlenmede ve temiz verilerden  $1\sigma$  uzaklık söz konusu olduğunda, gizleme oranı % 98 olarak görülmektedir. Öyleyse bu senaryoda, uçdeğerlerin ancak  $1 - 0,98 = 0,02$ 'si çantaya düşmektedir. Çantanın gözlemlerden Tukey medyanı civarındaki % 50'lik kısmı içermesi, dolayısıyla uçdeğerleri içermemesi bekleneceği için, gizleme oranının yüksekliği çantanın başarısı anlamına gelecektir. Bu anlamda Tablo 3, 4 ve 5'e bakıldığında çanta, uçdeğerleri içermeme konusunda oldukça başarılı görülmektedir. Bu başarı  $y$  ve  $xy$ -uzayındaki sapmalarda daha da yüksektir. Kirlenme yüzdesinin ve değişken sayısının artması, bekleneceği gibi, başarıyı az da olsa olumsuz yönde etkilemektedir. Yanlış alarm, aslında temiz olan gözlemleri dışarıda bırakma konusunda, yüzdelerin gizleme yüzdeleri kadar başarılı görülmemesini de doğal karşılamak gerekir. Çünkü çanta çizitinin tasarımı, Çantanın gözlemlerden en derin % 50'yi içermesine dayanmaktadır. Dolayısıyla bu en derin bölgeye düşmeyen öte yandan uç değer de olmayan bazı gözlemler doğallıkla çanta dışında yer alacak ve yanlış alarm olarak kaydedilecektir. Dikkat edilirse yanlış alarm oranları, bu söylenenlerle tutarlı olmak üzere % 50 civarındadır.

Tablo 6, 7 ve 8'de ise ilmeğin performansı görülmektedir. Sonuçlar beklentilere oldukça uygundur. Şüphesiz uçdeğerleri içermeme konusunda, çanta kadar başarılı olmasının beklenmemesi gereken bu bölge, çanta da olduğu gibi  $y$  ve  $xy$ -uzayındaki sapmalarda daha başarılıdır. Ayrıca yine çanta da olduğu gibi kirlenme yüzdesinin ve değişken sayısının artması, performansı olumsuz yönde etkilemektedir.

Çanta çizitinde uçdeğerleri içermesi beklenen bölge şüphesiz çitin dışı olacaktır. Bu anlamda bu bölgenin performansı, diğer 2 bölgeye kıyasla en çok dikkate değer olmalıdır. Tablo 9, 10 ve 11'de bu sonuçlar yer almaktadır. Doğaldır ki bu bölgedeki başarı, gerek gizleme gerekse yanlış alarm yüzdelерinin düşüklüğü ile orantılı olacaktır. Sonuçlardan bu bölgenin  $y$  ve  $xy$ -uzayındaki sapmalarda hemen her senaryoda oldukça başarılı olduğunu,  $x$ -uzayındaki sapmalarda ise özellikle düşük kirlenme yüzdelерinde ve küçük örneklemelerde başarılı olduğunu göstermektedir. Bu yöndeki kirlenmede, kirlenme yüzdesinin bağımsız değişken sayısının ve gözlem sayısının artırılması başarıyı belirli ölçülerde olumsuz yönde etkilemektedir.

**Tablo 3.  $x$ -uzayında sapmada çantanın performansı**

| Değişken Sayısı | Uçdeğer Yüzdesi | Sapma Miktarı | n = 40          |                      | n = 60          |                      | n = 100         |                      |
|-----------------|-----------------|---------------|-----------------|----------------------|-----------------|----------------------|-----------------|----------------------|
|                 |                 |               | Gizleme Yüzdesi | Yanlış Alarm Yüzdesi | Gizleme Yüzdesi | Yanlış Alarm Yüzdesi | Gizleme Yüzdesi | Yanlış Alarm Yüzdesi |
| 2               | 5               | 1             | 1,000           | 0,492                | 1,000           | 0,501                | 1,000           | 0,511                |
| 2               | 5               | 2             | 1,000           | 0,490                | 1,000           | 0,497                | 1,000           | 0,511                |
| 2               | 10              | 1             | 1,000           | 0,506                | 1,000           | 0,522                | 1,000           | 0,539                |
| 2               | 10              | 2             | 1,000           | 0,517                | 0,973           | 0,526                | 0,980           | 0,538                |
| 3               | 5               | 1             | 1,000           | 0,478                | 1,000           | 0,496                | 1,000           | 0,508                |
| 3               | 5               | 2             | 0,990           | 0,487                | 1,000           | 0,505                | 0,996           | 0,508                |
| 3               | 10              | 1             | 0,960           | 0,508                | 0,950           | 0,521                | 0,926           | 0,532                |
| 3               | 10              | 2             | 0,870           | 0,504                | 0,857           | 0,516                | 0,822           | 0,517                |
| 5               | 5               | 1             | 0,980           | 0,485                | 0,973           | 0,501                | 0,960           | 0,509                |
| 5               | 5               | 2             | 0,950           | 0,482                | 0,960           | 0,498                | 0,900           | 0,504                |
| 5               | 10              | 1             | 0,800           | 0,493                | 0,817           | 0,514                | 0,718           | 0,505                |
| 5               | 10              | 2             | 0,670           | 0,489                | 0,640           | 0,489                | 0,674           | 0,505                |

**Tablo 4.  $y$ -uzayında sapmada çantanın performansı**

| Değişken Sayısı | Uçdeğer Yüzdesi | Sapma Miktarı | n = 40          |                      | n = 60          |                      | n = 100         |                      |
|-----------------|-----------------|---------------|-----------------|----------------------|-----------------|----------------------|-----------------|----------------------|
|                 |                 |               | Gizleme Yüzdesi | Yanlış Alarm Yüzdesi | Gizleme Yüzdesi | Yanlış Alarm Yüzdesi | Gizleme Yüzdesi | Yanlış Alarm Yüzdesi |
| 2               | 5               | 1             | 1,000           | 0,485                | 1,000           | 0,498                | 1,000           | 0,515                |
| 2               | 5               | 2             | 1,000           | 0,489                | 1,000           | 0,506                | 1,000           | 0,509                |
| 2               | 10              | 1             | 1,000           | 0,515                | 1,000           | 0,524                | 1,000           | 0,542                |
| 2               | 10              | 2             | 1,000           | 0,510                | 1,000           | 0,534                | 1,000           | 0,531                |
| 3               | 5               | 1             | 1,000           | 0,485                | 1,000           | 0,499                | 1,000           | 0,510                |
| 3               | 5               | 2             | 1,000           | 0,488                | 1,000           | 0,503                | 1,000           | 0,510                |
| 3               | 10              | 1             | 1,000           | 0,512                | 1,000           | 0,530                | 1,000           | 0,536                |
| 3               | 10              | 2             | 1,000           | 0,508                | 1,000           | 0,534                | 1,000           | 0,536                |
| 5               | 5               | 1             | 1,000           | 0,483                | 1,000           | 0,505                | 1,000           | 0,512                |
| 5               | 5               | 2             | 1,000           | 0,484                | 1,000           | 0,499                | 1,000           | 0,509                |
| 5               | 5               | 1             | 1,000           | 0,524                | 1,000           | 0,532                | 1,000           | 0,538                |
| 5               | 10              | 2             | 1,000           | 0,504                | 1,000           | 0,533                | 1,000           | 0,535                |

Tablo 5. *xy*-uzayında sapmada çantanın performansı

| Değişken Sayısı | Uçdeğer Yüzdesi | Sapma Miktarı | n = 40          |                      | n = 60          |                      | n = 100         |                      |
|-----------------|-----------------|---------------|-----------------|----------------------|-----------------|----------------------|-----------------|----------------------|
|                 |                 |               | Gizleme Yüzdesi | Yanlış Alarm Yüzdesi | Gizleme Yüzdesi | Yanlış Alarm Yüzdesi | Gizleme Yüzdesi | Yanlış Alarm Yüzdesi |
| 2               | 5               | 1             | 1,000           | 0,479                | 1,000           | 0,491                | 1,000           | 0,509                |
| 2               | 5               | 2             | 1,000           | 0,482                | 1,000           | 0,501                | 1,000           | 0,511                |
| 2               | 10              | 1             | 1,000           | 0,506                | 1,000           | 0,527                | 1,000           | 0,539                |
| 2               | 10              | 2             | 1,000           | 0,516                | 1,000           | 0,521                | 1,000           | 0,540                |
| 3               | 5               | 1             | 1,000           | 0,485                | 1,000           | 0,491                | 1,000           | 0,514                |
| 3               | 5               | 2             | 1,000           | 0,485                | 1,000           | 0,507                | 1,000           | 0,513                |
| 3               | 10              | 1             | 1,000           | 0,519                | 1,000           | 0,524                | 1,000           | 0,536                |
| 3               | 10              | 2             | 1,000           | 0,515                | 1,000           | 0,520                | 1,000           | 0,540                |
| 5               | 5               | 1             | 1,000           | 0,486                | 1,000           | 0,497                | 1,000           | 0,509                |
| 5               | 5               | 2             | 1,000           | 0,484                | 1,000           | 0,503                | 1,000           | 0,512                |
| 5               | 10              | 1             | 1,000           | 0,511                | 1,000           | 0,522                | 1,000           | 0,535                |
| 5               | 10              | 2             | 1,000           | 0,515                | 1,000           | 0,529                | 1,000           | 0,539                |

Tablo 6. *x*-uzayında sapmada ilmeğin performansı

| Değişken Sayısı | Uçdeğer Yüzdesi | Sapma Miktarı | n = 40          |                      | n = 60          |                      | n = 100         |                      |
|-----------------|-----------------|---------------|-----------------|----------------------|-----------------|----------------------|-----------------|----------------------|
|                 |                 |               | Gizleme Yüzdesi | Yanlış Alarm Yüzdesi | Gizleme Yüzdesi | Yanlış Alarm Yüzdesi | Gizleme Yüzdesi | Yanlış Alarm Yüzdesi |
| 2               | 5               | 1             | 1,000           | 0,497                | 1,000           | 0,488                | 1,000           | 0,485                |
| 2               | 5               | 2             | 1,000           | 0,495                | 1,000           | 0,493                | 0,996           | 0,487                |
| 2               | 10              | 1             | 0,940           | 0,487                | 0,970           | 0,468                | 0,916           | 0,455                |
| 2               | 10              | 2             | 0,790           | 0,473                | 0,800           | 0,466                | 0,752           | 0,456                |
| 3               | 5               | 1             | 0,920           | 0,512                | 1,000           | 0,500                | 0,996           | 0,489                |
| 3               | 5               | 2             | 1,000           | 0,501                | 0,947           | 0,489                | 0,916           | 0,488                |
| 3               | 10              | 1             | 0,580           | 0,477                | 0,673           | 0,473                | 0,564           | 0,465                |
| 3               | 10              | 2             | 0,630           | 0,484                | 0,467           | 0,479                | 0,560           | 0,480                |
| 5               | 5               | 1             | 0,820           | 0,503                | 0,813           | 0,490                | 0,796           | 0,487                |
| 5               | 5               | 2             | 0,560           | 0,511                | 0,653           | 0,493                | 0,548           | 0,492                |
| 5               | 10              | 1             | 0,300           | 0,497                | 0,393           | 0,478                | 0,362           | 0,492                |
| 5               | 10              | 2             | 0,425           | 0,502                | 0,437           | 0,504                | 0,466           | 0,489                |

Tablo 7. *y*-uzayında sapmada ilmeğin performansı

| Değişken Sayısı | Uçdeğer Yüzdesi | Sapma Miktarı | n = 40          |                      | n = 60          |                      | n = 100         |                      |
|-----------------|-----------------|---------------|-----------------|----------------------|-----------------|----------------------|-----------------|----------------------|
|                 |                 |               | Gizleme Yüzdesi | Yanlış Alarm Yüzdesi | Gizleme Yüzdesi | Yanlış Alarm Yüzdesi | Gizleme Yüzdesi | Yanlış Alarm Yüzdesi |
| 2               | 5               | 1             | 1,000           | 0,498                | 1,000           | 0,495                | 1,000           | 0,481                |
| 2               | 5               | 2             | 1,000           | 0,496                | 1,000           | 0,489                | 1,000           | 0,486                |
| 2               | 10              | 1             | 0,995           | 0,477                | 0,997           | 0,467                | 1,000           | 0,452                |
| 2               | 10              | 2             | 0,990           | 0,477                | 0,990           | 0,459                | 0,998           | 0,446                |
| 3               | 5               | 1             | 1,000           | 0,501                | 1,000           | 0,491                | 1,000           | 0,486                |
| 3               | 5               | 2             | 1,000           | 0,497                | 1,000           | 0,488                | 1,000           | 0,486                |
| 3               | 10              | 1             | 0,995           | 0,479                | 0,997           | 0,460                | 0,998           | 0,460                |
| 3               | 10              | 2             | 0,970           | 0,483                | 0,983           | 0,460                | 0,990           | 0,458                |
| 5               | 5               | 1             | 0,990           | 0,508                | 1,000           | 0,487                | 1,000           | 0,484                |
| 5               | 5               | 2             | 1,000           | 0,501                | 1,000           | 0,494                | 1,000           | 0,486                |
| 5               | 10              | 1             | 0,940           | 0,462                | 0,980           | 0,461                | 0,984           | 0,455                |
| 5               | 10              | 2             | 0,955           | 0,486                | 0,977           | 0,459                | 0,990           | 0,460                |

**Tablo 8.  $xy$ -uzayında sapmada ilmeğin performansı**

| Değişken Sayısı | Uçdeğer Yüzdesi | Sapma Miktarı | n = 40          |                      | n = 60          |                      | n = 100         |                      |
|-----------------|-----------------|---------------|-----------------|----------------------|-----------------|----------------------|-----------------|----------------------|
|                 |                 |               | Gizleme Yüzdesi | Yanlış Alarm Yüzdesi | Gizleme Yüzdesi | Yanlış Alarm Yüzdesi | Gizleme Yüzdesi | Yanlış Alarm Yüzdesi |
| 2               | 5               | 1             | 1,000           | 0,515                | 1,000           | 0,482                | 1,000           | 0,487                |
| 2               | 5               | 2             | 1,000           | 0,509                | 1,000           | 0,491                | 1,000           | 0,484                |
| 2               | 10              | 1             | 1,000           | 0,483                | 1,000           | 0,463                | 0,998           | 0,457                |
| 2               | 10              | 2             | 0,980           | 0,475                | 0,997           | 0,470                | 1,000           | 0,454                |
| 3               | 5               | 1             | 1,000           | 0,503                | 1,000           | 0,499                | 1,000           | 0,483                |
| 3               | 5               | 2             | 1,000           | 0,503                | 1,000           | 0,484                | 1,000           | 0,482                |
| 3               | 10              | 1             | 0,990           | 0,472                | 1,000           | 0,463                | 1,000           | 0,459                |
| 3               | 10              | 2             | 0,975           | 0,473                | 0,997           | 0,473                | 0,998           | 0,454                |
| 5               | 5               | 1             | 0,990           | 0,499                | 1,000           | 0,494                | 1,000           | 0,486                |
| 5               | 5               | 2             | 0,990           | 0,505                | 0,993           | 0,492                | 1,000           | 0,484                |
| 5               | 10              | 1             | 0,980           | 0,474                | 0,990           | 0,471                | 1,000           | 0,460                |
| 5               | 10              | 2             | 0,955           | 0,478                | 0,990           | 0,462                | 0,998           | 0,454                |

**Tablo 9.  $x$ -uzayında sapmada çit dışının performansı**

| Değişken Sayısı | Uçdeğer Yüzdesi | Sapma Miktarı | n = 40          |                       | n = 60          |                       | n = 100         |                       |
|-----------------|-----------------|---------------|-----------------|-----------------------|-----------------|-----------------------|-----------------|-----------------------|
|                 |                 |               | Gizleme Yüzdesi | Yanlış Alarm Yüzdesi. | Gizleme Yüzdesi | Yanlış Alarm Yüzdesi. | Gizleme Yüzdesi | Yanlış Alarm Yüzdesi. |
| 2               | 5               | 1             | 0,000           | 0,011                 | 0,000           | 0,010                 | 0,000           | 0,005                 |
| 2               | 5               | 2             | 0,000           | 0,015                 | 0,000           | 0,010                 | 0,004           | 0,002                 |
| 2               | 10              | 1             | 0,060           | 0,019                 | 0,030           | 0,011                 | 0,084           | 0,006                 |
| 2               | 10              | 2             | 0,210           | 0,017                 | 0,227           | 0,010                 | 0,268           | 0,006                 |
| 3               | 5               | 1             | 0,080           | 0,011                 | 0,000           | 0,005                 | 0,004           | 0,003                 |
| 3               | 5               | 2             | 0,010           | 0,013                 | 0,053           | 0,006                 | 0,088           | 0,004                 |
| 3               | 10              | 1             | 0,460           | 0,015                 | 0,377           | 0,006                 | 0,510           | 0,003                 |
| 3               | 10              | 2             | 0,500           | 0,013                 | 0,677           | 0,005                 | 0,618           | 0,003                 |
| 5               | 5               | 1             | 0,200           | 0,013                 | 0,213           | 0,008                 | 0,244           | 0,004                 |
| 5               | 5               | 2             | 0,490           | 0,008                 | 0,387           | 0,009                 | 0,552           | 0,004                 |
| 5               | 10              | 1             | 0,900           | 0,009                 | 0,790           | 0,008                 | 0,920           | 0,004                 |
| 5               | 10              | 2             | 0,905           | 0,009                 | 0,923           | 0,007                 | 0,860           | 0,006                 |

**Tablo 10.  $y$ -uzayında sapmada çit dışının performansı**

| Değişken Sayısı | Uçdeğer Yüzdesi | Sapma Miktarı | n = 40          |                      | n = 60          |                      | n = 100         |                      |
|-----------------|-----------------|---------------|-----------------|----------------------|-----------------|----------------------|-----------------|----------------------|
|                 |                 |               | Gizleme Yüzdesi | Yanlış Alarm Yüzdesi | Gizleme Yüzdesi | Yanlış Alarm Yüzdesi | Gizleme Yüzdesi | Yanlış Alarm Yüzdesi |
| 2               | 5               | 1             | 0,000           | 0,017                | 0,000           | 0,007                | 0,000           | 0,004                |
| 2               | 5               | 2             | 0,000           | 0,015                | 0,000           | 0,006                | 0,000           | 0,005                |
| 2               | 10              | 1             | 0,005           | 0,023                | 0,003           | 0,012                | 0,000           | 0,006                |
| 2               | 10              | 2             | 0,010           | 0,023                | 0,010           | 0,016                | 0,022           | 0,004                |
| 3               | 5               | 1             | 0,000           | 0,014                | 0,000           | 0,009                | 0,000           | 0,004                |
| 3               | 5               | 2             | 0,000           | 0,015                | 0,000           | 0,009                | 0,000           | 0,005                |
| 3               | 10              | 1             | 0,005           | 0,012                | 0,003           | 0,012                | 0,002           | 0,004                |
| 3               | 10              | 2             | 0,030           | 0,032                | 0,017           | 0,006                | 0,010           | 0,006                |
| 5               | 5               | 1             | 0,010           | 0,009                | 0,000           | 0,008                | 0,000           | 0,004                |
| 5               | 5               | 2             | 0,000           | 0,015                | 0,000           | 0,007                | 0,000           | 0,005                |
| 5               | 10              | 1             | 0,060           | 0,024                | 0,020           | 0,007                | 0,016           | 0,007                |
| 5               | 10              | 2             | 0,045           | 0,018                | 0,023           | 0,011                | 0,010           | 0,005                |

Tablo 11.  $xy$ -uzayında sapmada çit dışının performansı

| Değişken Sayısı | Uçdeğer Yüzdesi | Sapma Miktarı | n = 40          |                      | n = 60          |                      | n = 100         |                      |
|-----------------|-----------------|---------------|-----------------|----------------------|-----------------|----------------------|-----------------|----------------------|
|                 |                 |               | Gizleme Yüzdesi | Yanlış Alarm Yüzdesi | Gizleme Yüzdesi | Yanlış Alarm Yüzdesi | Gizleme Yüzdesi | Yanlış Alarm Yüzdesi |
| 2               | 5               | 1             | 0,000           | 0,006                | 0,020           | 0,007                | 0,000           | 0,005                |
| 2               | 5               | 2             | 0,000           | 0,009                | 0,000           | 0,008                | 0,000           | 0,004                |
| 2               | 10              | 1             | 0,000           | 0,014                | 0,000           | 0,010                | 0,002           | 0,004                |
| 2               | 10              | 2             | 0,020           | 0,012                | 0,003           | 0,010                | 0,000           | 0,006                |
| 3               | 5               | 1             | 0,000           | 0,012                | 0,000           | 0,010                | 0,000           | 0,003                |
| 3               | 5               | 2             | 0,000           | 0,012                | 0,000           | 0,009                | 0,000           | 0,005                |
| 3               | 10              | 1             | 0,010           | 0,016                | 0,000           | 0,014                | 0,000           | 0,005                |
| 3               | 10              | 2             | 0,025           | 0,020                | 0,003           | 0,008                | 0,002           | 0,006                |
| 5               | 5               | 1             | 0,010           | 0,015                | 0,000           | 0,008                | 0,000           | 0,005                |
| 5               | 5               | 2             | 0,010           | 0,012                | 0,007           | 0,006                | 0,000           | 0,004                |
| 5               | 10              | 1             | 0,020           | 0,018                | 0,010           | 0,014                | 0,000           | 0,005                |
| 5               | 10              | 2             | 0,045           | 0,017                | 0,010           | 0,013                | 0,002           | 0,008                |

#### 4. TARTIŞMA VE SONUÇ

Regresyon analizi varsayımlarının ihlal edilmemesi ve yapılacak çıkarımların güvenilirliği açısından verilerdeki uçdeğerlerin saptanması çok önemlidir. Bu sorunu çözmek amacıyla pek çok başarılı algoritma ve yöntem geliştirilmiştir. Ancak bu yöntemlerden hiç biri, her koşul altında % 100 başarılı değildir. Bazı algoritmalar düşük kirlenme yüzdelerinde başarılıyken, bazılarında durum tersidir.  $x$ -uzayındaki sapmalarda başarılı olan bir algoritma  $y$ -uzayındaki sapmalarda başarısız olabilmektedir. Gizleme oranlarında oldukça başarılı olan bir algoritma, çok yüksek yanlış alarm oranı nedeniyle tercih edilmemekte ya da yine başarılı bir algoritmanın kullanımı çok uzun hesaplama süreleri nedeniyle sınırlı kalabilmektedir. SPSS, S-Plus ya da EViews gibi yaygın istatistik yazılımlarında ise, yeterli sayıda uç değer teşhis yöntemine yer verildiğini söylemek zordur.

Bu çalışmada incelenen, TK uzayında çanta çiziti yöntemi de, regresyon uçdeğerlerinin teşhisinde her koşul altında % 100 başarılı değildir. Ancak literatürde sıkça başvurulan bazı klasik veriler ve yapılan Monte Carlo simülasyonlarına dayanarak yöntemin, görsellik avantajı da düşünülürse, en azından diğer algoritmaların sonuçlarını kontrol etmek açısından tamamlayıcı olarak kullanılabilceği söylenebilir.

#### 5. KAYNAKLAR

Belshey, D.A., Kuh, E., Welsh, R.E., 1980. Regression Diagnostics: Identifying Influential Data and Sources of Colinearity. Wiley, New York.

Brownlee, K.A., 1965. Statistical Theory and Methodology. Wiley, 2<sup>nd</sup> Edition, New York.

Cook, R.D. ve Weisberg, S., 1980. Characterizations of an Empirical Influence Function for Detecting Influential Cases in Regression. Technometrics, 22,495-508.

Hadi, A.S. ve Simonoff, J.S., 1993. Procedures for the Identification of Multiple Outliers in Linear models. J.Amer.Statist.Assoc., 88, 1264-1272.

Hawkins, D.M, Bradu, D. ve Kass, G.V., 1984. Location of Several Outliers in Multiple Regression Data Using Elemental Sets. Technometrics, 26, 197-208.

Kianifard, F. ve Swallow, W., 1990. A Monte Carlo Comparison of Some Procedures for Identifying Outliers in Linear Regression. Commun. Statist, Part A Theory Methods 19, 1913-1938.

Rousseeuw, P.J. ve Leroy, A.M., 1987. Robust Regression and Outlier Detection, Wiley, Newyork.

Rousseeuw, P.J. ve Ruts, I., 1999. BAGPLOT, Çevrimiçi <http://www.agoras.ua.ac.be/>.

Rousseeuw, P.J. ve Ruts, I. ve Tukey, J.W., 1999. The Bagplot:A Bivarite Boxplot, the American Statistician, Vol.53, No.4, 382-387.

Sebert, D.M., Montgomery, D.C. ve Rollier, D., 1998. A Clustering Algorithm for Identifying Multiple Outliers in Linear Regression. Computational Statistics&Data Analysis, 27, 461- 484.

Wisnowski, J.W., Montgomery, D.C. ve Simpson, J.R., 2001. A Comparative Analysis of Multiple Outlier Detection Procedures in the Linear Regression Model. Computational Statistics&Data Analysis, 36, 351-382.

## THE BAGPLOT AS A DIAGNOSTIC TOOL FOR MULTIPLE REGRESSION OUTLIERS

### ABSTRACT

*The Bagplot is a bivariate generalization of the univariate boxplot which is also used in determining the outliers. Hence it can be used in diagnosing the outliers for the simple linear regression. It cannot be used, however, when the number of variables exceeds one. On the other hand, in statistics literature, it has been shown that the predicted value versus residual plot can represent the whole data in some instances. The main motivation of this paper is that point. The performance of the Bagplot in the predicted value versus residual plot is investigated for some classical and simulated data sets. The approach is found successful for many scenarios.*

**Key Words: Bagplot, Masking, Outlier, Swamping.**



# KAPPA KATSAYISININ EN ÇOK OLABİLİRLİK TAHMİN EDİCİSİNİN SİMÜLASYON ÇALIŞMASINA DAYALI ELDE EDİLMESİ

Meltem EKİZ\*

## ÖZET

*Tıbbi ve sosyal içerikli çalışmalarda, sınıflayıcıların değerlendirmeleri arasındaki uyuşmanın belirlenmesi problemleriyle karşılaşmak mümkündür. Örnek birimlerinin iki sınıflayıcı tarafından kategorik bir ölçekle sınıflandırılmasından sonra, sınıflayıcılar arasındaki uyuşmanın ölçülmesinde kullanılan istatistiklerden biri, Cohen tarafından önerilmiş olan Kappa katsayısıdır. Ancak sınıflayıcıların her örnek birimini farklı bir  $\pi_{ij}$  olasılıkla “başarılı” kategorisine sınıflandırması problemi ile karşılaşıldığında, Kappa katsayısını kullanmak doğru olmaz. Bu durumda söz konusu sınıflandırma olasılıkları sınıflayıcılara ve/veya birimlere ait özellikleri içeren açıklayıcı değişkenlerin yer aldığı, bir lojit model ile tahmin edilir. Bu çalışmada,  $\kappa$ ’yı ve lojit model parametrelerini içeren olabirlik fonksiyonunun optimum noktası, Matlab paket programında yazılan iki programdan yararlanılarak, bulunmuştur. Parametrelerin En Çok Olabirlik (EÇOB) tahminleri, farklı örnek çapları için yirmi tekrarin yapıldığı simülasyon tekniğine dayalı olarak elde edilerek, anlamlılıkları test edilmiştir.*

**Anahtar kelimeler: Kappa Katsayısı, Lojit Model, Olabirlik Fonksiyonu.**

## 1. GİRİŞ

Örnek birimlerinin iki sınıflayıcı tarafından farklı bir  $\pi_{ij}$  olasılığı ile “başarılı” olarak kabul edilen duruma sınıflandırılması halinde, Kappa katsayısının EÇOB tahmin edicisi bulunabilir. Bu amaçla, bu çalışmada  $Y_{i1} \square \text{Bernoulli}(\pi_{i1})$  ve  $Y_{i2} \square \text{Bernoulli}(\pi_{i2})$  olmak üzere  $f_i(y_{i1}, y_{i2})$  ortak olasılık yoğunluk fonksiyonu, Bahadur (1961) tarafından öne sürülmüş olan teoriye dayalı olarak yazılmıştır. Bernoulli dağılımına sahip iki rastgele değişkenin bağımlı olması durumunda kullanılabilen bu teori, Shoukri ve Mian (1996), Lipsitz vd., (2001) ve Kraemer vd., (2002) gibi pek çok istatistikçinin çalışmalarındaki temeli oluşturmuştur.

Başarı olasılığı  $\pi_{i1}$  ile Bernoulli dağılımına sahip  $Y_{i1}$  rastgele değişkeni, 1. sınıflayıcının i. birim ile ilgili değerlendirmesi ve başarı olasılığı  $\pi_{i2}$  ile Bernoulli dağılımına sahip,  $Y_{i2}$  rastgele değişkeni de 2. sınıflayıcının i. birim ile ilgili değerlendirmesini ifade etsin. Bu rastgele değişkenlerin bağımlı olduğu koşulu altında yazılan olabirlik fonksiyonu, hem  $\kappa$  parametresini hem de sınıflayıcıların ve/veya örnek birimlerinin özelliklerinin,  $j=1, 2$  olmak üzere  $Y_{ij}$  rastgele değişkeni üzerindeki etkisini gösteren,  $\beta_j$  parametrelerine dayalı lojit fonksiyonu içerecek şekilde ifade

\* Araş. Gör. Dr., Gazi Üniversitesi Fen Edb. Fak. İstatistik Bölümü, e-mail: ozmeltem@gazi.edu.tr

edilebilir. Böylece, simülasyon tekniği ile Kappa parametresiyle birlikte, lojit model parametrelerinin EÇOB tahmin edicilerine de ulaşılabilir.

Bu amaçla uygulama bölümünde  $\kappa$  parametresi 0,20 ve 0,80 olacak şekilde tasarlanan deneylerden; 50 ve 500 çaplı örneklerin üretildiği bir simülasyon çalışması yapılmıştır. Yapılan simülasyon çalışması ile modelde tek ve iki açıklayıcı değişken var iken, model parametrelerinin ve  $\kappa$  katsayısının EÇOB tahminleri elde edilerek, anlamlılıkları test edilmiştir.

## 2. KAPPA KATSAYISININ VE LOJİT MODEL PARAMETRELERİNİN MODELLENMESİ

Kappa katsayısının EÇOB tahmin edicisinin bulunmasının temelinde örnek birimlerinin herhangi bir kategorik değişken bakımından iki-sonuçlu sınıflandırılmalarına ait marjinal olasılıkların, sınıflayıcılara ait ve/veya örnek birimlerine ait etkileri özetleyen açıklayıcı değişken vektörünün bir lojistik fonksiyonu olarak modellenmesi vardır (Shoukri ve Mian, 1996). Kappa katsayısının ve lojit model parametrelerinin tahmin edicileri, sınıflayıcıların örnek birimleri üzerinde yaptıkları değerlendirmeler arasındaki bağımsızlık koşulunun sağlanmaması nedeniyle, iki-sonuçlu iki değişkenli model yapısına dayalı olarak elde edilir.

### 2.1 İki-Sonuçlu İki Değişkenli Model

2x2'lik olasılık tablosunda, birinci sınıflayıcı birimleri  $\pi_1$  olasılıkla “başarılı (1)”,  $\pi'_1 = 1 - \pi_1$  olasılıkla da “başarılı değil (0)” kategorisine, ikinci sınıflayıcı ise birimleri  $\pi_2$  olasılıkla “başarılı (1)”,  $\pi'_2 = 1 - \pi_2$  olasılıkla da “başarılı değil (0)” kategorisine sınıflandırılmış olsun. Burada 1. sınıflayıcı her birimi aynı  $\pi_1$  olasılıkla “başarılı (1)” durumuna sınıflandırırken, 2. sınıflayıcı da her birimi aynı  $\pi_2$  olasılıkla “başarılı (1)” durumuna sınıflandırır.  $\pi_1$  veya  $\pi_2$  olasılıklarıyla “başarılı (1)” durumuna sınıflandırılan birimlere ait olasılıklar tablosu tektir. Dolayısıyla da, Tablo 1’de özetlenen veri için tek bir tane  $\kappa$ ’nın EÇOB tahmin edicisi elde edilir.

**Tablo 1. N birime ait 2x2 ortak ve marjinal olasılıklar tablosu**

| 1. Sınıflayıcı ( $Y_1$ ) | 2. Sınıflayıcı ( $Y_2$ ) |            | Toplam               |
|--------------------------|--------------------------|------------|----------------------|
|                          | 0                        | 1          |                      |
| 0                        | $\pi_{00}$               | $\pi_{01}$ | $\pi'_1 = 1 - \pi_1$ |
| 1                        | $\pi_{10}$               | $\pi_{11}$ | $\pi_1$              |
| Toplam                   | $\pi'_2 = 1 - \pi_2$     | $\pi_2$    | 1                    |

Ancak özellikle sağlık veya sosyal içerikli çalışmalarda sınıflayıcılar, birimleri aynı olasılıklarla “başarılı (1)” durumuna sınıflandırmayabilir. Örneğin sınıflayıcılar doktorlar iken, bu doktorların her hastayı farklı bir olasılıkla “hasta (1)” olarak değerlendirmesi, “başarılı (1)” durumuna sınıflandırması olasılığı da vardır. Dolayısıyla da her i. hasta için ayrı bir olasılık tablosu ve her tablo için de ayrı bir  $\kappa_i$  katsayısının EÇOB tahmin edicisinin elde edilmesi gerekir (Bkz, Tablo 2). Tablo 2’de

$\pi_{i00}, \pi_{i01}, \pi_{i10}$  ve  $\pi_{i11}$  olasılıkları  $i$ . birime ait ortak olasılıklar;  $\pi_{i1}, \pi'_{i1}, \pi_{i2}$  ve  $\pi'_{i2}$  ise marjinal olasılıklardır.

