Sosyal Bilimler Dergisi 2008, (1), 33-41

GRAW VE EWMA ile RİSKE MARUZ DEĞER: ALTIN GETİRİSİ İÇİN BİR UYGULAMA

Araştırma Görevlisi Y. Barış ALTAYLIGİL

İstanbul Üniversitesi İktisat Fakültesi, Ekonometri Bölümü

ÖZET

Bir portföyün getiri oranlarında veya piyasa değerinde meydana gelen değişimlere dayanarak, o portföyün belli bir zaman aralığında ve belli bir olasılıkla kaybedebileceği maksimum değer, Riske Maruz Değer (VaR) ile ölçülmektedir. Kavram ortalama ve varyansa dayanarak portföy kayıplarını özetlediği için finansal piyasalarda oldukça hızlı kabul görmüştür. "Normallik" varsayımı altında tek bir istatistik ile tüm portföy kayıpları ifade edilebilmektedir. Makalenin amacı, portföy riskinin ölçümünde sabit varyans yerine değişen varyansın kullanılmasının daha gerçekçi olduğunu göstermektedir. Bu amaç doğrultusunda finansal bir yatırım aracı için tespit edilen değişen varyans, tekrarlı (recursive) Üstel Ağırlıklandırılmış Hareketli Ortalama (EWMA) ve Genelleştirilmiş Ardışık Bağlanımlı Koşullu Değişen Varyans (GARCH) ile modellenmiş ve elde edilen VaR değerleri karşılaştırılmıştır. Makale aynı zamanda ARMA modelleri için Hannan-Rissanen metodunun iteratif olarak kullanmasının istatistik açıdan anlamlı GARCH modelleri kurulmasını kolaylaştırdığını da göstermektedir.

Anahtar Kelimeler: VaR, ARCH, GARCH, EWMA, ARMA, Hannan-Rissanen

ABSTRACT

Depending on changes in market prices or rates of return of a portfolio, the maximum amount of value that a portfolio could lose over a given period of a time with a given probability is determined by Value at risk (VaR) The concept is very appealing in financial markets because depending to mean-variance it summarizes portfolio lose. Under Normality conditions, the portfolio lose can be reflected with only one concept. This paper shows that modeling volatility means more realistic predictions than constant variance. For this purpose, VaR of a financial asset was modeled and compared within by recursive EWMA and GARCH models. The article also shows that estimating the ARMA models with iterative Hannan-Rissanen method provides a easier way to establish GARCH models.

Keywords: VaR, ARCH, GARCH, EWMA, ARMA, Hannan-Rissanen

I.Giriş

Finansal piyasalarda bir yatırım aracının piyasa riskinin ölçümü temel olarak yatırım getirilerinin uyduğu varsayılan olasılık dağılımları gözetilerek, verilerin standart sapmalarının hesaplanmasına dayanmaktadır (Markowitz, 1952). Çoğu durumda yatırımların getirilerinin normal dağıldığı varsayıldığı için VaR hesaplamaları, belli bir güven düzeyinde, yaygınlığın bir standart sapma değeri ve belirli bir faktörün çapılmasıyla hesaplanmaktadır. Bu yüzden VaR hesaplamalarında kullanılan varyans-kovaryans metodu ve Monte Carlo deneyleri özellikle normallik varsayımına dayanmaktadır.

Standart sapma hesaplanırken uzun dönemde getirilerin varyansının sabit olduğu varsayımı, değişen varyansın sıklıkla kesit verileriyle ilişkilendirilmesine ve zaman serileri problemi olarak ta sadece otokorelasyonun öne çıkarılmasına neden olmaktadır (William Greene, Econometric Analysis, syf. 238). Finansal ve makro büyüklüklerin zaman serilerinin varyanslarının beklenenin aksine sabit olmadığı Engle (1982,1983) tarafından gösterilmiştir. Engle, büyük ve küçük tahmin hatalarının, serinin belli kümelerinde oluştuğunu ileri sürerek, tahmin edilen hatanın varyansmı geçmiş dönem kalıntılarının büyüklüğüne dayandırmış ve yaygınlığın (volatility) tahmini için Ardışık Bağlanımlı Koşullu Değişen Varyans (ARCH) yaklaşımını kullanmayı önermiştir. Bollerslev (1986) ise geliştirdiği GARCH tahmini ile modelde parsemoni ilkesini sağlamıştır.

