

# GPS ve Nivelman Ölçüleri İle Çekül Sapması Bileşenlerinin Hesaplanması ve Konya GPS Test Ağı Örneği

Ayhan CEYLAN<sup>2</sup>

## Özet

Çekül sapması, yersel ağlara ilişkin jeodezik ölçülerin (yatay ve düşey doğrultu gözlemleri ve uzunluk ölçüleri vb.) elipsoit üzerine indirgenmesinde ve jeoit modellemelerinde kullanılmaktadır. Genellikle, astro-jeodezik ve gravimetrik yöntemlerle elde edilmektedir. Bu yöntemler oldukça zor ve zaman alıcı yöntemlerdir. GPS gibi Uydu Konum Belirleme Sistemlerinin (GNSS) jeodezide yaygın olarak kullanımı sayesinde noktalara ait elipsoidal koordinatlar kolaylıkla elde edilebilir hale gelmiştir. Noktalara ait ortometrik yüksekliklerin de geometrik nivelman tekniği ile belirlendiği durumlarda, GPS ve nivelman yükseklikleri kullanılarak jeoit yükseklik farkları ve çekül sapması bileşenleri diğer yöntemlere göre daha hızlı ve daha kolay hesaplanabilir hale gelmiştir. Bu çalışmada, GPS ve nivelman ölçüleri ile çekül sapması bileşenlerinin hesaplanması konu edinilmiştir. Ayrıca, GPS ve nivelman ölçüleri ile elde edilen çekül sapması bileşenleri global (EGM96 ve CG03C) ve bölgesel (TG03) Jeoit modelleri ile karşılaştırılmıştır. Çekül sapması bileşenleri  $\xi$  (kuzey-güney) ve  $\eta$  (doğu-batı), GPS/nivelman ile ( $\xi=-4,15''\pm 0,61''$ ,  $\eta=8,75''\pm 0,69''$ ), EGM96 jeoit modeli ile ( $\xi=-5,64''$ ,  $\eta=1,95''$ ), CG03C jeoit modeli ile ( $\xi=-4,85''$ ,  $\eta=1,82''$ ) ve TG03 jeoit modeli ile ( $\xi=-7,47''$ ,  $\eta=-0,51''$ ), Ayan (1976)'da verilen Türkiye'nin Astro-jeodezik çekül sapması haritasından  $\xi=-3,9''$  ve  $\eta=4,6''$  olarak elde edilmiştir. GPS ve nivelman verileriyle elde edilen değerler diğer yöntemlerle karşılaştırıldığında, kuzey-güney bileşeni yaklaşık tutarlı iken doğu-batı yönünde bir miktar farklılık vardır. EGM96 ve CG03C global modellerinde Türkiye'ye ilişkin farklılığın yersel gravite verilerinin eksik veya yok denecek kadar az bulunmasından kaynaklandığı sonucuna varılmıştır.

## Anahtar Sözcükler:

Çekül Sapması, Çekül Sapması Bileşenleri, GPS/Nivelman, EGM96, CG03C

## Abstract

### Assessing Components of Deflection of the Vertical from GPS and Leveling Measurements in Konya GPS Test Network

Deflection of the vertical is used in geoid modeling for reducing geodetic measurements to ellipsoid plane in geodetic networks (vertical and horizontal angle observations and distance measurements). Generally it is obtained using astro-geodetical and gravimetrical techniques which are very difficult and time-consuming. The ellipsoidal coordinates of points are easily achievable using the satellite position determination techniques (as GPS) in geodesy. In the case of determination of orthometric heights for the points with geometric leveling, the geoidal height differences and the components of the deflection of the vertical

components can be calculated much more easily and faster than the other techniques using GPS and leveling measurements.

In this study, the computation of the deflection of the vertical components from GPS and leveling measurements are discussed. Moreover, the values obtained from both GPS and leveling measurements are compared with global geoid models, namely EGM96 and CG03C, and local geoid model (TG03). The components of the deflection of the vertical  $\xi$  (north-south) and  $\eta$  (east-west) are obtained as  $\xi=-4,15''\pm 0,61''$ ,  $\eta=8,75''\pm 0,69''$  from GPS and leveling,  $\xi=-5,64''$ ,  $\eta=1,95''$  from EGM96 geoid model,  $\xi=-4,85''$ ,  $\eta=1,82''$  from CG03 geoid model,  $\xi=-7,47''$ ,  $\eta=-0,51''$  from TG03 and  $\xi=-3,9''$ ,  $\eta=4,6''$  from Astro-Geodetic deflection of vertical map of Turkey which was drawn by Ayan (1976). When the values obtained from GPS and leveling measurements are compared with the ones from other methods, the north-south component approximately has been found to be consistent with each other while there are some discrepancies at east-west direction. It is rather not surprising to obtain non-comparable results especially in the absence of sufficient data about terrestrial gravity relating to Turkey in the global geoid models (EGM96 and CG03C).