**Tablo 2.  $i$ . birime ait 2x2 ortak ve marjinal olasılıklar tablosu**

| 1. Sınıflayıcı ( $Y_{i1}$ ) | 2. Sınıflayıcı ( $Y_{i2}$ ) |             | Toplam                     |
|-----------------------------|-----------------------------|-------------|----------------------------|
|                             | 0                           | 1           |                            |
| 0                           | $\pi_{i00}$                 | $\pi_{i01}$ | $\pi'_{i1} = 1 - \pi_{i1}$ |
| 1                           | $\pi_{i10}$                 | $\pi_{i11}$ | $\pi_{i1}$                 |
| Toplam                      | $\pi'_{i2} = 1 - \pi_{i2}$  | $\pi_{i2}$  | 1                          |

$\kappa_i$ , Cohen (1960) tarafından tanımlanmış  $i$ . birime ait olasılık tablosu için iki sınıflayıcının değerlendirmeleri arasındaki uyuma katsayısı,  $\rho_i$  ise,  $i$ . birime ait olasılık tablosu için iki sınıflayıcının değerlendirmeleri arasındaki Pearson moment ilişki katsayısı olsun.  $\kappa_i$  ve  $\rho_i$  arasında marjinal olasılıklara dayalı,

$$\kappa_i = \frac{2\rho_i (\pi'_{i1}\pi_{i1}\pi'_{i2}\pi_{i2})^{1/2}}{(\pi_{i1}\pi'_{i2}) + (\pi'_{i1}\pi_{i2})}$$

bağıntısı vardır (Bishop vd., 1988, 380).

$i=1, \dots, N, j=1, 2$  ve  $k=0, 1$  sırasıyla birimleri, sınıflayıcıları ve kategorileri gösterecek şekilde  $Y_{ij}$  rastgele değişkeni,

$$Y_{ij} = \begin{cases} 1, & i. \text{ birim } j. \text{ sınıflayıcı tarafından "başarılı (1)" olarak kabul edilen duruma} \\ & \text{sınıflandırıldığında} \\ 0, & i. \text{ birim } j. \text{ sınıflayıcı tarafından "başarılı değil (0)" olarak kabul edilen} \\ & \text{duruma sınıflandırıldığında} \end{cases}$$

olarak tanımlansın.  $Y_{i1}$  ve  $Y_{i2}$  rastgele yanıt değişkenleri iki sınıflayıcının  $i$ . örnek birimi ile ilgili yaptığı değerlendirme iken,

$$Y_{i1} \sim \text{Bernoulli}(\pi_{i1})$$

$$Y_{i2} \sim \text{Bernoulli}(\pi_{i2})$$

dır.  $Y_{i1}$  ve  $Y_{i2}$ 'nin bağımsız olduğu koşulu altında, herhangi bir  $(y_{i1}, y_{i2})$  gözlenmiş değerleri için ortak olasılık yoğunluk fonksiyonu (oyf), marjinal olasılıklara dayalı olarak,

$$f_i(y_{i1}, y_{i2}) = \pi_{i11}^{y_{i1}y_{i2}} \pi_{i10}^{y_{i1}(1-y_{i2})} \pi_{i01}^{y_{i2}(1-y_{i1})} \pi_{i00}^{(1-y_{i1})(1-y_{i2})} \quad (1)$$

biçiminde de ifade etmek mümkündür (Shoukri ve Mian, 1996). Sınıflayıcıların birbirinden bağımsız olarak değerlendirme yaptıkları koşulu altında, Eşitlik (1)'in doğal logaritması (ln) alındığında,

$$\ln f_i(y_{i1}, y_{i2}) = y_{i1}y_{i2} \ln(\pi_{i1}\pi_{i2}) + y_{i1}(1-y_{i2}) \ln(\pi_{i1}\pi'_{i2}) + y_{i2}(1-y_{i1}) \ln(\pi'_{i1}\pi_{i2}) + (1-y_{i1})(1-y_{i2}) \ln(\pi'_{i1}\pi'_{i2})$$

elde edilir. Böylece n örnek çapı iken, olabilirlik fonksiyonu L,

$$L = \sum_{i=1}^n \ln f_i(y_{i1}, y_{i2})$$

biçiminde ifade edilir. İki değişkenin bağımsız olması koşulu altında yazılabilen  $\ln f_i(y_{i1}, y_{i2})$  fonksiyonu, sınıflayıcıların örnek birimleriyle ilgili yaptığı değerlendirmelerinde bağımsızlık koşulunun sağlanmaması durumunda,

$$\begin{aligned} \ln f_i(y_{i1}, y_{i2}) = & y_{i1}y_{i2} \ln\left(\pi_{i1}\pi_{i2} + \frac{\kappa_i}{2}(\pi_{i1}\pi'_{i2} + \pi'_{i1}\pi_{i2})\right) \\ & + y_{i1}(1-y_{i2}) \ln\left(\pi_{i1}\pi'_{i2} - \frac{\kappa_i}{2}(\pi_{i1}\pi'_{i2} + \pi'_{i1}\pi_{i2})\right) \\ & + y_{i2}(1-y_{i1}) \ln\left(\pi'_{i1}\pi_{i2} - \frac{\kappa_i}{2}(\pi_{i1}\pi'_{i2} + \pi'_{i1}\pi_{i2})\right) \\ & + (1-y_{i1})(1-y_{i2}) \ln\left(\pi'_{i1}\pi'_{i2} + \frac{\kappa_i}{2}(\pi_{i1}\pi'_{i2} + \pi'_{i1}\pi_{i2})\right) \end{aligned} \quad (2)$$

şeklinde yazılır (Bahadur, 1961).  $\kappa$  katsayısının  $i$ 'ye bağlı olması birçok probleme yol açabilmektedir. Örneğin örnek çapı n arttıkça tahmin edilmek istenen parametre sayısı da artar. Ayrıca her örnek birimi için deneyin  $n_i$  defa tekrarlanması diye bir şey söz konusu olmayabilir. Daha önceden de bahsedilmiş olduğu gibi özellikle tıbbi çalışmalarda karşılaşılan, hastaların iki doktor tarafından sınıflandırılması neticesinde bu doktorların değerlendirmeleri arasındaki uyuşmanın derecesinin belirlenmesi problemi, bu konunun açıklanmasında kullanılabilir. Her  $i$ . hastanın, her iki doktor tarafından  $n_i$  kez muayene edilebilmesi mümkün olmayabilir. Bu durumda doktorların her hasta üzerine uyuşma katsayısını tahmin etmek yerine, “her örneklem birimi için  $\kappa$  parametresi aynıdır” varsayımına dayalı olarak uyuşma katsayısı tahmin edilir. Ortak  $\kappa$ 'nın olduğu varsayımı altında Eşitlik (2)'de verilen fonksiyon,

$$\begin{aligned} \ln f_i(y_{i1}, y_{i2}) &= y_{i1} y_{i2} \ln \left( \pi_{i1} \pi_{i2} + \frac{\kappa}{2} (\pi_{i1} \pi'_{i2} + \pi'_{i1} \pi_{i2}) \right) \\ &+ y_{i1} (1 - y_{i2}) \ln \left( \pi_{i1} \pi'_{i2} - \frac{\kappa}{2} (\pi_{i1} \pi'_{i2} + \pi'_{i1} \pi_{i2}) \right) \\ &+ y_{i2} (1 - y_{i1}) \ln \left( \pi'_{i1} \pi_{i2} - \frac{\kappa}{2} (\pi_{i1} \pi'_{i2} + \pi'_{i1} \pi_{i2}) \right) \\ &+ (1 - y_{i1})(1 - y_{i2}) \ln \left( \pi'_{i1} \pi'_{i2} + \frac{\kappa}{2} (\pi_{i1} \pi'_{i2} + \pi'_{i1} \pi_{i2}) \right) \end{aligned}$$

olmak üzere, olabilirlik fonksiyonu L,

$$\begin{aligned} L &= \sum_{i=1}^n \ln f_i(y_{i1}, y_{i2}) \\ &= \sum_{i=1}^n \left[ y_{i1} y_{i2} \ln \left( \pi_{i1} \pi_{i2} + \frac{\kappa}{2} (\pi_{i1} \pi'_{i2} + \pi'_{i1} \pi_{i2}) \right) \right. \\ &\quad + y_{i1} (1 - y_{i2}) \ln \left( \pi_{i1} \pi'_{i2} - \frac{\kappa}{2} (\pi_{i1} \pi'_{i2} + \pi'_{i1} \pi_{i2}) \right) \\ &\quad + y_{i2} (1 - y_{i1}) \ln \left( \pi'_{i1} \pi_{i2} - \frac{\kappa}{2} (\pi_{i1} \pi'_{i2} + \pi'_{i1} \pi_{i2}) \right) \\ &\quad \left. + (1 - y_{i1})(1 - y_{i2}) \ln \left( \pi'_{i1} \pi'_{i2} + \frac{\kappa}{2} (\pi_{i1} \pi'_{i2} + \pi'_{i1} \pi_{i2}) \right) \right] \end{aligned} \quad (3)$$

şeklinde yazılır. Eşitlik (3)'te elde edilen fonksiyondaki  $\pi_{ij}$  parametreleri sınıflayıcıların ve/veya örnek birimlerinin özelliklerini de içeren

$$\pi_{ij} = \frac{e^{X_{ij}\beta}}{1 + e^{X_{ij}\beta}}$$

lojit fonksiyonu ile ifade edilir. Modeldeki parametre sayısına bağlı olarak  $r=0, 1, 2$  iken  $\pi_{ij}$ 'lerden oluşan  $\pi$  vektörü,  $\beta_r$ 'den oluşan  $\beta$  vektörü ile ilk sütünü 1'ler olmak üzere,  $X'_{ij}$ 'lerden oluşan  $X'$  matrisinin elemanları,

$$\underbrace{X'_{ij}}$$

$$\pi = \begin{bmatrix} \pi_{11} \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \pi_{n1} \\ \pi_{12} \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \pi_{n2} \end{bmatrix} \quad X' = \begin{bmatrix} 1 & x_1 & x_{11} \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ 1 & x_n & x_{n1} \\ 1 & x_1 & x_{12} \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ 1 & x_n & x_{n2} \end{bmatrix} \quad \beta = \begin{bmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \\ \beta_2 \end{bmatrix}$$

biçiminde gösterilir.  $\beta_r$  ve  $\kappa$  parametrelerinin EÇOB tahmin edicileri olan  $\hat{\beta}_r$  ve  $\hat{\kappa}$  istatistikleri, lojistik modelin lineer olmaması nedeniyle elde edilemez. Bu sebepten dolayı, Eşitlik (3) ile verilen fonksiyonun maksimum noktası,  $\kappa$  parametresi 0.20 ve 0.80 olacak şekilde iki farklı deneyin tasarlandığı simülasyon çalışması ile elde edilmiştir. Eşitlik (3)'teki olabilirlik fonksiyonun maksimum noktası,  $\beta_r$  ve  $\kappa$  parametrelerinin EÇOB tahminleri olan  $\hat{\beta}_r$  ve  $\hat{\kappa}$ 'yı verir.

### 3. UYGULAMA

Eşitlik (3)'te verilen fonksiyonu maksimize eden noktayı bulabilmek amacıyla bir simülasyon çalışması yapılmıştır. Simülasyon çalışması için Matlab paket programında yazılan iki programdan yararlanılmıştır ve elde edilen sonuçlar Tablo 3'te özetlenmiştir. Bu programların dayandığı temeli iki maddede özetlemek mümkündür.

1.  $\kappa = 0.20$  olarak tasarlanan deneyde,  $Y_{i1}$  rastgele değişkeni bakımından gözlenmiş değer "1" olduğunda,  $\pi_{12}$  olasılığı 0.70 alınarak örnek birimlerinin (1,1) hücresine,  $Y_{i1}$  rastgele değişkeni bakımından gözlenmiş değer 0 olduğunda,  $\pi_{12}$  olasılığı 0.50 alınarak örnek birimlerinin hem (0,0) hem de (0,1) hücresine eşit oranda yığılması sağlanmıştır.
2.  $\kappa = 0.80$  olarak tasarlanan deneyde,  $Y_{i1}$  rastgele değişkeni bakımından gözlenmiş değer 1 olduğunda,  $\pi_{12}$  olasılığı 0.90 alınarak örnek birimlerinin (1,1) hücresine,  $Y_{i1}$  rastgele değişkeni bakımından gözlenmiş değer 0 olduğunda  $\pi_{12}$  olasılığı 0.10 alınarak örnek birimlerinin (0,0) hücresine daha fazla yığılmasını sağlayan deney tasarlanmıştır.

$\kappa$  katsayısının 0.20 olması durumunda, iki-sonuçlu  $Y_{i1}$  ve  $Y_{i2}$  rastgele değişkenlerin dağılımından 50 çaplı örnek elde edilmiştir.  $\kappa$ 'nın 0.20, örnek çapının 50 olduğu deneyin 20 kez tekrarlanması sonucunda tek açıklayıcı değişkenin yer aldığı lojistik model parametrelerinin ve  $\kappa$ 'nın EÇOB tahminlerine ilişkin ortalamalar ve varyansları hesaplanmıştır. Aynı işlemler örnek çapının 500 olması durumu için de tekrarlanmıştır.  $\kappa$ 'nın 0.20'den farklı olarak, 0.80 olması durumunda da 50 ve 500 çaplı örnekler için deneylerin 20 kez tekrarlanmasıyla, ilgili parametre tahminlerinin ortalamaları ve

varyansları bulunmuştur. Modelde tek açıklayıcı değişkenin yer alması durumunda  $\kappa$ 'nın ve örnek çapının farklı kombinasyonları için yapılan bu hesaplamalar, lojit modelde iki açıklayıcı değişkenin olması durumu için de incelenmiştir. Tek açıklayıcı değişkenli lojit modelde, yalnızca sınıflayıcılara ait bir özellik vardır. Bu durumda sınıflayıcılara ait bir özelliğin yer aldığı açıklayıcı değişken vektörünün elemanları, örnek biriminin 1. sınıflayıcı tarafından sınıflandırılmış olması halinde  $-0.5$  ve 2. sınıflayıcı tarafından sınıflandırılmış olması halinde ise  $0.5$  değerini alan bir vektör olarak oluşturulabilir. Hem sınıflayıcılara, hem de örnek birimlerine ait bir özellik olmak üzere iki açıklayıcı değişkenli lojit modelde, örnek birimlerine ait herhangi bir özelliğin yer aldığı açıklayıcı değişken vektörünün elemanları Poisson (7) dağılımından geldiği şekilde düşünülebilir.

**Tablo 3. 20 tekrar ile  $\kappa=0.20, 0.80$  ve  $n=50, 500$  iken, lojit modelde tek ve iki açıklayıcı değişkenin olması durumunda model parametrelerinin ve  $\kappa$ 'nın EÇOB tahminlerinin ortalamaları ve varyansları**

| $\kappa$ | $n$ | Ort,Var | Tek açıklayıcı değişken |                 |                | İki açıklayıcı değişken |                 |                 |                |
|----------|-----|---------|-------------------------|-----------------|----------------|-------------------------|-----------------|-----------------|----------------|
|          |     |         | $\hat{\beta}_0$         | $\hat{\beta}_1$ | $\hat{\kappa}$ | $\hat{\beta}_0$         | $\hat{\beta}_1$ | $\hat{\beta}_2$ | $\hat{\kappa}$ |
| 0.20     | 50  | Ort     | 0.2936                  | 0.5460          | 0.2020         | 0.1707                  | 0.5525          | 0.0174          | 0.1932         |
|          |     | Var     | 0.0267                  | 0.1316          | 0.0169         | 0.4940                  | 0.1335          | 0.0082          | 0.0168         |
|          | 500 | Ort     | 0.1875                  | 0.3727          | 0.2001         | 0.1597                  | 0.3732          | 0.0040          | 0.1993         |
|          |     | Var     | 0.0049                  | 0.0199          | 0.0006         | 0.0412                  | 0.0200          | 0.0007          | 0.0006         |
| 0.80     | 50  | Ort     | 0.0272                  | 0.0045          | 0.7728         | 0.2461                  | 0.0039          | -0.0304         | 0.7676         |
|          |     | Var     | 0.0987                  | 0.0267          | 0.0062         | 0.4655                  | 0.0277          | 0.0129          | 0.0069         |
|          | 500 | Ort     | 0.0021                  | -0.0141         | 0.7938         | -0.0121                 | -0.0141         | 0.0021          | 0.7934         |
|          |     | Var     | 0.0090                  | 0.0027          | 0.0005         | 0.0606                  | 0.0027          | 0.0010          | 0.0005         |

Tablo 3'ten de görülebileceği gibi  $\kappa$ 'nın farklı değerleri için, lojit model parametrelerinin ve  $\kappa$ 'nın EÇOB tahminlerinin varyansları  $n$  örnek çapı artınca, küçülmüştür. Varyansın küçülmesi ise elde edilen tahminlerin, yığın parametrelerine gittikçe yaklaştığı anlamına gelir. Dolayısıyla da  $n$  örnek çapı arttıkça, bulunan tahminler yığın parametrelerinin daha tutarlı tahminleri olur. Üretilen örnekler üzerinden elde edilen  $\kappa$ 'nın EÇOB tahminleri olan  $\hat{\kappa}$  istatistikleri,  $n$  örnek çapı arttıkça yığına ilişkin  $\kappa$  parametresine yakınsamıştır.

Ayrıca, lojit model parametrelerinin ve  $\kappa$ 'nın anlamsızlığı hipotezleri  $0.05$  anlam düzeyinde test edilmiş ve sonuçlar Tablo 4'te özetlenmiştir. Bu sonuçlara göre  $\kappa$ 'nın  $0.20$  olarak tasarlandığı deneyde  $n=500$  iken, lojit model parametreleri ve  $\kappa$ 'nın EÇOB tahminlerinin hepsi anlamlı bulunmuştur.  $\kappa$  parametresinin  $0.80$  olması durumunda, modeldeki değişken sayısının artması ile oluşabilecek çoklu bağlantı problemi, model parametrelerinin anlamsızlığı hipotezi üzerinde etkili olmaktadır.  $\kappa$ 'nın  $0.20$  değeri için aksi durum söz konusudur.

#### 4. TARTIŞMA VE SONUÇ

$j$ . sınıflayıcının  $i$ . örnek birimini “başarılı (1)” durumuna sınıflandırması olasılığı  $\pi_{ij}$ ,  $0-1$  aralığında değer alır.  $\pi_{ij}$  olasılıkları, sınıflayıcılara ve/veya örnek birimlerine ait özellikleri içeren açıklayıcı değişken vektörünün bir lojit modeli olarak ifade edilir. Bu çalışmada  $\pi_{ij}$ 'leri açıklayıcı değişkenlerin bir fonksiyonu olarak alıp,  $\kappa$ 'yı da içeren olabilirlik fonksiyonunda kullanmak suretiyle yazılan olabilirlik fonksiyonunu maksimize eden optimum nokta araştırılarak, parametrelerin EÇOB tahminleri elde edilmiştir. Bu amaçla Matlab paket programında yazılan ve ardışık kullanıma dayalı iki

programdan yararlanılmıştır. Simülasyon tekniğine dayalı olarak hesaplanan bu tahminlerin ortalama ve varyansları incelendiğinde, örnek çapı arttıkça lojit model parametrelerinin ve  $\kappa$ 'nın EÇOB tahminlerinin varyanslarının küçüldüğü görülmüştür.  $\kappa$ 'nın iki farklı değeri ve verilen örnek çapları için elde edilen  $\kappa$  parametrelerinin EÇOB tahminleri, yığına ilişkin  $\kappa$  parametresine yakınlaşmıştır. Ayrıca,  $\kappa$ 'nın 0.80 olması durumunda modeldeki değişken sayısının artması ile oluşabilecek çoklu bağlantı probleminin, model parametrelerinin anlamsızlığı hipotezlerinin test edilmesinde etkili olduğu görülmüştür

**Tablo 4. 20 tekrar ile,  $\kappa=0.20, 0.80$  ve  $n=50, 500$  için parametre tahminlerinin anlamsızlığı hipotezlerinin test sonuçları**

| $\kappa$ | $n$ | Parametreler    | Tahminler | Standart Hata | Z Değeri | P Değeri              |
|----------|-----|-----------------|-----------|---------------|----------|-----------------------|
| 0.20     | 50  | $\hat{\beta}_0$ | 0.2936    | 0.1634        | 1.7968   | 0.0367                |
|          |     | $\hat{\beta}_1$ | 0.5460    | 0.3628        | 1.5050   | 0.0655                |
|          |     | $\hat{\kappa}$  | 0.2020    | 0.1300        | 1.5538   | 0.0606                |
|          | 500 | $\hat{\beta}_0$ | 0.1875    | 0.0700        | 2.6786   | 0.0038 <sup>(a)</sup> |
|          |     | $\hat{\beta}_1$ | 0.3727    | 0.1411        | 2.6414   | 0.0041 <sup>(a)</sup> |
|          |     | $\hat{\kappa}$  | 0.2001    | 0.0245        | 8.1673   | 0.0000 <sup>(a)</sup> |
| 0.80     | 50  | $\hat{\beta}_0$ | 0.0272    | 0.3142        | 0.0866   | 0.4641                |
|          |     | $\hat{\beta}_1$ | 0.0045    | 0.1634        | 0.0275   | 0.4880                |
|          |     | $\hat{\kappa}$  | 0.7728    | 0.0787        | 9.8196   | 0.0000 <sup>(a)</sup> |
|          | 500 | $\hat{\beta}_0$ | 0.0021    | 0.0949        | 0.0221   | 0.4920                |
|          |     | $\hat{\beta}_1$ | -0.0141   | 0.0520        | -0.2712  | 0.3936                |
|          |     | $\hat{\kappa}$  | 0.7938    | 0.0224        | 35.4375  | 0.0000 <sup>(a)</sup> |
| 0.20     | 50  | $\hat{\beta}_0$ | 0.1707    | 0.7029        | 0.2429   | 0.4552                |
|          |     | $\hat{\beta}_1$ | 0.5525    | 0.3654        | 1.5120   | 0.0655                |
|          |     | $\hat{\beta}_2$ | 0.0174    | 0.0906        | 0.1921   | 0.4257                |
|          |     | $\hat{\kappa}$  | 0.1932    | 0.1296        | 1.4907   | 0.0681                |
|          | 500 | $\hat{\beta}_0$ | 0.1597    | 0.2030        | 0.7867   | 0.2148                |
|          |     | $\hat{\beta}_1$ | 0.3732    | 0.1414        | 2.6393   | 0.0043                |
|          |     | $\hat{\beta}_2$ | 0.0040    | 0.0265        | 0.1509   | 0.4404                |
|          |     | $\hat{\kappa}$  | 0.1993    | 0.0245        | 8.1347   | 0.0000                |
|          |     | $\hat{\kappa}$  | 0.1993    | 0.0245        | 8.1347   | 0.0000                |
| 0.80     | 50  | $\hat{\beta}_0$ | 0.2461    | 0.6823        | 0.3607   | 0.3594                |
|          |     | $\hat{\beta}_1$ | 0.0039    | 0.1664        | 0.0234   | 0.4920                |
|          |     | $\hat{\beta}_2$ | -0.0304   | 0.1136        | -0.2676  | 0.3974                |
|          |     | $\hat{\kappa}$  | 0.7676    | 0.0831        | 9.2371   | 0.0000 <sup>(a)</sup> |
|          | 500 | $\hat{\beta}_0$ | -0.0121   | 0.2462        | -0.0491  | 0.4801                |
|          |     | $\hat{\beta}_1$ | -0.0141   | 0.0520        | -0.2712  | 0.3936                |
|          |     | $\hat{\beta}_2$ | 0.0021    | 0.0316        | 0.0665   | 0.4761                |
|          |     | $\hat{\kappa}$  | 0.7934    | 0.0224        | 35.4196  | 0.0000 <sup>(a)</sup> |
|          |     | $\hat{\kappa}$  | 0.7934    | 0.0224        | 35.4196  | 0.0000 <sup>(a)</sup> |

(a):  $\alpha / 2 = 0.025$  'den küçük olan P değerlerini göstermektedir.



## 5. KAYNAKLAR

Bahadur, R.R., 1961. A Representation of the Joint Distribution of Responses to  $n$  Dichotomous Items, in Solomon, H.(ed). Studies in Item Analysis and Prediction, Stanford University Press, California, 158-176.

Bishop, Y.M.M., Fienberg, S.E., Holland, P.W., 1988. Discrete Multivariate Analysis: Theory and Practice, The MIT Press, The Massachusetts Institute of Technology, England.

Cohen, J., 1960. A Coefficient of Agreement for Nominal Scales. Educational and Psychological Measurement, 20 (1), 37-46.

Kraemer, H.C., Periyakoil, V.S., Noda, A., 2002. Kappa Coefficient in Medical Research. Statistics in Medicine, 21, 2109-2129.

Lipsitz, S.R., Williamson, J., Klar, N., Ibrahim, J., Parzen, M., 2001. A Simple Method for  $\kappa$  Between A Pair Of Raters. Journal of Royal Statistical Society A, 164 (3), 449-465.

Shoukri, M.M., Mian, I.U.H., 1996. Maximum Likelihood Estimation of the Kappa Coefficient from Bivariate Logistic Regression. Statistics in Medicine, 15, 1409-1419.

## MAXIMUM LIKELIHOOD ESTIMATION OF THE KAPPA COEFFICIENT BASED ON A SIMULATION STUDY

### ABSTRACT

*In medical and social studies it is possible to come across with problems of determining the agreement between raters judges. The Kappa coefficient, suggested by Cohen, is one of the statistics used for estimating the raters agreement, after the sample units are rated with a categorical measure by the two raters. But it is wrong to use the Kappa coefficient in classification problems such that the raters classify each sample unit to the category "successfully (1)" with distinct probabilities  $\pi_{ij}$ . In this case, these classification probabilities can be estimated from logit models, which contains covariates of raters and/or units features. In this study, the maximum of the likelihood function, containing  $\kappa$  and logit model parameters is obtained with the benefit of written two programs on Matlab packet programming. After the Maximum Likelihood Estimates (MLE) of the parameters are obtained from the simulation method which is based on different sample sizes of each with twenty replications, the significances of the parameters are tested.*

**Key Words: Kappa Coefficient, Logit Model, Likelihood Function.**

# BÜYÜME EĞRİLERİNİN EŞİTLİĞİNDE PERMÜTASYON TESTİ

Ufuk EKİZ\*

Müslim EKİNİ\*\*

## ÖZET

*Tesadüfi değişkenin dağılımının ne olduğuna ilişkin herhangi bir varsayım gerektirmeyen permütasyon testi, özellikle gözlem sayısı arttıkça çok fazla işlem yapmayı gerektirmektedir. Ancak parametrik olmayan bu yöntemin, son yıllarda bilgisayar teknolojisindeki ilerlemelere paralel olarak kullanımı yaygınlaşmaktadır. Bu çalışmada tarafımızdan yazılmış olan bilgisayar programı kullanılarak, Büyüme Eğrisi Modelinde (Growth Curve Model) ortalamaların eşitliği hipotezinin permütasyon testi ile, test edilmesi incelenmiştir. Uygulamada Büyüme Eğrisi Modeline uyan gerçek veri seti kullanılmıştır.*

**Anahtar Kelimeler:** Büyüme Eğrisi Modeli, Permütasyon Testi.

## 1. GİRİŞ

Büyüme Eğrisi Modeli ekonomi, biyoloji ve tıp gibi alanlarda kısa zaman serileri üzerinden büyüme problemlerinin analizinde sıkça kullanılan, genelleştirilmiş çok değişkenli bir varyans analizi modelidir. Ayrıca uzun-kesit (longitudinal) verilerin (özellikle ilişkili tekrarlı ölçümlerde) analizinde kullanılan temel bir araçtır.

Büyüme problemi ile ilgili ilk temel çalışmalar arasında Wishart (1938), Box (1950) ve Rao (1958) yer almaktadır. Bu problemin, modellenmesine ilişkin ilk kapsamlı girişim ve isimlendirme ise Pothoff ve Roy (1964) tarafından yapılmıştır.

Büyüme Eğrisi Modeli,

$$Y_{pxn} = X_{pxm} B_{m \times r} Z_{rxn} + e_{pxn} \quad (1)$$

şeklinde tanımlanmaktadır. Burada X ve Z rankları sırasıyla  $m < p$ ,  $r < n$  olarak bilinen tasarım matrisleri ve B'de bilinmeyen regresyon katsayıları matrisidir. Ayrıca hata matrisi  $\varepsilon$ 'nin kolonları bağımsız p-değişkenli ortalaması sıfır ve bilinmeyen kovaryans matrisi  $\Sigma > 0$  olan normal dağılımdır. Bir başka ifade ile  $Y \sim N_{n,p}(XBZ, \Sigma, I_n)$ 'dir. p, n birimden her biri için gözlem alınan zaman noktalarının sayısını, (m-1) zamana bağlı polinomun derecesini ve r'de n birimin sınıflandırılabilceği grup sayısını ifade etmektedir (Jian-Xin ve Kai-Tai, 2000).

Farklı özelliklerinden dolayı, r gruba ayrılmış n birimden  $n_j$  tanesi, j. grupta yer alsın. Her bir grupta yer alan birimlerin, bağımlı değişken değerleri aynı zaman noktalarında ölçülmektedir ve aynı kovaryans matrisi  $\Sigma$ 'ya sahip oldukları varsayılmaktadır. j. gruba ilişkin büyüme eğrisi,

$$b_{0j} + b_{1j}t + \dots + b_{m-1j}t^{m-1} \quad (2)$$

\* Yrd. Doç. Dr., Gazi Üniversitesi Fen Edb. Fak. İstatistik Bölümü, e-mail: ufukekiz@gazi.edu.tr

\*\* Prof. Dr., Gazi Üniversitesi Fen Edb. Fak. İstatistik Bölümü, e-mail: mekni@gazi.edu.tr

şeklinde tanımlanmaktadır. Bu büyüme eğrisi Eşitlik (1)'de yer alan modelin kullanılmasıyla da ifade edilebilir. Eşitlik (1)'deki modelde Z, r tane satırdan meydana gelmektedir ve n tane kolonun  $n_1$  tanesinde  $(1,0,\dots,0)'$ ,  $n_2$  tanesinde  $(0,1,\dots,0)'$ , ... ,  $n_r$  tanesinde de  $(0,\dots,0,1)'$  vektörleri yer alacak şekilde oluşturulmaktadır ( $n_1 + n_2 + \dots + n_r = n$ ). B matrisinin (j, c). elemanı da  $b_{j-1,c}$  ile ifade edilmektedir. X matrisi ise j. satırı ve c. kolonu  $t_j^{c-1}$  ile ifade edilen matristir. X, B ve Z matrislerinin gösterimi aşağıdaki gibidir.

$$X = \begin{bmatrix} 1 & t_1 & t_1^2 & \dots & t_1^{m-1} \\ 1 & t_2 & t_2^2 & \dots & t_2^{m-1} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & t_p & t_p^2 & \dots & t_p^{m-1} \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} b_{01} & b_{02} & \dots & b_{0r} \\ b_{11} & b_{12} & \dots & b_{1r} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ b_{(m-1)1} & b_{(m-1)2} & \dots & b_{(m-1)r} \end{bmatrix}$$

$$Z = \begin{bmatrix} 1 & 1 & \dots & 1 & 0 & 0 & \dots & 0 & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 & 1 & 1 & \dots & 1 & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & \dots & 1 & 1 & \dots & 1 \end{bmatrix}$$

Literatürde, Büyüme Eğrisi Model parametreleri B ve  $\Sigma$  'nın tahminine yönelik pek çok yöntem yer almaktadır. Bunlar arasında en çok kullanılanları; En Küçük Kareler (EKK) ve En Çok Olabilirlik (EÇOB) yöntemleridir. Tek ya da çok değişkenli regresyon analizinde EÇOB ve EKK yöntemlerine dayalı parametre tahminleri tamamen aynılık göstermektedir. Ancak Büyüme Eğrisi Modelinde, bu durum sağlanmamaktadır. Çünkü EKK tahmini bağımlı Y değişkeninin doğrusal bir fonksiyonu olarak elde edilirken, EÇOB tahmini bağımlı Y değişkeninin doğrusal olmayan bir fonksiyonu olarak elde edilmektedir.

