İstatistik Araştırma Dergisi

Journal of Statistical Research

T.C. BAŞBAKANLIK DEVLET İSTATİSTİK ENSTİTÜSÜ

Cilt 03 *Volume* No 01 *Number* Nisan 2004 *April*

İSTATİSTİK ARAŞTIRMA DERGİSİ

Sahibi
Devlet İstatistik Enstitüsü Adına
Ömer DEMİR
Devlet İstatistik Enstitüsü Başkanı

Genel Editör
Fetih YILDIRIM

Amaç ve Kapsam

İstatistik Araştırma Dergisi, İstatistiki araştırmaların kalitesinin arttırılmasını, istatistik metodolojisi ve uygulamasının geliştirilmesini, literatürde yer alan çalışmaların tartışılmasını, istatistik uygulamalarıyla ilgili araştırmaların ele alınmasını, teorik ve uygulamalı alanlardaki araştırmacılar arasındaki iletişimin ortak çalışmalar ve yayınlarla güçlendirilmesini amaçlayan bir yayındır.

İstatistik alanında aşağıdaki özellikleri taşıyan çalışmalar Dergi kapsamında değerlendirilir:

1. İstatistik Teorisi , Olasılık Teorisi ve Stokastik Süreçler, Örnekleme ve Alan Araştırmaları, Uygulamalı İstatistik, İstatistiksel Kalite Kontrol, Biyoistatistik, Risk Aktuarya Analizi ve Sigortacılık, Ekonometri Yöneylem Araştırması Uygulamaları, Demografi, Bilgisayar Uygulamaları ve Bilgi Sistemleri, gibi istatistiğin her dalında yeni bilgi üretimine yönelik olan tüm araştırmalar.
2. Sosyal Bilimler, Fen Bilimleri, Sağlık Bilimleri ve benzeri alanlara ilişkin veri derleme, veri çözümlemesi ve veri sunumu ile ilgili metodolojilerin geliştirilmesine yönelik araştırmalar.
3. Türkiye'de ve Dünya'da Resmi İstatistiklerin geliştirilmesine yönelik araştırmalar.
4. Yayımlanan İstatistiki verileri yeni bilimsel gelişmelerle analiz edip yorumlayan araştırmalar.

Yayın İlkeleri

1. Bu dergiye alınacak araştırmaların, özgün, yaratıcı, bilimsel kuram ve metodolojiye uygun olmaları; mevcut uygulama ve kurama katkıda bulunmaları esastır. Yayın dili Türkçe'dir.
2. Dergi, istatistiğin alanına giren tüm konuları kapsayan araştırmalara açıktır.
3. Dergide, 3(üç) hakem tarafından incelenip "**Yayımlanabilir**" olurunu almış araştırmalar yayımlanır. Yayımlanmayan yazılar sahibine geri verilmez.
4. Makaleler basılı dört kopya ve manyetik ortamda (3.5'lik diskette) dergi sekreteryasına gönderilir. Yayımlanmak üzere kabul edilmiş araştırma son düzeltmesi için yazar(lar)a gönderilir. Bu aşamada metnin değiştirilmesi değil, metne son şeklinin verilmesi beklenir.
5. Bu yayının 5846 Sayılı Fikir ve Sanat Eserleri Kanunu'na göre her hakkı Başbakanlık Devlet İstatistik Enstitüsü Başkanlığı'na aittir, Gerçek veya tüzel kişiler tarafından izinsiz çoğaltılamaz ve dağıtılamaz.
6. Metin hazırlama kalıbına, telif haklarına uymayan herhangi bir yerde yayınlanmış ve yayınlanmak üzere kabul edilmiş çalışmalar genel editör tarafından yazarına iade edilir.
7. Tüm yazışmalar dergi sekreteryası ile yapılır. Abonelik, eski nüshalar, makale ayrı basımları, reklamlar ve ödemelerle ilgili talepler isteme ve abone adresine yapılır.

ISSN: 1303 – 6319

Dergi Sekreteryası
Gönül ERDEM - Atalay BİÇYAP

İstatistik Araştırma Dergisi Sekreterya Adresi
Devlet İstatistik Enstitüsü
Araştırma-Planlama ve Koordinasyon
Dairesi Başkanlığı

Tel: +90 312 410 07 02 – 410 07 32
Faks: +90 312 425 35 85
E-mail: dergi@die.gov.tr
URL: http://www.die.gov.tr

İsteme ve Abone Adresi
Döner Sermaye İşletmesi

Tel: +90 312 410 03 23 – 410 03 19
Faks: +90 312 417 58 86

Necatibey Cd. No: 114
06100 Yücetepe / ANKARA

Devlet İstatistik Enstitüsü Matbaası – Ankara, Eylül 2004
MTB : 2004 -1345-.260 Adet

JOURNAL OF STATISTICAL RESEARCH

Owner
On Behalf of The State Institute of Statistics
Ömer DEMİR

President, The State Institute of Statistics

Editor in Chief
Fetih YILDIRIM

Objective and Scope

Journal of Statistical Research is a publication that aims to improve the quality of statistical researches, to develop the statistical methodology and application, to discuss the researches which take place in the literature, to assess the researches on statistical applications, to strengthen the communication between the researchers in theoretical and applied fields by associated studies and publications.

Researches having the following qualities in the field of statistics, are taken into consideration in the scope of the Journal:

1. Researches dealing with the production of new information on statistical matters such as Statistics Theory, Probability Theory and Stochastic Processes, Sampling and Survey, Applied Statistics, Statistical Quality Control, Biostatistics, Risk Actuary Analysis and Insurance, Econometrics, Operational Research, Demography, Computer Applications and Information Systems.
2. Researches dealing with the development of methodologies on data collection, evaluation and presentation in the fields of Social Sciences, Applied Sciences, Medical Sciences, etc.,
3. Researches dealing with the development of Official Statistics of Turkey the world.
4. Researches, dealing with the interpretation and analyses of the statistical data published with new scientific developments.

Principles of Publication

1. Researches are to be original, creative, fit in methodology and science and contribute to the existing application and theory. Publication language is Turkish.
2. The Journal is open to researches covering all the subjects in the field of statistics.
3. Researches approved by a three referee's mission are published. Unpublished articles are not given back to the author.
4. Articles are sent to the Secretariat of Journal in the forms of print out (4 copies) and magnetic (3,5'' diskette). Researches that are accepted to be published are re-sent to the author(s) for correction. It is expected that at this stage the article is to be given the final form and not to be changed any more.
5. According to the Law No. 5846, SIS holds the copyrights of this publication. The Journal is not duplicated or distributed without authorisation.
6. Researches, which are not in conformity with the form of text preparation, copyrights and previously published or accepted to be published are given back to the author by General Editor.
7. All of the correspondence is to be done with the Secretariat. Requests regarding to the subscription, preceding issues, offprint, advertisements and payments are submitted to the address of Request and Subscription.

ISSN: 1303 - 6319

Journal Secretary
Gönül ERDEM - Atalay BİÇYAP

Journal of Statistics Research Secretary Address
State Institute of Statistics
Department of
Research-Planing and Coordinating

Tel: +90 312 410 07 02 – 410 07 32
Faks:+90 312 425 35 85
e-mail: dergi@die.gov.tr
URL: http://www.die.gov.tr

Request and Subscription Address
State Institute of Statistics
Revolving Fund Management

Tel: +90 312 410 03 23 – 410 03 19
Fax: +90 312 417 58 86

Necatibey Street No: 114
06100 Yücetepe / ANKARA

State Institute of Statistics, Printing Division, September 2004
MTB: 2004 -1345-260 Copies

EDİTÖRDEN

Değerli Okuyucular ve Meslekdaşlarım,

Dergimizin bu sayısını da baskıdan çıkartarak ellerinize ulaşmasını, yayın kurulunda yer alan meslekdaşlarımın ve DİE 'nin ilgili yönetici ve birimlerinin de katkılarıyla, sağlamış olmanın kıvancını ve mutluluğunu yaşıyoruz. Dergimizin Aralık 2003 sayısında, o sayıdan itibaren dergimizde yayınlanmış makalelerle ilgili olarak yazar veya yazarların kişiliklerine zarar vermeyeceğine kanaat getirdiğimiz okuyuculardan elimize ulaştırılan eleştiri yazılarını ve bunlara ilgili yazar veya yazarların cevaplarını içeren yazıların bulunduğu bir bölümümüzün olacağını ve ayrıca istatistik ve ilgili alanlarda piyasaya sunulmuş bilim-kendilerinin talep etmeleri halinde-kitaplarıyla ilgili belirleyeceğimiz uzmanlarca yapılmış eleştirilerinin yer alacağı bir bölüme yer vermeyi planladığımızı sizlere duyurmuştuk.Bu yenilikleri tekrar bilgilerinize sunarak ilgilerinizi bekliyoum. Aralık 2003 sayısı ile başladığımız "Duyuru Panosu" ile istatistik ve ilgi alanları konusundaki yurtiçi ve yurtdışı toplantılarına ilişkin duyurulara ise büyük bir heyecanla Dergimizde yer vermeye devam edeceğiz.

Dergimizin bu sayısı dahil-Sempozyumlarla ilgili özel sayılar için olanlar hariç-değerlendirilmek üzere göderilen toplam makale sayısı 73 olup bunlardan 32 sının basılması uygun görülmüş 20 makale uygun görülmemiş veya reddedilmiş 19 tanesi ise halen hakem değerlendirmesi sürecinde bulunmaktadır. Nisan 2004 sayımızda yayınlanmak üzere 8 adet makale baskıya verilmiştir. Basıma verilen bu 8 makaleden 3 adeti İstatistik Araştırma Sempozyumu kapsamında gönderilen makalelerden olup Editörlüğün değerlendirmesi sonucunda ve makale sahiplerinin bilgisiyle Dergimizin bu sayısında yayınlanması uygun görülmüştür Bu sayımızda da olduğu gibi Dergimizin bazı sayılarında yayınlanan makale sayısının düşük olmasının nedenlerinden biri bazı hakemlerimizde ilgili makalenin uzun süre elde bekletilmesi nedeniyle değerlendirme sürecinin uzamasından kaynaklanmaktadır. Derginin genel editörü olarak, dergimizde yayınlanması amacıyla gönderilmiş makalelerin değerlendirilmelerini yapmaları için seçilmiş hakemlerimizin bu görevlerini büyük bir özveriyle yaptıklarından eminim. Derginin düzenli ve gecikmeden çıkabilmesi için, sizlerin adına, özellikle, kendilerince doldurulmuş değerlendirme raporlarını süresi içinde göndermelerini bilhassa rica ediyorum.

Derginin bu sayısının çıkmasında emeği geçen başta Dergimizde yayınlanması amacıyla makalelerini gönderen (yayınlanmasa bile) tüm araştırmacılara, bu sayımızda katkılarıyla hiçbir karşılık beklemeksizin bizlere yardımcı olan tüm hakemlerimize, Dergi Sekreteryasına ve Devlet İstatistik Enstitüsünün değerli çalışanlarına hepimizin adına teşekkür etmeyi bir borç biliyorum. İçeriği ve kalitesi daha zengin Dergimizin yeni sayılarıyla sizlere ulaşmak dileğiyle saygılarımı sunuyorum.

Prof. Dr. Fetih YILDIRIM
Genel Editör

RASGELE SIKIŞTIRMA YOLUYLA WEIBULL DAĞILIMININ YENI BIR KARAKTERIZASYONU

Sevgi YURT ÖNCEL* Fazıl ALİEV ALİOĞLU** Funda AYGÜN*

ÖZET

Bu çalışmada Wesolowski ve Ahsanullah (2003) tarafından öne sürülen rasgele sıkıştırma tekniği ele alınmıştır. Rekor değerlerin dağılım fonksiyonu için yeni bir ardışık ilişki bulunmuş ve bu ilişki yardımıyla Weibull dağılımı için yeni bir karakterizasyon verilmiştir.

Anahtar Kelimeler: *Rekor değer, rasgele sıkıştırma, karakterizasyon, Power dağılımı, Weibull dağılımı*

1. GİRİŞ

$X_1, X_2, ..., X_n, ...$ birbirinden bağımsız ve aynı mutlak sürekli $F(x)$ dağılımına sahip rasgele değişkenler olsun.

Eğer $X_j > \max(X_1, X_2, ..., X_{j-1})$ ise X_j'ye $X_1, X_2, ..., X_n, ...$dizisinin j. rekor değeri denir. $U(n)$, n. rekor zamanı ve $X_{U(n)}$, n. rekor değer olmak üzere ,

$$U(1) = 1,\ U(n) = \min\{j : j > U(n-1), X_j > X_{U(n-1)}\}, n \geq 1 \tag{1}$$

olarak tanımlanır. $X_{U(1)}, X_{U(2)}, ...$ dizisine rekor değerler dizisi denir.

k.rekor değer $X_{U(k)}$'nın dağılım fonksiyonu $F_k(x)$ ve olasılık yoğunluk fonksiyonu $f_k(x)$ olmak üzere,

$$F_k(x) = P(X_{U(k)} \leq x) = \int_{-\infty}^{x} \frac{(R(u))^{k-1}}{(k-1)!} dF(u) \tag{2}$$

* Kırıkkale Üniversitesi Fen Edebiyat Fakültesi İstatistik Bölümü (syoncel@kku.edu.tr)
** Başkent Üniversitesi Mühendislik Fakültesi Endüstri Mühendisliği Bölümü

ve

$$f_k(x)=\frac{1}{(k-1)!}(R(x))^{k-1}f(x) \qquad (3)$$

dır ve burada $R(x)=-\ln(1-F(x))$ dır (Ahsanullah, 1995).

Rasgele sıkıştırma tekniği, sıra istatistikleri için Nevzorov (2001), rekor değerler için Wesolowski ve Ahsanullah (2003) tarafından kullanılmıştır. Rekor değerler hakkında Chandler (1952), Ahsanullah (1995), Arnold, Balakrishnan ve Nagaraja (1998), Balakrishnan ve Rao (1998) tarafından yapılan çalışmalar literatürde önemli bir yer tutmaktadır.

Rasgele sıkıştırma tekniği şöyle ifade edilebilir: U, sürekli F dağılımına sahip rasgele değişken ve X, U'dan bağımsız pozitif bir rasgele değişken olsun. Bu durumda XU'nun dağılımı, X'in dağılımının sıkıştırılmışıdır.

Bu çalışmada yeni bir rasgele sıkıştırma biçimi geliştirilmiş ve bunun aracılığıyla Weibull dağılımının yeni bir karakterizasyonu verilmiştir. Özel olarak U'nun dağılımı Power dağılımı olarak seçilmiştir. Buna gore a ve α pozitif parametreleriyle Power dağılımının olasılık yoğunluk fonksiyonu

$$f(x)=\alpha a^{-\alpha}x^{\alpha-1}I_{(0,a)}(x) \qquad (4)$$

dir ve kısaca Power(a,α) olarak gösterilir. Eğer a=1 olarak seçilirse (4) eşitliği

$$f(x)=\alpha x^{\alpha-1}I_{(0,1)}(x) \qquad (5)$$

olarak ele alınır. Weibull dağılımının olasılık yoğunluk fonksiyonu ise

$$f(x)=\lambda\beta x^{\beta-1}\exp\{-\lambda x^{\beta}\}I_{(0,\infty)}(x),\ \lambda>0,\ \beta>0 \qquad (6)$$

dır ve kısaca Weibull(λ,β) olarak gösterilir.

2. REKOR DEĞERLERİN DAĞILIM FONKSİYONU İÇİN ARDIŞIK BİR İLİŞKİ

k.rekor değer $X_{U(k)}$'nın dağılım fonksiyonunda $t=R(u)$ dönüşümü yapılırsa (2) eşitliği ,

$$F_k(x)=\int_0^{R(x)}\frac{t^{k-1}}{(k-1)!}e^{-t}dt,\ -\infty<x<\infty$$

olarak elde edilir. Ahsanullah (1995) tarafından

$$\overline{F}_k(x) = \overline{F}(x)\sum_{j=0}^{k-1}\frac{(R(x))^j}{j!} = e^{-R(x)}\sum_{j=0}^{k-1}\frac{(R(x))^j}{j!} \tag{7}$$

olduğu gösterilmiştir. Burada $\overline{F}(x) = 1 - F(x)$ dır.

Buna gore (7) eşitliği kullanılarak ardışık iki rekor değerin dağılım fonksiyonları arasındaki fark

$$F_k(x) - F_{k+1}(x) = \overline{F}(x)\frac{(R(x))^k}{k!} \quad , \forall\, k \geq 1 \text{ için} \tag{8}$$

olarak elde edilmiştir.

3. KARAKTERİZASYON TEOREMİ

Bu bölümde Power dağılımının sıkıştırması ile Weibull dağılımının karakterizasyonu hakkında yeni bir teorem verilecektir.

Teorem: U rasgele değişkeni $Power(1;\alpha)$, $\alpha > 0$ dağılımına sahip olsun. $X_1, X_2, ...$ birbirinden bağımsız ve aynı dağılıma sahip pozitif rasgele değişkenler dizisi, U rasgele değişkeninden bağımsız olmak üzere, X_1 rasgele değişkeninin $\lambda > 0$ ve keyfi $k \in \{1,2,...\}$ için $Weibull(\lambda, \alpha / k)$ dağılımına sahip olması için gerek ve yeter koşul,

$$X_{U(k)} \overset{d}{=} X_{U(k+1)} U. \tag{9}$$

dir.

İspat: Gereklilik kısmı için; $\lambda > 0$, $\alpha > 0$ olmak üzere X_1'in dağılımı Weibull$\left(\lambda, \beta = \dfrac{\alpha}{k}\right)$ ve U'nın dağılımı Power$(1,\alpha)$ olsun. (6) eşitliğinden X_1'in dağılım fonksiyonu $F(x) = 1 - e^{-\lambda x^\beta}$ ve $R(x) = \lambda x^\beta$ dir. Buna göre;

$X_{U(k+1)}U$ 'nın dağılım fonksiyonu,

$$P(X_{U(k+1)}U < x) = \int_0^1 F_{k+1}(x/u)\alpha u^{\alpha-1}du \tag{10}$$

(10) eşitliği ile verilen integralde $t = \dfrac{x}{u}$ değişimi yapılırsa

$$= x^\alpha \int_x^\infty F_{k+1}(t)\alpha t^{-\alpha-1}dt \tag{11}$$

elde edilir. (11) eşitliği ile verilen integralde $u = F_{k+1}(t)$ ve $dv = \alpha t^{-\alpha-1}dt$ $v = -t^{-\alpha}$ dönüşümü yapılırsa,

$$= x^{\alpha}[- F_{k+1}(t)t^{-\alpha}\Big|_x^{\infty} + \int_x^{\infty} f_{k+1}(t)t^{-\alpha}dt] = F_{k+1}(x) + x^{\alpha}\int_x^{\infty} f_{k+1}(t)t^{-\alpha}dt \qquad (12)$$

elde edilir. k. rekor değerin olasılık yoğunluk fonksiyonu,

$$f_k(t) = \left(R(x)\right)^{k-1} f(x)/(k-1)! = \frac{\beta(\lambda x^{\beta})^k Exp(-\lambda x^{\beta})}{x(k-1)!} \qquad (13)$$

dir. Buna göre $(k+1)$. rekor değerin olasılık yoğunluk fonksiyonunu (12) eşitliğinde yerine yazılırsa,

$$F_{k+1}(x) + x^{\alpha}\int_x^{\infty} \frac{\beta(\lambda t^{\beta})^{k+1} Exp(-\lambda t^{\beta})}{tk!} t^{-\alpha}dt = F_{k+1}(x) + x^{\alpha}\int_x^{\infty} \frac{\beta(\lambda t^{\beta})^{k+1} Exp(-\lambda t^{\beta})}{k!} t^{-\alpha-1}dt \qquad (14)$$

elde edilir. (14) eşitliğinde yer alan integral içindeki ifadede $\beta = \alpha / k$ veya $\alpha = \beta k$ yazılırsa,

$$F_{k+1}(x) + x^{\beta k}\int_x^{\infty} \frac{\beta\lambda^{k+1}t^{\beta-1} Exp(-\lambda t^{\beta})}{k!}dt \qquad (15)$$

elde edilir. (15) eşitliğinde yer alan integrali alabilmek için

$$\frac{d}{dt}\left[-\frac{\lambda^k \exp(-\lambda t^{\beta})}{k!}\right] = \frac{\beta\lambda^{k+1}t^{\beta-1}\exp(-\lambda t^{\beta})}{k!}$$

türevinden yararlanılırsa (15) eşitliği,

$$F_{k+1}(x) + x^{\beta k}\left[-\frac{\lambda^k \exp(-\lambda t^{\beta})}{k!}\Big|_x^{\infty}\right] = F_{k+1}(x) + \frac{(\lambda x^{\beta})^k \exp(-\lambda x^{\beta})}{k!} \qquad (16)$$

olarak bulunur. (8) formülüne gore,

$$F_k(x) - F_{k+1}(x) = \frac{(\lambda x^{\beta})^k \exp(-\lambda x^{\beta})}{k!}$$

olduğundan (16) formülü k. rekor değerin dağılım fonksiyonu $F_k(x)$'e eşittir.

Yeterlilik kısmı için (5) ve (9) eşitliğinden $x > 0$ için,

$$F_k(x) = \int_0^1 F_{k+1}(x/u)\alpha u^{\alpha-1} du \tag{17}$$

yazılır.

$a = \sup\{x > 0 : F(x) < 1\}$ olsun. $a < \infty$ olması durumunda($a = \infty$ da seçilebilir) (17) eşitliği ile verilen integral parçalanıp $t = x/u$ dönüşümü yapılırsa,

$$\begin{aligned} F_{k(x)} &= \int_0^{x/a} F_{(k+1)}(x/u)\alpha u^{\alpha-1} du + \int_{x/a}^{1} F_{(k+1)}(x/u)\alpha u^{\alpha-1} du \\ &= \int_0^{x/a} \alpha u^{\alpha-1} du + \alpha \int_x^a F_{(k+1)}(t) x^{\alpha} t^{-\alpha-1} dt \\ &= x^{\alpha}/a^{\alpha} + \alpha x^{\alpha} \int_x^a F_{k+1}(t) t^{-\alpha-1} dt \end{aligned} \tag{18}$$

elde edilir. (18) eşitliğinin her iki tarafından x' e göre türev alınır,

$$\begin{aligned} f_k(x) &= \alpha x^{\alpha-1}/a^{\alpha} + \alpha^2 x^{\alpha-1} \int_x^a F_{k+1}(t) t^{-\alpha-1} dt - \alpha x^{-1} F_{k+1}(x) \\ &= \alpha x^{-1}\left[x^{\alpha}/a^{\alpha} + \alpha x^{\alpha} \int_x^a F_{k+1}(t) t^{-\alpha-1} dt - F_{k+1}(x) \right] \end{aligned} \tag{19}$$

ve (18) eşitliği, (19) eşitliğinde yerine konduğunda,

$$x f_k(x) = \alpha\left[F_k(x) - F_{k+1}(x)\right] \tag{20}$$

elde edilir.

Şimdi her $0 < x < a$ için $R(x) > 0$ veya denk olarak $F(x) > 0$ olduğunu gösterelim. (17) eşitliğinin sağ tarafındaki integral, $u \to 0$ için pozitif olduğundan negatif olmayan sürekli fonksiyondur. Böylece $0 < x < a$, $F_k(x) > 0$ dır.

(3) ve (8) eşitlikleri (20) eşitliğinde yerine konursa

$$x\frac{(R(x))^{k-1}}{(k-1)!}f(x)=\alpha\overline{F}(x)\frac{(R(x))^{k}}{k!},$$

$$\frac{dF(x)}{1-F(x)}=\frac{\alpha}{xk}R(x),$$

$$\frac{R'(x)}{R(x)}=\frac{\alpha}{xk},$$

$$\ln R(x)=\ln x^{\alpha/k}+\ln c,$$

$$R(x)=cx^{\alpha/k},\quad c>0$$

$$1-F(x)=\exp\{-R(x)\}=\exp\{-cx^{\alpha/k}\}$$

olmak üzere

$$F(x)=1-\exp\{-cx^{\alpha/k}\},\ x>0 \quad \text{(c keyfi)}$$

elde edilir ve $a=\infty$ için $F(a)=1$ dır.

Böylece, $F(x)=1-\exp\{-cx^{\alpha/k}\}$ $,x\geq 0$ olmak üzere $\lambda=c\,,\beta=\alpha/k$ parametreli Weibull dağılımı elde edilir.

4. SONUÇ

Rekor değerler yardımıyla dağılımların karakterizasyonu problemi, istatistik teorisinde önemli bir yer tutmaktadır. Bunun nedeni, verilen karakterizasyonlar sayesinde örneklemin özelliklerini kullanarak dağılım hakkında bilgi edinmek ve tersine, dağılımı bildiğimizde örneklemin bazı özelliklerini söyleyebilmektir. Öngörü problemlerinin çözümü için rekorların yardımıyla verilen karakterizasyonlar hakkında son yıllarda pek çok çalışmanın yapıldığı ve daha çok sürekli dağılımlar üzerinde durulduğu görülmüştür.

Bu çalışmada rekor değerleri kullanarak Weibull dağılımı için karakterizasyon sonucu, yeni bir teorem ile verilmiştir. Bu karakterizasyonu verirken rasgele değişkenlerin sıkıştırılması tekniği kullanılmıştır.

KAYNAKLAR

AHSANULLAH, M. (1995), *Record Statistics*, Nova Science Publishers Inc. Commack, NY.

CHANDLER, K.N. (1952),*The distribution and frequency of record values*, J.Roy. Statist. Soc. Series B,14,220-228.

ARNOLD, B.C., BALAKRISHNAN, N.and NAGARAJA, H.N., (1998), *Records*, John Wiley&Sons. New York.

BALAKRISHNAN, N. and RAO, C.R. (1998), *Handbook of Statistics*,16.

NEVZOROV, V.B. (2001), *Records*: Mathematical Theory. Translations of Mathematical Monographs 194, American Mathematical Society Providence.

WESOLOWSKI, J. AND AHSANULLAH, M. (2003), *Switching Order Statistics Through Random Power Contractions*, Australian and New Zealand Journal of Statistics ,In Pres.

A NEW CHARACTERIZATIONS OF WEIBULL DISTRIBUTION VIA RANDOM CONTRACTIONS

ABSTRACT

In this paper we investigate a random contraction scheme proposed by Wesolowski and Ahsanullah (2003). The distributional recurrence relations found for the distribution functions of record statistics. This reccurrence relations leads to new characterizations of Weibull distributions.

Key Words: *Record statistics, random contraction, characterization, Power distribution, Weibull distribution.*

SAĞDAN SANSÜRLÜ VERİLER İÇİN PARAMETRİK REGRESYON MODELİ VE KEMİK İLİĞİ NAKLİNDE KULLANIMI

Yüksel TERZİ*, Yüksel BEK**, Mehmet Ali CENGİZ*

ÖZET

Sağkalım analizi çalışmalarında kullanılan veri tipleri genelde sağdan sansürlü verilerdir. Bu tür çalışmalarda amaç, hastalığın sağkalım süresine etki eden prognostik faktörleri (açıklayıcı değişkenler) belirlemektir. Bunun için Cox regresyon modeli (Cox oransal hazard modeli) kullanılmaktadır. Ancak sağkalım süreleri bazen parametrik bir dağılım gösterebilir. Bu durumda parametrik regresyon modelleri kullanılır.

Bu çalışmada kemik iliği naklinde kullanılan interferon-α tedavisinden elde edilen sağdan sansürlü veriler incelendi. Bu veriler kullanılarak Cox regresyon modeli kuruldu ve interferon-α tedavisine etki yapan önemli prognostik faktörler belirlendi. Önemli olduğu düşünülen değişkenler tabakalı alınarak, tabakalı Cox regresyon modeli kuruldu ve tabakalı Cox regresyon modeli ile tabakasız Cox regresyon modeli sonuçları karşılaştırıldı. Ayrıca sağkalım sürelerine uygun parametrik dağılımlar, çeşitli yöntemlerle (AIC, logL, artıklar ve grafik yöntemi) incelendi ve en uygun dağılımın log-normal dağılım olduğu görüldü. Log-normal regresyon modeli ile tabakalı ve tabakasız Cox regresyon modeli sonuçları karşılaştırıldı.

Anahtar kelimeler: *Sağdan sansürlü veri, sağkalım analizi, Cox regresyon modeli, interferon-α tedavisi.*

1. GİRİŞ

Sağlık Bilimleri alanındaki çalışmaların çoğu yeni bir ilacın, uygulamanın veya yeni bir yöntemin kullanımının araştırılması veya hastalığın sebeplerinin ortaya konması ve risk faktörlerinin paylarının belirlenmesi ile ilgilidir. Bazı durumlarda da uygulamaların etki süreleri, olumsuzluğun tekrar nüksetme süreleri veya deneklerin yaşam sürelerinin bilinmesi önem kazanmaktadır.

Bu gibi durumlarda uygulamanın etki süresi, olumsuzlukların yinelenmesine etki eden faktörlerin belirlenmesi, hastaların sağkalım sürelerine etki eden prognostik faktörlerin belirlenmesi, kontrol edilmesi ve izlenmesi ile hastanın yaşam süresinin uzatılması amaçlanmaktadır.

* Ondokuz Mayıs Üniversitesi, Fen-Edebiyat Fak. İstatistik Bölümü (yukselt@omu.edu.tr)
** Ondokuz Mayıs Üniversitesi, Tıp Fakültesi Biyoistatistik Anabilim Dalı

Sağlık alanıyla ilgili çalışmalarda belirli bir süre içinde elde edilen verilerde, bireylerin bir kısmı ölürken, bir kısmı da yaşamını sürdürebilir veya çalışmadan çıkabilir. Yaşamını sürdüren, çalışmadan çekilen veya kaybolan bireylere ait veriler sansürlü veri olarak adlandırılır. Sansürlü veriler için sağkalım analizi yöntemleri kullanılır. Sağlık alanında bir çok kronik hastalıkta olduğu gibi, bir hastalığın varlığı yada yokluğu tek başına sağkalım yada ölüm açısından belirleyici değildir. Hastalıktan hariç olarak bir çok faktör sağkalım süresini uzatabilir veya ölümü hızlandırabilir. Sağkalım analizi çalışmalarında zaman içindeki değişimi dikkate alan ve sansürlü verilerle analiz yapmayı kolaylaştıran bir yönteme ihtiyaç duyulmuştur. Bu yöntem Cox (1972) tarafından önerilen Cox regresyon modelidir.

Son yıllarda değişik hastalık türlerine göre elde edilen verilere parametrik regresyon modelleri uygulanmıştır. Bunlardan Kardaun (1983) ile Klein ve Moeschberger (1997) kemik iliği nakli verilerinin log-normal dağılım, Sickle-Satanello vd.(1988) erkeklerde gırtlak kanseri verilerinin log-lojistik dağılım, Nahman vd. (1992) böbrek diyaliz hastaları verilerinin Weibull dağılım, Kim ve Ibrahim (2000) akciğer kanseri verilerinin Weibull dağılımlı olduklarını göstermişlerdir.

2. COX REGRESYON MODELİ

Sansürlü verilerin yer aldığı sağkalım analizinde, bağımlı değişken (sağkalım süresi) ile açıklayıcı değişkenler (prognostik faktörler) arasındaki neden-sonuç bağıntısını ortaya koymak için yararlanılan regresyon yöntemine Cox regresyon modeli adı verilir. Bu yöntemde modele dahil edilecek açıklayıcı değişkenler sürekli, kesikli yada her ikisinin karışımı olabilmektedir.

Cox regresyon modelinde açıklayıcı değişkenler arasında oransal ilişkiler bulunmaktadır. Bu yüzden Cox regresyon modeline oransal hazard modeli de denilmektedir. Cox regresyon modelinde açıklayıcı değişkenlerin, bağımlı değişkene etkileri çarpımsaldır. Regresyon katsayılarının etkilerinin ölçümünde doğrusal regresyonda β alınırken, Cox regresyon modelinde hazard oranını ifade eden $\exp(\beta)$ alınır (Kleinbaum, 1996).

Cox regresyon modelinde dört varsayım vardır:

i) Açıklayıcı değişkenlerin hazard fonksiyonu üzerine etkileri log-lineer olmalıdır.

ii) Açıklayıcı değişkenlerin log-lineer fonksiyonu ile hazard fonksiyonu arasında çarpımsal bir ilişki vardır.

iii) Zaman ekseni boyunca her hangi iki bireyin hazard oranı (HR) sabittir.

iv) Her bireye ait açıklayıcı değişken değerleri, çalışmanın başlangıcında elde edilmiştir ve çalışma süresince değişmemektedir (Kleinbaum, 1996).

Açıklayıcı değişkenler vektörü $\mathbf{x}$ ve sağkalım süresi t olsun. Böylece bir bireyin açıklayıcı değişkelere göre hazard fonksiyonu $h(t;\mathbf{x})$ ile gösterilir. Bu durumda Cox oransal hazard modelinin matematiksel ifadesi aşağıdaki gibidir:

$$h(t;\mathbf{x})=h_0(t)\exp(\boldsymbol{\beta}'\mathbf{x}) \qquad (1)$$

Bu modelde;

$h(t;\mathbf{x})$: hazard fonksiyonu

x : p*1 boyutlu açıklayıcı değişkenler vektörü
β′ : 1*p boyutlu bilinmeyen regresyon katsayıları vektörü
$h_0(t)$: temel hazard fonksiyonu

göstermektedir. Regresyon modellerin aksine, Cox regresyon modelinde sabit terim yoktur. Sabit terim yerine $h_0(t)$ terimi modelde yer almaktadır.

Cox regresyon modeli yarı-parametrik bir modeldir. Bu modelde $h_0(t)$ ve β katsayıları bilinmeyenler, açıklayıcı değişkenler ise bilinenleri göstermektedir. Ayrıca temel hazard fonksiyonu $h_0(t)$'nin biçimine ilişkin parametrik bir varsayım yapılmaması ve açıklayıcı değişkenlerin hazard fonksiyonu üzerindeki etkisinin ise parametrik olarak ifade edilmesi, bu modelin yarı-parametrik olduğu anlamına gelmektedir.

Cox regresyon modelinde parametre tahminleri kısmi olabilirlik fonksiyonu ile bulunabilir (Klein ve Moeschberger,1997).

$$L(\beta)=\prod_{i=1}^{k}\frac{\exp(\beta' x_i)}{\sum_{j\in R(t_i)}\exp(\beta' x_j)} \tag{2}$$

Tahmin edilen parametrelerin anlamlılıkları ise Wald, Olabilirlik veya Skor testi ile test edilir.

Kurulacak modelin istatistiksel olarak anlamlı olup olmadığı, olabilirlik oran testi ile test edilebilir. Bunun için her ilave değişken için H_0 : β =0 olan yokluk hipotezi test edilir.

$$LR=-2\ln\left[\frac{L_0}{L_i}\right]\sim\chi^2_p \tag{3}$$

(3) eşitliğinde L_0 ortak değişkensiz modelin olabilirlik değerini, L_i ise ortak değişkenli modelin olabilirlik değerini göstermektedir. Bulunan olabilirlik oran testi değeri (LR), p serbestlik dereceli ki-kare dağılımı gösterir. Eğer hipotez reddedilirse ($\beta_i \neq 0$), en az bir regresyon katsayısı sıfırdan farklıdır yani kurulan model geçerlidir denilir.

Modelin önemlilik testi yapıldıktan sonra, elde edilen olabilirlik fonksiyonuna en yüksek katkılı değişkenleri modele alarak, yeni bir model kurmak (azaltılmış model) ve bu modeli tüm değişkenleri kapsayan tam (full) modelle karşılaştırmak gerekir. Bu işlemler olabilirlik oran testi ile yapılabilir. Yokluk hipotezi ve test istatistiği aşağıdaki gibi kurulur:

H_0 : Modelden çıkarılan değişkenlere ait $\beta_i = 0$, i=1,2,…,p

$$LR=-2\ln\left[\frac{L_1}{L_2}\right]\sim\chi^2_{(p_1-p_2)} \tag{4}$$

(4) eşitliğinde L_1 tam modelin olabilirlik değerini, L_2 ise indirgenmiş modelin olabilirlik değerini göstermektedir. Burada p_1 tüm değişkenleri içeren modeldeki değişken sayısı, p_2 ise indirgenmiş modeldeki değişken sayısıdır. Eğer hipotez reddedilirse, değişken

sayısı azaltılmış modelin, tam model kadar iyi olduğu söylenebilir. Bir başka deyişle indirgenmiş model dışında kalan değişkenlerin olabilirlik fonksiyonuna katkısı önemsizdir. Hipotez kabul edilirse, modelden çıkan değişkenin modele katkısı olmadığı anlaşılır.

Oransal hazard modeli için, hazard oranının tüm zaman boyunca sabit olması gerekir. Bir bireyin hazardı diğer bireyin hazardı ile orantılıdır. Bu orantı ise zamandan bağımsızdır.

$$\hat{HR} = \frac{\hat{h}(t,x^*)}{\hat{h}(t,x)} = \exp\left[\sum_{i=1}^{p} \hat{\beta}_i (x_i^* - x_i)\right] = \hat{\theta} \qquad (5)$$

Bir açıklayıcı değişkenin iki veya daha çok kategorisi için hazard oranları kesişiyorsa oransal hazard varsayımı gerçekleşmez (Kleinbaum, 1996).

Oransal hazard varsayımını sağlayan değişkenler Cox regresyon modeline dahil edilirken, bu varsayımı sağlamayan değişkenler ise modele katılmazlar. Oransal hazard varsayımını sağlamayan bir açıklayıcı değişken tabakalar haline getirilerek, Cox regresyon modeli yeniden düzenlenir.

$z_1,\dots,z_k$ oransal hazard varsayımını sağlamayan değişkenler ve $x_1,\dots,x_p$ ise oransal hazard varsayımını sağlayan değişkenler olsun. Tabakalı Cox regresyon modelini uygulamak için, önce oransal hazard varsayımını sağlamayan ve etkisi önemli olduğu düşünülen bir z^* değişkeni tabakalara ayrılır ve her bir kategori bir tabaka olarak alınır. Bu durumda tabakalı Cox regresyon modeli aşağıdaki gibi yazılabilir:

$$h_g(t,\mathbf{x})=h_{0g}(t)\exp[\beta_1 x_1+\beta_2 x_2+\dots+\beta_p x_p] \quad , \quad g=1,2,\dots,k^* \qquad (6)$$

Bu modelde g, z^* ile tanımlanan tabakalı değişkenlerin indisini göstermektedir. Oransal hazard varsayımını sağlayan değişkenler $(x_1,\dots,x_p)$ modelde yer alırken, oransal hazard varsayımını sağlamayan değişkenler $(z_1,\dots,z_k)$ ise modelde yer almamaktadır. Ayrıca her bir tabaka için temel hazard fonksiyonları $[h_{0g}(t)]$ farklı iken, $\beta_1,\beta_2,\dots,\beta_p$ regresyon katsayıları aynıdır (Kleinbaum, 1996).

2.1. Cox Regresyon Modelinde Artıklar

Literatürde artıklarla ilgili olarak sunulan ilk artık yöntemi Cox-Snell (1968) artıklarıdır. Cox-Snell artıkları Cox regresyon modelinin uyum iyiliğini ölçmek için kullanılır. Bu artıklar aşağıdaki gibi tanımlanır:

$$r_j = \hat{H}_0(t_j)\theta_j \ , \ j = 1,\dots,n \qquad (7)$$

Burada θ_j

$$\theta_j = \exp\left(\sum_{i=1}^{p} \beta_i x_{ji}\right), \ j = 1,2,\dots,n$$

olarak tanımlanır. Bu ifadede β'lar tahmin edilen regresyon katsayılarını göstermektedir. (7) eşitliğinde $\hat{H}_0(t_j)$ birikimli temel hazard fonksiyonunun tahmin edicisidir (Klein ve Moeschberger,1997).

$$\hat{H}_0(t_j) = \sum_{t_i \le t_j} \frac{d_i}{\sum_{r \in R(t_i)} \theta_r}$$

Burada d_i, t_i zamanındaki ölen bireylerin sayısını, $R(t_i)$ ise risk altındaki birey sayısını göstermektedir.