Engle' in işaret ettiği farklı yaygınlık kümelerindeki ilişki finansal zaman serilerinde kendisini alçak bir yaygınlığı takip eden daha yüksek bir yaygınlık olarak göstermektedir. Aynı yaygınlık kümesinde bulunduklarında tersine dönen ilişkinin yönü, büyük bir yaygınlığı yine daha büyük yaygınlığın takip etmesi şeklinde görülmektedir. Bu kümenin aynı davranışı sergileyen başka bir küme ile olan ilişkisi de sıra korelasyon olarak bilinmektedir (Gujarati, Basic Econometrics, syf 401). Bir hisse senedinden sağlanan büyük bir getiriyi, kısa bir zaman dilimi içinde, daha büyük bir getirinin takip etmesi bu duruma örnek gösterilebilir. Fakat VaR hesaplamalarında getirilerin normal dağıldığı varsayımı, aynı zamanda getirilerin bağımsızlığını gerektirdiği için bu durum yukarıda verilen örnekte olduğu gibi çoğu durumda ihlal edilmektedir (Philip Best, Implemanting Value At Risk, 1998, syf 69).

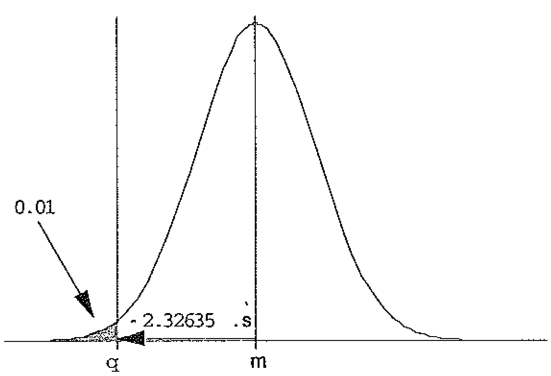
Getirilerin arasında sıra korelasyonun varlığı, yaygınlığın tahmini için kurulacak modelde eski getirilere karşılık son dönem getirilere daha fazla ağırlık vermeyi gerektirmektedir. Üstel Ağırlıklandırılmış Hareketli Ortalama (EWMA) ve GARCH yaklaşımları getirilerde sıra korelasyonun varlığını dikkate alarak yaygınlık ölçüsünün tahmini için son dönem getirilere daha fazla ağırlık veren yaklaşımlardır. EWMA (Exponantially Weighted Moving Average), ARCH (Autoregressive Conditional Heteroscedasticity) ve GARCH (Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity) yaklaşımlarıyla değişen varyans birçok çalışma ile modellenmiştir. Özellikle hisse senetleri getirilerinin yaygınlığının hesaplanmasında (Engle, Lilien ve Robins, 1987), döviz kuru pazarlarının davranışlarının modellenmesinde (Bollerslev ve Ghysels, 1996) bu teknikler başarılı bir şekilde kullanılmıştır.

II. Riske Maruz Değer (VaR)

Belli bir zaman diliminde ve belli bir olasılık düzeyinde, bir yatırımın değerinin normal piyasa koşullarında maruz kalabileceği en yüksek zararı özetleyen sayıya Riske Maruz Değer (VaR) denilmektedir. VaR, şu soruya cevap vermektedir: Belli bir zamanda aralığında % x olasılık düzeyinde en fazla ne kadar kaybedebilirim? (RiskMetrics-Technical Documents[1]) Bu tanımıyla VaR, belli bir zaman aralığında ve belli

[1] Makale, 20 Haziran 2008 tarihli (Çevrimiçi) http://www.riskmetrics.com/techdoc.html sitesinden alınmıştır

bir güven düzeyinde meydana gelebilecek zararın kantil değerine karşılık gelmektedir. VaR hesaplamalarında, zaman aralığı ve güven düzeyi iki önemli parametre olarak, kabul edilmektedir. Genellikle günlük olarak hesaplanan VaR için, yukarıda ki soru şu şekilde sorulmaktadır: Yapılan bir yatırımın, %99 güven aralığında ve 1 gün içerisinde kaybedeceği değer en fazla ne olabilir? (Philip Best, Implementing Value At Risk, 1998, syf 10). Diğer bir ifadeyle %1 olasılıkla bir günün sonunda yatırımın değerinin belli bir q değerine ve altına düşme olasılığı ne olabilir?



