

## İYİ ÇEŞİTLENDİRİLMİŞ PORTFÖY BÜYÜKLÜĞÜNÜN GENETİK ALGORİTMA TEKNİĞİ KULLANILARAK İNCELENMESİ

Arş.Grv. Dr.Timur KESKİNTÜRK<sup>1</sup>  
Arş.Grv. Dr.Ebru DEMİRCİ<sup>2</sup>  
Arş.Grv. Dr.Seda TOLUN<sup>3</sup>

### ABSTRACT

One of the important issues at portfolio management is the decision of the number of the stocks for optimum portfolio of investors. In recent years, major findings of papers about this issue are the big size of the portfolio. New techniques and applications give us an opportunity to reduce the number of the stocks in portfolio. Mean variance analysis is used for the optimum portfolio. We investigate the optimum size of the portfolio in ISE-30 by using Genetic Algorithm. In this paper, the major finding of this paper is decision of the number of the stocks at the optimum portfolio according to the different criteria of the investors.

**Key Words:** Optimum Portfolio, Portfolio Size, Genetic Algorithm

### ÖZET

Portföy yönetiminde önemli noktalardan biri de iyi çeşitlendirilmiş portföye dahil olan hisse senedi sayısının belirlenmesidir. Bu konuda yapılan birçok çalışmada hisse senedi sayısının çok geniş aralıklarla belirlenmiştir. Son dönemlerde yeni geliştirilen yöntem ve uygulamalarla iyi çeşitlendirilmiş portföy büyüklüğü daha hassas ve uygulanabilir hale gelmiştir. Bu çalışmada ortalama varyans modeli'nden yararlanarak İMKB 30 endeksinde işlem gören hisse senetlerinden en iyi çeşitlendirilmiş optimal portföyler Genetik Algoritma'dan yararlanarak oluşturulacaktır. Elde edilen optimal portföylerin çeşitli kriterlere bağlı olarak kaç hisse senedinden oluşması gerektiğine karar verilecektir. Çalışmada belirlenen optimal portföylerin belirlenmesinde kullanılan modele ilişkin olarak farklı kriterlerle de optimal portföyler belirlenerek karşılaştırmalar yapılacaktır.

**Anahtar Sözcükler:** Optimal Portföy; Portföy Büyüklüğü; Genetik Algoritma.

<sup>1</sup> İstanbul Üniversitesi, İşletme Fakültesi, Avcılar, İstanbul tkturk@istanbul.edu.tr

<sup>2</sup> İstanbul Üniversitesi, Ulaştırma ve Lojistik Yüksekokulu, Avcılar, İstanbul edemirci@istanbul.edu.tr

<sup>3</sup> İstanbul Üniversitesi, İşletme Fakültesi, Avcılar, İstanbul stolun@istanbul.edu.tr

## 1. GİRİŞ

Son dönemlerde yatırımcıların ve portföy yöneticilerin en fazla ilgilendikleri konulardan biri de oluşturdukları portföylerin getirileri ve yönetimidir. Menkul kıymet getirisinin diğer birçok yatırım aracına göre daha fazla olması farklı profildeki birçok yatırımcının ilgisini çekmektedir. Kurumsal ve bireysel yatırımcılar getirileri maksimize etmeye çalışmaktadırlar. Bunu yaparken de taşıdıkları riskleri minimum seviyede tutmaları gerekmektedir. Günümüz piyasalarında yatırımlarını en iyi şekilde yönetmeleri ve getirilerini maksimize edebilmek için oluşturdukları portföylerin yönetimini en iyi şekilde yapmaları gerekmektedir. Portföylerinin kaç tane hisse senedinden oluşması gerektiği, bu hisse senetlerinin portföy içindeki oranları, hangi hisse senedinin değişen piyasa koşullarına göre eklenmesi ve çıkarılması gerektiği gibi birçok soru ile karşı karşıya kalmakta ve en hızlı şekilde çözmesi gerekmektedir. Bu soruların en hızlı ve etkin şekilde çözümlenmesi için son dönemlerde yeni yöntemler geliştirilmekte ve yatırımcılara çözüm alternatifleri sunulmaktadır. Kurumsal ve bireysel yatırımcıların taşıdıkları riskleri minimum kılması için iyi bir portföy çeşitlendirmesi yapmaları gerekmektedir. Bilindiği gibi iyi bir portföy çeşitlendirmesi ile yatırımcılar risk ve getiriye oluşabilecek dalgalanmaları elimine etmeye çalışmaktadır.