3. PARAMETRİK REGRESYON MODELİ

Sağkalım zamanı verilerinin logaritması ile ortak değişkenlerin değerleri arasındaki ilişki doğrusaldır. Sağkalım zamanının logaritması alınarak ortak değişkenlerin yer aldığı doğrusal model aşağıdaki gibi kurulur.

$$y=\ln(t)=\mu+ \boldsymbol{\beta}'\mathbf{x}+\sigma W \tag{8}$$

Bu modelde W hata dağılımı değişkenidir. Sansürlü verilerde W rasgele değişkeni için çeşitli modeller kurulabilir. Mesela W'nin dağılımı Weibull modelinde standart uç değer dağılımı, log-lojistik dağılımda standart lojistik dağılım, log-normal dağılımda ise standart normal dağılım gösterir.

Seçilen parametrik modelin uygun olup olmadığı grafik yöntemi, artıklar, logL değerleri ve Akaike bilgi kriteri (AIC) ile kontrol edilebilir. Parametrik regresyon modellerinden Weibull regresyon modeli için hazard fonksiyonu ve sağkalım fonksiyonu aşağıdaki gibidir (Klein ve Moeschberger,1997):

$$h(t;\mathbf{x})=h_0(t)\exp(\boldsymbol{\beta}'\mathbf{x})= \alpha\lambda(\lambda t)^{\alpha-1} \exp(\boldsymbol{\beta}'\mathbf{x}) \tag{9}$$

$$S(t;\mathbf{x})=\{\exp[-(\lambda t)^{\alpha}]\}^{\exp(\boldsymbol{\beta}'\mathbf{x})} \tag{10}$$

4. UYGULAMA

Kemik iliği nakli akut lösemili hastalar için standart bir tedavidir. Lösemiler için kemik iliği naklinde interferon-α tedavisi kemoterapiden daha iyi sonuç verir. Bunun için kemik iliği naklinde interferon-α tedavisi önerilmiştir. İnterferon iğne ile verilen bir ilaç tedavisidir. Konu ile ilgili olarak, Temmuz 1991 ile Temmuz 1999 yılları arasında Ankara Ün. İbni Sina Has., İstanbul Ün. Tıp. Fak. ve GATA Kemik İliği Nakli Bölümlerinden alınan 106 hastaya ait veriler aylık incelenmiştir. Hastalardan 48 tanesi ölü, 58 tanesi ise sansürlü gözlem olarak incelenmiştir.

Önce kesikli ve sürekli açıklayıcı değişkenler ayrı ayrı test edilip, oransal hazard varsayımını sağlayıp sağlamadığı incelendi. Sonuçta interferon-α (x_1), genetik bozukluk (x_2), kronik gvhd (x_3), nakil sonrası durum (x_4), nakil esnasında ölüm (x_5), risk (x_6), ölüm nedenleri (x_7) , yaşkod*x_7 , x_3*x_7 ve x_5*x_7 değişkenleri önemli bulunup, modele alınmışlardır. Burada sürekli bir açıklayıcı değişken olan yaş önemsiz bulunmuştur. Ancak önemli olduğu düşünülen bu değişken uygun biçimde kodlanarak yeniden incelenmiş ve modele katılımı sağlanmıştır. Tablo 1'de Cox regresyon modeli sonuçları verilmiştir.

Tablo 1. Cox regresyon modeli sonucu

Değişkenler	B	SE	Wald	sd	P	Exp(B)	Exp(B) için güven aralığı Alt sınır	Üst sınır
x_1	-.724	.404	3.203	1	.073	.485	.220	1.071
x_3	-2.828	.944	8.971	1	.003	.059	.009	.376
x_4	.940	.346	7.386	1	.007	2.559	1.300	5.041
x_5	6.411	1.666	14.804	1	.000	608.370	23.223	15937.471
yaşkod*x_7	.879	.143	37.729	1	.000	2.407	1.819	3.186
x_5*x_7	-1.662	.517	10.325	1	.001	.190	.069	.523

Kemik iliği naklinde cinsiyet uygunluğu ve transplant tipi açıklayıcı değişkenleri tabaka olarak alınarak, tabakalı Cox regresyon modeli yapılmış ve Tablo 1'deki aynı sonuçlar elde edilmiştir. Transplant yılı (<1995, ≥1995) tabaka olarak alındığında ise Tablo 1'den farklı sonuç bulunmuştur.

Tablo 2. Transplant yılı değişkeninin tabakalı alındığı Cox regresyon modeli sonucu

Değişkenler	B	SE	Wald	sd	P	Exp(B)	Exp(B) için güven aralığı Alt sınır	Üst sınır
x_3	-2,840	,980	8,397	1	,004	,058	,009	,399
x_4	,978	,374	6,850	1	,009	2,659	1,278	5,532
x_5	5,895	1,542	14,605	1	,000	363,157	17,666	7465,337
yaşkod*x_7	,882	,150	34,605	1	,000	2,416	1,801	3,242
x_5*x_7	-1,642	,493	11,067	1	,001	,194	,074	,509

Verilerin parametrik bir dağılım gösterip göstermediği araştırılmıştır. Sağkalım analizi çalışmalarında önemli bir yer tutan bazı dağılımlara göre verilerin uygunluğuna bakılmıştır. Elde edilen sonuçlar Tablo 2'de verilmiştir.

Tablo 3. Bazı dağılımların logL ve AIC değerleri

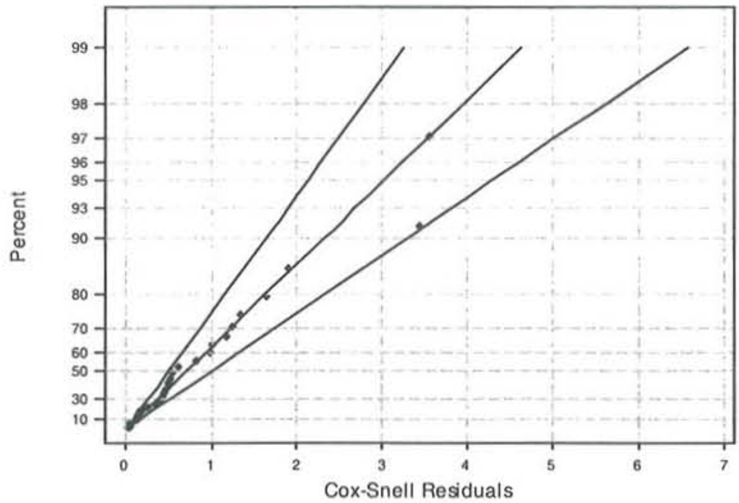
Dağılımlar	logL	AIC
Üstel	-60.430067	138,860
Weibull	-58.392668	136,785
Log-lojistik	-56.767342	133,534
Log-normal	*-56.728226*	*133,456*

Tablo 3'den interferon-α verisi için en uygun dağılımın log-normal dağılım olduğu tespit edilmiştir. Böylece log-normal dağılıma göre regresyon modeli yeniden kurulmuş ve elde edilen sonuçlar Tablo 4'de gösterilmiştir.

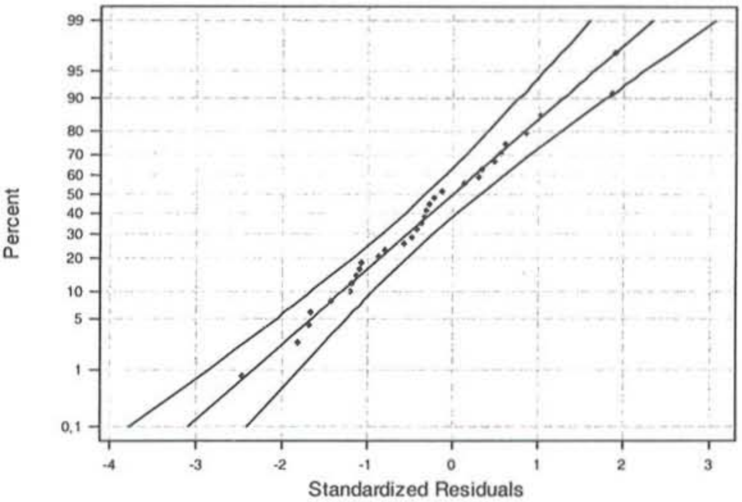
Tablo 4. Log-normal dağılıma göre regresyon modeli sonucu

Değişkenler	B	S.E.	Z	P	Güven Aralığı	
Kesen(μ)	1.4811	0.2995	4.94	0.000	0.8940	2.0682
x_1	0.1723	0.1064	1.62	0.105	-0.0363	0.3808
yaşkod	0.0652	0.1049	0.62	0.534	-0.1404	0.2709
x_2	0.1039	0.0841	1.24	0.217	-0.0609	0.2688
x_3	0.8101	0.2552	3.17	0.001	0.3100	1.3103
x_4	-0.2722	0.0919	-2.96	0.003	-0.4523	-0.0921
x_5	-1.3312	0.2486	-5.35	0.000	-1.8184	-0.8440
x_6	0.0110	0.0599	0.18	0.853	-0.1063	0.1284
x_7	-0.1617	0.1675	-0.97	0.335	-0.4901	0.1667
yaşkod*x_7	-0.1923	0.0754	-2.55	0.011	-0.3403	-0.0444
x_3*x_7	-0.1449	0.1843	-0.79	0.432	-0.5061	0.2163
x_5*x_7	0.5266	0.1410	3.73	0.000	0.2502	0.8030
Ölçek(σ)	0.3164	0.0419			0.2439	0.4102

Log-normal regresyon modelinin uygunluğu için Cox-Snell ve standardize edilmiş artıklar Şekil 1 ve Şekil 2'de verilmiştir. Bu iki artık eğrilerinde bir sapma olmadığından, bulunan log-normal modelin uygun olduğu söylenebilir.

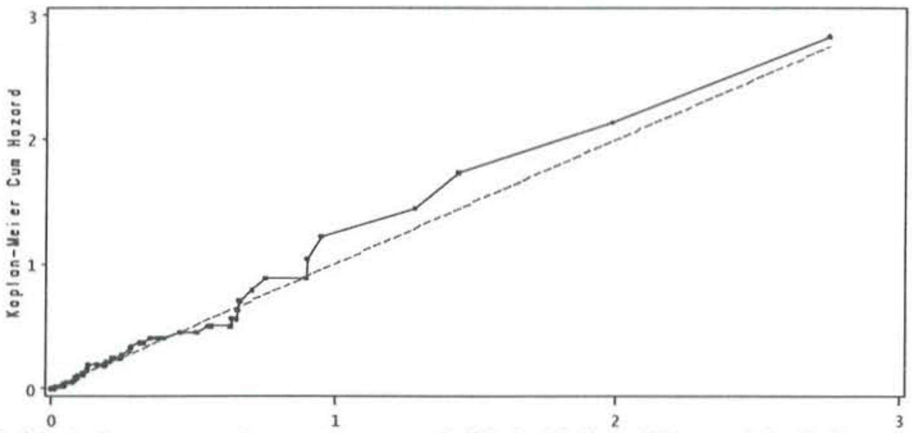


Şekil 1. Log-normal regresyon modeli için Cox-Snell artıkları



Şekil 2. Log-normal regresyon modeli için standardize edilmiş artıklar

Parametrik regresyon modellerinin uygunluğu grafik yöntemiyle de görülebilir. Log-normal dağılımlı regresyon modeli için grafik sonucu Şekil 3'de verilmiştir.



Şekil 3. Log-normal regresyon modeli için birikimli hazard fonksiyonu eğrisi

5. SONUÇ

Kemik iliği naklinde kullanılan interferon-α tedavisi ile ilgili çalışmada elde edilen veriler sağdan sansürlü verilerdir. Sağdan sansürlü bu veriler kullanılarak kurulan Cox regreyon modelinde, Tablo 1'de görüldüğü gibi x_1 (interferon-α), x_3 (kronik gvhd), x_4 (nakil sonrası durum), x_5 (nakil esnasında ölüm) değişkenleri ve yaşkod*x_7 ile x_5*x_7 etkileşimleri önemli bulunmuştur. Tablo 1'de önemli bulunan x_1 değişkenin hazard oranı [exp(B)=0,485] birden küçük çıkmış olup, bu ifade bize inteferon alan hastaların ölüm riski almayanlara göre %51,5 daha az demektir. Diğer değişkenlerde benzer biçimde yorumlanabilir.

"Cinsiyet uygunluğu" ve "transplant tipi" açıklayıcı değişkenleri tabakalı olarak alınarak, tabakalı Cox regresyon modeli yapıldı ve Tablo 1'deki sonuçlar elde edildi. Bu iki açıklayıcı değişkenin oransal hazard varsayımını sağlamaması bu sonucun elde edilmesine neden olmuştur.

"Transplant yılı" tabaka alındığında ise Tablo 1'de önemli bulunana açıklayıcı değişkenlerden x_1 değişkeni önemsiz bulunmuştur. Bunun nedeni incelendiğinde ise, transplant yılının oransal hazard varsayımını sağladığı ve 1995 yılından küçük olan yıllarda inteferon-α tedavisinin farklı sonuç gösterdiği görüldü.

Log-normal regresyon modelinde ise, Cox regresyon modelinde önemli bulunan x_1(interferon-α) değişkeni önemsiz bulunmuştur. Yani log-normal regresyon modeli ile transplant yılının tabakalı alındığı tabakalı Cox regresyon modelinde aynı değişkenler önemli bulunmuştur. Tablo 3'de önemli bulunan x_4 (nakil sonrası durum) değişkeninin regresyon katsayısı -0,2722 bulunmuştur. Bu ifade bize Akut, Kronik ve Akut+Kronik aşamalarındaki hastalar, nakil sonrası bu belirtilerin olmadığı hastalara göre daha az yaşadığını göstermektedir. Diğer önemli bulunan değişkenler benzer biçimde yorumlanabilir.

Bu çalışmaya öneri olarak parametre tahminlerinin Bayesci yaklaşımla bulunması ve yine Bayesci yaklaşım yeni model kurulumu yapılarak, sonuçlar karşılaştırılabilir. Ayrıca değişik hastalık türleriyle yeni parametrik modeller kurularak, tabakalı ve tabakasız Cox regresyon modelleriyle sonuçlar tartışılabilir.

KAYNAKLAR

COX, D.R. (1972), Regression models and life tables, Journal of the Royal Statistical Society, 34, 187-220.

COX, D.R. and Snell, E.J. (1968), A general definition of residuals (with discussion), Journal of the Royal Statistical Society, B, 30, 248-275.

HOSMER, D.W. and Lemeshow, S. (1999), Applied Survival Analysis: Regression Modeling of Time to Event Data, Wiley, John and Sons, Erişim: [http://www.ats.ucla.edu/stat/sas/examples/asa/default.htm]. Erişim Tarihi: 25.09.2003

KARDAUN, O. (1983), Statistical Analysis of Male Larynx-Cancer Patients-A case Study, Statistical Nederlandica, 37, 103-126.

KIM, S.W. and IBRAHIM, J.G. (2000), On Bayesian Inference for Proportional Hazards Models Using Noninformative Priors, Lifetime Data Analysis, 6, 331-341.

KLEIN, J.P. and MOESCHBERGER, M. L. (1997), Survival Analysis-Techniques for Censored and Truncated Data, Springer.

KLEINBAUM, D.G. (1996), Survival Analysis, A Self Learning Text, Springer, New York.

NAHMAN, N.S., MIDDENDORF, D.F., BAY, W.H., MCELLIGOTT, R., POWELL, S. and ANDERSON, J. (1992), Modification of the Percutaneous Approach to Peritoneal Dialysis Catheter Placement Under Peritoneoscopic Visualization: Clinical Results in 78 Patients, Journal of the American Society of Nephrology 3, 103-107.

Sickle-Santanello, B.J., Farrar, W.B., Keyhani-Rofagha, S., Klein, J.P., Pearl, D., Laufman, H., Dobson, J. and O'Toole, R.V. (1988), A Reproducible System of Flow Cytometric DNA Analysis of Paraffin Embedded Solid Tumors: Technical Improvements and Statistical Analysis, Cytometry 9, 594-599.

EK

Uygulamada elde edilen sonuçların kullanıldığı SAS macro programı (Hosmer ve Lemeshow, 1999):

```
title 'model building';
proc phreg data=ifn;
   model dfs*event(0)=yaskod x1 x2 x3 x4 x5 x6 x7 int1 int2 int3;
   int1=yaskod*x7; int2=x3*x7; int3=x5*x7; run;

title 'proportionality assumption';
proc phreg data=ifn;
  model dfs*event(0)=x1 x3 x4 x5 int1 int3  t1 t3 t4 t5 gint1 gint3;
        t1=x1*log(dfs); t3=x3*log(dfs); t4=x4*log(dfs); t5=x5*log(dfs);
        int1=yaskod*x7; int3=x5*x7;
        gint1=int1*log(dfs); gint3=int3*log(dfs);
proportionality_test: test t1, t3, t4, t5, gint1, gint3; run;

title 'Cox-Snell residuals';
proc phreg data = ifn;
   model dfs*event(0) =yaskod x1 x2 x3 x4 x5 x6 x7 int1 int2 int3;
    int1=yaskod*x7; int2=x3*x7; int3=x5*x7;
    output out = figure1_1 LOGSURV = h; /*-logsurv is the cox-snell residual*/ run;
data figure1_1a;
        set figure1_1; h = -h; cons = 1; run;
proc phreg data = figure1_1a ;
  model h*event(0) = cons; output out = figure1_1b logsurv = ls /method = ch; run;
  data figure1_1c; set figure1_1b; haz = - ls; run;
proc sort data = figure1_1c; by h; run;
title "Cox-Snell Residulas";
        axis1 order = (0 to 3 by .5) minor = none;
        axis2 order = (0 to 3 by .5) minor = none label = ( a=90);
        symbol1 i = stepjl c= blue; symbol2 i = join c = red l = 3;
proc gplot data = figure1_1c;
plot haz*h =1 h*h =2 /overlay haxis=axis1 vaxis= axis2;
label haz = "Estimated Cumulative Hazard Rates"; label h = "Residual"; run; quit;

title 'Parametric regression models';
ods output ParameterEstimates (match_all=bydist persist=proc) = ifn1;
proc lifereg data = ifn;
        model dfs*event(0)=yaskod x1 x2 x3 x4 x5 x6 x7/distribution=exponential; run;
proc lifereg data = ifn;
  model dfs*event(0)= yaskod x1 x2 x3 x4 x5 x6 x7 /distribution=weibull;run;
```

```
proc lifereg data = ifn;
model dfs*event(0)= yaskod x1 x2 x3 x4 x5 x6 x7 /distribution=llogistic; run;
proc lifereg data = ifn;
        model dfs*event(0)= yaskod x1 x2 x3 x4 x5 x6 x7 / distribution=lognormal;run;
ods output close;
        data ifn1; set &bydist; retain group 0; keep parameter estimate stderr group;
        if parameter = "Intercept" then group= group+1; run;
 proc format;
        value group    1= "Exponential"  2 = "Weibull"
                       3 = "Log Logistic"  4 = "Log Normal"
 run; options nocenter formchar='|----|+|---+=|-/\<>*';
 proc tabulate data=ifn1;
   format group group.; class group parameter; var estimate stderr;
   table parameter='', group=' '*(estimate='Est' stderr='SE')*sum=' '*f=5.3/RTS=13; run;
ods output close;
        data ifnbtm; set &bydist; lagv = lag(cvalue1);
        if label1 = "log likelihood" or label1="name of distribution";
        keep nvalue1 aic; if lagv = "Exponential" then aic = -2*nvalue1 + 2*(8 +1);
        else aic = -2*nvalue1 + 2*(8+1+1);   if nvalue1 ~=.;
run; data ifnbtm1; set ifnbtm;   id = _n_; run;
proc format;
        value group    1 = "Exponential"  2 = "Weibull"
                       3 = "Log Logistic"  4 = "Log Normal" run;
proc print data=ifnbtm1(rename=(nvalue1=LogL)) noobs;
        format id group.;  var id LogL AIC; run;
```

title 'Cox-Snell residual plot for log normal regression model';

```
proc reliability data =ifn1;
        distribution lognormal; model dfs*event(0) = yaskod x1 x2 x3 x4 x5 x6 x7
                /obstats (survival);
ods output ModObstats = figure1_1; run;
        data figure1_1a; set figure1_1; h = -log(surv); run;
proc phreg data = figure1_1a ;
        model h*event(0) = ; output out = figure1_1b logsurv = ls /method = ch; run;
        data figure1_1c; set figure1_1b; haz = - ls; run;
proc sort data = figure1_1c; by h; run;
        axis1 order = (0 to 2 by .5) minor = none;
        axis2 order = (0 to 2 by .5) minor = none label = ( a=90);
        symbol1 i = i=l1p c= blue; symbol2 i = join c = red l = 2;
proc gplot data = figure1_1c;
        plot haz*h =1 h*h =1 /overlay haxis=axis1 vaxis= axis2;
        label haz = "Estimated Cumulative Hazard Rates"; label h = "Residual";
run; quit;
```

PARAMETRIC REGRESSION MODEL FOR RIGHT CENSORED DATA WITH APPLICATION TO BONE MARROW TRANSPLANT

ABSTRACT

The data type used in survival analysis is generally right censored data. The aim in this kind of studies is to determine prognostic factors which have effects on survival time. For the above reason Cox regression model is used. Nevertheless survival times sometimes may have parametric distribution. In this case parametric regression models are used.

In this study, the right censored data obtained from interferon-α treatment used in bone marrow transplant were investigated. Using this data, Cox regression model was constructed and prognostic factors, which have effects on interferon-α treatment, were determined. Taking variables which are thought important, as stratified, stratified Cox regression model was constructed. Stratified Cox regression model and Cox regression model was compared. Also parametric distributions, which a suitable for survival times, were examined using various methods such as AIC, LogL, residuals and graphic method. Log-normal regression model was selected as the most appropriate model. Latter model and the other models examined in this study are compared.

Key Words: *Right censored data, survival analysis, Cox regression model, interferon-α treatment*

İstatistik Araştırma Dergisi Cilt 03 No 01 Sayfa 21-34 Nisan 2004

BÖLÜNMÜŞ PARSELLERİN ENDÜSTRİYEL DENEY TASARIMINDA KULLANIMI VE DÖRT DÜZEYLİ ETKENLERİN BU TASARIMLARA YERLEŞTİRİLMESİ

İbrahim MUTER*

ÖZET

Birçok alanda yaygın bir şekilde kullanılan deney tasarımları endüstride ürün ve süreçlerin performansını incelemede ve geliştirmede kullanılmaktadır. En yaygın şekilde kullanılan deneyler iki düzeyli çoketkenli deneylerdir. Bu deneyler tamamiyle rasgele bir düzen içinde yapılır. Ancak bazı durumlarda deneyleri bu düzende yapmak pratik veya mümkün olmayabilir. Kimi zaman, etkenlerden bazılarının düzeylerinin değiştirilmesi zor veya maliyetlidir veya süreç üzerinde belirli fiziksel kısıtlamalar söz konusudur. Bu tip durumlarda etkenlerin ana parsel ve alt parsel olarak ayrıldığı bölünmüş parsel tasarımlar kullanılır.

Bu çalışmada iki düzeyli çoketkenli tasarımlardan oluşan bölünmüş parsel tasarımların ana özellikleri ve karışma yapıları ortaya konulmuş ve deneyin amacına göre yapılacak kesirlemenin nasıl belirleneceği gösterilmiştir. Ayrıca etkenler arasında dört düzeyli olanların bulunması durumunda bu etkenlerin tasarıma nasıl yerleştirildiği ve uygun tasarımların nasıl seçildiği konusu hipotetik örneklerle açıklanmıştır.

Anahtar Kelimeler: *Bölünmüş parseller, güçlü tasarım, eşdeşlik, kesirli çoketkenli tasarımlar.*

1. GİRİŞ

Deney tasarımları, istatistiksel kalite kontrol literatüründe üzerinde sıkça durulmakta olan bir konudur. Endüstride yapılan deneylerde amaç, bir ürün veya üretim sürecini etkileyen etkenlerin belirlenmesi ve bu etkenlerin uygun düzeylerinin, belirli tasarım kriteri veya performans ölçüsünün eniyilemesi için bulunmasıdır. Endüstride en sık kullanılan tasarımlar iki düzeyli çoketkenli tasarımlar ve Taguchi'nin öne sürdüğü güçlü tasarımlardır.

n adet etkenin iki düzeyinin ele alındığı 2^n çoketkenli tasarımlar, iki düzeyli çok sayıda etkenin bir kalite karakteristiği üzerindeki ortak etkilerinin incelenmesini sağlar. Etken sayısı n fazla olduğunda, deneyin maliyeti oldukça artar ve deneyin yapılmasını imkansız hale getirebilir. Bu durumda, tüm çoketkenli deneyin sadece bir kesirinin

* Celal Bayar Üniversitesi İ.İ.B.F. İşletme Bölümü, MANİSA, email: ibrahim.muter@bayar.edu.tr

düzenlendiği kesirli çoketkenli tasarımlar kullanılır. Çoketkenli ve kesirli çoketkenli tasarımlar ile ilgili bilgi Montgomery (2000)'de bulunabilir.

Bazı deneylerde kimi etkenlerin düzeylerinin değiştirilmesi diğerlerine göre daha zor veya maliyetlidir. Bu durumlarda, çoketkenli deneydeki denemeleri rasgele bir sırada yapmak oldukça masraflı ve zaman alan bir iştir. Bu durumda etkenlerin ana parsel ve alt parsel etkenleri olarak ayrıldığı bölünmüş parsel tasarımlar kullanılır. Ayrıca, süreç üzerinde belirli kısıtlamalar söz konusu olduğunda da bu tasarımlar kullanılır. Bu tasarımlarda, bazı etkenlerin düzeyleri sabit tutulurken, diğer etkenlerin bu sabit etkenler altında tüm kombinasyonları veya tüm kombinasyonlarının kesirleri (kesirli çoketkenli bölünmüş parsel tasarımlar) düzenlenir (Kowalski, 2002).

Taguchi'nin öne sürdüğü güçlü tasarımlarda amaç, ürün ve üretim sürecinde tasarım etkenlerinin uygun ayarlamalarını bularak gürültü etkenlerinden doğan değişkenliğin sebep olduğu etkiyi en aza indirgemektir. Taguchi'nin yaklaşımı iç ve dış dizinlere dayanır. Ancak bu iki dizinin küçük olduğu durumlar hariç, Taguchi'nin yaklaşımı ile düzenlenen deneyler çok sayıda deneme gerektirmektedir. Box ve Jones (1992)'un çalışması, Taguchi'nin önerdiği deneylerden daha kolay yapılabilen ve etkin sonuçlar sağlayan bölünmüş parsel ve şerit parsel tasarımları sunmaktadır. Ayrıca Taguchi yaklaşımlarına dair eleştiriler Box, Bisgaard ve Fung (1988)'da bulunabilir.

Taguchi'nin yaklaşımına göre iç dizine tasarım etkenleri, dış dizine ise gürültü etkenleri yerleştirilir. Box ve Jones (1992)'da belirtildiği gibi gürültü etkenleri yerine çevre etkenleri tabirini kullanmak daha uygundur. Genel olarak Taguchi'nin kullandığı iç dizin yerine ana parsel ve dış dizin yerine ise alt parsel ibareleri kullanılacaktır.

İkinci bölümde iki düzeyli çoketkenli tasarımlardan oluşan bölünmüş parsel tasarımların ana özellikleri verilecektir. Üçüncü bölümde kesirli çoketkenli bölünmüş parsel tasarımların özellikleri incelenecek ve deneyin amacına göre yapılacak kesirlemenin nasıl belirleneceği hipotetik örneklerle gösterilecektir. Son bölümde ise, etkenler arasında dört düzeyli olanların bulunması durumunda bu etkenlerin tasarıma nasıl yerleştirileceği ve uygun tasarımların nasıl seçileceği konusu gene hipotetik örneklerle açıklanacaktır.

2. BÖLÜNMÜŞ PARSEL TASARIMLARIN ÖZELLİKLERİ

Bölünmüş parsel tasarımda etkenler, ana parsel ve alt parsel etkenleri olarak ikiye ayrılır. Bu tasarımlar $2^{k_1+k_2}$ şeklinde gösterilebilir. Örnek olarak bir kalite karakteristiğini etkileyen beş etkenin bulunduğu ve bunlardan üçünün tasarım etkeni, ikisinin çevresel etken olduğu varsayılıp (k_1=3 k_2=2), deney Taguchi yaklaşımına göre Tablo 1'deki şekilde kurulabilir.

Görülmektedir ki, ana parseldeki her denemede ana parsel etkenlerinin düzeyleri sabit iken, alt parseldeki etkenlerin tüm düzey kombinasyonları denenmektedir. Deneme sıralarının rasgele olmaması rasgelelik üzerinde bir kısıt teşkil etmektedir. Her ana parsel denemesinde tüm alt parsel işlemleri denenebildiğinden alt parsel rasgele blok tasarım olarak yapılmaktadır. Ana parsel denemeleri ise rasgele yapılabildiğinden ana parsel tasarımı tamamlanmış rasgele tasarım şeklinde yapılır.

Tablo 1. k_1=3 k_2=2 Bölünmüş Parsel Tasarım

A	B	C	p: - / q: -	p: + / q: -	p: - / q: +	p: + / q: +
-	-	-	.	.	.	.
+	-	-	.	.	.	.
-	+	-	.	.	.	.
+	+	-	.	.	.	.
-	-	+	.	.	.	.
+	-	+	.	.	.	.
-	+	+	.	.	.	.
+	+	+	.	.	.	.

Ana parsel ve alt parsel için hata terimleri farklıdır. Ana parsel ve alt parsel hataları, ortalamaları 0, varyansları σ^2_{ana} ve σ^2_{alt} olacak şekilde normal dağılan bağımsız rastsal değişkenlerdir. Ana parsel etkenleri ana parsel hatası ile, alt parsel etkenleri ve ana parsel x alt parsel etken etkileşimleri alt parsel hatası ile test edilir. Bölünmüş parsel tasarımlarda ana parsel hatası her zaman alt parsel hatasına göre daha büyüktür. Tasarım ve çevre etkenleri çoketkenli kombinasyonlar olduğundan, ikiden çok etkenin etkileşimlerinin ihmal edilebilir olduğu varsayılabilir. Bu tasarım için varyans analizi tablosu Tablo 2'dedir.

Tablo 2. Varyans Analizi Tablosu

Kaynak		S.D.	Kaynak		S.D.
Ana Parsel	A	1	Alt Parsel	p	1
	B	1		q	1
	C	1		pxq	1
	AxB	1		Axp	1
	AxC	1		Axq	1
	BxC	1		Bxp	1
				Bxq	1
				Cxp	1
				Cxq	1

Etkileri önemli olan etkenleri bulmak için her iki parsel için ayrı normal olasılık grafikleri çizilmelidir. Normal olasılık grafikleri deneyin tekrarının yapılamadığı durumlarda önem testlerinin yapılmasını sağlar. Bu grafikler Daniel (1959) tarafından geliştirilmiştir. Hata çizgisinden sapma gösteren noktalar kalite karakteristiği üzerinde önemli etkisi bulunan etkenlerdir. Loeppky ve Sitter (2002) kesirli çoketkenli bölünmüş parsel tasarımlarda önemli etkenlerin bulunmasında Lenth (Lenth,1989), permütasyon ve yarı normal grafik metotlarını ayrı ayrı denemiştir. Önemli etkenlerin bulunmasında bir diğer yöntem de, ana parsel hatasının ana parsel etkenlerinin ikiden fazla etkileşimlerinin etkilerinin toplanması ile, alt parsel hatasının ise alt parsel etkenlerinin ve alt parsel x ana parsel etkenlerinin ikiden fazla etkileşimlerinin etkilerinin toplanması ile tahmin edilmesine dayanır (Box and Jones, 1992).

Deneyin tekrar olmadan yapıldığı düşünüldüğünde, ana parsel hatası için serbestlik derecesi 2^{k_1}-1 formülünden 7 olarak bulunur. Alt parsel hatası için serbestlik derecesi ise $2^{k_1}(2^{k_2}$-1) formülünden 24 olarak bulunur. Örnekte de görüldüğü gibi alt parsel hatası serbestlik derecesi her zaman için ana parsel hatası serbestlik derecesinden daha büyüktür.

Bu bilgilere dayanarak Taguchi yaklaşımına göre düzenlenen örnekte, ana parselde yer alan tasarım etkenlerinin etki testleri alt parseldeki çevre etkenlerine göre daha düşük bir kesinlik ile yapılmaktadır. Box ve Jones (1992)'da da belirtildiği gibi güçlü tasarımlarda önemli etkenler, tasarım etkenleri ve bu etkenlerin çevre etkenleri ile olan etkileşimleridir ve çevre etkenlerinin karşılaştırılmasında daha az test gücüne izin verilebilir. Bu sebepten dolayı çevre etkenlerinin ana parsellere atanması önerilmiştir. Sadece tasarım ve çevre etkenleri arasındaki farklılığa dayanarak rasgelelik üzerine bir kısıtlama getirmek ve test gücünü azaltmak önerilmez. Ancak etkenlerden bazılarının (çevre etkenleri) düzeylerini değiştirmek zor veya masraflı, diğerlerinin (tasarım etkenleri) düzeylerini değiştirmek kolay ise bölünmüş parsel tasarımların neden olduğu test gücündeki azalma, bu tasarımların ekonomikliği ile dengelenebilir. Düzeylerinin değiştirilmesi zor olan etkenlerin ana parsele, kolay olan etkenlerin ise alt parsele atanması ile deneyin yapılması mümkün hale gelebilir. Bunun ile ilgili örnekler Bisgaard (2000)'da bulunabilir.

3.KESİRLİ ÇOKETKENLİ BÖLÜNMÜŞ PARSEL TASARIMLARIN ÖZELLİKLERİ

Çoğu durumda tüm $2^{k_1+k_2}$ denemeyi gerçekleştirmek için gerekli kaynağa sahip olunamaz. Ayrıca bazen her parselde tüm alt parsel denemelerini gerçekleştirmek mümkün olmayabilir. Bu durumlarda kesirli çoketkenli bölünmüş parsel tasarımlar kullanılır. Bu tasarımlar $2^{k_1-p_1}x2^{k_2-p_2}$ şeklinde gösterilir. Kesirli çoketkenli bölünmüş parsel tasarımların yapıları ve özelliklerine Bisgaard (2000) tarafından değinilmiştir. Bu tasarımların yapısını anlatmadan önce çözüm (resolution) ve en az sapma (minimum aberration) kavramlarından bahsetmek gerekir.

Bir tasarımın çözüm derecesi, tanımlayıcı bağıntı yapısındaki en kısa kelimenin uzunluğudur. Çözüm derecesi ile, kesirleme sonucu ortaya çıkan eşdeşlik yapısının karmaşıklığı konusunda bilgi sahibi olunur. Tanımlayıcı bağıntısı I=ABCD olan bir tasarımın çözüm IV (resolution IV) olduğu söylenir. Bu demektir ki ana etkiler, ikiden fazla etkenin etkileşimlerinin ihmal edilebilir olduğu varsayımında hiçbir etken ile eşdeş değildir. Ancak iki etken etkileşimler birbirleri ile eşdeşdirler. En az sapma ise aynı çözüme sahip tasarımları karşılaştırma olanağı sağlar. Bu kavram Fries ve Hunter (1980) tarafından ortaya çıkartılmıştır. En az sapmaya sahip tasarımı(minimum aberration design) bulmak için W ile gösterilen kelime uzunluğu yapısının (word length pattern) bilinmesi gerekir. $A_i(D)$, D tanımlayıcı bağıntı yapısında i uzunluğundaki kelimelerin sayısını gösterirse;

$$W=(A_1(D), A_2(D), A_3(D), \ldots)$$

şeklindedir. Ancak tanımlayıcı bağıntısında 1 ve 2 uzunluğunda kelimelere sahip tasarımlar kullanışlı olmadıklarından ilk iki terim ($A_1(D)$, $A_2(D)$) ihmal edilebilir. En az sapmaya sahip tasarım (MA design), en iyi kelime uzunluğu yapısına sahip olan tasarımdır. D_1 ve D_2 diye iki tasarımın tanımlayıcı bağıntı yapısı ele alındığında ve $i=1,2,3,...,r-1$ için $A_i(D_1)=A_i(D_2)$ ise, ancak $i=r$ olduğunda $A_r(D_1)<A_r(D_2)$ ise, D_1'in D_2'ye göre daha az sapmaya sahip olduğu söylenebilir. Diğer bir tasarımın sapması daha az değil ise, o tasarım en az sapmaya sahip tasarımdır (MA design). Bingham ve Sitter (1999) ve Huang, Chen ve Voelkel (1998) en az sapma gösteren kesirli çoketkenli bölünmüş parsel tasarımları tablolar halinde sunmuşlardır. Bingham ve Sitter (2001) ise bu kesirli çoketkenli bölünmüş parsel tasarımların nasıl seçileceğini anlatmıştır. Ayrıca en az sapma gösteren tasarımlar tekrar tablolar halinde verilmiştir. Tablolar (k_1, k_2, p_1, p_2) düzeninde dizilmişlerdir.

Nasıl bir kesirleme yapılacağı sorusunun cevabı, deneye ayrılan kaynağa ve elde edilmek istenen bilgilere dayanmaktadır. Ele alınan sorunun kaç deneme ile çözülmesi gerektiği bilindikten sonra, sorunu çözmek için elde edilmesi gereken bilgilerin belirlenmesi gerekir. Kesirleme sonucu oluşacak eşdeşlik yapısı nedeniyle bazı etken etkilerinin veya etkileşim etkilerinin tahmin edilemeyecek olması hangi bilginin daha önemli olduğunun netleştirilmesini gerektirir. Bu sorun bir hipotetik örnekle aşağıda açıklanmıştır.

Örnek 1

Bir üretim sürecine 7 etkenin etkisi araştırılsın. Bu etkenlerden üçünün düzeylerinin değiştirilmesi masraflı olan çevre etkenleri, diğerlerinin ise düzeylerinin değiştirilmesi kolay olan tasarım etkenleri olduğu düşünülsün. Değiştirilmesi zor etkenler ekonomiklik için ana parsele, diğer tasarım etkenleri ise alt parsele atanır. Mevcut kaynakla ancak 32 denemenin gerçekleştirilebileceği düşünülürse tasarım alternatifleri; 2^3x2^{4-2}, $2^{3-1}x2^{4-1}$ ve $2^{3-2}x2^4$ dür. Ancak son tasarım ana parsel etkenlerinin ana etkilerini eşdeş duruma getirdiği için arzulanmaz.

Öncelikle $2^{3-1}x2^{4-1}$ tasarımı incelensin. Her iki parselin de yarı kesirini almak için iki parselde etkileşimlerle karışacak etkenler belirlenmelidir. Tablo 3'de gösterilen tasarım için tanımlayıcı bağıntı yapısının şu olduğu düşünülsün:

(i) I=ABC=pqrs=ABCpqrs

Tablo 3. (i) İçin Deney Tasarımı

		p	-	+	-	+	-	+	-	+
		q	-	-	+	+	-	-	+	+
		r	-	-	-	-	+	+	+	+
		s	-	+	+	-	+	-	-	+
A	B	C								
-	-	+	.	.	.	.	.	.	.	.
+	-	-	.	.	.	.	.	.	.	.
-	+	-	.	.	.	.	.	.	.	.
+	+	+	.	.	.	.	.	.	.	.

