hkm *Jeodezi, Jeoinformasyon ve Arazi Yönetimi* **Dergisi**

Hakemli Dergi

2010/2 Sayı 103 ▪ 6 ayda bir yayımlanır. Yaygın süreli yayın ▪ Ücretsizdir

İÇİNDEKİLER

Harita ve Kadastro Mühendisleri Odası
Sümer 1 Sokak No: 12/4 06440 Kızılay/ANKARA
Tel: 0312 232 57 77 - Faks: 0312 230 85 74
GSM: 0533 762 28 13
e-posta: hkmo@hkmo.org.tr - Web: www.hkmo.org.tr

Mizampaj ve Tasarım
TMMOB Harita ve Kadastro Mühendisleri Odası
Yayın Kurulu

Teknik Hazırlık ve Baskı
Hermes Ofset Ltd. Şti.
Kazım Karabekir Cad. 39/16 İskitler / ANKARA
Tel: 0312 384 34 32 - 341 01 97 • Faks 0312 341 01 98
www.hermesofset.com.tr • hermes@hermesofset.com.tr

Ankara - 2010

Robust Kestirimin GPS Ağlarında Kullanılabilirliği

Mevlüt YETKİN[1] Cevat İNAL[2]

Özet

GPS taşıyıcı faz ölçülerinin değerlendirilmesi sonucu elde edilen ve noktalar arasındaki koordinat bileşenlerinin farkları olarak ifade edilen baz gözlemleri EKKY (en küçük kareler yöntemi) ile dengelenmektedir. EKKY uyuşumsuz ölçülere karşı duyarlı bir yöntemdir. Bu nedenle GPS ağlarında uyuşumsuz ölçülerin belirlenmesi için robust yöntemlerin kullanılması tercih edilmelidir. En küçük L_1 norm yöntemine (EKL_1Y) göre dengeleme jeodezik ağlarda uyuşumsuz ölçüleri belirlemek için kullanılan robust bir yöntemdir. Bu yöntemle jeodezik ağların dengelenmesi bir doğrusal programlama probleminin çözümüyle gerçekleştirilebilir. Bu çalışmada, baz bileşenleri arasındaki korelasyonlar dikkate alınarak bir GPS ağının EKL_1Y'ne göre dengelenmesi incelenmiştir. Yöntemin etkinliği ve uyuşumsuz ölçülere karşı direnci sayısal bir uygulamayla gösterilmiştir. Ayrıca gözlemler arasındaki korelasyonlar dikkate alınarak iç güvenirlik ölçütleri hesaplanmıştır.

Anahtar Sözcükler

GPS Ağı, Korelasyonlu Gözlemler, Cholesky Çarpanlarına Ayırma Yöntemi, En Küçük L_1 Norm Yöntemi, İç Güvenirlik

Abstract

Utilizing Robust Estimation in GPS Networks

The baseline observations obtained from the processing of GPS carrier phase measurements and described as the differences of coordinate components between points have been adjusted using the method least squares (LS). Nevertheless LS is sensitive to outliers. Therefore, robust methods must be used to detect outliers in GPS networks. L_1 norm minimization is a robust method to detect outliers in geodetic networks. Adjustment of geodetic networks by this method can be realized solving a linear programming problem. In this study, the adjustment of a GPS network by the L_1 norm minimization method has been studied with the consideration of the correlations among baseline components. The efficiency and robustness of the method have been demonstrated with a numerical example. Moreover, internal reliability measures have been computed by taking into account the correlations among observations.

Key words

GPS Network, Correlated Observations, Cholesky Factorization Method, L_1 norm Minimization, Internal Reliability.

1. Giriş

Ölçülerde yapılması kaçınılmaz olan normal dağılımlı rasgele hatalar nedeniyle nokta koordinatları gibi parametrelerin en optimal değerlerini, diğer bir deyişle olasılığı en yüksek değerlerini elde etmek için, istatistiksel bir yöntem olan EKKY'den yararlanılır. Ancak EKKY uyuşumsuz ölçülere karşı duyarlı bir yöntemdir. Uyuşumsuz ölçüler olduğu zaman EKKY ile elde edilen sonuçlar önemli ölçüde bozulmaktadır. Bu nedenle uyuşumsuz ölçülerin belirlenmesi ve giderilmesi gerekir. Bunun için robust yöntemler kullanılabilir. Bu yöntemlerde temel amaç uyuşumsuz ölçülerin etkilerinden arınmış parametre kestirimi yapmaktır. Bir taraftan da uyuşumsuz ölçüler otomatik olarak belirlenmektedir. Ayrıca robust yöntemler bir ölçünün uyuşumsuzluğunun o ölçünün düzeltmesine büyük ölçüde yansımasını sağlamaktadır. Robust yöntemlerle ilgili olarak BERBER (1997), ERENOĞLU (2003), HEKİMOĞLU ve BERBER (2003), HEKİMOĞLU ve ERENOĞLU (2007a,b), HUBER (1981), HAMPEL vd. (1986), KOCH (1999), ROUSSEEUW ve LEROY (1987), SIMKOOEI (2003), YETKİN (2008), YETKİN vd. (2009) ve YETKİN ve İNAL (2010)'a başvurulabilir.