## 2. BÜYÜME EĞRİSİ MODEL PARAMETRELERİNİN EÇOB VE EKK TAHMİNLERİ

EKK yönteminde, regresyon katsayılarının ve kovaryans matrisinin tahminleri hata kareler toplamları matrisinin izinin (trace) en küçüklenmesi sonucu,

$$\hat{B}_{EKK} = (X'X)^{-1} X'YZ'(ZZ')^{-1} \quad (3)$$

$$\hat{\Sigma}_{EKK} = \frac{1}{n} (Y - X\hat{B}Z)(Y - X\hat{B}Z)'$$

olarak elde edilmektedir (Jian-Xin ve Kai-Tai, 2000). Regresyon katsayıları tahminleri, yanıt değişkeni  $Y$ 'nin doğrusal bir fonksiyonu formundadır. Eşitlik (1)'de ifade edilen model için  $B$  ve  $\Sigma$  parametrelerinin bir fonksiyonu olan EÇOB fonksiyonu,

$$L(B, \Sigma) = (2\pi)^{-np/2} [\det(\Sigma)]^{-n/2} \exp\left\{-\frac{1}{2} \text{tr}\left(\Sigma^{-1} (Y - XBZ)(Y - XBZ)'\right)\right\} \quad (4)$$

şeklinde ifade edilir.  $B$  ve  $\Sigma$  parametrelerinin EÇOB tahminleri olan  $\hat{B}_{EÇOB}$  ve  $\hat{\Sigma}_{EÇOB}$  aşağıdaki teoremden yer almaktadır (Jian-Xin ve Kai-Tai, 2000).

**Teorem:** Eşitlik (1)'de ifade edilen Büyüme Eğrisi Modelinde, eğer  $n > p + r$  ve açıklayıcı tasarım matrisleri  $X$  ve  $Z$  tam ranklı ise, Eşitlik (4)'te yer alan EÇOB fonksiyonunu en büyükleyen  $\hat{B}_{EÇOB}$  ve  $\hat{\Sigma}_{EÇOB}$  tahmin edicileri sırasıyla,

$$\hat{B}_{EÇOB} = (X'S^{-1}X)^{-1} X'S^{-1}YZ'(ZZ')^{-1} \quad (5)$$

ve

$$\hat{\Sigma}_{EÇOB} = \frac{1}{n} (Y - X\hat{B}Z)(Y - X\hat{B}Z)'$$

elde edilir. Burada  $S = Y(I_n - P_Z)Y'$ ,  $P_Z = Z'(ZZ')^{-1}Z$  ve  $I_n$ 'de  $n$  boyutlu birim matrisi ifade etmektedir.

Hata terimlerinin bağımsız ve aynı çok değişkenli normal dağılıma sahip oldukları varsayımına ek olarak, tüm birimlerin aynı zamanlarda gözlenmiş olması ve tüm birimlere ilişkin ölçümlerin aynı dereceden polinomlarla ifade edilmiş olması varsayımları da sağlanıyor ise,  $r$  tane gruba ait ortalama büyüme eğrilerinin eşitliği hipotezini test etmek için uygulanabilecek çeşitli çalışmalar literatürde yer almaktadır (Rao, 1959, 1965; Potthoff ve Roy, 1964; Grizzle ve Allen, 1969; Krishnaiah, 1980). Yukarıdaki varsayımlardan sapmaların olması durumunda, gruplara ait Büyüme Eğrilerinin karşılaştırılması için, Zerbe ve Walker (1977), permütasyon testine (Box ve Anderson, 1955) dayalı bir yaklaşım önermişlerdir. Bu yaklaşım aşağıda kısaca özetlenmektedir.

### 3. GRUPLARA İLİŞKİN ORTALAMA BÜYÜME EĞRİLERİNİN EŞİTLİĞİNDE PERMÜTASYON TESTİ

Araştırmacı tarafından belirlenen  $(t_1, t_2)$  zaman aralığı üzerinde, grup ortalama eğrilerinin eşitliğini test etmek için Tablo 1'de verilen büyüklükler göz önünde bulundurulmalıdır.  $(t_1, t_2)$  zaman aralığı üzerinde,  $c_1(t)$  ve  $c_2(t)$  gibi iki eğri arasındaki uzaklık

$$d(c_1, c_2) = \left[ \int_{t_1}^{t_2} \{c_1(t) - c_2(t)\}^2 dt \right]^{1/2} \quad (6)$$

genel kareler toplamı (T) olarak ifade edilmektedir. T, gruplar arasındaki uzaklıkların kareleri toplamı olan Q ve her bir gruptaki birimler arasındaki uzaklıkların kareleri toplamı olan W'nın toplamı olarak yazılabilmektedir. Bu yapı tek yönlü varyans analizi ile tamamen benzerlik göstermektedir.

**Tablo 1.  $(t_1, t_2)$  zaman aralığında büyüme eğrilerine ilişkin varyans analizi tablosu**

| Kaynak        | Kareler Toplamları  | Serbestlik Derecesi |
|---------------|---|---------------------|
| Gruplar İçi   | $Q = \sum_j n_j \int_{t_1}^{t_2} (\bar{y}_j(t) - \bar{y}_{..}(t))^2 dt$                       | r-1                 |
| Gruplar Arası | $W = \sum_{j=1}^r \sum_{i=1}^{n_j} \int_{t_1}^{t_2} (\hat{y}_{ij}(t) - \bar{y}_j(t))^2 dt$    | n-r                 |
| Genel         | $T = \sum_{j=1}^r \sum_{i=1}^{n_j} \int_{t_1}^{t_2} (\hat{y}_{ij}(t) - \bar{y}_{..}(t))^2 dt$ | n-1                 |

$$\bar{y}_j(t) = \frac{1}{n_j} \sum_{i=1}^{n_j} \hat{y}_{ij}(t), \quad \bar{y}_{..}(t) = \frac{1}{n} \sum_j \sum_i \hat{y}_{ij}(t), \quad \mu(t) = \frac{1}{n} \mathbf{n} \mu(t)$$

Gruplara ait ortalama büyüme eğrilerinin eşitliği hipotezini, en az bir grubun ortalama eğrisi  $(t_1, t_2)$  zaman aralığında diğer grupların ortalama eğrilerinden farklıdır hipotezine karşı testi,

$$H_0 : \mu_1(t) = \mu_2(t) = \dots = \mu_r(t), \quad t \in (t_1, t_2) \text{ için}$$

$$H_1 : \mu_j(t) \neq \mu_k(t) \quad t \in (t_1, t_2) \text{ aralığında } k \neq j \text{ için}$$

ile ifade edilir.  $H_1$ 'e karşı,  $H_0$  hipotezini test etmekte kullanılacak test istatistiği,

$$F = [Q/(r-1)] / [W/(n-r)] \tag{7}$$

olarak ileri sürülmektedir Zerbe ve Walker(1977). Teste ilişkin kesin P-değeri (exact P-value) r gruba ait n tane gözleme ilişkin,  $R = n! / \prod_{j=1}^r n_j!$  adet mümkün permütasyondan her biri için, Eşitlik (7)'de F değerinin hesaplanması ile belirlenir. Eğer hesaplanan R adet F değerinden, m tanesi  $F_0$  tablo değerinden büyük ise, bu durumda kesin P-değeri

$$P = \frac{m}{R} \tag{8}$$

olarak elde edilir. Eğer elde edilen kesin P-değeri öngörülen anlamlılık düzeyinden küçük ise,  $H_0$  hipotezi reddedilir.

## 4. UYGULAMA

Doğumdan altı aylık oluncaya kadarki süre zarfında kız ve erkek bebeklerin ortalama baş çevresi eğrilerinin eşitliği hipotezini permütasyon testi ile test etmek üzere; Gazi Üniversitesi Tıp Fakültesi Çocuk Hastalıkları Anabilim Dalından alınmış 8 kız ve 8 erkek bebeğe ait doğum, 2. ay, 4. ay ve 6. ay baş çevresi verileri Tablo 2’de yer almaktadır.

**Tablo 2. Gazi Üniversitesi Tıp Fakültesi çocuk hastalıkları anabilim dalından 8 kız ve 8 erkek çocuğun 0, 2, 4 ve 6. aylardaki baş çevrelerine ilişkin alınmış ölçümler (cm cinsinden)**

| Cinsiyet | Doğum | 2. Ay | 4. Ay | 6. Ay |
|----------|-------|-------|-------|-------|
| Kız      | 34    | 39    | 41    | 44    |
|          | 37    | 43    | 44    | 46    |
|          | 36    | 40    | 41    | 43    |
|          | 37    | 40    | 41    | 44    |
|          | 38    | 39,5  | 42,5  | 45    |
|          | 33    | 35    | 37    | 39    |
|          | 33    | 40    | 40    | 42    |
|          | 36    | 38,5  | 41,5  | 43    |
| Erkek    | 36    | 40    | 43    | 45,5  |
|          | 37    | 40    | 42,5  | 44    |
|          | 34    | 38    | 42    | 44    |
|          | 35,5  | 40    | 41    | 43    |
|          | 34    | 38    | 40    | 42    |
|          | 36    | 40    | 41    | 44    |
|          | 35,5  | 42    | 42    | 44,5  |
|          | 35    | 37    | 42    | 44    |

Eşitlik (1) ile verilen modelde kullanılan, X ve Z tasarım matrisleri bu uygulama için,

$$X = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \\ 1 & 4 \\ 1 & 6 \end{bmatrix}, \quad Z = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

olarak belirlenmiştir. Buna göre Eşitlik (3) ve Eşitlik (5)’den, B parametresinin EKK ve EÇOB tahminleri sırasıyla,

$$\hat{B}_{EKK} = \begin{bmatrix} 30.625 & 29.062 \\ 1.2500 & 1.3906 \end{bmatrix}, \quad \hat{B}_{EÇOB} = \begin{bmatrix} 33.732 & 34.848 \\ 1.1840 & 1.2987 \end{bmatrix}$$

olarak elde edilmiştir. 8 kız ve 8 erkek bebeğin yer aldığı iki grup için oluşturulacak permütasyonların sayısı  $R=12870$ ’dir. Doğum ve altı ay arasında herhangi bir  $(t_1, t_2)$  zaman aralığında bu iki gruba ilişkin ortalama baş çevresi büyüme eğrilerinin eşitliği testinde (7) nolu eşitlikten, 12870 adet F değeri hesaplanmış, bunlardan  $F_{r-1, n-2, 0.95} = F_{1, 14, 0.95} = 4.60011$  değerinden büyük olanlarının sayısı belirlenmiş ve Eşitlik (8)’den kesin P-değerleri elde edilmiştir. Doğum ve altı ay arasında belirlenmiş çeşitli aralıklar için test sonuçları Tablo 3’te yer almaktadır. Bu tabloda verilen sonuçlar Matlab (7.0)’da yazılmış olan program ile elde edilmiştir.

**Tablo 3. Permütasyon testi sonuçları**

|   | Zaman Aralığı | $F > 4.60011$ | Kesin P-değeri |
|---|---------------|---------------|----------------|
| 1 | (Doğum-2. ay) | 620           | 0.04817        |
| 2 | (2. ay-4. ay) | 494           | 0.03838        |
| 3 | (4. ay-6. ay) | 454           | 0.03527        |
| 4 | (Doğum-6. ay) | 448           | 0.03481        |

Tablo 3'te yer alan tüm zaman aralıklarında, kesin P-değerleri  $\alpha = 0.05$  değerinden daha küçük çıktığı için  $H_0$  hipotezleri reddedilmiştir. 1. zaman aralığında elde edilen, kesin P-değeri,  $\alpha$ 'ya oldukça yakın çıkmıştır. 1., 2. ve 3. zaman aralıklarında, kesin P-değeri azalma göstermektedir. Bu sonuca göre kız ve erkek çocukların baş çevrelerine ilişkin ortalama büyüme eğrileri arasında fark vardır ve bu farklılık, doğumdan 6 aylık oluncaya kadar ki ikişer aylık periyotlarda artarak devam etmektedir. Ölçümlerin alındığı tüm zaman aralığı olan 4. zaman aralığında da  $H_0$  hipotezi reddedilmiştir.

## 5. TARTIŞMA VE SONUÇ

r tane gruba ait ortalama büyüme eğrilerinin eşitliği hipotezini test etmek için, parametrik testler yerine parametrik olmayan permütasyon testinin kullanılmasındaki başlıca sebep, gözlem sayısının azlığıdır. Gözlem sayısının az olması parametrik testlerde varsayımların sağlanıyor olmasında problem yaratmasına karşın, permütasyon testinin uygulanabilirliği bakımından kolaylık sağlamaktadır. Ayrıca parametrik testler r tane gruba ait ortalama büyüme eğrilerinin eşitliği hipotezini, ölçümlerin yapıldığı tüm zaman aralığı üzerinden test etmektedir. Buna karşın permütasyon testi ile ölçümlerin yapıldığı tüm zaman aralığı içerisinde olmak kaydıyla herhangi bir zaman aralığında, r gruba ait ortalama büyüme eğrilerinin eşitliği hipotezi test edilebilmektedir.

Uygulamada kullanılan veri için, parametrik testlerle ancak altı aylık zaman periyodunda ortalama büyüme eğrilerinin eşitliği hipotezi test edilebilir. Yazılan program aracılığıyla, istenilen herhangi bir zaman aralığında ilgili hipotezin permütasyon testi ile test edilebileceği gösterilmiştir.

## 6. KAYNAKLAR

Box, G.E.P., 1950. Problems in the Analysis of Growth and Wear Curves. *Biometrics*, 6, 362-89.

Box, G.E.P., Anderson, S.L., 1955. Permutation Theory in the Derivation of Robust Criteria and the Study of Departures from Assumption. *Journal of the Royal Statistical Society. Series B*, Vol.xvii, No 1.

Grizzle, J.E., Allen, D.M., 1969. Analysis of Growth and Response Curves. *Biometrics*, 25, 375-381.

Jian-Xin P., Kai-Tai F., 2000. *Growth Curve Models and Statistical Diagnostics*. New York, Springer-Verlag.

Krishnaiah, P.R., 1980. *Handbook of Statistics 1*. Amsterdam, North-Holland Publishing Company.

Pothoff, F.R., Roy, S.N., 1964. A Generalized Multivariate Analysis of Variance Model Useful Especially for Growth Curve Problems. *Biometrika*, 51, 3 ve 4, p.313.

Rao, C.R., 1958. Some Statistical Methods for Comparison of Growth Curves. *Biometrics*, 14, 1-17.

Rao, C.R., 1959. Some Problems Involving Linear Hypothesis in Multivariate Analysis. *Biometrika*, 46, 49-58.

Rao, C.R., 1965. Theory of Least Squares where the Parameters are Stochastic and its Application to the Analysis of Growth Curves. *Biometrika*, 52, 447-458.

Wishart, J., 1938. Growth-Rate Determination in Nutrition Studies with the Bacon pig, and their Analysis. *Biometrika*, 30, 16-28.

Zerbe, G.O., Walker, S.H., 1977. A Randomization Test for Comparison of Growth Curves with Different Polynomial Design Matrices. *Biometrics*, 33, 653-657.

## PERMUTATION TEST FOR THE EQUALITY OF GROWTH CURVE

### ABSTRACT

*Permutation test, which doesn't require any assumption for the distribution of the random variable, needs to make a lot of calculations, especially when the number of observations increase. However, the use of these non-parametric method is being extended by the developing of the computer technology. In this paper, we considered the testing of the hypothesis of equal means with the permutation test in the Growth Curve Model, by using the computer program written by us. A real data set, fitting the Growth Curve Model, is used for the program.*

**Key Words: Growth Curve Model, Permutation Test.**



# SATIN ALMA GÜCÜ PARİTESİNİN UZUN DÖNEMDE GEÇERLİLİĞİNİN PANEL BİRİM KÖK TESTLERİ İLE SINANMASI

Ferda YERDELEN TATOĞLU \*

## ÖZET

*Son yıllarda Satın Alma Gücü Paritesi (SGP) teorisinin uzun dönemde geçerliliğini sınamak için pek çok çalışma yapılmaktadır. Panel birim kök testleri, hem genel durağanlık testlerini hem de bireysel durağanlık testlerini kapsamı nedeniyle tercih edilmektedir. Bu çalışmada 25 OECD ülkesi için reel efektif döviz kuru serisi kullanılarak, hem genel hem de bireysel olarak SGP teorisinin geçerliliği sınanmıştır. Sonuçlara göre, sadece Belçika ve Hollanda'da reel döviz kuru serisi durağandır, bir başka ifade ile bu ülkelerde uzun dönemde SGP teorisi geçerlidir. Çoğu OECD ülkesinde ise, SGP'nin geçerliliği reddedilmektedir.*

**Anahtar Kelimeler:** Panel Birim Kök Testi, Reel Döviz Kuru, Satın Alma Gücü Paritesi.

## 1. GİRİŞ

1973'te Bretton Woods sisteminin çöküşünü ve dolayısıyla dalgalı sisteme geçişini takip eden süreçte, ülkenin ekonomik istikrarı hakkında önemli bilgiler veren reel döviz kurunun hareketlerinin incelenmesi, üzerinde sıklıkla durulan konulardan birisi haline gelmiştir. Bu süreçte, reel döviz kurunun durağanlığını bir başka ifade ile uzun dönemde SGP'nin geçerliliğini saptamak için yapılan çalışmalar artmıştır.

SGP'nin uzun dönemde geçerliliği, reel ve nominal döviz kurları ve fiyat endeksleri yardımıyla saptanabilir. ( $q_t$ ); reel döviz kurunun logaritması, ( $s_t$ ); nominal döviz kurunun logaritması, ( $p_t$ ); ulusal fiyat endeksinin logaritması ve ( $p_t^*$ ); yabancı fiyat endeksinin logaritması olmak üzere, aşağıdaki eşitlik geçerlidir;

$$q_t = s_t - p_t + p_t^* \quad (1)$$

SGP uzun dönemde geçerli ise, reel döviz kurunun logaritması sıfır olmalıdır, bir başka ifade ile nominal döviz kurunun logaritması, fiyat düzeylerinin (logaritmik) farkına eşit olmalıdır.

$$(s_t = p_t - p_t^*) \quad (2)$$

Dolayısıyla, SGP'nin uzun dönemde geçerli olabilmesi için, reel döviz kurunun ortalamasına dönmesi gereklidir. Reel döviz kurunun ortalamasına dönüp dönmediğini saptamak için literatürde farklı yaklaşımlar bulunmakla birlikte, en genel ve en çok kabul göreni reel döviz kurunun durağanlığının araştırılmasıdır.

1980'lerin başlarında, reel döviz kurunun ( $q_t$ ) durağanlığının, birim kök içerip içermediğinin tespitine yönelik olarak yapılan testlerin çoğunda kısa dönem kullanılmış ve genelde serinin birim kök içerdiği sonucu elde edilmiştir. Shiller ve Perron (1985) ve

\* Yrd. Doç. Dr., İstanbul Üniversitesi, İktisat Fakültesi, Ekonometri Bölümü, [verdelen@istanbul.edu.tr](mailto:verdelen@istanbul.edu.tr)

daha sonraki birçok araştırmacı kullanılan zaman boyutunun kısa olması durumunda, birim kök testlerinin güçlerinin düşük olduğunu ve bu nedenle reel döviz kurunun hareketlerinin uzun dönemde analiz edilmesi gerektiğini söylemişlerdir (Dinçer, 2005, 14). Kısa ve orta dönemde SGP'nin geçerliliğinin düşük olmasının iktisadi olarak en temel nedeninin, kur değişimleri ile fiyat değişimleri arasındaki zaman farklılıkları olduğu düşünülmektedir. Uzun dönem ve özellikle enflasyon oranlarının yüksek olduğu ülkeler ele alındığında ise, literatürde kur değişimleri ile SGP arasında büyük bir uyum olduğu görülmektedir (Seyidoğlu, 2003, 383). Ancak bu ülkelerde de yüksek enflasyon nedeniyle ulusal para birimi önemini yitirdiğinden, yabancı para eğilimi görülmektedir (Dinçer, 2005, 14).

Froot ve Rogoff (1994), Lothian ve Taylor (1996) ve Cuddington ve Liang (2000), reel döviz kuru zaman serisine birim kök testleri uygulayarak, SGP'nin geçerliliğini test etmişlerdir. Fakat Banerjee (1999) ve diğer bazı araştırmacılar, panel birim kök testlerinin sadece zaman boyutu üzerine kurulu birim kök testlerine göre daha güçlü olduğunu göstermişlerdir. Mark (1990), MacDonald (1995), Oh (1996), Wu (1996) ve O'Connell (1998) gibi araştırmacıların da SGP'nin panel verilerle testine yönelik olarak, çalışmaları bulunmaktadır.

SGP teorisi uzun dönemde test edilmeye başlandıktan sonra, döviz kuru için yapılan ilk panel birim kök testleri, "birim kök vardır" hipotezinin reddi şeklinde sonuçlanmıştır. Taylor ve Sarno (1998), bu testlerin çoğunda sıfır hipotezlerinin "tüm seriler birim kök içerir" şeklinde kurulması nedeniyle, sıfır hipotezini reddetme olasılığının yüksek olduğuna dikkat çekmişlerdir. Çünkü söz konusu hipotezin reddi için, sadece bir serinin durağan olmasının yeterli olduğu ve bu nedenle reel döviz kurunun genel olarak (pooled panel) test edilmesinden ziyade, bireysel (individual panel) testlerin daha çok bilgi verici olduğu ifade edilmiştir. Daha sonra Sarno ve Taylor (1998), Coakley ve Fuertes (2000) ve bazı araştırmacılar uzun dönemli SGP'nin geçerliliğini sınamak için alternatif panel birim kök testlerini kullanmışlardır.

SGP'nin uzun dönemde geçerliliğini test etmek için, son zamanlarda birim kök testlerinden başka testler de kullanılmaktadır. Örneğin uzun dönemli SGP, nominal döviz kuru ve fiyatlar arasında bir koentegrasyon ilişkisinin varlığına bakılarak, analiz edilmektedir. Boyd ve Smith (1999), Canzoneri, Cumby ve Diba (1999), Pedroni (2004) ve Hong ve Philips (2005) gibi araştırmacılar, SGP'yi panel koentegrasyon tekniğini kullanarak test etmişlerdir. Ayrıca; Taylor, Peel ve Sarno (2001), Chortareas, Kapetanios ve Shin (2002) ve Kapetanios, Shin ve Snell (2003), reel döviz kuruna STAR model uygulamış ve reel döviz kurunun doğrusal olmayan bir biçimde ortalamasına döndüğünü ispatlamışlardır.

Bu çalışmada ise, OECD ülkelerinde uzun dönemde SGP'nin geçerliliği, reel efektif döviz kuru logaritmik serisine genel ve bireysel birim kök testleri uygulanarak, sınanacaktır. Bireysel birim kök testlerinin kullanılması ile, hangi ülkelerde SGP teorisinin geçerli olduğu, hangisinde olmadığı ortaya çıkarılacak ve yorumlar yapılacaktır.

## 2. YÖNTEM

Bu bölümde önce SGP'den, daha sonra da panel birim kök testlerinden bahsedilecektir.

## 2.1 Satın Alma Gücü Paritesi Teorisi

SGP teorisi, Birinci Dünya Savaşı sırasında sabit döviz kuru sisteminin bozulmasından sonra, yeni döviz kuru paritesinin ne olması gerektiği sorusuna cevap aramak amacıyla, İsveçli iktisatçı Gustav Cassel (1918) tarafından ortaya atılmıştır (Yıldırım, 2003, 3) ve döviz kurunun belirlenmesinde en çok kabul gören teorilerden birisidir. SGP teorisi, “dünyada benzer malların benzer fiyatlardan satılması” ilkesini temel almaktadır (Dinçer, 2005, 12) ve ülkeler arasındaki fiyat farklılıklarını yok ederek, ulusal para birimlerini birbirine dönüştüren oran olarak da tanımlanabilmektedir.

SGP'nin, ünlü tek fiyat kanununun (law of one price) döviz piyasalarına uygulanmış şekli olduğu söylenebilir. Mutlak SGP yaklaşımına göre, bir ülkedeki fiyatlar cari döviz kurlarından ulusal paraya dönüştürüldüğünde, tüm ülkelerde aynı olmalıdır. Eğer teori geçerli ise, herhangi bir ulusal para biriminin satın alma gücünün, dünyanın her yerinde aynı olması gereklidir. SGP, döviz kurunun kararlılığını gösteren bir ölçüttür ve ülkeler arasında mal ve servislerin ortalama fiyatlarını karşılaştırmak için bir yoldur. Bu teoriye göre, uzun dönemde SGP geçerli ise reel döviz kurları değişmez. Bu nedenle SGP, bir anlamda uzun dönem döviz kuru dengesi olarak da bilinir. Nispi SGP yaklaşımına göre, nominal döviz kurlarındaki değişimler iki ülke arasındaki enflasyon oranlarına bağlıdır (Seyidoğlu, 2003, 380-382) ve kur değişimleri, enflasyon farklarını karşılar. Nispi SGP sağlandığında, reel kurun değişmiyor olması ülkeler arasındaki rekabet gücünün de aynı kalabileceği anlamına gelir (Dinçer, 2005, 13). Yabancı ya da yurt içi fiyatların birisi ya da her ikisi birden değişirse, nominal döviz kuru da bu farkı ortadan kaldıracak ve dolayısıyla reel döviz kurunu sabit tutacak şekilde değişmelidir. Reel şoklar yüzünden reel döviz kurunda gerçekleşecek hareketler, enflasyon oranı farkından bağımsız olarak nominal döviz kurunu da etkileyecektir.

Döviz kurlarının dalgalanmaya bırakıldığı uygulamalarda, teorik olarak uzun dönemde SGP'nin sağlanması gerekmektedir. Bu teoriye göre, döviz kurlarının serbestçe belirlenmesi durumunda alacağı değer, ülkeler arasındaki görece fiyat değişim oranlarının bir ölçüsü olacaktır. Bir başka ifade ile denge döviz kuru, fiyat düzeylerinin oranı ile doğrusal bir ilişkiye sahiptir (Yıldırım, 2003, 3).

## 2.2 Panel Birim Kök Testleri

Panel birim kök testleri; tek bir birimin zaman serisi verisi için yapılan birim kök testlerine benzemektedir, fakat yapılan çalışmaların da bir sonucu olarak bu testlerin zaman serisine uygulanan birim kök testlerine göre daha güçlü olduğu düşünülmektedir.

Genel olarak panel birim kök testlerinde, Augmented Dickey Fuller (ADF)'ye benzeyen çok genel bir dinamik sabit etkili modelden hareket edilir;

$$y_{it} = \alpha_i + \tau_i t + \rho y_{it-1} + \delta_i \theta_i + \varepsilon_{it} \quad (3)$$

burada  $\alpha_i$  ve  $\tau_i$  parametreleri sırasıyla sabit etkileri ve trend katsayılarını göstermek için kullanılmaktadır.  $\rho$ 'nun uygun yöntemlerle test edilmesi ile, durağanlığın varlığı araştırılabilir. Ekonometri literatüründe bir çok panel birim kök testi mevcuttur, bu çalışmada Levin, Lin ve Chu; Breitung (2000) ve Handri (2000) Im, Pesaran ve Shin (IPS, 2003), Fisher-ADF (Maddala ve Wu, 1999) ve Philips Perron Fisher (Choi, 2001) panel birim kök testleri kullanılmıştır. Bu testler, testlerin isimleriyle anılan kişilerin makalelerinde ve bir çok panel veri ekonometrisi kitabında yer aldığından dolayı, burada detaya girilmemiş sadece ana hatları verilmiştir.

Panel birim kök testleri ( $\rho_i$ )'ye ilişkin yapılan varsayımlara göre iki grupta incelenebilir. Birinci grup testlerde,  $\rho_i$ 'nin birimden birime değişmediği, ortak (genel) bir birim kök sürecinin var olduğu varsayılmaktadır. Levin, Lin ve Chu (LLC, 2002), Breitung (2000) ve Handri (2000) panel birim kök testleri bu varsayımı kullanmaktadır. İlk iki test, asimtotik normal dağılır ve t istatistiği<sup>1</sup> kullanılarak, test edilir ve her ikisinde de sıfır hipotezi “en az bir birim kök vardır” şeklinde kurulurken; Handri'nin testinde ise, Z istatistiği<sup>10</sup> kullanılır ve  $H_0$  hipotezi diğer iki testin tersine, “serilerde birim kök yoktur” şeklinde kurulur.

İkinci grup testlerde ise,  $\rho_i$ 'nin birimlere göre değer aldığı varsayılmaktadır. Bu testlerin hepsi, panel birim kök sonuçlarına bireysel birim kök sonuçlarının eklenmesi ile elde edilir. Im, Pesaran ve Shin (IPS, 2003), Fisher-ADF (Maddala ve Wu, 1999) ve Philips Perron Fisher (Choi, 2001) panel birim kök testleri bu grup altında incelenebilir. Bu testlerde “hiçbir birim durağan değil” şeklindeki sıfır hipotezi, “birimlerden en az biri durağandır” şeklinde kurulan alternatif hipoteze karşı test edilir. Im, Pesaran ve Shin testinde, hipotezleri test etmek için standart normal t dağılımı yerine, her bir grup için hesaplanan t değerlerinin aritmetik ortalamasının alınması ile elde edilen  $t_{NT}$  istatistiği<sup>11</sup> kullanılırken, son iki test de  $\chi^2$  test istatistiği<sup>12</sup> kullanılmaktadır.

### 3. BULGULAR

Reel döviz kurlarında birim kökün varlığı bir anlamda SGP'nin geçersizliğine, dolayısıyla uygulanan istikrar politikalarının ekonomik faaliyet üzerinde etkisizliğine neden olabilmektedir. SGP'nin uzun dönemde tutarlı olabilmesi için reel döviz kuru durağan olmalıdır. Eğer reel döviz kuru durağan değilse, reel kurda sapmalar sürekli olacak ve nominal kurun fiyat farklılıklarını ortadan kaldıracak şekilde oluşmadığı, bir başka ifade ile SGP'nin geçerli olmadığı anlamına gelecektir (Yıldırım, 2003, 7).

Daha önce OECD ülkeleri için SGP'nin geçerliliğini sınınamaya yönelik olarak yapılan çalışmalara bir göz atıldığında; Asea ve Mendoza (1994), 14 OECD ülkesi ile 1970–1985 dönemi için; Coackley ve Fuertes (2000), 19 OECD ülkesi ile 1973–1996 dönemi için; Taylor ve Sarno (1998), 1973–1996 dönemi için panel birim kök testlerini uygulamışlardır. Ayrıca, MacDonald (1996), 40 OECD ülkesi ile 1973–1992 dönemi için ve Alexius (1998), 16 OECD ülkesi ile 1960–1994 dönemi için panel

1 Levin, Lin ve Chu birim kök testinde,  $H_0$  hipotezi,  $t_{\phi}^* = t_{\phi} - (NT)\tilde{S}_N \hat{\sigma}^{-2} se(\hat{\alpha}) \mu_{m\tilde{T}}^* / \sigma_{m\tilde{T}}^*$  yardımıyla test edilir.

2 Handri'nin birim kök testinde,  $H_0$  hipotezi,  $LM_1 = \frac{1}{N} \left( \sum_{i=1}^N \left( \sum_t S_i(t)^2 / T^2 \right) / \bar{f}_0 \right)$  yardımıyla test edilir.

3 Im, Pesaran ve Shin birim kök testinde,  $H_0$  hipotezi,  $W = t_{NT} = \left( \sum_{i=1}^N t_{i\tilde{T}}(\rho_i) / N \right)$  yardımıyla test edilir.

4 Fisher-ADF ve Philips-Perron Fisher birim kök testlerinde,  $H_0$  hipotezi sırasıyla,  $\lambda = -2 \sum_{i=1}^N \ln(\pi_i) \rightarrow \chi_{2N}^2$  ve

$Z = 1/\sqrt{N} \sum_{i=1}^N \Phi^{-1}(\pi_i) \rightarrow N(0,1)$  yardımıyla test edilir.

koentegrasyon testlerini yapmışlardır. Buna ilaveten, Maddala ve Wu (1999); Cerrato ve Sarantis (2002); Banerjee, Marcellino ve Osbat (2003)'da aynı çözüm yöntemini kullanmışlardır. Kapetanios, Shin ve Snell (2003), ise 11 OECD ülkesi için STAR modelini kullanarak, SGP'nin geçerliliğini sınamışlardır. Bu çalışmaların bazılarında SGP'nin uzun dönemde geçerliliği reddedilirken, bazılarında kabul edilmiştir.

Bu çalışmada ise, verileri sürekli olan 25 OECD ülkesi<sup>5</sup> analiz kapsamına alınmıştır. Ocak 1978 - Aralık 2005 tarihleri arasında SGP'nin geçerliliğinin sınanabilmesi için, IMF'nin tanımladığı reel efektif döviz kuru<sup>6</sup> serisi logaritmik olarak kullanılmış ve durağanlığı incelenmiştir. Bilindiği gibi SGP teorisi, dalgalı döviz kuru sisteminin hakim olduğu dönemlerde incelenmelidir. IMF'ye üye olan ülkelerin dalgalı sisteme geçiş tarihi 1973 yılı olmasına rağmen, ele alınan ülkelerin bazılarında geçiş tarihi farklıdır. Ortak bir başlangıç dönemi alınması gerekliliğinden dolayı veri seti, 1973 yılından sonra dengeli panel oluşturacak şekilde 1978 yılında başlatılmıştır. Veriler IMF tarafından yayınlanan, International Financial Statistics (IFS)'den elde edilmiştir.