Bu tasarımın tanımlayıcı bağıntı yapısı incelendiğinde en kısa kelimenin 3 harfli olduğu görülür. Yani bu tasarım çözüm III dür. Ana parsel ve alt parsel kesirleri ayrı ayrı ele alınırsa ana parsel tasarımının çözüm III, alt parselin ise çözüm IV olduğu görülmektedir. Buna kısmi çözüm (partial resolution) denir. Kısmi çözüm kavramında, sadece ana parsel etkenlerinden oluşan kelimelerden en kısası ana parsel kısmi çözümünü, hem sadece alt parsel etkenlerinden hem de ana parsel x alt parsel etkenlerinden oluşan kelimelerden en kısası ise alt parsel kısmi çözümünü verir. Kısmi çözüm ile ilgili bilgi Bisgaard (2000) de bulunabilir. Çözüm derecelerinden anlaşılmıştır ki, ana parsel etkenlerinin ana etkileri iki ana parsel etkeni etkileşimi ile eşdeş iken, alt parsel etkenlerinin ikili etkileşimleri birbirleri ile eşdeşdirler. Aynı şekilde kelime uzunluğu yapısı W=(1,1,0,0,1) şeklindedir. Şimdi ise Bingham ve Sitter (2001)'daki 32 etken için en az sapmaya sahip tasarımların bulunduğu tablo dikkate alınırsa (3.4.1.1. satırı);

(ii) I=ABC=Apqrs=BCpqrs

Bu tasarım çözüm III dür. Kısmi çözümleri ise ana parsel için çözüm III, alt parsel için çözüm V dir. Yani ana parsel etken ana etkileri ana parsel etken etkileşimleri ile eşdeş iken, alt parsel etken ana etkileri sadece dört etken etkileşimler ile eşdeşdir. Bu tasarımın kelime uzunluğu yapısı ise W=(1,0,1,1) dir. Tablo 4 bu tasarımı göstermektedir.

Tablo 4. (ii) İçin Deney Tasarımı

			p	-	+	-	+	-	+	-	+
			q	-	-	+	+	-	-	+	+
			r	-	-	-	-	+	+	+	+
			s	-(+)	+(-)	+(-)	-(+)	+(-)	-(+)	-(+)	+(-)
A	B	C									
-	-	+	I_2 = -pqrs								
+	-	-	I_2= +pqrs								
-	+	-	I_2 = -pqrs								
+	+	+	I_2 = +pqrs								

Bu tasarımda bir ana parsel etkeni alt parsel kelimesinde bulunmaktadır.(I=Apqrs) Bu duruma bölünmüş parsel karışması denir ve alt parselin kısmi çözüm derecesinde artış sağlar. Daha önceki tasarımla karşılaştırıldığında alt parsel kısmi çözüm derecesi IV den V e çıkmıştır. Bölünmüş parsellerin doğası nedeniyle bunun tersi, yani alt parsel etkenlerinin ana parsel kelimelerinde yer almalarına izin verilmez. Bu örnekte A etkeni pqrs ile karıştırılmıştır. Yani ilk ve üçüncü ana parsel denemesi için I= -pqrs ve ikinci ve sonuncu ana parsel denemesi için ise I= +pqrs olan alt parsel etken kesirleri kullanılır. I= -pqrs için işaretler parantez içinde verilmiştir.

Diğer tasarım alternatifi olan 2^3x2^{4-2} için Bingham ve Sitter (2001)'daki tablo dört tane farklı en az sapmaya sahip alternatif tasarım sunmaktadır. Bunlar altlarında eşdeşlik yapıları ile şu şekildedir:

(iii) I=ABpr=ACpqs=BCqrs W=(0,1,2)
Ap=Br veya AB=pr

(iv) I=ABCpr=Apqs=BCqrs W=(0,1,2)
Ap=qs

(v) I=ABpr=ABCqs=Cpqrs W=(0,1,2)
AB=pr veya Ap=Br

(vi) I=ABCpr=ABCqs=pqrs W=(0,1,2)
pq=rs

Bu tasarımların hepsinin çözüm derecesi ve kelime uzunluk yapıları aynıdır. Ayrıca tasarım (iii) ve (v) aynı eşdeşlik yapısı ile sonuçlanmaktır. Bu eşdeşlik yapısı sebebiyle her iki tasarımda da birer iki etken etkileşimin etkisi tahmin edilememektedir. Tasarım (iv) de sadece bir tasarım etkeni ve çevre etkeni etkileşimi karıştırılmıştır ve tasarım (vi) da ise sadece tasarım etkenlerinin etkileşimleri eşdeşdir.

Bu tasarımlardan hangilerinin hangi durumlarda seçileceği belirlenirken elde edilmek istenen bilgiye karar verilmelidir. Eğer tasarım ve çevre etkenlerinin etkileşimlerinin tahminine önem veriliyorsa, tasarım (i), (ii) veya (vi) seçilir. Çünkü eşdeşlik yapıları incelenirse, eşdeş tasarım x çevre etken etkileşimleri görülemez. Ancak tasarım (vi), tasarım (i) ve (ii) gibi 4 değil 8 ana parsel denemesi içerdiğinden ekonomikliği sebebiyle sadece tasarım (i) veya (ii) seçilir. Ancak (ii) tasarımının çözüm derecesi daha iyi olduğu için bu tasarım amaçlar açısından en uygun olandır.

Eğer tasarım seçimi için kriter, çevre etkenlerinin ana etkilerinin ve iki etken etkileşimlerinin tümünün etkilerinin bulunması ise, tasarım (vi) alternatifler arasında en uygun olanıdır. Tasarım etkenlerinin etkilerine ve etkileşimlerine daha çok önem veriliyor ise (ii) tasarımının kullanılması gerekir. Çünkü ikiden fazla etkenin etkileşiminin ihmal edilebilir olduğu varsayımı altında, (ii) tasarımı ile tasarım etkenleri etkileri ve etkileşimleri açık şekilde tahmin edilebilmektedir. Eğer tüm tasarım, çevre etkenleri ve bunların birbirleri ile etkileşimleri aynı öneme sahipse daha iyi genel çözüm derecesi ve kelime uzunluk yapısına sahip olanlar seçilir. Kelime uzunluk yapıları ve genel çözüm dereceleri aynı olan (iii), (iv), (v) ve (vi) tasarımlarından biri bu amaç için seçilebilir.

4. DÖRT DÜZEYLİ ETKENLERİN BÖLÜNMÜŞ PARSEL TASARIMLARA YERLEŞTİRİLMESİ

Şu ana kadar yapılan tasarımlarda tüm etkenlerin iki düzeyli olduğu çoketkenli tasarımlardan oluşan bölünmüş parsel tasarımlar incelendi. Etkenlerden bazılarının dört düzeyli olduğu durumlarla da karşılaşılabilir. Bu dört düzeyli etkenler genellikle nitel yapıdadır. Dört düzeyli etkenlerin 2^n tasarımlara yerleştirilmesi oldukça pratiktir ve diğer düzey sayılarına göre daha uygundur.

Düzeyleri a_1, a_2, a_3 ve a_4 olan dört düzeyli A etkeni ele alınsın. A etkenini iki düzeyli çoketkenli tasarıma yerleştirmek için iki düzeyli P ve Q etkenleri tanımlanmalıdır. Bu etkenlerin işaret düzenlerinin nasıl dört düzeyli etkenin düzeylerine denk düştüğü Tablo 5 de gösterilmektedir (Montgomery,2000):

Tablo 5. Dört Düzeyli Etkenin İki İki-Düzeyli Etkenle Tanıtılması

İki Düzeyli Etkenler		Dört Düzeyli Etken
P	Q	A
-	-	a_1
+	-	a_2
-	+	a_3
+	+	a_4

Tabloda, P ve Q etkenleri alt düzeylerinde olduklarında A etkeni birinci düzeyde, P etkeni üst Q etkeni alt düzeyinde olduğunda A etkeni ikinci düzeyde, P etkeni alt Q etkeni üst düzeyinde ise A etkeni üçüncü düzeyde, P ve Q etkenlerinin her ikisi de üst düzeylerinde olduklarında A etkeni dördüncü düzeyinde olur. Eğer deneyde m tane dört düzeyli etken, n tane iki düzeyli etken varsa tasarım 4^m2^n şeklinde gösterilir.

Eğer deneydeki herhangi bir etken v düzeyli ise, bu etkenin ana etkisi ile ilişkili v-1 serbestlik derecesi vardır. Bu durumda dört düzeyli etkenlerin ana etkileri ile ilişkili üç serbestlik derecesi vardır. Dört düzeyli etkenin ana etkisi ile ilişkili üç doğrusal bağıntı Tablo 5'de verdiğimiz iki etken (P,Q) ve bunların etkileşimleridir. Ankenman (1999)'da iki düzeyli ve dört düzeyli etkenlerin bulunduğu tasarımlarda çözüm, en az sapma ve katlama (foldover) kavramları açıklanmıştır. Ayrıca dört düzeyli etkenlerin bulunması durumunda en az sapmaya sahip tasarımlar tablolar halinde sunulmuştur.

Şimdi ise iki örnek ile dört düzeyli etkenlerin iki düzeyli çoketkenli tasarımlara ve iki düzeyli çoketkenli tasarımlardan oluşan bölünmüş parsel tasarımlara yerleştirilmesi incelenecektir.

Örnek 2

Bir ürünün kalite karakteristiğini etkileyen iki etkenin olduğu düşünülsün. Bu etkenlerden biri dört düzeyli diğeri de iki düzeyli olsun.($4^1 2^1$) Dört düzeyli etkeni iki düzeyli çoketkenli tasarıma yerleştirmek için A ve B diye iki etken tanımlanmıştır. Bu tasarım için 8 deneme Tablo 6 da verilmiştir.

Tablo 6. Örnek 2 İçin Deney Tasarımı

Denemeler	X	A	B	C
1	x_1	-	-	-
2	x_2	+	-	-
3	x_3	-	+	-
4	x_4	+	+	-
5	x_1	-	-	+
6	x_2	+	-	+
7	x_3	-	+	+
8	x_4	+	+	+

Bu iki etkenin ana etkilerinin ve etkileşimlerinin kareler toplamları şu şekildedir:

$KT_X = KT_A + KT_B + KT_{AB}$

$KT_C = KT_C$

$KT_{XC} = KT_{AC} + KT_{BC} + KT_{ABC}$

Örnek 3

Bir üretim sürecini etkileyen 6 etkenin bulunduğu ve bu etkenlerden 3 tanesinin düzeylerinin değiştirilmesi zor ve pahalı, 3 tanesinin ise düzeylerinin değiştirilmesi kolay olduğu düşünülsün. Ayrıca düzeylerinin değiştirilmesi zor olan etkenlerden birinin dört düzeyi olduğu ve elimizdeki kaynakla ancak 32 deneme yapabileceği varsayılsın. Bu varsayımlara dayanarak en uygun tasarımı seçmek için çeşitli en az sapmaya sahip tasarım alternatiflerinin belirlenmesi gerekir. Bunun için tekrar Bingham ve Sitter (2001)'daki tablolardan 32 deneme için ilgili tasarımlar (4.3.0.2. ve 4.3.1.1.) bulunur. Bu tasarımlar için tanımlayıcı bağıntı yapıları şu şekildedir:

(4.3.0.2.): $I= ABpq=ACDpr=BCDqr$ (4.3.1.1.): $I=ABCD=ABpqr=CDpqr$

A ve B etkenleri X etkenini tasarıma yerleştirmek için oluşturulmuştur. X etkeninin ana etkisi ile ilişkili üç serbestlik derecesini olduğundan;

$X_1=A \quad X_2=B \quad X_3=AB$

şeklinde tanımlanır. Bu bilgiye dayanarak yukarıdaki tanımlayıcı bağıntı yapıları şu şekilde değiştirilebilir:

(i) $I=X_3pq=X_1CDpr=X_2CDqr$ (ii) $I=X_3CD=X_3pqr=CDpqr$

Bu tasarımları Tablo 7 ve Tablo 8 de gösterilmiştir.

Tablo 7. (i) İçin Deney Tasarımı

X	A	B	C	D	
x_1	-	-	-	-	I= +pq = -pr = -qr
x_2	+	-	-	-	I= -pq = +pr = -qr
x_3	-	+	-	-	I= -pq = -pr = +qr
x_4	+	+	-	-	I= +pq = +pr = +qr
x_1	-	-	+	-	I= +pq = +pr = +qr
x_2	+	-	+	-	I= -pq = -pr = +qr
x_3	-	+	+	-	I= -pq = +pr = -qr
x_4	+	+	+	-	I= +pq = -pr = -qr
x_1	-	-	-	+	I= +pq = +pr = +qr
x_2	+	-	-	+	I= -pq = -pr = +qr
x_3	-	+	-	+	I= -pq = +pr = -qr
x_4	+	+	-	+	I= +pq = -pr = -qr
x_1	-	-	+	+	I= +pq = -pr = -qr
x_2	+	-	+	+	I= -pq = +pr = -qr
x_3	-	+	+	+	I= -pq = -pr = +qr
x_4	+	+	+	+	I= +pq = +pr = +qr

Tasarım (i)'de her ana parselde, ana parseldeki etkenlerin etkileşimlerinin işaretlerine göre alt parsel kesirleri yapılmaktadır. pq kelimesinin işareti AB yani X_3 e göre, pr kelimesinin işareti ACD yani X_1CD ye göre, qr kelimesinin işareti ise BCD yani X_2CD ye göre belirlenmektedir. Bu tasarım çözüm III dür ve kelime uzunluğu yapısı (1,0,2) şeklindedir.

Tablo 8. (ii) İçin Deney Tasarımı

X	A	B	C	D=ABC	
x_1	-	-	-	-	I= +pqr
x_2	+	-	-	+	I= -pqr
x_3	-	+	-	+	I= -pqr
x_4	+	+	-	-	I= +pqr
x_1	-	-	+	+	I= +pqr
x_2	+	-	+	-	I= -pqr
x_3	-	+	+	-	I= -pqr
x_4	+	+	+	+	I= +pqr

Tasarım (ii)'de ise alt parsel kelimesi I=pqr ın işareti AB ana parsel etkileşimine göre belirlenmektedir. Ayrıca bu tasarım da çözüm III dür. Ancak kelime uzunluğu yapısı, (1,1,1), (i) tasarımından daha kötüdür. İkiden fazla etkenin etkileşimlerinin ihmal edilebilir olduğu varsayımı altında eşdeşlik yapıları şu şekildedir:

(i) $I=X_3pq=X_1CDpr=X_2CDqr$

Ana Parsel		Alt Parsel		
	X_1		$p+X_3q$	$pq+X_3$
X	X_2		$q+X_3p$	pr
	X_3+pq		r	qr
	C		X_1p+X_2q	
	D	Xp	X_2p+X_1q	
	X_1C		X_3p+q	
XC	X_2C		X_1q+X_2p	
	X_3C	Xq	X_2q+X_1p	
	X_1D		X_3q+p	
XD	X_2D		X_1r	
	X_3D	Xr	X_2r	
			X_3r	
			Cp	
			Cq	
			Cr	
			Dp	
			Dq	
			Dr	

(ii) $I=X_3CD=X_3pqr=CDpqr$

Ana Parsel		Alt Parsel		
	X_1		p	$pq+X_3r$
X	X_2		q	$pr+X_3q$
	X_3+CD		r	$qr+X_3p$
	$C+X_3D$		X_1p	
	$D+X_3C$	Xp	X_2p	
	X_1C+X_2D		X_3p+qr	
XC	X_2C+X_1D		X_1q	
	X_3C+D	Xq	X_2q	
	X_1D+X_2C		X_3q+pr	
XD	X_2D+X_1C		X_1r	
	X_3D+C	Xr	X_2r	
			X_3r+pq	
			Cp	
			Cq	
			Cr	
			Dp	
			Dq	
			Dr	

Yukarıdaki eşdeşlik yapıları incelendiğinde, (i) tasarımı ile ana parsel etkenlerinin ana etkilerinin ve etkileşimlerinin etkilerinin X etkeni hariç (X_3, pq ile eşdeş olduğundan) tahmin edebildiğini, ancak (ii) tasarımında ise hiçbir ana parsel etkeninin ana etkisinin veya etkileşim etkisinin tahmin edilemediği görülmektedir. Yani deneyin yapılmasında esas önem verilen, ana parseldeki düzeyleri zor değişen etkenlerin tahmini ise bunu tasarım (i) daha iyi sağlar.

Ancak deneyde etki tahminini yapmak istediğimiz önemli etkenler alt parselde yer alıyor ise bunların ana etkilerinin tahminini tasarım (ii) sağlamaktadır. Ana parsel x alt parsel etken etkileşimlerinin etkileri ise, eşdeşlik yapıları nedeniyle, X etkenini içeren etkileşimler için açık şekilde tahmin edilemez. Ancak C ve D ana parsel etkenlerinin alt parsel etkenleri ile etkileşimlerinin tahminleri her iki tasarımda da açık şekilde yapılabilmektedir. Bu iki tasarımın tanımlayıcı bağıntı yapılarında görüldüğü gibi dört düzeyli etkeni tanıtmak için eklenen iki etkenin en kısa kelimede beraber bulunmaları sonucunda ilgili parselin çözüm derecesi bir düşmektedir. Bunun için özellikle bu iki etkenin tanımlayıcı bağıntı yapısında aynı kelimede bulunmamaları tercih edilir. Aynı şekilde bu tasarımdaki dört düzeyli etken alt parselde de bulunabilirdi. Bu sefer aynı işlemler, bu tanıttığımız etkenler için alt parselde yapılmalıdır.

Örnek 4

Son olarak 7 etkenli bir deney ele alınsın. Bu etkenlerin 5 tanesinin ana parselde bulunmasının ekonomiklik sağlayacağı düşünülsün. Diğer 2 etken ise alt parselde incelenecektir. Bu deneyin 32 denemede tamamlanması istenmektedir. Ana parsel etkenlerinden biri dört düzeyli ise Bingham ve Sitter (2001)'daki en az sapmalı tasarımlar tablosundan (6.2.2.1) satırındaki kesirlemeler yapılır. Bu tasarımı $4^1 2^{4-2} x 2^{2-1}$ veya $2^{6-2} x 2^{2-1}$ şeklinde gösterebiliriz. Tablodaki tanımlayıcı bağıntı yapısı şu şekildedir:

I= ABCE = ABDF = ACDpq = CDEF = BDEpq = BCFpq= AEFpq

şeklindedir. Ana parselin dörtte bir kesiri alt parselin ise yarı kesiri yapılacaktır. A, B ve AB nin dört düzeyli etkenin ana etkilerini temsil ettiği düşünülürse tanımlayıcı bağıntı yapısının yeni hali;

$I=X_3CE = X_3DF = X_1CDpq = CDEF = X_2DEpq = X_2CFpq = X_1EFpq$

şeklindedir. Tasarımın kelime uzunluğu yapısı (0,3,4) den (2,1,4) e geriler. Eğer ana parselde 5 veya daha fazla etken varsa (2 si dört düzeyli etkeni tanıtmak üzere) ana parseldeki kesirleme için tanımlayıcı bağıntı yapıları, Ankenman (1999)'da verilen dört düzeyli etkenlerin bulunması durumunda en az sapmalı kesirli çoketkenli tasarımları veren tablodan elde edilebilir. Ana parseldeki beşten küçük etken sayıları için kesirleme yapıldığında çözüm III den küçük tasarımlar elde edildiğinden, bu tabloda yer bulmazlar. Tasarımda dört düzeyli etken sayısı birdir ve dört düzeyli etkenin tanıtılmasında kullanılan etkenler dışında dört tane iki düzeyli etken bulunmaktadır. Bu bilgilere dayanarak tabloda m=1 ve n=4 e karşılık gelen tasarımın tanımlayıcı bağıntı yapısı;

I= ABCE = BCDF = ADEF

şeklindedir. Verilen örneğin başında ana parsel için yapılan karıştırma yerine bu kullanılırsa yeni tasarımın tanımlayıcı bağıntı yapısı;

I= ABCE = BCDF = ACDpq = ADEF = BDEpq = ABFpq = CEFpq

olur. A, B ve AB dört düzeyli etkeni tanıtmak için kullanılırsa tanımlayıcı bağıntı yapısının yeni hali;

$I= X_3CE = X_2CDF = X_1CDpq = X_1DEF = X_2DEpq = X_3Fpq = CEFpq$

olur. Bu tasarım da çözüm III dür ancak kelime uzunluğu yapısı (1,3,3) şeklindedir. İlk tasarımın kelime uzunluk yapısı (2,1,4) şeklinde iken, ana parsel karıştırmasını Ankenman (1999)'da dört düzeyli etken içeren en az sapmalı tasarımlara göre yapıldığında (1,3,3) şeklinde daha iyi bir duruma gelmiştir.

Bölünmüş parsel karışması (split plot confounding) sebebiyle ana parsel etkenleri veya etkileşimleri tanımlayıcı bağıntı yapısında genellikle alt parsel kelimelerinde bulunabilirler. Daha önce de görüldüğü gibi bu, alt parselin çözüm derecesini arttırır. Ancak alt parsel etkenleri ana parsel kesirlerinde yer alamazlar. Bu sebepten dolayı Ankenman (1999)'da sunulan dört düzeyli etkenlerin bulunduğu en az sapmalı tasarımların sadece ana parsellerin karışma yapıları belirlenirken fayda sağlaması beklenebilir. Yani, dört düzeyli etkenin bulunması durumunda Bingham ve Sitter (2001)'daki bilgilerin yanında, Ankenman (1999)'dan sağlanan tasarım bilgilerinin de gözden geçirilmesi uygun tasarımın elde edilmesine yardımcı olabilir. Ancak dört düzeyli etkenlerin bulunması durumu inceleniyorsa, sadece ana parsel karışmasını değil, hem ana parsel hem de alt parsel karışmaları en az sapmalı tasarımların elde edilmesi için araştırılmalıdır.

5. SONUÇ

Bu çalışmada iki düzeyli çoketkenli tasarımlardan oluşan bölünmüş parsel tasarımların özellikleri ve değiştirilmesi zor veya çevre etkenleri ile değiştirilmesi kolay veya tasarım etkenlerinin parsellere atamalarının nasıl yapılacağı gözden geçirilmiştir. Ayrıca kesirli çoketkenli bölünmüş parsel tasarımlarda karışma, çözüm ve en az sapma kavramları ile beraber açıklanmış ve uygun tasarımların seçilmesinde nelere dikkat edilmesi gerektiği, en az sapmalı tasarımlar için hazırlanmış tablolar yardımıyla hipotetik örneklerle açıklanmıştır. Bunun yanında dört düzeyli etkenlerin iki düzeyli çoketkenli tasarıma nasıl yerleştirileceği gösterilerek, farklı bir yaklaşım ile kesirli çoketkenli bölünmüş parsel tasarımlarda dört düzeyli etken bulunduğunda, tasarımın karışma yapısı belirlenirken, daha önce sağlanmış en az sapmalı tasarımlar tablolarının nasıl kullanılabileceği hipotetik bir örnekle gösterilmiştir.

KAYNAKLAR

ANKENMAN, B.E. (1999), Design of Experiments with Two- and Four-Level Factors, Journal of Quality Technology, 31, 4, 363-375

BİNGHAM, D.R. and SİTTER, R.R. (1999), Minimum Aberration Two-Level Fractional Factorial Split-Plot Designs, Technometrics, 41, 62-70

BİNGHAM, D.R. and SİTTER, R.R. (2001), Design Issues in Fractional Factorial Split-Plot Experiments, Journal of Quality Technology, 33, 1, 2-15

BİSGAARD, S. (2000), The Design and Analysis of $2^{k-p}x2^{q-r}$ Split Plot Experiments, Journal of Quality Technology, 32, 1, 39-56

BOX, G.E.P., BİSGAARD, S. and FUNG, C. (1988), An Explanation and Critique of Taguchi's Contributions to Quality Engineering, Quality and Reliability Engineering International, 4, 123-131

BOX, G.E.P., JONES, S. (1992), Slit-Plot Designs for Robust Product Experimentation, Journal of Applied Statistics, 19, 1, 3-26

DANİEL, C. (1959), Use of Half-Normal Plots in Interpreting Factorial Two-Level Experiments, Technometrics, 1, 311-341

FRİES, A. and HUNTER, W.G. (1980), Minimum Aberration 2^{k-p} Designs, Technometrics, 22, 601-608

HUANG, P., CHEN, D. and VOELKEL, J. (1998), Minimum Aberration Two-Level Split-Plot Designs, Technometrics, 40, 314-326

KOWALSKİ, S.M. (2002), 24 Run Split-Plot Experiments For Robust Parameter Design, Journal of Quality Technology, 34, 4, 399-410

LENTH, R.V. (1989), Quick and Easy Analysis of Unreplicated Factorials, Technometrics, 31, 469-473

LOEPPKY, J.L. and SİTTER, R.R. (2002), Analyzing Unreplicated Blocked or Split-Plot Fractional Factorial Designs, Journal of Quality Technology, 34, 3, 229-243

MONTGOMERY, D.C. (2000), Design and Analysis of Experiments, New York, NY:Wiley

THE USE OF SPLİT PLOT DESİGNS İN INDUSTRİAL DESİGN OF EXPERİMENTS AND THE PLACEMENT OF FOUR-LEVEL FACTORS İNTO THESE DESİGNS

ABSTRACT

Commonly employed in many areas, design of experiment is used to study and improve the product and process performance in industry. The most widely used experiments are two-level multifactor factorial designs. These designs are run in a comletely random order. However, in some cases, it's neither practical nor possible to run these designs this way. Sometimes, it's hard and costly to change the levels of some of the factors. Or, there may be some physical restrictions on the process. When these are the cases, split plot designs, where factors are split into whole plot and sub plot factors, are used.

In this paper, the main characteristics and confounding structure of split plot designs, which are composed of two-level factorials, are given. Then it's shown how to determine the fractionation with respect to the objective of the experiment. Additionally, if there are factors with four levels among the two-level factors, it's explained with hypothetical exaples how to place these factors into two-level factorials and how to choose the appropiate design among the alternatives.

Key Words: *Split plots, Robust design, Aliasing, Fractional factorial designs.*

İstatistik Araştırma Dergisi Cilt 03 No 01 Sayfa 35-50 Nisan 2004

EKSTREM DEĞER TEORİSİ İLE RİSKİN DEĞERİ (VAR)'IN TAHMİNİ

Ömer ÖNALAN *

ÖZET

Bu çalışmada,Riskin Değeri(VaR)'ı Ekstrem Değer Teorisi'ni kullanarak tahmin ediyoruz.VaR son zamanlarda hızla gelişen bir yöntemdir.Ekstrem değer teorisi tam dağılımdan ziyade,getiri dağılımlarının kuyruklarını modellemektedir. Bu ise getiri dağılımlarının kalın kuyruklara sahip olması durumunda,oynak piyasa koşullarında çok anlamlıdır.

Uzun bir zaman periyodunda,gözlenmiş olan ekstremlerin limit dağılımı,getirilerin kendilerinin dağılımından bağımsızdır.Bu durumda,getiriler için özel bir dağılım varsaymaya gereksinim yoktur. Bu durum, VaR hesabında ekstrem değer teorisine büyük bir avantaj sağlar.Buna karşıt olarak ,normallik varsayımı altında varyans-kovaryans metodu,VaR'ı genellikle eksik tahmin etmektedir.Çalışmada,İMKB endeks getirilerinden elde edilen maksimum ve minimum serilerinin ekstrem değer yaklaşımı ile modellenmesinin oldukca tatminkar olduğu bulunmuş ve bu metoda göre elde edilmiş olan VaR ölçümlerinin,varyans-kovaryans metodu ile elde edilen den çok farklı olduğu görülmüştür.Ekstrem değer teorisine dayanan yaklaşım,geleneksel VaR metodları tarafından göz önüne alınan,geleneksel piyasa koşullarındaki değişimleride kontrol altına almaktadır.

Anahtar Kelimeler: *Riskin değeri(VaR),ekstrem değer teorisi,genelleştirilmiş ekstrem değer dağılımı,kalın kuyruklar, parametre tahmini*

1. GİRİŞ

Finansal kurumlar piyasa riski, kredi riski, likidite riski, işlem riski vb. gibi çeşitli tipte risklerle yüz yüze gelirler. Bunların her biri kurumun sermaye kaybetmesine neden olan farklı risk faktörleriyle ilgilenirler. Finansal riskler bir finansal pozisyonun piyasa değerindeki, beklenmeyen yöndeki değişimleri ifade ederler. *Piyasa riski* piyasa fiyatları veya oranlardaki değişimler yüzünden ortaya çıkan risktir. Günümüzde piyasa

* Yrd.Doç.Dr.,Marmara Üniversitesi, İktisadi ve İdari Bilimler Fakültesi,İşletme Bölümü, Ressam Namık İsmail Sok.No:1, 34590,Bahçelievler/Istanbul, E-mail : omeronalan@marmara.edu.tr
URL : http://mimoza.marmara.edu.tr/~omeronalan/

riski,yatırım camiasında en çok üzerinde durulan risk türüdür. Piyasanın finansal kurumlar üzerindeki etkisini azaltmak için ilk olarak piyasa riskinin doğru bir şekilde ölçülmesi, sonra da bu riskin etkin bir şekilde yönetilmesi gerekmektedir. BIS (Bank for International Settlements)'ın düzenlemelerini izleyerek birçok banka ve finansal kurum, piyasa risklerini düzenli bir şekilde ölçmeye başlamışlardır. Bu düzenlemeler, *Riskin Değer*" (Riske maruz değer) (VaR) olarak adlandırılan, piyasa risk ölçümüne yol açmıştır.

Finansal kurum açısından, VaR, bir finansal pozisyonun, verilmiş bir zaman periyodu ve verilmiş bir güven seviyesindeki (%95 gibi) maksimum potansiyel kaybı olarak tanımlanabilir. Alternatif olarak, düzenleyici komite açısından VaR, olağandışı piyasa koşulları altında, bir pozisyonun, minimal potansiyel kaybı olarak tanımlanır. Bu kavramların farklı olduğu düşünülmesine rağmen, her iki tanım da, aynı VaR ölçümüne yol açar. VaR, 1990'lardaki finansal felaketlere bir tepki olarak geliştirilmiştir. VaR, veriler bir güven seviyesi ile bir hedef periyottaki en kötü kaybı özetler. VaR, bir finansal kurumun piyasa riskini tek bir sayı ile özetlediği için, popüler bir yaklaşımdır. (Jorion ,2002), (Duffie ve Pan ,1997), (Basel ,1996).

Piyasa risk modeli için en iyi metodolojinin ne olduğu konusunda bir görüş birliği yoktur. Bu nedenle de bugüne kadar birçok farklı metot geliştirilmiştir. Günümüzde uygulamada genel olarak kullanılan üç yaklaşım mevcuttur. J.P. Morgan şirketi tarafından önerilmiş olan *Risk metrik* yaklaşımı, tüm fiyatların birleşik log-normal dağılmış olduğunu kabul eder ve bu yaklaşımın en önemli elemanı günlük olarak güncelleştirilen büyük bir varyans – kovaryans matrisidir. Bu metot ***varyans – kovaryans metodu*** olarak da adlandırılmaktadır. Bu metodun en büyük eksikliği, gerçekte finansal getirilerin genellikle kalın kuyruklu olup, log-normal dağılmamış olmasıdır. Böylece büyük kayıplar, varyans – kovaryans metodu ile kestirilenden çok daha sık ortaya çıkmaktadır.

İkincisi olan ***Tarihsel metot,*** normallik varsayımında bulunmaz. En büyük eksikliği, VaR'ın farklı varsayımlara ve zaman periyodunun seçimine duyarlılığının testinde esnek olmamasıdır.

Üçüncüsü ***Monte Carlo Simülasyonu Metodu***" yaklaşımı, geçmiş verileri ve çeşitli senaryoları birleştirebilir. En büyük eksikliği subjektif girişler ve hesapsal zorluktur (Dowd (1998)).

Yukarıda sözü edilen her üç metot ile elde edilen, VaR, risk ölçümü hakkındaki bir örnektir. Bu nedenle mümkün kayıpların büyüklüğü hakkında bilgi vermez. Bir dağılımın kuyruk bölgeleri, nadir fakat bir felaketle sonuçlanan olayları ifade etmek için kullanılabilir. Düzenleyiciler ve risk yöneticileri çoğunlukla dağılımın bu bölgesi ile ilgilenirler.

Olağan olmayan olaylar finansal risk yönetiminde merkezi bir konudur. Şu halde bu *ekstrem (uç)* olayların riskini ölçmemiz gerekmektedir. Bu istemi yerine getirmek için ekstrem değer teorisini kullanılabilir.

1.1. Ekstrem Risklerin Modellenmesi

Riskleri modellemek için kullanılan standart matematiksel yaklaşım olasılık teorisinin dilini kullanmaktır. Riskler, dünyanın öngörülemeyen gelecek durumlarını, kazanç ve kayıpları gösteren değerlere dönüştüren, rastsal değişkenlerdir. Bu riskler bireysel olarak düşünülebileceği gibi şu andaki risklerin önceki risklere bağlı olduğu bir stokastik sürecin bir parçası olarak da görülebilir. Riskin potansiyel değerleri bir *olasılık dağılımı* oluşturur. Risk dağılımının *kuyruğu'*ndaki değerler ***ekstrem olayları*** gösterir. Risk için belirli bir olasılık dağılımı seçmek suretiyle bir model geliştirilebilir.

Bu dağılımı, deneysel verilerin istatistiksel analizi ile tahmin edebiliriz. Bu durumda, dağılımın kuyruk alanının en iyi *tahminini* elde etmek için ekstrem değer teorisi kullanılabilir.

1.2. Ekstrem Risklerin Ölçümü

Riski ölçmekle kastedilen şey ; riskin dağılımını, risk ölçümü olarak bilinen bir sayı ile özetlemektir. En basit anlamda, riskin ortalama ve varyansını hesaplanabilir. Fakat bu ölçümler ekstrem risk hakkında fazla bilgi vermez. Ekstrem değer teorisi, küçük karların bir teorisi olmaktan ziyade, büyük kayıpların teorisi olarak geliştirilmiştir. İstatistikte bir stokastik sürecin ekstrem değerleri, verilmiş bir zaman periyodu üzerinden, en düşük gözlem (minimum) ve en yüksek gözlem (maksimum)'a karşılık gelir. Finansal piyasalarda ise, olağan periyotlar süresince ortaya çıkan ekstrem fiyat hareketleri, hisse senedi piyasasındaki çöküşler, olağan olmayan periyotlardaki krizlere karşılık gelir.

Bu durumda, tam dağılımın yerine, fiyat ve getiri dağılımının kuyrukları üzerine yoğunlaşmak pratik açıdan önemlidir. Kuyrukların parametrik olarak modellenmesi, örneklem deki ekstrem gözlemlerden daha yüksek kuantillere olasılık ataması yapmak içinde uygundur. Böyle bir yaklaşımı, ekstrem değer teorisi sağlar. Bu yaklaşım aynı zamanda kalın kuyruklu dağılımların kuyruk davranışını çalışmak içinde uygundur.

Bu çalışmada bir pozisyonun piyasa riskini hesaplamak için ekstrem değer teorisine dayanan, parametrik bir metod geliştirilmiştir. Ekstreme değer teorisi, ekstrem getirilerin istatistiksel dağılımı hakkında bazı ilginç sonuçlar verir. Şöyle ki, uzun bir zaman periyodunda gözlenmiş olan ekstrem getirilerin limit dağılımı büyük ölçüde, getirinin kendisinin dağılımından bağımsızdır. Bu sonuç ekstrem değer teorisinin gücünü ortaya koyan önemli bir sonuçtur.

Çalışma aşağıdaki şekilde organize edilmiştir. 2.Kısımda ekstreme değer teorisinin önemli sonuçları sunulmuştur. 3. Kısımda riskin değeri kavramı açıklanmış. 4.Kısımda, İMKB bileşik endeksinin deneysel analizi ile ilgili sonuçlar gösterilmiş, 5.Kısımda, ekstrem getirilerin limit dağılımı oluşturulmuş 6.kısımda da, sonuçlar sunulmuştur.

2. EKSTREM DEĞER TEORİSİ

Ekstrem deger teorisi, kökeni (Fisher ve Tippet ,1928), (Gnedenko ,1943) ve (Gumbel ,1958)'in öncü çalışmalarına dayanan, sıra istatistiği teorisinin bir dalıdır.

Teorinin Meteoroloji, Oşinografi, hava kirliliği vb. bir çok alanda uygulaması vardır. (Embrechts, et.al.,1997), (Reiss ve Thomas,2001), (Teugels ve Vynckier ,1996). Fakat teorinin finans alanına uygulanması oldukça yenidir.

Rastsal değişkenlerin toplamının modellenmesinde, merkezi limit teoremi'nin oynadığı rolün aynısını, rastsal değişkenlerin ekstrem değerlerinin dağılımının modellenmesi durumunda, ekstrem değer teorisi oynar. Her iki durumda da teori örnekleme çapını arttırdığımızda dağılımının limit durumunda ne olması gerektiğini söyler.

2.1. Blokların Maksimumu Metodu

Bu yaklaşımda , birbirini takip eden periyotlarda,(örneğin günlük, aylık veya yıllık) değişkenin değerlerinin maksimumu(minimuma) ele alınır. Seçilmiş olan bu gözlemler ekstrem olayları oluşturur ve ***blokların maksimumu*** olarak adlandırılır. Burada,

X : Getiri değişkeni; X_1, X_2, ...X_n ise gözlenmiş getirileri göstermektedir.

2.1.1. Genelleştirilmiş Ekstreme Değer Dağılımı (Maksimumların Dağılımı)

X_1, X_2,... bilinmeyen bir $F(x) = P\{X_i \leq x\}$ dağılım fonksiyonu ile riskleri veya kayıpları gösteren bağımsız aynı dağılıma sahip rassal değişkenleri göstersinler. Örnek maksiması ; $M_1 = X_1$ olmak üzere,

$$M_n = \text{Max}\{X_1, X_2, ..., X_n\} \quad , \qquad n \geq 2 \tag{2.1}$$

olarak tanımlanır ve n tane kayıptan oluşan bu örneklemdeki en *büyük kaybı* ifade eder. Bağımsız ve aynı dağılıma sahip olma varsayımından, M_n'nin birikimli dağılım fonksiyonu aşağıdaki şekilde yazılır.

$$\begin{aligned} P\{M_n \leq x\} &= P\{X_1 \leq x, ..., X_n \leq x\} \\ &= P\{X_1 \leq x\} .....P\{X_n \leq x\} \\ &= \prod_{i=1}^{n} F(x) = F^n(x) \end{aligned} \tag{2.2}$$

Min $\{X_1, X_2, ..., X_n\}$ = - Max $\{-X_1, -X_2, ..., -X_n\}$, olduğundan, örneğin *miniması*,

$$P\{M_n \leq x\} = 1 - (1 - F(x))^n \tag{2.3}$$

şeklinde ifade edilir.Pratikte getirilerin dağılımı önsel olarak bilinmez, bu nedenle maksimal (minimal) getirilerin de tam dağılımı bilinemez. Deneysel dağılım fonksiyonu, çoğunlukla $F^n(x)$ için iyi bir takdirci değildir. $n \to \infty$'da $F^n(x) \to 0$ veya 1'e yaklaşır. M_n'in limit dağılımı aşağıdaki teoremle verilir.