## Keywords:

Components of Deflection of the Vertical, GPS/Leveling, EGM96, CG03C

## 1. Giriş

Ölçmelerin yapıldığı fiziksel yeryüzünün çok karmaşık bir yüzey olması nedeniyle yeryuvarının biçimi olarak, ölçülerin değerlendirilebilmesi ve hesapların yapılabilmesi için daha basit yüzeyler kullanılır. Bunlar geometrik olarak tanımlanan elipsoit ve fiziksel olarak tanımlanan ve ağırlık potansiyelinin nivo yüzeylerinden biri olan jeoit yüzeyidir. Jeoit, gravite potansiyelinin her yerinde eşit ve çekül doğrultusuna daima dik olan ortalama deniz seviyesindeki bir nivo yüzeyidir. Bu yüzey; kısmen katı yeryuvarı içinden geçer ve eğriliği, yoğunluğun ani olarak değiştiği yerlerde süreksizlik gösterir. Bu nedenle matematiksel olarak kolayca ifade edilebilen basit analitik bir yüzey değildir. Ülke ölçmelerinde, noktaların jeodezik koordinatlarının hesabı, ölçme bölgesindeki yeryuvarının şekline ve büyüklüğüne büyük ölçüde yakınsayan, somut bir model yüzey olarak bir elipsoit üzerinde yapılır. Ölçme aletleri ile fiziksel yeryüzü üzerinde yapılan ölçmeler ise noktadan geçen gerçek nivo yüzeyi ve çekül doğrultusuna dayanır. Elipsoit ise geometrik olarak tanımlanan basit bir yüzeydir ve referans yüzeyi olarak seçilir. Her ne kadar elipsoit, jeoit ve yaklaşan bir yüzey olarak tasarlanmış ve teorik olarak konuşlandırılmış olsa da bu iki yüzey çakışmaz. Aralarındaki

<sup>1</sup> Yrd. Doç. Dr., Selçuk Üniversitesi Harita Mühendisliği Bölümü, aceylan@selcuk.edu.tr

farka jeoit undulasyonu denir ve N ile gösterilir. Harita yapım amaçları yanında kimi (örneğin suyun akış yönü ile ilgili) uygulamalarda noktaların jeoidden yüksekliklerinin bilinmesi gerekir. Jeoidin elipsoide göre konumu, sadece jeoit yüksekliği ile değil “çekül sapması” ile de belirlenebilir. Jeoit yüksekliği ve çekül sapması, bozucu gravite alanı bileşenlerinden ikisidir; aralarında dönüşüm yapılabilir.

Çekül sapması, bir noktadaki jeodezik başucu (zenit) doğrultusu ile yerel astronomik başucu doğrultusu arasındaki açı olarak tanımlanmaktadır (Heiskaen and Moritz 1984, Gürkan 1979). Çekül sapmaları yerel gravite alanının önemli parametreleridir, bu nedenle kendisine birçok uygulama alanı bulmuştur. Çekül sapması bileşenlerinin kullanıldığı uygulamalar olarak:

1. Astronomik koordinatlardan jeodezik koordinatlara geçiş,
2. Astronomik azimuttan jeodezik azimuta geçiş,
3. Yatay ve düşey açıların elipsoit yüzeyine indirgenmesi,
4. Jeodezik yatay kontrol ağlarının kesin dengelemelerinin yapılması,
5. Jeoidin belirlenmesi: Güncel yüksek dereceli global jeopotansiyel modeller yerel uygulamalarda kullanılabilir seviyeye yaklaşmışlardır (Pavlis et al. 2008). Jeoit yükseklikleri ve çekül sapması bileşenleri  $\xi$ ,  $\eta$ , kullanılan ölçülerin özelliğine (gravimetrik veri içerip içermediğine) göre belirli bir doğrulukta hesaplanabilir,
6. Elipsoidal yüksekliklerden yerel (Ortometrik ve normal) yükseklik sistemlerine dönüşüm: Uydu ölçmeleri geometrik bir referans elipsoidine (WGS-84) göredir. Halbuki düşey yükseklikler jeoit yüzeyini referans alır. Uygulamada konum yani deniz seviyesinden olan yükseklikler tercih edildiğinden elipsoidal yüksekliklerin jeoide dayalı yükseklik sistemlerine dönüştürülmeleri gerekir,
7. Jeofizik çalışmalar: Çekül sapması ve jeoit yükseklikleri yeryuvarının kitle (yoğunluk) dağılımından doğrudan etkilenir. Söz konusu verileri Jeodeziciler yeryüzünün fiziksel modellerini geliştirmek için, benzer bir şekilde uygulamalı jeofizikçiler de ham petrol, gaz ve maden cevherlerinin araştırılması için kullanır (Acar 1999; Turgut ve Acar 2005),

Sayılabılır.