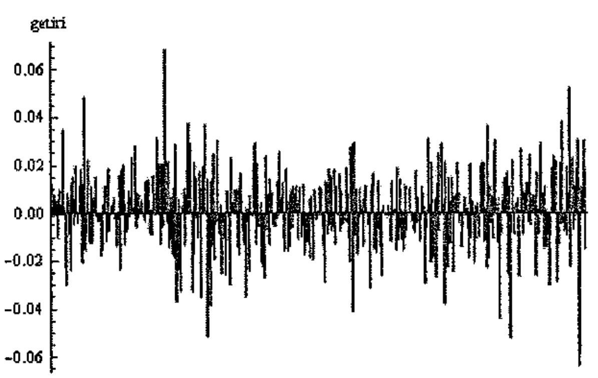
Şekil 1: Yatırımın Değerinin %1 Olasılıkla q Değerine ve Altına Düşme Olasılığı

Yatırım getirilerinin normal dağılıma uyduğu varsayımı altında VaR hesaplanırken sadece kayıplar ile ilgilenildiği için dağılımın sol tarafındaki kuyruk olasılıkları dikkate alınmaktadır. Örneğin negatif değer değişikliklerine karşılık gelen 2.33 standart sapma değeri %99'lık bir güven aralığına karşılık gelmektedir. VaR hesaplamalarında güven aralığı genellikle %99 veya %95 seçilirken, iş günü 365, 360 veya 250 gün seçilebilmektedir. Hesaplanan standart sapma yıllık bir değer olarak verildiğinde, günlük VaR hesaplaması için standart sapma $\sqrt{1/365}$ sayısı ile yeniden ölçeklendirilmektedir. Yine örneğin yıllık olarak hesaplanmış bir standart sapma ile tek bir yatırımın bir günlük Riske Maruz Değeri (VaR) şu şekilde hesaplanmaktadır (Philippe Jorion, Value At Risk, syf 109):

$$\text{VaR= Yatırım Değeri x } \hat{\sigma} \text{ x } \sqrt{\frac{1}{365}} \text{ x Güven Düzeyi} \quad (1)$$

VaR hesaplamalarında kullanılan Varyans-Kovaryans ve Monte Carlo Deneyleri normallik varsayımı gerektirdiği için standart sapma tahmin edilirken varyansın uzun dönemde değişmediği kabul edilmektedir. Fakat birçok finansal büyüklüğün zaman serisinde yaygınlık derecesinin zamana bağlı değiştiği görülmektedir. Bu yüzden varyansın zamana bağlı olarak yeniden modellenmesi daha güvenilir VaR tahminleri açısından gerekliliktir.

Şekil 2 'de 18 Kasım 2005 ile 28 Mart 2008 tarihleri arasında grafiği çizilen altın getiri serisinde birbirinden farklı yaygınlık kümeleri hemen göze çarpmaktadır. Büyük getiri yaygınlık kümelerini takip eden küçük getiri yaygınlık kümelerinin varlığı değişen varyansa işaret etmektedir.



Şekil 2: Altın Getiri Serisi

II. EWMA Modeli

Varyansın zamana bağlı olarak modellenmesinde yaygın uygulama alanına sahip yöntemlerden birisi EWMA yaklaşımıdır.

Özellikle uluslararası finans danışmanlık şirketi RiskMetrics'in hesaplamalarında EWMA yaklaşımını benimsemesinden sonra VaR hesaplamalarında EWMA yöntemi kullanımı yaygınlık kazanmıştır EWMA yaklaşımının sağladığı avantaj, serilerde meydana gelebilecek ani şokları yaygınlık ölçüsün hesaplamasına hemen yansıtması, ardından üstel olarak azalan ağırlıklarla şokun diğer gözlemler üzerindeki etkinsini hızla azaltmasıdır. Dolayısıyla EWMA hesaplamasında son dönem gözlemlerin ağırlığı daha yüksek olmaktadır.