Fisher–Tippett Teoremi : (X_n) bağımsız aynı dağılımlı rastsal değişkenlerin bir dizisi olsun. $C_n > 0$ ve $d_n \in \Re$ sabitleri ve

$$\frac{M_n - d_n}{C_n} \to H \tag{2.4}$$

olacak şekilde dejenere olmayan bir H dağılım fonksiyonu varsa, bu durumda H, dağılım fonksiyonu aşağıdaki üç dağılım ailesinden birine ait olur.

Frechet $\quad \Phi_\alpha(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0 \\ e^{\left(-x^{-\alpha}\right)}, & x \rangle 0 \end{cases} \qquad \alpha > 0$

Weibull $\quad \psi_\alpha(x) = \begin{cases} e^{\left[-(-x^{-\alpha})\right]}, & x \leq 0 \\ 1, & x > 0 \end{cases} \qquad \alpha < 0$

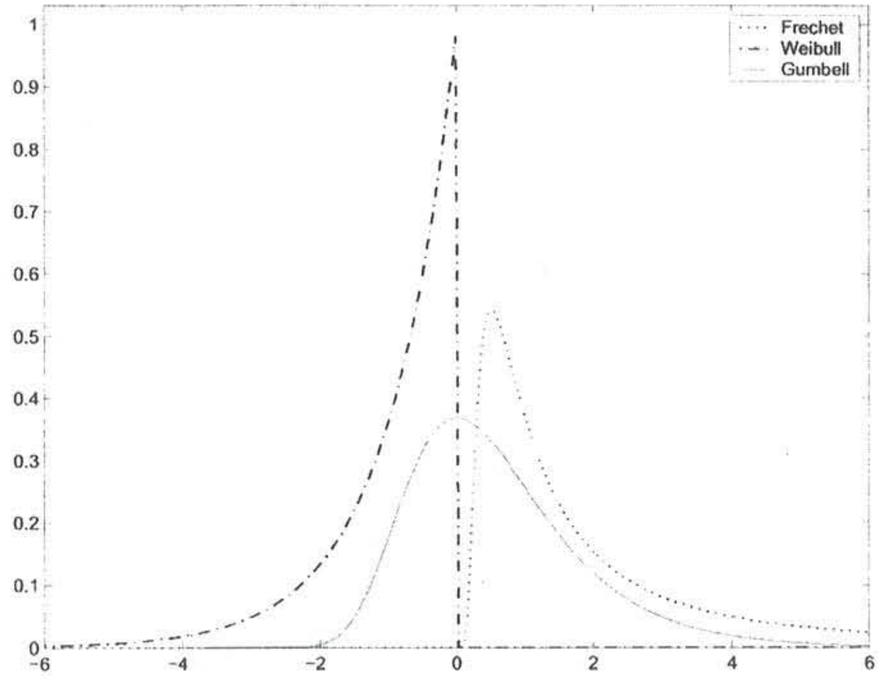
Gumbel $\quad \Lambda(x) = e^{-e^{-x}}, \qquad x \in \Re$

Fisher – Tippett teoremine göre şayet standartlaştırılmış maksima dejenere olmayan bir dağılıma yakınsıyorsa, o zaman maksimanın dağılımı, gözlenmiş olan verilerin dağılımına bakılmaksızın yukarıdaki üç dağılım ailesinden birine ait olacaktır. İstatistikte, Weibull dağılım fonksiyonu, $F_\alpha(x) = 1 - e^{-x^\alpha}$, $x > 0$ olarak tanımlanır. Weibull dağılım fonksiyonu $\Phi_\alpha(x)$, $(-\infty,0)$ üzerinde yoğunlaşmıştır ve

$\psi_\alpha(x) = 1 - F_\alpha(-x)$, $x < 0$ şeklinde tanımlanmıştır. Yukarıdaki $F_\alpha(x)$ ve $\psi_\alpha(x)$, tam olarak farklı ekstrem davranışlara sahiptirler. Ekstrem değer teorisinde, $\psi_\alpha(x)$, Weibull dağılımı olarak alınır(Embrechts et.al.,1997). Ayrıca tüm mümkün dağılımların kuyrukları, bu üç katağori içinde sınıflandırılır.

i) İnce kuyruklu dağılımlar : Tüm momentleri sonlu, birikimli dağılım fonksiyonu kuyruklarda üstel olarak azalan dağılımlardır.

ii) Kalın kuyruklu dağılımlar : Birikimli dağılım fonksiyonları kuyruklarda bir kuvvet kanununa göre azalan dağılımlardır.



Şekil 1. Frechet,Weibull ve Gumbel dağılımlarının yoğunluk fonksiyonları

iii) Sonlu kuyruklar ile kalın kuyruklu dağılımlar

Bu kategoriler sadece, α *kuyruk indeks parametresi* kullanılarak biri diğerinden ayrılabilir.

i) Kategorisi için $\alpha = \infty$

ii) Kategorisi için $\alpha > 0$

iii) Kategorisi için $\alpha < 0$

$\xi = 1/\alpha$ alınarak,(Von Mises,1936) ve (Jenkinson,1955) bu üç dağılım ailesi için tek bir parametre ile gösterebilen bir dağılım önermişlerdir. Bu gösterim ***Genelleştirilmiş Ekstreme Değer Dağılımı*** olarak adlandırılır ve aşağıdaki şekilde tanımlanır.

$$H_\xi(x) = \begin{cases} e^{\left\{-(1+\xi x)^{-1/\xi}\right\}}, & \xi \neq 0, \quad 1+\xi x > 0 \\ e^{\left(-e^{(-x)}\right)}, & \xi = 0 \end{cases} \tag{2.5}$$

$\xi = 1/\alpha$ *şekil parametresi* dir ve H_ξ dağılımınınkuyruk davranışını belirler.

$\alpha = 1/\xi$ *kuyruk indeksi* olarak adlandırılır.

Genelde , F dağılım fonksiyonu,

$$F_{\mu,\sigma}(x) = F[(x-\mu) / \sigma]$$

şeklinde yazılır. *Genelleştirilmiş Ekstrem Değer Modeli* aşağıdaki şekilde yazılabilir.

$$H_{\xi,\mu,\sigma}(x) = H_\xi[(x-\mu)/\sigma] \quad (2.6)$$

Genelleştirilmiş ekstrem değer tipleri

Baz (gözlenmiş) verilerin F dağılımının kuyruk davranışı genelleştirilmiş ekstrem değer dağılımının ξ şekil parametresi ile belirlenir.

- F dağılımının kuyruğu üstel olarak azalıyorsa, o zaman H_ξ , *Gumbel ailesi* dir ve

$\xi = 0$ olur. *Gumbel ailesinin hareket alanındaki dağılımlar ince kuyrukludur. Normal, lognormal, üstel ve gamma* bu sınıfa giren dağılımlardır.Bu dağılımların tüm momentleri mevcuttur.

- F dağılımının kuyruğu bir kuvvet fonksiyonuna göre azalıyorsa,

$$1\text{-}F(x) = c.x^{-1/\xi} = x^{-\alpha}$$

c bir sabit, o zaman H_ξ dağılımı , *Frechet ailesi* ni gösterir ve bu durumda $\xi > 0$'dır. *Frechet ailesinin hareket alanındaki dağılımlar kalın kuyrukludur. Pareto, Cauchy, Student– t,* $\alpha \in (0,2)$ *karakteristik üssü ile Kararlı Paretian dağılım ve çeşitli karma modeller bu sınıfa girer*. Bu dağılımların tüm momentleri sonlu değildir.Örneğin, $k \geq \alpha = 1/\xi$ için $E[X^k] = \infty$ dur. *Frechet tipi,* finansal veriye en uygun olan sınıftır

- F dağılımının kuyruğu sonlu ise, o zaman H_ξ dağılımı *Weibull ailesi* ni gösterir ve bu durumda,

$\xi < 0$' dır. Weibull ailesinin hareket alanındaki dağılımlar ,üniform dağılım ve beta dağılımıdır. Bu dağılımların tüm momentleri mevcuttur. Yani getiri dağılımları sonsuz kuyruğa sahip olmadığı zaman Weibull dağılımı elde edilir.

Bu teknik sonuçlar, ekstrem değer teorisinin genelliğini göstermektedir. Ekstrem değer dağılımları sadece kuyruk indeksi, ortalama ve ölçek (skala) parametrelerine göre farklılık gösterirler. Bu ise VaR'ın tahmin edilmesinde, ekstrem değer yaklaşımına büyük bir avantaj sağlamaktadır.

2.1.2. Parametre Tahmini

ξ, μ, σ parametrelerinin değerlerini tahmin etmek için bir çok farklı yöntem mevcuttur.

Parametrik Yaklaşım : Gerçekleşmiş ekstremlerin tam olarak bu dağılımdan çekilmiş olduğunu kabul ederek bu parametrelerin tahmin edilmesinden ibarettir. Genel olarak kullanılan iki parametrik teknik,*Ençok olabilirlik* ve *Regresyon* metodudur.

Non parametrik yaklaşım : Ekstremlerin tam olarak asimptotik bir dağılımdan çekilmiş olduğu varsayımında bulunmaz ve doğrudan X değişkenin kuyruğunun tahmin edilmesine dayanır. Hill tahmincisi, Pickands tahmincisi ve Olasılık Ağırlıklandırılmış Momentler Metodu buna örnek olarak verilebilir.

Ençok Olabilirlik Tahmini

$X_1, X_2,..., X_T$, bilinmeyen bir F birikimli dağılım fonksiyonu ile bağımsız aynı dağılımlı kayıpları göstersin. M_T örnek maksimumu olsun. Gözlem serisini,aşağıda verildiği gibi, birbirini kesmeyen, her birinin büyüklüğü eşit ve, n = T/m olan m tane bloğa bölelim.

$$[X_1, X_2,..., X_n| X_{n+1}, X_{n+2},...X_{2n}| ....| X_{(m-1)n+1},......X_{mn}]$$

M_n^j : j .bloğun maksimum değerini göstermektedir(j =1, 2, ...m).

$\{ M_n^{(1)}, M_n^{(2)},....,M_n^{(m)} \}$ kümesi kullanılarak , ξ, σ_n ve μ_n için maksimum olabilirlik fonksiyonu oluşturulur.Bu durumda, $\xi \neq 0$, için Log-Ençok olabilirlik fonksiyonu aşağıdaki gibi elde edilir:

$$Log(\mu,\sigma,\xi) = -mLog(\sigma) - (1+1/\xi)\sum_{i=1}^{m} Log\left[1+\xi\left(\frac{M_n^{(i)}-\mu}{\sigma}\right)\right]$$

$$-\sum_{i=1}^{m}\left[1+\xi\left(\frac{M_n^{(i)}-\mu}{\sigma}\right)\right]^{-1/\xi}$$

Log-Ençok olabilirlik fonksiyonu $1+\xi\left(\frac{M_n^{(i)}-\mu}{\sigma}\right) > 0$, kısıtı altında maksimize edilir.

Ençok olabilirlik tahmininin yanlılığı, blok büyüklüğü olan n arttırılarak azaltılır ve tahminin varyansı ise blok sayısı, m arttırılarak azaltılır.

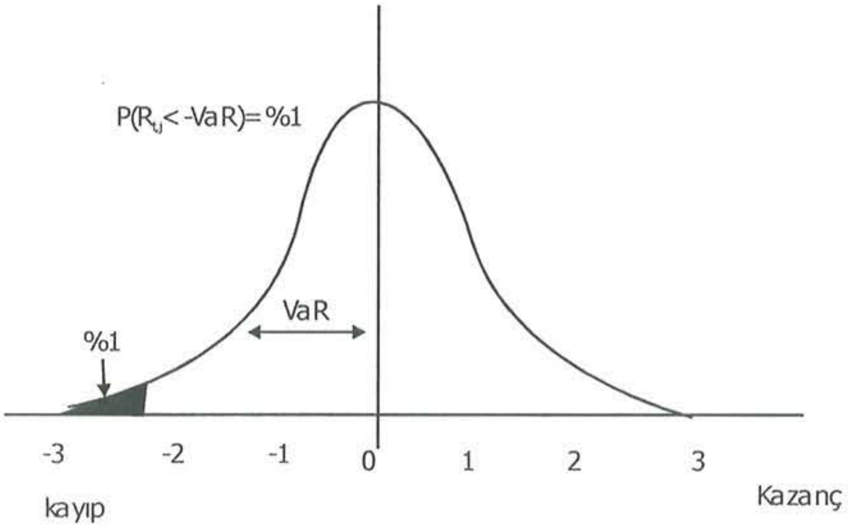
3. RİSKİN DEĞERİ

Finansal kurumlar, menkul kıymetlerin istenmeyen yöndeki fiyat hareketlerinden ortaya çıkan *piyasa risklerini* değerlemek isterler. Piyasa riskini değerlemek için genel olarak kullanılan bir ölçüm *Riskin Değeri(Riske Maruz Değer*)(VaR)'dir. *VaR, normal piyasa koşullarında, belirli bir güven seviyesinde ve belirli bir zaman aralığında beklenen en kötü kaybın miktarını ölçer.*

Formal olarak ifade edilecek olursa, VaR tek yanlı güven aralığının üst sınırı olarak aşağıdaki şekilde tanımlanır.

$$P(R_{t,\tau} < - VaR_c) = 1- c \qquad (3.1)$$

Burada, $R_{t,\tau}$ portföyün $(t, t+\tau]$ periyodundaki getirisidir. c ise, güven seviyesi veya hedef olasılıktır. c'nin tipik değerleri 0,95, 0.975 veya 0.99'dur. Böylece gözlenmiş olan zaman serisinin VaR degerlerini hesaplamak için; portföy getiri dağılımlarının %5, %2.5 veya %1 gibi en düşük kuantil lerinin tahmin edilmesi gerekir.



Şekil 2. Normal dağılıma göre VaR

VaR'ın yukarıdaki tanımından ,aşağıdaki ifade elde edilebilir.

$$1-c = F_R(-VaR_c) = \int_{-\infty}^{-VaRc} f_R(x)dx \tag{3.2}$$

burada $F_R(x) = P(R \leq x)$, portföy getirisi (R) nin birikimli dağılım fonksiyonu , $f_R(x)$'ise (R)'nin olasılık yoğunluk fonksiyonudur. Eğer getiriler bir parametrik dağılımla modellenebiliyorsa VaR'lar dağılımın parametrelerinden türetilebilir. Portföyün tek bir menkul kıymetten oluştuğunu ve bu menkul kıymetin getirilerinin ise normal dağılmış olduğu kabul edilsin. VaR'lar ortalama (μ) ve standart sapma(σ) ile tam olarak belirlenebilir.Bu durumda, VaR degerinin hesaplanması, standart normal dağılımın (1-c) kuantili,(Z_{1-c})'nin bulunmasına indirgenmiş olur.

$$1-c = \int_{-\infty}^{-VaRc} \phi_{\mu,\sigma}(x)dx = \int_{-\infty}^{Z_{1-c}} \phi_{0,1}(z)dz \tag{3.3}$$

Buna göre VaR değeri aşağıdaki şekilde hesaplanır.

$$-\,VaR_c = Z_{1-c}\,\sigma + \mu$$

Burada $\phi_{\mu,\sigma}(x)$, μ ortalama ve σ standart sapmalı normal dağılımın olasılık yoğunluk fonksiyonudur.

4. DENEYSEL ANALİZ

4.1. Veriler

Çalışmada, İMKB100 endeksinin günlük logaritmik getirileri kullanılmıştır. Veriler 1.1.1998 ve 3.1.2002 tarihleri arasını kapsamaktadır.

4.2. Normallik Testi

Bir gözlemler serisinin normal dağılıma uygunluğu çeşitli yöntemlerle test edilebilir.Bu çalışmada, endeks getiri serisinin normal dağılıma uygunluğunu test etmek için, çarpıklık-basıklık ölçüsü,QQ grafiği ve Jarque-Bera istatistiği kullanılmıştır.

$$\hat{S} = \text{Çarpıklık} = \frac{m_3}{s^3} \quad \text{ve} \quad \hat{K} = \text{Basıklık} = \frac{m_4}{s^4}$$

$$m_k = \frac{1}{T}\sum_{t=1}^{T}(X_t - \overline{X})^k, \qquad s^2 = \frac{1}{T-1}\sum_{t=1}^{T}(X_t - \overline{X})^2$$

T : Gözlemlerin sayısı

Normallik varsayımı altında, çarpıklık = 0, Basıklık = 3'dür

Jarque – Bera İstatistiği

Getirilerin normal dağılmış olduğu hipotezi Jarque – Bera istatistiği kullanılarak test edilebilir. Bu istatistik, tahmin edilen çarpıklık ve basıklığın bir fonksiyonudur ve aşağıdaki şekilde verilir:

$$JB = \frac{T}{6}\left(\hat{S}^2 + \frac{(\hat{K}-3)^2}{4}\right)$$

Normallik varsayımını reddedebilmek için JB ne kadar büyük olmalıdır? Getirilerin normal dağılmış olduğu hipotezi altında JB, 2 serbestlik dereceli bir ki-kare dağılımına sahiptir. %5 anlam seviyesinde bir test için 2 serbestlik dereceli ki-kare dağılımının sağ kuyruğunun kritik değeri : $\chi^2_2(0.05) = 5.99$ dir. Eğer JB > 5.99 ise

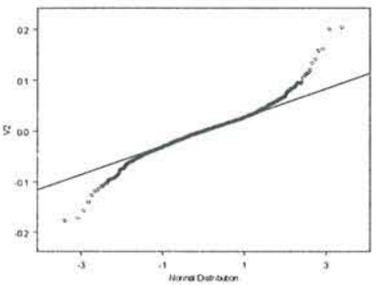
$$H_0 = \{\text{Getiriler normal dağılmıştır}\}$$

sıfır hipotezini reddedebiliriz. p-değeri, $P(X_2^2 \geq JB)$ olasılığı ile belirlenir.Eğer p değeri 0.05 veya daha küçükse, getiriler normal dağılmamıştır.

Tablo 1. Log endeks getirileri için özet istatistikler

Ortalama $\hat{\mu}$	Stan.Sap. $\hat{\sigma}$	Çarpıklık $\hat{S}$	Basıklık $\hat{K}$	JB istatistiği
0,13%	3,66%	0,41625	3,99314	74,52263

Yukarıdaki tablodan da görülebileceği gibi *getiri dağılımı asimetrik* olup *hafif sola çarpık* ve normal dağılıma göre *daha sivri ve kalın kuyruklu* dur.Bu sonuşlar aşağıda verilmiş olan QQ-grafiği tarafından da desteklenmektedir.



Şekil 3. İMKB100 endeks getirilerinin QQ-grafiği

Varyans–kovaryans metodu ile hesaplanmış olan VaR değerleri gerçek VaR değerlerini eksik tahmin edecektir. Özellikle % 95 den daha yüksek güven seviyelerinde bu hata daha da büyüyecektir.

5. EKSTREM DEĞER YAKLAŞIMI

Ekstrem değer yaklaşımı kullanılarak VaR'ın tahmin edilmesi aşağıdaki adımlardan oluşmaktadır.

Adım1. *Getiri sıklığının seçilmesi*; Bu genelde likidite ve pozisyon riskinden etkilenmektedir. Bu çalışmada günlük log-getiriler kullanılmaktadır..

Adım2. *Blok (periyot) uzunluğunun seçimi*; Bunun için örnek uzunluğu T, birbirini kesmeyen, herbiri n-tane getiri gözleminden oluşan alt periyotlara bölünmektedir. (Christofferson,1998) 10 veya 15 ticaret gününe bölmenin, gözlemlerin bağımsız ve aynı dağılmış olması için yeterli olacağını önermektedir.(Longin,2000) ise bir aylık (21 günlük) periyot uzunluğunu kullanmaktadır. Bu çalışmada ise 20 günlük blok uzunlukları kullanılmaktadır.

Adım3. *Maksimum getirileri, M_n'yi seçmek.*

Adım4. Maksumların limit dağılımı için parametre tahmini; Üç parametre, olasılık ağırlıklandırılmış momentler metoduna göre tahmin edilecektir.

Tablo 2. Genelleştirilmiş ekstrem değer dağılımının parametrelerinin tahminleri

Maksima	μ	α	ξ
n=20	0,05623757	0,0246110	0,068374

Ekstrem değer dağılımının karakterini gösteren en önemli parametre ξ şekil parametresidir. Yukarıdaki tablodan da görülebileceği gibi ξ = 0,068374 olarak bulunmuştur. Bu değer maksimumların dağılımının *Frechet* ailesi'ne ait olduğunu göstermektedir.

*Adım5. Ekstrem değer dağılımı kullanılarak VaR'ı hesaplamak:*Standartlaştırılmış maksimumlar serisi ve genelleştirilmiş ekstrem değer dağılımı kullanılarak Var aşağıdaki şekilde hesaplanabilir; $M = (M_n^{(j)}; j = 1,2,...m)$ olmak üzere,

$$p = P(M \leq VaR) = \exp\left[-(1+\hat{\xi}(VaR-\hat{\mu})/\hat{\sigma}\right]^{-1/\hat{\xi}}$$

$$VaR_p = \hat{\mu} + \frac{\hat{\sigma}}{\hat{\xi}}\left[(-\ln(p))^{-\hat{\xi}} - 1\right]$$

p, maksimum getirinin VaR eşiğini geçmeme olasılığıdır. p güven seviyesini gösterir ve %95, %99 alınabilir. Böylece farklı güven seviyelerindeki VaR kolayca hesaplanabilir.

Tablo 2. Normal ve maksimumlar için genelleştirilmiş ekstrem değer dağılımı ile hesaplanmış VaR değerleri

Normal	%95 VaR	%99 VaR
n=20	0.0615	0.086444
Maksimumlar		
n = 20	0,13724	0,1891999

Ekstrem değer yaklaşımı ile bulunan VaR değerlerini varyans kovaryans değerleriyle hesaplanan VaR ile karşılaştırırsak sırasıyla %95 için VaR_{95} = 0,0615 ve %99 için VaR_{99} = 0,086444 olduğu görülür.

Böyle bir sonuç, getiri serilerinin kalın kuyruklu olması durumunda, normal dağılımı kullanmanın yarattığı eksik sonuçlara işaret etmektedir: Normal dağılım varsayımı altında VaR ın büyük ölçüde eksik tahmin edilmiş olduğu görülmektedir.

Olasılık Ağırlıklandırılmış Momentler Metodu

Bu kısımda ,genelleştirilmiş ekstrem değer dağılımının parametrelerinin olasılıklar ile agırlıklandırılmış momentler metodu kullanılarak nasıl takdir edileceği açıklanmaktadır.

- Olasılıklarla ağırlıklandırılmış r. momentler aşağıdaki şekilde tanımlansın.

$$w_r = \int_0^1 Q(p)p^r dp = E\{Q(p)p^r\}$$

burada p, [0,1] aralığı üzerinde bir üniform dağılıma sahiptir.n-çapındaki bir rastsal örneklemden elde edilen $x_{1,n} > ... > x_{n,n}$ sıra istatistiği için, karşılık gelen örnek değerleri;

$$\hat{w}_r = \frac{1}{n}\sum_{j=1}^{n} x_{j,n} P_{j,n}^r \quad , \quad r = 0,1,2$$

dir.

$$P_{j,n} = \frac{n - j + \frac{1}{2}}{n} \qquad veya \qquad \frac{n-j+1}{n+1} \qquad (= E(U_{j,n}) \qquad veya \qquad U_{j,n}$$

$$P_{j,n}^r = (P_{j,n})^r \quad veya \quad E\{(U_{j,n})^r\}$$

μ, σ ve ξ' parametrelerinin olasılıklarla ağırlıklandırılmış moment takdircileri,bu parametrelerinteorik değerleri yerine ,örnekten elde edilmiş olan $\hat{w}_0 = \bar{x}$, $\hat{w}_1$ *ve* $\hat{w}_2$ değerleri konularak bulunur.

$$m_1 = 2w_1 - w_0 \qquad ve \qquad m_2 = 3w_2 - w_0$$

olarak tanımlansın.

i) $\xi < 1$ olan Genelleştirilmiş ekstrem deger dağılımı için ξ parametresi aşağıdaki denklem çözülerek takdir edilir..

$$\frac{m_2}{m_1} = \frac{3^\xi - 1}{2^\xi - 1} \qquad \text{yani,} \qquad \xi = 7.8590.C - 2.9554C^2$$

$$C = \frac{\ln 2}{\ln 3} - \frac{m_1}{m_2} \quad , \quad \sigma = \frac{m_1\xi}{(2^\xi - 1)\Gamma(1-\xi)}, \quad \mu = w_0 + \frac{\sigma}{\xi}\{1 - \Gamma(1-\xi)\}$$

burada,

$$\Gamma(v) = \int_0^\infty t^{v-1} e^{-vt} dt \qquad \text{Gamma fonksiyonudur.}$$

ii) $\xi < 1$ olan Genelleştirilmiş Pareto dağılımının parametrelerinin takdiri;

$$\xi = 3 - 2\left(\frac{m_2}{m_1} - 1\right)^{-1}$$

$$\sigma = m_1\,(2-\xi)\,(1-\xi) \qquad \mu = w_0 - \frac{\sigma}{1-\xi}$$

6. SONUÇ

Bu çalışmada, ekstrem değer teorisinin dağılımın kuyrukları ile ilişkili bir risk ölçümü olan VaR 'ın hesaplanmasında nasıl kullanılabileceği gösterildi. İlk olarak, İMKB 100 endeksinin tarihsel getiri dağılımının normalden büyük ölçüde saptığı gösterilmiştir. Getiri dağılımının negatif çarpık ve normalden daha büyük bir basıklık ile kalın kuyruklu olduğu görülmüştür. İMKB çok oynak bir piyasa olduğundan, riskin ölçümü için tam olasılık dağılım fonksiyonundan ziyade dağılımın kuyruklarının modellenmesi daha gerçekçi bir yaklaşım olacaktır. Bu nedenle ekstrem değer yaklaşımının kullanımı anlamlıdır.

İkinci olarak, maksimumlar için genelleştirilmiş ekstrem değer dağılımının, şekil parametresinin pozitif çıkması, limit dağılımının bir Frechet tipi dağılım olduğunu gösterir.

Üçüncü olarak, kalın kuyruklu dağılımlarla karakterize edilen piyasalar için ekstrem değer yaklaşımı ile hesaplanan VaR değeri, varyans – kovaryans metodu ile hesaplanan VaR değerinden anlamlı şekilde farklıdır.

Ekstrem değer yaklaşımının, getiriler için bir dağılım kabul etmeye gereksinimi yoktur. Böylece, model riski iyice azaltılmış olur.

Sonuç olarak, Genelleştirilmiş ekstrem değer dağılımı parametrik bir modeldir, % 99 gibi yüksek güven seviyeleri için örnek dışı VaR hesaplamalarıda mümkündür.Bu yaklaşım kredi riskinin değerini hesaplamak içinde kullanılabilir. Genel olarak, piyasa riski, kredi riski ile ilişkilidir. Çünkü her ikisinide etkileyen genel faktörler aynıdır.

KAYNAKLAR

Bassle Commıttee On Bankıng Supervısıon (1996), *Ammendment to Capital Accord to Incorparate Market Risks*, http://www.bis.org.

BEIRLANT,J.,TEUGELS,J.,VYNCKIER,P.(1996),*PraticalAnalysis of Extreme Values*, Leuven University Press, Leuven.

CRRISTOFFERSEN,P.F.(1998),*Evaluation Interval Forecasts*. International Economic Review, 39. (4), 841-862.

DOWD, K.(1998), *Beyond Value at Risk,* Wiley, Chichester.

DUFFIE,D.,PAN,J.,(1997), *An Overview of Value – at Risk*, The Journal of Derivatives, Spring, 7-49.

EMBRECHTS, P.,KLUPPELBERG,C.,MIKOSCH, T.(1997),*ModellingExtreme Events for Insurance and Finance*, Springer – Verlag, Berlin.

FISHER,R.A.,TIPPETT, L.H.C. (1928), *Limiting Forms of the Frequency Distribution of the Largest or Smallest Member of a Sample*, Proceedings of Cambridge Philosophical Society, 24, 180-190.

JENKINSON, A.F.(1955),*The Frequency Distribution of the Annual Maximum (or Minimum) Values of Meteorological Elements,* Quarterly Journal of the Royal Meteorological Society, 81, 145-158.

GNEDENKO,B.V.(1943),*Sur la distribution limite du terme maximum d une serie aleatoire.* Annals of Mathematics 44,423-453.

GUMBEL,E.J.(1958),*Statistics of Extremes*. Columbia University Press,Newyork.

JORION, P. (2001). *Value at Risk,* Irwin, Chicago.

LONGIN, F.M. (2000). *From Value at Risk to Stress Testing : The Extreme Value Approach,* Journal of Banking and Finance, 24, 1097-1130.

MISES,R.Von(1936),*La distribution de la plus grande de n valeur*.Reprinted in Selected Papers II,Amer.Math.Soc.,Providence,R.I.(1954),271-294.

REISS,R.D.,THOMAS,M.(2002).*Statistical Analysis of Extreme Values* (2nd Edition), Birkhauser.

ESTİMATİNG VALUE - AT RİSK WİTH EXTREME VALUE THEORY

ABSTRACT

We estimate Value at Risk (VaR) using the extreme value theory. VaR is a method emerging recently in risk management. Extreme value theory models the tails of the return distribution rather than the whole distribution, which is more meaningful during the volatile market conditions, under which the distribution of returns almost has fat tail. Risk managers are more concerned on the tail. The limit distribution of extreme returns observed over a long time period is independent of the distribution of returns itself. In this case, it is *not necessary to assume a specific distribution for returns, which is a great advantage of extreme value theory on VaR calculation. In contrast, variance – covarience method with normality assumption usually under estimates the risk value. The maxima ve minima series from İstanbul stock exchange index returns are found to be satisfactorily modelled within an extreme value framework and the Var measures generated with this method are found to be much different from those generated by variance – covariance method. The approach based extreme value theory to compute VaR cover market conditions ranging from usual environment considered by the ordinary VaR methods to the financial crises which are focus of stress testing. Moreover, extreme value approach can also be used to calculate credit VaR.*

Key Words: Value-at Risk(VaR),Extreme value theory,Generalized extreme value theory,Heavy tails, Parameter estimation.

TÜRKİYE'NİN SOSYO-EKONOMİK YAPISININ KANONİK KORELASYON ANALİZİ İLE İNCELENMESİ

Çiğdem ARICIGİL ÇİLAN*

ÖZET

Ekonomik büyüme ile sosyal gelişme arasındaki ilişki sıkça üzerinde durulan bir konudur. Çalışmada "Ekonomik büyüme sosyal gelişmeyi açıklar" hipotezinin geçerliliği, kanonik korelasyon analizi ile incelenecektir.

Bu amaçla, 1997 Genel Nüfus Tespiti sonuçlarından yararlanılarak, iller için sosyal gelişmeyi temsil edebilecek 14, ekonomik büyümeyi temsil edebilecek 13 gösterge seçilmiştir. Bu iki veri seti arasındaki kanonik korelasyonlar incelendiğinde, ekonomik büyümenin sosyal gelişmeyi üç boyutta açıkladığı söylenebilir. Ancak gelişmenin dinamik bir süreç olduğu dikkate alınarak, sonucun incelenen yıl için bağlayıcı olduğu unutulmamalıdır.

Anahtar Kelimeler: *Kanonik korelasyon analizi, sosyal gelişme, ekonomik büyüme*

1.GİRİŞ

Büyüme; ekonomik sistemin, fiziksel boyutlarının ölçeğinde olan kantitatif bir genişleme olarak tanımlanırken, gelişme ise kalitatif bir değişim olarak tanımlanmaktadır. Gelişme değişmenin olumlu olan yüzü olup bir toplumda, ekonomik büyüme ile birlikte sosyal ve kültürel seviyenin iyileşmesinin adıdır. Sosyal gelişme, toplumu daha üst düzeyde kültür seviyesine çıkarma ve sosyal refahın sağlanması gibi ileriye dönük hedeflerdir (Özaslan ve diğerleri, 1998,s.16). Büyüme daha çok ekonomik göstergeler ile temsil edilirken, gelişme sosyal göstergeler ile temsil edilebilmektedir (Horn, 1993,s.67).

Başta Birleşmiş Milletler Kalkınma Programı (UNDP)'nın hazırladığı "İnsani Gelişme Raporu" olmak üzere, birçok çalışma, zaman içinde sosyal gelişmenin değerlendirilmesini yapma çabasında olup, Milli Gelir ölçüsüne alternatif oluşturmaktadırlar. Ancak ekonomik büyüme ile sosyal gelişme arasında bir ilişki kurma çabası da oldukça fazladır.

* Ar. Gör., İstanbul Üniversitesi, İşletme Fakültesi, Sayısal Yöntemler Anabilim Dalı, Avcılar/İST

2.ARAŞTIRMANIN AMACI, HİPOTEZİ VE DEĞİŞKENLERİ

Çalışmanın amacı; illerin sosyal ve ekonomik yapısı arasındaki ilişkinin , Kanonik Korelasyon Analizi ile ortaya çıkarmaktır. Araştırmada "Ekonomik büyüme, sosyal gelişmeyi sağlamaktadır" hipotezinin geçerliliği araştırılacaktır.

Araştırmanın değişkenleri başta; OECD, Birleşmiş Milletler (UN), Birleşmiş Milletler Sosyal Gelişmeler Araştırma Enstitüsü (UNRISD), Dünya Bankası (World Bank), Asya Gelişme Bankası (Asian Development Bank) gibi önemli uluslararası kuruluşların bu alanda yapılan çalışmalarında kullandığı değişkenler temel alınarak seçilmeye çalışılmıştır. İllere ilişkin seçilen sosyo-ekonomik değişkenler, 1997 yılında D.İ.E. tarafından gerçekleştirilen "Genel Nüfus Tespiti" sonuçlarına aittir. Araştırmada 80 tane il, 27 sosyo-ekonomik değişken açısından incelenmiştir. Belirlenen değişken sayısı, Çok Değişkenli Analiz Teknikleri'nin sağlıklı bir şekilde uygulanabilmesi için, il sayısının yaklaşık üçte biri kadarıdır.

Araştırmanın sosyal göstergeleri; "şehir nüfusu", "nüfus yoğunluğu", "bebek ölüm hızı", "toplam doğurganlık hızı", "öğretmen başına düşen öğrenci sayısı", "hastanelerde yatak başına düşen kişi sayısı", "kadın - okullaşma oranı", "erkek - okullaşma oranı", "kadın gelirinin toplam gelire oranı", "doğumda yaşam beklentisi", "okur-yazar oranı", "nüfus artış hızı", "hekim başına düşen hasta sayısı", "sosyal güvencesi olanların oranı", değişkenleri olmak üzere 14 tanedir.

Analiz edilen ekonomik göstergeler ise; "ziraat, avcılık, ormancılık, balıkçılık kesiminde çalışanların oranı", "imalat sanayiinde çalışanların oranı", "toptan-perakende ticaret ve otellerde çalışanların oranı", "toplum hizmetleri, sosyal ve kişisel hizmetlerde çalışanların oranı", " kişi başına banka kredisi", "kişi başına banka mevduatı", "kişi başına elektrik tüketimi", kişi başına GSYİH", "kişi başına ihracat", "kişi başına ithalat", "kişi başına kamu yatırım harcaması", "kişi başına sanayi tesisi", "otomobil başına düşen kişi sayısı"(benzer çalışmalarda bu değişken refahın bir göstergesi olarak kabul edilmektedir) olmak üzere 13 tanedir.

3. KANONİK KORELASYON ANALİZİ

3.1 Tanımı

En gelişmiş ve en karmaşık ilişki analizi olan Kanonik Korelasyon Analizi çok boyutlu anakütleden çekilmiş iki ya da daha çok data seti arasındaki ilişki ile ilgilenir. (Tatlıdil,1996,s.217). Bağımsız değişkenlerden oluşan bir data seti ile bağımlı değişkenlerden oluşan data seti arasındaki ilişkiyi maksimize eder (Yu, Chu ve Schroeder,1997,s.2587). Kanonik Korelasyon Analizi, bir anakütlenin kanonik korelasyonlarının ve değişkenlerinin tahmin edilmesi olarak algılansa da buradaki amaç seçilen örneklem için tanımlayıcı bazı özelliklerin ortaya çıkarılmasıdır.

Kanonik korelasyon yöntemi ilk kez Hotelling tarafından aritmetik hız ve aritmetik güç ile okuma hızı ve okuma gücü arasındaki ilişkiyi araştırmak amacı ile geliştirilmiştir. Kanonik Korelasyon Analizi bunun gibi pek çok alana uygulanabilmektedir.

2 data seti ile çalışıldığı varsayıldığında, değişkenlerden oluşan X vektörü ve Σ kovaryans matrisi aşağıdaki gibi tanımlanabilir:

$$X' = [X_1 \; X_2] \quad (1)$$

$X_1' = [X_{11}, X_{12}, \ldots, X_{1p}]$ ve $X_2' = [X_{21}, X_{22}, \ldots, X_{2q}]$ olsun. (2)

Burada X_1 ve X_2 vektörleri sırası ile (px1) ve (qx1) boyutlarındadırlar. Kovaryans matrisi (Σ) ise [(p+q)x(p+q)] boyutunda olup aşağıdaki gibi tanımlanır:

$$\Sigma = \begin{bmatrix} \Sigma_{11} & \Sigma_{12} \\ \Sigma_{21} & \Sigma_{22} \end{bmatrix} \quad (3)$$

Σ_{11}= X_1 data setindeki değişkenlerin kovaryans matrisi (pxp)
Σ_{12} = X_1 ve X_2 data setlerinde yer alan değişkenler arasındaki kovaryans matrisi (pxq)
Σ_{22}= x_2 veri setindeki değişkenler arasındaki kovaryans matrisi (qxq)
Ortalama vektörü ise;
$\mu'_{1\times(p+q)} = E(X') = [E(X'_1) \; E(X'_2)] = [\mu'_1 \; \mu'_2]$ (4)

şeklinde ifade edilebilir.

Farklı veri setlerinden gelen değişken çiftlerinin kovaryansları (Σ_{12}), kısmen de olsa değişkenler arasındaki ilişkiyi gösterir. Ancak X_1 ve X_2 veri setlerindeki değişken sayısı arttıkça Σ_{12} matrisinin elemanlarını toplu olarak yorumlamak güçleşir.

Kanonik korelasyon analizinde esas olan X_1 ve X_2 veri setleri arasındaki ilişkileri (pxq) tane kovaryans yerine seçilmiş önemli birkaç kovaryans ya da korelasyonla özetlemektir. Değişkenler arasında karşılaştırma ve tahmin yapılırken kolaylık sağlaması amacı ile değişkenlerin lineer kombinasyonları alınır. Analiz, bir veri setindeki değişkenlerin lineer kombinasyonları ile diğer veri setindeki değişkenlerin lineer kombinasyonları arasındaki ilişkiye odaklanır. Bu lineer kombinasyonlara "kanonik değişken" ve bu değişkenler arasındaki korelasyona "kanonik korelasyon (ρ_i)" denir. Kanonik korelasyonlar, 2 veri setinde yer alan değişkenler arasındaki ilişkinin gücünü ölçer. Bu yöntemin en önemli amacı 2 veri setinde yer alan değişkenler arasındaki çok boyutlu ilişkiyi birkaç çift kanonik değişken arasındaki ilişkiye indirgemektir.