Çekül sapması (genellikle kuzey-güney ve doğu-batı olmak üzere iki bileşenle gösterilir) astro-jeodezik veya gravimetrik yöntemler ile elde edilir. Astro-jeodezik yöntem, astronomik coğrafi koordinatlar ( $\Phi$ ,  $\Lambda$ ) ve jeodezik coğrafi koordinatları ( $\phi$ ,  $\lambda$ ) kullanırken, gravimetrik yöntem, yer gravite alanına ait gravite anomalilerini veri olarak değerlendiren Stokes formüllerine dayanır (Heiskanen and Moritz 1984; Ayan 1978; Arslan ve Yılmaz 2005). Astro-Jeodezik yöntem ile çekül sapması bileşenleri 0,1"-0,2" doğrulukta belirlenebilmektedir (Hirt ve Bürki 2002).

Söz konusu büyüklükler yukarıda sözü edilen iki yöntem dışında, global jeopotansiyel model ve bölgesel gravimetrik modellerin kullanılması yanında, GPS ve nivelman ölçülerinin ayrıca GPS ve gravite ölçülerinin birleştirilmesi yardımıyla da elde edilebilmektedir.

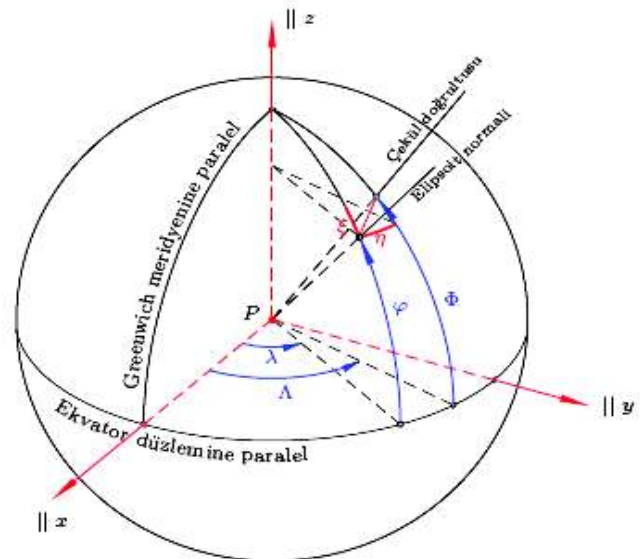
Global jeoit modelleri, tüm yeryüzüne ait gravite bilgilerinden faydalanarak oluşturulmuş bir modeldir. Bu modellere örnek olarak CG03C ve EGM96 modelleri verilebilir. Global jeoit modellerine ait potansiyel harmonik katsayılarından yararlanılarak jeoit yüksekleri veya çekül sapması bileşenleri doğrudan hesaplanabilmektedir. Bölgesel jeoit modeller ise kullanıldığı ülkenin yersel veri kaynaklarına bağlı olarak global modelden biraz saparlar.

Çekül sapması bileşenleri, gravite ölçülerinin olmadığı bölgelerde, geometrik nivelmanla elde edilmiş Ortometrik yükseklikler ve GPS'den elde edilen elipsoidal yükseklikler yardımıyla bulunabilirler. Daha önce Soler vd. (1989), Vandenberg (1999), Magilevsky ve Melzer (1994), Acar ve Turgut (2005), Tse ve Iz (2006), Akkul (2007) tarafından yapılan çalışmalarda geleneksel ve yeni ölçme yöntemlerinin birleştirilmesi ile çekül sapması bileşenlerinin hesaplanabileceği gösterilmiştir. Bu çalışmada, Konya'da mevcut bir nivelman ağında GPS ve geometrik nivelman ölçmeleri ile çekül sapması bileşenlerinin hesaplanıp hesaplanamayacağı konusu araştırılmıştır. Konya'da önceki yıllarda gerçekleştirilen pek çok uygulamaya ilişkin nivelman ve GPS yükseklik verisi çekül sapması bileşenlerinin hesabı açısından zengin bir kaynak oluşturmaktadır.

Bu çalışmanın amacı, çekül sapması bileşenlerinin hesaplanmasında uygulanan yöntemlerin tanıtılması ve seçilen bir test alanında GPS/Nivelman ile elde edilen çekül sapması bileşenlerinin, Global jeoit modelleri (EGM96 ve CG03C) ve bölgesel jeoit (TG03) modelinden türetilenler ile karşılaştırılmasıdır.

## 2. Çekül Sapması

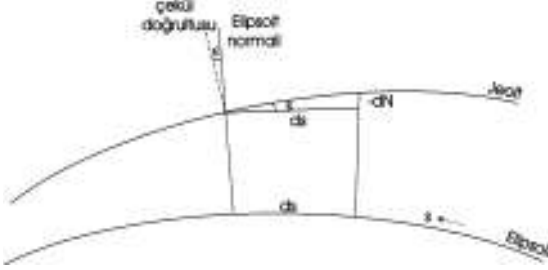
Çekül sapması, gerçek çekül doğrultusu ile referans elipsoidinin yüzey normali yani “matematiksel çekül doğrultusu” arasındaki açısal farktır (Şekil 1) ve kuzey-güney ( $\xi$ ) ve doğu-batı ( $\eta$ ) olmak üzere iki bileşeni ile ifade edilir (Şekil 1)



Şekil 1: Çekül sapması bileşenleri (Üstün 2006)

## 2.1. GPS ve Geometrik Nivelman Verileri İle Çekül Sapması Bileşenlerinin Hesabı

Jeoit yüksekliği ile çekül sapması arasındaki ilişki Şekil 2’de görülmektedir.



