

Çoklu Frekanslı GNSS Ölçüleri İle Anlık Bağlı Konum Belirlemede Stokastik Model Oluşturma

Orhan KURT¹

Özet

Başlangıç Faz Belirsizliği (BFB) çözüm aşaması, GNSS gözlemlerinin değerlendirilmesinin en önemli aşamasını oluşturur. BFB çözüm yöntemlerinin doğru BFB değerlerini bulabilmesi kurulan matematik model ile doğrudan ilişkilidir. Bir çok akademik ve ticari yazılımda; matematik modelin fonksiyonel bölümü, BFB bilinmeyenlerinin diğer bilinmeyen parametrelerden kolayca ayrıştırılmasını sağlamak için İkili Fark (İF) gözlemler kullanılarak oluşturulur. Matematik modelin stokastik bölümü, genellikle kullanıcının kendi deneyimlerine bağlı olarak ya da ölçülerin anlık olarak değerlendirilmesi sırasında yapılan gerçel çözüm aşamasında tekrarlamalı olarak belirlenir. Bu çalışmada, GNSS ölçüleri için farklı stokastik model seçimleri ve bu seçimlerin sonuçları nasıl değiştirdiği gerçel sayısal uygulamalar üzerinden tartışılmıştır.

Anahtar Sözcükler

Anlık bağlı konum belirleme, ikili fark gözlemler, stokastik model.

Abstract

Stochastic Modeling for Instantaneous Relative Positioning with Multiple Frequencies GNSS Observations

Ambiguity resolution stage constitutes most important part of evaluating GNSS observation. Estimation of correct ambiguities is directly related to mathematical model for all ambiguity resolution methods. The functional part of the mathematical model is established using Double Differences (DD) observables in a lot of academic and commercial software to easily separate the correct ambiguities from the other parameters in the model. The stochastic part of the model is generally composed from own experiences of the users or iteratively generated at the real solution part of the positioning in real time. In this paper, different selections of the stochastic models for GNSS observations are argued on, and it is showed how the results according to the selections are changed on some real numerical examples.

Key Words

Instantaneous relative positioning, double differenced observation, stochastic model.

1. Giriş

Anlık bağlı konum belirlemede santimetre doğruluğa ulaşmak için her epokta BFB bilinmeyenlerinin doğru olarak kestirilmesi gerekir. BFB bilinmeyenlerinin kestirimi üç

ortam üzerinden gerçekleştirilir. Bunlar; ölçü ortamı, BFB ortamı ve koordinat ortamıdır. En yaygın kullanılan ortam, BFB ortamıdır. BFB ortamını kullanan yöntemlerde baz dengelemesi üç aşamada gerçekleştirilir. Bunlar; gerçel çözüm, BFB çözümü ve baz çözümünün tamamlanmasıdır. BFB ortamını kullanan kestirim yöntemlerinde; gerçel çözüm sonucunda elde edilen BFB bilinmeyenleri ve varyans-kovaryans matrislerinden yararlanılır. Varyans-kovaryans matrisi ile belirlenen ve merkezi gerçel çözümlerle çakışan hiper elipsoidin sınırları içerisinde düşen olası BFB bilinmeyeni kombinasyonlarının gerçel çözüme uzaklığına bakılır ve en yakın BFB kombinasyonu aranan çözüm olarak belirlenir. Bu tür yöntemlerin başarısı, gerçel çözüm merkezli hiper elipsoidin doğru BFB bilinmeyenlerini kapsayıp kapsamamasına bağlıdır. Doğru BFB bilinmeyenlerinin hiper elipsoid dışında kalması durumunda; BFB kestirim yöntemleri, BFB kestiriminde başarısız olurlar ve baz bileşenleri metre mertebesinde hatalı elde edilir.

Kısa ölçü sürelerinde BFB çözümünün başarısı gerçel çözüme doğrudan bağlıdır. Gerçel çözümün başarısı ise fonksiyonel ve stokastik modelin eksiksiz kurulması ile ilgilidir. Kısa GNSS bazlarında İF fonksiyonel modeli, geometrik ve fiziksel yapıyı yeterince belirlediğinden, çalışmada İF stokastik model üzerinde yoğunlaşmıştır.

GNSS ölçüleri ile İF matematik model oluşturma ile ilgili ayrıntılı bilgi (LEICK 1995, HOFMANN-WELLENHOF 1997, TEUNISSEN ve KLEUSBERG 1998, WANG 2000, ODIJK 2003, KURT 2003, DATCH vd. 2007, KURT 2010a) kaynaklarından, BFB çözümü için (TEUNISSEN 1995, LEICK 1995, JONGE ve TIBERİUS 1996, HAN ve RIZOS 1996; HOFMANN-WELLENHOF 1997, TEUNISSEN ve KLEUSBERG 1998; DATCH vd. 2007; CANG vd., 2005) kaynaklarından, BFB geçerlilik testleri için ise (VERHAGEN 2004, KURT 2005a) kaynaklarından yararlanılabilir. Çalışmada kullanılan anlık bağlı konum belirleme yöntemi için (KURT 2010a) kaynağından yararlanılabilir.

2. Matematik Model

Birçok ticari ve akademik yazılım bağlı konum belirleme aşamasında İF matematik modeli kullanır. İF matematik modelin en önemli özellikleri; GNSS ölçülerindeki hataların bir kısmını tamamen ortadan kaldırması, bir kısmının etkilerini oldukça azaltması ve epoklara göre bağımsız olmasıdır. Bu özellikleri, bağımsız epok çözümünü ve BFB bilinmeyenlerini diğer bilinmeyenlerden ayrıştırılmasını kolaylaştırmaktadır.