Yaygınlık ölçüsünün tahmininde kullanılan tekrarlı EWMA modeli, λ, $0<\lambda<1$ arasında azalma faktörü, r_t, sıfır ortalamalı getirileri (dolayısıyla $E(r_{t-1}^2)=\sigma_t^2$) göstermek üzere şu şekilde verilmektedir (Jhon C. Hull, Options, Futures and Other Derivatives Securities, 5. Baskı, syf 375) :

$$\sigma_t^2 = \lambda\sigma_{t-1}^2 + (1-\lambda)r_{t-1}^2 \qquad (2)$$

Model zamanda m kadar geri giderek açıldığında;

$$\sigma_t^2 = (1-\lambda)\sum_{i=1}^{m}\lambda^{i-1}r_{t-i}^2 + \lambda^m\sigma_{t-m}^2 \qquad (3)$$

ifadesinin elde edilmektedir ve m' in yeterince büyük değerleri için $\lambda^m\sigma_{t-m}^2$ değerinin sıfıra gideceği görülmektedir. Bu bilgi ile EWMA modeli

$$\sigma_t^2 = (i-\lambda)\sum_{i=1}^{m}\lambda^{i-1}r_{t-i}^2 \qquad (4)$$

şeklinde yazılabilmektedir. Modelde iki önemli nokta azalma faktörü λ 'ın ve veri büyüklüğü m' in değerine karar vermektir. Bu konuda, günlük veriler için $\lambda=0.94$ ve aylık veriler için $\lambda=0.97$ değerleri RiskMetrics'in önerdiği ve genel kabul görmüş sayılardır. Veri büyüklüğüne karar vermek için α güven düzeyi olmak üzere $m=\frac{Log(\alpha)}{Log(\lambda)}$ formülü kullanılmaktadır (Philip Best, Implemanting Value At Risk, 1998, syf 71).

III. ARCH(p) ve GARCH(p,q) Modelleri

Değişen varyansın varlığı altında yayılma ölçüsünün tahmini için kullanılan diğer modeller ARCH ve GARCH modelleridir. İlk olarak Engle (1982)' nin ortaya attığı ARCH modelleri bir dönem önceki gecikmenin sağladığı bilgi ile bir sonraki dönemin varyansım tahmin etmeyi amaçlamaktadır.

Basit ARCH(1) modeli şu şekilde tanımlanmaktadır:

$$y_t = X\beta + \varepsilon_t \qquad (5)$$

model yer alan kalıntının t-1 dönem önceki bilgiye dayanarak $\varepsilon_t \sim N(0,(\alpha_0+\alpha_1\varepsilon_{t-1}^2))$ dağılımına uyduğu varsayıldığında (6) denklemi yazılabilmektedir,

$$Var(\varepsilon_t \setminus \varepsilon_{t-1}) = E(\varepsilon_t^2 \setminus \varepsilon_{t-1}) = \sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1\varepsilon_{t-1}^2 \qquad (6)$$

Bu durumda ε_t artık koşullu değişen varyansa sahip olmaktadır (William Greene, Econometric Analysis, syf 238). Model p gecikme için

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1\varepsilon_{t-1}^2 + \alpha_2\varepsilon_{t-2}^2 + \ldots + \alpha_p\varepsilon_{t-p}^2 \qquad (7)$$

şeklinde ifade edilmektedir.

Uzun gecikmeler ile ARCH modeli kurmak yerine daha düşük bir mertebeden GARCH modeli kurmak parsimoni ilkesine uyulmasını sağlamaktadır Bollerslev (1986). Basit GARCH (1,1) modeli şu şekilde tanımlanmaktadır:

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \beta_1 \sigma_{t-1}^2 \qquad (8)$$

$\sigma_t^2 > 0$ ve durağan olması için modele sırasıyla $\alpha_o > 0$, $\alpha_1, \beta_1 \geq 0$ ve $\alpha_1 + \beta_1 < 1$ kısıtları eklenmektedir. Bu kısıtlar altında GARCH(1,1) modeli ile tahmin edilen varyans en son tahmin edilmiş ε_{t-1}^2 ve σ_{t-1}^2 değerlerine dayanmaktadır.