Şekil 2: Geoit yüksekliği ile çekül sapması arasındaki ilişki (Heiskanen ve Moritz 1984)

Jeoit yüksekliği ile çekül sapması arasındaki diferansiyel ilişki;

$$dN = -\varepsilon ds \quad (1)$$

veya

$$\varepsilon = -\frac{dN}{ds} \quad (2)$$

bağıntısı ile ifade edilir (Heiskanen ve Moritz 1984). Burada N jeoit yüksekliği,  $\varepsilon$  çekül sapması ve S uzaklığı belirtir.

Herhangi bir jeodezik azimut ( $\alpha$ ) doğrultusundaki çekül sapması, kuzey-güney ve doğu-batı bileşenlerinden,

$$\varepsilon = \xi \cos \alpha + \eta \sin \alpha \quad (3)$$

bağıntısı ile hesaplanabilir.

(2) ve (3) bağıntılarını birleştirildiğinde;

(4) bağıntısındaki diferansiyel elemanların yerine jeodezik ölçülerden bulunan farklar yazılırsa;

$$-\frac{\Delta N}{\Delta s} \approx \xi \cos \alpha + \eta \sin \alpha \quad (5)$$

çıkabilir.

Yeryüzünde birbirine yakın A ve B gibi iki nokta için jeoit yükseklikleri, elipsoidal (h) ve ortometrik yükseklikler (H) cinsinden,

$$N_A = h_A - H_A \quad (6)$$

$$N_B = h_B - H_B \quad (7)$$

eşitlikleriyle tanımlanır.

(6) bağıntısından (7) çıkarılırsa A ve B noktaları arasındaki jeoit yükseklikleri farkı ( $\Delta N_{AB}$ ),

$$\Delta N_{AB} = N_A - N_B = \Delta h_{AB} - \Delta H_{AB} \quad (8)$$

elde edilir. Son olarak (8) bağıntısı (5) de yerine yazılırsa,

$$-\frac{\Delta h_{AB} - \Delta H_{AB}}{\Delta s} \approx \xi \cos \alpha + \eta \sin \alpha \quad (9)$$

bulunur. Bu bağıntının sol tarafındaki  $\Delta H$ , geometrik nivelman,  $\Delta h$  ise GPS ölçmelerinden elde edilen değerlerdir. Bu durumda (9) bağıntısı iki bilinmeyenli ( $\xi$  ve  $\eta$ ) bir denklemdir. Bu denklemdeki  $\alpha$  açıklık açısı, A ve B noktalarında ölçülen jeodezik koordinatlardan ( $\varphi$  ve  $\lambda$ ) hesaplanabilir. Herhangi bir A noktasındaki çekül sapması bileşenlerinin hesabı için B ve C gibi yardımcı noktalara ihtiyaç vardır. (A, B) ve (A, C) nokta çiftlerine ait elipsoidal ve ortometrik yükseklikler kullanılarak A noktasındaki çekül sapması bileşenleri hesaplanabilir. Ayrıca, herhangi bir noktadaki çekül sapması bileşenleri, nokta etrafına dağılmış üç veya daha fazla noktaya ilişkin veriler yardımıyla içerisinde bilinmeyen bulunan koşullu ölçüler dengelemesi ile de belirlenebilir (Tse ve Iz 2006).

Elipsoidal yükseklik farkları ile ortometrik (ya da nivelman) yükseklik farklarının korelasyonsuz olduğu varsayılır ve (9) nolu bağıntıya hata yayılma kuralı uygulanırsa aşağıdaki eşitlik elde edilir.

$$\sigma_\varepsilon^2 = \frac{1}{\Delta s^2} (\sigma_{\Delta H}^2 + \sigma_{\Delta h}^2) + \left( \frac{\Delta h - \Delta H}{\Delta s^2} \right)^2 \sigma_{\Delta s}^2 \quad (10)$$

(10) bağıntısındaki ikinci terim dördüncü dereceden bir terimdir ve göz ardı edilebilir. Bu nedenle,

$$\sigma_\varepsilon^2 = \frac{1}{\Delta s^2} (\sigma_{\Delta H}^2 + \sigma_{\Delta h}^2) \quad (11)$$

şeklinde yazılabilir (Tse ve Iz 2006). GPS ve geometrik nivelman ölçülerinin sistematik hatalardan arındırıldığı varsayıldığında her iki tekniğe ait ölçme doğrulukları oldukça yüksek olacaktır. Değişik baz uzunluklarında ve farklı  $\sigma_{\Delta H}$  ve  $\sigma_{\Delta h}$  için hesaplanan teorik standart sapma değerleri Tablo 1’de verilmiştir.