Bu çalışmanın bir amacı, genel olarak OECD ülkelerinde SGP'nin gerçekleşip gerçekleşmediğini sınamaktır. Fakat asıl önemli olan amaç, bu ülkelerin hangisinde gerçekleştiği hangisinde gerçekleşmediğinin saptanmasıdır. Bu nedenle, panel birim kökün varlığını bireysel olarak sınanan testler üzerinde daha çok durulmuştur. Levin, Lin ve Chu; Breitung; Hadri; Im, Pesaran ve Shin; Fisher-ADF ve Philips Perron Fisher birim kök testleri genel olarak Tablo 1'de verildiği biçimde özetlenebilir.

**Tablo 1. Panel birim kök testleri**

| Test                               | İstatistik | Olasılık |
|------------------------------------|------------|----------|
| Levin, Lin & Chu t                 | -2.25273   | 0.0121   |
| Breitung t                         | 0.24759    | 0.5978   |
| Im, Pesaran & Shin W               | -0.30694   | 0.3794   |
| ADF - Fisher $\chi^2$ <sup>7</sup> | 57.6723    | 0.2127   |
| PP - Fisher $\chi^2$               | 51.6111    | 0.4106   |
| Hadri Z                            | 34.5710    | 0.0000   |

25 OECD ülkesinde reel efektif döviz kurunun durağan olup olmadığının tespitine yönelik olarak yapılan, genel panel birim kök testlerinin sonuçlarına bakıldığında; Breitung testinde, serinin birim kök içerdiği, durağan olmadığı şeklindeki sıfır hipotezinin reddedilemediği görülmektedir. Buna karşın Levin, Lin ve Chu birim kök

5 Avusturya, Belçika, Kanada, Çek Cumhuriyeti, Danimarka, Danimarka, Finlandiya, Fransa, Almanya, Yunanistan, Macaristan, İzlanda, İtalya, Japonya, Lüksemburg, Hollanda, Norveç, Polonya, Portekiz, Slovak Cumhuriyeti, İspanya, İsveç, İsviçre, İngiltere, Amerika, Türkiye.

6 IMF, Tüketici Fiyat Endeksi bazlı reel efektif döviz kuru endeksini 19 ülkeye (1987 yılından sonra: Almanya, ABD, İtalya, Fransa, İngiltere, Japonya, Hollanda, Belçika, İsviçre, Avusturya, İspanya, Kanada, Kore, İsveç, Tayvan, İran, Brezilya, Çin ve Yunanistan; 1987 yılı öncesi için Çin hariç 18 ülke) göre ağırlıklandırarak, elde etmektedir.

7 Fisher testindeki olasılıklar asimtotik  $\chi^2$  dağılımı kullanılarak, diğer testler asimtotik normal dağılım kullanılarak, hesaplanmaktadır.

testi sonuçlarına göre, %95 güven düzeyinde seri durağandır. Handri'nin testine bakıldığında ise, "hiçbir birimde birim kök olmadığı" şeklinde kurulan  $H_0$  hipotezi reddedilmekte ve serinin birim kök içerdiği, dolayısıyla durağan olmadığı kabul edilmektedir.

Bireysel birim kök testleri ise reel efektif döviz kurunun durağanlığını, hem genel olarak hem de her bir ülkeye göre tek tek incelemeye imkan vermektedir. Genel olarak Im, Pesaran ve Shin, ADF Fisher ve Philips-Perron Fisher birim kök testleri sonuçlarına bakıldığında, diğer testlerdeki gibi  $H_0$  hipotezi reddedilememekte, serinin genel olarak birim kök içerdiği, dolayısıyla durağan olmadığı kabul edilmektedir.

Birimlere (ülkelere) ait durağanlıkları incelemek için (Bkz, Ek.1) Im, Pesaran ve Shin testi sonuçlarında t istatistiği olasılık değerlerine bakıldığında, %99 güven düzeyinde, Belçika ve Hollanda için reel döviz kuru serisi birim kök içerir şeklindeki  $H_0$  hipotezi reddedilirken, bir başka ifade ile bu iki serinin durağanlığı kabul edilirken, diğer ülkeler için  $H_0$  hipotezi reddedilemez. Belçika ve Hollanda dışındaki ülkelerde reel döviz kuru serisinin durağan olmadığı söylenebilir. Philips-Perron Fisher testinde (Bkz, Ek.1) ise, sonuçlar biraz farklıdır. Reel döviz kuru serisi Belçika için %99 güven düzeyinde durağanken, Hollanda için %95 güven düzeyinde durağandır. Ayrıca Türkiye için de %90 güven düzeyinde reel döviz kuru serisinin durağan olduğu söylenebilir.

#### 4. TARTIŞMA VE SONUÇ

Sonuç olarak, OECD ülkelerinde reel döviz kuru serisi kullanılarak, uzun dönemde SGP'nin geçerli olmadığı söylenebilir. Zaten literatürde yapılan çalışmaların çoğunda da bu durum gerçekleşmiştir. Bu ülkelerde reel döviz kurunun durağan olmaması, reel kurda sapmaların sürekli olduğunu ve nominal kurun fiyat farklılıklarını ortadan kaldıracak şekilde gerçekleşmediğini ifade eder. Sonuçlar, bu ülkelerde incelenen dönemler arasında uygulanan kur politikalarının, ekonomik faaliyetler üzerinde başarılı ve etkin olmadığını ortaya koymaktadır. Yapılan bireysel panel birim kök testleri sonuçlarına göre ise, Belçika ve Hollanda'da SGP teorisinin geçerli olduğu görülmüştür. İncelenen dönemde bu ülkelerde istikrarlı bir döviz kuru politikası olduğu görüşü hakim olmaktadır. Hollanda ile Belçika yakın ticari ilişkiler içinde bulunan ve benzer ekonomiye sahip ülkelerdir. SGP'nin geçerliliği üzerine yapılan bir çalışmada (Sakallı, 2004), Belçika, Hollanda ve Lüksemburg döviz kuru serilerinde koentegrasyon çıkmıştır, bu ülkelere ait döviz kuru serileri arasında uzun dönemli ilişkiler vardır.

Bu çalışmadan sonra yapılacak farklı çalışmalar ile, SGP'nin geçerliliği daha farklı yöntemlerle sınanılabilir. Örneğin, düzey değerinde durağan olmayan fakat birinci farkları durağan olan döviz kurlarına sahip olan ülkelerin, ikişer ikişer döviz kurları arasında uzun dönemli ilişki koentegrasyon testleri kullanılarak araştırılabilir, ya da söz konusu ülkelere ait nominal döviz kuru ve fiyat serileri kullanılarak, panel koentegrasyon testleri yardımıyla uzun dönemli ilişkiler araştırılabilir. Yapısal kırılmalı panel birim kök testleri kullanılarak, SGP teorisinin sınanması, bundan sonra ele alınması düşünülen konular arasındadır.



## 5. KAYNAKLAR

- Alexius A., 1998. Long Run Real Exchange Rates – A Cointegration Analysis, WP 119, Stockholm School of Economics.
- Asea P. ve Mendoza E., 1994. Do Long Run Productivity Differentials Explain Long-Run Real Exchange Rates, IMF WP/94/60.
- Banerjee A., 1999. Panel Data Unit Roots and Cointegration: An Overview, Oxford Bulletin of Economics and Statistics, 61 (4), 607-629.
- Banerjee A., Marcellino M. ve Osbat C., 2003. Some Cautions on the Use of Panel Methods for Integrated Series of Macro-Economic Data, WP, European University Institute, Italy.
- Breitung J., 2000. The Local Power of Some Unit Root Tests for Panel Data, in B. Baltagi (Ed) Nonstationary Panels, Panel Cointegration and Dynamic Panels, Advances in Econometrics, 15, JAI, Amsterdam, 161-178.
- Boyd D. ve Smith R., 1999. Testing for Purchasing Power Parity: Econometric Issues and an Application to Developing Countries, the Manchester School, 67 (3), 287-303.
- Canzoneri B.M., Cumby R. ve Diba B., 1999. Relative Labour Productivity and the Real Exchange Rate in the Long-Run: Evidence for a Panel of OECD Countries, Journal of International Economics, 47 (2), 245-266.
- Cerrato M. ve Sarantis N., 2002. Symetry, Proportionality and the Purchasing Power Parity: Evidence from Panel Cointegration Tests, WP., Centre for International Capital Markets, London Metropolitan University, UK.
- Choi I., 2001. Unit Root Tests for Panel Data, Journal of International Money and Finance, 20, 249-272.
- Chortareas G.E., Kapetanios G. ve Shin Y., 2002. Nonlinear Mean-Reversion in Real Exchange Rates, Economics Letter, 77, 411-417.
- Coackley J.A. ve Fuertes A.M., 2000. Is There a Base Currency Effect in Long Run PPP?, International Journal Finance and Economics, 5(4), 253-263.
- Cuddington J. T. ve Liang H., 2000. Purchasing Power Parity over Two Centuries” Journal of International Money and Finance, 19 (5), 753-757.
- Diñçer Nazire Nergiz, 2005. Döviz Kuru Dalgalanmalarının Asimetrik Etkisi: Türkiye Örneği, Ekonomik Modeller ve Stratejik Araştırmalar Genel Müdürlüğü, DPT Uzmanlık Tezleri, 12.
- Froot K. ve Rogoff K., 1994. Perspectives on PPP and Long-Run Real Exchange Rates, National Bureau of Economic Research, Working Paper, 4952.
- Handri K., 2000. Testing for Stationary in Heterogenous Panel Data, Econometrics Journal, 3(2), 148-161.
- Hong S. ve Philips P., 2005. Testing Linearity in Cointegration Relations with an Application to Purchasing Power Parity, Cowless Foundation Discussion Paper, 1541.
- Im K.S., Pesaran M.H. ve Shin Y., 2003, Testing for Unit Roots in Heterogeneous Panels, Journal of Econometrics, 115 (1), 53-74.

- Kapetanios G., Shin Y. ve Snell A., 2003. Testing for a Unit Root in the Nonlinear STAR Framework, *Journal of Econometrics*, 112, 359-379.
- Levin A., Lin C. ve Chu C.J., 2002. Unit Root Test with Panel Data: Asymptotic and Finite-Sample, *Journal of Econometrics*, 108 (1), 1-24.
- Lothian J. ve Taylor M. P., 1996. Real Exchange Rate Behaviour: The Recent Float from Perspective of the Past Two Centuries, *Journal of Political Economy*, 104, 488-509.
- MacDonald R., 1995. Long-Run Exchange Rate Modeling: A Survey of the Recent Evidence, *IMF Staff Papers*, 42 (3), 437-489.
- MacDonald R., 1996. Panel Unit Root Tests and Real Exchange Rates, *Economics Letters*, 50, 7-11.
- Maddala G.S. ve Wu S., 1999. A Comparative Study of Unit Root Tests with Panel Data a New Simple Test, *Oxford Bulletin of Economics and Statistics*, Special Issue, 6, 631-652.
- Mark N. C., 1990. Real and Nominal Exchange Rates in the Long Run: An Empirical Investigation, *Journal on International Economics*, 28 (1/2), 115-136.
- O'Connell P.G., 1998. The Overvaluation of Purchasing Power Parity, *Journal of International Economics*, 44, 1-19.
- Oh K.J., 1996. Purchasing Power Parity and Unit Root Tests Using Panel Data, *Journal of International Money and Finance*, 15 (3), 405-418.
- Pedroni P., 2004. Panel Cointegration: Asymptotic and Finite Sample Properties of Pooled Time Series Tests with an Application to the PPP Hypothesis, *Econometric Theory*, 20, 597-625.
- Sakallı Gülay, 2004. Optimum Para Sahası Teorisi Çerçevesinde Avrupa Parasal Birliği ve Türkiye, T.C. Başbakanlık Dış Ticaret Müsteşarlığı, [<http://www.dtm.gov.tr/ead/DTDERGI/Nisan2004/optimum.htm>], 07.09.2006.
- Sarno L. ve Taylor M.P., 1998. Real Exchange Rates Under the Recent Float: Unequivocal Evidence of Mean Reversion, *Economics Letter*, 60(2), 131-137.
- Shiller R. ve Perron P., 1985. Testing the Random Walk Hypothesis: Power Versus Frequency of Observation, *Economics Letter*, 18, 381-386.
- Seyidoğlu Halil, 2003. Uluslararası İktisat Teori Politika ve Uygulama, 15. Baskı, Güzem Yayınları, İstanbul.
- Taylor M.P. ve Sarno L., 1998. The Behaviour of Real Exchange Rates During the Post-Bretton Woods Period, *Journal of International Economics*, 46, 281-312.
- Taylor M.P., Peel D.A. ve Sarno L., 2001. Nonlinear Mean-Reversion in Real Exchange Rates: Towards a Solution to the Purchasing Power Parity Puzzles, *International Economic Review*, 42, 1015-1042.
- Wu Y., 1996. Are Real Exchange Rates Stationary? Evidence from a Panel-Data Test, *Journal of Money, Credit and Banking*, 28 (1), 54-63.
- Yıldırım Oğuz, 2003. Döviz Kurları Çerçevesinde Satın Alma Gücü Paritesinin Zaman Serisi Analizi ve Türkiye Ekonomisi Uygulaması, *Bankacılar Dergisi*, 44, 3.



**Ek 1. Panel Birim Kök Test Sonuçları**

| Ülkeler            | Im, Pesaran ve Shin <sup>9</sup> |          |         | Phillips-Perron <sup>10</sup> |        |
|--------------------|----------------------------------|----------|---------|-------------------------------|--------|
|                    | t                                | Olasılık | Gecikme | Olasılık                      | Arahık |
| Avusturya          | -1.3285                          | 0.6171   | 2       | 0.6033                        | 15.0   |
| Belçika            | -3.8164                          | 0.0030   | 1       | 0.0039                        | 4.0    |
| Kanada             | -2.5077                          | 0.1145   | 2       | 0.1238                        | 10.0   |
| Çek Cumhuriyeti    | -0.4638                          | 0.8941   | 0       | 0.9047                        | 10.0   |
| Danimarka          | -1.4781                          | 0.5437   | 2       | 0.6306                        | 12.0   |
| Finlandiya         | -0.9522                          | 0.7706   | 1       | 0.7135                        | 8.0    |
| Fransa             | -1.0073                          | 0.7516   | 1       | 0.7532                        | 9.0    |
| Almanya            | -1.0678                          | 0.7293   | 2       | 0.6686                        | 2.0    |
| Yunanistan         | -1.8310                          | 0.3651   | 2       | 0.4868                        | 9.0    |
| Macaristan         | -0.6532                          | 0.8551   | 0       | 0.8694                        | 12.0   |
| İzlanda            | -2.2195                          | 0.1998   | 0       | 0.1922                        | 6.0    |
| İtalya             | -1.7960                          | 0.3823   | 3       | 0.4942                        | 8.0    |
| Japonya            | -1.9141                          | 0.3256   | 1       | 0.4394                        | 4.0    |
| Lüksemburg         | -1.8483                          | 0.3567   | 0       | 0.3235                        | 2.0    |
| Hollanda           | -3.8152                          | 0.0031   | 2       | 0.0126                        | 6.0    |
| Norveç             | 0.5894                           | 0.9893   | 2       | 0.9939                        | 6.0    |
| Polonya            | -1.4213                          | 0.5720   | 0       | 0.5558                        | 2.0    |
| Portekiz           | -0.8098                          | 0.8147   | 1       | 0.8340                        | 1.0    |
| Slovak Cumhuriyeti | -0.5012                          | 0.8870   | 1       | 0.9860                        | 11.0   |
| İspanya            | -2.2037                          | 0.2055   | 2       | 0.5178                        | 0.0    |
| İsveç              | -1.9192                          | 0.3232   | 1       | 0.5101                        | 1.0    |
| İsviçre            | -0.9073                          | 0.7853   | 2       | 0.7721                        | 7.0    |
| İngiltere          | -2.1511                          | 0.2250   | 1       | 0.2716                        | 3.0    |
| Amerika            | -1.3964                          | 0.5844   | 1       | 0.6679                        | 2.0    |
| Türkiye            | -2.0047                          | 0.2848   | 1       | 0.0860                        | 5.0    |

9 Olasılıklar, asimtotik normal ortalama ADF test sonuçları kullanılarak, hesaplanmıştır. Sıfır hipotezi: “birim kök (bireysel birim kök süreci) vardır” şeklinde kurulmaktadır.

10 Sıfır hipotezi: “birim kök (bireysel birim kök süreci) vardır” şeklinde kurulmaktadır.

## TESTING FOR PURCHASING POWER PARITY IN THE LONG RUN USING PANEL UNIT ROOT TESTS WITH STRUCTURAL BREAKS

### ABSTRACT

*In the last years, a lot of studies have been made on the validity of long-run purchasing power parity (PPP). The panel unit root tests prefer to include both the pooled unit root tests and the individual unit root test. In this study, real exchange rate series are used for 25 OECD countries and the validity of PPP tests for pooled and individual cases. According to the results, only Belgium and Holland exchange rate series are stationary, in other words the theory of PPP valid in the long-run in these countries. In the most OECD countries are refused the validity of PPP.*

**Key Words:** Panel Unit Root Test, Real Exchange Rate, Purchasing Power Parity.

# MEVSİMSSEL KESİRLİ BÜTÜNLEŞİK AKGÜRÜLTÜ SÜRECİNDE OTOKORELASYONLU REGRESYON YÖNTEMİ

Erol EĞRİOĞLU\*

Süleyman GÜNAY\*\*

## ÖZET

*Mevsimsel kesirli bütünleşik zaman serileri için son yıllarda az sayıda çalışma literatürde yer almaktadır. Mevsimsel kesirli bütünleşik zaman serilerinde fark parametresinin tahmini için logaritmik periodograma dayalı bazı yarı parametrik tahmin yöntemleri önerilmiştir. Logaritmik periodograma dayalı yöntemler, genellikle mevsimsel kesirli bütünleşik serilerin spektral yoğunluk fonksiyonunun özelliklerinden esinlenmektedir. Spektral yoğunluk fonksiyonu yerine, bu fonksiyonla aynı bilgiyi taşıyan otokorelasyon fonksiyonundan yararlanmak da mümkündür. Bu çalışmada mevsimsel kesirli bütünleşik akgürültü sürecinde örneklem otokorelasyon katsayılarına dayalı yeni bir tahmin yöntemi önerilmiştir. Önerilen yöntem bir benzetim çalışması yardımıyla daha önceki yöntemler ile karşılaştırılarak, üstün yönleri belirlenmiştir.*

**Anahtar Kelimeler:** Mevsimsellik, Mevsimsel Kesirli Bütünleşik Zaman Serileri, Mevsimsel Kesirli Fark Parametresi, Otokorelasyon Regresyonu.

## 1. GİRİŞ

Son yıllarda otoregresif kesirli bütünleşik hareketli ortalama modelleri (ARFIMA) ile ilgili çalışmalar literatürde yoğun biçimde yer almaktadır. Gerçek hayatta karşılaşılan bir çok zaman serisi uzun dönem bağımlılık ve mevsimselliği bir arada barındırabilir. Bu türdeki zaman serilerinin modellenmesinde kullanılan önemli bir model sınıfı mevsimsel ARFIMA (ARFISMA) modelleridir. En genel hali ile  $(p, d, q) \times (P, D, Q)_s$  dereceden ARFISMA modeli aşağıdaki gibidir.

$$\phi(B)\Phi(B)(1-B)^d(1-B^s)^D X_t = \theta(B)\Theta(B)e_t \quad (1)$$

Burada  $B$  geri öteleme operatörünü göstermek üzere,

$$\phi(B) = (1 - \phi_1 B - \dots - \phi_p B^p)$$

$$\theta(B) = (1 + \theta_1 B + \dots + \theta_q B^q)$$

$$\Phi(B) = (1 - \Phi_1 B^s - \dots - \Phi_p B^{ps})$$

$$\Theta(B) = (1 + \Theta_1 B^s + \dots + \Theta_q B^{qs})$$

şekindedir. Ayrıca  $e_t$  sıfır ortalama ve  $\sigma_e^2$  varyanslı normal akgürültü sürecidir.

\* Arş. Gör. Dr., Ondokuz Mayıs Üniversitesi, Fen-Edb. Fakültesi, İstatistik Bölümü, Kurupelit, Samsun, e-mail: erole@omu.edu.tr

\*\* Prof. Dr., Hacettepe Üniversitesi, Fen Fakültesi, İstatistik Bölümü, Beytepe, Ankara, e-mail: sgunay@hacettepe.edu.tr

Literatürde (1) modelindeki tüm parametrelerin bulunduğu durumlar incelenmemiştir.  $p = q = P = Q = 0$  olduğu durumlar için ise, Reinsen vd. (2006a, 2006b), Palma ve Chan (2005) çeşitli parametre tahmin yöntemlerini benzetim çalışması ile karşılaştırmışlardır.  $p = q = P = Q = d = 0$  olduğu durum için sürecin özellikleri Brietzke vd. (2005)'de ayrıntılı olarak verilmiştir. Baillie (1996) ve Hassler ve Wolters (1994) ARFISMA modelleri hakkında kısa bilgi vermiştir. ARFISMA modelleri üzerine, Giraitis ve Leipus (1995), Arteche ve Robinson (2000), Chung ve Ching-Fan (1996), Valesco ve Robinson (2000), Giraitis vd., (2001) ve Ould (2002) önemli katkıda bulunmuşlardır. Mevsimsel uzun dönem bağımlı zaman serileri literatürde çok çeşitli alanlarda belirlenmiştir. Ray (1993) IBM girdi serisinde, Hassler ve Wolters (1995) enflasyon oranlarında, Porter-Hudak (1990) parasal toplam serilerinde, Montanari vd., (2000) nil nehri aylık akışları verisinde mevsimsel uzun dönem bağımlılık yapısını belirlemişlerdir. Candelon ve Gil-Alana (2004) Güney Amerika ülkelerindeki endüstriyel üretim endeksi zaman serilerini ARFISMA modellerini kullanarak, tahmin etmişlerdir. Gil-Alana (2002) Almanya, Danimarka ve İtalya'daki milli gelir (GDP) serilerinde ARFISMA yapısını belirlemiştir.

$p = q = P = Q = d = 0$  olduğu model için Brietzke vd. (2005) bir Durbin–Levinson algoritmasını sunmuşlardır. Ray (1993), Hosking (1984) tarafından önerilen yöntemi ARFISMA modeline uyarlayarak kullanmıştır. Darne vd., (2004) çalışmasında ARFISMA modellerinde parametre tahmini için, Chung ve Baillie (1993) tarafından ARFISMA için önerilen koşullu kareler toplamı (CSS) yöntemini kullanmıştır. Arteche ve Robinson (2000) tarafından ARFISMA modeli için spektral yoğunluk fonksiyonlarına dayalı bir yarı parametrik tahmin yöntemi önerilmiştir. Porter-Hudak (1990) ARFISMA için önerilen GPH yöntemini, ARFISMA modeline genellemiştir. Ooms ve Hassler (1997) GPH tahmin edicisinde düzeltme yapmıştır. Reinsen (2006a, 2006b)'de GPH, Whittle ve Tam En Çok Olabilirlik (EML) yöntemleri üzerinde bir benzetim çalışması yapmıştır. Palma ve Chan (2005) çalışmasında tam en çok olabilirlik ve Kalman filtresi parametre tahmin yöntemlerini benzetim çalışması ile incelemişlerdir. Reinsen (2006a, 2006b) ve Palma ve Chan (2005) çalışmalarında sadece (1) modelinde  $p = q = P = Q = 0$  olduğu durumda  $(d, D, s)$  parametrelerinin değerleri ve örneklem büyüklüğü değiştirilerek, benzetim çalışması yapmışlardır. Ayrıca Palma ve Chan (2005) internet trafiği verileri üzerinde bir uygulama yapmışlardır. Modelleme işlemi  $(1, d, 1) \times (0, D, 0)_s$  dereceli bir ARFISMA modeli kullanılmıştır. Gil-Alana (2003a), Gil-Alana (2003b), Arcthe (2002), Gil-Alana ve Robinson (2001) ve Hassler ve Wolters (1995) çalışmalarında, mevsimsel uzun dönem bağımlılığın belirlenmesi için bazı test yöntemleri önermişlerdir.

(1) eşitliğinde  $p = q = P = Q = d = 0$  olduğu durumda sürece mevsimsel kesirli bütünleşik akgürültü (SFI) süreci ismi verilmektedir. SFI sürecinde kesirli fark parametresi  $(D)$ 'nin tahmin edilmesi için logaritmik periodogram regresyonu yöntemine bir seçenek olarak örnek otokorelasyon katsayılarından yararlanılabilir. Bu çalışmada SFI sürecinin kuramsal otokorelasyon fonksiyonunun özelliklerinden esinlenerek, bir tahmin yöntemi önerilmiştir. Çalışmanın ikinci bölümünde SFI modelleri hakkında genel bilgi verilmiştir. Üçüncü bölümde literatürdeki logaritmik periodogram regresyonu yöntemleri açıklanmıştır. Dördüncü bölümde otokorelasyon regresyonu yöntemi tanıtılarak, yapılan benzetim çalışması sonuçları verilmiştir. Son bölümde ise önerilen yöntem tartışılmıştır.

## 2. SFI MODELLERİNİN TEMEL ÖZELLİKLERİ

(1) modelinde  $p = q = P = Q = d = 0$  olduğunda elde edilen (2) modeline, SFI modeli denilmektedir. Bu modelin temel özellikleri Baillie (1996) tarafından verilmiştir.

$$(1 - B^s)^D X_t = e_t \quad (2)$$

(2) modelinin sonsuz hareketli ortalamalar sunumu,

$$X_t = \Psi(B^s)e_t = \sum_{k=0}^{\infty} \psi_k e_{t-sk} \quad (3)$$

şeklinde verilebilir. Burada,

$$\psi_k = \frac{\Gamma(k+D)}{\Gamma(D)\Gamma(k+1)}, \quad k \rightarrow \infty \text{ iken } \psi_k \sim k^{D-1}/\Gamma(D)$$

olmaktadır. (2) modelinin sonsuz otoregresif sunumu ise, aşağıdaki gibidir.

$$\Pi(B^s)X_t = \sum_{k=0}^{\infty} \pi_k X_{t-sk} = e_t \quad (4)$$

Burada,

$$\pi_k = \frac{\Gamma(k-D)}{\Gamma(-D)\Gamma(k+1)}, \quad k \rightarrow \infty \text{ iken } \pi_k = k^{-D-1}/\Gamma(-D)$$

şekindedir. (2) modelinden otokovaryans ve otokorelasyon fonksiyonları için açık formalar elde edilmiştir:

$$\gamma(sk) = \frac{(-1)^k \Gamma(1-2D)}{\Gamma(k-D+1)\Gamma(1-k-D)} \sigma_e^2, \quad k = 1, 2, \dots \quad (5)$$

$$\rho(sk) = \frac{\Gamma(1-D)\Gamma(k+D)}{\Gamma(D)\Gamma(k-D+1)}, \quad k = 1, 2, \dots \quad (6)$$

$k \rightarrow \infty$  iken,

$$\rho(sk) \sim \frac{\Gamma(1-D)}{\Gamma(D)} k^{2D-1} \quad (7)$$

yaklaşımı geçerlidir. (2) modelinin spektral yoğunluk fonksiyonu,

$$f(\omega) = \frac{\sigma_e^2}{2\pi} \left[ 2 \sin\left(\frac{s\omega}{2}\right) \right]^{-2D}, \quad 0 < \omega \leq \pi \quad (8)$$

şekindedir. Spektral yoğunluk fonksiyonu  $2\pi\nu/s$ ,  $\nu = 1, \dots, [s/2]$  frekanslarında sınırsızdır.

### 3. SFI MODELLERİNDE LOGARİTMİK PERİODOGRAM REGRESYONU YÖNTEMLERİ

SFI modellerinde kesirsel fark parametresinin tahmini için periodogram kullanımı etkili bir araçtır. (8) ile verilen modelin spektral yoğunluk fonksiyonunun her iki yanının logaritması alınır ve spektral yoğunluk yerine onun bir tahmin edicisi olan periodogram ( $I(\cdot)$  ile gösterilmektedir) kullanılırsa, aşağıdaki eşitlik elde edilir.

$$\log(I(\omega)) = \log\left(\frac{\sigma_e^2}{2\pi}\right) - D \log \left[ 2 \sin\left(\frac{s\omega}{2}\right) \right]^2 + \varepsilon \quad (9)$$

(9) eşitliği bir regresyon denkleminde benzerdir. Mevsimsel kesirli fark parametresi ise bu basit doğrusal regresyondaki eğim katsayısının negatiftir. Literatürde önerilen logaritmik periodogram regresyonu tahmin edicileri (9) nolu eşitlikte verilen regresyonun farklı uygulamalarıdır. Logaritmik periodogram regresyonu yöntemleri arasındaki farklar genel olarak, harmonik frekansların farklı seçimine bağlıdır. Reinsen (2006b) harmonik frekansların seçimi üzerine ayrıntılı bilgi vermiştir. Reinsen (2006b) makalesinde incelenen bir logaritmik periodogram tahmin edicisi için harmonik frekansların seçimi aşağıdaki gibidir.

$$\lambda_{v,j} = \frac{2\pi v}{s} + \frac{2\pi j}{n} \quad , \quad v = 0,1,\dots, \left\lfloor \frac{s}{2} \right\rfloor, \quad j = 1,2,\dots,m \quad (10)$$

(10) eşitliğinde,  $s = 4$  olduğunda  $v = 0,1,2$  olarak alınabilir. Bu durumda 3 farklı şekilde harmonik frekanslar seçilebilmektedir. Bu üç farklı seçime göre 3 ayrı logaritmik periodogram tahmin edicisi elde edilebilmektedir.  $v = 0$  alındığında uygulanan yöntem Porter-Hudak (1990) tarafından önerilen GPH yöntemidir. Bu çalışmada, Reinsen (2006b) makalesinde olduğu gibi logaritmik periodogram tahmin edicileri  $v$ 'nün farklı seçimleri için  $GPH_v$  ile gösterilecektir. Örneğin  $s = 4$  olduğunda  $GPH_0$ ,  $GPH_1$ ,  $GPH_2$  isimli logaritmik periodogram yöntemleri söz konusu olacaktır.

(10) eşitliğinde  $m < \frac{n}{2s}$  olarak alınması gerektiği de Reinsen (2006b) tarafından belirtilmiştir.

### 4. SFI MODELİNDE OTOKORELASYON REGRESYONU TAHMİNİ YÖNTEMİ VE BENZETİM ÇALIŞMASI

$ARFIMA(0,D,0)_s$  modelinde  $D$  parametresinin tahmin edilmesi çok önemli bir sorundur.  $ARFISMA(P,D,Q)_s$  gibi modellerin tahmininde üç aşamalı yöntem kullanılmaktadır. İki aşamalı yöntemin ilk aşamasında  $D$  parametresinin tahmin edilmesi gerekmektedir. Bu nedenle  $ARFISMA(0,D,0)_s$  modelinde sadece  $D$  parametresinin tahmin edildiği bir yöntem yararlı olacaktır. Eğrioğlu ve Günay (2005) tarafından,  $ARFIMA(0,d,0)$  modelinde otokorelasyonların asimtotik özelliğine dayalı

bir yöntem önerilmiştir. Bu yöntem  $ARFISMA(0,D,0)_s$  modeline de kolaylıkla uyarlanabilir.  $ARFISMA(0,D,0)_s$  modeli için (7) ile verilen eşitliğin her iki yanının logaritması alınır, aşağıdaki eşitlik elde edilir.

$$\log(\rho(sk)) \sim (2D-1)\log(k) + \log\left(\frac{\Gamma(1-D)}{\Gamma(D)}\right) \quad (11)$$

(11) yaklaşımı bir regresyon modeli olarak ele alınabilir. Buna göre,

$$\log(\rho(sk)) = y, \quad \log(k) = x, \quad (2D-1) = b \quad \text{ve} \quad \log\left(\frac{\Gamma(1-D)}{\Gamma(D)}\right) = a \quad \text{olmak üzere}$$

$$y = a + bx \quad \text{şeklindeki basit doğrusal regresyondan,}$$

$$\hat{D} = \frac{\hat{b} + 1}{2} \quad (12)$$

eşitliği ile mevsimsel kesirli fark parametresinin tahmini elde edilebilir. Buradaki otokorelasyonların, serinin periyodu ve periyodunun katları için olduğu unutulmamalıdır. Benzer şekilde regresyondan elde edilen sabit terimden de mevsimsel kesirli fark parametresi elde edilebilir. Ancak eğim parametresinden tahmini bulmak daha kolaydır. Parametre tahmin performansı bir benzetim çalışması ile incelenmiştir. Benzetim çalışmasında mevsimsel kesirli fark parametresi için  $D = 0.1, 0.2, 0.3, 0.4$  değerleri kullanılmıştır. Örneklem büyüklüğü ise 120,240,480 ve 720 olarak alınmıştır. Zaman serisinin periyodu ise ilk önce  $s = 4$  olarak düşünülmüştür. Ortaya çıkacak her bir durum için 1000 zaman serisi üretilmiştir. Üretilen zaman serilerinde mevsimsel kesirli fark parametresi, Reinsen (2006b) tarafından verilen  $GPH_v$  yöntemleri ve otokorelasyon regresyonu (OKR) yöntemi ile tahmin edilmiştir. Her bir durumdan elde edilen hata kareler ortalaması (HKO) değerleri, Tablo 1, 2, 3 ve 4 ile verilmiştir. (\*) ile ilgili durumda en küçük HKO değerine sahip yöntem belirtilmiştir.