GARCH tahminlerinde karşılaşılan en büyük zorluk parametre tahminlerinin en çok olabilirlik tahmini (Maximum Likelihood Estimation) ile bulunmasına dayanan bir optimizasyon problemi olarak çözülebilmek zorunda kalınmasıdır. $e = \frac{\varepsilon_{t-1}}{\sigma_{t-1}}$ rastlantı değişkeninin normal ve bağımsız dağıldığı varsayımı altında, parametre tahminlerinin optimizasyonu, logaritması alınmış en çok olabilirlik fonksiyonunu maksimum yapmaya dayanmaktadır (Jorion Philippe, Value At Risk, McGraw-Hill, Second Edition , 2001, syf 188)

$$\max F(\alpha_0, \alpha_1, \beta_1 \backslash \varepsilon) = \sum_{t=1}^{T} \ln(\varepsilon_t \backslash \sigma_t) = \sum_{t=1}^{T} (\ln \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_t}} - \frac{\varepsilon_t^2}{2\sigma_t^2}) \qquad (9)$$

IV. Veri Kümesi

Uygulamada kullanılan Altın fiyatları 18 Kasım 2005 ile 28 Mart 2008 tarihlerini kapsamaktadır ve TCMB internet[2] sitesinden alınmıştır. Toplam 509 gözlemden oluşan veri kümesi işlemlerde kolaylık sağlaması için önce YTL' ye dönüştürülmüş, ardında yaygınlığının doğru ölçülebilmesi için, P_t altının t. gün fiyatı olmak üzere

$$r_t = Ln(\frac{P_t}{P_{t-1}}) \qquad (10)$$

dönüşümü yapılmıştır. Fiyatlar yerine getirilerle çalışmak bazı istatistiksel varsayımları sağlaması ve logaritmik dönüşümün hesaplanması bakımından kolaylık sağlamaktadır (RiskMetrics-Technical Documents). Uygulamada altın fiyat serisine yapılan logaritmik dönüşüm Tablo 1 de verilen istatistiklere dayanarak serinin durağanlığını da sağlamıştır.

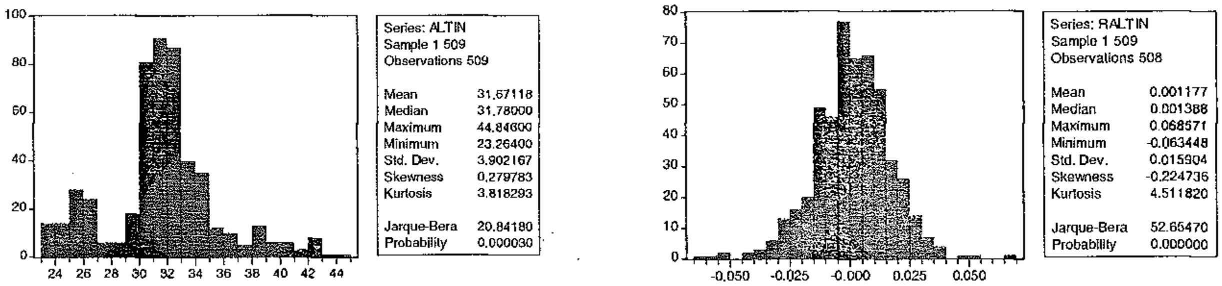
Tablo 1: Altın Getiri Serisinin Durağanlığı

		t-Statistic	Prob.
Augmented Dickey-Fuller test statistic		-25.01157	0.0000
Test critical values:	1% level	-3.443021	
	5% level	-2.867021	
	10% level	-2.569751	

Altın getiri serisinin betimsel istatistikleri Şekil 3'te verilmiştir. Getirilerin 0 ortalamalı simetrik bir yapıya sahip olduğu görülmektedir. Jarque-Bera test istatistiğine göre serilerin normal dağıldığını söyleyen H_0 hipotezini ret edilmektedir.