X_1 ve X_2 veri setleri için tanımlanan kanonik değişkenler u ve v olmak üzere aşağıdaki gibi ifade edilir;

$$u_i = \alpha'_{i1} x_{11} + \alpha'_{i2} x_{12} + \ldots + \alpha'_{ip} x_{1p} \quad \text{ve} \quad v_i = \gamma_{i1}' x_{21} + \gamma_{i2}' x_{22} + \ldots + \gamma_{iq}' x_{2q} \quad (5)$$

i=1,2,3,....s s=min(p,q) olarak tanımlanır. ($\alpha_{i1} \; \alpha_{i2} \ldots \alpha_{ip}$) ve ($\gamma_{i1}\gamma_{i2} \ldots \gamma_{iq}$) vektörleri ise kanonik vektörler (kanonik ağırlıklar) olarak adlandırılır.

Elde edilen i tane kanonik değişken çifti için özdeğerler hesaplanır (ρ_i^2). Maksimum değerli özdeğer (ρ_1^2), ilişkiyi en iyi açıklayan ölçüm olarak kabul edilir. Sıfırdan farklı ρ_i^2 i==1,2,3,...,s==min(p,q)'dir ve değişken sayılarından biridir.Bir tane anakütleolduğu varsayıldığından(p+q)tane değişkenden söz edilmektedir.. Dolayısıyla boyutu (p+q)olmalıdır. Bulunan ρ_i^2 değerlerinin pozitif kökleri, kanonik korelasyonları (ρ_i) verir.

3.2 Varsayımları

Analizin uygulanabilmesi için kanonik değişkenler arasındaki ilişkinin doğrusal olması, çoklu doğrusal bağlantı sorununun olmaması ve sabit varyanslılık koşulu aranmaktadır (Hair ve diğerleri, 1998, s.448). Çoklu normal dağılım varsayımı, kesinlik taşımaz . Bağımlı ya da bağımsız değişken setinde yer alan değişkenlerin parametrik olma koşulları yoktur. (Mai ve Ness,1999,s.860). Ancak parametrik olmayan değişkenler, kukla değişkene dönüştürülerek kullanılabilir.

3.3 Anlamlılık Testleri

Hesaplanan kanonik korelasyonların yorumlanabilmesi için, anlamlı olan kanonik korelasyonların belirlenmesi gerekir. Bu amaçla gerçekleştirilen anlamlılık testleri ; Barlett Testi, Pillai Testi, Lawley Hotelling Testi, Roy'un En Büyük Özdeğer Testi'dir. Araştırmada Barlett Testi esas alınmıştır.

3.3.1 Barlett Testi

Barlett Testi, X_1 veri setindeki herbir x_{1i} ile X_2 data setindeki herbir x_{2j}, arasındaki kovaryansın sıfır olduğu hipotezine dayanır. Testin hipotezi;

H_0: $\Sigma_{12}= 0$ ya da $\rho_1=\rho_2=...=\rho_s=0$

H_1: $\Sigma_{12}\neq 0$ ya da $\rho_i \neq \rho_{i}^{*}$, $i \neq i^*$ (En az bir i, i^* çifti farklı)

şeklinde oluşturulur.

Dolayısı ile korelasyonların sıfır olup olmadığı test edilir. H_o hipotezinin kabul edilmesi durumunda tüm kanonik korelasyonların anlamsız olduğu sonucuna varılır.

$\rho_1, \rho_2, ..., \rho_i$'nin testinde;

$$\Lambda = |\Sigma| \;/\; [\,|\Sigma_{11}|\,|\Sigma_{22}|\,] \qquad (6)$$

Λ kanonik korelasyonların karesi ile ifade edildiğinde;

$$\Lambda = \prod_{i=1}^{s} (1-\rho_i^2) \text{ şeklini alır.} \qquad (7)$$

Λ istatistik değeri, $\chi^2 = -[n-(1/2)(p+q+3)] \ln \Lambda$ şeklinde bir χ^2 dağılımı gösterir. Elde edilen χ^2 istatistik değeri, serbestlik derecesi (pxq) olan χ^2 kritik değeri ile karşılaştırılır. $\chi^2 > \chi^2_{\alpha,(pq)}$ ise H_o hipotezi red edilir.

H_O hipotezinin red edilmesi durumunda en az bir tane ρ_i değerinin sıfırdan farklı olduğu anlaşılır. Sıfırdan farklı olan bu değerin en yüksek korelasyon değerine sahip ρ_1 olacağı açıktır . Ancak diğer korelasyonlardan hangilerinin anlamlı olduğunu belirlemek için, j adım sayısı olmak üzere yukarıdaki formüllere benzer biçimde olan aşağıdaki formüller kullanılır:

$$\Lambda_j^* = \prod_{i=j}^{s} (1-\rho_i^2) \qquad (8)$$

$$\chi^2 = -[(n-1)-(p+q+1)/2] \ln(\Lambda^*) > \chi^2_{\alpha,(p-j+1)(q-j+1)}$$

Buna göre;

j=2 için işlem yapılırken ρ_1^2 gözardı edilir. Hipotez;

H_0: $\rho_2=\rho_3=...=\rho_s=0$
H_1: $\rho_i \neq \rho_{i^*}$, $i \neq i^*$ (En az bir i, i^* çifti farklı)

$$\Lambda_2^* = \prod_{i=2}^{s} (1-\rho_i^2) \qquad (9)$$

formülü ile elde edilen test istatistiği anlamlı bulunursa ilk iki korelasyonun (ρ_1, ρ_2) sıfırdan farklı olduğuna karar verilir. Bir sonraki adımda ilk iki korelasyon dışındaki korelasyonlarla işlem yapılır.

H_0: $\rho_3=\rho_4=...=\rho_s=0$
H_1: $\rho_i \neq \rho_{i^*}$, $i \neq i^*$ (En az bir i, i^* çifti farklı)

$$\Lambda_3^* = \prod_{i=3}^{s} (1-\rho_i^2) \qquad (10)$$

istatistik değerinin anlamlı bulunması yani H_o hipotezinin red edilmesi durumunda ilk üç korelasyonun anlamlı olduğu sonucuna varılır. Bu işleme H_o kabul edilinceye kadar devam edilir. Böylece kaç tane ρ_i'nin anlamlı olduğuna karar verilir.(Tatlıdil, 1996,s.225)

4. KANONİK KORELASYON ANALİZİ UYGULAMA SONUÇLARI

Araştırmamızda, temel alınan ekonomik ve sosyal göstergeler veri setlerini oluşturacaklardır.

Ekonomik değişkenlerin, sosyal göstergeleri etkilediği varsayımı altında, bağımlı veri seti "Sosyal Gelişme", bağımsız veri seti ise "Ekonomik Büyüme" gibi düşünülebilir.

1.veri seti 14 (p=14), 2. veri seti 13 (q=14) değişkenden meydana gelmektedir. s = min (p,q) kuralından hareketle, hesaplanacak korelasyon katsayısının (ρ) 13 tane olduğuna karar verilir.
Hesaplanan 13 tane özdeğer (ρ_i^2) TABLO1'deki gibidir. Burada n=80 ildir.

Tablo 1: Kanonik Korelasyon Analizi Sonucunda Elde Edilen Özdeğerler

	Özdeğerler (ρ_i^2)												
i	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**	**11**	**12**	**13**
ρ^2_i	0,94	0,82	0,68	0,56	0,31	0,20	0,12	0,11	0,09	0,09	0,04	0,03	0,002

Elde edilen kanonik korelasyonların (ρ), anlamlı olup olmadıklarının test edilmesi gerekmektedir. Bu aşamada Barlett Testi sonuçları dikkate alınmıştır. Test sonucunda sadece ilk üç kanonik korelasyonun anlamlı oldukları görülmüştür. (TABLO 2)

Tablo 2: Barlett Testi Sonuçları

Kanonik Korelasyonlar	**BARLETT TESTİ**		
	χ^2 Değeri	**s.d**	**Anlamlılık**
1.kanonik korelasyon	436,4378	182	0,0
2.kanonik korelasyon	268,81	156	0,0
3, kanonik korelasyon	173,80	132	0,008

İlk üç kanonik korelasyonun anlamlı olması, veri setini temsil eden ilk üç kanonik değişken çiftinin yorumlanacağı anlamına gelmektedir.

1.veri setinde yer alan orijinal değişkenlerin (sosyal değişkenler), bu veri setini açıklamada ne kadar etkin oldukları, 1. veri setini temsil eden ilk üç kanonik değişken (u_1,u_2,u_3) temel alınarak incelenecektir. Yine aynı şekilde 2. data setinde yer alan orijinal değişkenlerin (ekonomik değişkenler), bulundukları veri setini açıklamadaki önemleri, kanonik değişkenleri (v_1,v_2,v_3) yardımıyla araştırılacaktır.

Tablo 3: 1. Veri Setinin (Sosyal Gelişme) Kanonik Ağırlıkları

Sosyal Değişkenler	Kanonik Ağırlıklar 1.Kanonik Değişken (u_1)	2.Kanonik Değişken (u_2)	3.Kanonik Değişken (u_3)
ŞEHNUF	-0,02	-0,02	0,03
NUFYOG	-0,018	-0,01	0,076
BEOLHIZ	-0,008	0,13	-0,096
TDOGHIZ	0,06	-0,12	0,36
OGRETIM	0,05	***0,54**	**-0,063**
YATAKSAY	-0,10	0,17	-0,11
KOKUL	***0,40**	***0,48**	***1,64**
EOKUL	**-0,25**	-0,22	***-1,25**
KGELIR	0,09	-0,05	*0,53
DOGYAS	0,12	-0,11	-0,03
OKUYAZ	***0,28**	-0,18	-0,43
NUFART	0,09	0,45	***-0,36**
HEKHAST	***-0,28**	0,31	-0,26
SOSGUV	***0,32**	*** 0,56**	-0,12

Tablo 4: 2. Veri Setinin (Ekonomik Büyüme) Kanonik Ağırlıkları

Ekonomik Değişkenler	Kanonik Ağırlıklar 1.Kanonik Değişken (v_1)	2.Kanonik Değişken (v_2)	3.Kanonik Değişken (v_3)
ZIRAAT	-0,17	-0,27	-0,37
IMALAT	0,002	***0,42**	-0,40
TOPPER	0,17	***0,58**	-0,10
KAMU	***0,25**	-0,30	***0,96**
KKAMUYAT	0,04	-0,29	0,17
KGSYIH	***0,22**	***0,43**	0,05
KBANKMEV	***0,17**	-0,08	-0,201
KBANKKRED	-0,09	-0,05	***0,47**
KSANTES	0,10	-0,15	-0,07
KIHRACAT	-0,07	-0,08	-0,03
KITHALAT	0,04	0,24	0,15
KELEKTUK	0,06	-0,14	-0,02
OTOKISI	**-0,47**	***1,12**	0,17

Tablo 3'de illerin sosyal gelişmişliğini en çok etkileyen değişkenlerin; kadın ve erkek-okullaşma oranı, okur-yazar oranı, hekim başına hasta sayısı, sosyal güvencesi olanların oranı, öğretmen başına düşen öğrenci sayısı, kadın gelirinin oranı, nüfus artış hızı olduğu görülmüştür.

Tablo 4'de, illerin ekonomik gelişmişliğini en çok etkileyen değişkenlerin; kamu kesiminde çalışanların oranının, kişi başına GSYIH'nın, kişi başına banka mevduat ve kredilerinin, imalat ve toptan-perakendecilik kesiminde çalışanların oranının, otomobil başına düşen kişi sayısının olduğunu göstermektedir.

Tablo 5'te sosyal ve ekonomik göstergelerin ekonomik büyüme ve sosyal gelişme setini ne ölçüde açıkladıkları gösterilmektedir:

Tablo 5. Sosyal Ve Ekonomik Göstergelerin Setleri Açıklama Oranı

	Sosyal Göstergeler	**Ekonomik Göstergeler**
Sosyal Gelişme	%96.1080	%58.5091
Ekonomik Büyüme	%61.7191	%100

Seçilen sosyal göstergeler, 1.data setindeki değişkenliğin (sosyal gelişme setini) %96,1080'nini açıklarken, ekonomik değişkenler 1. data setindeki değişkenliğin %58,5091'ini açıklamaktadır.

Ekonomik değişkenler ise, 2. data setindeki değişkenliği (ekonomik büyüme setini) %100 oranında açıklarken, sosyal değişkenler bu data seti %61.7191 oranında açıklamaktadır.

5. SONUÇ

- Analiz sonucunda elde edilen 13 tane kanonik korelasyon katsayısından ilk 3'ünün anlamlı olduğu görülmüştür. Bu analiz için oluşturulan "Sosyal Gelişmişlik" grubunda illerin sosyal gelişmişliğini en fazla etkileyen değişkenlerin; 1. kanonik değişkende (u_1); "Kadın-Okullaşma Oranı", "Okur-Yazar Oranı", "Hekim Başına Hasta Sayısı", "Sosyal Güvenceye Sahip Olanların Oranı", 2. kanonik değişkende (u_2); "Öğretmen Başına Düşen Öğrenci Sayısı", 3. kanonik değişkende (u_3) ise; "Erkek-Okullaşma Oranı" ile "Nüfus Artış Hızı" olduğu görülmüştür.

- Oluşturulan "Ekonomik Büyüme" grubunda, illerin ekonomik büyümesini en çok etkileyen değişkenlerin 1. Kanonik değişkende (v_1); "Toplum Hizmetleri, Sosyal ve Kişisel Hizmetlerde Çalışanların Oranı", "Kişi Başına GSYİH", "Kişi Başına Banka Mevduatı", "Otomobil Başına Düşen Kişi Sayısı", 2. kanonik değişkende (v_2); "İmalat Sanayiinde Çalışanların Oranı", "Toptan-Perakende Ticaret ve Otellerde Çalışanların Oranı", 3. kanonik değişkende ise "Kişi Başına Kredisi" değişkenleridir.

- "Ekonomik Büyüme"olarak adlandırılan bağımsız veri seti , bağımlı set olan "Sosyal Gelişime" 'yi %58,5091 oranında açıklamaktadır. Bu durum ekonomik büyümenin illerin sosyal gelişimini etkilediğini ancak etkinin beklenen düzeyde olmadığını göstermektedir. Ekonomik büyüme, sosyal gelişimi beklenen düzeyde sağlayamamaktadır.

Çalışmanın amacı Kanonik Korelasyon Analizi uygulanarak elde edilen sonuçların "ekonomik büyüme sosyal gelişmeyi sağlamaktadır" varsayımını destekleyip desteklemediğini araştırmak olduğundan, analiz sonuçlarına dayanarak ekonomik büyümenin, illerin sosyal gelişimini etkilediği söylenebilmektedir. Ancak seçilen ekonomik göstergeler sosyal gelişmişliği sadece %58.5091 oranında açıkladığından, uygulanacak sosyal politikaların önemi artmaktadır.

KAYNAKLAR

EVERİTT B.S. ve DUNN, G. (1998), *Applied Multivariate Data Analysis*, 6.baskı, New York, John Wiley & Sons, s.228

FIRAT, S. U. O. , ENGİNKAYA E., CHASAN A. , (2000), *İllere ve Bölgelere Göre Türkiye'nin Demografik ve Sosyal Yapısının Analizi*, İktisat,İşletme ve Finans Dergisi, Yıl.15, Sayı.170, s.19-35

HAİR, J., ANDERSON R., TATHAM R. ve BLACK, W., (1998), *Multivariate Data Analysis*, 5. Baskı, U.S.A, Prentice-Hall, s.448

HORN, R. V., (1993), *Statistical Indicators for the Economic &Social Sciences*, New York, University of Cambridge, s.67-93

İTO, *Ekonomik Rapor 2000*, Yayın No:43, s.40-48

MAİ L. W. ve NESS M. R., (1999), *Canonical Correlation Analysis of Customar Satisfaction and Future Purchase of Mail-Order Speciality Food*, British Food Journal, Vol.101, No:11, s.857-870

ÖZASLAN İ., KORKMAZ E., Batırel Ö. F. ve Erkal M. E., (1998), *Yükseköğretim Kurumlarının Bölgelerarası Gelişme Farklılıkları Açısından Önemi ve İşlevleri*, İstanbul, İTO, s.16

RENCHER A., (1995), *Methods of Multivariate Analysis*, 1. Baskı, New York, Wiley-Interscience Publiction, , s.394

TATLIDİL, H., (1996), *Uygulamalı Çok Değişkenli İstatistiksel Analiz*, Hacettepe Üniversitesi Yayını, Ankara,s.216-255

TESEV, *İnsani Gelişme Raporu*, (UNDP için hazırlanan 1998 Türkiye Raporu)

YU Z. P., CHU P. S. ve SCHROEDER T., (1997), *Predictive Skills of Seasonal to Annual Rainfall Variations in the U.K Affiliated Pacific Islands: Canonical Correlation Analysis and Multivariate Principal Component Resgression Approaches*, Journal of Climate, Vol.10, s.2586-2599

ANALYZİNG THE TURKİSH SOCİAL-ECONOMİC STRUCTURE BY USİNG CANONİCAL CORRELATİON ANALYSİS

ABSTRACT

The purpose of this study is to test the hypotheses "Economic growth explains social development" by using canonical correlation analysis.

This paper investigates the canonical correlations between social development and economic growth in Turkey. 14 social indicators and 13 economic indicators for 80 cities are chosen for this purpose. Results of this statistical analysis make aparrent us that economic growth does not explain social development as it was expected.

Key Words:*Canonical correlation analysis, social development, economic growth.*

İstatistik Araştırma Dergisi Cilt 03 No 01 Sayfa 61-72 Nisan 2004

ŞEHİRLEŞME SEVİYELERİNİN PROJEKSİYONU ÜZERİNE BİR ARAŞTIRMA

Fikret İKİZ * Ahmet KAYA **

ÖZET

Bu çalışmada şehir-köy nüfus farkına(Urban-Rural Growth Differential = URGD) dayalı nüfus projeksiyon yöntemi tanıtılmış ve bu yöntem 1927'den beri yapılan nüfus sayımlarının şehir ve köy nüfusu ile ilgili kayıtlarından Türkiye'deki şehirleşme eğilimi araştırılmıştır. Farklı nüfus artış hızı varsayımları altında, şehir ve köy nüfusu artışı hızı net farkına dayanan ve şehirleşme seviyesinin lojistik dağılış gösterdiği varsayımını kullanan bir yöntemle şehir nüfusunun 2005 yıllarına ait şehirleşme seviyeleri ve şehirlerde yaşayacağı tahmin edilen nüfus sayıları hesaplanmıştır.

Anahtar Kelimeler: *Şehir, nüfusu, köy nüfusu, şehir-köy nüfus farkı, nüfus projeksiyon yöntemi*

1. GİRİŞ

Nüfus yapısının ve büyüklüğünün zaman içindeki değişiminin incelenmesi çok eski zamanlardan beri ülkelerin yönetimlerince yakından ilgilenilen konulardan birisidir. Çünkü tarihler boyunca ülkelerin nüfusları ile ilgili olarak çeşitli sorunları olmuştur. Örneğin çoğu Avrupa ülkelerinde 1930'lu yıllarda nüfus çok azalmış ve bu nedenle bu ülkeler gelecekteki varlıklarından endişe eder hale gelmişlerdir. Ancak II. Dünya savaşından sonra nüfus patlama derecesinde büyümüş ve bu kez barınma ve beslenme problemleri ön plana çıkmıştır. Günümüzde söz konusu Avrupa ülkelerinde nüfus artışı hemen hemen durma noktasına gelmiş ve sayısal büyüklüğün getirdiği sorunlar yerini nisbeten değişik şekilleri ile şehirleşme ve çevre kirliliği gibi sorunlara bırakmıştır.

Üçüncü Dünya Ülkeleri olarak ta bilinen gelişmekte olan ülkelerde, özellikle 1970'li yıllardan bu yana, planlama çalışmalarında nüfusun gelecek yıllardaki büyüklüğü ve yapısı hakkında projeksiyon çalışmalarına büyük önem verilmektedir. Bu projeksiyonlar, kamu ve özel kuruluşların kısa ve uzun vadeli programlarını oluşturmaları için yararlı ve ülkenin konut, tarım, ticaret, sağlık ve yerel yönetim gibi alanlardaki sorunlarının çözümünde yol gösterici olmaktadır. Nitekim, ülkemizde uygulanan 5 yıllık planlar içinde öncelikle nüfus projeksiyonlarına yer verilmekte ve diğer faaliyetlerin planları bu projeksiyonlara dayandırılmaktadır.

* Prof.Dr., Ege Üniversitesi Mühendislik Fakültesi, Bilgisayar Mühendisliği Bölümü .
** **Y.Doç.Dr., Ege Üniversitesi Tire Kutsan Meslek Yüksekokulu Bilgisayar ProgramcıBölümü.**
(Haberleşme : Ahmet KAYA, Tire Kutsan Meslek Yüksekokulu, Tire-İZMİR

Çoğu ülkelerde önce sadece gelecekteki nüfus büyüklüğünün tahmin edilmesi amacına yönelik olarak yapılan çalışmaların alanı, özellikle son yıllarda, bu amacın yanı sıra ülke içindeki kırsal alanlardan şehirlere olan göçlerin etkisiyle ortaya çıkan şehirleşme olayını kapsayacak şekilde genişletilmiştir. Birleşmiş Milletler bünyesinde yapılan çalışmalarda 1900 yılı başında sadece 25 milyon olan Dünya şehir nüfusunun 1984 yılında 1.6 milyarı bulduğu ve bu nüfusun 2000'li yıllarda 3.1 milyara ulaşacağı tahmin edilmiştir.

Sadece gelişmekte olan ülkelerin değil, gelişmiş ülkelerin de önemli bir sorunu olan şehirleşme, genelde şehir nüfusunun toplam nüfusa oranı olarak tanımlanan şehirleşme seviyesinin zaman içindeki değişimi araştırılarak incelenmektedir. Bu amaçla genel nüfus projeksiyonu için, ünlü nüfusbilim filozofları Engels ve Malthus'dan bu yana, sürekli olarak geliştirilen matematiksel modeller, şehirleşmeyi karakterize eden parametreleri de içerecek şekilde yeniden düzenlenmiştir. Bu modellerin kullanımı ile değişik ülkelerdeki şehirleşmeyi farklı nüfus artış varsayımları altında incelemeye yönelik pek çok çalışma yapılmıştır. Bu çalışmalara Kelley ve *Williamson (1984)*, *Mohan (1985)* ile *Shorter ve ark. (1987)* örnek olarak gösterilebilir.

Ülkemizde ise son yıllarda artan nüfus, getirdiği ve getireceği sorunlar üzerine genel açıklamalara ve yargılara yer veren *Ölçen (1979)*, *Cillov (1982)* ve *Holzhousen (1987)* gibi çalışmalar yapılmış olmasına rağmen yukarıda sözü edilen matemetiksel modelleri kullanarak, sayısal analizlerle, gelecek yıllara ait tahminlemelere yer veren araştırmalara pek rastlanmamaktadır.

Bu çalışmanın amacı son yıllarda ülkemizde güncel sorunlardan biri olarak gösterilen ve daha uzunca bir süre güncelliğini koruyacağına şüphe olmayan nüfus artışı ve şehirleşme ile ilgili projeksiyonların yapılmasına olanak veren modelleri ve uygulama yöntemlerini tanıtmaktır. Bu amaca uygun olarak ikinci bölümde çalışma materyali olan veriler ve yapıları tanıtılmıştır. Aynı bölüm içinde nüfus ve şehirleşme seviyesi projeksiyon yöntemleri ile projeksiyonlarda kullanılan varsayımlar açıklanmıştır. Üçüncü bölümde ülkemizdeki şehirleşme, şehir nüfusu ve şehir sayılarının dağılımı ile ilgili projeksiyonlara ve tahminlere ilişkin araştırma sonuçları yer almış ve bu sonuçlar gerek metod ve gerekse daha önceki araştırma bulguları yönünden tartışılmıştır. Çalışmanın son bölümünde araştırma bulgularından çıkarılan genel sonuçlara ve önerilere yer verilmiştir.

2. MATERYAL VE METOD

Çalışmanın materyalini, ilki 1927 yılında yapıldıktan sonra 1935 yılından itibaren her beş yılda bir gerçekleştirilen Türkiye genel nüfus sayımlarının idari bölünüşle ilgili sonuçları oluşturmaktadır. Sayım yıllarına göre şehir ve köy nüfuslarını içeren genel sonuçlar ilk aşamada şehir ve köy nüfusu artış oranlarının, şehirleşme seviyesinin ve şehir köy nüfus artış hızları farkının (Urban-Rural Growth Differential=URGD) hesaplanabilmesine ve böylece şehirleşme hakkında genel bir fikir edinmeye olanak sağlamaktadır. Türkiye idari bölünüşüne göre şehir, il ve ilçe merkezlerinin belediye sınırları içinde kalan alanı; köy ise bu merkezlerin belediye sınırları dışındaki bucakları ve köy muhtarlıkları olarak tanımlanmaktadır.

Çalışmada il ve ilçe bazında şehir ve köy nüfusu dağılışının araştırılması bakımından 1970-1990 yılları arasında yapılan beş nüfus sayımının sonuçları kullanılmıştır. Söz konusu sayım yıllarına göre şehir ve köy sayıları Tablo-1'de verildiği gibidir. Tablo-1'deki şehir sayısı illerin merkez ve diğer ilçelerinin toplamı olarak elde edilmiştir.

Tablo-1, Türkiye şehir ve köy sayıları

Yıllar	Şehir Sayısı	Köy Sayısı
1970	638	35.995
1975	638	36.115
1980	638	36.155
1985	645	36.031
1990	895	36.120

Genel nüfus sayımının yayınlanan sonuçlarında şehir ve köy nüfuslarının ayrı ayrı belirtilmesi yerine, illerin merkez ve diğer ilçelerinin belediye sınırları içinde kalan alanlarındaki nüfus şehir nüfusu, dışında kalan alanlardaki nüfus ise köy nüfusu olarak verilmektedir. Buna göre sayım sonuçları, il ve ilçe bazında toplam nüfus, şehir nüfusu ve köy nüfusu ana başlıkları altında incelenmektedir.

3. NÜFUS PROJEKSİYON MODELLERİ

Nüfus büyüklüğünün ve yapısının zaman içindeki değişimini tanımlamak ve böylece gelecek yıllara ait projeksiyonlar yapabilmek amacıyla kullanılan modeller *Kpekodo (1982)*, *Pollard ve ark. (1981)*, *Marks ve ark. (1974)*, *Cox (1970)* gibi temel nüfusbilim yayınlarında başlıca iki grupta toplanmaktadır. Birinci gruptaki modeller, nüfus sayımı sonuçlarına uyumu sağlanan matematiksel modelleri içermektedir. İkinci grup modeller ise komponent metodu modelleri olarak bilinmekte ve bu metoda göre doğum, ölüm ve göç istatistikleri nüfusun yaş ve cinsiyet yapısı ile birlikte ele alınmaktadır.

Genel nüfus sayımı sonuçlarını esas alan ve yalnızca nüfus projeksiyonları için değil aynı zamanda sayımlar arası tahminler için de kullanılan başlıca dört matematik model bulunmaktadır *(Pollard ve ark., 1981)*.

İlk ve en basit model doğrusal interpolasyon ve ekstrapolasyon modeli olup bu modele ilişkin eşitlik

$$P_t = P_0 + (P_n - P_0)\frac{t}{n} \qquad ...(1)$$

şeklinde verilmektedir. Burada P_0 ve P_n sırasıyla ilk ve son sayımdaki nüfusları P_t ve t>0 olmak kaydıyla herhangi bir t zamanına ait tahminlenmek istenen nüfusu göstermektedir. İkinci tip matematiksel modeller, üç veya daha çok sayım yılı için sayım sonuçlarının bulunduğu durumlarda kullanılabilen, ikinci ve daha yüksek dereceden örneğin $P_t = a + bt + ct^2$ gibi eğrilerin uyumunun sağlandığı polinomlardır. Bu iki tip matematik modelin ancak sayımlar arası tahminlerle çok yakın geleceğe ait tahminler için kullanılabileceği, nisbeten uzun geleceğe yönelik projeksiyonlar için uygun olmayacağı hemen hemen tüm nüfusbilim yayınlarında belirtilmektedir.

Nüfus projeksiyonu ile ilgili çalışmalarda en çok kullanılan matematik modeller geometrik ve logistik modellerdir. Geometrik modelde, yıllık nüfus artış hızının % r gibi sabit bir değere eşit olduğu varsayımı altında, t yılına ait nüfus olan P_t ile herhangi bir başlangıç yılına ait P_0 nüfusu arasında

$$P_t = P_0 + (1+r)^t \qquad ...(2)$$

gibi bir ilişki olduğu kabul edilmektedir. Bu eğri özellikle gelişmekte olan ülkelerin nüfus sayım sonuçlarına iyi uyum sağlamakta ve bu nedenle projeksiyon amacıyla *Bailey (1977)* nüfusun sürekli büyüme özelliğini dikkate alarak (2) de verilen geometrik eşitlik yerine

$$P_t = P_0 e^{rt} \qquad ...(3)$$

üssel modelden yararlanılabileceğini belirtmektedir. Bu nedenle çoğu araştırmalarda bu iki model biribirinin yerine kullanılabilmektedir *(Mohan, 1985)*.

Lojistik model nüfusun sınırsız bir şekilde büyümeyeceği, kalabalık insan topluluklarında büyüme hızının giderek azalacağı varsayımı ile geliştirilen bir nüfus büyüme modelidir. Özellikle gelişmiş ülkelerin nüfus sayım sonuçları lojistik modele uygunluk göstermektedir. Ancak gelişmekte olan ülkeler için geometrik veya üssel modele oranla kullanımı nisbeten sınırlı görülmektedir *(Streets, 1983)*.
Lojistik modelin genel formu;

$$P_t = \frac{b}{e^{-at} + c} \qquad ...(4)$$

gibidir ve üç parametreli (a b ve c) bir modeldir. Hemen belirtelim ki (3) no'lu eşitlikte verilen üssel nüfus artış modeli lojistik modelin özel bir halidir. Çünkü (4) no'lu modelde $a = r,\ b = P_0\ ve\ c = 0$ olarak alınacak olursa lojistik model (3) no'lu modelde verilen nüfus artış modeline dönüşmektedir.
Bu çalışmada hem nüfus projeksiyonu ile ilgili olarak yapılan diğer araştırmalarla karşılaştırmalar yapabilmek bakımından ve hem de verilerin uygunluk göstermesi yüzünden geometrik nüfus büyüme modeli kullanılmıştır.

4. ŞEHİRLEŞME SEVİYESİNİN PROJEKSİYONU

Toplam nüfus projeksiyonu için gerek nüfus sayım sonuçlarından ve gerekse doğum, ölüm ve göç istatistiklerinden yararlanılarak geliştirilen pek çok model olmasına rağmen, şehir nüfusunun projeksiyonu kestirilmeyen ekonomik ve etnik faktörler nedeniyle çok daha zordur. Şehir nüfusunun artış hızı ile ilgili olarak kabul edilebilir bazı varsayımlar yapmak ve geçmiş yıllara ait verilerden şehirleşme seviyesinin değişme eğilimi ile ilgili bilgileri kullanmak suretiyle şehirleşme seviyesi için projeksiyonlar yapmak ve bu projeksiyonları toplam nüfus projeksiyonları ile kombine ederek geleceğe yönelik şehir nüfusu tahminlerinde bulunmak mümkündür. Birleşmiş Milletler nüfus olayları çalışma gruplarınca benimsenen ve önerilen şehirleşme seviyesi projeksiyon yöntemi, şehir ve köy nüfus artış hızları farkını (URGD) esas almaktadır.

Herhangi bir t yılı için; U_t, R_t ve T_t sırasıyla şehir, köy ve toplam nüfusu göstersin. Aynı değerler bir başlangıç yılı için U_0, R_0 ve T_0 olsun. Eğer u ve r sırasıyla şehir ve köy nüfuslarının yıllık artış hızları ise, (3) no'lu üssel nüfus artış modeline göre t zamandaki şehirleşme seviyesi

$$\frac{U_t}{T_t} = \frac{1}{1 + \frac{U_0}{R_0} e^{-dt}} \qquad \text{...(5)}$$

olur. Burada $d = u - r$ dır ve bu eşitlik, (4) no'da verilen lojistik modelin özel bir halidir.

Gelecek yıllara ilişkin tahminlemeler için modelin kullanılmak istendiği her dönemde d için farklı değerler alınabilir. Böylece ülkesel politika ve stratejilerden kaynaklanan ve nüfus artış farkını etkileyebileceği düşünülen varsayımların modelde kullanılması mümkün olmaktadır.
Bu çalışmada (5) nolu eşitlikte verilen modele göre şehirleşme projeksiyonlarının yapılmasında d için beş farklı strateji kullanılmıştır. Bu stratejiler aşağıda açıklandığı gibidir.

4.1 Stratejiler

STR-1 : Ülkemizde 1980-1985 döneminde gözlenen d=0.075 değerinin projeksiyon terminal yılı olan 2005'e kadar aynen devam etmesi.

STR-2 : d=0.075 değerinin projeksiyon dönemi sonuna kadar doğrusal olarak d= 0.030' a düşürülmesi.

STR-3 : d=0.075 değerinin 2005 yılına kadar doğrusal olarak d=0.010 değerine düşürülmesi.

STR-4 : d = 0.075 olan URGD değerinin 1995 yılında, d=0.040'a düşürülmesi ve bu değerin projeksiyon sonuna kadar aynen devam etmesi.

STR-5 : Şehir köy nüfus artış farkının 1995 yılında, 1950 ile 1990 yılları arasında gözlenen en düşük değer olan d=0.017 değerine düşürülmesi ve bu değerin projeksiyon sonuna kadar aynen devam etmesi.

5. ARAŞTIRMA BULGULARI VE TARTIŞMA

5.1 Genel Sayım Sonuçlarından Şehirleşme ile İlgili Bulgular

İlki 1927 yılında gerçekleştirildikten sonra 1935 yılından itibaren her beş yılda bir yapılan genel nüfus sayımlarındaki şehirleşme ile ilgili kayıtlardan bulunan şehir nüfusu artış hızı farkları (URGD) Tablo-3 de verilmiştir.

Tablo-2, Türkiye'de şehir nüfusunun artışı (1927-1990)

Sayım Yılı	Şehir Sayısı	Şehir Nüfusu (Milyon)	Şehirleşme Seviyesi(%)	Şehir Nüfusu Artış Hızı(%)	Köy Nüfusu Artış Hızı (%)	URGD(%)
1927	391	3.3	24.26	-	-	-
1935	413	3.8	23.46	1.78	2.35	-0.57
1940	433	4.3	24.16	2.50	1.71	0.79
1945	459	4.7	25.00	1.79	0.87	0.92
1950	485	5.2	24.88	2.04	2.17	-0.13
1955	559	6.9	28.63	5.82	1.84	3.98
1960	637	8.9	32.01	5.22	1.90	3.32
1965	638	10.8	34.39	3.95	1.74	2.21
1970	638	13.7	38.48	4.87	1.23	3.64
1975	638	16.9	41.83	4.29	1.42	2.87
1980	638	19.6	43.85	3.01	1.33	1.68
1985	645	26.9	53.06	6.54	-1.06	7.60
1990	895	33.3	58.89	4.75	0.55	4.20

Tablo-3' den görüldüğü gibi Türkiye'de 1950 yılına kadar az çok istikrarlı olan ve yaklaşık % 25 civarında seyreden şehirleşme, 1955 yılından itibaren çok hızlı artışlar göstererek otuz yıl içerisinde % 53 gibi çok büyük bir seviyeye ulaşmıştır. Aynı dönem içinde şehir sayısının sadece % 33'lük artış göstermesine karşılık, şehir nüfusunun beş kattan fazla artmış olması, şehirlerdeki nüfus artışının son otuz yıl içinde yeni şehir merkezlerinin oluşturulmasından ziyade hangi büyüklük sınıfında olursa olsun mevcut şehirlerin nüfusunun göçler ve doğal nüfus artışı nedeniyle arttığını göstermektedir. 1950 yılına kadar bazı farklılıklarla hemen hemen aynı hızla artış gösteren şehir ve köy nüfusu, 1955 yılından sonra tamamen farklı bir değişme eğilimine sahiptir. Öyle ki 1950-55 arasında şehir nüfusu artış hızı % 5.82 gibi yüksek bir değere çıkmış ve daha sonraki dönemlerde hep aynı düzeyde olmasa bile şehir nüfusu büyük bir hızla artmaya devam etmiştir. En büyük şehir nüfusu artış hızı ise 1980-85 döneminde % 6.54 ile gerçekleştikten sonra, 1985-90 döneminde bir miktar gerileme ile % 4.75' lik bir nüfus artış hızı söz konusu olmuştur.

Aynı dönem içinde köy nüfus artış hızı ise sürekli olarak düşmüştür. Şehir ve köy nüfus artış hızlarının farkı olan URGD'nin de 1950 öncesi ve sonrası değerleri birbirinden farklılık göstermektedir. Son otuz yılda şehir-köy nüfus artış hızı ise sürekli olarak düşmüş ve ilk kez 1980-85 arasında köy nüfusunun azaldığı gözlenmiştir. Şehir ve köy nüfus artış hızlarının farkı olan URGD'nin de 1950 öncesi ve sonrası değerleri birbirinden farklılık göstermektedir. Son otuz yılda şehir-köy nüfus artış hızı farkı hep pozitif değerler almış ve bu fark ortalama olarak 3.6 civarında gerçekleşmiştir. Bu dönemde en yüksek fark 1980-85 arasında % 7.6 olarak ortaya çıkmış olup, aynı fark değeri 1985-90 yılları arasında % 4.20 değerini almıştır.

Değişik büyüklükteki ilçelerde şehirleşme seviyesinin ve nüfus artış hızlarının farklı olup olmadığını araştırmak bakımından son beş sayım yılının ilçe toplam nüfusları esas alınarak ilçeler beş büyüklük sınıfına ayrılmıştır. Bu sınıflar;

1. 1. Sınıf 100.000 ve üzeri nüfusuna sahip ilçeleri,
2. 2. Sınıf 50.000-99.999 arasındaki şehir nüfusuna sahip ilçeleri,
3. 3. Sınıf 20.000-49.999 arasındaki şehir nüfusuna sahip ilçeleri,
4. 4. Sınıf 10.000-19.999 arasındaki şehir nüfusuna sahip ilçeleri,
5. 5. Sınıf 10.000 den az şehir nüfusu olan ilçeleri kapsayan sınıflardır.

Bu sınıflandırma sistemi DİE tarafından verilen Türkiye nüfus sayımı şehir sınıflandırması ile Mohan (1985) tarafından kullanılan Birleşmiş Milletler sınıflandırma sisteminden hareketle oluşturulmuştur. Söz konusu sınıflandırmaya göre oluşturulan şehir sınıflarının şehirleşme seviyeleri, nüfus artış hızları ile birlikte, Tablo-4'te verilmiştir. Bu tablonun incelenmesinden Türkiye'de son dört sayım yılında elde edilen sonuçlara göre, gerek şehirleşme seviyeleri ve gerekse toplam nüfus artış hızlarının değişik ilçe sınıfları için farklı değerler aldığı kolayca görülebilir. Nüfusu 100.000'in üzerinde olan ilçelerdeki şehirleşme seviyesi, Türkiye genel şehirleşme seviyesinin çok üstünde, 1985 öncesi sayım yıllarında % 60 civarında, 1985'te % 72.42 değerine, 1990 yılında ise bu seviye % 86.64 değerine ulaşmıştır. Şehirleşme seviyesi en düşük olan ilçe sınıfı 1985 nüfus sayımı sonuçlarına göre % 26.56 ile 3.sınıf ilçeler iken, 1990 nüfus sayımı sonuçlarına göre şehirleşme seviyesi en düşük olan ilçe sınıfı % 23.99'luk bir oranla nüfusu 10.000'den küçük olan 5. sınıf olmuştur.

