

## Otokorelasyon metodu ve Güneş faaliyetinin siklleri

## La méthode d'autocorrélation et les cycles de l'activité solaire

par Adnan KIRAL

(Observatoire de l'Université d'Istanbul)

**Özet :** D. J. Schove'nin *Journal of Geophysical Research*, 60, 127-146 (1955) de neşrettiği "The Sunspot Cycle, 649 B. C. to A. D. 2000," adlı makalesindeki mutaları kullanarak otokorelasyon metodu ve kuvvet spektrumu yardımı ile W. Gleissberg' in kendi seküler düzenleme metodu ile bulmuş olduğu Güneş lekelerinin 80 senelik uzun periyodunu başka bir yolla elde ettim. Bu araştırma bundan başka Güneş faaliyetinin 11 senelik siklinin 2, 9 ve 18 katı olan periyodların yeniden bulunmasını mümkün kılmış ve bu değerler arasında başka sikllerin mevcut olmadığını göstermiştir.

Mutalara otokorelasyon metodunun tatbikinde müstakil değişken olarak zaman yerine o a bir yıllık sikl numarasının kullanıldığına dikkati çekmek lâzımdır.

\* \* \*

**Summary :** Using the data of "The Sunspot Cycle, 649 B. C. to A. D. 2000," which was published by D. J. Schove in the *Journal of Geophysical Research*, 60, 127-146, (1955), I was able to confirm the existence of a long solar cycle of 80 years (7 cycles of eleven years) with the aid of the method of autocorrelation and the power spectrum which W. Gleissberg had already established using his method of secular smoothing.

This study has also proved the existence of the periods of 2, 9, 18 cycles of eleven years of the solar activity and gave the possibility to reject all other cycles.

It must be noted that in the application of this method the numbers of cycles of eleven years were taken as independent variable instead of time.

\* \* \*

Il est connu depuis longtemps que l'activité solaire, particulièrement la fréquence des taches solaires, est régie par deux cycles fondamentaux : a) Le cycle de 11 ans découvert en 1843 par H. Schwabe, b) Le cycle de 80 ans dont l'existence, devinée déjà en 1862 par R. Wolf<sup>(1)</sup> et qui fut l'objet de plusieurs recherches de la part de W. Gleissberg<sup>(2)</sup> et d'autres auteurs.

Les investigateurs ont associé à ces deux cycles déjà fort connus, d'autres dont la réalité est plus ou moins discutable. La période de 22 ans, ou plus exactement la durée de deux périodes undécennales, dont l'existence a été mise en évidence en 1913 par Hale et ses collaborateurs, se rapporte plutôt au changement de polarité magnétique et non à la fréquence des taches solaires. Pourtant certaines corrélations avec divers phénomènes solaires ont été sujet de plusieurs recherches<sup>(3)</sup>.

Au moyen de l'analyse harmonique et d'approximations successives H. Kimura<sup>(4)</sup> parvient à trouver entre autre une période de 82,2 ans, peu différente de celle de Wolf<sup>(5)</sup> qui est de 81 ans. Parmi les 29 périodes trouvées par H. Kimura (Tableau I) et celles de R. Wolf (Tableau II), la période de 80 ans occupe une place importante après la période undécennale par suite de la plus grande valeur de son amplitude. Par contre les amplitudes des périodes de 12,05, de 10,48 et de 9,99 ans sont peu différentes de celle de 82,2 ans. Ce qui nous permet pas de trancher la question de leur réalité et de décider s'ils sont vraiment réelles ou illusoire.

Par le développement de la courbe des fréquences des taches solaires en une série de Fourier, H. H. Turner<sup>(6)</sup> arriva au même résultat que H. Kimura et trouva une période de 78 ans ou 7 cycles undécennales (Tableau I).

La période longue de l'ordre de cent ans de A. A. Michelson<sup>(7)</sup> est plutôt une période dont il estima l'ordre de grandeur. Il subdivisa la période de 1750-1910 d'observations en trois périodes distinctes de 1750-1850, 1800-1900 et 1750-1910. Utilisant l'intégrateur mécanique il trouva les périodes du Tableau III. Mais il remarqua en outre qu'en dehors des périodes de 11 ans et d'une période longue d'ordre de cent ans, toutes les autres sont illusoire.