[2] TCMB; (2008), http://evds.tcmb.gov.tr/ Erişim Tarihi 26.07.2008

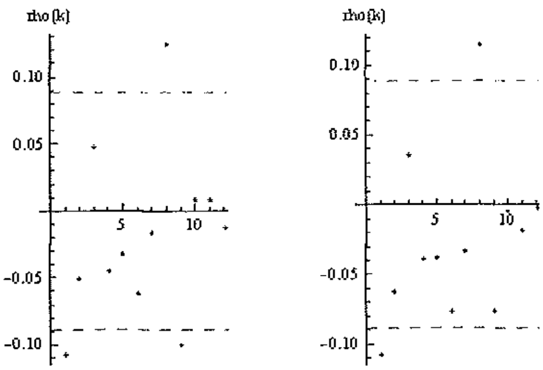
Şekil 3: Altın Fiyat ve Altın Getiri Serisi Özet İstatistikleri



V. Uygulama

Altın getiri serisinin durağan olduğu gösterildikten sonra seride otoregresif bir ilişki olup olmadığı araştırılmıştır. Altın getiri serisinin otoregresif ilişkisi, 36 gecikmeye kadar Şekil 4'de verilen örnek korelasyon ve kısmi korelasyon grafikleri yardımıyla incelenmiştir. Grafiklerde alt ve üst sınır için $\mp\frac{2}{\sqrt{508}}$ değeri kullanılmıştır.

Şekil 4: Korelasyon ve Kısmi Korelasyon Grafikleri



Korelasyon grafiklerine göre altın getiri serisinde bir otoregresif ilişki olduğundan bahsetmek mümkündür. Grafikler AR(1) modelinin kurulmasına işaret etmektedir fakat bilindiği gibi korelasyon grafikleri kurulacak model hakkında sadece bir fikir verebilmektedir. Bu yüzden altın getiri serisi için en uygun ARMA modeline Hannan-Rissanen yöntemi ile karar verilmesi uygun bulunmuştur. Hannan-Rissanen yöntemine göre en uygun ARMA modeli bilgi kriterlerine göre seçilmektedir. (Granger - Newbold, 1968, syf. 82-83). Bu yöntem Mathematica 6.0 da yazılan kodlar ile iteratif olarak kullanılmıştır. Yöntemin aşamaları şu şekildedir;

1- $AR(i)$, $i = 1,2,\dots,k_{max}$ modelleri tahmin edilir.

2- Tahmin edilen modeller arasından,

$$AIC = log\hat{\sigma}_i + \frac{2i}{n} \qquad i = 1,2,\dots,k_{max}$$

kriterine yöre en küçük AIC değerli $AR(k)$ modeli seçilir.

3- Modelinden kalıntılar elde edilir.

4- $p \le Min(p_{max}, k)$ ve $q \le q_{max}$ olmak üzere en küçük kareler yöntemi kullanılarak $ARMA(p,q)$ modelleri tahmin edilir, (12)'de verilen formül ile varyans tahmini hesaplanır.

$$\sum_{t=t'+1}^{n} \frac{\varepsilon_t^2}{n-t'} \qquad t' = \max(q+k, p) \tag{12}$$

5- Tahmin edilen modeller arasından (13)'e göre en küçük BIC değerli model seçilir.

$$BIC = log\hat{\sigma}_{p,q} + \frac{(p+q)\log n}{n} \tag{13}$$

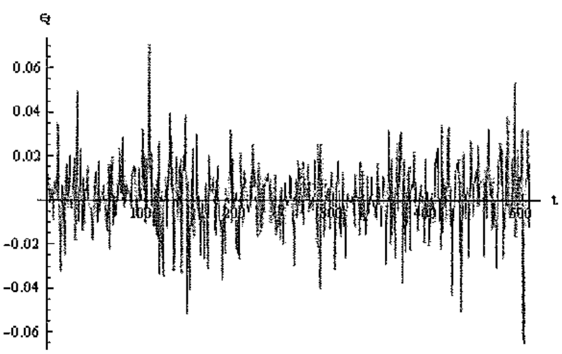
AIC ve BIC değerlerine göre sıralanmış modeller Tablo 4'te verilmektedir. Bilgi kriterleri sıralamasına göre en iyi model AR(1) modelidir. Modelin parametresi de istatistik olarak test edilmiş ve $\hat{p} = 0.022$ değeri bulunmuştur.