## 2. PORTFÖY TEORİLERİ

Portföy teorilerinde iki temel yaklaşım geliştirilmiştir. Bunlardan ilki Geleneksel Portföy Teorisi, çeşitlendirmenin mümkün olduğu kadar yüksek düzeyde olmasının portföyün performansını yükselttiği görüşünü savunmaktadır. Portföye dahil edilen hisse senetlerinin birbiri ile olan ilişkisini göz ardı eden Geleneksel Portföy Teorisi'nin bu yaklaşımı teorinin eleştirilmesine neden olmuştur. Modern Portföy Teorisi'nde ise portföye dahil edilen menkul kıymetlerin birbirleri ile olan ilişkisi önemli bir rol oynamaktadır.

Modern Portföy Teorisi incelendiğinde portföyün içerisindeki her menkul kıymetin portföye dahil olan diğer menkul kıymetlerle ilişkisi, aynı beklenen getiri seviyesinde, portföyün riskinin beklenenden de daha fazla azalmasına yada beklenildiğinin tersine portföyün toplam riskinin artmasına sebep olabilmektedir.

Yani iyi bir portföy, iyi menkul kıymetlerin uzun bir listesinden daha fazla bir şeydir (Markowitz, 1952).

Markowitz Modern Portföy Teorisi'ne en büyük katkısı 1952 yılında "Portfolio Selection" adlı makalesi ile yapmıştır (Markowitz, 1952; Markowitz, 1991). Ortalama Varyans Modeli olarak bilinen bu yaklaşım portföyün riski belirlenirken menkul kıymet getirilerinin kovaryanslarını dikkate alarak portföyde çeşitlendirmenin önemini kanıtlamıştır. Yatırımcılar, Ortalama Varyans Modeli'ne göre oluşturulan etkin portföyler kümesinden belli bir risk yada getiri düzeyinde en uygun olan portföyü seçmeleri gerekmektedir. Bu modelle belli bir getiri ve risk seviyesinde optimum olan etkin portföyler kümesi belirlenmektedir. Bu modelin yapmış olduğu en önemli katkı iyi bir çeşitlendirme ile portföyün riskinin içinde barındırdığı her bir hisse senedinin riskinden daha düşük olmasıdır. Ayrıca yatırımcıların tercihlerine ve katlandıkları risk düzeyine göre portföyler oluşturmak bu modelle mümkün hale gelmiştir. Ortalama Varyans Modeli'ne ait temel parametreler aşağıda verilmiştir.

$R$	: Portföyün beklenen getirisi.
$w_i$	: $i$ menkul kıymetinin portföydeki oranı. ( $0 \leq w_i \leq 1$ ) ( $i=1, \dots, N$ )
$\mu_i$	: $i$ . menkul kıymetin beklenen getirisi.
$N$	: Menkul kıymet sayısı. $i=1 \dots N$
$\sigma_{ij}$	: $i$ ve $j$ menkul kıymet getirilerinin kovaryansı. $i=1, \dots, N$ , $j=1, \dots, N$
$S_p^2$	: Portföyün varyansı.

$$R = \sum_{i=1}^N w_i * \mu_i \quad S_p^2 = \sum_{i=1}^N w_i * w_j * \sigma_{ij} \quad (1)$$

Menkul kıymetlerin varyansının ve kovaryanslarının belirlenebilmesi için de aşağıdaki ifadelerin yardımı ile hesaplanmıştır.

$$\sigma^2 = \sum_{i=1}^n [R_{Di} - E(R)]^2 / n \quad \sigma_{i,j} = \sum_{i=1}^n [R_{Di} - E(R_i)] [-R_{Dji} - E(R_j)] / n \quad (2)$$

Literatüre baktığımız bu konuda çok fazla sayıda yapılmış çalışmaya rastlanamamaktadır. Beck, Perfect ve Peterson 1996 yılında yaptığı çalışmada iyi

çeşitlendirilmiş portföy büyüklüğünün 48 adet hisse senedinden oluşması gerektiği sonucuna varmıştır (Beck, Perfect, Peterson; 1996). Türkiye’de yapılan çalışmalara bakıldığında ise Cura ve Gökçe’nin İMKB-30 Endeksi’nde iyi çeşitlendirilmiş portföy büyüklüğünü 6-14 adet hisse senedi arasında olması gerektiğini sonucuna varmışlardır (Cura, Gökçe; 2003).