Pour mettre en évidence les périodes masquées, les efforts des investigateurs sont restés sans succès à cause de l'emploi de l'analyse harmonique qui nous fournit généralement plusieurs périodes très voisines et de la difficulté de décider lesquelles de ces périodes sont réelles ou illusoire.

Puisque la théorie d'éruption représentant l'indépendance de chaque cycle undécennale des taches solaires supplanta celle de la superposition, l'analyse harmonique qui suppose implicitement la superposition de plusieurs courbes sinusoïdales de différentes périodes se montre, dans ce cas, impropre à l'usage. En résumé, les différentes recherches pour la détermination des périodes comme celles de R. Wolf, de T. N. Tiele, de S. Hirayama, de A. Schuster, de Kühnen, de H. H. Turner, de H. Fritz, pour n'en citer que quelques unes, ont abouti à des résultats indécis, parfois même contradictoires. Pour détourner ces difficultés ils ont même été enclin à supposer que les périodes n'étaient pas constantes, mais irrégulières, changeables durant les siècles.

Tableau I

Période (Ans)	Amplitude	Période (Ans)	Amplitude
(H. Kimura)		(H. H. Turner)	
164	1,2	156	2,5
82,2	18,7	78,0	17,9
54,2	10,8	52,0	10,6
38,91	5,3	39,0	4,2
29,95	4,7	31,2	3,1
25,68	3,7	26,02	6,7
20,08	10,4	22,3	2,9
19,08	4,9	19,5	5,8
16,59	3,2	17,8	3,9
14,97	8,0	15,6	6,2
13,53	8,0	14,2	6,4
12,49	3,8	13,0	7,6
12,05	15,1	12,0	15,0
11,114	27,5	11,14	25,8
10,48	14,9	10,40	14,0
9,99	14,3	9,75	13,6
9,24	7,8	9,20	7,5
9,02	6,3	8,67	10,4
8,55	10,6	8,21	10,6
8,25	9,7	7,80	2,2
7,58	5,0	7,48	5,8
7,02	4,9	7,09	7,2
...	...	6,78	2,9
...	...	6,50	0,4
...	...	6,24	1,0
5,95	5,1	6,00	3,7
5,74	5,4	5,78	5,1
5,49	6,0	5,58	4,6
...	...	5,20	1,1
4,85	4,3	4,88	3,8
...	...	4,73	2,1
4,85	2,7	4,33	2,1
4,07	2,8	4,00	1,7
...	...	3,90	0,8
...	...	3,72	1,0
3,63	3,1	3,63	...
...	...	3,55	1,5
...	...	3,47	1,4
...	...	3,25	1,8
...	...	3,06	3,9
...	...	3,00	0,3
...	...	2,89	1,6

Périodes et amplitudes correspondants de H. Kimura et de H. H. Turner

Tableau II

Période (Ans)	Amplitude
11 $\frac{1}{3}$	21,2
81	17,7
10	17,1
8 $\frac{1}{3}$	...

Périodes et amplitudes correspondants de R. Wolf

Tableau III

De 1750 à 1850		De 1800 à 1900		De 1750 à 1910	
Période	Amplitude	Période	Amplitude	Période	Amplitude
80 ans	5,8	129 ans	8,9	105 ans	8,5
50	2,0	44	1,4	58	2,2
40	1,4	80	2,2	86	1,3
29	1,6	22	1,4	28,5	1,0
19,5	1,2	18,2	1,0	19,9	1,3
15,7	1,4	15,4	1,6	15,1	1,5
14,5	1,4	18,3	1,1	18,3	1,3
12,5	2,2	11,6	4,2	11,4	2,9
11,2	2,4	11,0	8,6	10,8	1,8
9,9	8,8	10,5	3,5	8,6	1,8
8,7	2,9	9,1	1,4	9,3	1,6