Tablo 2: AtC vc BIC Kriterlerine Göre Sıralanmış Modeller ve AR(1) Model Çıktısı

	AIC	BIC
AR(1)	-3.28443	-8.2761
AR(2)	-8.28173	-8.26507
MA(1)	-3.26834	-8.26001
AR(3)	-8.27768	-8.25269
ARMA(1,1)	-8.26607	-8.24942
MA(2)	-8.26385	-8.2472
MA(3)	-8.26994	-8.24496
ARMA(2,1)	-8.26804	-8.24306
AR(4)	-8.2733	-8.23999
ARMA(1,2)	-8.26461	-8.28963

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
AR(1)	-0.101548	0.044257	-2.294517	0.0222
R-squared	0.005074	Mean dependent var	0.001155	
Adjusted R-squared	0.005074	S.D. dependent var	0.015912	
S.E. of regression	0.015872	Durbin-Watsonstat	2.009684	
Sum squared resid	0.127472			
Loglikelihood	1381.699			

AR(1) modeli kalıntılarında ARCH etkisinin varlığı araştırılmıştır. Model kalıntılarının Şekil 5'te verilen grafiğine bakıldığında büyük kalıntıların bir arada kümelendikleri ve varyansın her noktada aynı olmadığı görülmektedir. ARCH etkisinin varlığı Lagrange çarpanı (LM) testi ile de doğrulanmaktadır. Test sonuçları Tablo 2'de verilmiştir.



Şekil 5: ARMA(1) Model Kalıntılarının Grafiği

Tablo 3: AR(1) Model Kalıntılarına Uygulanan ARCH-LM Test Sonuçları

ARCH Test:			
F-statistic	7.609046	Probability	0.006019
Obs*R-squared	7.525624	Probability	0.006083

ARCH etkisi yoktur H_0 hipotezini reddetmek ile yapacağımız hata 0.006 'dır dolayısıyla kalıntılar arasında ARCH etkisi vardır alternatif hipotezi kabul edilmiştir. ARCH etkisi tespit edildikten sonra birçok model arasından parametreleri istatistik olarak anlamlı ve logaritmik en çok olabilirlik değeri en büyük olan GARCH(1,1) seçilmiştir.

Tablo 4: GARCH (1,1) Model Çıktısı

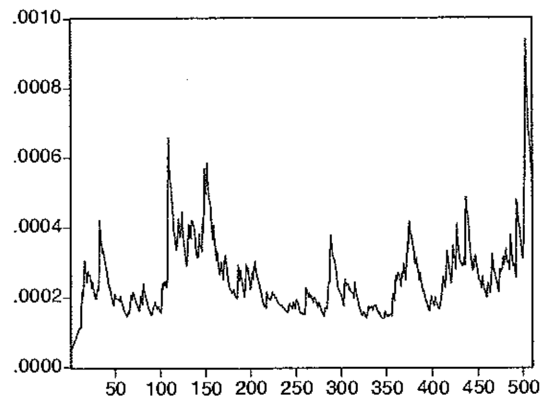
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	1.42E-05	5.17E-06	2.738657	0.0062
RESID(-1)^2	0.085751	0.027067	3.168042	0.0015
GARCH(-1)	0.863840	0.039692	21.76363	0.0000
R-squared	0.004959	Mean dependent var	0.001155	
Adjusted R-squared	-0.000976	S.D. dependent var	0.015912	
S.E. of regression	0.015920	Akaike info criterion	-5.494034	
Sum squared resid	0.127487	Schwarz criterion	-5.460673	
Log likelihood	1396.738	Durbin-Watson stat	1.989524	

GARCH(1,1) modelinin kalıntıları arasında beklenildiği gibi değişen varyans ilişkisi kalmamıştır. Model kalıntılarının grafiği incelendiğinde belirli bir kümelenmeye rastlanmamaktadır. Lagrange çarpanı (LM) testi sonuçları da bu bilgiyi desteklemektedir.

VI. GARCH(1,1) ve EWMA ile Varyansın Modellenmesi

$$\hat{\sigma}_t^2 = 0.0000142 + 0.085751\varepsilon_{t-1}^2 + 0.86384\sigma_{t-1}^2 \quad (11)$$

Olarak tahmin edilen GARCH(1,1) modeli altının getiri serisinin varyansını tahmin etmek için kullanılmıştır. Altın getiri serisinin varyansının grafiği Şekil 6'da verilmiştir.