¹ Yrd. Doç. Dr., Kocaeli Üniversitesi, Harita Mühendisliği Bölümü

2.1. İF Fonksiyonel Model

İF matematik model genellikle bir uydu sabit alınarak oluşturulur. Sabit uydu genellikle başucu açısı en küçük olan uydu ya da gözlem süresi boyunca en fazla ölçü toplanan uydu olarak seçilir. Uzun bazlarda ise en çok İF ölçüsü oluşturan uydu dizilişi fonksiyonel modeli ve buna bağlı olarak da stokastik modeli belirler. Durağan ya da hareketli bağlı konum belirlemede sabit nokta i ve bilinmeyen nokta j 'den, sabit uydu k ve değişken uydu l 'ye yapılan eş zamanlı gözlemlerle elde edilen İF kod ve faz ölçüleri için fonksiyonel model;

$$R_{ij,L}^{kl}(t) - I_{ij,L}^{kl}(t) - T_{ij,L}^{kl}(t) = \rho_{ij}^{kl}(t) + M_{ij}^{kl}(t) + e_{ij,L}^{kl}(t) \quad (1a)$$

$$\Phi_{ij,L}^{kl}(t) + I_{ij,L}^{kl}(t) - T_{ij,L}^{kl}(t) = \rho_{ij}^{kl}(t) + \lambda_L N_{ij,L}^{kl} + \mu_{ij,L}^{kl} + \varepsilon_{ij,L}^{kl}(t) \quad (1b)$$

$$N_{ij,L}^{kl} = N_{j,L}^l - N_{i,L}^l - N_{j,L}^k + N_{i,L}^k$$

$$\{N^k = R(\approx C), \Phi, \rho, I, T, M, \mu, N, e, \varepsilon \dots \text{ ve } L=1,2,\dots\}$$

şeklinde sade olarak yazılabilir. (1) eşitliklerinde $R(\approx C)$ ve Φ ; metre birimli kod ve faz ölçülerini, ρ ; geometrik uzunluğu, I ve T ; iyonosferik ve troposferik etkileri, M ve μ ; kod-faz ölçülerindeki yansıma hatalarını (çalışmada $M=\mu=0$ olarak alınmıştır), N ; BFB bilinmeyenlerini ve e ve ε ; kod-faz ölçü hatalarını temsil etmektedir. (1) eşitlikleri, ilk kod ve faz ölçülerinin bir İF dönüşüm matrisi (\mathbf{F} ya da \mathbf{G}) ile çarpılması ile oluşturulur (Tablo 1, Tablo 3). İF ölçülerinin varyans-kovaryans matrisi (Σ_y) ise, (1) bağıntılarını oluşturan ilk kod-faz ölçülerinin varyans-kovaryans matrislerinden yararlanılarak hata yayılma kuralı ile elde edilir (Tablo 2, Tablo 4).

Tablo 1: Bir uydu sabit matematik modelde İF doğrusal dönüşüm matrisi.

($u=5$: uydu sayısı, $n=u-1=4$: İF ölçü sayısı).

Alc.No:	A					B				
Uy.No:	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5
q_i^k	q_A^1	q_A^2	q_A^3	q_A^4	q_A^5	q_B^1	q_B^2	q_B^3	q_B^4	q_B^5
$\mathbf{F} =$	1	-1	0	0	0	-1	1	0	0	0
	1	0	-1	0	0	-1	0	1	0	0
	1	0	0	-1	0	-1	0	0	1	0
	1	0	0	0	-1	-1	0	0	0	1

Tablo 2: Herhangi bir ağırlıklandırma fonksiyonuna göre belirlenmiş İF kovaryans matrisi

$$q_i^k = f(Z_i^k) = 1/\cos^2 Z_i^k, \quad \{i=A,B \text{ ve } k=1,2,\dots,u\}$$

$\mathbf{F Q}_t \mathbf{F}^T =$	$q_A^1 + q_B^1 + q_A^2 + q_B^2$	$q_A^1 + q_B^1$	$q_A^1 + q_B^1$	$q_A^1 + q_B^1$	$q_A^1 + q_B^1$
	$q_A^1 + q_B^1$	$q_A^1 + q_B^1 + q_A^3 + q_B^3$	$q_A^1 + q_B^1$	$q_A^1 + q_B^1$	$q_A^1 + q_B^1$
	$q_A^1 + q_B^1$	$q_A^1 + q_B^1$	$q_A^1 + q_B^1 + q_A^4 + q_B^4$	$q_A^1 + q_B^1$	$q_A^1 + q_B^1$
	$q_A^1 + q_B^1$	$q_A^1 + q_B^1$	$q_A^1 + q_B^1$	$q_A^1 + q_B^1 + q_A^5 + q_B^5$	$q_A^1 + q_B^1$

$$\mathbf{y} = \mathbf{F} \mathbf{N} \quad (2a)$$

$$\Sigma_y = \mathbf{F} \Sigma_N \mathbf{F}^T \quad \{\mathbf{N} = \Phi_1, \Phi_2, C_1, R_1, R_2\} \quad (2b)$$

$$p_l^k = 1/q_l^k = f(Z_l^k) \quad \{l=i, j \text{ ve } k=1, 2, \dots, u\} \quad (2c)$$

$$\Sigma_N = \sigma_N^2 \text{ksgn} \{q_i^1 \ q_i^2 \ \dots \ q_i^u \ q_j^1 \ q_j^2 \ \dots \ q_j^u \}$$

Çalışmada, aynı ve farklı epoklarda yer alan ölçülerin fiziksel olarak korelasyonsuz olduğu kabul edilmiştir. İlk ölçüler sadece alıcından uyduya olan düşey açının (Z_i^k) fonksiyonuna ve farklı grup ölçülerinin öncül varyanslarına göre ağırlıklandırılmıştır (Tablo 2, Tablo 4).

