DETERMINAZIONE MATEMATICA ED ANALISI LINEARE DEI FATTORI CHE INFLUISCONO SULL'ESITO DEGLI ESAMI D'AMMISSIONE ALL'UNIVERSITÀ E CALCOLO DELLE PROBABILITÀ DI RIUSCITA DEI VARI GRUPPI DI CANDIDATI.

S. (GÖNENÇ) MORALI

Molti fattori influenzano l'esito degli esami d'ammissione all (Universita. Fra questi, possono essere considerati il sesso, il tipo di maturità posseduta dal candidato, la regione geográfica di provvenienza, il numero di anni trascorsi da quando il candiato ha terminato gli studi al momento del concorso, la situazione professionale dei genitori, ecc.

E' stato preso in considerazione il problema seguente :

Determinare *a priori* il voto ottenuto da ciascun candidato a partire dalla media dei voti ottennti dalla totalità dei candidati, facendo intervenire un certo numero di costanti legate a questi fattori ed un termine corrispondente al probabile errore. Si verifica che quali che siano le domande poste ai concorsi d'ammissione, la probabilita d'ammissione rimane la stessa per ciascun gruppo di studenti caratterizzato da determinati fattori.

La ricerca fatta su 4389 studenti rivela che i candidati di sesso femminile sono in una posizone di svantaggio rispetto a quelli di sesso maschile, che provvenire dalla regione occidentale o nor-occidentale del paese e piu importante che avere una maturità scientifica, che avere una media alta alla maturita e un fattore di importanza primordiale.

0. Il sistema attualmente vigente in Turchia per l'ammissione a studi di grado superiore è fondato su un determinato gruppo di esami.

Scopo della presente ricerca è stata di determinare le probabilità di successo, analizzando la documentazione disponibile per gli esami d'ammissione alla Facoltà di Economia dell'Università di İstanbul per l'anno accademico 1963 - 1964.

Vari sono i fattori che influiscono sull'esito di questi esami. Fra questi fattori basterà citare il sesso, il tipo di maturità liceale detenuta dal candidato, la zona dalla quale proviene, la media dei voti avuti alla maturità, le domande del concorso d'ammissione, il numero di anni decorso fra esame di maturità ed esame d'ammissione all'università, la qualifica professionale dei genitori, ece. Si può pensare di valutare questi fattori dando a ciascuno un grado d'importanza relativa.

Naturalmente va tenuto presente che nel fare questa ricerca non è stato possibile tener conto delle condizioni di salute fisica e morale dei candidati il giorno degli esami. Allo stesso modo vari fattori da noi ignorati possono avere esercitato qnalche influenza sui risultati. Tuttavia si è cercato di eliminare queste fonti d'errore tenendo più grande possibile il numero dei candidati presi in considerazione.

Il problema si pone cosi : *I voti che uno studente ottiene quale esito degli esami d'ammissione possono essere calcolati addizionando ad una media probabile alcune costanti relative ai fattori presi in considerazione, più un termine di errore.*

Evidentemente ciascuna di queste costanti può essere positiva o negativa.

Qualunque siano le domande, la probabilità di riuscita per gli studenti che appartengono alla categoria individuata da uno stesso gruppo di fattori, rimane costante.

1. Servendoci dei documenti d'iscrizione per gli esami d'ammissioue e ponendo

x_m : voti ottenuti dallo m-esimo studente ($m = 1, 2, ..., M$),

μ : media probabile,

α_i : costante caratterizzante il sesso, ($i = 1$, sesso femminile ; $i = 2$, sesso maschile)

β_j : costante caratterizzante il tipo di maturità liceale, ($j = 1$ maturità scientifica ; $j = 2$, maturità classica)

γ_k : constanti regionali, ($k = 1$, Regione Est e Sud - Est della Turchia ; $k = 2$, Regione Ovest, Nord - Ovest e Tracia ; $k = 3$, Regione Centrale ; $k = 4$, Regione Nord ; $k = 5$, Regionc Sud dell'Anatolia)

δ_h : costanti relative alla media del diploma di maturità, ($h = 1$, sufficiente ; $h = 2$, buona ; $h = 3$, lodevole)

ε_m : termine di errore,
possiamo scrivere

$$(1) \qquad x_m = \mu + \alpha_i + \beta_j + \gamma_k + \delta_h + \varepsilon_m \qquad (m = 1, 2, ..., M).$$

(*a*) Conoscendo x_m come è possibile determinare $\mu, \alpha_i, \beta_j, \gamma_k, \delta_h$?

Inoltre, supponendo calcolate queste costanti, possiamo chiedere :

(*b*) Quale è l'errorc ?

(*c*) Quale è la probabilità di riuscita per un gruppo di studenti influenzato dagli stessi fattori ?

Come detto sopra, per una ricerca che risponde a tutte queste domande sono stati presi in considerazione i voti d'ammissione della Facoltà di Economia dell'Università di İstanbul per l'anno accademico 1963-64. In quell'anno i candidati erano stati divisi in due gruppi e siccome ciascun gruppo aveva domande diverse a cui rispondere, pure noi avremo due gruppi di dati distinti da considerare : uno per il primo gruppo, e l'altro per il secondo gruppo.