**Tablo 1. n=120, s=4 için benzetimden elde edilen HKO sonuçları**

|       | D   | $GPH_0$ | $GPH_1$ | $GPH_2$ | OKR     |
|-------|-----|---------|---------|---------|---------|
| n=120 | 0.1 | 0,0740  | 0,0750  | 0,0770  | 0,0570* |
|       | 0.2 | 0,0790  | 0,0820  | 0,0800  | 0,0230* |
|       | 0.3 | 0,0860  | 0,0850  | 0,0810  | 0,0410* |
|       | 0.4 | 0,0790* | 0,0840  | 0,0860  | 0,1597  |

Tablo 1'de 120 örneklem büyüklüğünde  $D=0.1, 0.2$  ve  $0.3$  iken, OKR yöntemi logaritmik periodogram regresyonu yöntemlerinden iyi sonuç vermektedir.  $D=0.4$  iken, logaritmik periodogram regresyonu daha iyi sonuç vermektedir.  $D=0.4$  durumunda OKR yönteminden elde edilen HKO değeri büyük olmasına karşın, diğer üç durumda küçüktür.

**Tablo 2. n=240, s=4 için benzetimden elde edilen HKO sonuçları**

|       | D   | $GPH_0$ | $GPH_1$ | $GPH_2$ | OKR     |
|-------|-----|---------|---------|---------|---------|
| n=240 | 0.1 | 0,0290  | 0,0280* | 0,0300  | 0,0520  |
|       | 0.2 | 0,0350  | 0,0360  | 0,0300  | 0,0120* |
|       | 0.3 | 0,0380* | 0,0400  | 0,0420  | 0,0390  |
|       | 0.4 | 0,0390* | 0,0390* | 0,0390* | 0,1486  |

Tablo 2’de 240 örneklem büyüklüğünde OKR yöntemi sadece  $D=0.2$  olduğu durumda  $GPH_v$  yöntemlerinden daha düşük HKO değeri vermiştir. Ancak  $D=0.1, 0.2$  ve  $0.3$  olduğu durumlarda, OKR yönteminin HKO değerleri çok düşüktür.  $D=0.3$  olduğunda OKR yöntemi  $GPH_1$  ve  $GPH_2$  yönteminden daha düşük HKO değeri vermektedir.

**Tablo 3.  $n=480, s=4$  için benzetimden elde edilen HKO sonuçları**

| n=480 | D   | $GPH_0$ | $GPH_1$ | $GPH_2$ | OKR     |
|-------|-----|---------|---------|---------|---------|
|       | 0.1 | 0,0150* | 0,0150  | 0,0160  | 0,0513  |
|       | 0.2 | 0,0209  | 0,0210  | 0,0210  | 0,0088* |
|       | 0.3 | 0,0230* | 0,0240  | 0,0240  | 0,0340  |
|       | 0.4 | 0,0241  | 0,0230  | 0,0220* | 0,1427  |

Tablo 3’te 480 örneklem büyüklüğündeki sonuçların Tablo 2’deki 240 örneklem büyüklüğüne benzer olduğu görülmektedir. OKR yöntemi yine  $D=0.2$  olduğu durumda en iyi performansını sergilemiştir. OKR yöntemi  $D=0.1, 0.2$  ve  $0.3$  olduğu durumlarda çok düşük HKO değerleri vermiştir.

**Tablo 4.  $n=720, s=4$  için benzetimden elde edilen HKO sonuçları**

| n=720 | D   | $GPH_0$ | $GPH_1$ | $GPH_2$ | OKR     |
|-------|-----|---------|---------|---------|---------|
|       | 0.1 | 0,0111  | 0,0106  | 0,0100* | 0,0511  |
|       | 0.2 | 0,0169  | 0,0169  | 0,0172  | 0,0084* |
|       | 0.3 | 0,0194  | 0,0190* | 0,0196  | 0,0330  |
|       | 0.4 | 0,0173* | 0,0183  | 0,0193  | 0,1367  |

Tablo 4’teki sonuçlar da yine OKR yöntemi için Tablo 2 ve Tablo 3’te elde edilen sonuçlara çok yakındır. OKR yöntemi 120 örneklem büyüklüğü için, bir başka ifade ile en küçük örneklem büyüklüğü için en iyi performansı göstermektedir. Benzetim çalışması  $s=12$  periyodu içinde tekrarlanmıştır.  $s=12$  periyodunda logaritmik periodogram regresyonu yöntemi olarak Porter-Hudak (1990) tarafından önerilen  $GPH$  yöntemine karşılık gelen  $GPH_0$  yöntemi ile OKR yöntemi için benzetim çalışması sonuçları Tablo 5’te verilmiştir. Tablo 5’ten OKR yönteminin  $n=120$  olduğunda  $D$ ’nin tüm değerleri için  $GPH_0$  yönteminden daha iyi sonuçlar verdiği görülmektedir.  $n=240$  örneklem büyüklüğünde  $D=0.4$  durumu hariç yine OKR yöntemi daha iyidir. 480 ve 720 örneklem büyüklüğünde ise OKR yöntemi  $D=0.2$  ve  $0.3$  olduğu durumda daha iyidir.

**Tablo 5.  $s=12$  için benzetimden elde edilen HKO sonuçları**

| n   | D   | $GPH_0$ | OKR     |
|-----|-----|---------|---------|
|     | 120 | 0.1     | 0,5903  |
| 120 | 0.2 | 0,5459  | 0,0760* |
|     | 0.3 | 0,6000  | 0,1122* |
|     | 0.4 | 0,5448  | 0,2456* |
|     | 240 | 0.1     | 0,1436  |
| 240 | 0.2 | 0,1419  | 0,0310* |
|     | 0.3 | 0,1533  | 0,0689* |
|     | 0.4 | 0,1747* | 0,2058  |
|     | 480 | 0.1     | 0,0520* |
| 480 | 0.2 | 0,0650  | 0,0150* |
|     | 0.3 | 0,0850  | 0,0565* |
|     | 0.4 | 0,0830* | 0,1872  |
|     | 720 | 0.1     | 0,0344* |
| 720 | 0.2 | 0,0490  | 0,0119* |
|     | 0.3 | 0,0552  | 0,0511* |
|     | 0.4 | 0,0573* | 0,1742  |



## 5. TARTIŞMA VE SONUÇ

Bu çalışmada SFI modellerinde mevsimsel kesirli fark parametresinin tahmin edilmesi incelenmiştir. Bu tahmin problemini çözmek için OKR yöntemi önerilmiştir. Önerilen yöntem SFI sürecinin kuramsal otokorelasyon fonksiyonu için verilen (7) eşitliğini temel almaktadır. OKR yöntemi logaritmik periodogram tahmin edicilerine bir seçenek olarak düşünülmüştür. OKR yöntemi benzetim çalışmasıyla GPH yöntemleri ile karşılaştırılmıştır. Özellikle  $s=4$  iken, küçük örneklem büyüklüğünde ( $n=120$ ) OKR yöntemi GPH yöntemlerine tercih edilebilir. Büyük örneklem büyüklüklerinde ise, OKR yöntemi durağanlık sınırından uzak değerler ( $D=0.1, 0.2$  ve  $0.3$ ) için iyi sonuç vermektedir. Periyot arttığında ise ( $s=12$ ); küçük örneklem büyüklüklerinde ( $n=120, 240$ ) GPH yönteminin performansı çok düşmesine karşın, OKR yöntemi küçük HKO değerlerine sahiptir. Sonuç olarak özellikle küçük örneklem büyüklükleri için OKR yöntemi, GPH yöntemlerinden daha üstündür. Zaman serisinin periyodu büyüdükçe OKR yönteminin performansı GPH yöntemlerine göre daha da iyi olmaktadır.

## 6. KAYNAKLAR

Arteche, J., Robinson, P.M., 2000. Semiparametric Inference in Seasonal and Cyclical Long Memory Processes. *Journal of Time Series Analysis*, 21(1), 1-25.

Arteche, J., 2002. Semiparametric Robust Tests on Seasonal or Cyclical Long Memory Time Series. *Journal of Time Series Analysis*, 23(3), 251-285.

Baillie, R.T., 1996. Long Memory Processes and Fractional Integration in Econometrics. *Journal of Econometrics*, 73, 5-59.

Brietzke, E.H.M., Lopes S.R.C., Bisognin C., 2005. A Closed Formula for the Durbin-Levinson's Algorithm in Seasonal Fractionally Integrated Processes. *Mathematical and Computer Modeling*, 42, 1191-1206.

Candelon, B., Gil-Alana, L.A., 2004. Seasonal and Long-run Fractional Integration in the Industrial Production Indices of Some Latin American Countries. *Journal of Policy Modeling*, 26, 301-313.

Chung, C.F., Baillie, R.T., 1993. Small Sample Bias in Conditional Sum of Squares Estimators of Fractionally Integrated ARMA Models. *Empirical Economics*, 18, 791-806.

Chung, C.F., Ching-Fan, 1996. A Generalized Fractionally Integrated Autoregressive Moving Average Processes. *Journal of Time Series Analysis*, 17(2), 111-140.

Darne, O., Guiraud V., Terraza M., 2004. Forecasts of the Seasonal Fractional Integrated Series. *Journal of Forecasting*, 23, 1-17.

Eğrioğlu E., Günay S., 2005. Uzun Dönem Bağımlı Normal Akgürültü Sürecinde Otokorelasyon Regresyonu ile Parametre Tahmini. *Anadolu Üniversitesi Bilim ve Teknoloji Dergisi*, 6, 61-66.

Gil-Alana L.A., Robinson P.M., 2001. Testing of Seasonal Fractional Integration in UK and Japanese Consumption and Income. *Journal of Applied Econometrics*, 16, 95-114.

Gil-Alana L.A., 2002. Seasonal Long Memory in the Aggregate Output. *Economics Letters*, 74,333-337.

Gil-Alana L.A., 2003a. Seasonal Misspecification in the Context of Fractionally Integrated Univariate Time Series. *Computational Economics*, 22, 65-74.

Gil-Alana L.A., 2003b. Modelling Seasonality with Fractionally Integrated Processes, Technical Report.

Giraitis L., Leipus R., 1995. A Generalized Fractionally Differencing Approach in Long Memory Modeling. *Lithuanian Mathematical Journal*, 35, 53-65.

Giraitis L, Hidalgo J., Robinson P.M., 2001. Gaussian Estimation of Parametric Spectral Density with Unknown Pole. *Ann. Statist.*, 29(4), 987-1023.

Hassler U., Wolters J., 1994. On the Power of Unit Root Tests Against Fractional Alternatives. *Economics Letters*, 45, 1-5.

Hassler U., Wolters J., 1995. Long Memory in Inflation Rates: International Evidence. *Journal of Business & Economic Statistics*, 13(1), 37-45.

Hosking, J.R.M., 1984. Modeling Persistence in Hydrological Time Series Using Fractionally Differencing. *Water Resources Research*, 20-12, pp. 1898-1908.

Montanari A., Rosso R., Taqqu M.S., 2000. A Seasonal Fractional ARIMA Model Applied to Nile River Monthly Flows at Aswan. *Water Resour. Res.*, 36(5), 1249-1259.

Ooms M., Hassler U., 1997. On the Effect of Seasonal Adjustment on the Log-Periodogram Regression. *Economics Letters*, 56, 135-141.

Ould H., 2002. Asymptotic Behavior of the Empirical Process for Seasonal Long-Memory Data. *European Series in Applied and Industrial Mathematics*, 6, 293-309.

Palma W., Chan N.H., 2005. Efficient Estimation of Seasonal Long-Range Dependent Processes. *Journal of Time Series Analysis*, 26(6), 863-892.

Porter-Hudak S., 1990. An Application of the Seasonal Fractionally Differenced Model to the Monetary Aggregates. *Journal of American Statistical Association*, 85 (410), 338-344.

Ray B.K., 1993. Long-Range Forecasting of IBM Product Revenues Using a Seasonal Fractionally Differenced ARMA Model. *International Journal of Forecasting*, 9, 255-269.

Reinsen V.A., Rodrigues A.L., Palma W., 2006a. Estimating Seasonal Long-Memory Processes: A Monte Carlo Study. *Journal of Statistical Computation and Simulations*, 76(4), 305-316.

Reinsen V.A., Rodrigues A.L., Palma W., 2006b. Estimation of Seasonal Fractionally Integrated Processes. *Computational Statistics and Data Analysis*, 50, 568-582.

Valesco C., Robinson P.M., 2000. Whittle Pseudo-Maximum Likelihood Estimation of Nonstationary Time Series. *J. Amer. Statis. Assoc.*, 95(452), 1229-1243.

## AUTOCORRELATED REGRESSION MODEL USED IN SEASONAL FRACTIONALLY INTEGRATED PROCESSES

### ABSTRACT

*In the literature, there are a few studies for seasonal fractionally integrated processes in recent years. Semi-parametric methods based on logarithmic periodogram were proposed to estimate seasonal fractionally differencing parameter. The methods based on logarithmic periodogram can be used as a spectral density function of seasonal fractionally integrated processes. Also autocorrelation function instead of spectral density function can be used to seasonal fractionally integrated processes. In this study, a new parameter estimation method based on autocorrelation function is proposed for seasonal fractionally integrated process. This new method is compared classical methods in the literature by a simulation studies.*

**Key Words: Seasonality, Seasonal Fractionally Integrated Processes, Seasonal Fractionally Differencing Parameter, Autocorrelation Regression.**

# YAŞ SINIFLARININ DOĞURGANLIK DEĞERİ ÜZERİNDEKİ ETKİ PAYLARI

Gürol ZIRHLIOĞLU\*

## ÖZET

*Doğurganlık değeri demografik çalışmalarda kullanılan önemli parametrelerden birisidir. Bu çalışmada, 1955-2000 yıllarına ait Türkiye İstatistik Kurumu verileri kullanılarak, yaş sınıflarının doğurganlık değeri üzerindeki etki payları araştırılmıştır. Onbeş yıllık yaş gruplarına ayrılan nüfus verileri 4 sınıf içinde toplanmış ve 0-14 yaş grubu sıfır yaş grubu olarak dikkate alınmıştır.*

**Anahtar Kelimeler: Demografi, Doğurganlık, Etki Miktarı.**

## 1. GİRİŞ

Organizmaların yaşı popülasyon çalışmalarında kullanılan önemli özelliklerden birisi olup, organizmaların yaşam ve çoğalmaları üzerinde önemli bir etkiye sahiptir (Krivan ve Havelka, 2000).

Demografik çalışmalarda yaşa bağlı olarak yapılan yaşam oranı, doğurganlık, üretkenlik değeri, duyarlılık gibi tahminler büyük öneme sahiptirler. Yaşam ve doğurganlığa ait dönemlerde bireyler arasındaki farklılıklar, gelecekteki popülasyonun ne olacağı hakkındaki tahminler için öneme sahip olabilir. Bu farklılıkları hesaplamak için detaylı modellere ihtiyaç vardır. Bu nedenle, yaş yapı modellerinde ayrıntılı tahminler yapabilmek için, popülasyon yaş gruplarına göre sınıflandırılmakta ve bu tip modellerde popülasyonda bulunan tüm bireylerin yaşlarının belirtildiği ifade edilmektedir (Ricklefs, 1993; Krebs, 1994).

Gelecek nesiller için herhangi bir yaş sınıfına ait etkinin yaşa özgü ölçümü üretkenlik değeri ile elde edilmektedir. Üretkenlik değeri, yaşam oranı, büyüme oranı ve doğurganlık değerlerine bağlıdır. Doğurganlık değeri, dişi olan yavruların bir önceki zaman adımında yer alan ergin dişilere oranı olarak belirtilebilir. Bu nedenle yaş sınıflarına ait doğurganlık değeri hesaplanırken, üreme özelliğine sahip olan bireyler dikkate alınır ve genellikle popülasyon çalışmalarında üreme özelliğine sahip olmayan yaş sınıfı, sıfırinci yaş sınıfı olarak belirtilir (Akçakaya vd., 1999).

## 2. YÖNTEM

Çalışmada kullanılan veriler, 1955-2000 yılları arasında genel nüfus sayımları sonucunda elde edilmiş olan kadın nüfusu olup, Türkiye İstatistik Kurumu kaynaklarından elde edilmiştir (DİE, 2001; DİE, 2003).

Çalışmada kullanılan kadın nüfusuna ait yaş aralıkları 15 yıl alınarak, toplam kadın nüfusu 5 yaş sınıfı içinde incelenmiştir. Doğurganlık yaşının 15-49 yaş aralığında olduğu dikkate alınarak, tüm doğurganlık hesaplamaları için bu yaş aralığına giren yaş sınıfları üzerinde değerlendirmeler yapılmıştır.

\* Yrd. Doç. Dr., Yüzüncü Yıl Üniversitesi, Van Meslek Yüksekokulu, e-mail: gurol@yyu.edu.tr

## 2.1 Doğurganlık

Herhangi bir t zamanındaki doğurganlık, t+1 zamanında sıfır yaş grubunda yaşayan dişi yavruların, bir önceki zaman adımında yer alan ergin dişilere oranıdır. Yaşa özgü doğurganlığa ait verilen bir kümede, t+1 zamanındaki sıfır yaş grubunda yer alan birey sayısı,

$$N_0(t+1) = F_0(t)N_0(t) + F_1(t)N_1(t) + F_2(t)N_2(t) + \dots + F_w(t)N_w(t) \quad (1)$$

şeklinde tahminlenir. Bu ifade kısaca,

$$N_0(t+1) = \sum_{x=0}^w [F_x(t)N_x(t)] \quad (2)$$

olarak belirtilebilir (Krebs, 1994; Akçakaya vd., 1999). Bu eşitlik t+1 zamanında sıfır yaş grubundaki bireylerin sayısının tahminlenmesini sağlayan doğurganlık değeri vektörü ile t zamanındaki birey sayıları vektörünün çarpımları toplamıdır. Bu ifade,

$$N_0(t+1) = \begin{pmatrix} F_0(t) & F_1(t) & F_2(t) & \dots & F_w(t) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} N_0(t) \\ N_1(t) \\ N_2(t) \\ \vdots \\ N_w(t) \end{pmatrix} \quad (3)$$

şeklinde belirtilebilir. Burada, sıfır yaş sınıfının üretken olmadığı varsayıldığında, bu yaş grubunun doğurganlık değerinin sıfır olduğu ( $F_0=0$ ), diğer yaş sınıflarının doğurganlık değerinin ise birbirine eşit olduğu varsayılır. Yukarıdaki çarpma işlemi yapıldıktan sonra, (1) numaralı eşitlik elde edilir. Sıfır yaş grubuna ait doğurganlık değeri sıfır olduğu için,

$$F_0(t)N_0(t) = 0$$

değeri elde edilir. Bu durumda (1) numaralı eşitlik,

$$N_0(t+1) = F_1(t)N_1(t) + F_2(t)N_2(t) + \dots + F_w(t)N_w(t)$$

şeklinde yeniden yazılabilir. Diğer yaş gruplarındaki doğurganlık değerlerinin t zamanında birbirine eşit olduğu varsayımı dikkate alındığında, yukarıda verilen (3) nolu eşitlik,

$$N_0(t+1) = F_x(t)[N_1(t) + N_2(t) + \dots + N_w(t)] \quad (x \neq 0)$$

şeklinde yazılabilir. Bu eşitlik dikkate alınarak, t süresindeki doğurganlık değerini hesaplamak için, eşitliğin her iki tarafı t süresindeki toplam doğurgan birey sayısına bölünür ve

$$F_x(t) = N_0(t+1) / [N_1(t) + N_2(t) + \dots + N_w(t)] \quad (4)$$

denklemleri elde edilir. Bu ifade,  $t$  süresindeki doğurganlık değerinin hesaplanmasında kullanılan denklemdir (Akçakaya vd., 1999; Gotelli, 2001).

## 2.2 Yaş Sınıflarının Etki Payı

Doğurgan yaş sınıflarındaki birey sayılarının toplamı, doğurganlık değerini belirleyen faktörlerden biri olduğu için, doğurganlığa etki eden her yaş sınıfının etki paylarını hesaplamak mümkündür. Bunun için,

$$\theta_{x_i} = [N_{x_i}(t)F_x(t)] / \sum_{i=1}^w N_{x_i}(t) \quad x = 1...w; i = 1...w \quad (5)$$

eşitliği kullanılabilir. Burada  $x$  yaş sınıfı olarak dikkate alındığında;

$x_i$ : doğurgan nitelikte olan yaş sınıflarını,

$\theta_{x_i}$ : doğurgan yaş sınıflarının toplam doğurganlık üzerindeki etki payını,

$N_{x_i}(t)$ :  $t$  zamanında  $x_i$  yaş sınıfında yer alan bireylerin sayısını,

$F_x(t)$ :  $t$  zamanına ait  $x$  yaş sınıfındaki bireylerin doğurganlık değerini,

$\sum N_i(t)$ :  $t$  zamanındaki toplam doğurgan birey sayısını göstermektedir.

Mevcut verilere göre herhangi bir zamandaki tüm doğurgan yaş sınıfları için hesaplanan etki paylarının toplamı,  $t$  zamanına ait doğurganlık değerini verecektir.

$$F_x(t) = \theta_{x_1} + \theta_{x_2} + \dots + \theta_{x_i}$$

(5) numaralı eşitlikte belirtildiği gibi, herhangi bir  $t$  zamanındaki toplam doğurgan birey sayısı ile  $\theta_{x_i}$ 'nin çarpımı,  $t+1$  zamanındaki doğurgan olmayan sıfır yaş grubundaki bireylerin sayısını verir. Buna göre (5) numaralı eşitlik,

$$\sum N_i(t)\theta_{x_i} = N_{x_i}(t)F_x(t)$$

şeklinde yazılabilir. Bu eşitliğin her iki tarafının toplamı alındığında,

$$\sum (\sum N_i(t)\theta_{x_i}) = \sum (N_{x_i}(t)F_x(t)) \quad (6)$$

sonucu elde edilir. (2) numaralı eşitlik dikkate alındığında, (6) numaralı eşitliğin sağ tarafındaki ifadenin  $N_0(t+1)$ 'e eşit olduğu görülür. Bu durumda (6) numaralı denklem,

$$N_0(t+1) = \sum (\sum N_i(t)\theta_{x_i})$$

olarak yeniden yazılabilir. Bu eşitlik,  $t+1$  zamanındaki sıfır yaş grubunda yer alan birey sayısının hesaplanması için, yaş sınıflarının etki payı ve  $t$  zamanındaki toplam doğurgan birey sayısına ait etkiyi göstermektedir. Bu ifade vektörler çarpımı şeklinde yazılacak olursa,

$$N_0(t+1) = \left( \sum N(t) \sum N(t) \sum N(t) \dots \sum N(t) \right) \begin{pmatrix} \theta_{x_0} \\ \theta_{x_1} \\ \theta_{x_2} \\ \vdots \\ \theta_{x_w} \end{pmatrix}$$

eşitliği elde edilir. Burada elde edilen  $N_0(t+1)$  değeri ile (3) numaralı eşitlik sonucu elde edilmiş olan  $N_0(t+1)$  değeri birbirine eşittir.

### 3. BULGULAR

Türkiye İstatistik Kurumu verileri dikkate alınarak, yapılan değerlendirmeler sonucunda 1955-2000 yılları arasındaki doğurganlık değerleri Tablo1’de belirtildiği gibi elde edilmiştir.

**Tablo 1. 1955-2000 yılları arası doğurganlık değerleri**

| Yıl  | Doğurganlık |
|------|-------------|
| 1955 | 1.302       |
| 1970 | 1.153       |
| 1985 | 0.804       |

Tablo 1’de belirtilen ve t zamanına ait doğurganlık değerleri t+1 zamanındaki 0-14 yaş grubunda yer alan bireylerin sayısının, t zamanındaki 15-49 yaş grubundaki bireylerin toplamına oranıdır. Elde edilen bu doğurganlık değerleri üzerindeki yaş sınıflarının etki payları ve oranları ise Tablo 2’de belirtildiği gibidir.

**Tablo 2. Doğurganlık değerinin yaş sınıfları üzerindeki etki payları ve oranları**

| Yıl       | Yaş Grupları   |                |               | Toplam |
|-----------|----------------|----------------|---------------|--------|
|           | 15-29          | 30-44          | 45-49         |        |
| 1955-1970 | 0.753 (%57.83) | 0.439 (%33.72) | 0.110 (%8.45) | 1.302  |
| 1970-1985 | 0.616 (%53.43) | 0.456 (%39.54) | 0.081 (%7.03) | 1.153  |
| 1985-2000 | 0.463 (%57.59) | 0.274 (%34.09) | 0.067 (%8.33) | 0.804  |

Tablo 2’de belirtilen değerler incelendiğinde; 1955-1970 yılları arasında 1.302 olan doğurganlık değerine, 15-29 yaş grubunda yer alan bireylerin katkısı 0.753 olarak elde edilmiştir. Bu değer, yaklaşık olarak bu yaş grubunun doğurganlık değeri üzerinde %57.83 oranında bir etkisinin olduğunu belirtmektedir. Bu değerler 30-44 yaş grubu için 0.439 (%33.72) ve 45-49 yaş grubu için ise 0.110 (%8.45) olarak elde edilmiştir. 1970-1985 yılları arasında 1.153 olarak elde edilen doğurganlık değerine; 15-29 yaş grubunda yer alan bireylerin katkısı 0.616 (%53.43) olarak elde edilirken, 30-44 yaş grubu için 0.456 (%39.54) ve 45-49 yaş grubu için ise 0.081 (%7.03) olarak belirlenmiştir. 1985-2000 yılları arasında 0.804 olan doğurganlık değerine; 15-29 yaş grubunda yer alan bireylerin katkısı 0.463 (%57.59) olarak elde edilirken, 30-44 yaş grubu için 0.274 (%34.09) ve 45-49 yaş grubu için ise 0.067 (%8.33) olarak belirlenmiştir.

1955 yılında doğurgan özellikteki yaş gruplarında (15-49) bulunan bireylerin sayılarının toplamı 5563901 olarak elde edilmiş olup, bu değer 1970 yılında 8005135, 1985 yılında 12148469 ve 2000 yılında ise 17461844’tür. Buna göre, 1955-1970 yılları arasında

doğurgan nüfusta yaklaşık olarak %43.876 oranında bir artışın meydana geldiği belirlenmiştir. Bu oran 1970-1985 yılları arasında %51.758 ve 1985-2000 yılları arasında ise %43.737 olarak elde edilmiştir.

Tablo 2’de belirtilen değerler ile t zamanında doğurgan özellikte olan birey sayılarının toplamına ait matris işlemleri aşağıda belirtildiği gibidir.

$$\begin{bmatrix} 5563901 & 5563901 & 5563901 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 8005135 & 8005135 & 8005135 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 12148469 & 12148469 & 12148469 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0.753 \\ 0.439 \\ 0.110 \\ 0.616 \\ 0.456 \\ 0.081 \\ 0.463 \\ 0.274 \\ 0.067 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7.244 \cdot 10^6 \\ 9.23 \cdot 10^6 \\ 9.767 \cdot 10^6 \end{bmatrix}$$

Yukarıda belirtilen işlemde eşitliğin sol tarafındaki matris t zamanındaki doğurgan yaş sınıfında yer alan birey sayılarının toplamıdır. Burada her bir satır zaman aralıklarını belirtmektedir. Vektör ise, yaş sınıflarının t zamanındaki doğurganlık değerleri üzerindeki etki paylarıdır. Eşitliğin sağ tarafında elde edilen sonuç vektörü t+1 zaman adımlarındaki sıfır yaş grubunda yer alan yaklaşık birey sayılarını göstermektedir.

#### 4. TARTIŞMA VE SONUÇ

Yapılan çalışma ile 1955-2000 yılları arasındaki doğurganlık değerlerine yaş sınıflarının etki payları incelenmiştir. Elde edilen sonuçlara göre; değerlendirmeye alınan yıllara ait doğurganlık değerlerinde bir azalma olduğu, belirtilen yıllar arasında en yüksek doğurganlık değerinin 1955 yılında meydana geldiği gözlenmiştir.

Demografik çalışmaların önemli parametrelerinden biri olan doğurganlık değerini etkileyen çeşitli sosyal ve kültürel faktörler bulunmaktadır. Eğitim düzeyindeki değişimler, kentsel alanlara göç, ekonomik etkenler ve aile planlaması gibi faktörler doğurganlık değerinin azalmasına etkili olabilecek faktörler olarak düşünülebilir (Karaoğlu vd., 2002; TNSA (Türkiye Nüfus ve Sağlık Araştırması), 1993). Ancak çalışmada elde edilen bilgiler dikkate alındığında, doğurganlık değerinde düşüş meydana gelmesine rağmen yaş sınıflarının doğurganlık değerleri üzerindeki etki paylarında önemli bir değişimin olmadığı anlaşılmaktadır. Doğurganlık değerlerine en fazla etki, genç yaşlara yığılımlı bir dağılım göstermiş olup, ileri yaşlarda doğurganlık değerinde belirgin ölçüde bir azalma meydana gelmiştir (Karaoğlu vd., 2002; TNSA, 1993).

Özellikle 1955-1970 yılları ile 1985-2000 yılları arasında doğurganlık değeri bakımından farklılık olmasına rağmen, yaş sınıflarının doğurganlık değerine yapmış olduğu etki payları büyük oranda benzerlik göstermektedir.

Yapılan çalışmada, yaş sınıflarına ait elde edilmiş olan etki paylarının geçerliliğini belirlemek amacıyla yapılan matris işlemleri sonucunda, t+1 zaman adımıdaki sıfır yaş grubunda yer alan birey sayıları gerçek değerlerine çok yakın bulunmuştur.



## 5. KAYNAKLAR

- Akçakaya, H.R., Burgman, M.A. and Ginzburg, L.R., 1999. Applied Population Ecology, Sunderland, Massachusetts: Sinauer Associated, Inc.
- DİE, 2001. İstatistik Göstergeler, 1923-1998, T.C. Başbakanlık Devlet İstatistik Enstitüsü, Ankara, TÜRKİYE.
- DİE, Türkiye’de Kadın Bilgi Ağı, 2003. [http://www.die.gov.tr/tkba/tkba\\_tr.htm](http://www.die.gov.tr/tkba/tkba_tr.htm), 12.11.2003.
- Gotelli, N.J., 2001. A Primer of Ecology, Sunderland, Massachusetts: Sinauer Associated, Inc.
- Karaoğlu, L., Öztürk, C., Pehlivan, E., 2002. Çorum İli Bir Sağlık Ocağı Bölgesinde Yaşayan Evli Kadınlarda Doğurganlık ve Etkileyen Faktörler, İnönü Üniversitesi Tıp Fakültesi Dergisi, 9(1) 33-40.
- Krebs, C. J., 1994. Ecology, New York: Harper Collins Collage Publishers.
- Krivan, V., Havelka, J., 2000. Leslie Model for Gall-Midge Population. Ecological Modelling, 126:73-77.
- Ricklefs, R.E., 1993. The Economy of Nature: A Textbook in Basic Ecology, England: W.H.Freeman and Company.
- Türkiye Nüfus ve Sağlık Araştırması, Manisa Sağlık Müdürlüğü, 1993. <http://www.manisa.saglik.gov.tr/tnsal.htm>, 05.02.2004.

## EFFECT RATES OF AGE CLASSES ON THE FECUNDITY VALUE

### ABSTRACT

*The fecundity value is one of the important parameters which is use demographic study. In this study, by using Turkish Statistical Institute data was investigated effect rates of the age classes on the fecundity value. Population which is choosen for fifteen years old groups gathered in four classes and the groups of 0-14 age considered to be the classes of age which are no fecund.*

**Key Words: Demography, Effect Rate, Fecundity.**

# KATEGORİK VERİLERE FAKTÖR ANALİZİNİN UYGULANMASI

Mevlüt TÜRE\*

İmran KURT\*\*

Hülya TÜRE\*\*\*

## ÖZET

*Bu çalışmada Faktör Analizi (FA)'nın kategorik verilere uygulanabilirliği, Trakya Üniversitesi'nde görev yapan 915 akademik personele üniversite hakkındaki düşüncelerini içeren, adlandırma ölçeği düzenindeki 55 sorudan oluşan anket üzerine uygulaması ile gösterilmesi amaçlanmıştır. 55 sorudan oluşan değişken setine, FA'da bilinen klasik Ana Bileşenler Analizi (ABA) yerine adlandırma, sıralı, nümerik ya da bunların karışımından oluşan değişken setine uygulanabilen daha esnek bir yöntem olan Doğrusal Olmayan Ana Bileşenler Analizi (DOABA) uygulanmıştır. DOABA'nın uygulandığı FA (Doğrusal Olmayan Faktör Analizi: DOFA) sonucunda bulunan 18 faktörün toplam varyansın %63,881'ini açıkladığı bulunmuştur. En yüksek açıklayıcılık değeri ikinci faktörde (Enstitü Çalışmaları) bulunurken, en düşük açıklayıcılık değeri 15. faktörde (İdari personel sayısı) bulunmuştur. Sonuç olarak veri seti adlandırma, sıralı, nümerik ya da bunların karışımından oluşan değişkenlerden oluşuyorsa, bu tür veri setlerinde faktörleri belirlemek için DOFA'nın uygulanabilirliği, anket çalışması sonucunda elde edilen veriler üzerinde gösterilmiştir.*

**Anahtar kelimeler:** Doğrusal Olmayan Faktör Analizi (DOFA), Doğrusal Olmayan Ana Bileşenler Analizi (DOABA), Varimax Döndürmesi.