(1) bağıntılarında geometrik uzunluğa karşılık gelen ρ_{ij}^{kl} , i - j alıcı koordinatlarının fonksiyonu şeklinde yazılıp i noktası sabit kabul edilip j noktasına göre doğrusallaştırılır ve (2b) bağıntısına göre oluşturulan stokastik model kullanılırsa, bütün epoklar da toplanan İF matematik model Gauss-Markoff modeline göre aşağıdaki gibi oluşturulur.

$$E\{\mathbf{y}\} = \mathbf{A} \mathbf{a} + \mathbf{B} \mathbf{b} \quad D\{\mathbf{y}\} = \Sigma_y \quad (3)$$

(3) bağıntısında \mathbf{a} ve \mathbf{b} vektörleri sırasıyla BFB ve baz bileşeni bilinmeyenlerini, \mathbf{A} ve \mathbf{B} matrisleri ilgili bilinmeyenlerin katsayılar matrisini, \mathbf{y} vektörü ötelenmiş İF faz ve kod ölçülerini temsil etmektedir (KURT 2010a).

2.2. İF Stokastik Model

İF fonksiyonel; genellikle fiziksel olarak bağımsız kabul edilen ilk ölçülerin bir doğrusal dönüşüm matrisi \mathbf{F} ya da \mathbf{G} ile çarpılması ile elde edilir. Oluşan İF ölçülerin varyans kovaryans matrisi ise, sabit uydu seçimine bağlı olarak iki şekilde gerçekleştirilir. Bunlar; bir uydu sabit İF matematik model ve sabit uydu değişken matematik modeldir.

Bir alıcı sabit diğer alıcı değişken kabul edilerek, iki alıcı ile aynı uydulara yapılan kod-faz ölçülerinin TF (Tekli Fark) ölçüleri oluşturulur. Elde edilen TF ölçülerinin doğrusal kombinasyonu olan İF ölçüleri, TF ölçülerinin değişik yapıda doğrusal kombinasyonları ile kurulur. Bazı değerlendirme yazılımları, İF ölçülerinin oluşturulması aşamasında; önce TF ölçülerini ve daha sonra bunlardan İF ölçülerini oluşturulma yoluna gitmişlerdir. Bazı değerlendirme yazılımları da **F** ya da **G** gibi doğrusal dönüşüm matrisleri kullanarak İF ölçülerini oluşturmuşlardır. Çalışmada ikinci yol izlenmiştir.

Bir uydu sabit İF stokastik model: Sabit seçilen uydunun TF ölçülerinden diğer uyduların TF ölçüleri çıkarılarak elde edilen matematik modeldir. Genellikle en yüksekteki uydu ya da en çok gözlem toplanan uydu, sabit uydu olarak seçilir (Tablo 1, Tablo 2).

Sabit uydu Değişken İF stokastik model: TF ölçülerin birbirinden çıkarılması ile oluşturulan matematik modeldir. Sözgelimi, uydular düşey açalarına göre sıralanırsa, İF ölçüler 1→2, 2→3 ve (u-1)→u uydularının farkları şeklinde oluşturulur (Tablo 3, Tablo 4).

Tablo 3: Sabit uydu değişken matematik modelde İF doğrusal dönüşüm matrisi

$$(u=5: \text{uydu sayısı}, n=u-1=4 : \text{İF ölçü sayısı})$$

Alc.No:	A					B				
Uy.No:	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5
q_i^k	q_A^1	q_A^2	q_A^3	q_A^4	q_A^5	q_B^1	q_B^2	q_B^3	q_B^4	q_B^5
G =	1	-1	0	0	0	-1	1	0	0	0
	0	1	-1	0	0	0	-1	1	0	0
	0	0	1	-1	0	0	0	-1	1	0
	0	0	0	1	-1	0	0	0	-1	1

Tablo 4: Herhangi bir ağırlıklandırma fonksiyonuna göre belirlenmiş İF kovaryans matrisi

$$q_i^k = 1/\cos^2 Z_i^k, \{i=A,B \text{ ve } k=1,2,\dots,u\}$$

G Q_ℓ G^T =	$q_A^1 + q_B^1 + q_A^2 + q_B^2$	$-(q_A^2 + q_B^2)$	0	0
	$-(q_A^2 + q_B^2)$	$q_A^2 + q_B^2 + q_A^3 + q_B^3$	$-(q_A^3 + q_B^3)$	0
	0	$-(q_A^3 + q_B^3)$	$q_A^3 + q_B^3 + q_A^4 + q_B^4$	$-(q_A^4 + q_B^4)$
	0	0	$-(q_A^4 + q_B^4)$	$q_A^4 + q_B^4 + q_A^5 + q_B^5$

Tablo 2 ve Tablo 4 elde edilen ters ağırlık matrislerinin sadece bir ölçü grubuna ait oldukları unutulmamalıdır. Farklı ölçü grupları {kod:R,C ve faz:Φ} ve farklı dalga boyları

(L=1, 2) için bir epoktaki İF ölçülerinin varyans-kovaryans matrisi aşağıdaki şekilde elde edilir.

$$\Sigma_y = \begin{bmatrix} \sigma_{\Phi_1}^2 \mathbf{FQ}_\ell \mathbf{F}^T & & & & \\ & \sigma_{\Phi_2}^2 \mathbf{FQ}_\ell \mathbf{F}^T & & & \\ & & \sigma_{C_1}^2 \mathbf{FQ}_\ell \mathbf{F}^T & & \\ & & & \sigma_{R_1}^2 \mathbf{FQ}_\ell \mathbf{F}^T & \\ & & & & \sigma_{R_2}^2 \mathbf{FQ}_\ell \mathbf{F}^T \end{bmatrix}$$

(4) bağıntısı bir uydu sabit İF ölçülerinin varyans-kovaryans matrisidir. **F** matrisi yerine **G** matrisi kullanılarak sabit uydu değişken İF ölçülerinin varyans-kovaryans matrisine ulaşılır.

2.3. Anlık Bağlı Konum Belirleme

Aşağıda KURT (2010a) kaynağında önerilen durağan (statik) bağlı konum belirleme yöntemi özetlenmiştir, ayrıntılı bilgi için bu kaynaktan yararlanılabilir. Bu yöntemin temel düşüncesi her bir epokta bağımsız BFB çözümüne dayanmaktadır. Durağan bağlı konum belirleme yönteminde (6-9) bağıntıla-

rındaki toplamlar kaldırıldığında, bu yöntem anlık bağlı konum belirleme yöntemine dönüşür.