2. Cerchiamo anzitutto di risolvere il nostro problema.

(*a*) Rappresentiamo rispettivamente con a_i, b_j, c_k, d_h ii numero di studenti che rientrano rispettivamente nella categoria $\alpha_i, \beta_j, \gamma_k, \delta_h$. M essendo il numero totale di studenti presi in considerazione, a_1 sarà il numero di candidati di sesso femminile, ..., d_3 sarà il numero di candidati aventi un "lodevole" alla maturità, ecc.

Sommando i voti di tutti gli studenti e sotto l'ipotesi

$$\sum_{m=1}^{M} \varepsilon_m = 0$$

possiamo scrivere

$$(\mu) \qquad \sum_{m=1}^{M} x_m = M\mu + \sum_{i=1}^{2} a_i \alpha_i + \sum_{j=1}^{2} b_j \beta_j + \sum_{k=1}^{5} c_k \gamma_k + \sum_{h=1}^{3} d_h \delta_h .$$

Sia $a_i \cap b_j$ il numero di studenti che rientra nell'i-esima categoria "sesso" e nella j-esima categoria "maturità liceale". Allora $a_1 \cap b_1$ sarà il numero di studentesse avente conseguito la maturità scientifica, ecc... Similmente $c_5 \cap d_3$ sarà il numero di studenti che provengono dal Sud-Anatolia e che hanno avuto "lodevole" all'esame di maturità e via discorrendo.

Adesso *prendiamo in considerazione le somme parziali relative all'equazione* (μ).

Sempre ponendo $\sum_{a_i} \varepsilon_m = 0$ si ha

$$(\alpha_1) \quad \sum_{a_1} x_m = a_1 \mu + a_1 \alpha_1 + \sum_{j=1}^{2} (a_1 \cap b_j) \beta_j + \sum_{k=1}^{3} (a_1 \cap e_k) \gamma_k + \sum_{h=1}^{3} (a_1 \cap d_h) \delta_h \,.$$

È chiaro che $(\mu) = (\alpha_1) + (\alpha_2)$, il significato delle notazioni essendo evidente.

Similmente, sempre ponendo $\sum_{b_j} \varepsilon_m = 0$,

$$(\beta_1) \quad \sum_{b_1} x_m = b_1 \mu + \sum_{i=1}^{2} (a_i \cap b_1) \alpha_i + b_1 \beta_1 + \sum_{k=1}^{5} (c_k \cap b_1) \gamma_k + \sum_{h=1}^{3} (d_h \cap b_1) \delta_h,$$

e $(\mu) = (\beta_1) + (\beta_2)$. Similmente ancora, con $\sum_{c_k} \varepsilon_m = 0$,

$$(\gamma_1) \quad \sum_{c_1} x_m = c_1 \mu + \sum_{i=1}^{2} (c_1 \cap a_i) \alpha_i + \sum_{j=1}^{2} (c_1 \cap b_j) \beta_j + c_1 \gamma_1 + \sum_{h=1}^{3} (c_1 \cap d_h) \delta_h,$$

$$(\gamma_2) \quad \sum_{c_2} x_m = c_2 \mu + \sum_{i=1}^{2} (c_2 \cap a_i) \alpha_i + \sum_{j=1}^{2} (c_2 \cap b_j) \beta_j + c_2 \gamma_2 + \sum_{h=1}^{3} (c_2 \cap d_h) \delta_h,$$

$$(\gamma_3) \quad \sum_{c_3} x_m = c_3 \mu + \sum_{i=1}^{2} (c_3 \cap a_i) \alpha_i + \sum_{j=1}^{2} (c_3 \cap b_j) \beta_j + c_3 \gamma_3 + \sum_{h=1}^{3} (c_3 \cap d_h) \delta_h,$$

$$(\gamma_4) \quad \sum_{c_4} x_m = c_4 \mu + \sum_{i=1}^{2} (c_4 \cap a_i) \alpha_i + \sum_{j=1}^{2} (c_4 \cap b_j) \beta_j + c_4 \gamma_4 + \sum_{h=1}^{3} (c_4 \cap d_h) \delta_h,$$

e quindi

$$(\mu) = (\gamma_1) + (\gamma_2) + (\gamma_3) + (\gamma_4) + (\gamma_5)\,.$$

Rimangono le equazioni relative all'ultimo fattore: essendo ancora $\sum_{d_h} \varepsilon_m = 0$, si ha

$$(\delta_1) \qquad \sum_{d_1} x_m = d_1\,\mu + \sum_{i=1}^{2} (a_i \cap d_1)\,\alpha_i + \sum_{j=1}^{2} (b_j \cap d_1)\,\beta_j + \sum_{k=1}^{5} (c_k \cap d_1)\,\gamma_k + d_1\,\delta_1,$$

$$(\delta_2) \qquad \sum_{d_2} x_m = d_2\,\mu + \sum_{i=1}^{2} (a_i \cap d_2)\,\alpha_i + \sum_{j=1}^{2} (b_j \cap d_2)\,\beta_j + \sum_{k=1}^{5} (c_k \cap d_2)\,\gamma_k + d_2\,\delta_2,$$