Tablo-3, İlçe büyüklüklerine göre şehirleşme ve nüfus artış hızları (1970-1990)

İlçe Sınıfı	Özellik	1970	1975	1980	1985	1990
1.	Şehir Nüfusu	8292705	10660936	13265604	19795047	20716901
	Köy Nüfusu	4997824	6527302	8451450	7538955	3194888
	Şehirleşme Seviyesi	62.39	62.02	61.08	72.42	86.64
2.	Şehir Nüfusu	2943335	3702237	3687809	4127246	3878037
	Köy Nüfusu	7796100	8437418	8180954	8351375	3118946
	Şehirleşme Seviyesi	27.41	30.50	31.07	33.07	55.42
3.	Şehir Nüfusu	2057616	2124723	2335073	2635062	3961687
	Köy Nüfusu	7927041	7519344	7586692	7285548	5225552
	Şehirleşme Seviyesi	20.61	22.03	23.53	26.56	43.12
4.	Şehir Nüfusu	362228	350507	323201	270051	2561344
	Köy Nüfusu	1127619	928886	818078	571440	5210794
	Şehirleşme Seviyesi	24.31	27.40	28.32	32.09	32.96
5.	Şehir Nüfusu	35217	30665	33320	38351	2225107
	Köy Nüfusu	65491	65701	54776	51383	7049398
	Şehirleşme Seviyesi	34.97	31.83	37.82	42.72	23.99

1990 yılı sonuçları dikkatle incelendiğinde, 1. sınıf ilçelerin şehirleşme seviyelere yüksek bir hızla artarken, 2.sınıf ilçelerde 1980-85 döneminde şehirleşme % 33.07 iken, 1985-90 döneminde bu oran % 55.42'ye sıçramıştır. 3. sınıf ilçelerde de şehirleşme seviyesi benzer oranlı bir artış kaydederken, 4. sınıf ilçelerdeki şehirleşme seviyesi aynı oranı korumuş, 5.sınıf ilçelerde ise % 20'ye varan oranlarda şehirleşme seviyesinde gerileme söz konusu olmuştur.

Birleşmiş Milletlerce desteklenerek Hacettepe Nüfus Etüdleri Enstitüsünce gerçekleştirilen Türkiye Doğurganlık araştırması (1978) sonuçlarına göre köylerdeki doğurganlık oranının şehirdekinden büyük olmasına rağmen, şehirleşme oranı çok yüksek olan 1.sınıf ilçelerdeki nüfus, Dünya standartlarının çok üstünde bir artış göstermiştir. Gerçekten Dünyada nüfus artışının çok hızlı olduğu bilinen Hindistan'da bile 1971-1981 arasında 1.sınıf ilçelerdeki nüfus artış hızı yıllık ortalama % 3.62'dir *(Mohan, 1985)*. Aynı dönem içinde Türkiye'de 1.sınıf ilçelerdeki gözlenen yıllık ortalama nüfus artış hızı yaklaşık % 5'tir. Buna göre ülkemizde 1.sınıf ilçelerdeki bu büyük artış büyük ölçüde, bu tip ilçelere gerek köylerden ve gerekse diğer ilçelerden gerçeklenen göçlerle açıklanabilmektedir.

5.2 Şehirleşme Seviyesi ve Şehir Nüfusu ile İlgili Projeksiyonlar

Gelecek yıllara ait nüfus projeksiyonları yapmak, nüfusu etkileyen pek çok ekonomik ve etnik faktör arasındaki etkileşimler ve gelecekte ortaya çıkabilecek beklenmedik olaylar nedeniyle son derece güç bir iştir. Çünkü nüfus ile belirtilen faktörler arasında ideal ve dinamik bir model kurmak hemen hemen imkansızdır. Bu nedenle projeksiyonları bazı strateji ve varsayımlara bağlı olarak gerçekleştirme zorunluluğu vardır.

Çalışmamızda şehirleşme seviyesi projeksiyonları 5 bölümde tanıtılıp şehir-köy nüfusu artış hızı farkına dayanan modele göre gerçekleştirilmiştir. Bu model yine aynı bölümde açıklanan beş farklı strateji (STR) için kullanılmış ve bulunan şehirleşme seviyesi projeksiyonları Tablo-5 'te verilmiştir.

Tablo-4 2005 yılına kadar şehirleşme projeksiyonları.

URGD Stratejisi	1990	1995	2000	2005
STR-1	59.01	67.69	75.30	81.60
STR-2	59.01	66.03	70.36	72.40
STR-3	59.01	64.90	68.23	69.31
STR-4	59.01	63.75	68.12	72.34
STR-5	59.01	61.05	63.05	65.00

Tablo-5'e göre şehir-köy nüfus artış hızları farkı için öngörülen tüm stratejilerin şehirleşme seviyesini artırıcı yönde sonuçlar verdiği açıkça görülmektedir. 1980-85 arasında gözlenen URGD=0.075 değerinin 2005 yılına kadar aynen devam etmesi durumunda (STR-1) toplam nüfusun yaklaşık % 81.60 oranında şehirlerde bulunacağı sonucu ortaya çıkmaktadır. Bu stratejiye göre projeksiyon yapılan her yıl için en yüksek şehirleşme seviyesi tahminleri elde edilmiştir. Şehirleşme seviyesi için en düşük projeksiyonların yapıldığı strateji STR-5'tir ve buna göre son otuz yılda gözlenen en düşük URGD olan 0.027 değerinin 1990'dan itibaren 2005 yılına kadar devam sürdürüleceği varsayılmaktadır. Buna göre STR-1 "kötümser", STR-5 ise "iyimser" stratejiler olarak tanımlanabilir. "İyimser" STR-5 stratejisine göre 2005 yılında nüfusun yaklaşık % 65'inin şehirlerde bulunması beklenmektedir.

Bu iki strateji arasında bulunan diğer stratejilere göre beklenen şehirleşme seviyesi % 70 veya bu oranın biraz üzerindedir. Bunlardan URGD değerinin 0.075'ten doğrusal olarak 0.030'a düşmesini öngören STR-2, Shorter ve ark.(1987) tarafından verilen ve ortalama yıllık % 1.2'lik artış öngören Türkiye 1995 ve 2000 yılı projeksiyonlarına çok yakın değerler vermiştir. Shorter ve arkadaşları yıllık ortalama % 1.2'lik artış olacağı varsayımına dayandırılmışlardır.

Ayrıntıları toplam nüfus artış hızı için yapılan üç varsayım altında, beş URGD stratejisinin her birine göre Tablo-5'te verilen şehirleşme seviyeleri ile 2005 yılına kadar yapılan şehir ve köy nüfusu projeksiyonları Tablo-6'da yer almıştır.

1985-90 yılında gözlenen toplam yıllık nüfus artış hızının projeksiyon terminal yılı olan 2005'e kadar devam etmesi halinde Türkiye nüfusu 2005 yılında 83 milyon dolayında gerçekleşecektir. Bu nüfusun yaklaşık 68 milyonu şehirlerde, 15 milyonu ise köylerde olacağı söylenebilir. şehirleşme açısından "kötümser" olarak tanımlanan bu durumun dışında "iyimser" STR-5 stratejisi ile şehir ve köy nüfusu arasındaki farklılık en aza indirgenebilecektir. Aynı toplam nüfus artışı varsayımı altında diğer URGD stratejileri özellikle köy nüfusunun tüm projeksiyon yılları için yaklaşık 25 milyon civarında, şehir nüfusunun ise sürekli artışlarla 2005 yılında 55 milyon civarında olması beklenmektedir. Bunlar arasında özellikle STR-2, Shorter ve ark.(1987) tarafından verilen 1995 ve 2000 yılı projeksiyonları ile benzerlik halindedir.

Toplam nüfus artışının yıllık ortalama 0.02'lik bir değerle gerçekleşeceği varsayımı altında elde edilen sonuçlar arasındaki ilişkiler, sayısal büyüklükler dışında, 0.0255 yıllık ortalama nüfus artışı varsayımı ile bulunanlarla aynıdır. Tablo-6'da dikkati çeken diğer önemli bir nokta (2) ve (3) nolu toplam nüfus artışı varsayımları ile bulunan sonuçların sayısal olarak da biri birine çok yakın olduğudur.

Tablo-5, Farklı URGD stratejisine göre nüfus projeksiyonları (Milyon)

Nüfus Artış Hızı	URGD Stratejisi	Nüfus	1990	1995	2000	2005
0.0255(1)	Toplam Nüfus =>		56.47	64.20	73.00	82.90
	STR-1	Şehir	33.33	43.46	54.97	67.65
		Köy	23.14	20.74	18.03	15.25
	STR-2	Şehir	33.33	42.39	51.36	57.45
		Köy	23.14	21.81	21.64	25.45
	STR-3	Şehir	33.33	41.66	49.81	57.45
		Köy	23.14	22.54	23.19	25.45
	STR-4	Şehir	33.33	40.93	49.81	60.02
		Köy	23.14	23.27	23.19	22.88
	STR-5	Şehir	33.33	39.20	46.03	53.90
		Köy	23.14	25.00	26.97	29.00
0.020(2)	Toplam Nüfus =>		56.47	62.37	68.89	76.09
	STR-1	Şehir	33.33	42.22	51.87	62.09
		Köy	23.14	20.15	17.02	12.00
	STR-2	Şehir	33.33	41.18	48.47	55.09
		Köy	23.14	21.19	20.42	21.00
	STR-3	Şehir	33.33	40.47	47.01	52.73
		Köy	23.14	21.90	21.88	23.36
	STR-4	Şehir	33.33	39.76	47.00	55.09
		Köy	23.14	22.61	21.88	21.00
	STR-5	Şehir	33.33	38.08	43.44	49.47
		Köy	23.14	24.29	25.45	26.62
0.0255 0.018(3)	Toplam Nüfus =>		56.47	63.38	70.4	78.09
	STR-1	Şehir	33.33	42.90	53.00	56.54
		Köy	23.14	20.48	17.40	21.55
	STR-2	Şehir	33.33	41.85	49.53	56.54
		Köy	23.14	21.53	20.87	21.55
	STR-3	Şehir	33.33	41.13	48.04	54.12
		Köy	23.14	22.25	22.36	23.97
	STR-4	Şehir	33.33	40.40	48.04	56.54
		Köy	23.14	22.98	22.36	21.55
	STR-5	Şehir	33.33	38.70	44.39	50.77
		Köy	23.14	24.69	26.01	27.32

(1) 1985-90 arası toplam nüfus artış hızı olan 0.0255' in 2005 yılına kadar aynen süreceği.
(2) 2005 yılına kadar 0.02 olan yıllık nüfus artışı.
(3) Yıllık nüfus artışının 0.0255'den doğrusal olarak 0.018'e düşeceği.

6. SONUÇ VE ÖNERİLER

Genel nüfus sayımlarının şehirleşme ile ilgili sonuçlarından, gelecek yıllara ait tahminleme ve projeksiyonlar yapmak için veri tabanı yönetim dizgesi desteği ile gerçekleştirilen bu araştırmadan elde edilen sonuçlar ve analizlerle ile ilgili öneriler aşağıdaki gibi özetlenebilir:

a) Ülkemizde özellikle 1950 yılından itibaren şehir nüfusunda çoğu dünya ülkelerinde hesaplananlara oranla çok daha yüksek hızda artışlar gözlenmiştir. Köy nüfusu artış hızında ise sürekli bir düşüş vardır.

b) Şehir nüfusundaki artışlar özellikle nüfusu 100.000' ve üzerinde olan yerleşim birimlerinde gözlenmiş ve bu yerlerdeki şehirleşme seviyesinin 86.64 gibi bir düzeyde gerçekleştiği hesaplanmıştır.

c) Şehirleşme ile ilgili olarak yapılan projeksiyonlarda nispeten uygun bazı varsayımlar altında ülkemiz şehirleşme seviyesinin, sürekli artışlar 2005 yılında % 65 veya bunun üzerinde bir değer alacağı söylenebilir. Aynı varsayımlar ile şehir nüfusunda sürekli artışlar olduğu halde köy nüfusunun nisbeten sabit kalacağı, toplam nüfusun 75-80 milyon arası bir rakama ulaşacağı tahminlenmiştir.

d) Projeksiyon çalışmalarında ülkenin demoğrafik yapısı ile ekonomik özelliklerini bir arada dikkate alan dinamik modeller ile çalışmanın, doğrudan nüfus sayımlarına bağlı olan matematiksel modellerle çalışmaya oranla daha etkin projeksiyonlara yol açabileceği muhakkaktır. Ancak bu güne kadar her ülkenin koşullarına uyan böyle bir model ortaya atılamamıştır. Buna rağmen ülkenin yaş ve cinsiyet yapısına göre doğum, ölüm ve göç istatistiklerden yararlanarak, bilgisayar desteğinde DBMS kullanımı ile projeksiyonlar yapılabilir. Bu amaçla uluslararası sağlık örgütlerince geliştirilen FITFIV, SINSIN gibi bilgisayar yazılımlarından yararlanılabilir *(Shorter ve ark., 1987).* Hatta her ülkede kendi koşullarına uygun yazılımlar geliştirilebilir.

KAYNAKLAR

BAILEY, N.T.J. (1977), Mathematics, Statistics and Systems For Health. John Wiley and Sons. N.Y.

CİLLOV, H. (1982), Aşırı nüfus sorunu. Nüfusbilim Dergisi, Cilt 4. 3-5.

COX, P.R. (1970), Demography. Cambridge Univ. Press. London.

Genel Nüfus Sayımı (1970, 1975, 1980, 1985, 1990), Başbakanlık Devlet İstatistik Enstitüsü Yayınları.

HOUZHOUSEN , W. (1987), The population problem in Turkey (As seen from the perspective of a foreign donor). Nüfusbilim Dergisi, Cilt 9. 63-73.

İKİZ, F. ve I.M.WILSON (1987), The analysis of Turkish population register data for demographic purposes-A case for computerisation. The First International Conference on Statistical Computing. 30 March-2 April, 1987, İzmir.

JOHNSON, N. L. ve S. KOTS. (1970), Continous Univariate Distributions-1. John Wiley and Sons. N.Y.

KELLEY, A. ve J. WILLIAMSON. (1984), Modelling the urban transition. Pop. and Dev. Rev. 10, no.3. 419-441.

KPEKODO, G.M.K. (1982), Essentials of Demographic Analysis. Heinemad Ed. Books Ltd. London.

MARKS, E.S., W.SELTER ve K.J. KROTKI. (1974), Population Growth Estimation. The population Council. N.Y.

MOHAN, R. (1985), Urbanization in India's future. Pop. and Dev. Rev. 11, no.4. 619-645.

ÖLÇEN, A.N.(1979), Nüfus Sorunu ve Toplum Sağlığının Ekonomik Analizi. H.Ü. Yayınları. D-27.

POLLARD, A.H.,F. YUSUF ve G.N. POLLARD. (1981), Demograpic Tecniques, Pergamon Press. Sydney.

SHORTER, F.C., D. PASTA ve R. SENDEK. (1987), Computational Methods for Population Projection. The Population Projection. The population Council. N.Y.

STREETS, E. (1983), view of Population Projection Methods. MSc. Thesis. Reading Univ. England.

A STUDY ON THE PROJECTİON LEVELS OF URBANİZATİON

ABSTRACT

Among many demographic measurements, urbanization level which is defined as the ratio of the urban population to the total population has become an important statistics for developing countries in which relatively high population increases are taking place.

In the present study, the records of changes in urban and rural population of Turkey since 1927 were used to investigate the trend of urbanization in Turkey. The method which actually depends on the net difference between growth rates of urban rural populations and urban rural growth differential (URGD) was used for the projection of the total urban population until the year 2005 under different assumptions of population growth.

The results of the projections have indicated that the level of urbanization in the year 2005 is about 70 % and the total urban population in this year has been predicted to be around 50 millions. It also has been predicted that both the number of cities populated over 100.000 and the population living in these cities would continue to rise no matter which assumption for population growth is employed.

***Key Words** : Urban population, rural population, URGD.*

İstatistik Araştırma Dergisi Cilt 03 No 01 Sayfa 73-83 Nisan 2004

HİPERTANSİYONUN TAHMİNİ İÇİN ÇOKLU TAHMİN MODELLERİNİN KARŞILAŞTIRILMASI

Mevlüt TÜRE*, İmran KURT**, Ebru YAVUZ**,
Turhan KÜRÜM***

ÖZET

Bu çalışmada, kontrol ve hipertansiyonlu hasta grubunun tahmini için lojistik regresyon analizi (LR), flexible diskriminant analizi (FDA) ve neural networks (NNs) karşılaştırıldı. Aile hikayesi, lipoprotein A, trigliserid, sigara kullanımı ve vücut kitle indeksi tahminleyici değişken olarak ele alındı. Veriler, 2001 yılında Trakya Üniversitesi Tıp Fakültesi Kardiyoloji Kliniğinden elde edildi. Bütün modellerin ROC eğrisi altındaki alanları 0.793-0.984 aralığında yer aldı. NNs'nin duyarlılık, özgüllük ve doğruluk oranları %90'dan daha yüksek bulundu. NNs ve LR ile NNs ve FDA'nın ROC eğrisi altında kalan alanları istatistiksel olarak farklı bulundu (sırasıyla p<0.0005 ve p<0.0005). FDA ve LR'nin ROC eğrisi altında kalan alanları istatistiksel olarak farklı bulunmadı (p=0.394). NNs'nin performansının LR ile FDA'dan istatistiksel olarak daha iyi olduğuna karar verildi.

Anahtar Kelimeler: *Lojistik Regresyon Analizi, Neural Networks, Flexible Diskriminant Analizi, ROC Eğrisi*

1. GİRİŞ

Hipertansiyon, normal düzeyin üzerine çıkan kan basıncı seviyesi olarak tanımlanır. Bu durum kalp, beyin, böbrekler ve gözlerde hasara neden olabilir. Çünkü kalp ve arterler, kendilerine oksijen ve besinleri göndermek için daha sıkı çalışmak zorundadırlar. Hipertansiyon için bir çok risk faktörü vardır. Bu çalışmada risk faktörü olarak aile hikayesi, lipoprotein A, trigliserid, sigara kullanımı ve vücut kitle indeksi değişkenleri yer almaktadır (Jo vd, 2001; Cheitlin vd,1993; Hall vd, 1994; Cruickshank vd, 1989; Williams, 1989; Williams vd, 1989; Spers vd, 1986; Elford vd, 1990; Folkow, 1993, Kaplan, 1994, Schieken, 1993).

* Yard. Doç. Dr., Trakya Üniversitesi Tıp Fakültesi Biyoistatistik Anabilim Dalı, EDİRNE (Haberleşme Adresi)
** Araş. Gör., Trakya Üniversitesi Tıp Fakültesi Biyoistatistik Anabilim Dalı, EDİRNE
*** Doç. Dr., Trakya Üniversitesi Tıp Fakültesi Kardiyoloji Anabilim Dalı, EDİRNE

Bu çalışmada, kontrol ve hipertansiyonlu bireylerden oluşan grupların tahminlenmesinde lojistik regresyon analizi (LR), flexible diskriminant analizi (FDA) ve neural networks (NNs) yöntemlerinin karşılaştırılması amaçlandı.

- Doğrusal diskriminant analizi (DDA), grupları ortalamalarına göre ortak ortalamadan farklı olmalarını sağlayacak bir ayırma kriteri geliştirmeyi amaçlayan bir yöntemdir. Bu nedenle veri setlerine DDA uygulanabilmesi için veri setlerinin aşağıdaki varsayımları taşıması gerekir (Özdamar, 1999; Tatlıdil, 1996).

  I. Veri matrisi çok değişkenli normal dağılım göstermelidir.
  II. Değişkenlerin varyans ve kovaryansları homojen olmalıdır.
  III. Değişkenlerin ortalamaları ve varyansları arasında ilişki bulunmamalıdır.
  IV. Değişkenler arasında çoklu bağımlılık bulunmamalıdır.
  V. Veri matrisi grupların birbirlerinden ayrılmasında rol oynamayacak gereksiz değişkenler içermemelidir.

- FDA, DDA'nın varsayımlarının getirmiş olduğu kısıtlamalar nedeniyle ortaya çıkan problemleri ortadan kaldıran ve DDA'ya göre daha esnek parametrik olmayan bir yöntemdir (Hastie vd, 1995; Hastie vd, 1994; Hastie ve Tibshirani, 1996; Kim ve Loh, 2002).

- LR, bağımsız değişkenlerin dağılımı ile ilgili her hangi bir varsayımı olmayan bir yöntemdir. Bu yüzden LR, doğrusal diskriminant analizinden daha geniş bir araştırma alanında kullanılır (Özdamar, 1999; Tatlıdil, 1996).

- NNs ise değişken yapıları konusunda her hangi bir varsayım gerektirmeyen, sınıflandırma için uygun çok esnek bir yöntemdir (Lee, 2000). NNs, ağ hatasının optimal değerini bulmak için geriye doğru yayılma algoritmasını kullanarak aşama aşama en iyi tahmine ulaşmaya çalışır (Abdul-Kareem vd, 2001; Fine, c1999; Haykin, 1999; Hassoun, c1995).

2. LOJİSTİK REGRESYON ANALİZİ

LR, sınıflama ve atama işlemi yapmaya yardımcı olan bir regresyon yöntemidir. Normal dağılım varsayımı, süreklilik varsayımı ön koşulu yoktur (Özdamar, 1999).

P bağımsız değişken için LR modeli aşağıdaki gibi yazılabilir;

$$P(Y) = \frac{1}{1+e^{-(\beta_0+\beta_1 x_1+\beta_2 x_2+...+\beta_p x_p)}}$$

Burada $\beta_0, \beta_{1,\dots,}\beta_p$, regresyon katsayılarıdır. Bu katsayılar,

$$\ln\left(odds\left(\frac{P(Y)}{1-P(Y)}\right)\right)=\beta_0+\beta_1X_1+\beta_2X_2+......+\beta_pX_p$$

$$odds=\frac{P(Y)}{1-P(Y)}=e^{\beta_0+\beta_1X_1+\beta_2X_2+....+\beta_pX_p}=e^{\beta_0}e^{\beta_1X_1}e^{\beta_2X_2}.....e^{\beta_pX_p}$$

şeklinde hesaplanır (Özdamar, 1999).

3. FLEXIBLE DİSKRİMİNANT ANALİZİ

FDA, doğrusal diskriminant analizine göre esnek ve parametrik olmayan alternatif bir yöntemdir.

θ: $\{1,...,j\} \rightarrow R^1$, doğrusal regresyon kullanılarak X bağımsız değişkenleriyle optimal olarak tahmin edilen dönüştürülmüş sınıfların atanan skorlarının bir fonksiyonu olsun. Bu, sınıflar arası tek boyutlu bir ayrımı meydana getirir. Daha genel olarak, θ_1, θ_2,..., θ_k sınıfları için K bağımsız skorlar setini ve R^p uzayında çoklu regresyon için optimal olarak seçilen $\eta_k(X)=X^T\beta_k$ (k=1,...,K) K doğrusal grafiği bulacağız. Eğer örneklem (g_1,x_1), i=1,2,...,N, biçiminde ise, $\theta_k(g)$ skorları ve β_k gösterimleri ortalama karesel artık (ASR) değerini minimuma indirmek için seçilir,

$$ASR=\frac{1}{N}\sum_{k=1}^{K}\left[\sum_{i=1}^{N}\left(\theta_k(g_1)-x_i^T\beta_k\right)^2\right]$$

Skorlar setinin, karşılıklı olarak ortagonal olduğu varsayılır ve önemsiz çözümleri önlemek için uygun bir iç çarpımla ilgili olarak normalleştirilir. Bu, u_k kanonik vektörlerin sırasının bir sabite kadar β_k sırası ile aynı olduğunu gösterir.

Ayrıca, birinci K kanonik vektörüyle tanımlanan alt uzayla sınırlanan j. sınıf merkezi $\hat{\mu}_k$ için bir x test noktasının Mahalanobis uzaklığı,

$$\delta_K(x,\hat{\mu}_j)=\sum_{k=1}^{K}w_k\left(\eta_k(k)-\overline{\eta}_k^j\right)^2$$

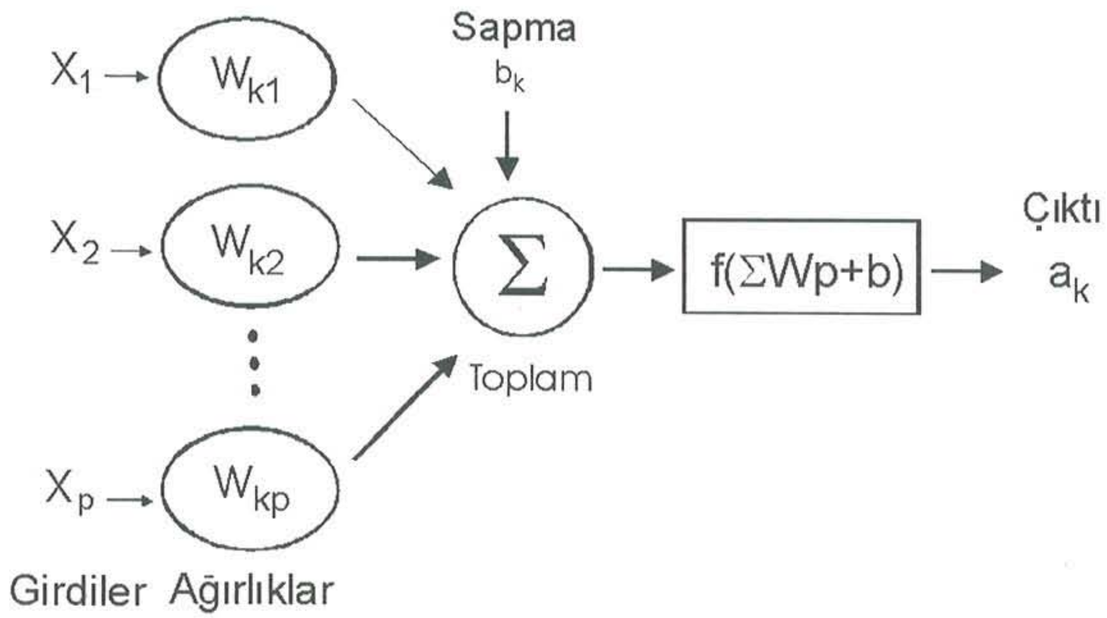
biçiminde tanımlanır. Burada $\overline{\eta}_k^j$, $g_i=j$ için $\eta_k(x_i)$'nın ortalamasıdır. w_k, k. optimal olarak skorlanmış uyumun ortalama karesel artığı r_k^2'ye dayanarak tanımlanan koordinat ağırlıklardır (Hastie vd, 1995; Hastie vd, 1994; Hastie ve Tibshirani, 1996; Kim ve Loh, 2002):

$$w_k=\frac{1}{r_k^2\left(1-r_k^2\right)}$$

4. NEURAL NETWORKS

NNs, beynin çalışma ilkelerinin bilgisayarlar üzerinde taklit edilmesi fikri ile ortaya çıkmış ve ilk çalışmalar beyni oluşturan biyolojik hücrelerin yada nöronların matematiksel olarak modellenmesi üzerinde yoğunlaşmıştır. Günümüzde NNs, bir çok nöronun belirli biçimlerde bir araya getirilip bir işlevin gerçeklenmesi üzerindeki yapısal olduğu kadar matematiksel ve felsefi sorunlara yanıt arayan bir alan olmuştur. Bu yöntem, nöronlar olarak bahsedilen basit hesap hücrelerinin birbirleriyle bağlantılarını kullanarak insan beyninde olduğu gibi bilgiyi kaybetmeden hedefe doğru minimum hata ile ulaşılmasını sağlar (Abdul-Kareem vd, 2001; Demuth vd, 2000; Francis, 2001; Fine, c1999; Haykin, 1999).

Basit bir ağda, **p** girdi vektörü ile **W** ağırlık matrisi çarpılır ve bu çarpıma **b** sapmasının eklenmesiyle f dönüşüm fonksiyonunun girdisi elde edilir. Ağ, elde edilen bu yeni girdiyi f dönüşüm fonksiyonu yardımıyla ağ içinden ileterek **a** çıktısını oluşturur (Şekil-1) (Abdul-Kareem vd, 2001; Demuth vd, 2000; Fine, c1999; Haykin, 1999).



Şekil1. f dönüşüm fonksiyonlu en basit neural networks

NNs'de sıkça kullanılan dönüşüm fonksiyonları: lojistik dönüşüm fonksiyonu,

$$f\left(\sum wp+b\right)=\frac{1}{\left(1+e^{-\left(\sum wp+b\right)}\right)}$$

ve hiperbolik tanjant sigmoid fonksiyondur (Lee, 2000; Abdul-Kareem vd, 2001).

$$f\left(\sum wp + b\right) = \frac{2}{\left(1 + e^{-2(\sum wp+b)}\right)} - 1$$

Genellikle ağ yapıları üç temel sınıfta tanımlanır: tek tabakalı ağlar, çok tabakalı ağlar ve yinelenen ağlar. Tek tabakalı ağ, tabakalar biçiminde düzenlenmiş nöronlardan oluşan ağdır. Çok tabakalı ağ, gizli nöronlar olarak isimlendirilen düğümlerden oluşan bir yada daha çok gizli tabakaya sahip olan ağlardır. Yinelenen ağ, en az bir geri bildirim döngüsüne sahip olan ağdır (Fine, c1999; Haykin, 1999; Hassoun, c1995).

Bu çalışmada çok tabakalı ağ kullanılmıştır. Bu ağ zor ve farklı problemleri başarılı olarak çözen geriye doğru yayılma algoritması olarak bilinen bir algoritmayla denetlenerek çalıştırılır. Geriye doğru yayılma algoritması, ağ hatasının minimize edilmesi için ağın ağırlıkları ve sapmalarının hesaplanması sürecidir (Abdul-Kareem vd, 2001; Fine, c1999; Haykin, 1999; Hassoun, c1995).

5. UYGULAMA

Çalışmamız, 2001 yılında Trakya Üniversitesi Tıp Fakültesi Kardiyoloji Polikliniğine gelen 236 hasta ve 123 bireylik kontrol gruplarından oluşmaktadır. Aile hikayesi, lipoprotein A, trigliserid, sigara kullanımı ve vücut kitle indeksi bağımsız değişkenler olarak ele alındı. Değişkenlere ilişkin tanımlayıcı istatistikler Tablo-1'de verilmiştir.

Tablo 1. Bağımsız değişkenlerin gruplara göre tanımlayıcı istatistikleri

Bağımsız Değişkenler	**Hasta Grubu n=236**	**Kontrol Grubu n=123**
Aile Hikayesinde Hipertansiyon		
- Olan	%77.7	%33.6
- Olmayan	%22.3	%66.4
Lipoprotein A (mg/dl)	33.42±24.14	26.60±16.88
Trigliserid (mg/dl)	164.13±82.22	130.07±59.18
Sigara Kullanımı		
-İçen	%23.8	%32.7
-İçmeyen	%76.2	%67.3
Vücut Kitle İndeksi (kg/m^2)	28.80±3.62	27.28±3.64

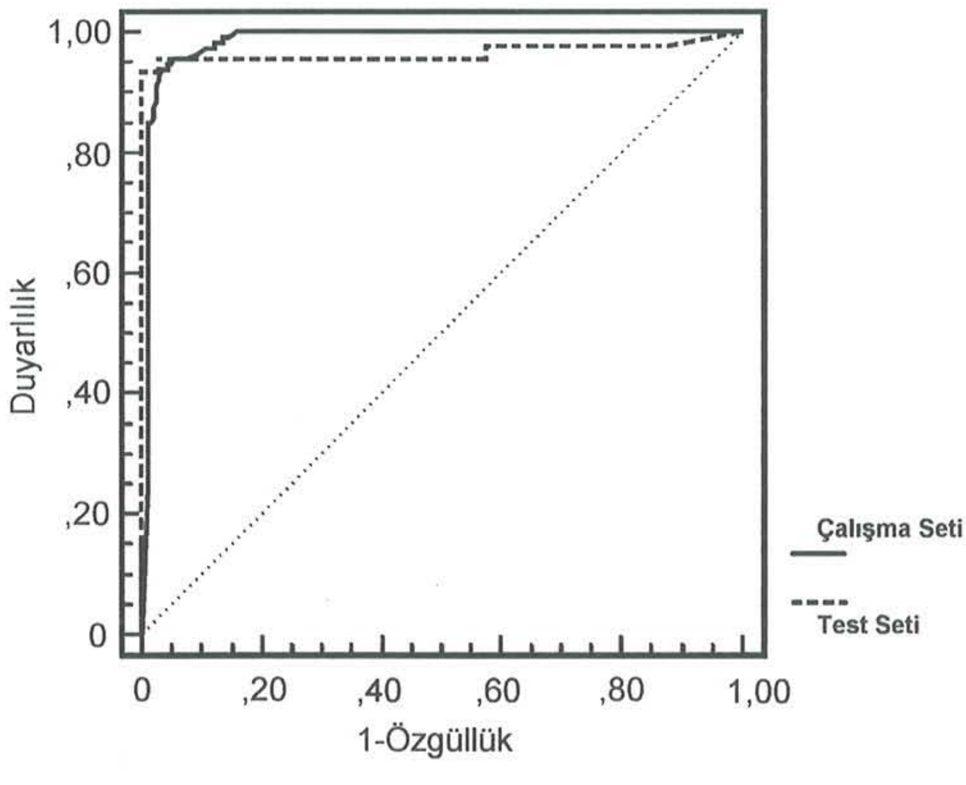
Bu çalışma, 2 aşamadan oluşmaktadır. 1. aşama NNs'nin çalışma ve test sonuçlarının incelenmesi, 2. aşama ise NNs ile LR ve FDA'nın karşılaştırılmasıdır.

NNs'nin çalışma ve test sonuçlarının karşılaştırılması

NNs modeli oluşturulmadan önce veri seti, 276 birimlik çalışma (359 birimin %77'si) ve 83 birimlik (359 birimin %23'ü) test seti olmak üzere iki gruba ayrıldı.

NNs, 15 gizli nöronlu (hiperbolik tanjant sigmoid dönüşüm fonksiyonlu) ve 1 ikili (hasta-kontrol) çıktılı (hiperbolik tanjant sigmoid dönüşüm fonksiyonlu) ağdan oluşmaktadır. NNs'de hatayı minimize etmek amacıyla geriye doğru yayılma algoritması kullanıldı.

Çalışma setinden elde edilen NN modeli test setine uygulandı. Çalışma ve test setinin performansları karşılaştırıldığında sonuçlarının benzer oldukları görüldü (Tablo-2, Şekil-2).



Şekil 2. Çalışma ve test setlerinin ROC eğrileri

Tablo 2. Çalışma ve test setlerinin duyarlılık ve özgüllük oranları, ROC eğrisi altında kalan alanları, standart hataları ve ROC eğrisi altında kalan alanın güven aralığı.

	Çalışma Seti	Test Seti
Duyarlılık (%)	97.1	96.6
Özgüllük (%)	92.7	93.8
ROC Eğrisi Altında Kalan Alan	0.984	0.967
Standart Hata	0.006	0.019
ROC Eğrisi Altında Kalan Alanın %95 Güven Aralığı	0.964 - 0.995	0.901 - 0.994

NNs'nin LR ve FDA ile karşılaştırılması

Tablo-3: Lojistik regresyon ve flexible diskriminant analizi sonucunda elde edilen bağımsız değişkenlere ilişkin parametre tahminleri

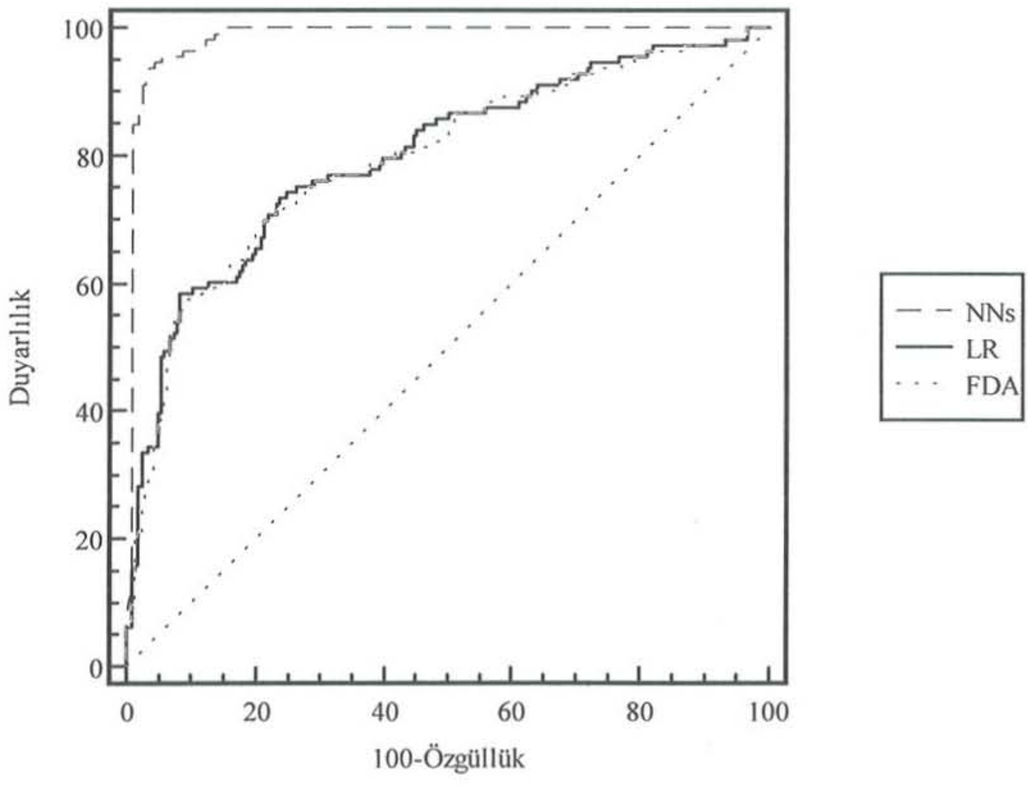
Bağımsız Değişkenler	Lojistik Regresyon Analizi (β_i)	Flexible Diskriminant Analizi (β_i)	p*
Sabit	-5.028	-5.545	
Aile Hikayesinde Hipertansiyon	1.919	1.853	<0.0005
Lipoprotein A (mg/dl)	0.014	0.011	0.042
Trigliserid (mg/dl)	0.008	0.005	<0.0005
Sigara Kullanımı	0.761	0.640	0.015
Vücut Kitle İndeksi (kg/m^2)	0.088	0.075	0.021

*: LR sonucu elde edilen p değerleri

LR ve FDA sonucunda elde edilen parametre tahminleri Tablo-3'de verilmiştir. LR, FDA ve NNs'nin ROC eğrisi altındaki alanları 0.793-0.979 aralığında elde edildi (Tablo-4). Hanley ve McNeil tarafından önerilen yöntem kullanılarak iki ROC eğrisi altındaki alanlar arasındaki farkın istatistiksel anlamlılığı test edildi. LR, FDA ve NNs'nin ROC eğrisi altında kalan alanları Şekil-3'de gösterilmiştir. NNs ile LR ve NNs ile FDA'nın ROC eğrisi altında kalan alanları istatistiksel olarak farklı bulundu (sırasıyla $p<0.0005$ ve $p<0.0005$). FDA ile LR'nin ROC eğrisi altında kalan alanları istatistiksel olarak faklı bulunmadı ($p=0.394$). Ayrıca eğri altında kalan alanların standart hataları incelendiğinde, NNs'nin standart hatasının diğerlerine göre daha küçük olduğu görüldü.