Uyuşumsuz ölçüler açısından jeodezik ağların kalitesi güvenirlik analizi ile ölçülebilir. Ancak güvenirlik ölçütlerinin hesaplanmasında gözlemlerin korelasyonlu olması durumu dikkate alınmalıdır (WIESER 2004). Benzer durum robust kestirim için de geçerlidir. Literatürde verilen robust yöntemlerden çoğu sadece korelasyonsuz gözlemlere ilişkin olduğundan, korelasyonlu gözlemler için uygun robust yöntemler kullanılmalıdır. Bu noktada önemli bir robust yöntem, ağırlık elemanlarının iki faktörlü indirgeme modelinin kullanıldığı yöntemdir (YANG vd. 2002; YETKİN vd. 2009). GPS jeodezisinde ikili fark taşıyıcı faz gözlemleri ve baz bileşenleri korelasyonlu gözlemlere örnek olarak gösterilebilir.

Optimizasyon verilen bir amaç fonksiyonunu belirli kısıtlamalar altında minimum veya maksimum yapan değişken değerlerinin bulunması şeklinde tanımlanabilir. Bu çerçevede doğrusal optimizasyon olarak da adlandırılan doğrusal programlama yönteminden pek çok bilim dalında yararlanılmaktadır. Bu yöntemde hem amaç fonksiyonu hem de eşitlik ve/veya eşitsizlik kısıtlamaları doğrusaldır. Genel olarak bir doğrusal programlama problemi simpleks yöntemiyle çözülebilir (SCHRIJVER 1998).

Öte yandan EKL_1Y jeodezik ağlardaki uyuşumsuz ölçüleri belirlemek için kullanılan robust bir tekniktir. EKL_1 ilkesinde dengeleme bir doğrusal programlama probleminin çözümü ile gerçekleştirilebilir. SIMKOOEI (2003)'de jeodezik ağlarda düşük mergtebeli bir Gauss-Markoff modeli için doğrusal programlama yöntemiyle çözülebilen EKL_1Y verilmektedir.

Bilindiği gibi EKKY, düzeltmelerin karelerinin toplamının minimum yapıldığı bir parametre kestirim yöntemidir. Ancak, uyuşumsuz ölçüler olması durumunda EKKY'nin sonuçlarda öngörülen olumlu özellikleri sağlanamamaktadır. Bu durumda uyuşumsuz ölçülerin robust tekniklerle belirlenmesi ve giderilmesi ve bundan sonra EKKY'nin uygulanması gerekmektedir. Bu noktada kullanılan EKL_1Y'de ağırlıklı düzeltmelerin toplamı minimum yapılmaktadır:

$$\mathbf{p}^T|\mathbf{v}| = \sum_{i=1}^{n} \mathbf{p}_i|\mathbf{v}_i| \rightarrow \min. \tag{1}$$

Burada $\mathbf{p}$ vektörü, $\mathbf{P}$ ağırlık matrisinin köşegen elemanlarıdır. L_1 norm ilkesine göre dengeleme, EKKY'deki gibi,

[1] Arş.Gör, [2] Prof. Dr., Selçuk Üniversitesi, Mühendislik-Mimarlık Fakültesi, Harita Mühendisliği Bölümü, Konya

yansız bir kestirim sağlar. Ancak EKKY'nin minimum varyans ve maksimum olasılık gibi özelliklerini sağlamaz. EKL$_1$Y'nin avantajı, uyuşumsuz ölçülere karşı robust olmasıdır (SIMKOOEI 2003). Bu çalışmada EKL$_1$Y'nin, korelasyonlu baz bileşenlerinin gözlemler olarak alındığı bir GPS ağı için kullanılabilirliği konusu incelenmiştir. Bunun için ağırlık matrisinin Cholesky yöntemiyle köşegen matrise ve gözlemlerin korelasyonsuz gözlemlere dönüştürülmesi gerekmektedir (ERENOĞLU ve HEKİMOĞLU 2009). EKL$_1$Y incelendikten sonra EKKY ile bir karşılaştırma yapmak için her iki yöntem bir GPS ağına uygulanmıştır. Ayrıca baz bileşenlerinin iç güvenirlik ölçütleri gözlemler arasındaki korelasyonlar dikkate alınarak hesaplanmıştır.