İF ölçüler ile *k*. epoka kadar çözüm aşağıdaki şekilde gerçekleştirilir. *m*; epok sayısı, *u_k*; *k*. epoktaki uydu sayısı, *n_{DD}*=*u_k*-1; *k*. epoktaki İF-BFB bilinmeyenleri, *f*; alıcının bildiği faz ölçü türü sayısı (çalışmada *f*=2, L1 ve L2), *t*; bir epoktaki ölçü türü sayısı (çalışmada *t*=5; Φ₁, Φ₂, C₁, R₁, R₂) olmak üzere, *k*. epokta ve *k*. epoka kadar olan büyüklüklerin hesaplanması aşağıda verilen sırada yapılır (KURT 2010a).

* *k*. epokta İF faz-kod ölçüleri ile matematik model oluşturulur.

$$y_k + e_k = \mathbf{A}_k \mathbf{a}_k + \mathbf{B}_k \mathbf{b} \quad \mathbf{P}_k = \Sigma_y^{-1} \quad (5)$$

* k . epöğa kadar olan ölçüler ile normal denklemler kurulur.

$$\begin{bmatrix} \mathbf{N}_{a_k} & \mathbf{N}_{ab_k} \\ \mathbf{N}_{ba_k} & \mathbf{N}_{b_k} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{a}_k \\ \mathbf{b} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{n}_{a_k} \\ \tilde{\mathbf{n}}_{b_k} \end{bmatrix} \quad i=1, 2, \dots, k, \dots, m \quad (6)$$

$$\mathbf{N}_{a_k} = \mathbf{A}_k^T \mathbf{P}_k \mathbf{A}_k, \quad \mathbf{N}_{ab_k} = \mathbf{A}_k^T \mathbf{P}_k \mathbf{B}_k, \quad \mathbf{n}_{a_k} = \mathbf{A}_k^T \mathbf{P}_k \mathbf{y}_k$$

$$\mathbf{N}_{b_k} = \sum_{i=1}^k \mathbf{B}_i^T \mathbf{P}_i \mathbf{B}_i, \quad \mathbf{n}_{b_k} = \sum_{i=1}^k \mathbf{B}_i^T \mathbf{P}_i \mathbf{y}_i, \quad \tilde{\mathbf{n}}_{b_k} = \mathbf{n}_{b_k} - \sum_{i=1}^{k-1} \mathbf{N}_{ba_i} \tilde{\mathbf{a}}_i$$

* k . epoktaki BFB bilinmeyenlerinin çözümü (LAMBDA; Least Ambiguity Decorrelation Adjustment) yapılır ve k . epoktaki çözüm ile baz bilinmeyenleri iyileştirilir

$$\begin{bmatrix} \hat{\mathbf{a}}_k \\ \hat{\mathbf{b}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{Q}_{\hat{a}_k} & \mathbf{Q}_{\hat{a}_k \hat{b}_k} \\ \mathbf{Q}_{\hat{b}_k \hat{a}_k} & \mathbf{Q}_{\hat{b}_k} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{n}_{a_k} \\ \tilde{\mathbf{n}}_{b_k} \end{bmatrix} \quad \begin{array}{l} \hat{\mathbf{a}}_k \in \mathbb{R}^{f(u_k-1)} \\ \hat{\mathbf{b}} \in \mathbb{R}^3 \end{array} \quad (7a)$$

$$(\hat{\mathbf{a}}_k - \tilde{\mathbf{a}}_k)^T \mathbf{Q}_{\hat{a}_k}^{-1} (\hat{\mathbf{a}}_k - \tilde{\mathbf{a}}_k) = \min \quad \tilde{\mathbf{a}}_k \in \mathbb{Z}^{f(u_k-1)} \quad (7b)$$

$$\tilde{\mathbf{b}} = \mathbf{Q}_{\tilde{b}_k} \{ \tilde{\mathbf{n}}_{b_k} - \mathbf{N}_{ba_k} \tilde{\mathbf{a}}_k \} \quad \mathbf{Q}_{\tilde{b}_k} = \mathbf{N}_{b_k}^{-1} \quad (7c)$$

* k . epokta duyarlık hesapları yapılır. k . epokta gerçel çözümün varyansı (8a), k . epokta BFB çözümünün varyansı (8b), k . epoktaki gerçel çözüm sonundaki İF düzeltmeler (8c), k . epoktaki tamsayı çözüm sonundaki İF düzeltmeler (8d) bağıntıları ile verilmiştir.

$$\hat{\sigma}_k^2 = \sum_{i=1}^k \hat{\mathbf{e}}_i^T \mathbf{P}_i \hat{\mathbf{e}}_i / \left\{ (t-f) \sum_{i=1}^k (u_k - 1) - 3 \right\} \quad (8a)$$

$$\tilde{\sigma}_k^2 = \sum_{i=1}^k \tilde{\mathbf{e}}_i^T \mathbf{P}_i \tilde{\mathbf{e}}_i / \left\{ t \sum_{i=1}^k (u_k - 1) - 3 \right\} \quad (8b)$$

$$\hat{\mathbf{e}}_k = \mathbf{A}_k \hat{\mathbf{a}}_k + \mathbf{B}_k \hat{\mathbf{b}} - \mathbf{y}_k \quad (8c)$$

$$\tilde{\mathbf{e}}_k = \mathbf{A}_k \tilde{\mathbf{a}}_k + \mathbf{B}_k \tilde{\mathbf{b}} - \mathbf{y}_k \quad (8d)$$

$$\sum_{i=1}^k \hat{\mathbf{e}}_i^T \mathbf{P}_i \hat{\mathbf{e}}_i = \sum_{i=1}^k \mathbf{y}_i^T \mathbf{P}_i \mathbf{y}_i - \left\{ \sum_{i=1}^k \mathbf{n}_i \right\}^T \mathbf{x}, \quad \mathbf{x} = \begin{bmatrix} \mathbf{a}_k \\ \mathbf{b} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{n} = \begin{bmatrix} \mathbf{n}_{a_k} \\ \mathbf{n}_{b_k} \end{bmatrix}$$

$$\sum_{i=1}^k \tilde{\mathbf{e}}_i^T \mathbf{P}_i \tilde{\mathbf{e}}_i = \sum_{i=1}^k \hat{\mathbf{e}}_i^T \mathbf{P}_i \hat{\mathbf{e}}_i + (\hat{\mathbf{a}}_k - \tilde{\mathbf{a}}_k)^T \mathbf{Q}_{\hat{a}_k}^{-1} (\hat{\mathbf{a}}_k - \tilde{\mathbf{a}}_k)$$