Tablo 1: Teorik standart sapma ( $\sigma_\varepsilon$ )

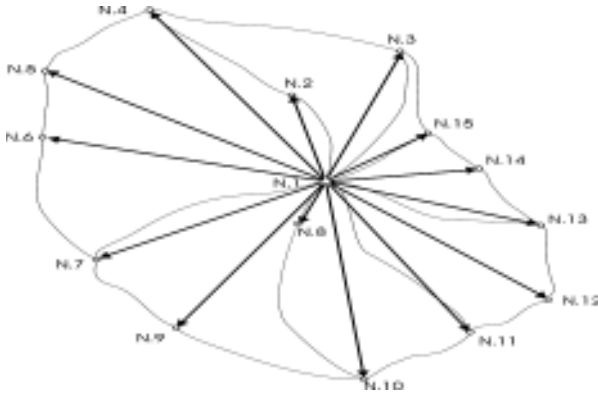
$\sigma_\varepsilon$	$\sigma_{\Delta H} = 1\text{mm}$ $\sigma_{\Delta h} = 1\text{mm}$	$\sigma_{\Delta H} = 5\text{mm}$ $\sigma_{\Delta h} = 1\text{mm}$	$\sigma_{\Delta H} = 5\text{mm}$ $\sigma_{\Delta h} = 5\text{mm}$	$\sigma_{\Delta H} = 10\text{mm}$ $\sigma_{\Delta h} = 5\text{mm}$	$\sigma_{\Delta H} = 10\text{mm}$ $\sigma_{\Delta h} = 10\text{mm}$
$\Delta S=1\text{km}$	0,29"	1,05"	1,46"	2,31"	2,92"
$\Delta S=2\text{km}$	0,15"	0,53"	0,73"	1,15"	1,46"
$\Delta S=5\text{km}$	0,06"	0,21"	0,29"	0,46"	0,58"
$\Delta S=10\text{km}$	0,03"	0,11"	0,15"	0,23"	0,29"
$\Delta S=20\text{km}$	0,01"	0,05"	0,07"	0,12"	0,15"

Tablo 1'de görüldüğü gibi, çekül sapması belirlemelerindeki standart sapma, GPS ve geometrik nivelman ölçülerindeki standart sapmalar ile doğru orantılı iken, uzaklıklar ile ters orantılıdır. Ayrıca, elde edilen standart sapmaların oldukça küçük olduğu da görülmektedir. Noktalar arasındaki uzunluk değerleri arttıkça çekül sapması bileşenlerinin hata değerleri küçülmektedir.

### 3. Uygulama

#### 3.1. Test Ağı ve Özellikleri

Uygulama, Konya Selçuk Üniversitesi Alaaddin Keykubat Kampus alanı içerisinde oluşturulan 15 noktalı bir test ağına yapılmıştır. Ağa ait nokta yükseklikleri yaklaşık 1100 m olup arazi nispeten düz bir yapıya sahiptir (Şekil 3).



Şekil 3: Test ağı

#### 3.2. Arazi çalışmaları ve Hesaplamalar

Test ağının noktaları arasındaki yükseklik farkları ülke nivelman ağına ait nivelman röper noktalarından çıkış alınarak geometrik nivelman ile belirlenmiştir. Yükseklik farkları, aralarında korelasyon olmadığı varsayılarak  $P=1/S$

ağırlık modeline göre dengeleme ile hesaplanmıştır. Dengelemiş yükseklik farkları yaklaşık ortometrik yükseklik farkları olarak kabul edilmiş ve Tablo 2'de gösterilmiştir.

Bilindiği gibi geometrik nivelmanla elde edilen pratik yükseklikler ortometrik yükseklik değildir. Pratik yüksekliklerden ortometrik yüksekliğe geçiş için ortometrik düzeltme gerekir. Küçük ve düz bir alanda bu düzeltmeler göz ardı edilebilir.

GPS ölçmelerinde, 2 Topcon Hiper Pro GPS alıcısı kullanılmıştır. GPS ölçüleri, GPS alıcılarından biri kampus alanı içerisinde bulunan TUTGA (SLCK) noktasına kurulduktan sonra diğer GPS alıcısı sırasıyla test ağına ait tüm noktalara kurularak statik ölçme modunda 1 saatlik oturumlar gerçekleştirilmiştir. GPS değerlendirme yazılımı ile ölçüler değerlendirildikten sonra elde edilen elipsoidal yükseklik farkları Tablo 2'de verilmiştir.

GPS ölçümleri ile elde edilen elipsoidal koordinatlardan noktalar arasındaki jeodezik eğri uzunlukları ve azimut değerleri Vincenty (1975) formülleri kullanılarak hesaplanmıştır.