## 1. GİRİŞ

FA değişken setinin gizli yapılarını tanımlamak ve çok sayıda değişkeni daha az sayıda değişkene indirgemek için kullanılan, çok değişkenli analiz yöntemlerinden biridir. FA'nın birkaç farklı türü vardır. Fakat en geneli ABA olarak bilinir. Bu yöntem, 1-nümerik değişkenlerde ve 2-değişkenler arasındaki ilişkilerin doğrusal olduğu varsayıldığında kullanılır (Candel, 2001; Sharma, 1996; Johnson ve Wichern, 1987; Özdamar, 2002).

Eğer değişkenlerden en az birisi adlandırma ölçeği düzeninde ise, bu durumda ABA kullanılamaz. Karışık (adlandırma, sıralı, nümerik) ölçekli değişken setleri için DOABA daha uygun bir yöntemdir. DOABA, değişkenliği olabildiğince maksimize ederek, değişken setinde boyut indirgeyen bir yöntemdir (Gifi, 1990; SPSS Inc., 1999; De Leeuw, 1984; Van Der Burg, 1988; Van Der Burg, vd., 1988; Van Der Burg vd., 1994).

\* Doç. Dr., Trakya Üniversitesi Tıp Fakültesi Biyoistatistik Anabilim Dalı, EDİRNE e-mail:

ture@trakya.edu.tr

\*\* Araş. Gör., Trakya Üniversitesi Tıp Fakültesi Biyoistatistik Anabilim Dalı, EDİRNE

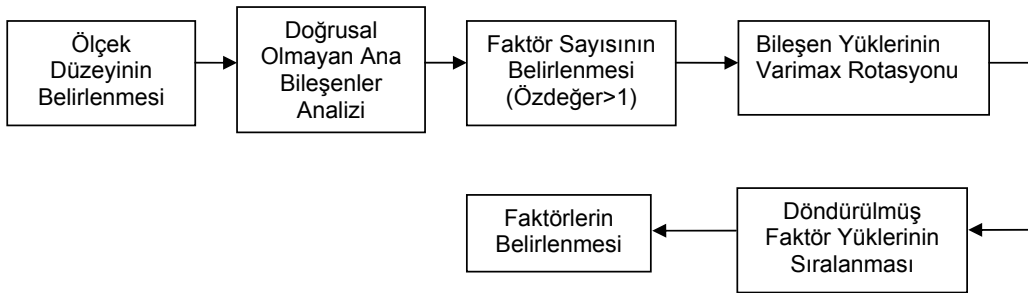
\*\*\* Öğr. Gör., Trakya Üniversitesi Eğitim Fakültesi, EDİRNE

Çalışmamızda, DOABA ile elde edilen bileşenlerin döndürülmesi sonucu elde edilen faktör yükleri kullanılarak, 55 adlandırma ölçme düzenindeki sorudan oluşan anket verilerinden yararlanarak FA'nın kategorik verilere uygulanabilirliğinin gösterilmesi amaçlanmıştır.

## 2. YÖNTEM

Çalışmada, 2001 yılında Trakya Üniversitesi'nde görev yapan 1260 öğretim elemanından 100'ü pilot uygulama için örnek olarak seçilmiş ve "Üniversiteniz hakkında ne düşünüyorsunuz?" açık uçlu sorusu sorulmuştur. Pilot araştırma sonucunda, öğretim elemanlarının verdiği cevaplar dikkate alınarak, 55 adlandırma ölçme düzenindeki sorudan oluşturulan anket hazırlanmıştır. Böylece tüm fakülte ile yüksekokulları ve tüm unvanlardaki öğretim elemanlarını kapsayan bu çalışmada veriler, ulaşılan 915 öğretim elemanından elde edilmiştir.

Elde edilen değişkenler adlandırma ölçme düzeninde olması nedeniyle, boyut indirgemek için DOABA kullanılmıştır. DOFA'nın amacı, kategorik değişkenlerden oluşan veri setinin faktör yapısını belirlemektir. DOFA'nın, FA'dan farkı, ABA yerine DOABA kullanılmasıdır. DOFA'nın akış şeması Şekil 1'de verilmiştir.



Şekil 1. Doğrusal Olmayan Faktör Analizinin Akış Şeması

### 2.1 Doğrusal Olmayan Ana Bileşenler Analizi (DOABA)

DOABA, optimal ölçeklemeli ABA olarak da bilinmektedir. DOABA, karışık yapıdaki optimal ölçek düzeyindeki değişkenlerin tek sette değişimini hesaplamayı amaçlar. Her bir değişkene dönüşüm (optimal ölçekleme) uygulanarak, değişkenleri yeniden ölçeklendirilerek analiz gerçekleştirilir. DOABA'da orijinal veri seti yerine, çok az bilgi kaybı ile yeni ve daha küçük veri seti kullanılır. Bu analiz yöntemi; adlandırma, sıralı, aralıklı ve oransal ölçekli değişkenler arasındaki ilişkileri doğrusal olmayan yaklaşım ile analiz ettiği gibi, birimler arasındaki ilişkileri de ortaya koyar. Seçilen boyut sayısında değişkenler ile obje skorları arasındaki korelasyonu maksimize ederek, çözüme ulaşan bir yöntemdir (SPSS Inc., 1999; De Leeuw, 1984; De Leeuw, 1982; Gifi, 1990; Michailidis ve De Leeuw, 2000).

DOABA'nin amacı,  $\mathbf{X}$   $n \times p$  boyutlu obje skorları matrisini ve  $\mathbf{Y}_j$   $k_j \times p$  boyutlu çoklu kategori ölçümleri matrisini bulmaktır ( $j=1, \dots, m$  ve  $i=1, \dots, n$ ). Burada  $\mathbf{Y}_j$ ,  $k_j \times p$  boyutlu çoklu kategori ölçümleri matrisi olmak üzere, çoklu adlandırma ölçüm düzeyindeki değişkenler için  $\mathbf{Y}_j = \mathbf{Y}_j$  olarak tanımlanır. Bu değerler kullanılarak  $\mathbf{X}'\mathbf{M}_*\mathbf{X} = m\mathbf{I}$  koşulu altında DOABA,

$$\sigma(\mathbf{X}; \mathbf{Y}) = 1/m \sum_j \text{tr}((\mathbf{X} - \mathbf{G}_j \mathbf{Y}_j)' \mathbf{M}_j (\mathbf{X} - \mathbf{G}_j \mathbf{Y}_j)) \quad (1)$$

fonksiyonunu minimize eder (Gifi, 1990; Michailidis ve De Leeuw, 1995; Michailidis ve De Leeuw, 1996; Michailidis ve De Leeuw, 2000).

Eşitlik (1)'de  $\mathbf{M}_j$ 'nin yer alması,  $[1, k_j]$  aralığı dışında kalan değerlerin etkisinin olmamasını garanti etmektedir. Bu eşitlikte;  $m$  değişken sayısı,  $n$  birim sayısı,  $p$  boyut sayısı ve  $k_j$  j. değişkenin kategori sayısı olmak üzere,  $\mathbf{Y}$  çoklu ve tek kategori ölçümleri topluluğu,  $\mathbf{M}_* = \sum_j \mathbf{M}_j$  ve  $\mathbf{I}$   $p \times p$  boyutlu birim matristir. Burada  $\mathbf{M}_j$ , diagonal elemanları

$$m_{(j)ii} = \begin{cases} 1 & i \text{ gözlemi } [1, k_j] \text{ aralığı içinde ise} \\ 0 & i \text{ gözlemi } [1, k_j] \text{ aralığı dışında ise} \end{cases}$$

biçiminde tanımlanan  $n \times n$  boyutlu matristir.  $\mathbf{G}_j$  ise elemanları

$$g_{(j)ir} = \begin{cases} 1 & i' \text{ inci nesne } j \text{ deęiřiřkenin } r. \text{ kategorisinde ise} \\ 0 & i' \text{ inci nesne } j \text{ deęiřiřkenin } r. \text{ kategorisinde deęeęse} \end{cases}$$

biçiminde tanımlanan  $n \times k_j$  boyutlu matrisin,  $j$  değişkeni için gösterge matrisidir ( $r=1, \dots, k_j$ ) (Gifi, 1990; Michailidis ve De Leeuw, 1995; Michailidis ve De Leeuw, 1996; Michailidis ve De Leeuw, 2000).

## 2.2 Faktör Sayısının Belirlenmesi

Boyut sayısının seçimine karar verilirken, özdeğerler incelenmelidir. En çok kullanılan kriterler, Özdeğer  $> 1$  koşulunu sağlayan faktör sayısının seçilmesi kuralı ve yamaç eğimi grafiği (scree plot) yaklaşımıdır. Bu yaklaşımda, özdeğerler büyüklük sırasına dizilerek, Y ekseninde özdeğerler ve X ekseninde faktörler yer alacak şekilde grafik oluşturulur ve bu grafikte eğimin kaybolmaya başladığı noktanın işaret ettiği faktör sayısı belirlenir (Sharma, 1996; SPSS Inc., 1999; Özdamar, 2002).

## 2.3 Faktör Döndürmesi

Kaiser tarafından geliştirilen varimax döndürme yönteminde, faktör varyansları maksimum olacak şekilde dik döndürme yapılır. Varimax döndürmesinin amacı, faktörde bazı değişkenlerin yük değerlerinin çok büyük, bazılarının ise çok küçük olacak şekilde dönüşümünü sağlamaktır.

Maksimum toplam varyans (V),

$$V = \sum_{j=1}^p V_j = \sum_{j=1}^p \left( \frac{m \sum_{i=1}^m \beta_{ij}^4 - (\sum_{i=1}^m \beta_{ij}^2)^2}{m^2} \right) \quad (2)$$

şeklinde hesaplanır. Eşitlik (2)'de  $m$ , değişken sayısını;  $V_j$ ,  $j$  faktörüne giren değişkenlerin ortak varyansını;  $\beta_{ij}^2$ ,  $j$  faktörünün kare yüklerini ifade etmektedir (Özdamar, 2002; Richman, 1986; Sharma, 1996).

Bu araştırmada, ortogonal faktör döndürme yöntemi olan Kaiser'in Varimax rotasyonu kullanılmıştır. Döndürme işleminde DirObl\_Varimax v.2.1 programı kullanılmıştır ([http://www.liv.ac.uk/~pbarrett/rot21a97.doc] Erişim Tarihi: 22.11.2002).

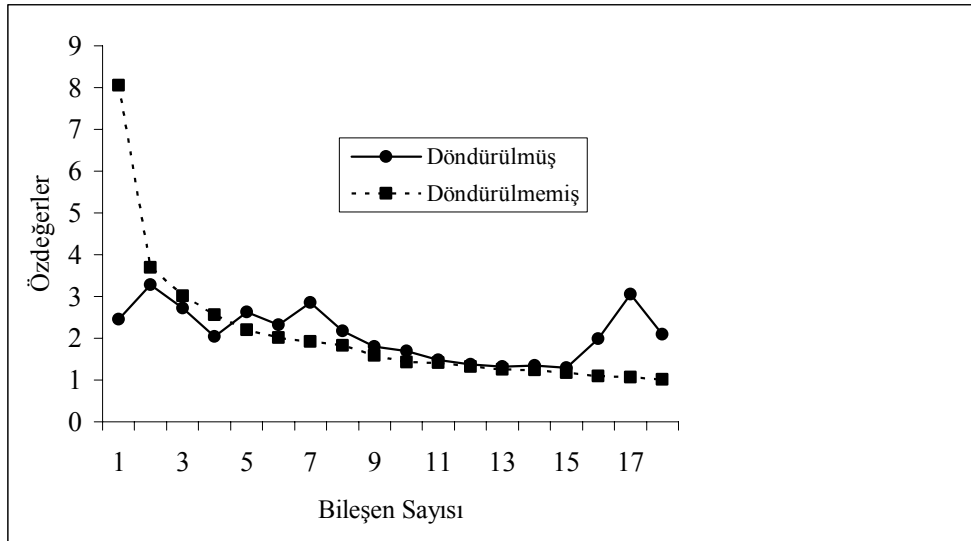
### 3. BULGULAR

Çalışma verileri, öğretim elemanlarının verdiği cevaplar dikkate alınarak, 55 sorudan oluşan anketten elde edilmiştir. Öğretim elemanlarının unvanlarına göre dağılımları, Tablo 1'de verilmektedir.

Tablo 1. Öğretim elemanlarının unvanlara göre dağılımı

| Öğretim Elemanı           | Frekans | %      |
|---------------------------|---------|--------|
| Profesör                  | 97      | 10,60  |
| Doçent                    | 63      | 6,89   |
| Yardımcı Doçent           | 225     | 24,59  |
| Okutman-Öğretim Görevlisi | 302     | 33,01  |
| Araştırma Görevlisi       | 228     | 24,92  |
| Toplam                    | 915     | 100,00 |

Veri setinin DOABA ile çözümlenmesinde özdeğer>1 alınarak, 18 faktör belirlenmiş ve toplam değişkenliğin %63,881'lik kısmını açıkladığı bulunmuştur. DOABA ile bulunan faktörler, Kaiser'in Varimax döndürmesi ile döndürülmüştür (Tablo 2). Özdeğerlerin karşılaştırmalı çizgi grafiği, Şekil 2'de verilmektedir.



Şekil 2. DOFA ile Bulunan Özdeğerlerin Karşılaştırmalı Grafiği

DOABA yöntemi, hem Cronbach  $\alpha$ , hem de özdeğerleri kullanarak faktörlerin varyans açıklayıcılıklarını belirleme imkanı vermektedir. Tablo 2’de, bu değerlere ilişkin bilgiler belirlenen 18 faktör için verilmiştir.

**Tablo 2. Toplam varyans açıklama yüzdeleri**

| Faktör | Döndürülmemiş Çözüm (DOABA) |            |             |                       | Döndürülmüş Çözüm (Varimax Rotasyonu) |             |                       |                |
|--------|-----------------------------|------------|-------------|-----------------------|---------------------------------------|-------------|-----------------------|----------------|
|        | Cronbach $\alpha$           | Özdeğerler | Varyans (%) | Kümülatif Varyans (%) | Özdeğerler                            | Varyans (%) | Kümülatif Varyans (%) | Faktör Sırası* |
| 1      | 0,892                       | 8,049      | 13,56       | 13,56                 | 2,453                                 | 4,13        | 4,13                  | 6              |
| 2      | 0,743                       | 3,699      | 6,23        | 19,80                 | 3,283                                 | 5,53        | 9,67                  | 1              |
| 3      | 0,681                       | 3,022      | 5,09        | 24,89                 | 2,716                                 | 4,58        | 14,24                 | 4              |
| 4      | 0,620                       | 2,557      | 4,31        | 29,20                 | 2,040                                 | 3,44        | 17,68                 | 11             |
| 5      | 0,556                       | 2,201      | 3,71        | 32,90                 | 2,625                                 | 4,42        | 22,10                 | 5              |
| 6      | 0,515                       | 2,024      | 3,41        | 36,31                 | 2,316                                 | 3,90        | 26,00                 | 7              |
| 7      | 0,487                       | 1,917      | 3,23        | 39,54                 | 2,856                                 | 4,81        | 30,82                 | 3              |
| 8      | 0,463                       | 1,834      | 3,09        | 42,64                 | 2,174                                 | 3,66        | 34,48                 | 8              |
| 9      | 0,379                       | 1,593      | 2,68        | 45,32                 | 1,802                                 | 3,04        | 37,51                 | 12             |
| 10     | 0,307                       | 1,431      | 2,41        | 47,73                 | 1,688                                 | 2,84        | 40,36                 | 13             |
| 11     | 0,297                       | 1,412      | 2,38        | 50,11                 | 1,483                                 | 2,50        | 42,86                 | 14             |
| 12     | 0,246                       | 1,318      | 2,22        | 52,33                 | 1,376                                 | 2,32        | 45,18                 | 15             |
| 13     | 0,208                       | 1,257      | 2,12        | 54,45                 | 1,315                                 | 2,22        | 47,39                 | 17             |
| 14     | 0,198                       | 1,241      | 2,09        | 56,54                 | 1,347                                 | 2,27        | 49,66                 | 16             |
| 15     | 0,149                       | 1,171      | 1,97        | 58,51                 | 1,296                                 | 2,18        | 51,85                 | 18             |
| 16     | 0,091                       | 1,098      | 1,85        | 60,36                 | 1,991                                 | 3,36        | 55,20                 | 10             |
| 17     | 0,066                       | 1,070      | 1,80        | 62,17                 | 3,064                                 | 5,16        | 60,36                 | 2              |
| 18     | 0,019                       | 1,019      | 1,72        | 63,88                 | 2,088                                 | 3,52        | 63,88                 | 9              |

\* Faktörlerin varyansı açıklama yüzdelerine göre belirlenmiştir.

Faktörler döndürülmemiş çözümde elde edilen varyans açıklayıcılık oranları dikkate alınarak, sıralanmıştır. Varimax döndürmesi sonucunda faktörlerin varyans açıklayıcılık oranlarında önemli değişimler gözlenmiş ve böylece faktörlerin sıralanması değişmiştir. Döndürme sonucu elde edilen yeni yapıdaki faktörlerin önem sırası Tablo 2’de verilmiştir. Ayrıca döndürme sonucu elde edilen faktörleri, bir başka ifade ile DOFA sonucu elde edilen faktörleri oluşturan gözlenen değişkenlerin özellikleri dikkate alınarak, faktörler isimlendirilmiştir (Tablo 3).

DOFA sonucunda bulunan faktörler varyansı açıklama yüzdelerine göre 1-“Enstitü Çalışmaları”, 2-“Akademik çalışmalar hakkındaki düşünceler”, 3-“Bilimsel araştırmalara ayrılan mali kaynaklar”, 4-“Akademik personel hakkındaki düşünceler”, 5-“Üniversitedeki internet ve bilgisayar imkanları”, 6-“Akademik çalışmalar”, 7-“Akademisyenlerin öğrenciler ile iletişimi”, 8-“Gece eğitiminin (II.Öğretim) yararları”, 9-“Üniversitenin mali ve akademik gelişimi”, 10-“Bölüm ve fakülteler içerisinde ortak proje üretimi”, 11-“Akademisyenlerin akademik gelişimi”, 12-“Ders materyalleri”, 13-“Yeni bölümlerin kurulması”, 14-“Akademik kurul çalışmaları”, 15-“İdari personel durumu”, 16-“Eğitimin standardizasyonu”, 17-“İdari personelin eğitimi”, 18-“Kütüphane yeterliliği” şeklinde sıralanmıştır (Tablo 3). 12. faktörün, faktör yükleri negatif işaretli olarak bulunmuştur.

Tablo 3. Sorular, faktör yükleri ve faktörler

| X  | Faktörler  | Faktör Yükleri |
|--|--|----------------|
| <b>(6) Akademik Çalışmalar (varyans açıklayıcılığı = % 4,13)</b>                                 |  |                |
| 20   | Öğretim elemanlarının ulusal ve uluslararası kongrelere katılımını yeterli buluyor musunuz? (Evet, Kısmen, Hayır, Fikrim yok)  | 0,767          |
| 21   | Üniversite genelinde ulusal ve uluslararası kongrelere katılımı yeterli buluyor musunuz? (Evet, Kısmen, Hayır, Fikrim yok)   | 0,761          |
| 34   | Öğretim elemanlarının sayısını yeterli buluyor musunuz? (Evet, Kısmen, Hayır, Fikrim yok)  | 0,542          |
| <b>(1) Enstitü Çalışmaları (varyans açıklayıcılığı = % 5,53)</b>                                 |  |                |
| 50   | Enstitülerde, görev yapan idari personel görevlerini zamanında yerine getiriyor mu? (Evet, Kısmen, Hayır, Fikrim yok)  | 0,893          |
| 53   | Enstitülerin, yönetim kadrosu sorunlara çözüm üretebiliyor mu? (Evet, Kısmen, Hayır, Fikrim yok)   | 0,866          |
| 52   | Fen, Sağlık ve Sosyal Bilimler Enstitü'lerinin çalışmalarını genel olarak nasıl nitelendirirsiniz? (İyi, Orta, Zayıf, Fikrim yok)  | 0,865          |
| 51   | Fen, Sağlık ve Sosyal Bilimler Enstitü'lerinde yapılan tezleri nitelik açısından nasıl değerlendirirsiniz? (İyi, Orta, Zayıf, Fikrim yok)  | 0,864          |
| <b>(4) İdari Personel Hakkındaki Düşünceler (varyans açıklayıcılığı = % 4,58)</b>                |  |                |
| 35   | İdari personeli görevlerini zamanında yerine getiriyor mu? (Evet, Kısmen, Hayır, Fikrim yok)   | 0,803          |
| 37   | Fakültenizin idari personeli kendi içinde uyumlu çalışıyor mu? (Evet, Kısmen, Hayır, Fikrim yok)   | 0,776          |
| 41   | Fakültenizde akademik ve idari konulardaki sorun ve şikayetleriniz dikkate alınıyor mu? (Evet, Kısmen, Hayır, Fikrim yok)  | 0,576          |
| 39   | Fakültenin yönetim kadrosu sorunlara çözüm üretebiliyor mu? (Evet, Kısmen, Hayır, Fikrim yok)  | 0,573          |
| 40   | Biriminizde ders görevlendirmeleri, öğretim elemanları arasında uzmanlık dallarına uygun olarak yapılıyor mu? (Evet, Kısmen, Hayır, Fikrim yok)  | 0,407          |
| <b>(10) Bölüm ve Fakülteler İçerisinde Ortak Proje Üretimi (varyans açıklayıcılığı = % 3,44)</b> |  |                |
| 25   | Fakültenizde bölümler içinde ortak projeler yapılıyor mu? (Evet, Kısmen, Hayır, Fikrim yok)  | 0,904          |
| 26   | Fakültenizde bölümler arası ortak projeler yapılıyor mu? (Evet, Kısmen, Hayır, Fikrim yok)   | 0,895          |
| <b>(5) Üniversitedeki İnternet ve Bilgisayar İmkanları (varyans açıklayıcılığı = % 4,42)</b>     |  |                |
| 43   | Fakültenizdeki bilgisayar ve internet olanaklarından istediğiniz zaman ve serbestçe yararlanabiliyor musunuz? (Evet, Kısmen, Hayır, Fikrim yok)  | 0,944          |
| 42   | Üniversitenizdeki mevcut bilgisayar ve internet olanaklarını yeterli görüyor musunuz? (Evet, Kısmen, Hayır, Fikrim yok)  | 0,915          |
| 44   | Fakültenizdeki mevcut bilgisayar ve internet olanaklarını yeterli görüyor musunuz? (Evet, Kısmen, Hayır, Fikrim yok)   | 0,807          |
| <b>(7) Akademisyenlerin Öğrenci ile İletişimi (varyans açıklayıcılığı = % 3,90)</b>              |  |                |
| 13   | Öğrencilerinizin kişisel sorunlarıyla ilgilenebiliyor musunuz? (Evet, Kısmen, Hayır, Fikrim yok)   | 0,848          |
| 12   | Ders dışında öğrencilere vakit ayırabiliyor musunuz? (Evet, Kısmen, Hayır, Fikrim yok)   | 0,822          |
| 14   | Fakülteniz, öğrencileri ile bir araya gelebildiğiniz sosyal etkinlikler düzenliyor mu? (Evet, Kısmen, Hayır, Fikrim yok)   | 0,572          |
| 15   | Öğrencileriniz dersinize aktif olarak katılıyor mu? (Evet, Kısmen, Hayır, Fikrim yok)  | 0,399          |
| 16   | Öğrencilerin üniversite içindeki karar mekanizmalarına yeterince katıldığını düşünüyor musunuz? (Evet, Kısmen, Hayır, Fikrim yok)  | 0,358          |
| <b>(3) Araştırmalara Ayrılan Mali Kaynaklar (varyans açıklayıcılığı = % 4,81)</b>                |  |                |
| 9  | Öğretim elemanlarına bilimsel çalışmalar yapmak için yeterli kaynak ayrıldığını düşünüyor musunuz? (Evet, Kısmen, Hayır, Fikrim yok)   | 0,823          |
| 11   | Ayrılan kaynakların deneysel çalışmalar için yeterli olduğunu düşünüyor musunuz? (Evet, Kısmen, Hayır, Fikrim yok)   | 0,756          |
| 7  | Eğitim-Öğretim yatırımlarından bilimsel çalışmalara yeterli pay ayrıldığını düşünüyor musunuz? (Evet, Kısmen, Hayır, Fikrim yok)   | 0,751          |
| 10   | Ayrılan kaynakların teorik çalışmalar için yeterli olduğunu düşünüyor musunuz? (Evet, Kısmen, Hayır, Fikrim yok)   | 0,648          |
| <b>(8) Gece Eğitiminin Yararları (varyans açıklayıcılığı = % 3,66)</b>                           |  |                |
| 48   | Gece eğitimi öğrenciler açısından faydalı mıdır? (Evet, Kısmen, Hayır, Fikrim yok)   | 0,854          |
| 47   | Gece eğitimi öğretim elemanı açısından faydalı mıdır? (Evet, Kısmen, Hayır, Fikrim yok)  | 0,832          |
| 49   | Eğer fakültenizde ikinci öğretim yapılıyor ise fakültenizin ikinci öğretimin yapılabilmesi için gerekli alt yapıya sahip olduğunu düşünüyor musunuz? (Evet, Kısmen, Hayır, Fikrim yok) | 0,719          |

Tablo 3. Sorular, faktör yükleri ve faktörler (Devamı)

| X  | Faktörler   | Faktör Yükleri |
|----|---|----------------|
|    | <b>(12) Ders Materyalleri (varyans açıklayıcılığı = % 3,04)</b>   |                |
| 45 | Fakültenizdeki mevcut ders araçlarının kullanımı hakkında yeterli bilginiz var mı? (Evet, Kısmen, Hayır, Fikrim yok)  | -0,818         |
| 46 | Fakültenizdeki mevcut ders araçlarının çeşidi ve sayısı hakkında yeterli bilginiz var mı? (Evet, Kısmen, Hayır, Fikrim yok)   | -0,785         |
|    | <b>(13) Yeni Bölümlerin Kurulması (varyans açıklayıcılığı = % 2,84)</b>   |                |
| 55 | Yeni fakülteler açılmalı mıdır? (Evet, Kısmen, Hayır, Fikrim yok)   | 0,876          |
| 54 | Mevcut fakültelerde yeni bölüm(ler) açılmalı mıdır? (Evet, Kısmen, Hayır, Fikrim yok)   | 0,856          |
|    | <b>(14) Akademik Kurul Çalışmaları (varyans açıklayıcılığı = % 2,50)</b>  |                |
| 1  | Fakültelerde Akademik Kurulların düzenli olarak toplandığını ve çalıştığını düşünüyor musunuz? (Evet, Hayır, Komite üyesi değilim, Fikrim yok)                                    | 0,799          |
|    | <b>(15) İdari Personel Durumu (varyans açıklayıcılığı = % 2,32)</b>   |                |
| 38 | Fakültenizin idari personel sayısı sizce yeterli mi? (Evet, Kısmen, Hayır, Fikrim yok)  | 0,724          |
|    | <b>(17) İdari Personelin Eğitimi (varyans açıklayıcılığı = % 2,22)</b>  |                |
| 36 | İdari personel için hizmet içi eğitimi programlarının periyodik olarak verilmesini uygun buluyor musunuz? (Evet, Kısmen, Hayır, Fikrim yok)                                       | 0,756          |
| 32 | Akademik personelin yabancı dil bilgisi düzeyinin artırılması gerektiğini düşünüyor musunuz? (Evet, Kısmen, Hayır, Fikrim yok)  | 0,511          |
|    | <b>(16) Eğitimin Standardizasyonu (varyans açıklayıcılığı = % 2,27)</b>   |                |
| 3  | Eğitim-Öğretim için standartlar oluşturulması gerektiğini düşünüyor musunuz? (Evet, Hayır)  | 0,777          |
|    | <b>(18) Kütüphane Yeterliliği (varyans açıklayıcılığı = % 2,18)</b>   |                |
| 27 | Fakültenizde bir kütüphane var mı? (Evet, Hayır, Fikrim Yok)  | 0,683          |
| 28 | Üniversite kütüphanesinde yer alan kitap ve süreli yayınları yeterli buluyor musunuz? (Evet, Kısmen, Hayır, Fikrim yok)   | 0,419          |
|    | <b>(11) Akademisyenlerin Akademik Gelişimi (varyans açıklayıcılığı = % 3,36)</b>  |                |
| 30 | Fakültenizdeki mevcut ders işleme donatılarını istediğiniz mekanda kullanabilme olanağınız var mı? (Evet, Kısmen, Hayır, Fikrim yok)  | 0,830          |
| 31 | Fakültenizdeki mevcut ders işleme donatılarını istediğiniz anda kullanabilme olanağınız var mı? (Evet, Kısmen, Hayır, Fikrim yok)   | 0,784          |
| 17 | Görev yaptığınız Fakülte'de Bölüm veya Anabilim Dalı içinde akademik gelişiminiz için yeterli fırsat ve destek sağlanıyor mu? (Evet, Kısmen, Hayır, Fikrim yok)                   | 0,277          |
|    | <b>(2) Akademik Çalışmalar Hakkındaki Düşünceler (varyans açıklayıcılığı = % 5,16)</b>  |                |
| 24 | Üniversitemizde yapılan akademik çalışmalara var olan bilginin geliştirilmesi ve bilime katkı bakımından nasıl değerlendiriyorsunuz? (İyi, Orta, Zayıf, Fikrim yok)               | 0,745          |
| 23 | Fakültenizde yapılan akademik çalışmalara var olan bilginin geliştirilmesi ve bilime katkı bakımından nasıl değerlendiriyorsunuz? (İyi, Orta, Zayıf, Fikrim yok)                  | 0,720          |
| 19 | Fakültenizde yapılan akademik çalışmaları nitelik açısından yeterli buluyor musunuz? (Evet, Kısmen, Hayır, Fikrim yok)  | 0,541          |
| 5  | Fakültenizdeki öğretim elemanlarının niteliklerinin yeterli olduğunu düşünüyor musunuz? (Evet, Kısmen, Hayır, Fikrim yok)   | 0,507          |
| 18 | Düzenlenen bilimsel faaliyetleri yeterli görüyor musunuz? (Evet, Kısmen, Hayır, Fikrim yok)   | 0,499          |
| 4  | Fakültenizde birimler arasında yeterli iletişim kurulduğunu düşünüyor musunuz? (Evet, Kısmen, Hayır, Fikrim yok)  | 0,380          |
| 22 | Eğiticilerin eğitimi programını yeterli buluyor musunuz? (Evet, Kısmen, Hayır, Fikrim yok)  | 0,364          |
|    | <b>(9) Üniversitenin Mali ve Akademik Gelişimi (varyans açıklayıcılığı = % 3,52)</b>  |                |
| 8  | Yatırım planları yapılırken öğretim elemanlarının görüşlerinin ve ihtiyaçlarının göz önüne alındığını düşünüyor musunuz? (Evet, Kısmen, Hayır, Fikrim yok)                        | 0,605          |
| 6  | Üniversitemizin eğitim öğretim yatırımları iyi planlanıp fakülteler arasında dengeli dağıtıldığını düşünüyor musunuz? (Evet, Kısmen, Hayır, Fikrim yok)                           | 0,593          |
| 29 | Fakültenizde kütüphane oluşturmak yerine bir merkezde tüm bilim dallarına yönelik geniş bir kütüphane oluşturulması görüşüne katılıyor musunuz? (Evet, Kısmen, Hayır, Fikrim yok) | 0,509          |
| 2  | Eğitim-öğretim için gerekli planlamalar yapılıyor mu?? (Evet, Kısmen, Hayır, Fikrim yok)  | 0,503          |
| 33 | Üniversite Yönetim Kurulu tarafından kabul edilen Akademik Atama ve Yükseltme İlkelerini uygun buluyor musunuz? (Evet, Kısmen, Hayır, Fikrim yok)                                 | 0,485          |



#### 4. TARTIŞMA VE SONUÇ

Bu çalışmada, klasik ana bileşenler analizi yerine, DOABA yöntemi kullanılarak, DOFA uygulaması gerçekleştirilmiştir. ABA bütün değişkenlerin oransal ölçekli olduğunu ve değişken çiftleri arasındaki ilişkinin doğrusal olduğunu varsayar. DOABA ise ABA'nın genişletilmiş şeklidir. Bu nedenle araştırmacılar adlandırma, sıralı ve oransal ölçekli değişkenlerin karışımından oluşan veri setlerine DOFA'yı uygulayabilir.

DOFA sonucunda bulunan faktörler, log-lineer modellerde de alternatif olarak kullanılabilir.

FA'da, doğrusallık, en azından sıralı ölçekli değişken ve çokdeğişkenli normal dağılım varsayımları bulunmaktadır. Oysa DOFA'da sapan değerler dışında herhangi bir varsayım bulunmamaktadır. Bu nedenle bütün değişkenlerin oransal ölçekli olması durumunda da DOFA kullanılabilir.

Bu çalışmada DOFA ile belirlenen 18 faktör, toplam değişkenliğin %63.881'lik kısmını açıklamaktadır. Her bir faktör, faktör yüklerine göre içerdiği değişkenlerin isimleri dikkate alınarak isimlendirildiğinde, en yüksek açıklayıcılık değeri “enstitü çalışmaları” (ikinci faktör) olarak bulunurken, en düşük açıklayıcılık değeri “idari personel durumu” faktöründe (15. faktörde) bulunmuştur.