Périodes et amplitudes correspondants de A. A. Michelson

Vu l'impossibilité de développer les séries d'observations en une série de Fourier, W. Gleissberg a eu le mérite d'appliquer un artifice de calcul, assez classique en calculs statistiques, aux listes de Schove<sup>(8)</sup> qu'il définit et baptisa de "pondération séculaire," (secular smoothing, säkulare Ausgleichung)<sup>(9)</sup>. Grâce à cette méthode il prouva l'existence de la période longue de 80 ans. Il a pu aussi déterminer sa valeur qui est de  $78,8 \pm 3,3$  ans (7,1 cycles undécennales)<sup>(10)</sup>. Il est à remarquer que dans les recherches de W. Gleissberg sur les variations séculaires des fréquences des taches, la variable indépendante n'est pas le temps, mais le numéro du cycle des taches. Les listes de Schove conviennent le mieux puisqu'il est nécessaire de prendre en considération des séries assez longues d'observations couvrant plusieurs fois la période à étudier.

De notre part, nous essayerons d'appliquer à la série d'observations de Schove la méthode d'autocorrélation qui se montra si féconde dans les recherches des périodes. Nous nous sommes limité à la période d'observations comprises entre les années 290 et 1947. Les variables étant les mêmes que le précédent (Les numéros des cycles et les intervalles de temps entre les maximums consécutifs).

### La méthode d'autocorrélation

La méthode d'autocorrélation que nous exposerons ici a été décrite par M. G. Kendall<sup>(41)</sup>. Elle nous fournit la possibilité de déceler les périodes, s'ils en existent, d'une série statistique. Voici le principe de la méthode. Soit  $u_1, u_2, u_3, \dots, u_N$  les  $N$  termes équidistants d'une série. La corrélation des termes successifs est définie par

$$r_1 = \frac{\text{cov}(u_j, u_{j+1})}{(\text{var } u_j \text{ var } u_{j+1})^{1/2}} \quad (1)$$

C'est le coefficient de corrélation entre les deux séries

$$u_1, u_2, u_3, \dots, u_{N-1} \quad \text{et} \quad u_2, u_3, u_4, \dots, u_N.$$

Le coefficient  $r_1$  est appelé coefficient de corrélation de premier ordre. Plus généralement, on définit le coefficient de corrélation d'ordre  $k$  par

$$r_k = \frac{\text{cov}(u_j, u_{j+k})}{(\text{var } u_j \text{ var } u_{j+k})^{1/2}} \quad (2)$$

$$= \frac{\frac{1}{N-k} \sum_{j=1}^{N-k} (u_j u_{j+k}) - \frac{1}{(N-k)^2} \left( \sum_{j=1}^{N-k} u_j \right) \left( \sum_{j=1}^{N-k} u_{j+k} \right)}{\left\{ \frac{1}{N-k} \sum_{j=1}^{N-k} u_j^2 - \frac{1}{(N-k)^2} \left( \sum_{j=1}^{N-k} u_j \right)^2 \right\}^{1/2} \left\{ \frac{1}{N-k} \sum_{j=1}^{N-k} u_{j+k}^2 - \frac{1}{(N-k)^2} \left( \sum_{j=1}^{N-k} u_{j+k} \right)^2 \right\}^{1/2}} \quad (3)$$

C'est le coefficient de corrélation entre les deux séries

$$u_1, u_2, \dots, u_{N-k} \quad \text{et} \quad u_{1+k}, u_{2+k}, \dots, u_N.$$

Dans le cas où  $N$  est assez grand et la moyenne des termes est  $\bar{u} = 0$ , on a

$$r_k = \frac{\sum_{j=0}^{j=N-k} u_j u_{j+k}}{\left( \sum u_j^2 \sum u_{j+k}^2 \right)^{1/2}} \quad (4)$$

En cas de  $N \gg k$  on a l'approximation suffisante d'Ashbrook et de ses collaborateurs<sup>(12)</sup>,

$$r_k = \frac{\sum_{j=0}^{j=N-k} u_j u_{j+k}}{\sum u_j^2 - k \bar{u}^2} \quad (5)$$