Analogamente

$$(\mu) = (\delta_1) + (\delta_2) + (\delta_3).$$

Con le nove equazioni (μ), (α_1), (β_1), (γ_1), (γ_2), (γ_3), (γ_4), (δ_1), (δ_2), e con le quattro ipotesi espresse dalle

$$(3) \qquad \sum_{i=1}^{2} \alpha_i = 0, \quad \sum_{j=1}^{2} \beta_j = 0, \quad \sum_{k=1}^{3} \gamma_k = 0, \quad \sum_{h=1}^{5} \delta_h = 0$$

otterremo un sistema di 13 *equazioni lineari* (S), costituito appunto dalle nove precedenti indicate sopra a cui si saranno aggiunte le cinque equazioni (3).

Per la risoluzione di questo sistema useremo il metodo di GAUSS-JORDAN.

(*b*) *Calcolo dell'errore* :

Essendo

$$\varepsilon_m = x_m - (\mu + \alpha_i + \beta_j + \gamma_k + \delta_h)$$

calcoliamo la somma dei loro quadrati

$$(4) \quad \left\{ \begin{aligned} \sum_1^M \varepsilon_m^2 = {} & \sum_1^M x_m^2 + M(\mu^2 + \alpha_1^2 + \beta_1^2) + \sum_1^5 c_k\,\gamma_k^2 + \sum_1^3 d_h\,\delta_h^2 \\ & + 2\mu \left[\sum_1^2 a_i\,\alpha_i + \sum_1^2 b_j\,\beta^j + \sum_1^5 c_k\,\gamma_k + \sum_1^3 d_h\,\delta_h \right] \\ & + 2\mu \left[\sum_1^2 \sum_1^2 (a_i \cap b_j)\,\alpha_i\,\beta_j + \sum_1^2 \sum_1^5 (a_i \cap c_k)\,\alpha_i\,\gamma_k + \sum_1^2 \sum_1^3 (a_i \cap d_h)\,\alpha_i\,\delta_h \right. \\ & \left. + \sum_1^2 \sum_1^5 (b_j \cap c_k)\,\beta_j\,\gamma_k + \sum_1^2 \sum_1^3 (b_j \cap d_h)\,\beta_j\,\delta_h + \sum_1^5 \sum_1^3 (c_k \cap d_h)\,\gamma_k\,\delta_h \right] \\ & - 2 \left[\sum_1^M x_m + \sum_1^2 \alpha_i \sum_{a_i} x_m + \sum_1^2 \beta_j \sum_{b_j} x_m + \sum_1^5 \gamma_k \sum_{c_k} x_m + \sum_1^3 \delta_h \sum_{d_h} x_m \right]. \end{aligned} \right.$$

La deviazione standard è dunque

$$(5) \qquad \sigma = \sqrt{\frac{1}{M} \sum_1^M \varepsilon_m^2}$$

per cui il totale dei voti che un dato studente otterrà sarà compreso fra i due valori :

$$\mu + \alpha_i + \beta_j + \gamma_k + \delta_h - \sigma \qquad \text{e} \qquad \mu + \alpha_i + \beta_j + \gamma_k + \delta_h + \sigma.$$

(*c*) *Calcolo della probabilità* :

La differenza di questi due valori è 2σ. Poichè i voti totali che supereranno la media probabile corrispondono a candidati che si potranno considerare come ammessi, la probabilità di riuscita di un dato gruppo sarà

$$P_{i,\,j,\,k,\,h} = \frac{\mu + \alpha_i + \beta_j + \gamma_k + \delta_h + \sigma - \mu}{2\sigma} = \frac{\alpha_i + \beta_j + \gamma_k + \delta_h + \sigma}{2\sigma} \tag{6}$$

Se i fattori considerati influiscono veramente sul risultato definitivo i valori probabili $P_{i,\,j,\,k,\,h}$ devono essere invarianti per i diversi gruppi.

3. (*a*) *I dati corrispondenti al primo gruppo sono i seguenti* :

Numero di candidati per il primo gruppo	Somma dei voti ottenuti dai candidati appartenenti ad un dato gruppo
$M = 2177$	$\sum_{m=1}^{2177} x_m = 96795$
$a_1 = 301$	$\sum_{a_1} x_m = 13132$
$a_2 = 1876$	$\sum_{a_2} x_m = 83663$
$b_1 = 1030$	$\sum_{b_1} x_m = 48172$
$b_2 = 1147$	$\sum_{b_2} x_m = 48622$
$c_1 = 225$	$\sum_{c_1} x_m = 9277$
(7) $c_2 = 1037$	$\sum_{c_2} x_m = 47383$
$c_3 = 425$	$\sum_{c_3} x_m = 19168$
$c_4 = 260$	$\sum_{c_4} x_m = 11248$
$c_5 = 230$	$\sum_{c_5} x_m = 9719$
$d_1 = 839$	$\sum_{d_1} x_m = 35675$
$d_2 = 1254$	$\sum_{d_2} x_m = 57035$
$d_3 = 84$	$\sum_{d_3} x_m = 4085$

La tabella che precede può venire chiarita nella maniera che segue : 2177 candidati hanno partecipato al concorso del primo gruppo. Fra questi candidati 301 erano di sesso femminile, 1030 avevano conseguito la maturità scientifica, ..., 230 erano provenienti dal Sud, ..., 84 avevano ottenuto "lodevole" alla maturità, ecc. La somma dei voti dei 2177 candidati è 96795,..., la somma dei voti dei candidati di sesso fenminile è 13132,..., ecc.