* k . epokta baz bileşenlerinin varyans-kovaryans matrisi (9) bağıntısı ile elde edilir.

$$\mathbf{K}_{b_k} = \tilde{\sigma}_k^2 \mathbf{N}_{b_k}^{-1} = \tilde{\sigma}_k^2 \mathbf{Q}_{\tilde{b}_k} \quad (9)$$

(6-9) bağıntıları durağan bağlı konum belirlemeye göre oluşturulmuştur. Toplamlar yerine sadece k . epoktaki bilgiler kullanıldığında, bu yöntem anlık bağlı konum belirleme yöntemine dönüşür (KURT 2010a).

2.4. Dinamik Stokastik Model Oluşturma Önerisi

Her bir epokta (8c) bağıntısı ile gerçel çözüm sonucu elde edilen İF ölçülerinin düzeltmeleri bulunduğundan sonra, aşağıdaki önerilen çözüm ile alıcı ve uydu arasındaki ilk düzeltmelerin kestirim değerleri elde edilir. k . epoktaki gerçel çözüm sonundaki ilk düzeltmeler (10a) ve k . epoktaki tamsayı çözüm sonundaki ilk düzeltmeler (10b) ile elde edilir.

$$\hat{\mathbf{e}}_k = \mathbf{Q}_\ell \mathbf{F}^T (\mathbf{F} \mathbf{Q}_\ell \mathbf{F}^T)^{-1} \hat{\mathbf{e}}_k \quad (10a)$$

$$\tilde{\mathbf{e}}_k = \mathbf{Q}_\ell \mathbf{F}^T (\mathbf{F} \mathbf{Q}_\ell \mathbf{F}^T)^{-1} \tilde{\mathbf{e}}_k \quad (10b)$$

(10) bağıntıları ile elde edilen düzeltmeler alıcı ile uydu arasında ölçülen faz ve kod ölçülerinin düzeltmeleridir. Her bir epokta (10a) bağıntısı ile elde edilen düzeltmeler bir ağırlıklandırma fonksiyonu ile ağırlıklandırılabilir. Yeni ağırlıklara göre BFB kestirimi yapılırsa, dinamik ağırlıklandırma yapılmış olur. Çalışmada bu durum incelenmemiş, gelecekteki araştırmalar için bir öneri olarak sunulmuştur.

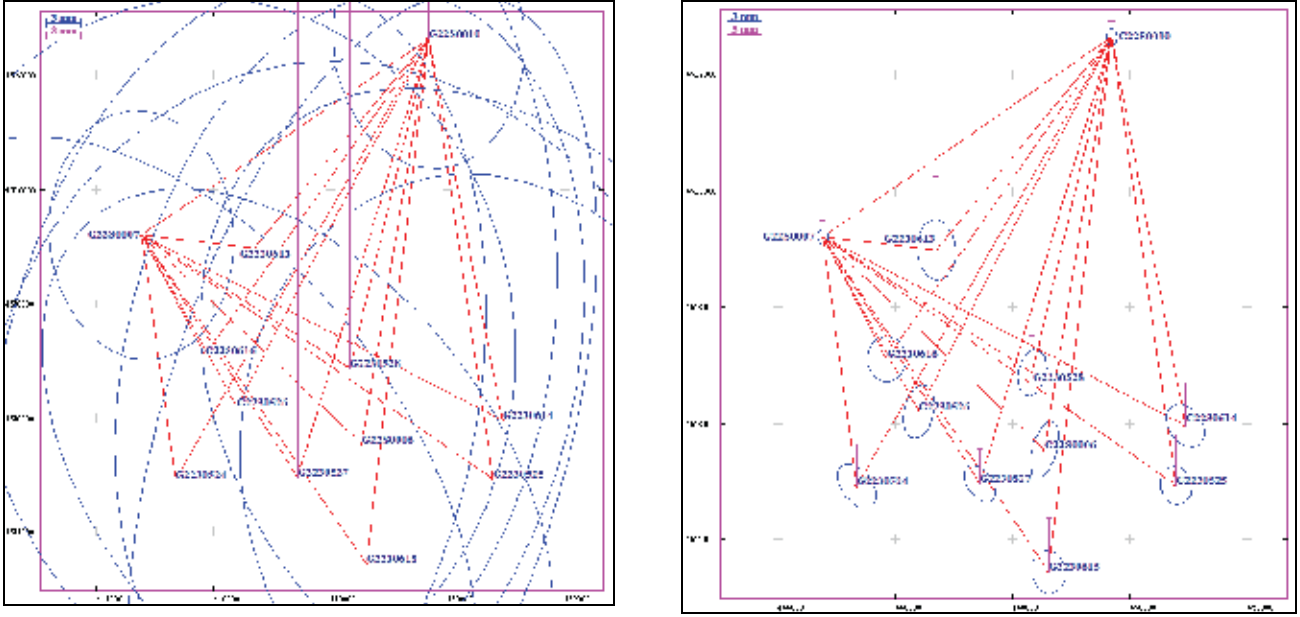
Sayısal uygulama bölümünde BFB çözümü gerçekleşmeyen bazlardaki ölçü gruplarının ağırlıkları dışardan değiştirilmiştir. Bu çalışma, öncül ağırlıkların anlık BFB çözümünü nasıl etkilediğini göstermek ve bu konu ile ilgili çalışmalara ışık tutmayı amaçlamaktadır.