Şekil 6: GARC(1,1) ile Tahmin Edilmiş Varyans Serisi

GARCH(1,1) modeli ile (t+1). dönem için varyans 0.00057 olarak tahmin edilmiştir. Elde edilen tahmini varyans ile %99 güven düzeyi için altına 10000 TL yatırım yapıldığı varsayıldığında VaR değeri

$$\sqrt{0.00057} \times (-2.32635) \times 10000 = -555.408 \text{ TL}$$

Elde edilen sonuca, göre bir günün sonunda yatırımcın 555,408 TL ve daha fazla kaybetme olasılığı %1'dir.

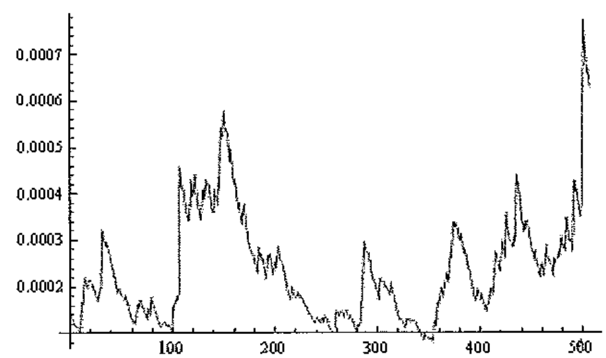
$\lambda = 0.94$ değeri için Üstel Ağırlıklandırılmış Hareketli Ortalama

$$\sigma_t^2 = (1-\lambda)\sum_{i=1}^{m} \lambda^{i-1} r_{t-i}^2 \quad (12)$$

modeli kullanılarak altın getiri serisinin (t+1). dönem varyansı 0,000629387 olarak tahmin edilmiştir.

$$\sqrt{0.000629387} \times (-2.32635) \times 10000 = -583,625 \text{ TL}$$

EWMA yaklaşımıyla değişkinlik hesaplanırken son dönem değişkenliklere daha fazla ağırlık verildiği grafikte de görülmektedir. EWMA için elde edilen sonuçlar GARCH (1,1) ile örtüşmektedir.



Şekil 7: EWMA ile Tahmin Edilmiş Varyans Serisi

Sonuç

Finansal büyüklüklerin zaman serilerinde varyansın değişmesi durumunda zorlaşan standart sapma tahmini GARCH(1,1) ve EWMA yaklaşımlarıyla tahmin edilmiştir. Elde edilen sonuçlar VaR hesaplamalarında varyansı uzun dönemde sabit varsayan Monte Carlo Metodu ve Varyans Kovaryans tekniğine göre daha güvenilir sonuçlardır. GARCH modeli dönem boyunca değişen varyansı daha güvenilir tahmin etmesine karşın EWMA modeli son dönemde altın fiyatlarında meydana gelen değişimlere karşı daha duyarlı davranmıştır. Yapılan varyans tahminlerinde EWMA tahmininin, GARCH tahminine göre daha büyük çıkması da bu bakış açısını doğrulamaktadır.

KAYNAKÇA

Engle R.; (1982), "Autoregressive Conditional Heteroscedasticity with Estimates of the Variance of United Kingdom Inflations." Econometrica, 50, 1982, 987-1008

Engle R.; (1983), "Estimates of the Variance of U.S Inflation Based on the ARCH Model." Journal of Money, Credit and Banking, 15, 1983, 286-301

Best P.; (1998), "Implemanting Value At Risk", 1998

Bollerslev T.; (1986), "Generalized Autoregressive Conditional Heteroscedasticity", Journal of Econometrics, 31, 1986, 307-327

Bollerslev T.; (1992), "Periodic Autoregressive Conditional Heteroscedasticity", Journal of Business and Economics Statistics, 14, 1996, 139-151

Greene W. H.; (2003), 'Econometric Analysis", Prentice Hall, 5th Edition

Hull Jhon C.; (2002), "Options, Futures and Other Derivatives Securities", Prentice Hall, 5th Edition

Jorion P.; (2001) , "Value At Risk", McGraw-Hill, Second Edition ,2001

Markowitz H.; (1952), "Portfolio Selection" The Journal of Finance, 7, 77-91

Riskmetrics; (2008), http://www.riskmetrics.com/publications/techdoc.html, Erişim Tarihi 26.07.2008

TCMB; (2008), http://evds.tcmb.gov.tr/ Erişim Tarihi 26.07.2008