Si può ora costituire la tabella delle intersezioni, che risulta formata come segue :

$$
\begin{array}{llllll}
 & a_1 \cap b_1 = 143, & a_1 \cap b_2 = 158 & & & \\
 & a_1 \cap c_1 = 15, & a_1 \cap c_2 = 207, & a_1 \cap c_3 = 38, & a_1 \cap c_4 = 21, & a_1 \cap c_5 = 20 \\
 & a_1 \cap d_1 = 66, & a_1 \cap d_2 = 199, & a_1 \cap d_3 = 37, & & \\
 & a_2 \cap b_1 = 887, & a_2 \cap b_2 = 989, & & & \\
 & a_2 \cap c_1 = 210, & a_2 \cap c_2 = 830, & a_2 \cap c_3 = 387, & a_2 \cap c_4 = 239, & a_2 \cap c_4 = 20, \\
 & a_2 \cap d_1 = 773, & a_2 \cap d_2 = 1056, & a_2 \cap d_3 = 47, & & \\
 & b_1 \cap c_1 = 95, & b_1 \cap c_2 = 504, & b_1 \cap c_3 = 233, & b_1 \cap c_3 = 113, & b_1 \cap c_5 = 88, \\
(8) & b_1 \cap d_1 = 389, & b_1 \cap d_2 = 596, & b_1 \cap d_3 = 45, & & \\
 & b_2 \cap c_1 = 130, & b_2 \cap c_2 = 5376, & b_2 \cap c_3 = 192, & b_2 \cap c_4 = 147, & b_2 \cap c_4 = 142, \\
 & b_2 \cap d_1 = 450, & b_2 \cap d_2 = 658, & b_2 \cap d_3 = 39, & & \\
 & c_1 \cap d_1 = 79, & c_1 \cap d_2 = 136, & c_1 \cap d_3 = 10, & & \\
 & c_2 \cap d_1 = 369, & c_2 \cap d_2 = 625, & c_2 \cap d_3 = 44, & & \\
 & c_3 \cap d_1 = 157, & c_3 \cap d_2 = 250, & c_3 \cap d_3 = 18, & & \\
 & c_4 \cap d_1 = 137, & c_4 \cap d_2 = 118, & c_4 \cap d_3 = 6, & & \\
 & c_5 \cap d_1 = 98, & c_5 \cap d_2 = 126, & c_5 \cap d_3 = 6. & &
\end{array}
$$

La tabella (8) può essere interpretata come segue : di 301 candidati di sesso femminile, 143 avevano conseguito la maturità scientifica, ..., fra i candidati provenienti dal Nord 6 avevano ottenuto un "lodevole" alla maturità, ..., ecc.

Adesso servendoci delle tabelle (7) ve (8) possiamo formare il corrispondente sistema (S) che risulta essere :

$$
\begin{aligned}
& 2177\mu + 301\alpha_1 + 1876\alpha_2 + 1030\beta_1 + 1147\beta_2 + 225\gamma_1 + 1037\gamma_2 + 425\gamma_3 + 260\gamma_4 + 230\gamma_5 \\
& \qquad + 839\delta_1 + 125\delta_2 + 84\delta_3 = 96795. \\
& 301\mu + 301\alpha_1 + * + 143\beta_1 + 158\beta_2 + 15\gamma_1 + 207\gamma_2 + 38\gamma_3 + 21\gamma_4 + 20\gamma_5 \\
& \qquad + 66\delta_1 + 198\delta_2 + 37\delta_3 = 13132. \\
& 1030\mu + 143\alpha_1 + 887\alpha_2 + 1030\beta_1 + * + 95\gamma_1 + 501\gamma_2 + 233\gamma_3 + 113\gamma_4 + 88 \\
& \qquad + 389\delta_1 + 596\delta_2 + 45\delta_3 = 48172 \\
& 225\mu + 15\alpha_1 + 210\alpha_2 + 95\beta_1 + 130\beta_2 + 225\gamma_1 + * + * + * + * \\
(9)\quad & \qquad + 79\delta_1 + 136\delta_2 + 10\delta_3 = 9277. \\
& 1037\mu + 207\alpha_1 + 230\alpha_2 + 501\beta_1 + 536\beta_2 + * + 1037\gamma_2 + * + * + * \\
& \qquad + 369\delta_1 + 624\delta_2 + 44\delta_3 = 47383. \\
& 425\mu + 38\alpha_1 + 387\alpha_2 + 233\beta_1 + 192\beta_2 + * + 425\gamma_3 + * + * \\
& \qquad + 157\delta_1 + 250\delta_2 + 18\delta_3 = 19168. \\
& 260\mu + 21\alpha_1 + 239\alpha_2 + 113\beta_1 + 147\beta_2 + * + * + * + 260\gamma_4 + * \\
& \qquad + 136\delta_1 + 1118\delta_2 + 6\delta_3 = 11248. \\
& 839\mu + 66\alpha_1 + 773\alpha_2 + 389\beta_1 + 450\beta_2 + 79\gamma_1 + 369\gamma_2 + 157\gamma_3 + 138\gamma_4 + 98\gamma_5 \\
& \qquad + 839\delta_1 + * + * = 35675. \\
& 1254\mu + 198\alpha_1 + 1056\alpha_2 + 596\beta_1 + 658\beta_2 + 136\gamma_1 + 624\gamma_2 + 250\gamma_3 + 118\gamma_4 + 126\gamma_5 \\
& \qquad + * + 1254\delta_2 + * = 57035.
\end{aligned}
$$