Dans la pratique on procède comme ci-dessous. On écrit les termes de la série à étudier sur deux rubans de papier, les termes équidistants également espacés. On place ces deux rubans côte à côte, mais avec un décalage de  $k$  termes, c'est-à-dire de manière que le terme  $j$  du premier ruban corresponde au terme  $j+k$  du deuxième ruban. Puis on calcule aisément avec une machine à calculer, le  $r_k$  correspondant. On porte ensuite sur un diagramme les  $k$  en abscisses et les  $r_k$  en ordonnées. En joignant les points successifs ainsi obtenus, on aura le diagramme qui s'appelle "le corrélo-

gramme. Il est évident de sa nature que  $r_0 = 1$ . Les points qui représentent les  $r_k$  oscilleront autour de l'axe des abscisses en prenant des valeurs négatives et positives. Une étude judicieuse du corrélogramme peut nous révéler les périodes. Une périodicité ou un cycle que l'on décele dans le diagramme nous dévoile une période ou un cycle de la série originale.

On doit cesser de calculer  $r_k$  pour les valeurs de  $k$  où  $|\sigma_k|$ , la valeur absolue de l'écart quadratique moyen, atteint l'ordre de grandeur de  $r_k$ . Il est superflu d'insérer dans ce qui suit les termes  $r_k$  qui n'ont pas de signification réelle. Le  $\sigma_k$  de  $r_k$  est défini<sup>(13)</sup> par

$$\sigma_k^2 = N^{-1} (1 + 2r_1^2 + 2r_2^2 + \dots + 2r_k^2). \quad (6)$$

On trace  $|\sigma|$  en fonction de  $k$  sur le corrélogramme. Un coup d'oeil d'ensemble nous permet de juger le point où l'on doit arrêter les calculs de  $r_k$ .

En revanche à la détection aisée des périodes par le corrélogramme, le désavantage de masquer les périodes secondaires plus petites que celles des dominantes s'offre. On surmonte cette difficulté en faisant recours à un théorème dû à Chintschin qui nous permet de transformer le corrélogramme en un spectre de puissance (power spectrum) correspondant<sup>(14)</sup>. Le spectre de puissance nous donne la moyenne des carrés des amplitudes pour chaque fréquence. Le théorème de Chintschin démontre que le spectre de puissance est la transformée de Fourier de la fonction d'autocorrélation. On a

$$\Pi(f) = \frac{2}{N} \sum_0^N r_k \cos 2\pi f k \quad (7)$$

où  $k$  est défini comme auparavant, et que  $f$  sont les inverses des périodes essayées. Le tracé du spectre de puissance avec  $\Pi(f)$  comme ordonnée et  $k$  comme abscisse dégage les périodes éclipsées par les périodes dominantes. Kendall démontra en outre que le corrélogramme emporte l'avantage sur le périodogramme et que ce dernier nous fournit, pour les valeurs des périodes, généralement des résultats erronés.

#### Application de la méthode d'autocorrélation aux séries d'observations de Schove

Avant de s'en servir de la formule (4) pour le calcul des  $r_k$ , il faut former une série dont la moyenne des termes soit  $\bar{u} = 0$ . En retranchant de chaque terme de la série originale (Tableau IV,  $u_i$ ) la moyenne arithmétique de 150 termes (approximativement égale à 11 ans), on obtient une nouvelle série (Tableau IV,  $u_i$ ) se conformant à la condition  $\bar{u} = 0$ . Les  $u_i$  sont les intervalles de temps entre les époques des maximums consécutifs des taches solaires. Les valeurs calculées de  $r_k$  et de  $\sigma_k$  sont tabulées dans le Tableau V. Le  $|\sigma_k|$