2. Gauss-Markoff Modeli

Gauss-Markoff modeli, dengeli ölçüler ile bilinmeyen parametreler arasındaki doğrusal veya doğrusallaştırılmış fonksiyonlar (fonksiyonel model) ile ölçülerin stokastik özelliklerini yansıtan kovaryans matrisinden (stokastik model) oluşur:

$$\mathbf{l} + \mathbf{v} = \mathbf{A}\mathbf{x} \tag{2}$$

$$\mathbf{D}^T \mathbf{x} = 0 \tag{3}$$

$$\mathbf{P} = \mathbf{Q}_l^{-1} = \sigma_0^2 \mathbf{C}_l^{-1} \tag{4}$$

Bu eşitliklerde $\mathbf{v}_{n\times 1}$ düzeltmeler vektörü; $\mathbf{l}_{n\times 1}$ gözlemler vektörü; $\mathbf{x}_{u\times 1}$ parametreler vektörü; $\mathbf{A}_{n\times u}$ tasarım matrisi; $\mathbf{P}_{n\times n}$ ağırlık matrisi; $\mathbf{D}_{u\times d}$ datum matrisi; $\mathbf{0}_{d\times 1}$ sıfır vektörü; $\mathbf{C}_{\mathbf{l}(n\times n)}$ gözlemlerin kovaryans matrisi; $\mathbf{Q}_{l(n\times n)}$ kofaktör matrisi ve σ_0^2 birim ağırlıklı ölçünün varyansıdır (SIMKOOEI 2003).

EKK ilkesine göre parametre kestiriminde,

$$\mathbf{A}^T \mathbf{P}\mathbf{A}\mathbf{x} = \mathbf{A}^T \mathbf{P}\mathbf{l} \tag{5}$$

şeklindeki temel eşitlik elde edilir. Buradan da bilinmeyen parametreler

$$\mathbf{x} = \left(\mathbf{A}^T \mathbf{P}\mathbf{A}\right)^{-1} \mathbf{A}^T \mathbf{P}\mathbf{l} \tag{6}$$

eşitliğiyle elde edilir. Düzeltmeler ise $\mathbf{R} = \mathbf{I} - \mathbf{A}\left(\mathbf{A}^T \mathbf{P}\mathbf{A}\right)^{-1} \mathbf{A}^T \mathbf{P}$ redundans (fazla ölçü) matrisi ile,

$$\mathbf{v} = \mathbf{A}\mathbf{x} - \mathbf{l} = -\mathbf{R}\mathbf{l} \tag{7}$$

şeklinde hesaplanabilir. Gauss-Markoff modeli hakkında daha ayrıntılı bilgi için KOCH (1999)'a başvurulabilir.

Robustlaştırılmış maksimum olasılık yöntemi olarak da adlandırılan M-kestirimi eşdeğer ağırlık matrisi $\left(\overline{\mathbf{P}}\right)$ kavramı kullanılarak tanımlanmaktadır. Bu matrisin hesaplanmasında Huber veya Andrews gibi farklı ağırlık fonksiyonlarından yararlanılabilir. M-kestirimi iteratif yeniden ağırlıklandırmalı en küçük kareler algoritması ile gerçekleştirilir (HEKIMOGLU ve BERBER 2003). YANG vd. (2002) tarafından M-kestirimi korelasyonlu gözlemlere uyarlanmıştır. GPS ağlarında da uygulanabilen bu yöntem ağırlık elemanlarının bifaktör indirgeme modelinin kullanıldığı yöntem olarak adlandırılmaktadır (YANG vd. 2002; YETKİN vd. 2009).

3. GPS Ağlarında En Küçük L_1 Norm Yöntemi

(1) amaç fonksiyonu Gauss-Markoff modeli kullanılırsa L_1 norm ilkesine göre dengeleme hesabı (EKL$_1$Y) gerçekleştirilmiş olur. Bu çözümün gerçekleştirilmesi için doğrusal programlama yönteminden yararlanılabilir (SIMKOOEI 2003).

Doğrusal programlama yöntemi ile L_1 kestirim probleminin çözülmesi, tüm değişkenlerin yani hem düzeltmelerin hem de parametrelerin negatif olmadığı bir matematiksel modelin oluşturulmasını gerektirir. Bu nedenle parametrik dengeleme için verilen denklemlerin gevşek (slack) değişkenler ekleyerek L_1 kestirim problemine dönüştürülmesi gerekir. Parametrik denklemleri parametrelerin ve düzeltmelerin negatif olmadığı bir forma dönüştürmek amacıyla parametreler için $\boldsymbol{\alpha}$ ve $\boldsymbol{\beta}$, düzeltmeler içinse $\mathbf{u}$ ve $\mathbf{w}$ gevşek vektörlerini kullanalım. Buna göre bilinmeyenler ve düzeltmeler için

$$\begin{aligned} \mathbf{v} &= \mathbf{u} - \mathbf{w}, \qquad && \mathbf{u},\mathbf{w} \geq 0 \\ \mathbf{x} &= \boldsymbol{\alpha} - \boldsymbol{\beta}, \qquad && \boldsymbol{\alpha},\boldsymbol{\beta} \geq 0 \end{aligned} \tag{8}$$

vektörleri elde edilir. Gevşek değişkenler yardımıyla parametrik denklemler ve datum kısıtları ile (1) amaç fonksiyonu ve kısıtlamalar Gauss-Markoff modeli için,

$$z = \mathbf{p}^T |\mathbf{v}| = \mathbf{p}^T |\mathbf{u} - \mathbf{w}| = \mathbf{p}^T (\mathbf{u} + \mathbf{w}) \rightarrow \min \tag{9}$$

$$\begin{aligned} &\mathbf{l} + \mathbf{u} - \mathbf{w} = \mathbf{A}(\boldsymbol{\alpha} - \boldsymbol{\beta}) \\ &\mathbf{D}^T(\boldsymbol{\alpha} - \boldsymbol{\beta}) = 0 \\ &\mathbf{u},\mathbf{v},\boldsymbol{\alpha},\boldsymbol{\beta} \geq 0 \end{aligned} \tag{10}$$