$$\alpha_1 + \alpha_2 = 0$$
$$\beta_1 + \beta_2 = 0$$
$$\alpha_1 + \gamma_2 + \gamma_3 + \gamma_4 + \gamma_5 = 0$$
$$\delta_1 + \delta_2 + \delta_3 = 0$$

I valori delle costanti sono stati calcolati su una IBM 1620 dell'Università Tecnica di İstanbul, utilizzando un programma in FORTRAN 11.

I valori ottenuti sono :

$$\begin{aligned}
\mu &= 43.97 \\
\alpha_1 &= -1.26 \\
\alpha_2 &= 1.26 \\
\beta_1 &= 2.05 \\
\beta_2 &= -2.05 \\
\gamma_1 &= -2.43 \\
\gamma_2 &= 2.13 \\
\gamma_3 &= 1.03 \\
\gamma_4 &= 0.17 \\
\gamma_5 &= -0.90 \\
\delta_1 &= -3.18 \\
\delta_2 &= -0.17 \\
\delta_3 &= 3.36.
\end{aligned}$$

(*b*) *Calcolo dell'errore* :

Poichè

$$x_m^2 = 4419007$$

mediante i valori (7), (8) e (10), dalla formola (4) otterremo

$$\sum_{m=1}^{2177} \varepsilon_m^2 = 91785.$$

Non è difficile trovare che

$$\sigma = \pm \sqrt{91785/2177} = \pm \sqrt{42} = \pm 6.4. \tag{11}$$

(*c*) *Calcolo della probabilità* :

Mediante i valori (10) e (11) e la formola (5) otterremo le probabilità corrispondenti ai vari casi nella maniera seguente :

$$
\begin{array}{lll}
P_{1,1,1,1} = 0.12 & P_{1,1,1,2} = 0.25 & P_{1,1,1,3} = 0,63 \\
P_{1,1,2,1} = 0.48 & P_{1,1,2,2} = 0.71 & P_{1,1,2,3} = 0.99 \\
P_{1,1,3,1} = 0.41 & P_{1,2,3,2} = 0.62 & P_{1,1,3,3} = 0.90 \\
P_{1,1,4,1} = 0.32 & P_{1,1,4,2} = 0.56 & P_{1,1,4,3} = 0.82 \\
P_{1,1,5,1} = 0.24 & P_{1,1,5,2} = 0.40 & P_{1,2,5,2} = 0.75 \\
P_{1,2,1,1} = -0.19 & P_{1,2,1,2} = 0.03 & P_{1,2,1,3} = 0.31 \\
P_{1,2,2,1} = 0.32 & P_{1,2,2,2} = 0.39 & P_{1,2,2,3} = 0.67 \\
P_{1,2,3,1} = 0.07 & P_{1,2,3,2} = 0.30 & P_{1,2,3,3} = 0.58 \\
P_{1,2,4,1} = 0.006 & P_{1,2,4,2} = 0.24 & P_{1,2,4,3} = 0.51 \\
P_{1,2,5,1} = -0.07 & P_{1,2,5,2} = 0.01 & P_{1,2,5,3} = 0.43 \\
P_{2,1,1,1} = 0.32 & P_{2,1,1,2} = 0.55 & P_{2,1,1,3} = 0.87 \\
P_{2,1,2,1} = 0.67 & P_{2,1,2,2} = 0.91 & P_{2,1,2,2} = 1.18 \\
P_{2,1,3,1} = 0.59 & P_{2,1,3,2} = 0.82 & P_{2,1,3,3} = 1.10 \\
P_{2,1,4,1} = 0.52 & P_{2,1,4,2} = 0.75 & P_{2,1,4,3} = 1.03 \\
P_{2,1,5,1} = 0.43 & P_{2,1,5,2} = 0.64 & P_{2,1,5,3} = 0.95 \\
P_{2,2,1,1} = 0 & P_{1,2,1,1} = 0.23 & P_{2,2,1,1} = 0.51 \\
P_{2,2,2,1} = 0.39 & P_{2,2,2,2} = 0.39 & P_{2,2,2,3} = 0.86 \\
P_{2,2,3,1} = 0.27 & P_{2,2,3,2} = 0.50 & P_{2,2,3,3} = 0.78 \\
P_{2,2,4,1} = 0.20 & P_{2,2,1,2} = 0.43 & P_{2,2,4,3} = 0.73 \\
P_{2,2,5,1} = 0.11 & P_{2,2,5,2} = 0.35 & P_{2,2,5,3} = 0.63
\end{array}
\tag{12}
$$

Si osservi che le quantità $P_{i,j,k,h}$ devono essere tutte comprese fra 0 e 1 e quindi le $P_{i,j,k,h}$, inferiori a zero o superiori ad 1 risultano tali solo per via di errori di calcolo.