Tableau IV

No. du cycle	Époque d. Max.	$u'_i$	$u_i$	No. du cycle	Époque d. Max.	$u_i$	$u_i$	No. du cycle	Époque d. Max.	$u'_i$	$u_i$
-182	290			-82	840	11	0	-32	1391	9	-2
181	302	12	+1	81	850	10	-1	31	1402	11	0
-180	311	9	-2	-80	862	12	+1	-30	1418	11	0
129	321	10	-1	79	872	10	-1	29	1429	16	+5
128	330	9	-2	78	887	15	+4	28	1439	10	-1
127	342	12	+1	77	898	11	0	27	1449	10	-1
126	354	12	+1	76	907	8	-3	26	1461	12	+1
125	362	8	-3	75	917	11	0	25	1472	11	0
124	372	10	-1	74	926	9	-2	24	1480	8	-3
123	387	15	+4	73	938	12	+1	23	1492	12	+1
122	396	9	-2	72	950	12	+1	22	1505	18	+2
121	410	14	+3	71	963	13	+2	21	1519	14	+3
-120	421	11	0	-70	974	11	0	-20	1528	9	-2
119	430	9	-2	69	986	12	+1	19	1539	11	0
118	441	11	0	68	994	8	-3	18	1548	9	-2
117	452	11	0	67	1008	9	-2	17	1558	10	-3
116	465	13	+2	66	1016	13	+2	16	1572	14	+3
115	479	14	+3	65	1027	11	0	15	1581	9	-2
114	490	11	0	64	1038	11	0	14	1591	10	-1
113	501	11	0	63	1052	14	+3	13	1604,5	13	+2
112	511	10	-1	62	1067	15	+4	12	1615,5	11	0
111	522	11	0	61	1078	11	0	11	1626,0	10,5	-0,5
-110	531	9	-2	-60	1088	10	-1	-10	1639,5	13,5	+2,5
109	542	11	0	59	1098	10	-1	9	1649,0	9,5	-1,5
108	557	15	+4	58	1110	12	+1	8	1660,0	11,0	0
107	567	10	-1	57	1118	8	-3	7	1675,0	15,0	+4,0
106	578	11	0	56	1129	11	0	6	1685,0	10,0	-1,0
105	585	7	-4	55	1138	9	-2	5	1693,0	8,0	-3,0
104	597	12	+1	54	1151	13	+2	4	1705,5	12,5	+1,5
103	607	10	-1	53	1160	9	-2	3	1718,2	12,7	+1,7
102	618	11	0	52	1173	13	+2	2	1727,5	9,3	-1,7
101	628	10	-1	51	1185	12	+1	-1	1738,7	11,2	+0,2
-100	642	14	+3	-50	1193	8	-3	0	1750,3	11,6	+0,6
99	654	12	+1	49	1202	9	-2	+1	1761,5	11,2	+0,2
98	665	11	0	48	1219	17	+6	2	1769,7	8,2	-2,8
97	677	12	+1	47	1228	9	-2	3	1778,4	8,7	-2,3
96	689	12	+1	46	1239	11	0	4	1788,1	9,7	-1,3
95	699	10	-1	45	1249	10	-1	5	1805,2	17,1	+6,1
94	714	15	+4	44	1259	10	-1	6	1816,4	11,2	+0,2
93	724	10	-1	43	1276	17	+6	7	1829,9	13,5	+2,5
92	735	11	0	42	1288	12	+1	8	1837,2	7,3	-3,7
91	745	10	-1	41	1296	8	-3	9	1848,1	10,9	-0,1
-90	754	9	-2	-40	1308	12	+1	+10	1860,1	12,0	+1,0
89	765	11	0	39	1316	8	-3	11	1870,6	10,5	-0,5
88	776	11	0	38	1324	8	-3	12	1883,9	13,3	+2,3
87	787	11	0	37	1337	13	+2	13	1894,1	10,2	-0,8
86	798	11	0	36	1353	16	+5	14	1907,0	12,9	+1,9
85	809	11	0	35	1362	9	-2	15	1917,6	10,6	-0,4
84	821	12	+1	34	1372	10	-1	16	1928,4	10,8	-0,2
83	829	8	-3	33	1382	10	-1	17	1937,4	9,0	-2,0
								18	1947,5	10,1	-0,9