#### 3.2.2. Çekül sapması bileşenlerinin hesabı

A ve B noktaları arasındaki nivelman ( $\approx$ ortometrik) ve elipsoidal yükseklik farkları yardımıyla çekül sapması bileşenlerinin hesaplanmasında (9) eşitliği kullanılarak bilinmeyenli koşul denklemleri bulunur.

$$\frac{1}{\Delta S_{AB}} V_{\Delta h_{AB}} - \frac{1}{\Delta S_{AB}} V_{\Delta H_{AB}} + \cos \alpha_{AB} \xi + \sin \alpha_{AB} \eta + \frac{\Delta h_{AB} - \Delta H_{AB}}{\Delta S_{AB}} = 0 \quad (13)$$

(13) eşitliği elipsoidal yükseklik ve ortometrik yükseklik farklarını ve bilinmeyen olarak da iki çekül sapması bileşenini içermektedir. Hata denklemlerine, içerisinde bilinmeyen bulunan koşullu ölçüler dengelemesi (Helmert) yaklaşımı uygulanarak çekül sapması bileşenleri hesaplanabilir (Tse ve Iz 2006)

Tablo 2. Nivelman ( $\approx$ ortometrik) ve elipsoidal yükseklikler

Kenar No	Başlangıç No	Bitiş No	Jeodezik		Nivelman (Ort.) Yük. Farkı $\Delta H$ (m)	Elipsoidal Yük. Farkı $\Delta h$ (m)
			Azimut ( $\alpha$ ) ( $^\circ$ )	Uzunluk (s) (m)		
1	N.1	N.2	341,05925	1694,162	-19,907	-19,987
2	N.1	N.3	346,58740	2528,995	-44,584	-44,675
3	N.1	N.4	339,91027	3247,269	-69,275	-69,362
4	N.1	N.5	319,73764	2772,858	-100,514	-100,616
5	N.1	N.6	299,42439	1842,437	-81,225	-81,307
6	N.1	N.7	259,76721	1183,185	-38,025	-38,066
7	N.1	N.8	156,46449	485,699	0,690	0,698
8	N.1	N.9	181,83638	1202,129	-1,002	-0,987
9	N.1	N.10	151,27492	1970,697	37,714	37,806
10	N.1	N.11	127,17294	2210,365	50,332	50,436
11	N.1	N.12	107,93301	1910,508	50,077	50,166
12	N.1	N.13	91,93777	1928,868	48,002	48,096
13	N.1	N.14	75,91260	1590,138	18,778	18,837
14	N.1	N.15	59,94529	1257,791	12,701	12,732



$$\underline{A}^T \underline{v} + \underline{B} \underline{\hat{x}} + \underline{w} = \underline{0}; \underline{N}_1 = \underline{A}^T \underline{P}^{-1} \underline{A} \quad (14)$$

Normal denklemler,

$$\begin{aligned} \underline{N}_1 \underline{k} + \underline{B} \underline{x} + \underline{w} &= \underline{0} \\ \underline{B}^T \underline{k} &= \underline{0} \end{aligned} \quad \text{veya}$$

$$\begin{bmatrix} \underline{N}_1 & \underline{B} \\ \underline{B}^T & \underline{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{k} \\ \underline{x} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \underline{w} \\ \underline{0} \end{bmatrix} = \underline{0} \quad (15)$$

şeklinde. Çözüm aşağıda verilen hesap adımlarıyla gerçekleştirilir (Ulsoy 1990):

$$\begin{bmatrix} \underline{K} \\ \underline{x} \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} \underline{N}_1 & \underline{B} \\ \underline{B}^T & \underline{0} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \underline{w} \\ \underline{0} \end{bmatrix} = \underline{0}$$

$$\underline{x} = -(\underline{B}^T \underline{N}_1^{-1} \underline{B})^{-1} \underline{B}^T \underline{N}_1^{-1} \underline{w}$$

$$\underline{k} = \underline{N}_1^{-1} \underline{B} (\underline{B}^T \underline{N}_1^{-1} \underline{B})^{-1} \underline{B}^T \underline{N}_1^{-1} \underline{w} - \underline{N}_1^{-1} \underline{w}$$

$$\begin{bmatrix} \underline{N}_1 & \underline{B} \\ \underline{B}^T & \underline{0} \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} \underline{Q}_{kk} & \underline{Q}_{kx} \\ \underline{Q}_{kx} & -\underline{Q}_{xx} \end{bmatrix}$$

$$\underline{Q}_{kk} = \underline{N}_1^{-1} - \underline{N}_1^{-1} \underline{B} (\underline{B}^T \underline{N}_1^{-1} \underline{B})^{-1} \underline{B}^T \underline{N}_1^{-1}$$

$$\underline{Q}_{kx} = \underline{N}_1^{-1} \underline{B} (\underline{B}^T \underline{N}_1^{-1} \underline{B})^{-1} = \underline{N}_1^{-1} \underline{B} \underline{Q}_{xx}$$

$$\underline{Q}_{xx} = (\underline{B}^T \underline{N}_1^{-1} \underline{B})^{-1}$$

$$\underline{k} = -\underline{Q}_{kk} \underline{w} \quad \underline{x} = -\underline{Q}_{kx} \underline{w}$$

$$\underline{v} = \underline{P}^{-1} \underline{A} \underline{k}$$

$$m_o = \sqrt{\frac{\underline{v}^T \underline{P} \underline{v}}{r - u}}$$

Buradaki  $\underline{A}$ , düzeltmelere ilişkin katsayılar matrisi ve boyutları 14x28;  $\underline{v}$ , ölçü noktalarındaki elipsoidal ve ortometrik yükseklik farkları için düzeltmeler vektörü ve boyutları 28x1;  $\underline{B}$ , bilinmeyenlerin katsayılar matrisi ve boyutları 14x2;  $\underline{x}$ , başlangıç noktasındaki bilinmeyen çekül sapması bileşenleri vektörü ve boyutları 2x1;  $\underline{w}$ , kapanmalar vektörü ve boyutları 14x1'dir. Bu çözümde, 14 koşul denklemi ve 2 bilinmeyen parametre olması nedeniyle serbestlik derecesi 12'dir.