Esaminando la tabella (12) si determina facilmente che un candidato di sesso maschile, avente conseguito la maturità scientifica, proveniente dalla regione Ovest della Turchia, avente un lodevole alia maturità riuscirà quasi sicuramente poichè al suo caso corrisponde una probabilità di approssimativamente 100/100, ..., ecc, e un candidato di sesso femminile, avente conseguito la maturità classica, proveniente dall'Est e avente un sufficiente alla maturità non riuscirà, ecc...

4. (*a*) *I dati corrispondenti al secondo gruppo sono i seguenti*:

Numero di candidati per il secondo gruppo		Somma dei voti ottemti dai canditati appartenenti ad un dato gruppo
$M = 2219$	....	$\sum_{m=1}^{2219} x_m = 89289$
$a_1 = 307$	....	$\sum_{a_1} x_m = 12260$
$a_2 = 1921$	....	$\sum_{a_2} x_m = 77089$
$b_1 = 1032$	....	$\sum_{b_1} x_m = 43092$

$$b_2 = 1187 \quad \ldots\ldots\ldots \quad \sum_{b_2} x_m = 46197$$

$$c_1 = 210 \quad \ldots\ldots\ldots \quad \sum_{c_1} x_m = 7974$$

(13) $$c_2 = 1103 \quad \ldots\ldots\ldots \quad \sum_{c_2} x_m = 45603$$

$$c_3 = 421 \quad \ldots\ldots\ldots \quad \sum_{c_3} x_m = 16730$$

$$c_4 = 266 \quad \ldots\ldots\ldots \quad \sum_{c_4} x_m = 10351$$

$$c_5 = 219 \quad \ldots\ldots\ldots \quad \sum_{c_5} x_m = 8631$$

$$d_1 = 828 \quad \ldots\ldots\ldots \quad \sum_{d_1} x_m = 21233$$

$$d_2 = 1309 \quad \ldots\ldots\ldots \quad \sum_{d_2} x_m = 53534$$

$$d_3 = 82 \quad \ldots\ldots\ldots \quad \sum_{d_3} x_m = 3672$$

La tabella delle intersezioni è :

$a_1 \cap b_1 = 156,\quad a_1 \cap b_2 = 151$

$a_1 \cap c_1 = 12,\quad a_1 \cap c_2 = 220,\quad a_1 \cap c_3 = 36,\quad a_1 \cap c_4 = 27,\quad a_1 \cap c_5 = 12,$

$a_1 \cap d^1 = 52,\quad a_1 \cap d_2 = 217,\quad a_1 \cap d_3 = 38,$

$a_2 \cap b_1 = 876,\quad a_2 \cap b_2 = 1036,$

$a_2 \cap c_1 = 198,\quad a_2 \cap c_2 = 883,\quad a_2 \cap c_3 = 385,\quad a_2 \cap c_4 = 239,\quad a_2 \cap c_5 = 207,$

$a_2 \cap d_1 = 385,\quad a_2 \cap d_2 = 1092,\quad a_2 \cap d_2 = 44$

$b_1 \cap c_1 = 82,\quad b_1 \cap c_2 = 537,\quad b_1 \cap c_3 = 213,\quad b_1 \cap c_4 = 239,\quad b_1 \cap c_5 = 87,$

(14) $b_1 \cap d_1 = 385,\quad b_1 \cap d_2 = 607,\quad b_1 \cap d_3 = 40,$

$b_2 \cap c_1 = 128,\quad b_2 \cap c_2 = 566,\quad b_2 \cap c_3 = 208,\quad b_2 \cap c_4 = 155,\quad b_2 \cap c_5 = 130,$

$b_2 \cap d_1 = 443,\quad b_2 \cap d_2 = 702,\quad b_2 \cap d_2 = 42,$

$c_1 \cap d_1 = 81,\quad c_1 \cap d_2 = 115,\quad c_1 \cap d_3 = 13,$

$c_2 \cap d_1 = 361,\quad c_2 \cap d_2 = 692,\quad c_2 \cap d_3 = 50,$

$c_3 \cap d_1 = 154,\quad c_3 \cap d_2 = 247,\quad c_3 \cap d_3 = 10,$

$c_4 \cap d_1 = 124,\quad c_4 \cap d_2 = 152,\quad c_4 \cap d_3 = 2,$

$c_5 \cap d_1 = 97,\quad c_5 \cap d_2 = 115,\quad c_5 \cap d_3 = 7.$

Il sistema d'equazioni corrispondente (S) è :