### 3. GENETİK ALGORİTMA

Genetik algoritma (GA), populasyon temelli sezgisel bir optimizasyon tekniğidir (Goldenberg, 1989; Michalewicz, 1992). Doğrusal olmayan zor problemlerin çözümünde kullanılmaktadır. Probleme ait değişkenler kromozomlarda temsil edilmektedir. Değişkenlerin her biri için kromozomdaki bir gen tahsis edilir. Genetik algoritmaya ait işlemler aşağıdaki gibi gerçekleştirilmektedir:

*Başlangıç populasyonunun belirlenmesi*

*Uygunlukların hesaplanması*

*Seçim*

*Çaprazlama*

*Mutasyon*

*Durdurma kriteri sağlanmadıysa ikinci adıma dön*

*Algoritmayı durdur.*

Başlangıç populasyonu genellikle rassal olarak belirlenmektedir. Her kromozom bir çözüm alternatifini temsil etmektedir ve değeri uygunluk değeri olarak adlandırılır. Uygunluklar hesaplandıktan sonra uygunluğu yüksek kromozomların seçilme olasılığının yüksek olduğu seçim işlemi gerçekleştirilir. Amaç, uygunluğun yüksek olduğu kromozomlardan oluşan populasyonların elde edilmesidir. Daha sonra daha uygun çözümlerin bulunması amacıyla mevcut çözümlerde çaprazlama ve mutasyon operatörlerinin yardımıyla değişiklikler yapılır. Bu süreç tamamlanma kriteri (iterasyon sayısı vb.) sağlanana kadar devam ettirilir.

Çalışmamızda her bir kromozom bir portföyü temsil etmektedir. Portföye seçilen hisse senetleri, portföy içerisindeki ağırlıklarıyla temsil edilirken, seçilmeyenler “0” değerini alırlar (Şekil 1).

AKBNK	AKCNS	ARCLK	ENKA	EREGL	FROTO	GARAN	TUPRS	...
0	0	0.6	0	0	0.15	0	0.25	...

**Şekil 1.** Probleme ait kromozom yapısı

Seçim operatörü olarak rulet tekerleği seçim operatörü kullanılmıştır. Çaprazlama için tek nokta çaprazlama modifiye edilmiştir. Dejenerasyonu engellemek için (hisse senedi sayısı sabit kalmalı) dejenerasyona sebebiyet vermeyecek çaprazlama noktası belirleninceye kadar yeni çaprazlama noktası seçilmektedir. Bu işlem 10 kereyle sınırlandırılmıştır. Aksi durumda çaprazlama yapılmamaktadır. Böylelikle kesin bir çaprazlama oranında kullanılmamaktadır. Mutasyon operatörü olarak ise tesadüfi yer değiştirme kullanılmıştır.

Demirci ve Kesintürk (2007) yaptıkları çalışmada hisse senetleri katsayısını sabit tuttuklarından ikili kodlama kullanmışlardır. Bu çalışmada ise hisse senetlerinin portföydeki katsayıları da GA tarafından belirlenmektedir.

### 4. UYGULAMA

Bu çalışmada, Ortalama Varyans Modeli’ne göre optimum portföyler oluşturularak optimum portföylerin kaç adet hisse senedinden oluşması gerektiği kararı belli kritere göre belirlenmeye çalışılacaktır. Çalışmada eşit ağırlıklı olarak ve serbest ağırlıklı oluşturulan portföyler karşılaştırılmıştır. Uygulamada kullanılan veri seti İMKB-30 Endeksi’nde işlem gören hisse senetlerinden oluşmaktadır. Bu hisse senetlerine ait haftalık getiriler 05/01/1999 ve 25/07/2000 tarihleri arasındaki kapanış fiyatları kullanılarak hesaplanmıştır.