Tablo 4. Duyarlılık, özgüllük, pozitif tanımlama, negatif tanımlama ve doğruluk oranları, ROC eğrisi altında kalan alanlar, kesim noktaları ve standart hatalar.

	Lojistik Regresyon Analizi	**Flexible Diskriminant Analizi**	**Neural Networks**
Duyarlılık (%)	85.4	82.0	97.1
Özgüllük (%)	60.2	63.7	92.7
Pozitif Tanımlama Oranı (%)	79.6	80.5	98.5
Negatif Tanımlama Oranı (%)	69.4	66.1	88.0
Doğruluk (%)	76.5	75.5	94.4
ROC Eğrisi Altında Kalan Alan	0.800	0.793	0.984
Kesim Noktası	0.499	0.498	0.433
Standart Hata	0.028	0.027	0.006



Şekil-3: LR, FDA ve NNs için ROC eğrileri

6. SONUÇ

Bu çalışmada LR, FDA ve NNs'nin sınıflandırma performansları karşılaştırıldı. Bütün modellerin ROC eğrisi altındaki alanları 0.793-0.979 aralığında elde edildi. NNs, LR ve FDA'dan istatistiksel olarak daha farklı bulundu. NNs'de duyarlılık, özgüllük ve doğruluk oranları %90'dan daha büyük bulundu.

Sonuç olarak, aile hikayesi, lipoprotein A, trigliserid, sigara kullanımı ve vücut kitle indeksi değişkenlerinin, kontrol ve hipertansiyonlu hasta gruplarını tahmin etmede bir kriter olarak kullanılabileceğini, NNs'nin grupları sınıflandırma gücünün klasik çok değişkenli tekniklere göre daha iyi olduğunu söyleyebiliriz.

KAYNAKLAR

ABDUL-KAREEM, S., BABA, S. and ZUBAIRI Y.Z. (2001). *Back Propagation Neural Network for Medical Prognosis: A Comparison of Different Training Algorithms*, Erişim: [http://www.sat.ait.ac.th/ejat/ articles/3.1/main.html]. Erişim Tarihi: 20.03.2002

CHEITLIN, M.D., SOKOLOW, M. and MCLLROY, M.B. (1993). *Systemic Hypertension. Clinical Cardiology*, Prentice-Hall Int. Inc., A Lange Medical Book.

CRUICKSHANK, J.M., NEIL-DWYER, G., et al. (1989). *Acute Effects of Smoking on Blood Pressure and Cerebral Blood Flow,* J. Hum. Hypertens, 3: 443.

DEMUTH, H., and BEALE, M. (2001). *Neural Network Toolbox User's Guide*, The Mathworks, Inc.: USA.

ELFORD, J., PHILLIPS, A., et al. (1990). *Migration and Geographic Variations in Blood Pressure in Britain,* Br. Med. J., 300:291.

FINE, T.L. (c1999). *Feedforward Neural Network Methodology,* Springer: New York.

FOLKOW, R. (1993). *The Pathophysiology of Hypertension. Differences Between Young and Erderly Patients,* Drugs, 46 (suppl) 2:3-7.

FRANCIS, L. (2001). *The Basics of Neural Networks Demystified,* Erişim: [http://www.contingencies.org/novdec01/workshop.pdf]. Erişim Tarihi: 9.01.2002

HALL, W.D., WOLLAN, G.L. and TUTTLE, E.P. (1994). *Diagnostic Evaluation of The Patient with Systemic Arterial Hypertension*: An Overview, Hurst et al. (der.), The Heart. New York: McGraw-Hill Inc., 10.

HASSOUN, M.H. (c1995). *Fundamentals of Artificial Neural Networks.* Cambridge, Mass:MIT Press.

HASTIE, T., TIBSHIRANI, R. and BUJA, A.(1995). *Flexible Discriminant and Mixture Models*, In Kay, J. & Titterington, D., (eds.) Neural Networks and Statistics. Oxford University Press.

HASTIE, T., TIBSHIRANI, R. and BUJA, A.(1994). *Flexible Discriminant Analysis by Optimal Scoring,* Journal of The American Statistical Association 89: 1255-1270.

HASTIE, T. and TIBSHIRANI, R. (1996). *Discriminant Analysis by Gaussian Mixtures*, Journal of The Royal Statistical Society (B), 58, 155-176.

HAYKIN, S. (1999). *Neural Network: A Comprehensive Foundation*, Upper Saddle River, NJ:Prentice Hall.

JO, I., AHN, Y., LEE, J., SHIN, K.R., et al. (2001). *Prevalence, Awareness, Treatment, Control and Risk Factors of Hypertension in Korea: The Ansan Study*, Journal of Hypertension, 19 (9): 1523-1532.

JOHNSON, R,A., WICHERN, D.W. (1982). *Applied Multivariate Statistical Analysis*, Prentice-Hall: New Jersey.

KAPLAN, N.M. (1994). *Clinical Hypertension*, Baltimore, Williams and Wilkins.

KIM, H. and LOH, W.-Y. (2002). *Classification trees with bivariate linear discriminant node models*, *Journal of Computational and Graphical Statistics*, in press. [This paper extends CRUISE to fit linear discriminant models in terminal nodes.]

LEE, H.K.H. (2000). *Model Selection for Neural Network Classification*, Erişim: [http://ftp.isds.duke.edu/WorkingPapers/00-18.pdf]. Erişim Tarihi: 02.04.2002

ÖZDAMAR, K. (1999). *Paket Programlar ile İstatistiksel Veri Analiz 1*, Eskişehir, Kaan Kitabevi.

ÖZDAMAR, K. (1999). *Paket Programlar ile İstatistiksel Veri Analiz 2*, Eskişehir, Kaan Kitabevi.

SCHIEKEN, R.M. (1993). *Genetic Factors That Predispoze The Child to Develop Hypertension*, Pediatr Clin North Am., 40:1.

SHARMA, S. (1996). *Applied Multivariate Techniques*, John Wiley & Sons: New York.

SPERS, M.A., KASL, S.V., et al. (1986). *Blood Pressure Concordance Between Spouses*, Am. J. Epidemiol., 123:818.

TATLIDİL, H. (1996). Uygulamalı Çok Değişkenli İstatistiksel Analiz, Ankara, Akademi Matbaası.

WILLIAMS, R.R., HUNT, S.C., et al. (1989). *Current Knowledge Regarding The Genetics of Human Hypertension*, J. Hypertens., 7(Suppl 6):8.

WILLIAMS, R.R. (1989). *Will Gene Markers Predict Hypertension?*, Hypertension, 14: 610.

COMPARISON OF MULTIPLE PREDICTION MODELS FOR HYPERTENSION

ABSTRACT

In this study, we compared logistic regression analysis (LR), flexible discriminant analysis (FDA) and neural networks (NNs) for predict of control and hypertension groups. Predictor variables were family history, lipoprotein A, triglyceride, smoking and body mass index. The data were collected from Cardiology Clinic of Trakya University Medical Faculty in Turkey, 2001. All models had areas under the receiver operating characteristic curve (ROC) in the 0.793-0.984 range. NNs had sensitivity, specificity, and accuracy greater than 90% at ideal threshold. ROC curve areas of NNs and LR, and NNs and FDA were statistically different (p<0.0005 and p<0.0005 respectively). ROC curve areas of FDA and LR were not statistically different (p=0.394). We concluded that performance of NNs was statistically better than LR and FDA.

Key Words: *Neural Networks, Flexible Discriminant Analysis, Logistic Regression, ROC Curve*

İstatistik Araştırma Dergisi Cilt 03 No 01 Sayfa 85-101 Nisan 2004

KARMAŞIK ÖRNEKLEME PLANLARINDA ÇEŞİTLİ VARYANS TAHMİN YÖNTEMLERİ VE UYGULAMA

Funda TERCAN* Hülya ÇINGI**

ÖZET

Bu çalışmada karmaşık örnekleme planlarında varyans tahmini için kullanılan yöntemler incelendi. İlk bölümde konuya giriş yapıldı. İkinci bölümde karmaşık örnekleme planlarında varyans tahmin yöntemlerinden olan Taylor serisi yöntemi, üçüncü bölümde rasgele grup yöntemlerinden bağımlı rasgele grup ile bağımsız rasgele grup yöntemleri, dördüncü bölümde tekrarlı yöntemlerden dengeli olarak tekrarlanan tekrarlı yöntem, jacknife yöntemi ve bootstrap yöntemi, beşinci bölümde ise genelleştirilmiş varyans fonksiyonu incelenerek kuramsal özellikleri, yöntemlerin uygulanış şekilleri, örneklem planındaki kısıtlamaları üzerinde duruldu. Altıncı bölümde açıklanan yöntemler kuramsal özellikleri, uygulanış şekilleri, sonuçlardaki doğruluk ve maliyetleri bakımından karşılaştırıldı. Yedinci bölümde ise bugüne dek karmaşık örnekleme planlarında varyans eşitlikleri incelenmemiş olan oransal, çarpımsal, regresyon tahmin edicileri için açıklanan yöntemler kullanılarak elde edilen varyans eşitlikleri verildi. Sekizinci bölümde açıklanan yöntemleri kullanarak Ankara ilinde bulunan 843 sanayi kuruluşundan tabakalı sistematik örnekleme ile elde edilen 163 birimlik örneklemden bazı özelliklerin tahminleri ve varyans tahminlerini elde etmek amacıyla yazılmış programdan elde edilen sonuçlardan bazı örnekler verildi ve elde edilen bu sonuçlar ile yöntemler karşılaştırıldı.

Anahtar Kelimeler: *Varyans tahmini, karmaşık örneklemler, yeniden (tekrarlı) örnekleme yöntemleri*

1.GİRİŞ

Son kırk yılda örnekleme araştırmalarının kuramı ve uygulamaları çok fazla genişlemiştir. Örnekleme araştırmalarının sayısı fazlalaştığı için verileri ve sonuçları analiz etmek için de birçok yönteme gerek duyulmaktadır. Bu araştırmalarda önemli olan tahmin edilmek istenen istatistiğin tahmini olduğu gibi bu tahminin ne kadar bir hataya sahip olduğudur. İşte bu hatanın ölçümü de varyansdır. Basit örnekleme planları için varyans tahmini genellikle bilinmesine karşın örnekleme planı karmaşık olduğunda bu tahminin ne olacağı birçok araştırmacı tarafından pek araştırılmamıştır. Bu konuda en çok yapılan hata örnekleme planı ne olursa olsun varyans tahmini için Basit Rasgele Örneklemenin varyans eşitliklerinin kullanılmasıdır.

* Hacettepe Üniversitesi, İstatistik Bölümü
** Hacettepe Üniversitesi, İstatistik Bölümü

Basit Rasgele Örnekleme, Tabakalı Örnekleme, Küme Örneklemesi gibi basit örnekleme planlarında varyans eşitlikleri bilinmekte ve çok kolay bir şekilde uygulanmaktadır. Ancak örnekleme planı karmaşıklaştıkça bu eşitliklerin elde edilişi güç olmakta hatta imkansızlaşmaktadır. Karmaşık örnekleme planları; tabakalama, kümeleme, rasgele örnekleme, çok aşamalı örnekleme, ikili örnekleme, eşit olmayan olasılıkla seçim gibi birçok örnekleme planlarından bazılarının bir arada yalnızca bir örnekleme planına uygulanmasıyla elde edilir. Örnekleme planı karmaşıklaştıkça tahminin varyans eşitliğinin elde edilişi de güçleşecektir. (Wolter, 1985; Sarndal,Swensson and Wretman, 1991; Toprak, 1996; Lohr, 1999)

Bu çalışmada, yukarıda bahsedilen karmaşık örnekleme planlarında varyans tahmin yöntemlerinden olan Taylor serisi yöntemi (TSY), rasgele grup yöntemi (RGY), tekrarlı örnekleme yöntemlerinden dengeli olarak tekrarlanan tekrarlı yöntemi (DTT), jacknife yöntemi (J) ve bootstrap yöntemi (B) son olarak da genelleştirilmiş varyans fonksiyonu (GVF) yöntemleri açıklanacaktır. Ayrıca bugüne dek incelenmemiş olan oransal, çarpımsal ve regresyon tahmin edicilerinin varyans eşitlikleri bu yöntemler yardımıyla elde edilecek; yöntemleri uygulamak için yazılan bilgisayar programı yardımıyla bir uygulama yapılacaktır.

2. TAYLOR SERİSİ YÖNTEMİ

Basit ve karmaşık örnekleme tasarımlarının her ikisinde de doğrusal olmayan istatistiklerin varyanslarının tahmin edilmesi kaçınılmaz ve istenilen bir durumdur. Doğrusal olmayan istatistiklerin varyansının tahmininin en kullanışlı yollarından biri tahmini doğrusal bir fonksiyona yakınlaştırmaktır. Daha sonra bu yaklaştırmadan varyans eşitliğine gidilir. İşte çok eski zamanlardan beri çok iyi bir şekilde bilinen ve uygulanan Taylor serisi yöntemi sayesinde doğrusal olmayan istatistikler doğrusal şekle dönüştürülerek varyansları elde edilir. Bu yönteme ayrıca delta yöntemi de denilmektedir.

Bu yöntemde tahmin edicinin formu, tahmindeki raslantı değişkeni sayısı ve tahmin edicinin karmaşıklığı ya da örnekleme tasarımının karmaşıklığı üzerinde kısıtlama yoktur. h gibi varyansını elde etmek istediğimiz fonksiyonun $\{X_1, X_2,..., X_k\}$ gibi değişkenlerden oluştuğu düşünülürse Taylor serisi açılımı şöyledir;

$$h(\hat{X}_1, \hat{X}_2,..., \hat{X}_k) \approx h(X_1, X_2,..., X_k) + \sum_{i=1}^{k} d_j(\hat{X}_j - X_j) \tag{1}$$

Şimdiye kadar yapılan büyük araştırmalarda 1. dereceden sonraki açılımın önemsiz olduğu görülmüştür. Bu eşitlikteki d_j, h fonksiyonunun her değişkeninin beklenen değer noktası için (X=x) elde edilen kısmi türevlerden oluşan $1 \times k$ boyutlu bir vektördür.

$$d_j = \frac{\partial h(a_1, a_2,..., a_k)}{\partial a_j} \Bigg|_{X_1, X_2, ... X_k}$$

Daha sonra varyans eşitliğine ulaşmak için $h(X_1, X_2,..., X_k)$ ifadesi sol tarafa atılarak her iki tarafın beklenen değeri alınır.

$$Var\left[h(\hat{X}_1, \hat{X}_2,..., \hat{X}_k)\right] \approx E\left[\sum_{i=1}^{k} d_j(\hat{X}_j - X_j)\right]^2 \tag{2}$$

Dolayısıyla varyans eşitliğimizi genelleştirirsek

$$Var\left[h(\hat{X}_1, \hat{X}_2,..., \hat{X}_k)\right] \approx d\Sigma d' \tag{3}$$

Burada d $1 \times k$ boyutlu kısmi türevlerden oluşan vektör, Σ ise $k \times k$ boyutlu varyans kovaryans matrisidir.

Sonuç olarak Taylor serisi yöntemi uzun yıllardır kullanıldığı için teorisi iyi gelişmiş bir yöntemdir. Örnekleme planı üzerinde hiçbir kısıtlaması yoktur. Daha sonraki bölümlerde anlatılacak olan dengeli olarak tekrarlanan tekrarlı yöntem gibi her tabakasında 2 tane ön örneklem birimi içerme şeklinde bir kısıtlaması yoktur. Bütün bu avantajlarına rağmen bu yöntemin dezavantajları da mevcuttur. Hesaplamalar karmaşık olabilir. Ayrıca bazı istatistiklerin kısmi türevlerinin elde edilişi de zor olabilir. Son olarak bu yöntemin uygulanabilmesi için örneklemimizin yeterince büyük olması gerekir. Ayrıca çarpık bir dağılıma sahip kitlelerde doğrusallaştırma yöntemi doğru sonuçlar vermemektedir.(Woddruff, 1971; Kish and Frankel ,1974; Woddruff and Causey, 1976; Wolter, 1985; Lohr, 1999)

3. RASGELE GRUP YÖNTEMİ (RANDOM GROUP METHOD)

Burada bağımsız ve bağımlı olmak üzere iki tane rasgele grup yöntemi vardır.

3.1. Bağımsız Rasgele Grup Yöntemi (Independent Random Group Method)

Bu yöntemin bir diğer adı araştırma tasarımını tekrarlama (replicating the survey design)'dır. Bu yöntemle ortalama, toplam gibi doğrusal, iki değişkenin birbirine oranı, regresyon katsayısı ve korelasyon katsayısı gibi doğrusal olmayan istatistiklerin varyansları elde edilebilir. Yöntemin uygulanışı kısaca şöyledir.

1. S gibi bir kitleden örnekleme planına göre S_1 gibi bir örneklem seçilir. Buradaki örnekleme planı üzerinde hiçbir kısıtlama yoktur.
2. Birinci örneklemin seçimini takiben S_1 örneklemi yerine konulur ve aynı örnekleme planı ile S_2 örneklemi seçilir.
3. Bu süreç k seçilen örneklem sayısını göstermek üzere $k \geq 2$ olacak şekilde $S_1, S_2,..., S_k$ elde edilinceye kadar uygulanır.

Burada θ tahmin edilmek istenen parametre , $\hat{\theta}_\alpha, \alpha.$ tekrardan elde edilen tahmin değeri olmak üzere ortak tahmin ediciyi elde etmek için tüm tekrarlardan elde edilen tahminlerin ortalaması alınır. Buna göre;

$$\hat{\bar{\theta}} = \frac{\sum_{\alpha=1}^{k} \hat{\theta}_{\alpha}}{k} \tag{4}$$

Buna göre varyans eşitliğimiz;

$$\hat{V}_1(\hat{\bar{\theta}}) = \frac{\sum_{\alpha=1}^{k} (\hat{\theta}_{\alpha} - \hat{\bar{\theta}})^2}{k(k-1)} \tag{5}$$

Bağımsız rasgele grup yaklaşımı altında, k tane örneklemin bağımsız seçildiği ve $\hat{\theta}_1, \hat{\theta}_2, ..., \hat{\theta}_k$' nın bağımsız ve aynı dağılımlı raslantı değişkenleri olduğu düşünüldüğünde $\hat{V}_1(\hat{\bar{\theta}})$ yansızdır. Burada $\hat{\bar{\theta}}$ her tekrardan elde edilen sonucun ortalaması $\hat{\theta}$ ise toplu örneklemden elde edilen tahmin değeridir. Doğrusal bir tahmin edici için $\hat{\bar{\theta}} = \hat{\theta}$' dir. Ancak doğrusal olmayan bir tahmin edici için $\hat{\bar{\theta}} \neq \hat{\theta}$' dir. Buna göre doğrusal olmayan bir tahmin edici için (5) 'deki varyans eşitliğine seçenek olarak aşağıdaki varyans eşitliği de kullanılabilir;

$$\hat{V}_2(\hat{\bar{\theta}}) = \frac{\sum_{\alpha=1}^{k} (\hat{\theta}_{\alpha} - \hat{\theta})^2}{k(k-1)} \tag{6}$$

Doğrusal bir tahmin edici de $\hat{\bar{\theta}} = \hat{\theta}$ olduğu için $\hat{V}_1(\hat{\bar{\theta}}) = \hat{V}_2(\hat{\bar{\theta}})$olacaktır. Bu iki varyans eşitliği arasındaki ilişkiye bakarsak;

$$\sum_{\alpha=1}^{k} (\hat{\theta}_{\alpha} - \hat{\theta})^2 = \sum_{\alpha=}^{k} (\hat{\theta}_{\alpha} - \hat{\bar{\theta}})^2 + k(\hat{\bar{\theta}} - \hat{\theta})^2 \tag{7}$$

(7) eşitliğine göre $\hat{V}_1(\hat{\bar{\theta}}) \leq \hat{V}_2(\hat{\bar{\theta}})$'dir. $\hat{V}_2(\hat{\bar{\theta}})$, $\hat{V}_1(\hat{\bar{\theta}})$'dan daha büyük olmasına rağmen genellikle tercih edilen varyans eşitliğidir. Birçok karmaşık örnekleme planında $(\hat{\bar{\theta}} - \hat{\theta})^2$ değeri fazla önemli olmayabilir. Dolayısıyla $\hat{V}_2(\hat{\bar{\theta}})$ ile $\hat{V}_1(\hat{\bar{\theta}})$ değerleri birbirine çok yakındır.

Bu yöntemle varyans hesabı oldukça kolaydır. İstatistiğin karmaşıklığı ya da örnekleme planının karmaşıklığı bu hesabı fazla etkilemez. Varyans tahmini için özel yazılımlara ihtiyaç yoktur. Uygun bir varyans tahmini için bağımız rasgele grup sayısının fazla olması gerekir. Ancak uygulama da bu grup sayısı fazla olmamaktadır. Mahalanobis en az 4, Deming ise en az 10 rasgele grubun kullanılması gerektiğini önermiştir.(Wolter, 1985; Sarndal,Swensson and Wretman, 1991; Verma, 1992; Lohr, 1999)

3.2. Bağımlı Rasgele Grup Yöntemi (Dependent Random Group Method)

Bu yöntemin bir diğer adı da örneklemi rasgele gruplara bölme (dividing the sample into random groups)'dir. Bu yöntemde kitleden seçilen geniş ana örneklemimiz alt rasgele gruplara bölünür. Bölünen her bir rasgele grubun seçim planının ana örneklemin seçim planıyla aynı olmasına dikkat edilir. Rasgele gruplar yerine konulmadan oluşturulduğu için tahminler az da olsa bir yana sahiptir.

Burada da bağımsız rasgele grup yönteminde olduğu gibi θ tahmin edilmek istenen parametre , $\hat{\theta}_{\alpha}$,α. rasgele gruptan elde edilen tahmin değeri olmak üzere ortak tahmin ediciyi elde etmek için tüm gruplardan elde edilen tahminlerin ortalaması alınarak elde edilir. Varyans eşitlikleri içinse yine bağımlı rasgele grup yönteminde kullanılan varyans eşitlikleri kullanılır. Burada da doğrusal olmayan istatistikler için iki seçenek varyans eşitliği kullanılabilir.Burada da doğrusal istatistikler için her iki varyans eşitliği birbirine eşittir.

Bu yöntemle de varyans hesabı oldukça kolaydır. Yine aynı şekilde istatistiğin karmaşıklığı ya da örnekleme planının karmaşıklığı bu hesabı fazla etkilemez. Burada da varyans tahmini için özel yazılımlara ihtiyaç yoktur. Ancak bazı örnekleme planlarında rasgele grupları ana örneklemin planında oluşturmak zor olabilir. Grup sayısının fazla olabilmesi için de örneklemimizin geniş olmasına ihtiyaç duyulur. (Wolter, 1985; Sarndal,Swensson and Wretman, 1991; Verma, 1992; Lohr, 1999)

4. TEKRARLI YÖNTEMLER (RESAMPLING METHODS)

Bu yöntemler dengeli olarak tekrarlanan tekrarlı yöntem (balanced repeated replication method), jacknife yöntemi (jacknife method) ve bootstrap yöntem (bootstrap method) ' idir.

4.1. Dengeli Olarak Tekrarlanan Tekrarlı Yöntem (Balanced Repeated Replication Method)

Bu yöntemin temelinde her tabakasında iki tane ön örneklem birimi (ÖÖB) ya da birim bulunan ya da seçilen planlar için kullanılması yer almaktadır. Bu yöntemin uygulandığı planlar çok fazla tabakaya sahiptir. Yöntemin uygulanışının temelinde ise her tabakada yer alan iki ön örneklem biriminden (ÖÖB) birinin seçilerek yarı örneklemlerin oluşturulması yatar. Her tabakasında iki tane ön örneklem birimi içeren planlarda bağımlı rasgele grup yöntemi kullanılarak her tabakadan bir gruba bir ön örneklem birimi alınarak iki tane rasgele grup oluşturularak tahminler yapılabilir. Ancak bu yöntemle rasgele grup sayımız iki çok az olduğu için tahminlerimize yan gelecektir. İşte böyle bir durumda önerilen yöntem ise dengeli olarak tekrarlanan tekrarlı yöntemdir.

Her bir tabakada yer alan birimler ya da ön örneklem birimlerini y_{h1} ve y_{h2} olarak adlandıralım. Her bir tabakadaki bu iki birimden birisi seçilerek yarı örneklemler oluşturulur. Burada L tabaka sayısı olmak üzere 2^L tane mümkün olası yarı örneklemimiz vardır. Bu iki birimden hangisinin yarı örneklemimize seçileceği McCarthy (1966) tarafından bir denge kuralı şeklinde açıklanmıştır. Bu kurala göre yarı örneklemlerimizi oluşturmak için bir δ vektörü tanımlanır. Bu vektör tanımı şöyledir;

$$\delta_h^{(\alpha)} = \begin{cases} 1 & \text{eğer h. tabakadaki 1. birim } \alpha\text{. yarı örneklemde ise} \\ -1 & \text{eğer h. tabakadaki 2. birim } \alpha\text{. yarı örneklemde ise} \end{cases}$$

Burada da α. yarı örneklemdeki tahmin değerimiz, bu örneklemde yer alan birimlerin ağırlıkları ile çarpılarak toplamın alınmasıyla elde edilir. δ vektörüne göre tahmin eşitliğimiz;

$$\bar{y}_{st,\alpha} = \sum_{h=1}^{L} W_h(\delta_h^{(\alpha)} y_{h1} - \delta_h^{(\alpha)} y_{h2}) \tag{8}$$

olur. Yarı örneklemlerin k kez tekrar edildiğini, yani her tabakadaki iki birimden birini seçerek oluşturulan yarı örneklemlerin k tane olduğunu düşünelim. Böylece $\delta_h^{(\alpha)}$ vektörü her bir tekrar için elde edileceğinden matris halini alacaktır. Bu matris dik bir matristir. İşte sözü edilen denge kuralına göre $\sum_{h\neq h'} \delta_h^{(\alpha)}\delta_{h'}^{(\alpha)} = 0$ olmalıdır. Yani bu matristeki herhangi iki kolonunun çarpımlar toplamı sıfır olmalıdır. Buna " tam denge" kuralı denir.

Burada tabaka sayısı L çok büyük olduğunda 2^L olası yarı örneklem sayısı da çok fazla olacaktır. Dolayısıyla bu durumda çok karışık işlemler yer alacak ve hesaplama maliyeti çok fazla olacaktır. Bunun için tekrar sayısı olan yarı örneklem sayısına dikkat edilmesi gerekir. Yarı örneklemiz 2^L tane olan olası yarı örneklem setinden seçilmelidir. Yarı örneklem sayısı olan k, L tabaka sayısından fazla olup 4' ün katı şeklinde olmalıdır. Dolayısıyla k, $L+1 \leq k \leq L+4$ olacak şekilde seçilebilir. Örneğin 47 tane tabakamız varsa 48 tekrar yeterli olacaktır. 48'den fazla tekrar sayısı hesaplamaları karıştıracak ve maliyeti artıracaktır.

Buradaki varyans eşitliğimiz ise;

$$\hat{V}_{DTT}(\bar{y}_{st}) = \frac{1}{k}\left[\sum_{\alpha=1}^{k}(\bar{y}_{st,\alpha} - \bar{y}_{st})^2\right] \tag{9}$$

Doğrusal olmayan istatistiklerin varyansının tahmininde (9) eşitliğine alternatif varyans eşitlikleri yer almaktadır.

$\hat{\theta}_\alpha$: α. yarı örneklemden elde edilen tahmin,

$\hat{\theta}_\alpha^c$: α. yarı örneklemin tamamlayanından yani bu yarı örneklemde yer almayan birimlerden elde edilen tahmin olmak üzere varyans eşitliklerimiz;

$$\hat{V}_{DTT}^c(\hat{\theta}) = \frac{1}{k}\sum_{\alpha=1}^{k}(\hat{\theta}_\alpha^c - \hat{\theta})^2 \tag{10}$$

$$\bar{\hat{V}}_{DTT}(\hat{\theta}) = \frac{1}{2}\left[V_{DTT}(\hat{\theta}) + V_{DTT}^c(\hat{\theta})\right] \tag{11}$$

$$\hat{V}_{DTT}^{+}(\hat{\theta}) = \frac{1}{4k}\sum_{\alpha=1}^{k}(\hat{\theta}_\alpha - \hat{\theta}_\alpha^c)^2 \tag{12}$$

Bu yöntemin her tabakasında iki birim veya iki ön örnekleme birimi olduğunda uygulanabildiğini söylemiştik. Ama her tabakasında iki birim bulunmayan planlarda iki yönteme başvurulur. İlki her tabakadaki birim sayısı m_h bir tamsayı olacak şekilde $n_h = 2m_h$ olacak biçimde iki gruba bölünür. Bu grupların ortalaması alınarak iki tane birim oluşturulur. Daha sonra bu iki birime daha önce anlatılan biçimde denge kuralı kullanılarak yarı örneklemler oluşturulur. Yani yöntem bu iki birim üzerine uygulanır ve tahminlere ulaşılır. İkincisi ise h. tabakada her birinin genişliği iki olan m_h tane yapay tabakaya bölünür. $L=\sum_{h=1}^{L} m_h$ tane yapay tabaka elde edilir. δ vektörü tanımına göre birim değil tabakalar seçilerek yarı örneklemler oluşturulur.

Burada düşünülmesi gereken bir diğer husus da tekrar sayısının çok fazla olduğu durumlarda maliyeti ve hesaplamaları azaltmak için kısmi dengeye başvurulmasıdır. Burada L tabakamız G gruba bölünür ve ilk G gruptaki tabakaya tam denge kuralı uygulanır.

Dengeli olarak tekrarlanan tekrarlı yöntem bu gruptaki jacknife ve bootstrap gibi diğer yöntemlere göre daha az hesaplama gerektirmektedir. Ve tabaka sayısı fazla olduğunda çok fazla tekrar yerine kısmi denge tasarımı uygulanarak daha az tekrarla varyans elde edilebilir. Her tabakasında iki ön örneklem birimi bulunduran planlara uygulanması negatif yönüdür. Bu negatif özelliğinin yanı sıra dengeli tekrarları oluştururken oluşan teknik karmaşıklıklar ve farklı örnekleme planlardaki esneksizliği de negatif özellikleri olarak sayılabilir. Yarı örneklem sayısı (tekrar) olan k' nın çok büyük olması hesaplamaları zorlaştıracak ve maliyeti artıracaktır. Bunun için tabaka sayısına göre tekrar sayısına karar verilmelidir. Eğer tabakalarımız çok fazla ise mantıki yönden bazı tabakaları birleştirebiliriz. (Kish and Frankel, 1970; Lee, 1972; Rao and Krewski, 1981; Rao and Wu, 1985; Wolter, 1985; Sarndal, Swensson and Wretman, 1991; Raj, 1998; Lohr, 1999)

4.2. Jacknife Yöntemi (Jacknife Method)

Çok kullanışlı bir yöntem olan jacknife yöntemi ile ana örneklemin birçok alt örneklemindeki tahminleri ve bu tahminler içindeki değişikliklerden yararlanarak ana örneklemin tahminleri elde edilir. Yöntemin uygulanışı ise şöyledir; S gibi örneklemden n birimin seçildiğini düşünelim. Bu yöntemde n=mk , k grup sayısını, m her bir gruptaki birim sayısını göstermek üzere n birimimizin her birinin genişliği m olacak şekilde k gruba bölünür. Her tekrarda bir grubun silinip diğer gruplar üzerinden işlemlerin yapıldığı bir yöntemdir.

$\hat{\theta}$ tahmin edilmek istenen tahmindir ve θ formunda olup tüm örneklemden elde edilsin. $\hat{\theta}_{(\alpha)}$ ise α. grup silindikten sonra m(k-1) birimden elde edilen ve yine θ formunda bir tahmin edici olsun.

Pseudo değeri ismi verilen tahmin edici tanımlayalım ;

$$\hat{\theta}_{\alpha}=k\hat{\theta}-(k-1)\hat{\theta}_{(\alpha)} \tag{13}$$

Pseudo değerlerinin ortalaması alınırsa;

$$\hat{\bar{\theta}}=\frac{1}{k}\sum_{\alpha=1}^{k}\hat{\theta}_{\alpha} \tag{14}$$

Buradan varyans eşitliklerine geçilirse;

$$\hat{V}_{JK1}(\hat{\theta}) = \frac{1}{k(k-1)}\sum_{\alpha=1}^{k}(\hat{\theta}_{\alpha} - \hat{\bar{\theta}})^2 \tag{15}$$

$$\hat{V}_{JK2}(\hat{\theta}) = \frac{1}{k(k-1)}\sum_{\alpha=1}^{k}(\hat{\theta}_{\alpha} - \hat{\theta})^2 \tag{16}$$

Varyans tahminimizde $\hat{\theta}_{\alpha}$ yerine $\hat{\theta}_{(\alpha)}$ yani α. grup silindikten sonra m(k-1) birim üzerinden elde edilen tahmini kullanalım. Burada $\hat{\theta}_{(.)}$ değeri tüm tekrarlardan elde edilen $\hat{\theta}_{(\alpha)}$ tahminlerinin ortalaması olmak üzere;

$$\hat{V}_{JK3}(\hat{\theta}) = \frac{k-1}{k}\sum_{\alpha=1}^{k}(\hat{\theta}_{(\alpha)} - \hat{\theta}_{(.)})^2 \tag{17}$$

$\hat{V}_{JK1}(\hat{\theta})$ ve $\hat{V}_{JK2}(\hat{\theta})$ arasındaki ilişkiye bakalım;

$$\hat{V}_{JK2}(\hat{\theta}) = = \hat{V}_{JK1}(\hat{\theta}) + \frac{k}{k(k-1)}(\hat{\bar{\theta}} - \hat{\theta})^2 \tag{18}$$

Eşitliğin sağ tarafındaki son değer daima pozitiftir. Dolayısıyla $\hat{V}_{JK2}(\hat{\theta}) \geq \hat{V}_{JK1}(\hat{\theta})$ olacaktır. Ancak bu eşitsizlik doğrusal olmayan istatistikler için geçerlidir. Doğrusal olan istatistiklerde $\hat{\bar{\theta}} = \hat{\theta}$ olduğundan $\hat{V}_{JK2}(\hat{\theta}) = \hat{V}_{JK1}(\hat{\theta})$ olacaktır.

Burada k grup sayısının belirlerken hem hesaplama maliyetini hem de sonuçların doğruluğunu birarada düşünerek uygun grup sayısına karar verilir.

Bu yöntemi tabakalı örneklemeye uygularken her tekrarda kaç birim sileceğimize karar vermemiz gerekir. Bunun için iki durum söz konusudur. Ya her tekrarda bir tabakadan bir birim silinir dolayısıyla her tekrarda bir birim silinmiş olur. Ya da her tabakadaki n_h birimin her birinde m_h birim bulunan rasgele gruplara ayrılır ve her tekrarda bir rasgele grup silinir dolayısıyla her tekrarda m_h birim silinmiş olur. $\hat{\theta}_{(hi)}$ h. tabakada i. birim silindikten sonra veya i. m_h birim silindikten elde edilen tahmin olsun. Buna göre pseudo değerimiz;

$$\hat{\theta}_{hi} = n_h\hat{\theta} - (n_h - 1)\hat{\theta}_{(hi)} \text{ ya da} \tag{19}$$

$$\hat{\theta}_{hi} = (LW_h + 1)\hat{\theta} - LW_h\hat{\theta}_{(hi)} \tag{20}$$

Buradaki ağırlık değişkenleri ise örneklemenin yerine konularak ya da konulmadan yapılmasına göre değişmektedir. Şöyle ki;

$$W_h = (n_h - 1)(1 - \frac{n_h}{N_h}) \text{ Yerine konulmadan yapılan örnekleme için} \tag{21}$$

$$W_h = (n_h - 1) \text{ Yerine konularak yapılan örnekleme için} \tag{22}$$

Burada değişik ortalama tahminleri yer almaktadır. Bunlar;

$$\hat{\theta}_{(h.)} = \sum_{i=1}^{n_h}\hat{\theta}_{(hi)} / n_h \tag{23}$$

$$\hat{\theta}_{(...)} = \sum_{h=1}^{L}\sum_{i=1}^{n_h}\hat{\theta}_{(hi)} / n \tag{24}$$

$$\overline{\theta}_{(...)} = \sum_{h=1}^{L}\hat{\theta}_{(h.)} / L \tag{25}$$

Bu ortalamalar kullanılarak varyans eşitliklerine geçilirse;

$$\hat{V}_{JK}^{1}(\hat{\theta}) = \sum_{h=1}^{L}\frac{W_h}{n_h}\sum_{i=1}^{n_h}(\hat{\theta}_{(hi)} - \hat{\theta}_{(h.)})^2 \tag{26}$$

$$\hat{V}_{JK}^{2}(\hat{\theta}) = \sum_{h=1}^{L}\frac{W_h}{n_h}\sum_{i=1}^{n_h}(\hat{\theta}_{(hi)} - \hat{\theta}_{(...)})^2 \tag{27}$$

$$\hat{V}_{JK}^{3}(\hat{\theta}) = \sum_{h=1}^{L}\frac{W_h}{n_h}\sum_{i=1}^{n_h}(\hat{\theta}_{(hi)} - \overline{\theta}_{(...)})^2 \tag{28}$$

$$\hat{V}_{JK}^{4}(\hat{\theta}) = \sum_{h=1}^{L}\frac{W_h}{n_h}\sum_{i=1}^{n_h}(\hat{\theta}_{(hi)} - \hat{\theta})^2 \tag{29}$$

Doğrusal istatistikler için bu varyans eşitliklerinin hepsi birbirine eşittir. Eğer tekrar sayısı 100 ya da 200' den az ise bootstrap yöntemine göre hesaplamaları daha kolaydır. Tabaka genişliği ikiden fazla olan örnekleme planlarına da uygulanabildiği için dengeli olarak tekrarlanan tekrarlı yöntemin uygulanmadığı planlarda da uygulanabilir. Bu yöntemin negatif özelliği ise örneğin ortanca gibi "smooth" düzgün olmayan istatistiklerde başarısızdır. (Miller, 1974; Krewski and Rao, 1981; Rao and Wu, 1985; Wolter, 1985; Hedayat and Sinha, 1991; Sarndal, Swensson and Wretman, 1991; Verma, 1992; Efron and Tibshirani, 1993; Raj, 1998; Lohr, 1999)

4.3. Bootstrap Yöntemi (Bootstrap)

Bootstrap yönteminin ilk çıkış yılları diğer yöntemler kadar eski değildir. ilk kez Efron tarafından 1979 yılında bilgisayar tabanlı bir yöntem olarak tanıtılmış ve tahmin edicinin standart hata, güven aralığı ve yan tahmininde kullanılmıştır. Bootstrap, varyans tahmini için hiçbir teorik hesaplama gerektirmez. İlk çıkış noktası çok yakın olduğundan dolayı bu yöntem henüz tüm ayrıntıları ile incelenmemiş ve büyük örnekleme araştırmalarına uygulanmamıştır. Bootstrap yönteminin temelinde orijinal örneklemden yerine konularak elde edilen her bağımsız yeniden örneklemlerden tahminler elde edilmesi yatar. Yerine konmadan ve bağımsızlığın olmadığı durumlarda ne olacağı hala cevaplanmamış sorulardandır.