Okuyucu, dinamik stokastik model oluşturma ile ilgili ayrıntılı bilgiyi DAI vd. (1999) kaynağından elde edebilir.

3. Sayısal Uygulamalar

Kocaeli Büyükşehir Belediyesi tarafından Kutlubey Harita Şirketine ihale edilen Sayısal Fotogrametrik Harita Üretimi için oluşturulan kontrol ağının, 1 Haziran 2010 gününde 4 adet *Topcon TPSHIPER-GGD* alıcısı ile Kutlubey Harita tarafından yapılan ölçüler, çalışmanın uygulama bölümünün verilerini oluşturmaktadır. Ölçüler iki alıcı sabit iki alıcı gezici olacak şekilde ölçülmüştür (Tablo 1, Şekil 1).

Ölçülerin değerlendirilmesinde ölçüler arasındaki fiziksel korelasyonlar göz ardı edilmiş, uydunun düşey açısına göre $p_i^k = 1/q_i^k = \cos^2 Z_i^k$ olacak şekilde ağırlıklandırılmış ve iki kez fark alınmış faz ve kod ölçüleri arasındaki cebrik korelasyon dikkate alınmıştır. Şekil 2'de ilk ölçüler için üç farklı ağırlık fonksiyonunun karşılaştırılması gösterilmiştir. Bunlar; $p_i^k = 1/q_i^k = 1.00$, $p_i^k = 1/q_i^k = \cos Z_i^k$ ve $p_i^k = 1/q_i^k = \cos^2 Z_i^k$ dir (Şekil 2b). Şekil 2b, en iyi ağırlıklandırma fonksiyonunun, çalışmada kullanılan fonksiyon olduğunu göstermektedir. Düşey açya ait ağırlıklandırmanın en önemli yararı minimum yükseklik açısının daha küçük seçilebilmesini sağlamasıdır.

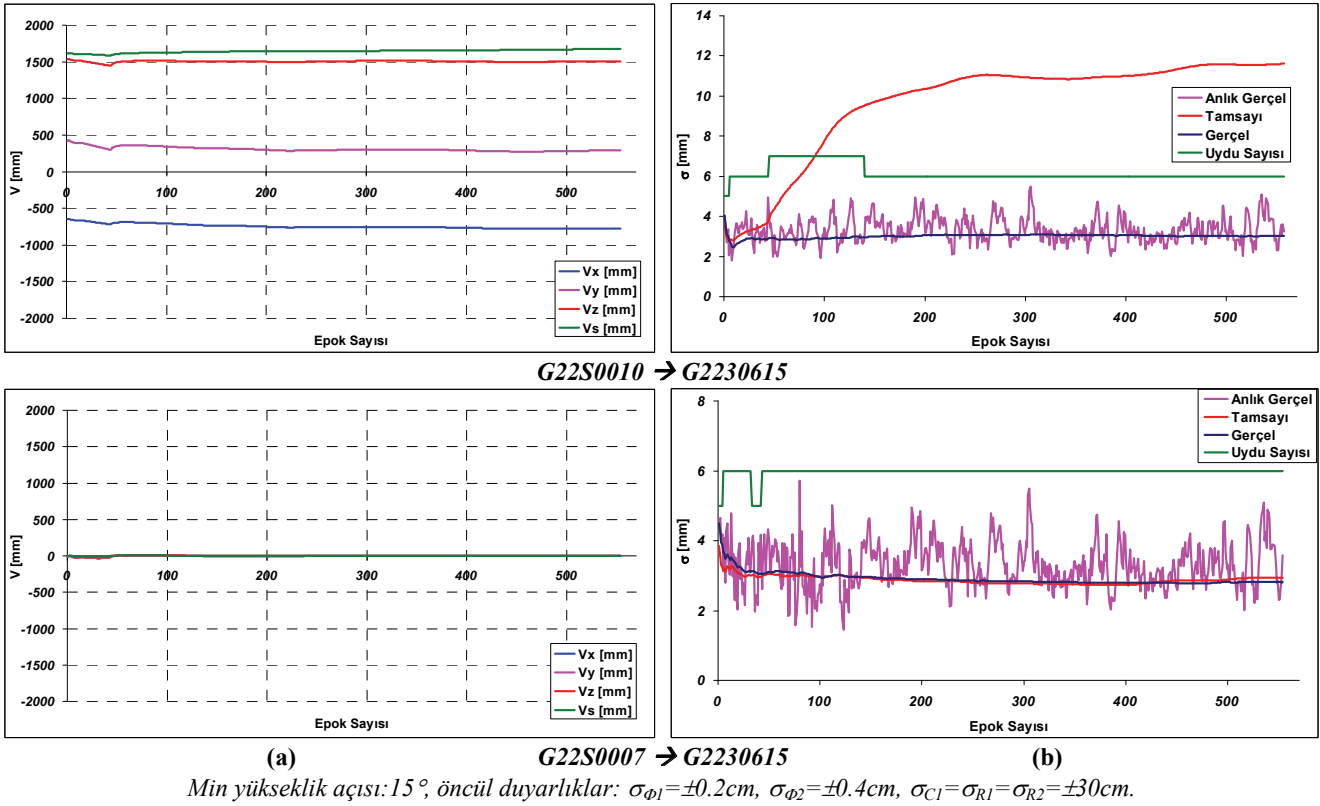


Şekil 3: Farklı ölçü gruplarının farklı ağırlıklandırılması ile durağan bağlı konum belirleme (KURT, 2010a).