şeklinde yeniden yazılabilir. Aynı amaç fonksiyonu ve kısıtlamalar aşağıdaki gibi düzenlenebilir:

$$z = \begin{bmatrix} \mathbf{0}^T & \mathbf{0}^T & \mathbf{p}^T & \mathbf{p}^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boldsymbol{\alpha} \\ \boldsymbol{\beta} \\ \mathbf{w} \\ \mathbf{u} \end{bmatrix} \rightarrow \min \tag{11}$$

$$\begin{bmatrix} \mathbf{A} & -\mathbf{A} & \mathbf{I} & -\mathbf{I} \\ \mathbf{D}^T & -\mathbf{D}^T & \mathbf{Z} & \mathbf{Z} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boldsymbol{\alpha} \\ \boldsymbol{\beta} \\ \mathbf{w} \\ \mathbf{u} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{l} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix}, \qquad \boldsymbol{\alpha},\boldsymbol{\beta},\mathbf{u},\mathbf{w} \geq 0 \tag{12}$$

Burada $\mathrm{I}_{n\times n}$ birim matris, $Z_{d\times n}$ ise sıfır matrisidir. Sonuç olarak,

$$\begin{bmatrix} \boldsymbol{\alpha} \\ \boldsymbol{\beta} \\ \mathbf{w} \\ \mathbf{u} \end{bmatrix} = \underline{\mathrm{x}}; \quad \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \\ \mathbf{p} \\ \mathbf{p} \end{bmatrix} = \underline{\mathrm{c}} \tag{13}$$

ve

$$\begin{bmatrix} \mathbf{A} & -\mathbf{A} & \mathbf{I} & -\mathbf{I} \\ \mathbf{D}^T & -\mathbf{D}^T & \mathbf{Z} & \mathbf{Z} \end{bmatrix} = \underline{\mathbf{A}}; \quad \begin{bmatrix} \mathbf{l} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} = \underline{\mathbf{b}} \tag{14}$$

denirse;

$$z = \underline{\mathbf{c}}^T \underline{\mathbf{x}} \rightarrow \min \tag{15}$$

$$\underline{\mathbf{A}}\underline{\mathbf{x}} = \underline{\mathbf{b}}; \quad \underline{\mathbf{x}} \geq 0 \tag{16}$$

şeklinde bir doğrusal programlama problemi elde edilebilir. (15) eşitliği amaç fonksiyonu, (16) ile verilenler ise kısıtlamalardır. Bu denklem sistemi, doğrusal programlama yöntemiyle çözülebilen özel bir yöneylem araştırması problemidir. $\mathbf{x}$ vektörü çözülerek $\boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta}, \mathbf{w}$ ve $\mathbf{u}$ vektörleri elde edilir. Sonuç olarak da bilinmeyenler vektörü $\mathbf{x}$ ve düzeltmeler vektörü $\mathbf{v}$ bulunur. Bu işlemler doğrusal olmayan modeller için çözüm vektörü sıfıra yakınsayıncaya kadar iteratif olarak yapılmalıdır (SIMKOOEI 2003). Doğrusal programlama problemlerinin çözümünde simplex yönteminden yararlanılabilir (SCHRIJVER 1998).

EKL_1 ilkesine göre bir GPS ağının dengelenmesi için korelasyonlu gözlemler (baz bileşenleri) korelasyonsuz gözlemlere Cholesky çarpanlarına ayırma yöntemiyle dönüştürülmelidir (STRANG ve BORRE 1997, YETKİN 2008). **P** ağırlık matrisi Cholesky yöntemi ile

$$\mathbf{P} = \mathbf{W}^T \mathbf{W} \tag{17}$$

şeklinde çarpanlarına ayrılır. $\mathbf{W}$ matrisini kullanarak dönüştürülmüş $\mathbf{A}'$ matrisi ve $\mathbf{l}'$ vektörü sırasıyla

$$\mathbf{A}' = \mathbf{W}\mathbf{A} \tag{18}$$

$$\mathbf{l}' = \mathbf{W}\,\mathbf{l} \tag{19}$$

şeklinde elde edilir. Parametre kestiriminde bu dönüşüm uygulandığı zaman bilinmeyen parametreler vektörü değişmemektedir (STRANG ve BORRE 1997). Dönüştürülmüş gözlemlerin kovaryans ve dolayısıyla ağırlık matrisleri birim matristir:

$$\mathbf{C}_l' = \mathbf{I} \tag{20}$$
$$\mathbf{P}' = \mathbf{I}$$

Buradan hareketle (14)'de verilen $\underline{\mathbf{A}}$ matrisi ile $\underline{\mathbf{b}}$ vektörü ve (13)'de verilen $\underline{\mathbf{c}}$ vektörü aşağıdaki gibi değiştirilmelidir (YETKİN 2008):

$$\begin{bmatrix} \mathbf{A}' & -\mathbf{A}' & \mathbf{I} & -\mathbf{I} \\ \mathbf{D}^T & -\mathbf{D}^T & \mathbf{Z} & \mathbf{Z} \end{bmatrix} = \underline{\mathbf{A}}; \quad \begin{bmatrix} \mathbf{l}' \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} = \underline{\mathbf{b}}; \quad \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \\ \mathbf{p}' \\ \mathbf{p}' \end{bmatrix} = \underline{\mathbf{c}} \tag{21}$$

$\mathbf{p}'$, elemanları bir olan bir vektördür.

4. Korelasyonlu Gözlemlerin Güvenirlik Analizi

Güvenirlik analizi ile bir ağın kaba hata belirleme yeteneği (iç güvenirlik) ile ortaya çıkarılamayan uyuşumsuzluğun sonuçlar üzerindeki etkileri (dış güvenirlik) incelenir. Bu bağlamda redundans matrisi R'nin köşegen elemanları olan kısmi redundans sayıları (r_i) ile gözlemlerin kontrol edilebilirlikleri ölçülmektedir. Korelasyonsuz gözlemler için $0 \leq r_i \leq 1$ olmasına rağmen korelasyonlu gözlemlerin kısmi redundans sayıları 1'den büyük veya negatif olabilmektedir (SCHAFFRIN 1997; WANG and CHEN 1994). Bu nedenle normlandırılmış redundans sayılarını kullanarak korelasyonlu gözlemler için iç güvenirlik ölçütü,

$$\nabla_0 l_i = \frac{\delta_0}{\sqrt{\mathbf{c}_i^T \mathbf{P} \mathbf{R} \mathbf{c}_i}} \qquad i = 1, \ldots, \mathrm{n} \tag{22}$$

şeklinde hesaplanmalıdır (WIESER 2004). İç güvenirlik ölçütü belirli bir istatistik güven düzeyi $(1-\alpha)$ ve test gücü $(1-\beta_0)$ ile yapılan uyuşumsuz ölçü testiyle (BAARDA 1968) bir ölçüde kanıtlanabilen en uyuşumsuzluk miktarını göstermektedir. Belirlenemeyen bir uyuşumsuzluğun parametre kestirimleri üzerindeki etkisi ise hem korelasyonlu hem de korelasyonsuz gözlemler için,

$$\nabla_{0,i}\hat{\mathbf{x}} = \left(\mathbf{A}^T \mathbf{P} \mathbf{A}\right)^{-1} \mathbf{A}^T \mathbf{P} \mathbf{c}_i \nabla_0 l_i \tag{23}$$

eşitliği ile verilen dış güvenirlik ölçütü kullanılarak tahmin edilebilir (WIESER 2004). Eşitliklerdeki $\mathbf{c}_i$, i. elemanı 1, diğer elemanları 0 olan bir vektördür.

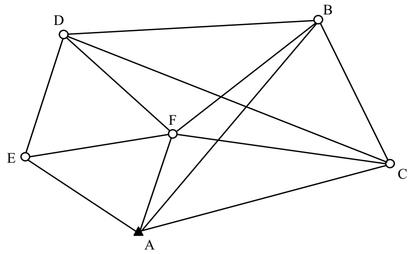
5. Sayısal Uygulamalar

5.1 Uygulama 1

Bu bölümde, SIMKOOEI (2003) tarafından klasik jeodezik ağlarda Gauss-Markoff modeli için verilen robust $\mathrm{EKL}_1\mathrm{Y}$ bir GPS ağına uygulanmıştır. Dört farklı durum için EKKY ile $\mathrm{EKL}_1\mathrm{Y}$ sonuçlarının karşılaştırılması amaçlanmış; sırasıyla EKKY rasgele hatalı ölçülere ve uyuşumsuz ölçülere, $\mathrm{EKL}_1\mathrm{Y}$ rasgele hatalı ölçülere ve uyuşumsuz ölçülere uygulanmıştır. Daha önce de belirtildiği gibi $\mathrm{EKL}_1\mathrm{Y}$'nin GPS ağlarına uygulanabilmesi için korelasyonsuz ölçü dönüşümü gerekmektedir. Çünkü SIMKOOEI (2003)'de ağırlık matrisinin diyagonal (köşegen) olması öngörülmektedir.

Uygulamalar için 6 nokta ve 13 baz gözleminden oluşan bir GPS ağı kullanılmıştır (Şekil 1). Ağın datumu A noktasının koordinatları sabit tutularak sağlanmıştır. Baz bileşenleri birbirleri ile korelasyonlu olduğu için, orijinal ağırlık matrisi dolu simetrik bir matristir.