Herhangi bir sapan değer yoksa, DOFA sıralı, adlandırma, nümerik ya da bunların karışımından oluşan değişken setleri için kullanılabilir bir yöntemdir.

#### 5. KAYNAKLAR

Candel, MJJM., 2001. Recovering the Metric Structure in Ordinal Data: Linear Versus Nonlinear Principal Components Analysis, *Quality & Quantity*, 35 (1): 91-105.

De Leeuw, J., 1982. Nonlinear Principal Components Analysis, *Compstat*, 77-89.

De Leeuw, J., 1984. Canonical Analysis of Categorical Data, Leiden, DSWO PRESS.

DirObl\_Varimax v.2.1 Software. <http://www.liv.ac.uk/~pbarrett/rot21a97.doc>. Erişim Tarihi: 22.11.2002.

Gifi, A., 1990. Nonlinear Multivariate Analysis, Chichester, Wiley.

Johnson, R.A. ve Wichern, D.W., 1987. Applied Multivariate Statistical Analysis, New Jersey, Prentice-Hall Inc.

Michailidis, G. ve De Leeuw, J., 1995. Nonlinear Multivariate Analysis of NELS:88, *UCLA Statistical Series Preprints*, #175.

Michailidis, G. ve De Leeuw, J., 1996. The Gifi System of Nonlinear Multivariate Analysis, *UCLA Statistical Series Preprints*, #204.

Michailidis, G. ve De Leeuw, J., 2000. Multilevel Homogeneity Analysis with Differential Weighting, *Computational Statistics & Data Analysis*, 32 (3-4): 411-442.

Özdamar, K., 2002. Paket Programlarla İstatistiksel Veri Analizi 2, Kaan Kitabevi, Eskişehir.

Richman, M.B., 1986. Rotation of Principal Components, *Journal of Climatology*, 6, 293-335.

Sharma, S., 1996. *Applied Multivariate Techniques*, New York, John Wiley & Sons.

SPSS INC. (1999), *Categories 10.0*, SPSS inc.: Chicago.

Van Der Burg, E., 1988. *Nonlinear Canonical Correlation Analysis and Some Related Techniques*, Leiden, DSWO PRESS.

Van Der Burg, E., De Leeuw, J. ve Verdegaal, R., 1988. Homogeneity Analysis with K sets of Variables: An Alternating Least Squares Method with Optimal Scaling Features, *Psychometrika*, 53, 177-197.

Van Der Burg, E., De Leeuw, J. ve Dijksterhuis, G., 1994. Nonlinear Canonical Correlation with K Sets of Variables, *Computational Statistics & Data Analysis*, 18, 141-163.

## FACTOR ANALYSIS OF CATEGORICAL DATA

### ABSTRACT

*In this study, it is aimed to show the applicability of Nonlinear Factor Analysis (NLFA) to categorical data set with an illustrative example which is a questionnaire over "think of academicians about their University" consisted of 55 nominal scaled questions. It was applied to 915 academicians at Trakya University in Edirne, Turkey. In the NLFA, we used Nonlinear Principal Component Analysis (NLPCA) extraction method instead of Principal Component Analysis (PCA) extraction method. The 18 factors explained 63.881 % of total variance obtained by NLFA. The highest variance is explained by 2<sup>nd</sup> factor (opinions about the academic studies) and the lowest variance is explained by 15<sup>th</sup> factor (the number of administrative staff). Consequently, we offer NLFA to determine factors of categorical data set contains nominal, ordinal, numerical or mixed measurement level.*

**Key Words: Nonlinear Factor Analysis (NLFA), Nonlinear Principle Components Analysis (NLPCA), Varimax Rotation.**

# TÜRKİYE'DE BÖLGESEL FARKLILIKLARIN KIRSAL ÖLÇEKTE ANALİZİ

Mehmet GÜRBÜZ\*

Murat KARABULUT\*

Ersin Kaya SANDAL\*

## ÖZET

Ülkemizin en büyük sorunlarından biri kırsal ile kent yerleşmeleri arasındaki gelişmişlik farkıdır. Sürdürülebilir bir kalkınmanın sağlanabilmesi ve kırsal ile kent arası kalkınmışlık farkının giderilebilmesi için kırsal nüfusun demografik özellikleri ile doğal kaynaklar, ekonomik faaliyetler, sosyal ve kültürel yapı arasındaki dengenin her seviyedeki planlama ve politika geliştirme süreçlerinde göz önünde bulundurulması gerekmektedir. Bu çalışmada "Hiyerarşik Kümeleme Analizi" yöntemi kullanılarak, Türkiye'nin 81 ilinde, kırsal yerleşmelere ait Türkiye İstatistik Kurumu (TÜİK)'ten alınan 34 değişken yardımıyla, illerin kırsal potansiyelleri değerlendirilmiş, benzerlik özelliklerine göre kümeleme yapılmış ve bölgesel farklılıklar analiz edilmiştir. Sonuçlar "Dendrogram" ve "Aglomeratif Çizelge" ile de desteklenmiştir. Yapılan hesaplamalar sonucunda iller kırsal ölçekte benzerlik özelliklerine göre 18 kümeye ayrılmıştır. Genel olarak komşu iller birbirlerine daha çok benzerlik gösterirken, komşu olmayan ve farklı coğrafi bölgelerde yer alan bazı iller de kırsal özellikler bakımından benzerlikler göstermektedir. İllerin kırsal ve kent özellikleri beraber değerlendirildiğinde ortaya çıkan iller arası sosyo-ekonomik farklılıklar, kırsal ölçekteki sonuçlarla örtüşmemektedir.

**Anahtar Kelimeler:** Bölgesel Farklılıklar, Hiyerarşik Kümeleme Analizi, Kırsal Özellikler.

## 1. GİRİŞ

Yeryüzünde farklı mekânlar arasında görülen eşitsizlik bölgesel farklılıklar olarak tanımlanabilir. Dünyada tarih boyunca var olan bölgeler arası gelişmişlik farkı fiziki, beşeri, siyasi, stratejik, tarihi vb. faktörlerden kaynaklanmaktadır (Dinler, 2001:99-169). Ülkeler arasında veya bir ülkenin bölgeleri ve illeri arasında görülen bu tür farklılıklar, kırsal ile şehir yerleşmeleri arasında daha da artmaktadır. Bölgeler ve iller arasında olduğu gibi kırsal ile şehir yerleşmeleri arasında da sosyo-ekonomik gelişmişlik farkının fazla olduğu ülkelerden biri de, Türkiye'dir (Karabulut vd., 2004; Yeniğül, 2006). Ülkemizin doğusu ile batısı, özellikle kuzeybatısı ile güneydoğusu arasında ciddi sosyo-ekonomik dengesizlikler vardır (Şahin, 2002, 539). Bugün gelinen aşamada, ülkemizde kırsal yerleşmeler kentsel yerleşmelerin gösterdiği toplumsal ve ekonomik gelişme düzeyinin bir hayli gerisinde kalmıştır (DPT, 2006a, 9). Bununla birlikte, gittikçe birbirine benzeyen kentlere karşın, fiziksel çevre ve kendilerine özgü yaşam biçimleri ile şekillenen kırsal yerleşmeler bölgeden bölgeye, hatta aynı bölge içinde

\* Kahramanmaraş Sütçü İmam Üniversitesi, Fen-Edebiyat Fakültesi, Coğrafya Bölümü, Kahramanmaraş, e-mail: [mgurbuz@ksu.edu.tr](mailto:mgurbuz@ksu.edu.tr)

köyden köye farklılıklar göstermektedir (Eminağaoğlu ve Çevik, 2007). Bu farklılığın da etkisiyle ortaya çıkan iller ve bölgeler arası farklı gelişmişlik düzeyi, kırsal alanlarda yaşamakta olan nüfusun (%35) büyük bir kısmının kentlere göç etme eğilimi göstermesine neden olmaktadır (Yılmaz, 2006).

Günümüzde, ülkelerin en önemli hedeflerinden birisi de bölgeler arasındaki gelişmişlik farkını ortadan kaldırmaktır. Aynı zamanda Türkiye'nin üye olması için görüşmelerin yapıldığı ve tarama sürecinin başladığı Avrupa Birliği (AB) açısından da bölgeler arası gelişmişlik farkının azaltılması önem taşımaktadır. Bu nedenle kırsal kalkınmada AB perspektifini de içeren ulusal ve güncel bir politikanın ortaya konulması gerekmektedir. Ancak, sağlıklı, sürdürülebilir ve tutarlı bir kırsal kalkınma politikasının oluşturulması, geçmişte uygulandığı gibi sadece tarım politikaları ile kendiliğinden oluşan bir konu olmaktan çıkarılarak, sosyo-ekonomik politikalarla uyumlu hale getirilmesi gerekmektedir (DPT, 2006a, 9; Tolunay ve Akyol, 2006). DPT Ulusal Kırsal Kalkınma Stratejisi raporunda vurgulandığı gibi; "Türkiye'de bölgesel gelişmişlik farklılıklarına bağlı olarak kırsal alanların karşılaştığı sorunlar, sahip olduğu özellik ve potansiyeller hem nitelik, hem de nicelik açısından geniş bir çeşitlilik arz etmektedir. Bu nedenle, kırsal alanların çeşitliliğini ve bölgelere göre farklılaşan şartlarını göz önünde bulunduran bir yaklaşım benimsenecek, uygulanacak tedbirlerin, yöresel ihtiyaçlara cevap verecek ve yöresel potansiyelleri harekete geçirecek şekilde önceliklendirilmesi ve belirlenmesi gerekmektedir" (DPT, 2006b, 11).

DPT raporunda belirtilen önceliklerin sağlanabilmesi için iller arasındaki sosyo-ekonomik farklılıkların tespit edilmesi zorunludur. Bu farklılığı görebilmek için kır ile şehir yerleşmelerine ait verileri birbirinden ayrı olarak değerlendirmek, gerekmektedir. Bu nedenle çalışmada sadece illere ait kırsal yerleşmelerin verileri dikkate alınarak, bölgesel farklılıklar, illere göre kırsal ölçekte analiz edilmektedir.

Araştırmada, 1997 Köy Envanteri'nden<sup>1</sup> alınan kırsal yerleşmelere ait demografik, sosyal ve ekonomik veriler kullanılmıştır (TÜİK, 2002), (Tablo 1). Bu verilerle, "Hiyerarşik Kümeleme Analizi" metoduna göre kırsal ölçekte illerin kendi aralarındaki konumunun belirlenmesi hedeflenmiştir. Bulunan sonuçlara göre homojen il kümelerinin oluşturulması ve iller arasındaki mevcut farklılıkların görsel olarak daha iyi algılanması için haritalar çizilmiştir.

## 2. MATERYAL VE METOT

*Hiyerarşik kümeleme analizi* yöntemini kullanarak benzer özelliğe sahip objeleri veya olayları sınıflandırmak mümkündür (Koç, 2001). Analize konu olan her obje, birbirine benzeme ya da diğer kümelerden ayrı olma eğilimindedir. Bu analizde kümeleri oluşturan üyelerin (objelerin) hangileri olacağı önceden bilinmemektedir. Bu nedendir ki kümeleme analizinin ana hedefi, birbirinden farklı homojen kümelerin oluşturulması veya belirlenmesidir.

Diğer istatistik tekniklerinde olduğu gibi bu analizde de işleme başlamadan önce birçok kararın önceden alınması gerekir. Kümeleme hesaplamaları sırasında hangi değişkenler kullanılacaktır? Kullanılacak mesafe nasıl olacak veya hangi metotla hesap edilecektir?

<sup>1</sup> 1997 Köy Envanteri; illere göre kır yerleşmelerine (yerleşim birimlerinin nüfusu dikkate alınmadan Bucak, Köy Belediyesi ve Köy statüsündeki tüm yerleşim birimleri) ait genel bilgiler, tarımsal yapı, ekonomik durum, altyapı, çevre ve sosyal durum verilerini içermektedir.

Hangi kriterler kullanılarak, objeler kümelerine ayrılacaktır? Kaç küme oluşturulacaktır? Oluşan kümelerin yorumlanması nasıl yapılacak ve bunun geçerliliği ne olacaktır? (Mc Grew ve Monroe, 1993).

Kümeleme analizinde kullanılan değişkenlerin seçiminin iyi yapılması gerekmektedir. Analiz için doğru seçilmeyen bir değişken yanlış sonuçların ortaya çıkmasına neden olur. Aynı zamanda önemli değişkenler analiz dışı bırakılırsa da eksik ve yanlış sonuçlar elde edilebilir. Bundan dolayı çalışmada 1997 Köy Envanterindeki veriler dikkatlice gözden geçirilerek, yöntemine en uygun olanları seçilerek, istenilen formata dönüştürülerek kullanılmıştır (Tablo 1).

**Tablo1. Araştırmada kullanılan illere ait sosyo-ekonomik değişkenler**

| <b>Tablo1. Araştırmada kullanılan illere ait sosyo-ekonomik değişkenler</b> |  |
|---|--|
|   | 18- Çalışan nüfus oranı                                      |
| 1- Ortalama hanehalkı büyüklüğü   |  |
| 2- Tarım ve hayvancılık yapan hanehalkı oranı                               | 19- İçme ve kullanma suyu olmayan köy oranı                  |
| 3- Tarım ve hayvancılık yapmayan hanehalkı oranı                            | 20- Aile planlaması yapan köy sayısı oranı %                 |
| 4- Fizyolojik nüfus yoğunluğu   | 21- Ölüm oranı   |
| 5- Sulu arazilerin toplam araziye oranı                                     | 22- Bebek ölüm oranı   |
| 6- Kuru arazilerin toplam araziye oranı                                     | 23- Çocuk ölümlerinin toplam doğuma oranı                    |
| 7- Sulama yapan köy oranı   | 24- Anne ölümlerinin toplam doğuma oranı                     |
| 8 Çiftlik gübresi kullanan hanehalkı oranı                                  | 25- Boşanma oranı  |
| 9- Kimyevi gübre kullanan hanehalkı oranı                                   | 26- Yeşil kartı olanların oranı                              |
| 10- Çiftlik ve kimyevi gübre kullanan hanehalkı oranı                       | 27- Sosyal yardım kuruluşlarından yararlanan kişilerin oranı |
| 11- Gübre kullanmayan hanehalkı oranı                                       | 28- On bin kişiye düşen sağlık ocağı sayısı                  |
| 12- İlaçlı mücadele yapan hanehalkı oranı                                   | 29- Göç alan köy oranı                                       |
| 13- İlaçlı mücadele yapılan alan oranı                                      | 30- Göç veren köy oranı                                      |
| 14- Biyolojik mücadele yapan hanehalkı oranı                                | 31- İlk öğretim çağında olup da okula gitmeyenlerin oranı    |
| 15- Biyolojik mücadele yapılan alan oranı                                   | 32- Üniversite mezunu oranı                                  |
| 16- Ziraî mücadele yapan hanehalkı oranı                                    | 33- Topraklı çiftçi hanehalkı oranı                          |
| 17- Toprak tahlili yapılan hanehalkı oranı                                  | 34- Topraksız çiftçi hanehalkı oranı                         |

Bu analizde, kümelerin oluşması sırasında birbirine yakınlık veya uzaklık (mesafe) dikkate alınır. *Kümeleme analizinde uzaklık*; objelerin veya olayların birbirine göre konumlarını ifade ederken, benzerlik ve yakınlık durumunu da gösterir (Johnston,1978). Birbirine benzer objeler için uzaklık ölçüsü küçük, benzerlik ölçüsü yüksek olur. Bu kavramlar kümeleme analizi için çok önemlidir. Çünkü kümeler yakınlığa bağlı olarak teşekkül etmektedir. Analizler yapılırken, birçok istatistiksel çalışmada olduğu gibi uzaklık ölçüsü olarak Kareli Öklid uzaklığı ve Ward metodu kullanılmıştır. Değişkenlerin ölçek seviyeleri, (ölçü birimleri) sonucu doğrudan etkilemektedir. Birim farklılığından kaynaklanan bu dezavantajı ortadan kaldırmak için bütün değişkenleri standardize forma getirmek gerekir. Bu nedenle değerler “0” ile “1” arasında standardize edilmektedir.

Kırsal ölçekte iller arasında benzerlik düzeylerini belirlemek için standarize edilen değişkenler aglomeratif hiyerarşik kümeleme analizi kullanılarak, gruplandırılmıştır. Bu yöntemde küme her bir olayı gruplandırarak işleme başlar ve gruplar aşamalı olarak devam eder. Bu durum büyük bir küme oluşuncaya kadar sürer.

Küme veya kümelerin kombinasyonu sırasında ise *Ward metodu* kullanılmıştır. Ward metodu küme içerisinde homojenliği yakalamayı hedefleyen, en küçük varyansı mümkün kılmak için tasarlanmıştır. *Ward metodunun* hedefi, kümeyi oluşturan ve birbirine en çok benzeyen üyelerin bilgi kaybına uğramadan sınıflandırılmasıdır. Bu metot grup içi kareler toplamı veya hata kareler toplamı olarak da tanımlanmaktadır. Bu metotta hedef, bireysel değerlerin kullanılması yerine onları ifade eden ortalama değer tercih edilmesidir. Ward, 1963 yılında bu metodu, kareli Öklid uzaklığı matrisini kullanarak aşağıdaki formülle hesaplamıştır (Ward, 1963).

$$ESS = \sum_{i=1}^n x_i^2 - \frac{1}{n} \left( \sum_{i=1}^n x_i \right)^2 \quad (1)$$

Burada,  $x_i$  bireysel skorları ifade etmektedir. Bu küme için hata kareler toplamı aşağıdaki formülle hesaplanır.

$$ESS_{(birgrup)} = \sum_{i=1}^{10} x_i^2 - \frac{1}{10} \left( \sum_{i=1}^{10} x_i \right)^2 \quad (2)$$

Burada,

ESS: hata kareler toplamını,

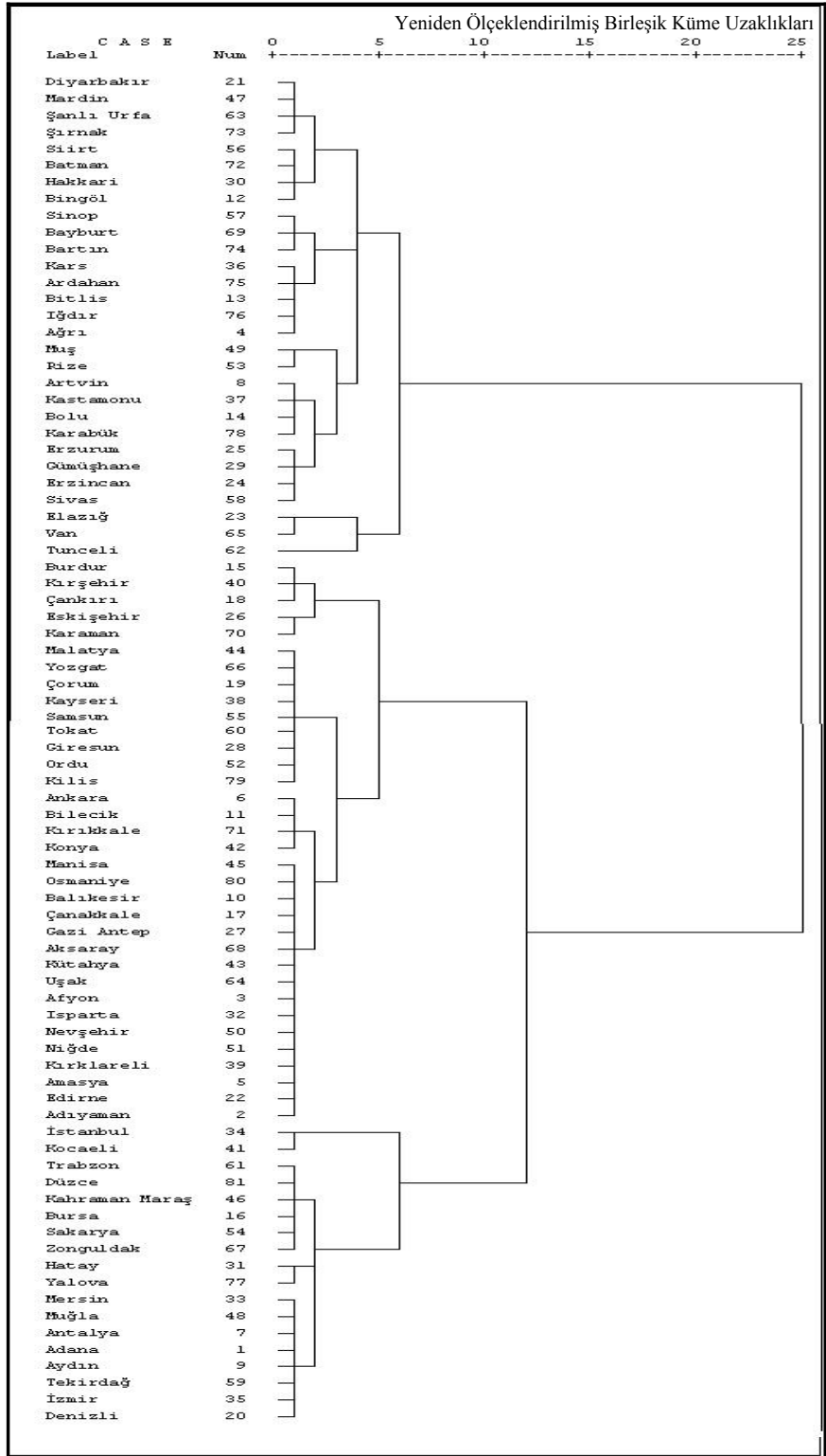
$x_i$ : bireysel skorları göstermektedir.

Hiyerarşik kümeleme sonuçlarını göstermede *dendrogram yöntemi* de kullanılmıştır. Dendrogram soldan sağa 0-25 birim olarak ölçeklendirilmiştir. Birimler arasındaki mesafeler eşittir. Dendrogramdaki yatay çizgiler mesafeyi, dikey çizgiler ise birleşen kümeleri göstermektedir. Ölçek üzerinde kümelerin birleşme noktaları, hangi grupların oluştuğunu gösterdiği gibi aynı zamanda aralarındaki mesafeyi de göstermektedir. Bu araştırmada bu yöntemin uygulanması sonucunda iller 0-25 birim arasındaki ölçeklendirilmiş mesafelerde gruplandırılmıştır.

### 3. BULGULAR

Bu çalışmada, Türkiye’de bölgesel farklılıkları kırsal ölçekte belirlemek için, *Hiyerarşik kümeleme analizi* uygulanmıştır. Bu metotta kırsal özelliği birbirlerine en çok benzeyen iller ortaya çıkmakta ve kendi aralarında gruplara ayrılmaktadır. Hiyerarşik kümeleme sonuçlarını göstermede kullanılan dendrogram incelendiğinde; kullanılan sosyo-ekonomik veriler bakımından birbirine en çok benzeyen iller 1 birimlik mesafede grup oluştururken, birbirine en az benzeyen iller 25 birimlik mesafede bir araya gelmektedir (Şekil 1).

Dendrograma göre iller kendi aralarında 1 birimlik mesafede 18 grup oluşturmaktadır (Tablo 2). İllerin 80’i birbirleri arasında bir grup oluştururken, Tunceli kendine has özellikten dolayı ilk aşamada tek başına bir grup gibi görülmektedir. Grupları oluşturan iller haritada incelendiğinde, genelde parçalı bir gruplama olmakla beraber bazı illerin belirli kümelerde toplandığı görülmektedir (Şekil 2). Türkiye’nin güneydoğusunda bulunan; Diyarbakır, Mardin, Şanlıurfa ve Şırnak bir grup, doğu sınırındaki; Kars, Ardahan, Ağrı, Iğdır ve Bitlis bir grup, Kuzeydoğu Anadolu’da; Erzurum, Erzincan, Sivas ve Gümüşhane kendi aralarında bir grup oluşturmaktadır.



Şekil 1. Hiyerarşik kümeleme analizinde yeniden ölçeklendirilmiş birleşik küme uzaklıkları (Hesaplamalarda SPSS 10 yazılımı kullanılmıştır)

Orta Karadeniz’de; Amasya dışındaki diğer iller ile İç Anadolu’nun bazı illeri kendi aralarında birleşerek, bir küme meydana getirmektedir. Adana-İzmir hattı boyunca Akdeniz kıyısındaki iller Denizli ve Tekirdağ’ı da yanlarına alarak, birleşmektedir. Ege Bölgesi’nin iç kesimlerindeki iller Güney Marmara ve Trakya’daki bazı illeri, İç Anadolu’daki Aksaray, Nevşehir, Niğde’yi, Doğu Akdeniz’den Osmaniye, Güney Doğu Anadolu’dan Gaziantep ve Adıyaman’ı, Orta Karadeniz’den Amasya’yı da alarak, bir küme oluşturmaktadır. Ankara, Kırıkkale, Konya ve Bilecik bir grup oluştururken, Zonguldak, Sakarya, Düzce, Bursa ve Kahramanmaraş ile Trabzon diğer bir grubu oluşturmaktadır. Batı Karadeniz’de Kastamonu, Karabük ve Bolu illeri, Artvin’i de alarak bir küme oluştururken, İstanbul ile Kocaeli ayrı bir küme oluşturmaktadır. Tunceli ise tek başına bir küme olarak görülmektedir.

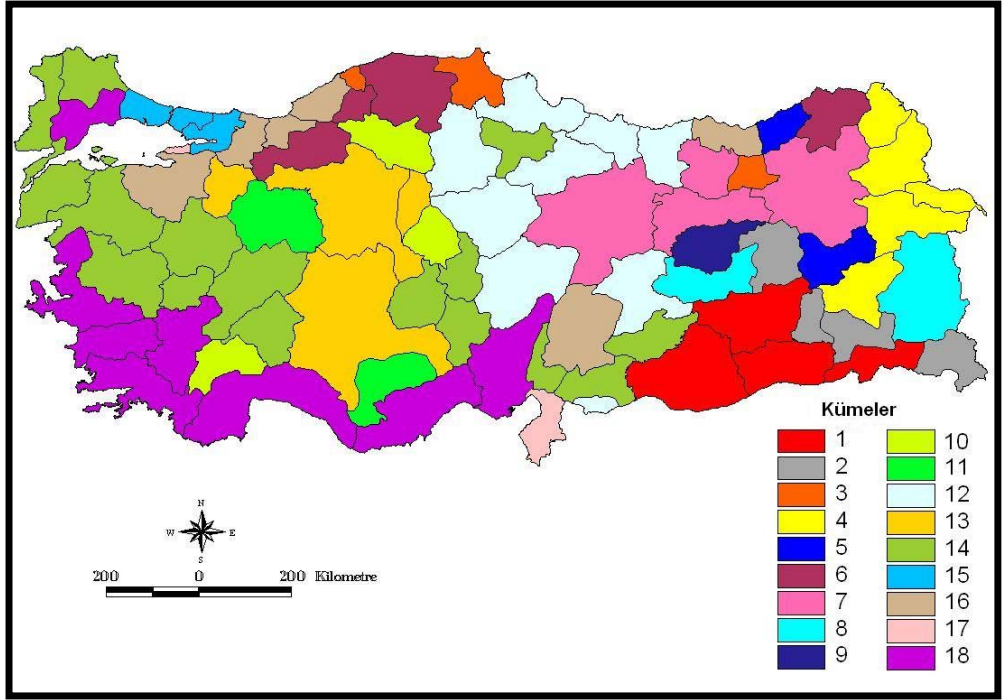
**Tablo 2. Hiyerarşik kümeleme analizine göre oluşan kümeler**

| Kümeler ve Küme Üyeliği |           |         |           |            |           |               |        |          |
|-------------------------|-----------|---------|-----------|------------|-----------|---------------|--------|----------|
| 1                       | 2         | 3       | 4         | 5          | 6         | 7             | 8      | 9        |
| Diyarbakır              | Siirt     | Sinop   | Kars      | Muş        | Artvin    | Erzurum       | Elazığ | Tunceli  |
| Mardin                  | Batman    | Bayburt | Ardahan   | Rize       | Kastamonu | Gümüşhane     | Van    |          |
| Şanlıurfa               | Hakkari   | Bartın  | Bitlis    |            | Bolu      | Erzincan      |        |          |
| Şırnak                  | Bingöl    |         | Iğdır     |            | Karabük   | Sivas         |        |          |
|                         |           |         | Ağrı      |            |           |               |        |          |
| Kümeler ve Küme Üyeliği |           |         |           |            |           |               |        |          |
| 10                      | 11        | 12      | 13        | 14         | 15        | 16            | 17     | 18       |
| Burdur                  | Eskişehir | Malatya | Ankara    | Manisa     | İstanbul  | Trabzon       | Hatay  | Mersin   |
| Kırşehir                | Karaman   | Yozgat  | Bilecik   | Osmaniye   | Kocaeli   | Düzce         | Yalova | Muğla    |
| Çankırı                 |           | Çorum   | Kırıkkale | Balıkesir  |           | Kahramanmaraş |        | Antalya  |
|                         |           | Kayseri | Konya     | Çanakkale  |           | Bursa         |        | Adana    |
|                         |           | Samsun  |           | Gaziantep  |           | Sakarya       |        | Aydın    |
|                         |           | Tokat   |           | Aksaray    |           | Zonguldak     |        | Tekirdağ |
|                         |           | Giresun |           | Kütahya    |           |               |        | İzmir    |
|                         |           | Ordu    |           | Uşak       |           |               |        | Denizli  |
|                         |           | Kilis   |           | Afyon      |           |               |        |          |
|                         |           |         |           | İsparta    |           |               |        |          |
|                         |           |         |           | Nevşehir   |           |               |        |          |
|                         |           |         |           | Niğde      |           |               |        |          |
|                         |           |         |           | Kırklareli |           |               |        |          |
|                         |           |         |           | Amasya     |           |               |        |          |
|                         |           |         |           | Edirne     |           |               |        |          |
|                         |           |         |           | Adıyaman   |           |               |        |          |

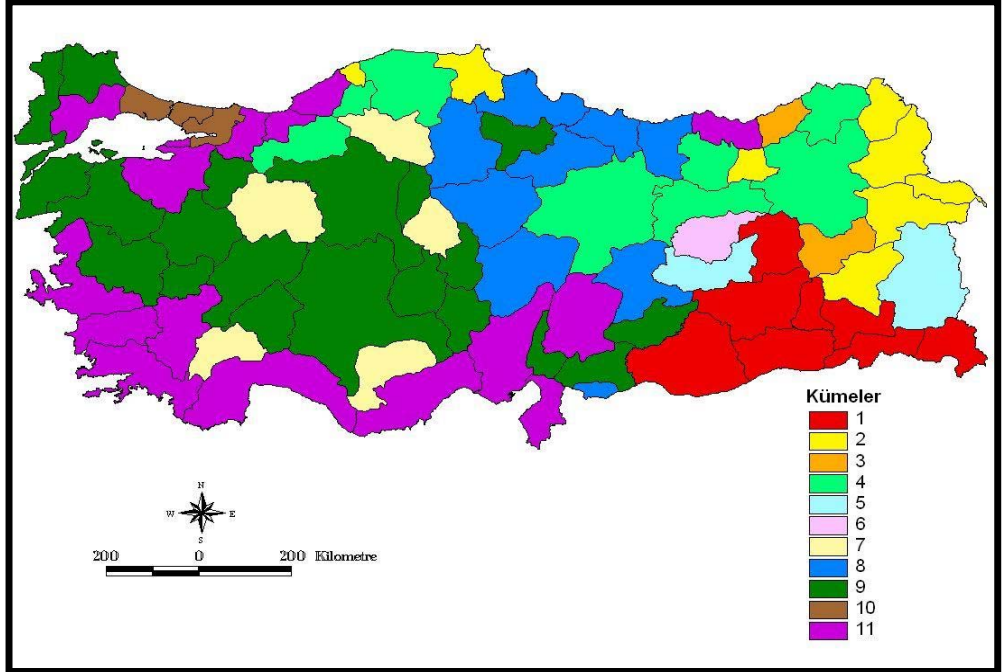
Dendrogramda, iki birimlik uzaklıkta genelde birbirine komşu gruplar kendi aralarında birleşerek, küme sayısı onbire düşmektedir (Şekil 3). Güneydoğu ve Doğu illerine ait kümeler, kendi aralarında birleşmektedir. Doğu sınırimızdaki il grubuna Karadeniz kıyısındaki Sinop ve Bartın’da eklenmektedir. Akdeniz kıyı kuşağındaki iller, Doğu Marmara illeri ile birleşmekte ve bu kümeye Trabzon’da dahil olmaktadır. Ege ve Trakya illerinin kümesine bazı İç Anadolu illeri de katılmaktadır. Kuzeydoğu Anadolu il kümesi; Batı Karadeniz illerinden Kastamonu, Karabük, Bolu ve Artvin ile birleşmektedir.

Üç birimlik uzaklıkta küme sayısı dokuza düşmektedir (Şekil 4). Özellikle Ege ve İç Anadolu Bölgesi illeri ile Orta Karadeniz illeri birleşerek, büyük bir küme oluşturmaktadır. Kuzey Doğu Anadolu kümesine Muş ve Rize’de dahil olmaktadır.