Getiriler;  $R_h$  haftalık getiri,  $KF_t$  menkul kıymetin t. döneme ait kapanış fiyatı,  $KF_{t-1}$  menkul kıymetin t-1. döneme ait kapanış fiyatı olmak üzere aşağıdaki gibi hesaplanmıştır.

$$R_h = \frac{KF_t - KF_{t-1}}{KF_{t-1}} * 100 \quad (3)$$

Daha sonra ilgili dönemde gerçekleştirilen bedelli/bedelsiz sermaye artırımları ve kar payı ile ilgili düzenlemeler yapılmıştır.

Piyasa riskinin hesaplanmasında yani İMKB-30 Endeksi'nin getiri ve riskinin hesaplanmasında tekil menkul kıymetlerde yapılan düzeltmeye gerek duyulmamaktadır. Aynı dönem içerisinde İMKB-30 Endeksi'nin riski yani standart sapması 0,076845 olarak hesaplanmıştır.

Uygulamamıza ait genetik algoritma kodları MATLAB programlama dili ile yazılmış ve Pentium 3,2 GHz, 512 MB RAM donanıma sahip bir bilgisayarda çalıştırılmıştır. Hisse senetlerine ait getiri, risk ve kovaryans değerleri modele girildikten sonra algoritma her bir portföy büyüklüğü için 1000 iterasyon çalıştırılmıştır. Alternatif çözüm sayıları, bulunan risk değerleri Tablo 1'de verilmiştir. Hisse senetlerinin ağırlıkları eşit ve serbest olarak bırakılmıştır. Eşit ve farklı ağırlıklarla oluşturulan optimal portföylerin kaç adet hisse senedinden oluşması gerektiği incelenmiştir.

**Tablo 1:** Hisse Senedi Sayısına Göre Elde Edilen Eşit ve Serbest Ağırlıklı Portföy Sonuçları

Hisse Senedi Sayısı	Alternatif Çözüm Sayısı	Minimum Risk (Katsayılar esit)	Minimum Risk (Katsayılar degisken)	$1 + \frac{\text{PortföyRiskleri}}{\text{PiyasaRiski}}$ (Katsayılar esit)	$1 + \frac{\text{PortföyRiskleri}}{\text{PiyasaRiski}}$ (Katsayılar degisken)
1	30	0.073997	0,073997	1.96294	1,9629
2	435	0.069315	0,063177	1.90201	1,8221
3	4060	0.062577	0,061504	<b>1.81432</b>	1,8004
4	27405	0.062878	0,06122	<b>1.81825</b>	1,7967
5	142506	0.063898	0,060876	<b>1.83152</b>	1,7922
6	593775	0.063324	0,060642	<b>1.82405</b>	<b>1,7891</b>
7	2035800	0.064728	0,06053	<b>1.84232</b>	<b>1,7877</b>
8	5852925	0.063448	0,06053	<b>1.82566</b>	<b>1,7877</b>
9	14307150	0.064957	0,060529	<b>1.84529</b>	<b>1,7877</b>
10	30045015	0.065579	0,060533	<b>1.85340</b>	<b>1,7877</b>
11	54627300	0.066674	0,060534	<b>1.86764</b>	<b>1,7877</b>
12	86493225	0.06709	0,061006	<b>1.87305</b>	1,7939
13	119759850	0.067163	0,062987	<b>1.87401</b>	1,8197
14	145422675	0.067264	0,06063	<b>1.87532</b>	<b>1,7890</b>
15	155117520	0.068519	0,060632	<b>1.89166</b>	<b>1,7890</b>
16	145422675	0.069841	0,063008	<b>1.90886</b>	1,8199
17	119759850	0.069132	0,063151	<b>1.89962</b>	1,8218
18	86493225	0.06994	0,060681	1.91015	<b>1,7897</b>
19	54627300	0.070508	0,060782	1.91753	1,7910
20	30045015	0.071017	0,060683	1.92416	<b>1,7897</b>
21	14307150	0.071343	0,060647	1.92840	<b>1,7892</b>
22	5852925	0.072568	0,060738	1.94434	1,7904
23	2035800	0.073078	0,060658	1.95098	<b>1,7894</b>
24	593775	0.073525	0,060714	1.95680	1,7901
25	142506	0.073723	0,060766	1.95937	1,7908
26	27405	0.074386	0,060745	1.96800	1,7905

27	4060	0.07525	0,06121	1.97924	1,7965
28	435	0.076016	0,060835	1.98921	1,7917
29	30	0.077008	0,060803	2.00212	1,7912
30	1	0.077987	0,060827	2.01486	1,7916