Ölçüler için iki farklı durum göz önünde bulundurulmuştur. Birinci durumda sadece normal dağılımlı rasgele hatalar ölçüleri etkilemektedir. İkinci durumda ise ΔX_{BC} baz bileşenine –3 m, ΔZ_{DE} baz bileşenine +7 m ve ΔY_{BF} baz bileşenine de + 4 m kaba hata eklenmiştir. Uyuşumsuz ölçüler Tablo 1'de verilmiştir.



Şekil 1: GPS Ağı (Wolf ve Ghilani, 1997)

Tablo 1: Uyuşumsuz ölçüler

Baz Bileşeni	Uyuşumsuz Ölçüler
ΔX_{BC}	3960.5442 -3m
ΔZ_{DE}	-6596.6697 +7m
ΔY_{BF}	5686.2926 +4m

MATLAB ortamında yapılan hesaplamalarda Cholesky yöntemiyle çarpanlara ayırma işlemi için "chol.m" altyordamı, doğrusal programlama probleminin çözümü içinse "linprog.m" altyordamı kullanılmıştır.

GPS ağı önce ölçüler sadece rasgele hatalar ile yüklüyken EKK ve EKL_1 ilkelerine göre dengelenmiştir. Dengelemeler sonunda elde edilen koordinat değerleri Tablo 2'de verilmiştir.

Uyuşumsuz ölçülere karşı hangi yöntemin daha iyi olduğunu görmek için bu kez Tablo 1'de verilen uyuşumsuz baz bileşenlerini de içeren ölçü kümesine EKKY ve EKL_1Y uygulanmış, elde edilen koordinatlar Tablo 3'de verilmiştir.

EKKY ve EKL1Y uygulama sonuçları üzerine aşağıdaki değerlendirmeler yapılabilir (YETKİN 2008):

1-Ölçüler sadece rasgele hatalarla yüklü olduğu zaman EKL_1Y ve EKKY yakın sonuçlar vermektedir (Tablo 2).

2-Uyuşumsuz ölçü olması durumunda EKL_1Y, EKKY'den daha iyi sonuçlar vermektedir. Tablo 2 ve 3'den ölçüler ister sadece rasgele hatalarla yüklü olsun ister bazı ölçüler uyuşumsuz olsun, EKL_1Y'nin birbirine yakın sonuçlar verdiği görülmektedir. Ayrıca bu sonuçlar rasgele hatalı ölçülere ilişkin EKKY sonuçlarına çok yakın değerlerdir. Uyuşumsuz ölçülere ilişkin EKKY sonuçlarının ise oldukça kötü olduğu görülmektedir. Örneğin B noktasının uyuşumsuz ölçülere ilişkin Y koordinatı rasgele hatalı ölçülere ilişkin olandan 1.625 m farklı çıkmaktadır.

Tablo 2: Rasgele hatalı ölçülere ilişkin koordinatlar (m)

N	Dengeli Koordinatlar (EKL_1Y)			Dengeli Koordinatlar (EKKY)		
	X	Y	Z	X	Y	Z
A	402.3509	-4652995.3011	4349760.7775	402.3509	-4652995.3011	4349760.7775
B	8086.0314	-4642712.8478	4360439.0689	8086.0302	-4642712.8460	4360439.0700
C	12046.5800	-4649394.0844	4353160.0549	12046.5802	-4649394.0859	4353160.0552
D	-3081.5827	-4643107.3681	4359531.1143	-3081.5799	-4643107.3660	4359531.1120
E	-4919.3419	-4649361.2182	4352934.4479	-4919.3400	-4649361.2160	4352934.4420
F	1518.8013	-4648399.1442	4354116.6829	1518.8001	-4648399.1459	4354116.6800

Tablo 3: Uyuşumsuz ölçülere ilişkin koordinatlar (m)

N	Dengeli Koordinatlar (EKL_1Y)			Dengeli Koordinatlar (EKKY)		
	X	Y	Z	X	Y	Z
A	402.3509	-4652995.3011	4349760.7775	402.3509	-4652995.3011	4349760.7775
B	8086.0343	-4642712.8369	4360439.0734	8086.2753	-4642711.2218	4360438.5480
C	12046.5885	-4649394.0836	4353160.0584	12045.7800	-4649393.5554	4353158.9638
D	-3081.5753	-4643107.3782	4359531.1141	-3081.7359	-4643107.0213	4359529.0971
E	-4919.3655	-4649361.2153	4352934.4525	-4919.3789	-4649361.1177	4352935.9340
F	1518.8033	-4648399.1459	4354116.683	1518.8352	-4648399.1837	4354116.4181

Tablo 4: EKL_1Y ve EKKY ile bulunan düzeltmeler (m)