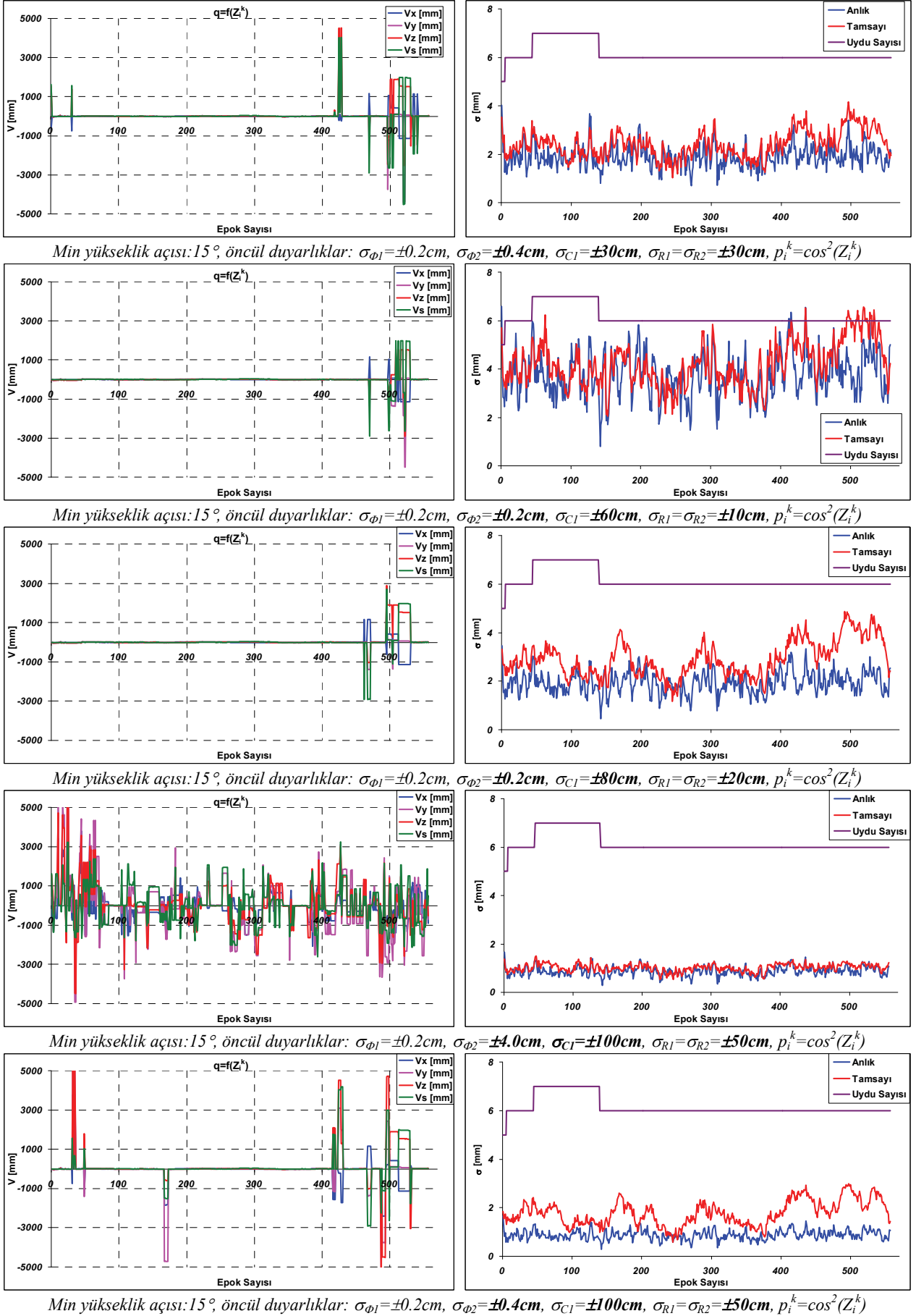
(a) $\sigma_{\phi_1} = \pm 0.2cm$, $\sigma_{\phi_2} = \pm 0.4cm$, $\sigma_{C1} = \sigma_{R1} = \sigma_{R2} = \pm 30cm$ (b) $\sigma_{\phi_1} = \pm 0.2cm$, $\sigma_{\phi_2} = \pm 0.4cm$, $\sigma_{C1} = \pm 60cm$, $\sigma_{R1} = \sigma_{R2} = \pm 30cm$

Anlık konum belirlemede; öngörülen ağırlıkların BFB çözümü üzerindeki etkileri, örnek ağın en sorunlu ve en uzun bazı olan $G22S0010 \rightarrow G2230615$ bazı üzerinde gerçekleştirilmiştir (Şekil 5). Şekil 5'in sağ sütununu oluşturan Şekil

5a baz bileşenlerinin tekrarlanabilirlik testlerini, diğer sütun Şekil 5b ise anlık gerçel ve tamsayı çözümünün soncul duyarlılıklarının epoklara göre değişimini ve uydu sayısını göstermektedir.



Şekil 4: Hatalı olan G2230615 noktasına ait iki bazın (a) tekrarlanabilirlik testleri $\{V_N = \Delta \bar{N} - \Delta N_k, N=X, Y, Z, S \text{ ve } k=1,2,\dots,m\}$ ve (b) uydu sayısı ve anlık gerçel, geçerli epoka kadar gerçel (Gerçel) ve tamsayı çözümü sonucunda elde edilen duyarlılıklar (Tamsayı)



Şekil 5: G22S0010-G2230615 bazının farklı ağırlıklara göre anlık değerlendirme sonuçları