## 5. SONUÇLAR ve ÖNERİLER

Sonuçların değerlendirilmesi aşamasında Denklem 4'te verilen formül kullanılmaktadır. Bu formüle göre elde edilen portföylere ait risk değerleri piyasa riskine (İMKB-30 Endeksi'nin riski) bölünerek "1"le toplamı alınmaktadır.

$$1 + \frac{\text{PortföyRiskleri}}{\text{PiyasaRiski}} \quad (4)$$

Formül incelendiğinde portföydeki menkul kıymet çeşit sayısı arttıkça (çeşitlendirmenin etkisi) bu oranın bire doğru azalması beklenir. İyi çeşitlendirilmiş portföylerin riskinin piyasa riskine oranı sıfıra ne kadar yakınsa çeşitlendirme o kadar iyi yapılmış demektir (Cura, Gökçe; 2003).

Sonuçlar incelendiğinde belirlenen kıstasa göre eşit ağırlıklı portföylerde hisse senedi sayısının 3 ila 17 arasında olması gerektiği ortaya çıkmıştır (Demirci ve Kesintürk, 2007). İyi çeşitlendirilmiş portföylerin elde edilmesi için İMKB-30 Endeksi'nde işlem gören 1999 yılı başından 2000 yılı ortasına kadar olan sürede en az 3 en fazla 17 menkul kıymet kullanılmasının uygun olacağı görülmüştür. Hisse senedi sayısındaki belirlenen aralığın geniş olması dikkat çekicidir.

Serbest ağırlıkla oluşturulan portföylerin değerleri değerlendirildiğinde ise hisse senedinin sayısının 6 ila 11 arasında olması gerektiği sonucuna ulaşılmıştır. Serbest ağırlıkla oluşturulan portföylerde hisse senetlerinin aralığı daha dar olarak gerçekleşmiştir. Aralığın dışında da bazı portföylerin yine 14, 15, 18, 20, 21 ve 23 hisse senedinden oluşan portföylerde de kriter değerin 1 yakın olduğu görülmektedir. En düşük değerlerin 6 ila 11 arasında gerçekleşmesi iyi çeşitlendirme için 6 ila 11 hisse senedinden oluşan portföylerin kullanılmasının uygun olacağı sonucunu doğurmaktadır. Sonuçlar incelendiğinde elde edilen riskler karşılaştırıldığında serbest ağırlıklı olarak oluşturulan portföylerin daha iyi sonuç verdiği gözlenmiştir. Bir diğer ilgi çekici nokta

ise elde edilen portföylerin risklerinin Pazar Endeks (İMKB-30 ) riskinden daha düşük olmasıdır. Çalışmadan elde edilen sonucun daha önce yapılan çalışmalarla uygun sonuçlar verdiği görülmektedir. Çalışmanın genişletilmesi adına İMKB-100 Endeksi'ni içeren hisse senetleri ile ve daha geniş bir zaman aralığında çalışılması mümkündür

#### KAYNAKÇA

Beck, K.L., Perfect, S.B., Peterson, P.P., 1996, The Role of Alternative Methodology on the Relation Between Portfolio Size and Diversification, *The Financial Review*, 31(2), 381-406

Cura, T., Gökçe, A.G., 2003, İMKB Hisse Senedi Piyasalarında İyi Çeşitlendirilmiş Portföy Büyüklüğünün Araştırılması, *Yönetim Dergisi*, 44(14), 63-81

Demirci, E., Keskindürk, T., 2007, Portföy Büyüklüğü ve İyi Çeşitlendirilmiş Portföy Arasındaki İlişkinin İncelenmesi, *Yöneylem Araştırması ve Endüstri Mühendisliği 27. Ulusal Kongresi*, Dokuz Eylül Üniversitesi.

Goldberg, D.E., 1989, *Genetic Algorithms in Search Optimization and Machine Learning*, Addison Wesley Publishing Company, USA

Markowitz, Harry M., 1952, Portfolio Selection, *Journal of Finance*, 7(1), 77-91

Markowitz, Harry M., 1991, *Portfolio Selection: Efficient Diversification of Investment*, John Wiley & Sons, USA

Michalewicz, Z., 1992, *Genetic Algorithms + Data Structure = Evolution Programs*, Springer-Verlag, Berlin.