EKL_1Y				EKKY			
Ölçü No	Düzeltmeler	Ölçü No	Düzeltmeler	Ölçü No	Düzeltmeler	Ölçü No	Düzeltmeler
1	0.0144	21	-0.0030	1	-0.7941	21	0.2619
2	0.0014	22	-0.0048	2	0.5296	22	-0.8451
3	0.0284	23	0.0023	3	**-1.0662**	23	0.5683
4	0	24	-0.0046	4	-0.0134	24	-0.8342
5	0.0107	25	-0.0288	5	0.1083	25	-0.0741
6	0.0105	26	0.0006	6	**1.4920**	26	0.1360
7	***3.0100***	27	-0.0005	7	*-1.0395*	27	**1.7460**
8	0	28	0.0014	8	**-1.0868**	28	-0.1911
9	-0.0002	29	-0.0123	9	-0.5693	29	0.3825
10	0.0004	30	0.0011	10	-0.4012	30	**-1.7510**
11	-0.0213	31	0.0010	11	**-1.2794**	31	0.2102
12	0.0007	32	***-3.9836***	12	**-1.4909**	32	*1.6693*

13	0.0038	33	0.0004	13	-0.644	33	-0.2601
14	0.0046	34	-0.0010	14	0.1759	34	-0.2102
15	0.0043	35	-0.0090	15	0.9268	35	**-1.6619**
16	-0.0402	36	-0.0104	16	0.1070	36	0.2501
17	0.0129	37	-0.0067	17	-0.2465	37	0.0252
18	***-6.9919***	38	0.0001	18	*3.5067*	38	-0.0377
19	-0.0033	39	-0.0086	19	-0.0352	39	-0.2735
20	0.0059			20	0.0437		

3- Tablo 4'de EKL1Y ve EKKY'ne ilişkin düzeltmeler verilmiştir. Tabloya göre EKL1Y, uyuşumsuzluk miktarlarını büyük oranda ilgili ölçünün düzeltmesine yansıtmaktadır. Bu değerler italik koyu karakterlerle gösterilmiştir. EKKY ise 3,6,8 ve 12. gibi pek çok iyi ölçüyü uyuşumsuz gibi göstermektedir. Bu değerler koyu karakterlerle belirtilmiştir. Tablo dikkatle incelenirse uyuşumsuz ölçüler olan 7., 18. ve 32. gözlemlerdeki etkiyi EKKY'nde düzeltmelere tam olarak yansımamaktadır (italik değerlere bakınız). Bu, EKKY'nin uyuşumsuz ölçü belirlemede, ilk adımda yetersiz kaldığının bir göstergesidir.

4- EKL1Y'nde 4 ve 8. gibi bazı ölçü düzeltmeleri 0 yada 0'a çok yakın çıkmaktadır. Bu, yönteme ilişkin bir zorlama etkisinden kaynaklanmaktadır. Bu etki EKL1Y'nin bir sakıncası olarak düşünülebilir.

5.2 Uygulama 2

Ağdaki baz bileşenleri için iç güvenirlik ölçütleri (22) eşitliği ile hesaplanmış ve Tablo 5'de verilmiştir. δ_0 dış merkezlik parametresi, $\alpha = 0.001$ ve $\beta_0 = 0.20$ için 4.13 olarak seçilmiştir. Tablo 5'deki değerler istatistiksel test yöntemiyle (data snooping) kanıtlanabilen uyuşumsuzluğun en alt sınırını göstermektedir.

Tablo 5: İç güvenirlik ölçütleri

$\nabla_0 l_i$ (cm)			
Ölçü No		Ölçü No	
1	13.68	21	4.91
2	13.26	22	7.84
3	13.65	23	7.49
4	7.28	24	7.62
5	7.05	25	5.83
6	7.16	26	5.88
7	7.77	27	5.78
8	8.05	28	5.48
9	7.66	29	5.61
10	7.65	30	5.87
11	7.76	31	4.30
12	7.68	32	4.67
13	7.24	33	4.31
14	7.38	34	4.20
15	7.08	35	4.67
16	6.50	36	4.36
17	6.61	37	4.57
18	6.62	38	4.73
19	4.63	39	5.06
20	4.60		

6. Sonuç

Jeodezide uyuşumsuz ölçülere karşı robust yöntemler kullanılabilir. Bu yöntemlerden birisi de bir doğrusal programlama problemi şeklinde çözülebilen en küçük L_1 norm yöntemidir (EKL$_1$Y). EKKY'nden farklı olarak düzeltmelerin kareleri toplamı yerine mutlak değerleri toplamının minimum yapıldığı EKL$_1$Y uyuşumsuz ölçülere karşı daha az duyarlı bir yöntemdir. Ancak bu yöntemin GPS ağlarında olduğu gibi korelasyonlu gözlemlere uygulanabilmesi için ağırlık matrisinin köşegenleştirilmesi gerekir. Cholesky çarpanlarına ayırma yöntemiyle gerçekleştirilebilen bu işlemle gözlemler ağırlıkları 1 olan korelasyonsuz gözlemlere dönüştürülmektedir.