Tableau V

$k$	$r_k$	$ \sigma_k $	$k$	$r_k$	$ \sigma_k $	$k$	$r_k$	$ \sigma_k $
0	+1,000		25	- 0,188	0,100	50	+0,017	0,124
1	-0,144	0,083	26	+0,182	0,102	51	- 0,022	0,124
2	-0,164	0,085	27	+0,109	0,103	52	+0,114	0,124
3	-0,070	0,086	28	-0,186	0,105	53	-0,001	0,124
4	-0,086	0,086	29	+0,068	0,106	54	-0,077	0,124
5	-0,118	0,088	30	+0,097	0,106	55	+0,038	0,125
6	+0,109	0,088	31	-0,212	0,109	56	-0,002	0,125
7	+0,052	0,089	32	-0,059	0,109	57	+0,073	0,125
8	+0,070	0,089	33	+0,083	0,110	58	+0,012	0,125
9	+0,021	0,089	34	-0,083	0,110	59	-0,029	0,125
10	-0,124	0,090	35	+0,162	0,112	60	-0,038	0,125
11	-0,109	0,091	36	+0,171	0,113	61	-0,042	0,125
12	-0,021	0,091	37	0,000	0,113	62	-0,111	0,126
13	-0,096	0,092	38	-0,060	0,114	63	+0,064	0,126
14	+0,060	0,092	39	-0,186	0,116	64	-0,083	0,126
15	+0,169	0,094	40	-0,117	0,116	65	+0,061	0,126
16	- 0,054	0,094	41	+0,156	0,118	66	-0,081	0,127
17	-0,040	0,094	42	+0,132	0,119	67	-0,030	0,127
18	-0,013	0,094	43	-0,025	0,119	68	+0,123	0,128
19	+0,097	0,095	44	-0,026	0,119	69	-0,088	0,128
20	-0,044	0,095	45	-0,003	0,119	70	-0,043	0,128
21	-0,004	0,095	46	-0,040	0,119	71	+0,111	0,129
22	+0,118	0,096	47	- 0,232	0,122	72	+0,143	0,130
23	+0,072	0,096	48	+0,138	0,123	73	+0,011	0,130
24	-0,143	0,098	49	+0,093	0,124	74	-0,151	0,131

Les valeurs de  $r_k$  et de  $|\sigma_k|$  en fonction de  $k$

Tableau VI

$1/f \setminus k$	50	60	70	$1/f \setminus k$	50	60	70
1	0,0071	0,0080	0,0049	12	0,0088	0,0079	0,0068
2	0,0163	0,0156	0,0135	13	0,0081	0,0087	0,0089
3	0,0063	0,0045	0,0021	14	0,0067	0,0065	0,0067
4	0,0050	0,0073	0,0110	15	0,0064	0,0053	0,0046
5	0,0129	0,0102	0,0087	16	0,0106	0,0099	0,0090
6	0,0189	0,0164	0,0163	17	0,0139	0,0147	0,0151
7	0,0401	0,0407	0,0395	18	0,0145	0,0158	0,0170
8	0,0102	0,0107	0,0107	19	0,0132	0,0136	0,0143
9	0,0148	0,0146	0,0133	20	0,0115	0,0107	0,0100
10	0,0078	0,0073	0,0062	21	0,0101	0,0087	0,0072
11	0,0080	0,0087	0,0101				

La fonction  $\Pi(f)$  pour  $k = 50, 60$  et  $70$



tracé sur le corrélogramme nous donne le moyen d'arrêter les calculs de  $r_k$  aux valeurs voisines de  $k = 50$ .

Un coup d'oeil jeté au corrélogramme (Figure 1) nous permet de déduire des maximums pour  $k = 6, 15, 22, 26, 35, 41, 48$ , l'existence