Burada yöntemin uygulanışını anlatırsak;

1. U kitlemizin dağılımı F olsun. Bu kitleden n birimli S örneklemi seçilir.
2. $\hat{F}$ dağılımlı n birimli S örneklemi kitleymiş gibi düşünülerek yine n birimli ve yerine konularak örneklemler seçilir.
3. 2. şıktaki durum B tekrar sayısı olmak üzere B kez tekrarlanır.

Burada n birimli S örnekleminden yine n birimli örneklemler yerine konularak seçilerek Bootstrap tekrarları oluşturulur. Burada seçim yerine konularak yapıldığı için seçilen bir birim tekrar seçilebilir veya bazı birimler hiç seçilmeyebilir. Dolayısıyla bu değişkenlikten yararlanılarak varyans elde edilir.

θ tahmin edilmek istenen tahmin, $\hat{\theta}$ tüm örneklemden elde edilen tahmin, $\hat{\theta}^*(b)$ ise b. bootstrap tekrarından (b=1,2,...,B) elde edilen tahmin olsun. Tüm tekrarlardan elde edilen tahminlerin ortalaması;

$$\hat{\theta}^*(.) = \sum_{b=1}^{B} \hat{\theta}^*(b)/B \tag{30}$$

Varyans eşitliğimiz ise;

$$\hat{V}_B(\hat{\theta}^*) = \frac{1}{B-1}\sum_{b=1}^{B}\left[\hat{\theta}^*(b) - \hat{\theta}^*(.)\right]^2 \tag{31}$$

Bu varyans tahmin edicisi $B \to \infty$ iken yani bootstrap tekrar sayısı sonsuza yaklaştıkça bootstrap varyans tahmini de kitlenin varyans tahminine yaklaşmaktadır. Yani bootstrap varyans tahmini çok fazla bir yana sahip değildir.

Bootstrap yönteminin tabakalı örneklemeye uygulanışında bazı değişiklikler vardır. Efron(1979) tabakalı örneklemede karmaşıklığı önlemek için her tabakadan n_h birim yerine n_h-1 birim seçilmesi gerektiğini önermiştir.

Yan miktarı en az olan bir varyans tahminini elde etmek için gerek duyulan B tekrar sayısı kullanılan bilgisayar alt yapısına ve tahmin edilmek istenen parametreye bağlı olarak değişecektir. Buna göre Efron (1979) varyans tahmini için en az 100 güven aralığı için ise en az 1000 tekrara ihtiyaç olduğunu söylemiştir.

Bootstrap yöntemi varyans tahmininin yanında güven aralıklarının tahmininde de kullanılmaktadır. Bu yöntem kullanılarak üç çeşit güven aralığı elde etme yöntemi vardır. Bootstrap-t güven aralığı ile her bootstrap tekrarı için bootstrap-t değerleri elde edilerek t tablosu gibi bir tablo oluşturulur. Ve bu tablo değerleri kullanılarak güven aralıkları elde edilir. Diğer güven aralıkları yöntemi olan yüzdelik güven aralığı ve BC_α güven aralığı yöntemleri ile her tekrardan elde edilen $\hat{\theta}^*(b)$ değerleri sıralanarak değişik hesaplama yöntemleri ile güven aralıkları elde edilir.

Bootstap yöntemi varyans tahmini ve güven aralıkları için kullanılan bir yöntemdir. Bootstrap örneklemleri kitledeki birimlerin dağılımına bağlıdır. Yerine konmadan örneklem için˙ne olacağı daha bulunamamıştır. Bootstrap yöntemi diğer tekrarlı yöntemlere göre çok daha yeni bir yöntemdir. Dolayısıyla çok fazla büyük araştırmalarda kullanılmamaktadır. Ancak fazla teorik hesaplamalar gerektirmediğinden ve güçlü bir bilgisayar alt yapısı gerektirmesinden dolayı araştırmacıların ilgisini çekmeye başlamıştır. Bootstrap yönteminin dengeli olarak tekrarlanan tekrarlı yönteme göre en önemli avantajı tabaka genişliğinin jacknife yönteminde olduğu gibi her keyfi durum için kolayca uygulanabilir olmasıdır. Bootstrap yöntemi jacknife yönteminin tersine düzgün ve düzgün olmayan istatistikler için de kullanılabilirdir. Ayrıca bootstrap yöntemi güven aralıklarını elde etmek için direk olarak kullanılabilir. Bütün bu üstünlüklerine rağmen bootstrap yöntemi dengeli olarak tekrarlanan tekrarlı yöntem ve jacknife yöntemine göre çok fazla hesap gerektirmektedir. Güçlü bir bilgisayar alt yapısına ihtiyacı vardır. Dengeli olarak tekrarlanan tekrarlı yöntem ve jacknife yönteminin tersine her türlü karmaşık örnekleme planındaki teorik çalışmaları yapılmamıştır. (Efron, 1979; Chao, 1985; Rao and Wu, 1988; Hedayat and Sinha, 1991; Sarndal, Swensson and Wretman, 1991;Efron and Tibshirani, 1993; Rao, 1997; Chernick, 1999; Lohr, 1999)

5. GENELLEŞTİRİLMİŞ VARYANS FONKSİYONU (GENERALIZED VARIANCE FUNCTION)

Genelleştirilmiş varyans fonksiyonu (Generalized variance function) varyans tahmini için, tahmin ediciler ile onların varyansı ya da göreli varyansı arasında kurulan bir matematiksel model olarak tanımlanır. Bu modelin parametreleri geçmişteki verilerden ya da araştırmanın küçük bir kısmından tahmin edilir. Genelleştirilmiş varyans fonksiyonu (GVF) genellikle çok geniş çapta ve çok sık aralıklarla yapılan ve çok fazla istatistiği tahmin edilmek istenen dolayısıyla çok fazla raporlar oluşturulan araştırmalarda kullanılır.

Genelleştirilmiş varyans fonksiyonu şu üç aşamada uygulanır;

1. Adım: Araştırmamızda tahminini elde etmek istediğimiz değişkenleri demografik özelliklerine göre gruplandırılır. Genelleştirilmiş varyans fonksiyonunun başarısı bu istatistikleri ne kadar başarılı bir şekilde gruplandırdığımıza bağlıdır.

2. Adım: Araştırmanın küçük bir kısmından ya da geçmişte elde edilen verilerden tahmin ediciler ve onların varyansları ya da göreli varyansları elde edilir. Bu tahminleri elde etmek için tekrarlı örnekleme yöntemleri, doğrusallaştırma ya da diğer yöntemler kullanılır. $\hat{X}$ tahmin edilmek istenen tahmin edici olmak üzere bu tahmin edicinin varyansı ;

$$\sigma^2 = Var(\hat{X}) \tag{32}$$

Göreli varyansımız ise tahmin edicimizin varyansının tahminin kitle değerinin karesine bölümünden elde edilir;

$$V^2 = \frac{Var(\hat{X})}{X^2} \tag{33}$$

3. Adım: Bu son aşamada V^2 ile $\hat{X}$ arasında matematiksel bir model tanımlanır. Bu modelin bilinmeyen parametreleri genellikle en küçük kareler yöntemi kullanılarak tahmin edilir. Şimdiye kadar yapılan büyük araştırmalarda $V^2 = \alpha + \frac{\beta}{X}$ modeli kullanılmıştır. Buradaki V^2 uygulanan modele göre elde edilen varyansdır. Yani V^2 bağımlı değişken, $1/X$ de bağımsız değişken gibi düşünülerek α ve β katsayıları tahmin edilir. Burada daha öncede söylendiği gibi göreli varyans olan V^2 daha önce anlatılan varyans tahmini yöntemleri ile daha önceki verilerden ya da araştırmanın küçük bir kısmından elde edilen verilerden daha sonra da α ve β katsayıları en küçük kareler yöntemiyle tahmin edilir. Bunun gibi daha değişik modeller de düşünülebilir. Bunlar;

$$V^2 = \alpha + \frac{\beta}{X} + \frac{\gamma}{X^2} \tag{34}$$

$$V^2 = (\alpha + \beta X)^{-1} \tag{35}$$

$$V^2 = (\alpha + \beta X + \gamma X^2)^{-1} \tag{36}$$

$$Log(V^2) = \alpha + Log(X) \tag{37}$$

Bu modeller gibi daha birçok model mevcuttur. Ancak şimdiye kadar yapılan araştırma sonuçlarına ve araştırmacıların tecrübelerine göre $V^2 = \alpha + \frac{\beta}{X}$ en uygun ve en çok kullanılan bir model olup verdiği sonuçlar bakımından da başarılı bir modeldir. Diğer modeller için de fazla bir teorik çıkarsama ve çalışma yapılmamıştır.

Bu yöntemde α ve β ya da modeldeki parametrelerin tahmini için en küçük kareler yöntemi kullanılmaktadır. Daha sonra toplamın varyansını elde etmek için modelimiz göreli varyansa uygun olarak elde edildiği için modelimizi X^2 terimi ile çarpmamız gerekir. Buna göre toplam tahmini için varyans modelimiz;

$$V(\hat{X}) = \alpha \hat{X}^2 + \beta \hat{X} \tag{38}$$

Oran için elde edilen varyans modeli ise;

$$V(\hat{p}) = \frac{b}{\hat{X}} \hat{p}(1 - \hat{p}) \tag{39}$$

Kish ve diğer arkadaşları varyansları elde etmek için düzen etkisini (design effect) kullanmışlardır. Düzen etkisi örnekleme tasarımından elde edilen varyansın Basit Rasgele Örnekleme varyansına oranıdır. Buna göre;

$$Deff = \frac{\text{Örnekelmeden elde edilen } \sigma^2}{BRÖ\sigma^2} \tag{40}$$

Göreli varyans düzen etkisine bağlı olarak yazılabilir.

$$V^2 = \frac{NDeff}{Xn} - \frac{Deff}{n} \tag{41}$$

Genelleştirilmiş varyans fonksiyonu (GVF) genellikle çok aşamalı örnekleme planlarında, hanehalkı araştırmalarında kullanılır. Genellikle aylık ya da yıllık olarak yapılan geniş araştırmalarda da kullanılır. Bu araştırmalarda birçok tahmin edici ve bu tahmin edicilerin varyansı elde edilmek istenir ve bunlar tablolanır. Bu ise raporu sadece sayı ve tablo yığınına dönüştürür. Bunun gibi sadece sayı ve tablolardan oluşan sayfalar dolusu rapor okuyucunun fazla ilgisini çekmez. Bu raporların oluşturulması da fazla zaman ve emek kaybına neden olur. İşte Genelleştirilmiş varyans fonksiyonu sayesinde tahmin edilmek istenen tahminler gruplandığı ve bu gruplarda yer alan istatistiklerin tahminleri ve varyanslarının tahminleri çalışma öncesinde araştırmacıya sunulup, eldeki verilere uygulanan model ile varyansların elde edilmesiyle çok sık yapılan geniş araştırmalarda bu gibi olumsuzluklardan uzaklaştırılmış olur. Zamandan ve emekten kazanç sağlanmış olur. Eskiden yapılan araştırmalardan elde edilmiş verilerle şimdiki ve gelecekteki araştırmanın hesaplamaları yapılabilir. Bu yöntemin dezavatajı ise V^2 ve $\hat{X}$ arasındaki modelden tam emin olamayışımızdır. Ancak genellikle $V^2 = \alpha + \frac{\beta}{X}$ modeli kullanılmaktadır. Ayrıca konu içerisinde yazdığımız diğer modeller üzerinde fazla bir teorik çalışma yapılmamış ve büyük çaptaki araştırmalarda kullanılmamıştır. (Wolter, 1985; Vaillant, 1987; Lohr, 1999)

6. YÖNTEMLERİN KARŞILAŞTIRILMASI

Taylor serisi yöntemi karmaşık örnekleme planlarında varyans tahmini için kullanılan en eski dolayısıyla teorisi daha çok çalışılmış olan yöntemdir. İstenilen istatistik için varyans eşitliği elde edilebilir. Bu yöntem için birçok bilgisayar programı geliştirilmesine rağmen ilgilenilen istatistik eğer kullanılan o programda yoksa kullanıcı kendi kodunu yazmak zorunda kalabilir. Bu yöntem yeniden örnekleme yöntemleri ile karşılaştırıldığında bu yöntemlere göre karmaşık bir yapıya ve hesaplama işlemlerine gerek duymamaktadır. Ancak yeniden örnekleme yöntemleri de tüm istatistikler için kullanılabilir iken eğer istatistiğin değişkenleri için türev alınamıyorsa Taylor serisi yöntemi kullanılamaz. Rasgele grup yöntemi açıklaması, uygulanması ve hesabı oldukça kolay bir yöntemdir. Bu yöntemin olumsuz yönü ise tahminler için fazla rasgele grup sayısı kullanmasıdır. Dengeli olarak tekrarlanan tekrarlı yöntem tüm istatistikler için kullanılırken her tabakasında sadece iki tane ön örneklem birimi ya da birim bulunan planlara uygulanabilir. Jacknife tüm istatistikler ve tüm örnekleme planları için kullanılırken ortanca gibi düzgün olmayan istatistiklerde başarısızdır. Bootstrap de tüm istatistikler ve tüm örnekleme planları için kullanılabilir. Ancak bu yöntemde çok fazla tekrar gerektirir. Dengeli olarak tekrarlanan tekrarlı yöntem daha az hesaplama gerektirirken bootstrap de çok fazla tekrar gerektirdiğinden hesabı fazladır. Genelleştirilmiş varyans fonksiyonu basit ve ucuzdur ancak olumsuz özelliği uygulanan modelden tam emin olamayışımızdır. Bu yöntemler uygulanırken doğruluk, esneklik ve yönetimsel düşünceler gibi kriterlere de bakmak gerekir. (Kish and Frankel, 1974; Wolter,•1985; Toprak, 1996; Lohr. 1999)

7.ORANSAL, ÇARPIMSAL, REGRESYON TAHMİN EDİCİLERİNİN VARYANSLARI

Bilindiği gibi oransal tahmin $\hat{\bar{Y}}_O = \frac{\hat{Y}}{\hat{X}}.\bar{X}$, çarpımsal tahmin $\hat{\bar{y}}_Ç = \bar{y}\frac{\bar{x}}{\bar{X}}$ ve regresyon tahmini ise $\bar{y}_{dr} = \bar{y} + b(\bar{X} - \bar{x})$' dir. Şimdi bu tahmin ediciler için anlatılan yöntemler kullanılarak varyans eşitlikleri elde edilmiştir. Taylor serisi yöntemi kullanılarak oransal ve çarpımsal tahmin ediciler için elde edilen varyans eşitlikleri,

$$V(\hat{\bar{Y}}_O) = N^2 (R^2 V(\hat{X}) + V(\hat{Y}) - 2RCov(\hat{X},\hat{Y})),$$

$$V(\hat{\bar{y}}_Ç) = \frac{1}{N^4 \bar{X}^2}.(Y^2.V(\hat{X}) + X^2.V(\hat{Y}) - 2YXCov(\hat{X},\hat{Y})).$$

Rasgele grup yöntemi kullanılarak oransal ve regresyon tahmin ediciler için elde edilen varyans eşitlikleri,

$$\hat{V}_1(\hat{\bar{Y}}_{O\alpha})=\frac{\sum_{\alpha=1}^{k}(\hat{\bar{Y}}_{O\alpha}-\hat{\bar{\bar{Y}}}_O)^2}{k(k-1)},\quad \hat{V}_2(\hat{\bar{Y}}_{O\alpha})=\frac{\sum_{\alpha=1}^{k}(\hat{\bar{Y}}_{O\alpha}-\hat{\bar{Y}}_O)^2}{k(k-1)},$$

$$\hat{V}_1(\bar{y}_{dr,\alpha})=\frac{\sum_{\alpha=1}^{k}(\bar{y}_{dr,\alpha}-\bar{y}_{dr})^2}{k(k-1)}.$$

Dengeli olarak tekrarlanan tekrarlı yöntemi kullanılarak oransal ve regresyon tahmin ediciler için elde edilen varyans eşitlikleri,

$$\hat{V}_{DTT}(\bar{Y}_O)=\frac{1}{k}\sum_{\alpha=1}^{k}(\hat{\bar{Y}}_{O\alpha}-\hat{\bar{Y}}_O)^2,\quad \hat{V}^c_{DTT}(\bar{Y}_O)=\frac{1}{k}\sum_{\alpha=1}^{k}(\hat{\bar{Y}}^c_{O\alpha}-\hat{\bar{Y}}_O)^2$$

$$\hat{\bar{V}}_{DTT}(\hat{\bar{Y}}_O)=\frac{1}{2}\left[\hat{V}_{DTT}(\hat{\bar{Y}}_O)+\hat{V}^c_{DTT}(\hat{\bar{Y}}_O)\right],\quad \hat{V}^+_{DTT}(\hat{\bar{Y}}_O)=\frac{1}{4k}\sum_{\alpha=1}^{k}(\hat{\bar{Y}}_{O\alpha}-\hat{\bar{Y}}^c_O)^2,$$

$$\hat{V}_{DTT}(\bar{y}_{dr})=\frac{1}{k}\sum_{\alpha=1}^{k}(\bar{y}_{dr,\alpha}-\bar{y}_{dr})^2.$$

Jacknife yöntemi kullanılarak oransal ve regresyon tahmin ediciler için elde edilen varyans eşitlikleri,

$$\hat{V}_{JK1}(\hat{\bar{Y}}_O)=\frac{1}{k(k-1)}\sum_{\alpha=1}^{k}(\hat{\bar{Y}}_{O\alpha}-\hat{\bar{\bar{Y}}}_O)^2,\quad \hat{V}_{JK2}(\hat{\bar{Y}}_O)=\frac{1}{k(k-1)}\sum_{\alpha=1}^{k}(\hat{\bar{Y}}_{O\alpha}-\hat{\bar{Y}}_O)^2,$$

$$\hat{V}_{JK1}(\bar{y}_{dr})=\frac{1}{k(k-1)}\sum_{\alpha=1}^{k}(\bar{y}_{dr,\alpha}-\bar{\bar{y}}_{dr})^2.$$

Bootstrap yöntemi kullanılarak oransal ve regresyon tahmin ediciler için elde edilen varyans eşitlikleri,

$$\hat{V}_B(\hat{\bar{Y}}_O)=\frac{1}{B-1}\sum_{b=1}^{B}(\hat{\bar{Y}}_{O(b)}-\hat{\bar{Y}}_{O(.)})^2,$$

$$\hat{V}_B(\bar{y}_{dr})=\frac{1}{B-1}\sum_{\alpha=1}^{k}(\bar{y}_{dr,b}-\bar{y}_{dr(.)})^2.$$

Genelleştirilmiş varyans fonksiyonu kullanılarak oransal tahmin edici için elde edilen göreli varyans eşitliğini elde etmek için önce doğrusal formda olmayan tahmin edicimiz Taylor serisi yöntemi kullanılarak doğrusallaştırıldı. Ve göreli varyanslar elde edildi. Daha sonra her iki değişken için de model denklemleri kullanılarak oransal tahminin göreli varyans denklemi elde edildi.

$$V^2(\hat{\bar{Y}}_O)=\alpha+\frac{\beta}{X}+\alpha+\frac{\beta}{Y}=2\alpha+\beta(\frac{Y+X}{XY}).$$

8. UYGULAMA

Ankara ilinde bulunan 843 tane sanayi kuruluşundan elde edilen veriler kullanılarak sanayi kuruluşları içinde hukuki durumu anonim şirketi olanların oranı, çalışan kişi sayısı ortalaması gibi değişkenlerin tahminlerini ve varyanslarını elde edebilmek için bahsedilen yöntemleri kullanarak sonuçlara ulaşan Visual Basic dilinde bir program yazılmıştır. Elimizdeki kitleden bir örnekleme yapılmıştır. Bunun için sanayi kuruluşları faaliyet gösterdikleri alana göre tabakalanarak, her tabakadan birimler sistematik örnekleme ile seçilmiştir. Elde edilen tahmin sonuçlarından bazıları Çizelge 1' de verilmiştir;

Tahminler	Taylor Serisi Yöntemi	Rasgele Grup Yöntemi	Dengeli Olarak Tekrarlanan Tekrarlı Yöntem	Jacknife Yöntemi	Bootstrap Yöntemi
Anonim Oranı	0,373723	0,372168	0,467378	0,37372	0,375781
Çalışan Ortalaması	85,476157	68,640538	90,762159	85,47611	84,763577

Çizelge 1. Yöntemlerin uygulanması ile elde edilen tahminler

Elde edilen varyans tahmin sonuçları ise Çizelge 2' de verilmektedir;

Tahminler	Taylor Serisi Yöntemi	Rasgele Grup Yöntemi	Dengeli Olarak Tekrarlanan Tekrarlı Yöntem	Jacknife Yöntemi	Bootstrap Yöntemi
Anonim Oranı	0,000623	0,000623	0,007852	0,001897	0,002794
Çalışan Ortalaması	53,06538	53,06538	139,508982	115,05137	122,74833

Çizelge 2. Yöntemlerin uygulanması ile elde edilen varyans tahminleri

Ayrıca elde edilen sonuçlar karşılaştırılmıştır. Değişkenlerin tahminleri ve bunların varyans tahminleri için Taylor serisi ile rasgele grup yönteminden elde edilen sonuçlar birbirine çok yakındır ve en küçük olanlarıdır. Ayrıca örnekleme planımız her tabakasında iki birim içermediği için dengeli olarak tekrarlanan tekrarlı yöntemi uygulayabilmek için her tabakada iki birim bırakıldığından tüm değişkenler için en büyük sonuçları vermiştir. Jacknife ve Bootstrap yöntemleri ise Taylor serisi ve rasgele gruptan büyük fakat dengeli olarak tekrarlanan tekrarlı yöntemden küçük sonuçlar vermiştir. Dolayısıyla en iyi sonucu rasgele grup yönteminden elde ettiğimizi söyleyebiliriz.

KAYNAKLAR

CHAO, M. and LO, S. (1985), A Bootstrap Methods For Finite Population, The Indian Journal Of Statistics, 47, Series A, 399-405.

CHERNİCK, M.R. (1999), Bootstrap Methods A Practitioner's Guide: John Wiley & Sons.

COHEN, S.B. (1997), An Evulation Of Alternative PC-Based Software Packages Developed For The Analysis Of Complex Survey Data, The American Statistician , 51, No.3, 285-292.

EFRON, B. (1979), Bootstrap Methods Another Look At The Jacknife, The Annals Of Statistics, 7, No.1, 1-26.

EFRON, B. and TİBSHİRANİ, R.J.(1993), An Introduction To The Bootstrap: Chapman&Hall International Thompson Publishing.

HEDAYET, A. S. and SİNHA, B.K. (1991), Design And Inference In Finite Population Sampling, A Wiley-Interscience Publication, New York : John Wiley &Sons.

KİSH, L. and FRANKEL,, M.R.(1974), Inference From Complex Samples, Journal of Royal Statistical Society, B(36), 1-37.

Kish, L. and Frankel, M.R. (1970), Balanced Repeated Replications for Standard Errors, Journal of American Statistical Association, 65, 1071-1095.

LEE, K.H. (1972), Partially Balanced Designs For Half Sample Replication Method Of Variance Estimation, Journal of American Statisticial Association, 67, No.338, 324-334.

LEPLOWSKİ, J. and Bowles, J. (1996), Sampling Error Software For Personel Computers, The Survey Statistician, 35, 10-17.

LOHR, S.L. (1999), Sampling: Design and Analysis: Duxbury Press.

MİLLER, R.G. (1974), The Jacknife A Review, Biometrika, 61, 1-15.

RAJ, D. (1998), Sample Survey Theory, Naraso Publishing House: London.

RAO, J.N.K. (1997), Developmnets in sample survey theory: an apprasial, The Canadian Journal of Statistics, 25, 1-21.

RAO, J.N.K. and Krewski, D. (1981), Inference From Stratified Samples; Properties Of The Linearization, Jacknife And Balanced Repeated Replication Methods, The Annals Of Statistics, 9, No. 5, 1010-1019.

RAO, J.N.K. and WU, C.F.J. (1988), Resampling Inference With Complex Survey Data, Journal of American Statisticial Association, 83, No.401, 231-241.

RAO, J.N.K. and WU, C.F.J. (1985), Inference From Stratified Samples:Second-Order Analysis Of Three Methods For Nonlinear Statistics, Journal of American Statisticial Association, 80, No.391, 620-630.

SARNDAL, C.E., SWENSON B. and WRETMAN J. (1991), Model Assisted Survey Sampling, New York,: Springer Series-Verlag,.

TOPRAK, A.Ö. (1996), Karmaşık Örnekleme Planlarında Varyans Tahmini, Bilim Uzmanlığı Tezi, Orta Doğu Teknik Üniversitesi.

VAİLLANT, R. (1987), Generalized Variance Functions In Stratified Two-Stage Sampling, Journal of American Statisticial Association, 82, No.398, 499-508.

VERMA, V. (1992), Sampling Methods, Statisticial Institute for Asia and the Pacific, Tokyo.

WODDRUFF, R. S. (1971), A Simple Method For Approximating the Variance of a Comlicated Estimate, Journal of American Statisticial Association, 66, 411-414.

WOODRUFF, R.S. and Causey, B. D. (1976), Computerized method For Approximating The Variance Of A Complicated Estimate, Journal of American Statisticial Association, 71, No.354, 315-321.

WOLTER, K.M. (1985), Introduction to the Variance Estimation, Springer Series in Statistics, New York.

VARİOUS VARİANCE ESTİMATİON METHODS FOR COMPLEX SAMPLİNG SURVEY AND APPLİCATİON

ABSTRACT

In this study, variance estimation methods for complex sampling survey were examined. In the first chapter a brief introduction was made. In the following chapters, Taylor series method, dependent and independent random group methods from random group method, balanced repeated replication method, jackknife and bootstrap methods from resampling methods and lastly generalized variance function were examined, theoretical properties, methods appliance forms, restrictions of sampling were studied. .In the sixth chapter, these methods were compared with each other based on their theoretical properties, appliance forms, accuracy of results and costs. In the seventh chapter, variance equations were obtained using the methods those are described for ratio, multiplier and regression estimators whose variance equations have not been examined in complex sampling survey up to now. In the eigth chapter, some results obtained from a software application developed to obtain estimators and variance equations over a stratified systematic sampling having 163 units, obtained from 843 industrial corporations in Ankara were given. Lastly some results of estimators and variance estimators which were obtained from these methods were placed and compared with each other.

Key Words: *Variance estimation, complex survey, resampling methods*

METİN HAZIRLAMA KALIBI

1. Araştırma, yazılar, kaynaklar, tablo ve şekiller ile birlikte en az 2 en çok 15 sayfa olmalıdır.

2. Gönderilecek araştırma PC ortamında Word 7.0 veya daha yukarı versiyonları ile Times New Roman font ortamında yazılmalıdır.

3. Araştırma A4 normundaki beyaz kağıda sol ve üstten 3,5 cm, sağ ve alttan 2,5 cm boşluk bırakılarak yazılmalıdır.

4. Araştırmanın türkçe ve ingilizce başlıkları metne uygun olmalıdır. Araştırmanın başlıkları büyük harflerle yazılmalı ve Özet büyük harflerle ortalı, 12 punto harf büyüklüğünde koyu olarak yazılmalıdır.

5. Yazarın adı ve soyadı, ünvan belirtilmeden başlığın iki satır altından ortalı olarak ad küçük, soyad büyük harfli olarak yazılmalıdır. İki veya daha fazla yazar olması durumunda, yan yana kolon (sütun) açılarak yazılmalıdır.

6. Yazarın adresi dip not şeklinde verilerek yıldız(*) ile gösterilmelidir. Birden fazla yazar söz konusu olduğunda, yazışmaların hangi yazar ve adresle yapılacağını ise parantez içinde (haberleşme adresi) yazılarak verilmelidir. Dip not vermek gerektiğinde de yıldız(*) kullanılmalıdır. Yazar(lar)ın adresi ve dip not ilgili sayfanın altına Times New Roman font ve 10 punto harf büyüklüğü kullanılarak yazılmalıdır.

7. Çalışma herhangi bir kurumun desteği ile gerçekleştirilmişse, kurumun adı ilk sayfa altında dip not olarak yazılmalıdır.

8. Araştırma bölümleri; Türkçe özet, Araştırma metni, Kaynaklar ve İngilizce özet (Abstract) şeklinde olmalıdır.

   - Türkçe özet, yazar isminden sonra üç satır boşluk bırakılarak yazılır. 200 kelimeyi geçmeyecek şekilde soldan 5,5 cm ve sağdan 4,5 cm boşluk bırakılarak 11 punto harf büyüklüğü kullanılarak, italik olarak yazılmalıdır.

   - Araştırma metni 12 punto harf büyüklüğü kullanılarak bir satır aralığında ve paragraflar arasında bir satır boşluk bırakılmalıdır. Paragraflar ve formüller bir tab içeriden yazılmalıdır. Birinci derece bölüm başlıkları büyük harfle, ikinci derece alt bölüm başlıklarında her sözcüğün ilk harfi büyük, diğerleri küçük harfle, üçüncü ve daha alt derece alt bölüm başlıklarının yalnız ilk harfi büyük, diğerleri küçük harfle yazılmalıdır. Bütün bölüm başlıkları koyu olarak yazılmalıdır, tablo ve şekillere başlık ve sıra numarası bölüm numarası içermeksizin verilir. Tablo ve şekil başlık ve sıra numaraları yarım satır aralıklı tablolarda üstte, şekillerde altta yer almalıdır.

   - Kaynaklara göndermeler metin içinde açılan ayraçlarla yapılmalıdır. Ayraç içindeki sıra şöyledir: Yazar(lar)'ın soyadı ve kaynağın yılı. Örneğin; ...kanıtlanmıştır (Rao, 1974)., ...(Grossman ve Weiss, 1983)., ...(Baumal, 1952; Tobin, 1956)., ... (Winebrake vd, 1995)., ...Rao (1974) kanıtlamıştır. vb. şeklinde gösterilmelidir.

   Çalışmada gönderme yapılan bütün kaynaklar, kaynaklar listesinde belirtilmeli; çalışmada yararlanılmayan kaynaklar, kaynaklar listesinde yer almamalıdır. Kaynaklar araştırma metninin sonunda yazarının soyadına göre alfabetik sırada ve 11 puntoda kaynaklar arasında bir satır boşluk bırakılarak yazılmalıdır. Bunların yazım şekli aşağıda gösterildiği gibi standart formda olmalıdır:

Örnekler:

Kitap

BRUBAKER, S. (1967), *Trends in the World Aluminium Industry*, Baltimore, Maryland: John Hopkins Press.

Araştırma

RAO, J.N.K. (1994), *Estimating Totals and Distribution Function Using Auxiliary Information at the Estimation Stage*, Journal of Official Statistic, 10, 153 – 165.

Derleme

ARTHUR, W.B. (1988), *Competing Technologies: An Overview*, G.Dosi, C. Freeman, R. Nelson, G. Silverberg ve L. Soete (der.), Technical Change and Economic Theory içinde Londra:Pinter, 590-607.

Internet

SUTCLIFFE, M.J., Wo, Z.G. and OSWALD, R.E. (1996). *Three-dimensional models of non-NMDAglutamatereceptors,* Erişim: [http://neon.chem.le.ac.uk/cornell/ Sutcliffe_BJ/Sutcliffe_BJ.html].Erişim Tarihi: 22.12.1996

- Araştırmanın ingilizce dilde özeti araştırmanın sonunda verilmelidir. Araştırmanın ingilizce adı üstten 2 satır boşluk bırakılarak ortalı, her sözcüğün ilk harfi büyük, 14 punto harf büyüklüğünde, Abstract büyük harflerle ortalı, 12 punto harf büyüklüğünde koyu olarak yazılmalıdır. İngilizce özet soldan 5,5 cm ve sağdan 4,5 cm boşluk bırakılarak 200 kelimeyi geçmeyecek şekilde 11 punto harf büyüklüğünde italik olarak araştırmanın ingilizce adından sonra 3 satır boşluk bırakılarak yazılmalıdır.

- Anahtar kelimeler (Key words) her iki özetin bir satır altına, anahtar kelimeler ve key words koyu italik olarak yazılmalıdır.

9. Matematik simge ve formüllerin yazımında aşağıdaki hususlara dikkat edilir:

- Simgelerin ayırt edilmesi önemlidir. Özellikle büyük ve küçük harfler, düz ve koyu harfler, Klasik Yunan ve Latin harfleri, alt ve üst indisler, sıfır (0) rakamı ve O harfi, Bir (1) rakamı ve le (l) harfi ayırt edilebilmelidir. Çoklu indislerden sakınılmalıdır.

- Denklemler word, standart (default) ölçülerde 1 tab (1,27 cm) içerden ve numara vermek gerekliyse bölüm numarasını içermeksizin en sağına parantez içinde yazılmalıdır. Uzun formüller metin içinde yer almamalıdır.

- Kesirler, metin içinde (/) işareti ile gösterilmelidir.

- Karmaşık ifadeler içeren denklemler olabildiğince kısaltma simgeleri kullanılarak yazılmalıdır.

- İç içe çoklu ayraçlar aynı formülde yer aldığında, sıra düzeni örneğin **{[(0)]}** biçiminde olmalıdır.

10. Araştırmanın Türkçe yazım kurallarına uygun olması yazarın sorumluluğu altındadır.

DUYURU PANOSU

eEKONOMİ İÇERİSİNDE İŞGÜCÜ PİYASASI İSTATİSTİK VE GÖSTERGELERİ AVRUPA KONFERANSI (STILE)

30 Eylül-01 Ekim 2004,
Ayrıntılı bilgi için: Sandra VOLDERS, HIVA-KUL, Naamsestraat 63 B-3000 Leuven / Belgium
e-mail: sandra.volders@hiva.kuleuven.ac.be
Website : www.stile.be

2004 ULUSLARARASI RESMİ YOKSULLUK İSTATİSTİKLERİ KONFERANSI

04 – 06 Ekim 2004, Manila / Philippines
Ayrıntılı bilgi için: Mr. John FREDERICK P. de GUIA,
e-mail: jfp.deguia@nscb.gov.ph
Website : http://www.nscb.gov.ph/poverty/conference/contact.asp

8.İSLAM ÜLKELERİ İSTATİSTİK BİLİMLERİ KONFERANSI

04 – 07 Ekim 2004, Yarmouk University, Irbid / Jordan
Ayrıntılı bilgi için: Prof. Ziad R. Al-Rawi, Chairman, National Organizing Committee, Yarmouk University, Faculty of Science, Dept. of Statistics, Irbid / Jordan
e-mail: alrawiz@yu.edu.jo
Website : www.geocities.com/isoss_pk

13. AVRUPA GenStat KONFERANSI

13 – 15 Ekim 2004, Rothamsted research Station, Harpenden, Herts / UK
Ayrıntılı bilgi için: Vicki BLYTHE, e-mail: vicki@vsn-intl.com
Website : http://www.vsn-intl.com/RothamstedConference/index.htm

21. METODOLOJİ SEMPOZYUMU

03-05 Kasım 2004, Gatineau, Ottawa / Canada
Ayrıntılı bilgi için: Mr. Jean DUMAIS, e-mail: symposium2004@statcan.ca
Website : http://www.statcan.ca/english/conferences/symposium2004

2004 İSTATİSTİK GÜNLERİ

08-10 Kasım 2004, Radenci / Slovenia
Ayrıntılı bilgi için: Ms. Andreja HOCEVAR, President of the organising committee
e-mail: andreja.hocevar@gov.si
Website : http://www.stat.si/eng/stat_radenci.asp

IAOS – IASS ORTAK KONFERANSI

29 Kasım - 01 Aralık 2004, Amman / Jordan
Ayrıntılı bilgi için: Alain AZOUVI 14, rue d'Orchampt, 75018 Paris
e-mail: alain.azouvi@wanadoo.fr
Website : http://www.stat.fi/iaos
http://www.dos.gov.jo/ioas/iaos/iaos-iass2004.htm

5. AVRUPA İSTATİSTİK SEMİNERİ

12 - 19 Aralık 2004, Munich / Germany
Ayrıntılı bilgi için bakınız: http://www.stat.uni-muenchen.de/semstat2004

SCRA 2004 – FIM IX
11. ULUSLARARASI MATEMATİK VE İSTATİSTİK DİSİPLİNLERARASI KONFERANSI

27 - 29 Aralık 2004
Ayrıntılı bilgi için: Satya MISHRA (President of FIM)
University of South Alabama, Mobile, alabama 36688 USA
e-mail: mishra@jaguar1.usouthal.edu
Website : http://www.scra2004.southalabama.edu

"İSTATİSTİK TEORİSİ, UYGULAMA VE EĞİTİMİNİN GELECEĞİ" ULUSLARARASI KONFERANSI

29 Aralık 2004 - 01 Ocak 2005, Hyderabad, India
Ayrıntılı bilgi için: C. R. RAO, Penn State University,
e-mail: (crr1@psu.edu)
N. BALAKRISHNAN, McMaster University
e-mail: (bala@mcmail.cis.mcmaster.ca)

ISI 2005 SYDNEY
IAOS UYDU TOPLANTISI
(Küçük Ülkelerin Resmi İstatistiklerinin Yayınlanması)

31 Mart - 02 Nisan 2005, Noumea / New Caledonia.
Ayrıntılı bilgi için : Gerard Baudchon at itsee@itsee.nc or
Brian Doyle at briandoylestats@yahoo.com.au

ISI 55. DÖNEM TOPLANTISI

05-12 Nisan 2005, Sydney / Avustralya.
Ayrıntılı bilgi için : ISI Permanent Office, Prinses Beatrixlaan 428, P.O. Box 950 2270 AZ Voorburg / The Netherlands; e-mail : isi@cbs.nl
http://www.cbs.nl/isi

ISI 2005 SYDNEY
UYDU TOPLANTISI
(Küçük ve Yerleşik Nüfusun Ölçülmesindeki Gelişmeler)

14 – 15 Nisan 2005, Wellington / New Zealand.
Ayrıntılı bilgi için : Mansoor KHAWAJA, Chief Demographer, Statistics New Zealand, Private Bag 4741, Christchurch, New Zealand
e-mail: ISIsatellite@stats.govt.nz
Website: http://www.stats.govt.nz/

İSTATİSTİK ARAŞTIRMA SEMPOZYUMU 2005
'AB Sürecinde Resmi İstatistikler'

05 – 06 Mayıs 2005, Ankara
Ayrıntılı bilgi için: Prof.Dr. Reşat KASAP (Sempozyum Editörü) editor@die.gov.tr
Gönül ERDEM (Sempozyum Sekreteryası) sempozyum@die.gov.tr
Website: www.die.gov.tr

4. İSTATİSTİK KONGRESİ 2005

08 – 12 Mayıs 2005, Palm Beach City Otel-Belek, Antalya
Ayrıntılı bilgi için: imd@imd.org.tr
İletişim için : Seda YARDIMSEVER, info@palma-travel.com

KANADA İSTATİSTİK DERNEĞİ YILLIK TOPLANTISI

12 - 15 Haziran 2005, Saskatchewan, Canada.
Ayrıntılı bilgi için: Christian LEGER,
Departement de Mathematiques et de Statistique, Universite de Montreal
C.P. 6128, succursaleCentre-ville, Montreal-Quebec/Canada H3C 3J7
e-mail: leger@dms.umontreal.ca

25. AVRUPA İSTATİSTİKÇİLER TOPLANTISI (EMS)

24 - 29 Haziran 2005, Oslo, Norveç.
Ayrıntılı bilgi için bakınız: www.ems2005.no
http://www-m4.mathematik.tu-muenchen.de/m4/erc/

İSTATİSTİK ARAŞTIRMA DERGİSİ
JOURNAL OF STATISTICAL RESEARCH

Cilt 03 *Volume* **No 01** *Number* **Nisan 2004** *April*