$$
\begin{aligned}
&2219\mu + 307\alpha_1 + 1912\alpha_2 + 1032\beta_1 + 1187\beta_2 + 210\gamma^{I} + 1103\gamma_2 + 421\gamma_3 + 266\gamma_4 + 219\gamma_5 \\
&\qquad + 828\delta_1 + 1309\delta_2 + 82\delta_3 = 89289, \\
&307\mu + 307\alpha_1 + * + 156\beta_1 + 151\beta_2 + 12\gamma_1 + 220\gamma_2 + 36\gamma_3 + 27\gamma_4 + 12\gamma_5 \\
&\qquad + 52\delta_1 + 127\delta_2 + 38\delta_3 = 12260, \\
&1032\mu + 156\alpha_1 + 876\alpha_2 + 1032\beta_1 + * + 82\beta_1 + 537\gamma_2 + 213\gamma_3 + 112\gamma_4 + 89\gamma_5 \\
&\qquad + 383\delta_1 + 607\delta_2 + 40\delta_3 = 43092, \\
&210\mu + 12\alpha_1 + 198\alpha_2 + 82\beta_1 + 128\beta_2 + 210\gamma_1 + * + * + * + * + * \\
&\qquad + 82\gamma_1 + 115\gamma_2 + 13\gamma_3 = 7974, \\
&1103\mu + 220\alpha_1 + 883\alpha_2 + 537\beta_1 + 566\beta_2 + * + 1103\gamma_2 + * + * + * \\
(15)\quad &\qquad + 361\delta_1 + 247\delta_2 + 10\delta_3 = 45603, \\
&421\mu + 36\alpha_1 + 383\alpha_2 + 213\beta_1 + 208\beta_2 + * + * + 421\delta_2 + * + * \\
&\qquad + 164\delta^{I} + 152\delta_2 + 2\delta_3 = 16730 \\
&266\mu + 27\alpha_1 + 2439\alpha_2 + 111\beta_1 + 155\beta_2 + * + * + * + 266\gamma_4 + * \\
&\qquad + 124\delta_1 + 152\delta_2 + 2\delta_3 = 10351, \\
&828\mu + 52\alpha_1 + 776\alpha_2 + 385\beta_1 + 443\beta_2 + 828\gamma_1 + 361\gamma_2 + 164\gamma_3 + 124\gamma_4 + 97\gamma_5 \\
&\qquad + 828\delta_1 + * + * = 32123, \\
&1309\mu + 217\alpha_1 + 1092\alpha_2 + 607\beta + 702\beta_2 + 115\gamma_1 + 692\gamma_2 + 247\gamma_3 + 152\gamma_4 + 115\gamma_5 \\
&\qquad + * + 1309\delta_2 + * = 53534 \\
&\alpha_1 + \alpha_2 = 0 \\
&\beta_1 + \beta_2 = 0 \\
&\gamma_1 + \gamma_2 + \gamma_3 + \gamma_4 + \gamma_5 = 0 \\
&\delta_1 + \delta_3 + \delta_3 = 0
\end{aligned}
$$

ed i valori corrispondenti delle costanti sono :

$$
(16)\qquad
\begin{aligned}
\mu &= 40.20\,, \\
\alpha_1 &= -0.97\,, \\
\alpha_2 &= 0.97\,, \\
\beta_1 &= 1.37\,, \\
\beta_2 &= -1.37\,, \\
\gamma_1 &= -1.58\,, \\
\gamma_2 &= 1.73\,, \\
\gamma_3 &= 0.07\,, \\
\gamma_4 &= -0{,}22\,, \\
\gamma_5 &= 0.004\,, \\
\delta_1 &= -2.75\,, \\
\delta_2 &= -0.62\,, \\
\delta_3 &= 3.37\,.
\end{aligned}
$$

(*b*) *Calcolo dell'errore* :

Essendo

$$\sum_{m=1}^{2219} x_m^2 = 3666057$$

mediante i valori (13), (14) e (16) e la formola (4) otteniamo

$$\sum_{m=1}^{2219} \varepsilon_m^2 = 70613$$

$$\sigma = \pm \sqrt{70613/2219} = \pm \sqrt{31.8} = \pm 5.5. \tag{17}$$

(*c*) *Calcolo della probabilità* :

Mettendo i valori (16) e (17) nella formola (5) otteniamo :

(18)