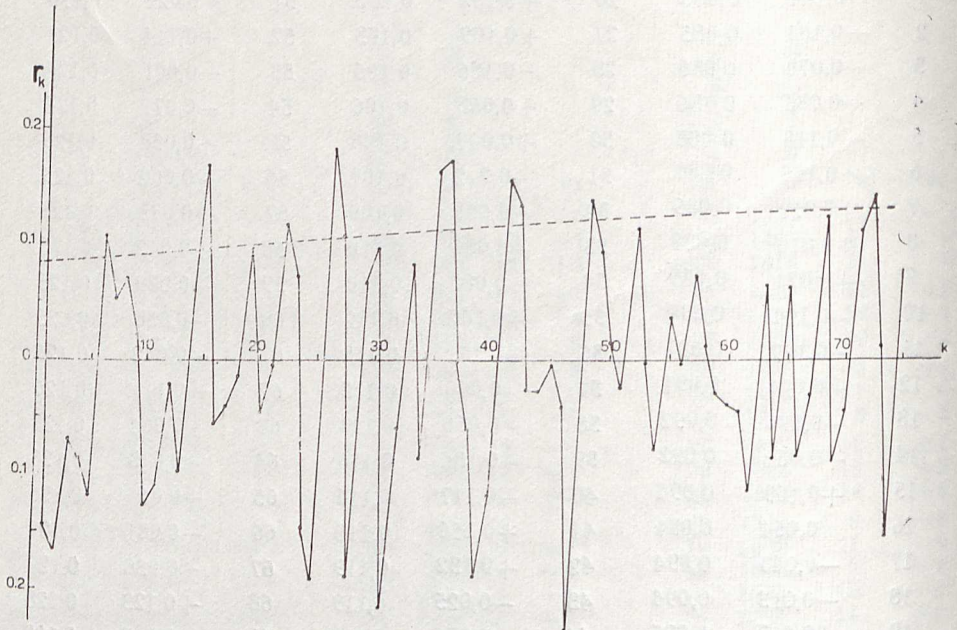


Fig. 1. Le corrélogramme

d'un cycle de 7 cycles undécennales, en moyenne. A côté de ce cycle les maximums secondaires pour  $k = 3, 12, 19, 30$  sont caractérisés

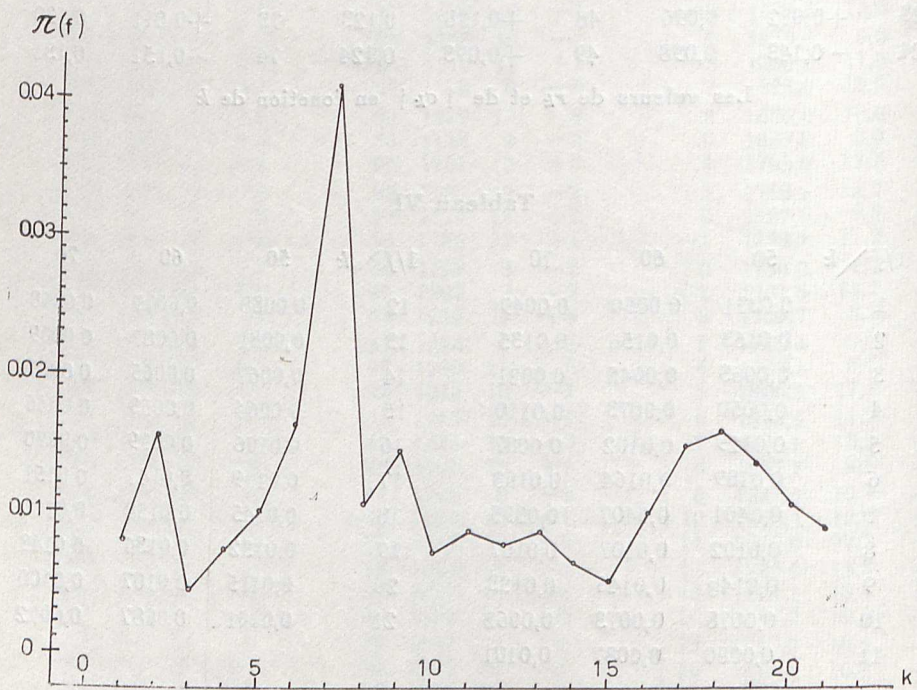


Fig. 2. Le spectre de puissance

tiques. L'ordre de grandeur de ce dernier cycle est de 9 cycles undécennales. La réalité de ces cycles est prouvée par le spectre de puissance correspondant (Figure 2 et Tableau VI) Nous nous sommes contenté de calculer les  $\Pi(f)$  pour les valeurs de  $k = 50, 60$  et  $70$ . Les différences sont inappréciables.

Le spectre de puissance nous montre nettement les périodes secondaires de 2, de 9 et de 18 cycles undécennales avec la période fondamentale de 7 cycles undécennales. Leurs amplitudes respectives qualifient leurs importances.

On peut avancer que ce sont ces cycles, en dehors du cycle undécennal, qui influencent nos climats. En effet, dans les recherches de la périodicité des climats, on rencontre les cycles de 24 ans<sup>(15)</sup>, de 89 ans<sup>(16)</sup> et la période de Méméry<sup>(17)</sup> qui est de 100 ans. On sait d'autre part la périodicité des aurores boréales (200-205 ans). Ce qui correspondent respectivement à nos cycles.