Çözüm sonucunda test noktasındaki çekül sapması bileşenleri  $\xi = -4,15'' \pm 0,61''$   $\eta = 8,75'' \pm 0,69''$  olarak elde edilmiştir.

Test noktasına ait çekül sapması bileşenleri EGM96 ve CGO3C global modelleri ile TG03 bölgesel jeoit modeli için ve astro-jeodezik yöntemle de hesaplanmıştır. Elde edilen sonuçlar Tablo 3'de verilmiştir.

Tablo 3'den görüldüğü gibi, kuzey-güney bileşen değerleri biri (TG03) dışında uyumlu iken doğu-batı bileşen değerlerinde tutarsızlıklar gözlenmektedir. EGM96 ve CGO3C modellerinde Türkiye'ye ilişkin yersel gravite verileri eksik veya yok denecek kadar az bulunduğundan karşılaştırılabilir bir sonucu beklemek güçtür. Ancak buna rağmen kuzey-güney bileşeninde anlamlı bir yakınlık, diğer bileşende ise kabaca yakınlık elde edilmiştir. Ayrıca, Çekül sapması bileşenlerinin hesaplanmasında en güvenilir yöntem olarak bilinen astro-jeodezik yöntem ile Ayan (1979) tarafından hazırlanmış olan Türkiye astro-jeodezik Çekül Sapması Haritasından elde edilen değerler ile de oldukça uyumlu sonuçlar elde edilmiştir. Sonuç olarak, GPS/nivelman yönteminin çekül sapması bileşenlerinin hesaplanması için güvenilir bir yöntem olduğu söylenebilir.

Tablo 3: Çekül sapması bileşenleri

Yöntem	Çekül sapması bileşenleri		
	$\xi$ (kuzey-güney)	H (doğu-batı)	
<b>GPS/Nivelman</b>	-4,15''±0,61	8,75''±0,69	
<b>Gravimetrik</b>	EGM96	-5,64''	1,95''
	CG03C	-4,85''	1,82''
	TG03	-7,47''±1,81''	-0,51''±2,06''
<b>Astro-jeodezik</b>	-3,9''	4,6''	

#### 4. Sonuç ve Öneriler

Bu çalışmada, gelişen uzay ölçme teknolojilerine paralel olarak uydu konum belirleme tekniklerinin fiziksel jeodezinin bazı büyüklüklerinin belirlenmesinde sağladığı kolaylıklar ortaya konulmuştur. Bu kapsamda elipsoidal ve nivelman ( $\approx$ ortometrik) yükseklik farklarından çekül sapması bileşenlerinin hesaplanabileceği bir uygulama ile gösterilmiştir.

GPS/Nivelman verileri ile çekül sapması bileşenlerinin belirlenebilmesi amacıyla, Konya Selçuk Üniversitesi Alaaddin Keykubat Kampus alanındaki 15 noktadan oluşan bir test ağı seçilmiştir. Test ağına ait elipsoidal koordinatlar GPS ölçüleriyle, yükseklikler ise geometrik nivelman yöntemiyle elde edilmiştir.

Test ağına değişik uzunluklara sahip bazlardaki jeoit yükseklik farkları ( $\Delta N$ ), jeodezik azimut ( $\alpha$ ) ve jeodezik eğri uzunlukları kullanılarak çekül sapması bileşenleri hesaplanmıştır. Değişik yönlere uzunlukları 485 m ile 3250m arasında değişen 14 baza ait ölçülerle hesaplanan çekül sapması bileşenleri için -4,15''±0,61'' (kuzey-güney) ve 8,75''±0,69'' (doğu-batı) değerleri elde edilmiştir. Standart sapmalara göre bilinmeyen çekül sapması bileşenlerinin yeterli doğrulukla hesaplandığı söylenebilir. Diğer iki yöntemde ise, hesaplanan çekül sapmalarının doğruluğu, bölgeyi temsil eden gravimetrik verilerin miktarı ve doğruluğu ile yakından ilişkilidir. Ayrıca noktalar arasındaki

mesafenin kısa oluşu ve uygulama sahasının arazinin oldukça düz bir kesimine karşılık gelmesi modellerden çekül sapmasının hesabını güçleştirmektedir. Karşılaştırma için en güvenilir yöntem çekül sapması bileşenlerinin 0,1"-0,2" doğrulukta belirlenebildiği astro-jeodezik yöntemdir (Hirt Ve Bürki 2002). Ayan (1976)'da verilen Türkiye'nin astro-jeodezik çekül sapması haritasına göre Konya için kestirilen çekül sapması değerleri bu uygulamada belirlenen sonuçlara yakın çıkmaktadır.