Bu çalışmada EKL$_1$Y ile EKKY'ni karşılaştırmak için sayısal bir uygulama yapılmıştır. Ayrıca uygulamada kullanılan GPS ağının iç güvenirlik ölçütleri baz bileşenleri arasındaki korelasyonlar dikkate alınarak hesaplanmıştır. Ölçüler sadece rasgele hatalarla yüklüyken EKL$_1$Y ve EKKY sonuçları yakın çıkmaktadır. Uyuşumsuz ölçüler söz konusu olduğunda ise EKL$_1$Y, sadece rasgele hatalı ölçülere ilişkin sonuçlardan az sapan değerler, EKKY ise kaba hata etkilerini içeren kötü sonuçlar vermektedir. Ayrıca kaba hatalar EKL$_1$Y'nde düzeltmelere daha iyi yansımaktadır. Ancak bazı gözlemlerin düzeltmelerinin sıfır çıkması bu yöntemin sakıncası olarak görülebilir.

Kaynaklar

BAARDA W.: **A testing procedure for use in geodetic networks,** Publications on Geodesy. New Series 2, no.5. Netherlands Geodetic Com., Delft, 1968.

BERBER M.: **Kenar ağlarında uyuşumsuz ölçülerin klasik uyuşumsuz ölçü testleri ve M – kestirimi ile belirlenmesi ve karşılaştırılması,** Yüksek Lisans Tezi, YTÜ Fen Bilimleri Enstitüsü, İstanbul, 1997

ERENOĞLU R.C.: **Jeodezik ağlarda uyuşumsuz ölçülerin robust yöntemlerle ve uyuşumsuz ölçü testleriyle belirlenmesi ve birbirleriyle karşılaştırılması,** Yüksek Lisans Tezi, YTÜ Fen Bilimleri Enstitüsü, İstanbul, 2003

ERENOĞLU R.C., HEKİMOĞLU Ş. : **An investigation into robust estimation applied to correlated GPS networks,** M.G. Sideris (ed.) Observing our Changing Earth, International Association of Geodesy Symposia 133, Springer-Verlag, Berlin, 2009.

HAMPEL F., RONCHETTI E., ROUSSEEUW P., STAHEL W. : **Robust statistics: the approach based on influence functions,** Wiley, New York, 1986.

HEKİMOĞLU Ş., BERBER M. : **Effectiveness of robust methods in heterogeneous linear models,** J Geod 76:706-713, 2003.

HEKİMOĞLU Ş., ERENOĞLU R.C. : **Effect of heteroscedasticity and heterogeneous on outlier detection for geodetic networks,** J Geod 81:137-148, 2007a.

HEKİMOĞLU Ş., ERENOĞLU R.C.: **Jeodezik ağlarda uyuşumsuz ölçülerin klasik yaklaşım ve robust yöntemlerle belirlenmesi,** HKM Jeodezi, Jeoinformasyon ve Arazi Yönetimi Dergisi, Sayı: 97, 3-14, 2007b.

HUBER P.J.: **Robust statistics,** John Wiley, New York, 1981.

KOCH K.R. : **Parameter estimation and hypothesis testing in linear models,** Springer, Berlin, Heidelberg, New York, 1999.

ROUSSEEUW P.J. LEROY A.M. : **Robust regression and outlier detection,** John Wiley, New York, 1987.

SCHAFFRIN B. : **Reliability measures for correlated observations,** J Surv Eng 123:126-137, 1997.

SCHRIJVER A. : **Theory of Linear and Integer Programming,** John Wiley & Sons, 1998.

SIMKOOEI A.A. : **Formulation of L_1 norm minimization in Gauss-Markov Models,** J Surv Eng, 129(1):37-43, 2003.

SCHRIJVER A. : **Theory of Linear and Integer Programming,** John Wiley & Sons, 1998.

SIMKOOEI A.A. : **Formulation of L_1 norm minimization in Gauss-Markov Models,** J Surv Eng, 129(1):37-43, 2003.

STRANG G. BORRE K. : **Linear algebra, geodesy and GPS,** Wellesley-Cambridge Press, Wellesley, USA, 1997.

WANG J. CHEN Y. : **On the reliability measure of observations,** Acta Geod Cartogr Sinica 23:42-51, 1994.

WIESER A. : **Reliability checking for GNSS baseline and network processing,** GPS Solutions 8:55-66, 2004.

WOLF P.R. GHILANI C.D. : **Adjustment computations, statistics and least squares in surveying and GIS,** John Wiley & Sons, Inc., 1997.

YANG Y. SONG L. XU T. : **Robust estimator for correlated observations based on bifactor equivalent weights,** J Geod 76:353-358, 2002.

YETKİN M. : **GPS ağlarının optimal tasarımı ve robust istatistik yöntemlerin kullanılabilirliği,** Selçuk Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Jeodezi ve Fotogrametri Müh. ABD Yüksek Lisans Tezi, 2008.

YETKİN M. İNAL C. YİĞİT C.Ö.Y. : **Ölçülerin korelasyonlu olması durumunda robust kestirim,** HKM Jeodezi Jeoinformasyon ve Arazi Yönetimi Dergisi, 100: 21-26, 2009.

YETKİN M. İNAL C. : **Jeodezik ağlarda L_1 norm minimizasyonu: yükseklik ağı örneği,** Harita Dergisi, 143:13 – 18, 2010