$P_{1,1,1,1} = 0.14$,	$P_{1,1,1,2} = 0.33$,	$P_{1,1,1,3} = 0.69$,
$P_{1,1,2,1} = 0.44$,	$P_{1,1,2,2} = 0.65$,	$P_{1,1,2,3} = 1$,
$P_{1,1,3,1} = 0.29$,	$P_{1,1,3,2} = 0.47$,	$P_{1,1,3,3} = 0.84$,
$P_{1,1,4,1} = 0.26$,	$P_{1,1,4,2} = 46$,	$P_{1,1,4,3} = 0.82$,
$P_{1,1,5,1} = 0.27$,	$P_{1,1,5,2} = 0.48$,	$P_{1,1,5,3} = 0.84$,
$P_{1,2,1,1} = 0.10$,	$P_{1,2,1,2} = 0.04$,	$P_{1,2,1,3} = 0.44$,
$P_{1,2,2,1} = 0.19$,	$P_{1,2,2,2} = 0.38$,	$P_{1,2,2,3} = 0.75$,
$P_{1,2,3,1} = 0.04$,	$P_{1,2,3,2} = 0.23$,	$P_{1,2,3,3} = 0.60$,
$P_{1,2,4,1} = 0.01$,	$P_{1,2,4,2} = 0.21$,	$P_{1,2,4,3} = 0.57$,
$P_{1,2,5,1} = 0.03$,	$P_{1,2,5,2} = 0.23$,	$P_{1,2,5,3} = 0.59$,
$P_{2,1,1,1} = 0.31$,	$P_{2,1,1,2} = 0.50$,	$P_{2,1,1,3} = 0.87$,
$P_{2,1,2,1} = 0.62$,	$P_{2,1,2,2} = 0.81$,	$P_{2,1,2,3} = 1.17$,
$P_{2,1,3,1} = 0.46$,	$P_{2,1,3,2} = 0.66$,	$P_{2,1,3,3} = 1.02$,
$P_{2,1,4,1} = 0.44$,	$P_{2,1,4,2} = 0.65$,	$P_{2,1,4,3} = 0.99$,
$P_{2,1,5,1} = 0.45$,	$P_{2,1,5,2} = 0.65$,	$P_{2,1,5,3} = 1.01$,
$P_{2,2,1,1} = 0.07$,	$P_{2,2,1,2} = 0.26$,	$P_{2,2,1,3} = 0.62$,
$P_{2,2,2,1} = 0.37$,	$P_{2,2,2,2} = 0.56$,	$P_{2,2,2,3} = 0.92$,
$P_{2,2,3,1} = 0.22$,	$P_{2,2,3,2} = 0.41$,	$P_{2,2,3,3} = 0.77$,
$P_{2,2,4,1} = 0.19$,	$P_{2,2,4,2} = 0.38$,	$P_{2,2,4,3} = 0.75$,
$P_{2,2,5,1} = 0.21$,	$P_{2,2,5,2} = 0.40$,	$P_{2,2,5,3} = 0.67$.

Conclusione :

L'esame dei fattori che influiscono sui risultati ottenuti dai 4389 candidati che si sono presentati al concorso d'ammissione della Facoltà di Economia dell'Università di İstanbul per l'anno accademico 1963 - 1964 permette di arrivare ad alcune conclusioni "a priori" sulle probabilità di riuscita di futuri candidati.

Infatti paragonando le tabelle di valori (12) e (18) si verifica che per un gruppo assai grande di candidati caratterizzato dello stesso insieme di qualifica, la probabilità $P_{i,k,j,h}$ rimane costante, qual che siano le domande d'esame.

Ne segue che si puo affermare che sono vanteggiati,

(*a*) : candidati di sesso maschile rispetto a quelli di sesso femminile ;

(*b*) : candidati provenienti dalla regione Ovest o Nord - Ovest del paese rispetto a quelli che hanno conseguito la maturità scientifica ;

(*c*) : candidati che hanno conseguito la maturità con una valutazione "lodevole" rispetto a tutti gli altri.

BIBLIOGRAFIA

[1] USPENSKY : Introduction to Mathematical Probability, McGRAW HILL Book Company, New York, (1937).

[2] MOOD : Introduction to Mathematical Statistics, McGRAW HILL Book Company, New York, (1950).

[3] WOOLF, B. : *Computation and Interpretation of multiple regression*. J. R. Stat. Soc., B. XIII, 100.

[4] BLOM, N. L. : *Copybook for Beginners in Research work*, Colorado (1955).

İSTANBUL TEKNİK ÜNİVERSİTESİ
MİMARLIK FAKÜLTESİ
İSTANBUL, TÜRKİYE

(*Manoscritto ricevuto il 20 febbraio 1969*)

ÖZET

Üniversiteye giriş imtihanlarımla pek çok faktör rol oynar. Bunlar arasında cinsiyet, öğrencinin liseden mezun olduğu dal, geldiği coğrafî bölge, lise mezuniyet derecesi, öğrencinin sene kaybı, ebeveynin meslekî durumu v.b. sıralanabilir.

Şu problemi gözönüne alabiliriz :

Bir öğrencinin imtihan sonucunda aldığı not, bütün öğrencilerin alabilecekleri muhtemel ortalamaya, etkileyen faktörlere ait bir takım sabitlerin ve hata teriminin eklenmesi ile belirlenir. İmtihan soruları ne olursa olsun, başarı ihtimali aynı grubunun etkisinde olan öğrenciler için sabittir.

4389 öğrenci namzedi üzerinde yapılan araştırma, erkek olmanın kız olmaktan, Batı ve Marmara bölgesinden gelmenin fenci olmaktan, fakat liseden Pek iyi derece ile mezun olmanın hepsinden daha avantajlı olduğunu göstermektedir.