## Teşekkür

Bu çalışmaya sağlamış olduğu teknik destekleri için Yrd. Doç. Dr.Aydın Üstün'e teşekkür ederim.

## Kaynaklar

- ACAR M.: **Astronomik Gözlem Sonuçları ile Jeodezik Gözlem Sonuçlarının Karşılaştırılması**, Yüksek Lisans Tezi, S.Ü. Fen Bilimleri Enstitüsü, Konya, 1999
- ACAR M.: **TURGUT B., Astro- Jeodezik Çekül Sapması: Selçuk Üniversitesi GPS Test Ağı Örneği**, Harita ve Kadastro Mühendisleri Odası 10. Türkiye Harita Bilimsel ve Teknik Kurultayı, 28.03-01.04.2005, Ankara, 2005
- AKKUL M.: **GPS ve Nivelman Ölçüleri Yardımıyla Çekül Sapması Bileşenlerinin Hesaplanması Üzerine Bir Çalışma**, Yüksek Lisans Tazi, Selçuk Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Konya, 2007
- ARSLAN E.: **YILMAZ M., Geoit Belirleme Yöntemleri**, Harita ve Kadastro Mühendisleri Odası 10. Türkiye Harita Bilimsel ve Teknik Kurultayı, 28.03-01.04.2005, Ankara, 2005.
- AYAN T.: **Astrogeodatische Geoidberechnung für das Gebiet der Türkei**, Doktora Tezi, d.138, Karlsruhe, 1976
- AYAN T.: **Astro- Jeodezik Çekül Sapması**, İTÜ Dergisi, sayı: 6, sayfa 67, İstanbul, 1978
- GÜRKAN O.: **Çekül Sapması Kavramı ve Türleri**, Harita Dergisi, sayı 86, 24-45, Ankara, 1979
- HEISKANEN W., MORİTZ H.: **Fiziksel Jeodezi**, KTÜ Matbaası, 491 sf., Çeviri: GÜRKAN O., Trabzon, 1984
- HIRT C. BURKI B.: **The Digital Zenith Camera - A New High-Precision and Economic Astrogeodetic Observation System for Real-Time Measurement of Vertical Deflections**, 3rd Meeting of the International Gravity and Geoid Commission (IGGC) Tziavos (ed.), and Gravity and Geoid 2002-GG2002, page 161-166, August 26 - 30 2002 , Panagis Panagiotopoulos Amphitheatre Thessaloniki, Greece
- TSE C. M., IZ H. B.: **Deflection of the Vertical Components from GPS and Precise Leveling Measurements in Hong Kong**, Journal of Surveying Engineering © Asce / August 2006, Vol 132, No:3, 97-100, USA
- MAGILEVSKY E., MELZER Y.: **Determining Deflection of the Vertical with GPS**, Proceedings of the 7th International Technical Meeting of the Satellite Division of the Institute of Navigation ION GPS 1994, September 20 - 23, 1994, Salt Lake City, UT  
<http://www.soi.gov.il/pap/geodesy/Def-Ver-GPS.pdf>  
(20.07.2009)
- PAVLIS N. K., HOLMES S. A., KENYON S. C., FACTOR J. K.: **An Earth Gravitational Model to Degree 2160: EGM2008**, European Geosciences Union General Assembly, Vienna, Austria, 13 - 18 April 2008
- SOLER T., CARSLON A. E. Jr. and EVANS A. G., **Determination of Vertical Deflections Using The Global Positioning System and Geodetic Leveling**, Geophys. Res. Lett., 16(7), 695-698, July 1989  
<http://www.ngs.noaa.gov/CORS/Articles/vertdefs.pdf>,  
(20.07.2009)
- ULSOY E., **Dengelemede Özel Konular: Yüksek Lisans Ders Notları (Basılmamış)**, Yıldız Teknik Üniversitesi, İstanbul, 1990
- ÜSTÜN A., DEMİREL H.: **Düşey Kontrol Açısından GPS-Nivelman Noktalarının Önemi**, Coğrafi Bilgi Sistemleri ve Jeodezik Ağlar Çalıştayı, sayfa:35-43, 24-26 Eylül 2003, Konya
- ÜSTÜN A.: **Fiziksel Jeodezi Lisans Ders notları**, Selçuk Üniversitesi, Konya, 2006  
<http://193.255.245.202/~aydin/docs/fiziksel-jeodezi.pdf>  
(12.05.2009)
- VANDENBERG D. J.: **Combining GPS and Terrestrial Observations to Determine Deflection of The Vertical**, Ms-Thesis, Purdue University, West Lafayette, Ind, 1999  
<Http://Van.Homedns.Org/Deflection%20of%20the%20vertical.Pdf>  
(20.07.2009)
- VİNCENTY T.: **Direct and Inverse Solutions of Geodesics On The Elipsoid With Application Of Noested Equations**, Survey Review 176, 88-93, 1975
- URL1:<http://icgem.gfz-potsdam.de/ICGEM/ICGEM.html>  
(08.12.2006)