Ainsi nous pouvons affirmer l'existence effective des périodes de 2, de 7, de 9 et de 18 cycles undécennals de l'activité solaire, et nous croyons que tout autre période comprise entre ces valeurs seraient illusoires.

### Bibliographie

- (1) R. Wolf, Astr. Mitt. Zürich, No. 14, 1862.
- (2) Voir la littérature de W. Gleissberg, Publ. Istanbul University Observatory, No. 26, 1944 et No. 57, 1955.  
W. Gleissberg, Die Häufigkeit der Sonnenflecken, Berlin, 1952.
- (3) L. Taffara, Mem. Soc. Astr. Ital., nouveau sér., 4, 395, 1929 ;  
B. Meyermann, AN 269, 114, 1939 ; 279, 45, 1950 ;  
M. Cimino et G. Armellini. Proc. Nat. Acad., Rome, 1, 624, 1946 ;  
W. Grottrian, Zs. f. angew. Phys., 2, 376, 1950.
- (4) H. Kimura, On the harmonic analysis of sun-spot relative numbers, (MN 73, 543, 1918).
- (5) R. Wolf, AN 2463.
- (6) H. H. Turner, On the harmonic analysis of Wolf's sun-spot numbers, with special reference to Mr. Kimura paper, (MN 73, 549, 1918).
- (7) A. A. Michelson, Determination of periodicities by the harmonic analyzer with an application to the sun-spot cycle, (ApJ 38, 264, 1913).
- (8) D. J. Schove, The sunspot cycle, 649 B. C. to A. D. 2000, (Journal of Geophysical Research, 60, 127, 1955).
- (9) W. Gleissberg, A table of secular variations of the solar cycle, (Terrestrial Magnetism and Atmospheric Electricity, 49, 243, 1944).  
W. Gleissberg, Die Häufigkeit der Sonnenflecken, Berlin, 1952.
- (10) W. Gleissberg, Vorläufige Bestimmung der mittleren Länge des 80 jährigen Sonnenfleckenzyklus, (Naturwissenschaften, 42, 410, 1955).
- (11) M. G. Kendall, The Advanced Theory of Statistics, II (3. éd.), 402, 1951.

- (12) J. Ashbrook, R. L. Duncombe et A. J. J. van Woerkom, A statistical analysis of the light curve of the variable star  $\mu$  Cephei, (AJ 59, 12, 1954).
- (13) M. S. Bartlett, J. R. Statist. Soc., Suppl. 8, 27-41, 1946.
- (14) W. Feller, General Theory of Probability, Princeton, 1951.
- (15) F. B. Groissmayr, Eine 24 jährige Witterungsperiode, (Annalen der Hydrographie und maritimen Meteorologie 65, 118, 370, 1937; 68, 200, 1940; 69, 145, 1941; 70, 80, 1942).
- (16) C. Easton, Afwijkingen en periodiciteit der wintertemperaturen in West-Europa sedert het jaar 760, (Versl. Kon. Acad. v. Wet. Amsterdam, 25, 1119-1134, 1917); C. Easton, Periodicity of winter temperatures in western Europe since A. D. 760, (Proc. Roy. Ac. Sc. Amsterdam, 20, 1092-1107, 1917); C. Easton, Les hivers dans l'Europe occidentale, Leyden, 1928; W. Köppen, Das Gesetz in der Wiederkehr strenger Winter in Westeuropa, (Meteorologische Zeitschrift, 47, 205, 1930)
- (17) F. Kratochwill. Über kalte und strenge Winter in Mitteleuropa, (Meteorologische Zeitschrift, 57, 420, 1940).  
 H. Ménéry, Les bases de l'influence des phénomènes solaires en météorologie, 1936.  
 O. v. Myrbach, Der kalte Winter 1939/40 im hundertjährigen Wetterrhythmus und seine Beziehung zum Sonnenfleckenverlauf, (Meteorologische Zeitschrift, 57, 442, 1940).

(Manuscrit reçu le 14 Mars 1961)