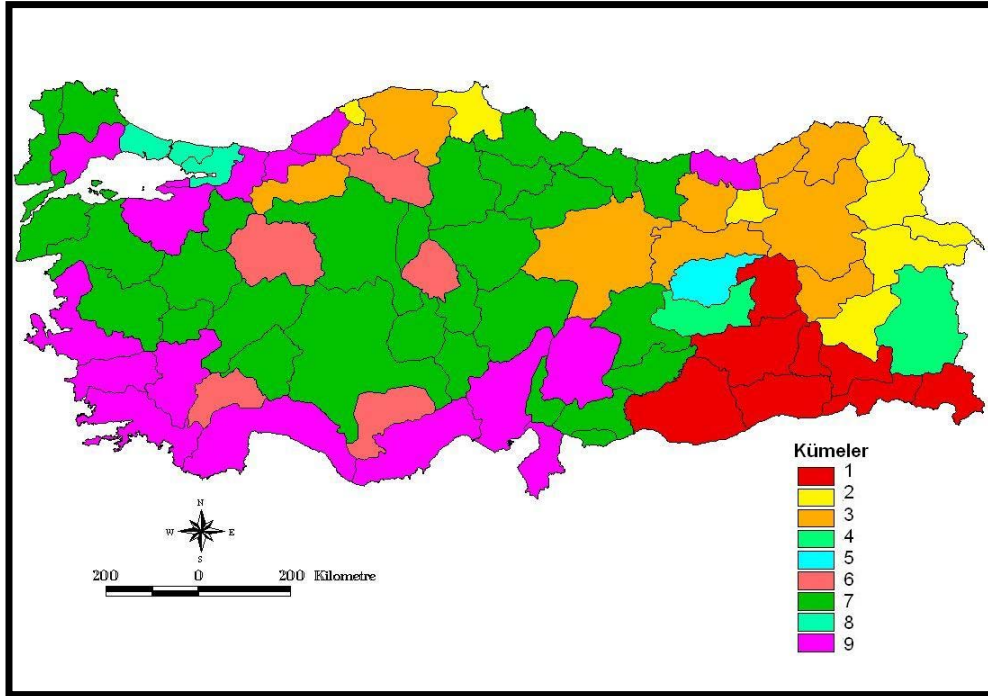




Şekil 2. Türkiye’de illerin kırsal ölçekte sosyo-ekonomik özelliklerine göre 18 kümeye ayrılması (Haritalar ArcGIS 9.1 yazılımı ile çizilmiştir)



Şekil 3. Türkiye’de illerin kırsal ölçekte sosyo-ekonomik özelliklerine göre 11 kümeye ayrılması



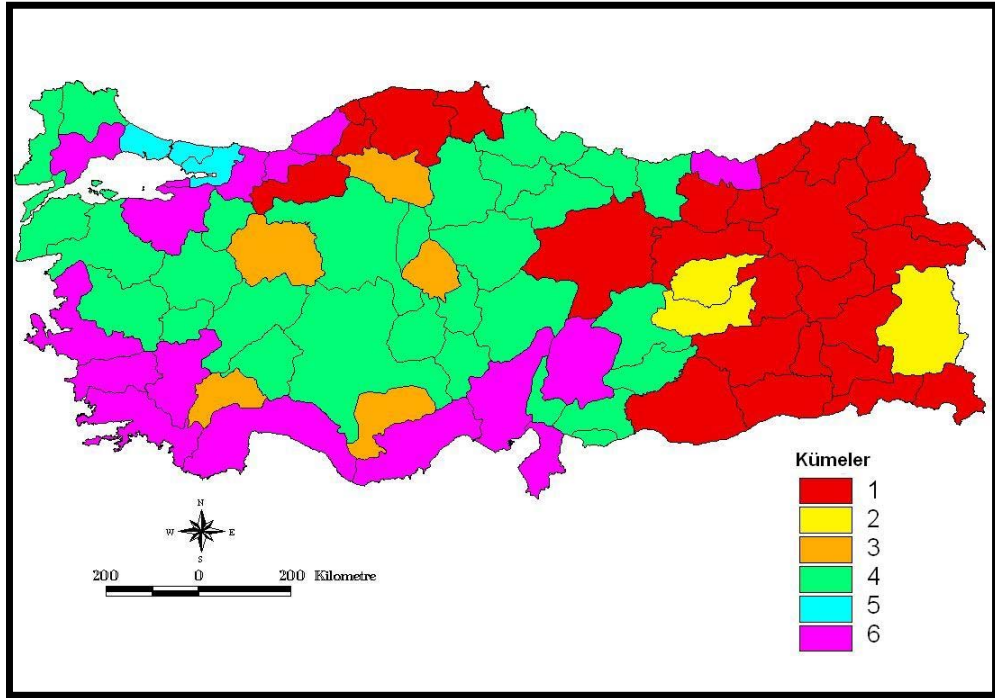
Şekil 4. Türkiye’de illerin kırsal ölçekte sosyo-ekonomik özelliklerine göre 9 kümeye ayrılması

Dört birimlik uzaklıkta iller altı kümeye ayrılmaktadır (Şekil 5). Doğu ve Güneydoğu Anadolu kümesi birleşerek, yirmi altı ilden oluşan bir küme meydana getirmektedir. Doğuda tek başına olan Tunceli, Van ve Elazığ ile bir küme oluşturmaktadır. Diğer kümelerde ise bir değişiklik olmamaktadır.

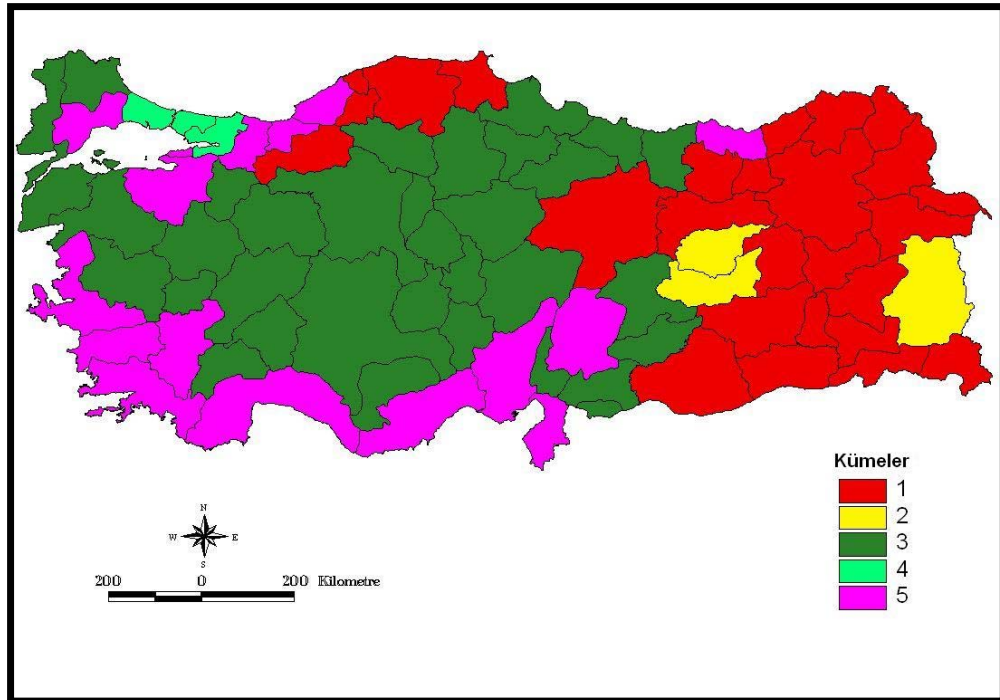
Beş birimlik uzaklıkta Burdur, Kırşehir, Çankırı, Eskişehir ve Karaman, Ege ve İç Anadolu Bölgesi’ndeki illerle birleşerek, küme sayısı beşe inmektedir (Şekil 6).

Altı birimlik uzaklıkta doğu illerimizin tamamı bir küme oluşturmakta, İstanbul ve Kocaeli’de Akdeniz kümesi ile birleşerek, küme sayısı üçe inmektedir (Şekil 7). Adeta Türkiye illeri Doğu Anadolu, İç Anadolu ve Kıyı illeri olmak üzere üç büyük kümeye ayrılmaktadır. Burada dikkat çeken bir durum Batı Karadeniz illerinden Sinop, Bartın, Kastamonu, Bolu ve Karabük’ün doğu illeri ile birleşmesidir.

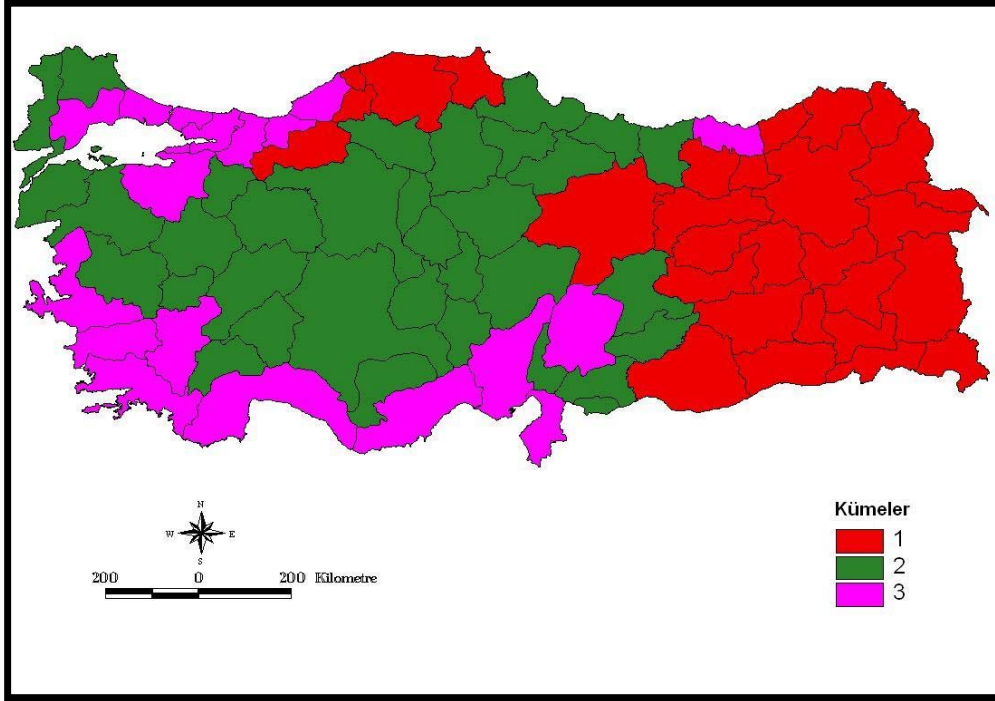
Onbir birimlik uzaklıkta Akdeniz kıyı kümesi ile Ege ve İç Anadolu grubu birleşmekte ve iller doğu ve batı olarak iki kümeye ayrılmaktadır (Şekil 8). Daha sonra yirmi beş birimlik uzaklıkta bu iki küme birleşerek, illerin tamamı bütünlük oluşturmakta ve büyük bir küme meydana gelmektedir.



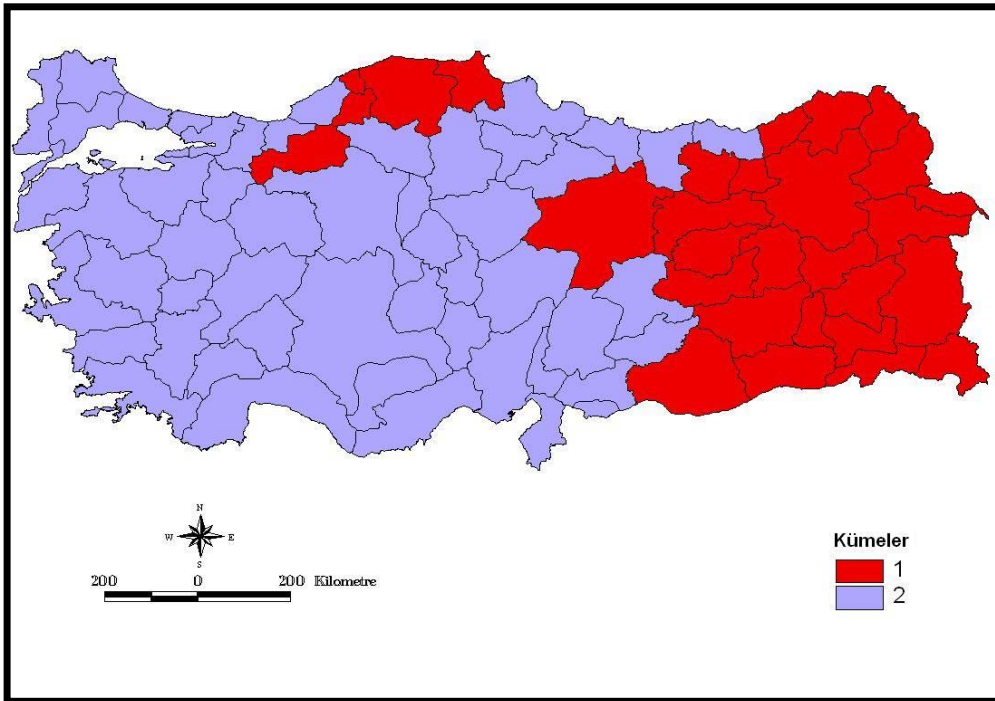
Şekil 5. Türkiye’de illerin kırsal ölçekte sosyo-ekonomik özelliklerine göre 6 kümeye ayrılması



Şekil 6. Türkiye’de illerin kırsal ölçekte sosyo-ekonomik özelliklerine göre 5 kümeye ayrılması



Şekil 7. Türkiye’de illerin kırsal ölçekte sosyo-ekonomik özelliklerine göre 3 kümeye ayrılması



Şekil 8. Türkiye’de illerin kırsal ölçekte sosyo-ekonomik özelliklerine göre 2 kümeye ayrılması

Bulunan sonuçlar değerlendirildiğinde, Şanlıurfa-Rize hattının doğusundaki Güneydoğu ve Doğu illeri arasında sosyo-ekonomik açıdan bir benzerlik görülmektedir. Bu kümeye Batı Karadeniz illerinden; Sinop, Kastamonu, Bartın, Karabük ve Bolu’da eklenmektedir.

*Aglomeratif çizelgede* ise sosyo-ekonomik değişkenlere bağlı katsayılara göre birbirine en çok benzeyen iller eşleşmiştir (Tablo 3). Bu metodun sonuçlarına göre, birbirine en çok benzeyen iller 1. basamakta Diyarbakır ve Mardin (0,00) iken, birbirine en az benzeyen iller 80. basamakta Adana ile Ağrı’dır (5,233) (Tablo 3).

**Tablo 3. Aglomeratif çizelge (küme değerleri il numaralarını göstermektedir)**

| Sıra | Küme 1<br>İl numarası | Küme 2<br>İl numarası | Benzerlik<br>Katsayı | Sıra | Küme 1<br>İl numarası | Küme 2<br>numarası | İl | Benzerlik<br>Katsayı |
|------|-----------------------|-----------------------|----------------------|------|-----------------------|--------------------|----|----------------------|
| 1    | 21                    | 47                    | 0,000                | 41   | 8                     | 14                 |    | 0,243                |
| 2    | 33                    | 48                    | 0,000                | 42   | 46                    | 61                 |    | 0,256                |
| 3    | 7                     | 33                    | 0,001                | 43   | 15                    | 18                 |    | 0,269                |
| 4    | 45                    | 80                    | 0,002                | 44   | 21                    | 73                 |    | 0,282                |
| 5    | 10                    | 17                    | 0,003                | 45   | 16                    | 67                 |    | 0,297                |
| 6    | 43                    | 64                    | 0,004                | 46   | 31                    | 77                 |    | 0,314                |
| 7    | 44                    | 66                    | 0,006                | 47   | 26                    | 70                 |    | 0,332                |
| 8    | 5                     | 22                    | 0,009                | 48   | 4                     | 13                 |    | 0,351                |
| 9    | 50                    | 51                    | 0,011                | 49   | 6                     | 42                 |    | 0,372                |
| 10   | 56                    | 72                    | 0,014                | 50   | 24                    | 25                 |    | 0,393                |
| 11   | 3                     | 32                    | 0,017                | 51   | 2                     | 39                 |    | 0,418                |
| 12   | 34                    | 41                    | 0,020                | 52   | 28                    | 79                 |    | 0,443                |
| 13   | 8                     | 37                    | 0,023                | 53   | 57                    | 74                 |    | 0,471                |
| 14   | 27                    | 68                    | 0,026                | 54   | 2                     | 3                  |    | 0,498                |
| 15   | 6                     | 11                    | 0,030                | 55   | 49                    | 53                 |    | 0,530                |
| 16   | 55                    | 60                    | 0,035                | 56   | 30                    | 56                 |    | 0,562                |
| 17   | 25                    | 29                    | 0,040                | 57   | 1                     | 9                  |    | 0,597                |
| 18   | 13                    | 76                    | 0,046                | 58   | 4                     | 36                 |    | 0,633                |
| 19   | 14                    | 78                    | 0,051                | 59   | 2                     | 10                 |    | 0,673                |
| 20   | 9                     | 59                    | 0,057                | 60   | 19                    | 28                 |    | 0,714                |
| 21   | 19                    | 38                    | 0,062                | 61   | 16                    | 46                 |    | 0,757                |
| 22   | 1                     | 7                     | 0,068                | 62   | 12                    | 30                 |    | 0,800                |
| 23   | 61                    | 81                    | 0,074                | 63   | 23                    | 65                 |    | 0,847                |
| 24   | 9                     | 35                    | 0,081                | 64   | 2                     | 6                  |    | 0,909                |
| 25   | 24                    | 58                    | 0,088                | 65   | 1                     | 31                 |    | 0,973                |
| 26   | 16                    | 54                    | 0,096                | 66   | 15                    | 26                 |    | 1,046                |
| 27   | 6                     | 71                    | 0,103                | 67   | 12                    | 21                 |    | 1,119                |
| 28   | 15                    | 40                    | 0,111                | 68   | 8                     | 24                 |    | 1,192                |
| 29   | 19                    | 44                    | 0,119                | 69   | 4                     | 57                 |    | 1,273                |
| 30   | 3                     | 43                    | 0,126                | 70   | 1                     | 16                 |    | 1,374                |
| 31   | 36                    | 75                    | 0,135                | 71   | 8                     | 49                 |    | 1,497                |
| 32   | 28                    | 55                    | 0,143                | 72   | 2                     | 19                 |    | 1,636                |
| 33   | 39                    | 50                    | 0,152                | 73   | 4                     | 8                  |    | 1,837                |
| 34   | 10                    | 27                    | 0,161                | 74   | 23                    | 62                 |    | 2,061                |
| 35   | 21                    | 63                    | 0,172                | 75   | 4                     | 12                 |    | 2,287                |
| 36   | 2                     | 5                     | 0,182                | 76   | 2                     | 15                 |    | 2,531                |
| 37   | 57                    | 69                    | 0,193                | 77   | 1                     | 34                 |    | 2,835                |
| 38   | 9                     | 20                    | 0,205                | 78   | 4                     | 23                 |    | 3,147                |
| 39   | 10                    | 45                    | 0,218                | 79   | 1                     | 2                  |    | 3,794                |
| 40   | 28                    | 52                    | 0,230                | 80   | 1                     | 4                  |    | 5,233                |



#### 4. TARTIŞMA VE SONUÇ

Hiyerarşik kümeleme analizinde iller birbirine yakınlıklarına göre bir birimlik uzaklıkta on sekiz kümeye ayrılmaktadır. Türkiye'nin seksen ili oluşan kümelerden herhangi birine dahil olurken, Tunceli tek başına bir küme oluşturmaktadır. İki birimlik uzaklıkta Batı Anadolu'nun parçalı durumu bazı kümelerin bir araya gelmesiyle nispeten azalmaktadır. Dört birimlik uzaklıkta ağırlıklı olarak Doğu ve Güneydoğu'daki kümeler bir araya gelmektedir. Bu uzaklıkta Van, Elazığ ve Tunceli illeri bu kümeden ayrılmaktadır. Altı birimlik uzaklıkta İstanbul ve Kocaeli, Akdeniz kıyı kümesi ile, Van, Elazığ ve Tunceli Doğu Anadolu kümesi ile birleşerek küme sayısı üçe düşmektedir. Daha sonra bu kümelerin arasındaki benzerlik farkı ortaya çıkmakta ve on birimlik mesafeye kadar kümeler birleşmemekte ve ancak onbirinci mesafede Akdeniz kıyı kümesi ile Ege ve İç Anadolu kümesi birleşerek, Batı Anadolu kümesini oluşturmaktadır. Bu birleşmenin ancak onbir birimlik mesafede gerçekleşmesi, kıyı illeri ile İç bölgelerdeki iller arasında benzerliğin az olduğunu göstermektedir. Onbirinci mesafede oluşan Batı Anadolu ve Doğu Anadolu kümesi ancak yirmi beş birimlik mesafede birleşerek, bir küme oluşturmaktadır. Bu durum, batı ile doğu illerine ait kırsal alanların sosyo-ekonomik özellikler bakımından birbirine benzemediklerini ortaya koymaktadır.

Aynı zamanda illerin kır ve kent özellikleri beraber değerlendirildiğinde (Karabulut vd., 2004) ortaya çıkan iller arası sosyo-ekonomik gelişmişlik düzeyi, kır ölçeğinde daha farklı izlenmektedir. Karabulut vd, (2004) tarafından yapılan çalışmada İstanbul, Ankara ve İzmir diğer illerle ancak 11 birimlik uzaklıkta birleşirken, kırsal özelliklere göre bu ayrılık görülmemekte ve bu iller bir birimlik mesafede diğer illerle küme oluşturmaktadır. Diğer bir ifade ile sanayi ve ticaret merkezi durumundaki bir çok ilin kırsal anlamda aynı gelişmişlik kategorisine dahil olmadığı gözlenmektedir.

Türkiye'deki iller kır ve kent özellikleri bakımından beraber değerlendirildiğinde, genel olarak Zonguldak-Gaziantep hattı boyunca iki kümeye ayrılırken (Karabulut vd., 2004), sadece kırsal özelliklerine göre değerlendirildiğinde Şanlıurfa-Rize hattından ayrılmaktadır. Bu farklı ayrılmanın nedeni olarak sosyo-ekonomik bakımından, Batı ve Orta Anadolu'daki kırsal yerleşmelerin, bağlı oldukları ilin şehir merkezlerine paralel olarak gelişmemesi gösterilebilir.

Aglomeratif çizelgeye göre, birbirine en yakın iller Diyarbakır-Mardin (0,00) ile Mersin-Muğla'dır (0,00) (Tablo 4). Birbirleriyle eşleşen bu iller benzer coğrafi özelliklere sahip olduklarından dolayı, kırsal ölçekte çok benzer sosyo-ekonomik özellikler göstermektedir.

**Tablo 4 . Aglomeratif çizelgeye göre birbirine en yakın iller**

|    | Küme 1 (İller) | Küme 2 (İller) | Benzerlik katsayısı |
|----|----------------|----------------|---------------------|
| 1  | Diyarbakır     | Mardin         | 0,000               |
| 2  | Mersin         | Muğla          | 0,000               |
| 3  | Antalya        | Mersin         | 0,001               |
| 4  | Manisa         | Osmaniye       | 0,002               |
| 5  | Balıkesir      | Çanakkale      | 0,003               |
| 6  | Kütahya        | Uşak           | 0,004               |
| 7  | Malatya        | Yozgat         | 0,006               |
| 8  | Amasya         | Edirne         | 0,009               |
| 9  | Nevşehir       | Niğde          | 0,011               |
| 10 | Siirt          | Batman         | 0,014               |

Genel olarak Türkiye’nin Güneydoğu Anadolu, Doğu Anadolu, Batı Anadolu, İç Anadolu, Akdeniz ve Orta Karadeniz kıyı illeri bir bütünlük içerisinde birleşmektedir. Sonuç olarak, illerin kırsal ve kent özellikleri beraber değerlendirildiğinde ortaya çıkan iller arası sosyo-ekonomik gelişmişlik farkı, kırsal ölçekte çok daha farklılık göstermektedir. Özellikle sanayi ve ticaret merkezi durumundaki bir çok ilin kırsal anlamda aynı gelişmişlik kategorisine dahil olmadığı gözlenmektedir.

Hiyerarşik kümeleme analizi yöntemiyle ortaya çıkarılan bu sonuç, kırsal ölçekte sosyo-ekonomik farklılıkların var olduğunu göstermektedir. Bu çalışma, kırsal yerleşmelerin sosyal, ekonomik, altyapı ve kültürel bakımdan mevcut durumu konusunda bir değerlendirme imkânı vermektedir. Bu sonuçlardan hareketle bölgeler veya iller ölçekte gerçekleştirilecek kırsal yatırımlar, uygulanacak teşvik politikaları ve her türlü planlama için uygun bir örnek oluşturabilir. Aynı zamanda kırsal yerleşmelerin, özellikle de tarım kesiminin sorunlarını çözmeye yönelik planların hangi ölçekte (sınırlar dahilinde) yapılacağına, illerin kırsal ölçekte plan bölge sınırlarının nasıl oluşturulacağına karar verilmesinde yardımcı olabilir.

## 5. KAYNAKLAR

- Dinler, Z., 2001. Bölgesel İktisat. Ekin Kitabevi, Bursa.
- DPT, 2006a. Kırsal Kalkınma Politikaları Özel İhtisas Alt Komisyonu Raporu. Dokuzuncu Kalkınma Planı (2007–2013), Ankara.
- DPT, 2006b. Ulusal Kırsal Kalkınma Stratejisi. Ankara.
- Eminağaoğlu, Z. ve Çevik, S., 2007. Kırsal Yerleşmelere İlişkin Tasarım Politikaları ve Araçlar. Gazi Üniversitesi, Mühendislik Mimarlık Fakültesi Dergisi, 22(1), 157-162.
- Johnston, R., 1978. Multivariate Statistical Methods in Geography. Longman, London.
- Karabulut, M., Gürbüz, M., Sandal, E.K., 2004. Hiyerarşik Kümeleme Tekniği Kullanılarak Türkiye’de İllerin Sosyo-Ekonomik Benzerliklerinin Analizi. Coğrafi Bilimler Dergisi, Ankara Üniversitesi, Türkiye Coğrafyası Araştırma Ve Uygulama Merkezi, 2(2), 71-85.
- Koç, S., 2001. İllerin Sosyo-Ekonomik Özelliklere göre Sınıflandırılması. Çukurova Üniversitesi 5. Ulusal Ekonometri ve İstatistik Sempozyumu (Bildiri), Çukurova Üniversitesi, Adana.
- Mc Grew, J.C., Monroe, C.B., 1993. Statistical Problem Solving in Geography. WW C. Brown Publishers, Oxford-England.
- Şahin, H., 2002. Türkiye Ekonomisi. Ezgi Kitabevi, Bursa.

- Tolunay, A., Akyol, A., 2006. Kalkınma ve Kırsal Kalkınma: Temel Kavramlar ve Tanımlar. Süleyman Demirel Üniversitesi, Orman Fakültesi Dergisi, Seri A, 2, 116-127.
- TÜİK, 2002. 1997 Köy Envanteri, (Cd Ortamında- Excel Formatında).
- Ward, Jr. J. H., 1963. Hierarchical Grouping to Optimise an Objective Function. Journal of the American Statistical Association, 58, 236-244.
- Yenigül, S.B., 2006. Bölgesel Farklılıklar Açısından Kırsal Alanlar. IV. Ulusal Coğrafya Sempozyumu (25-26 Mayıs 2006) Bildiri Kitabı, 73-80, Ankara.
- Yılmaz, C., 2006. Türkiye’de Geri Kalmış Bölgelerin Kalkınmasında Kırsal Sanayinin Yeri ve Başlıca Sorunları. IV. Ulusal Coğrafya Sempozyumu (25-26 Mayıs 2006) Bildiri Kitabı, 255-264, Ankara.

## THE ANALYSES OF REGIONAL DIFFERENCES AT RURAL SCALE IN TURKEY

### ABSTRACT

*Socio-economic differences between urban and rural areas are one of the important problems in Turkey. Population characteristics, natural resources, technologic developments, social and cultural structure must be considered during decision making processes and during any kind of policy making activities about rural areas for sustainable development. To achieve this goal, it is critical to determine socio-economic structure of the rural settlements. In this study, several socio-economic variables, which were obtained from TURKSTAT, were used to determine groups of provinces which represent similar rural characteristics by using hierarchical cluster analysis technique. The analyses were supported with dendrogram and agglomerative schedule. According to Ward method, Turkey has divided into eighteen groups in terms of rural socio-economic similarities. Initial results showed that neighboring provinces represent great similarity, but several other provinces, which are located at different geographical regions, also showed similar characteristics with each other. These findings represent contrast with the results of comparison of urban and rural characteristics together for Turkish provinces. Consequently, it can be said that the results of this study indicate that most of the rural areas are similar and differences are not significant in Turkey.*

**Key Words: Regional Differences, Hierarchical Cluster Analyses, Rural Characteristics.**



## DANIŞMA KURULU ÜYELERİ - ADVISORY BOARD MEMBERS

|    |                       |   |
|----|-----------------------|---|
| 1  | Ahmet KARA            | Fatih Üniversitesi                      |
| 2  | Ali YAZICI            | TOBB                                    |
| 3  | Alper GÜVEL           | Çukurova Üniversitesi                   |
| 4  | Asaf Şavaş AKAT       | Bilgi Üniversitesi                      |
| 5  | Aşır GENÇ             | Selçuk Üniversitesi                     |
| 6  | Aydın ÖZTÜRK          | Ege Üniversitesi                        |
| 7  | Ayşe GÜNDÜZ HOŞGÖR    | Ortadoğu Teknik Üniversitesi            |
| 8  | Bedriye SARAÇOĞLU     | Gazi Üniversitesi                       |
| 9  | Ceyhan İNAL           | Hacettepe Üniversitesi                  |
| 10 | Coşkun Can AKTAN      | Dokuz Eylül Üniversitesi                |
| 11 | Deniz GÖKÇE           | Boğaziçi Üniversitesi                   |
| 12 | Ekrem ERDEM           | Erciyes Üniversitesi                    |
| 13 | Ercan UYGUR           | Ankara Üniversitesi                     |
| 14 | Erdem BAŞCI           | T.C. Merkez Bankası                     |
| 15 | Erinç YELDAN          | Bilkent Üniversitesi                    |
| 16 | Erol TAYMAZ           | Ortadoğu Teknik Üniversitesi            |
| 17 | Eser KARAKAŞ          | Bahçeşehir Üniversitesi                 |
| 18 | Fatih ÖZATAY          | TOBB Ekonomi ve Teknoloji Üniversitesi  |
| 19 | Fatin SEZGİN          | Bilkent Üniversitesi                    |
| 20 | Fikri AKDENİZ         | Çukurova Üniversitesi                   |
| 21 | Fikri ÖZTÜRK          | Ankara Üniversitesi                     |
| 22 | Gülây BAŞARIR KIROĞLU | Mimar Sinan Güzel Sanatlar Üniversitesi |
| 23 | Güven SAK             | TOBB                                    |
| 24 | Haluk LEVENT          | Galatasaray Üniversitesi                |
| 25 | Hamza EROL            | Çukurova Üniversitesi                   |
| 26 | İbrahim DALMIŞ        | Kırıkkale Üniversitesi                  |
| 27 | İlhan TEKELİ          | Ortadoğu Teknik Üniversitesi            |
| 28 | İmdat KARA            | Başkent Üniversitesi                    |
| 29 | İnsan TUNALI          | Koç Üniversitesi                        |
| 30 | Levent KANDİLLER      | Çankaya Üniversitesi                    |
| 31 | Mehmet KAYTAZ         | Işık Üniversitesi                       |
| 32 | Meltem DAYIOĞLU       | Ortadoğu Teknik Üniversitesi            |
| 33 | Metin TOPRAK          | BDDK                                    |
| 34 | Mustafa ACAR          | Kırıkkale Üniversitesi                  |
| 35 | Mustafa AYTAÇ         | Uludağ Üniversitesi                     |
| 36 | Nihat BOZDAĞ          | Gazi Üniversitesi                       |
| 37 | Onur BASKAN           | Ege Üniversitesi                        |
| 38 | Orhan GÜVENEN         | Bilkent Üniversitesi                    |
| 39 | Ömer Faruk ÇOLAK      | Gazi Üniversitesi                       |
| 40 | Ömer L. GEBİZLİOĞLU   | Ankara Üniversitesi                     |
| 41 | Özkan ÜNVER           | Ufuk Üniversitesi                       |
| 42 | Öztaş AYHAN           | Ortadoğu Teknik Üniversitesi            |
| 43 | Reşat KASAP           | Gazi Üniversitesi                       |
| 44 | Savaş ALPAY           | SESRTCIC                                |
| 45 | Seyfettin GÜRSOY      | Galatasaray Üniversitesi                |
| 46 | Süleyman GÜNAY        | Hacettepe Üniversitesi                  |
| 47 | Turan EROL            | SPK                                     |
| 48 | Ümit OKTAY FIRAT      | Marmara Üniversitesi                    |
| 49 | Yasin AKTAY           | Selçuk Üniversitesi                     |
| 50 | Yılmaz AKDİ           | Ankara Üniversitesi                     |
| 51 | Yusuf Ziya ÖZCAN      | Ortadoğu Teknik Üniversitesi            |