Şekil 5 incelendiğinde, (bütün epokların bağımsız olarak değerlendirildiği durum olan) anlık konum belirlemede her epokta doğru BFB değerlerine ulaşılamadığı ve farklı öncül duyarlıklar ile sonuçların değiştiği görülmektedir. GNSS uydularının yörünge yükseklikleri ile baz uzunlukları karşılaştırıldığında, aralarındaki farkın çok büyük olduğu görülür. Bu durum, kısa GNSS ölçüleri için yazılan fonksiyonel modelde geçen bilinmeyen parametrelerin birbirinden ayrıştırılmasını zorlaştırmaktadır. Bu bilinmeyen parametrelerin bir bölümünü oluşturan BFB bilinmeyenlerinin de çözümü kısa ölçü sürelerinde zorlaşmaktadır. Kısa ya da tek epok (anlık) konum belirlemede doğru BFB bilinmeyenlerinin kestirimi, fonksiyonel modelin eksiksiz kurulmasına ve stokastik modelin ölçüler arasındaki ilişkileri yeterince yansıtması ile ilişkilidir. Kısaca matematik model iyi kurulmaz ise BFB çözüm yöntemleri de başarısız olmaktadır. Aynı durum LAMBDA yöntemi için de söz konusudur. Anlık konum belirleme sonuçlarının temsil edildiği Şekil 5’de kullanılan LAMBDA yönteminin her epokta başarılı olmadığı görülmektedir. Şekil 5’de farklı ağırlık seçiminin doğru BFB bilinmeyenlerinin hesaplanması başarısını nasıl değiştirdiğini de açık bir şekilde göstermektedir. Durağan konum belirleme yönteminde ise birkaç epokluk ölçü ile BFB bilinmeyenlerinin doğru değerleri belirlenebilmektedir (Şekil 4). Kısa bazlarda İF matematik model ile bağlı konum belirlemede fonksiyonel model yeterince iyi kurulmaktadır (KURT 2010a, 2010b). Stokastik model, çalışmada da kullanıldığı gibi genellikle uydu yükseklik açısının bir fonksiyonunun ölçü gruplarının öncül duyarlıkları ile desteklenmesi ile oluşturulur. Bazı çalışmalarda, bir epoktaki ölçülerin gerçek çözüm sonucunda elde edilen düzeltmelerinden yararlanarak da elde edilir (DAI vd., 1999).

Çalışmada öncelikle yaygın kullanılan yol kullanılarak problem ortaya konmaya çalışılmıştır. Şekil 2a’da grafikleri gösterilen ağırlıklandırma fonksiyonlarının en uygununun $p=1/q=\cos^2 Z$ olduğu görülmüş ve bu ağırlıklandırma fonksiyonu, ağın en uzun bazı üzerinde denenmiş ve her bir epokta hesaplanan soncul duyarlılığın epoklara göre grafiği çizdirilmiştir (Şekil 2b). Bazların değerlendirilmesinde kullanılan ağırlıklandırma fonksiyonuna benzer fonksiyonların da aynı sonucu verdiği görülmüştür.

BFB bilinmeyenlerinin geçerlilik testleri kısa ölçü sürelerinde güvenilir sonuçlar vermemektedir (KURT 2005a). Bu durum, Şekil 5b sütunundan da görülmektedir. Şekil 5b’de gösterilen öncül duyarlığa göre oluşturulan dört farklı gruba göre yapılan değerlendirme sonuçları, χ^2 -Dağılımına göre yorumlanırsa, matematik model sadece birinci ve üçüncü grup ağırlıklandırma için geçerli sınırlar içinde kalmaktadır. İkinci grup ağırlıklandırmada matematik model testi dağılımın üst sınırını zorlarken, dördüncü grup ağırlıklandırmada alt sınıra dayanmaktadır (Şekil 5b). Ayrıca, Şekil 5b BFB çözümünün gerçek çözümle uyumunu da test etmektedir. Şekil 5b, BFB çözümünün geçerliliği açısından incelenirse, doğru BFB çözümünün her farklı ağırlıklandırma grubu için bütün epoklarda hemen hemen sağlandığı izlenimini vermektedir.

Anlık konum belirleme fonksiyonel modelinde yer alan parametreler arasındaki korelasyon oldukça yüksektir. Bu durum parametrelerin birbirinden ayrıştırılmasını, sonuçların test edilmesini güçleştirmekte ve yanıltıcı sonuçlara neden olmaktadır. Çalışmada, söz konusu bu durum gösterilmiş ve tartışılmıştır (Şekil 5).

Fonksiyonel modeldeki bu olumsuz durum stokastik modelin önemini artırmaktadır. Stokastik model; kullanılan alıcı-uydu kombinasyonuna göre belirlenmeli ya da gerçek çözüm aşamasında tekrarlamalı olarak oluşturulmalıdır. BFB çözümü; bu stokastik modele göre kurulan matematik model üzerinden yapılmalıdır.

Herhangi bir ön bilgi yok ise GNSS ölçülerinin doğruluğunu test etmenin en iyi yolu, baz bileşenlerine göre oluşturulan ağ dengelemesi yapmaktır. GNSS ölçülerinin sonuç denetimi ağ dengelemesidir (Şekil-3).

4. Sonuçlar ve Öneriler

Birçok ticari ve akademik yazılım bağlı konum belirleme aşamasında, temel ölçü olarak İF ölçüleri kullanılmaktadır. Bunun nedeni, bir çok modellenemeyen sistematik etkiyi ortadan kaldırması ve BFB bilinmeyenlerinin diğer parametrelerden ayrıştırılmasını kolaylaştırmasıdır. Anlık konum belirlemede, parametreleri tanımlayan geometri yetersiz kaldığından, stokastik modelin oldukça iyi kurulması gerekmektedir.

Çalışmada, anlık konum belirlemede stokastik modelin önemi üzerinde durulmuş ve sayısal uygulamalar üzerinde tartışılmıştır. Ayrıca, anlık konum belirlemede geçerlilik testlerinin yanıltıcı sonuçlar verdiği ve güvenilirliklerini yitirdiği de gösterilmiştir.

Stokastik model, BFB çözüm yöntemlerinin doğru değeri yakalaması için önemlidir. Çalışmada kullanılan BFB çözüm yöntemi LAMBDA, doğru BFB değerlerini bulabilmesi için gerçek çözüm sonucunda oluşan hiper elipsoidin doğru BFB değerlerini içermesi gerekir. Bu hiper elipsoidin büyüklüğü ve şekli modelin geometrik yapısına ve seçilen stokastik modele göre değişim gösterir. Stokastik model oluşturulurken aynı alıcı uydu kombinasyonu için, önceki deneyimlerden faydalanılması ya da stokastik modelin değerlendirme aşamasında tekrarlamalı olarak belirlenmesi yararlı olacaktır. Tekrarlamalı stokastik model oluşturma aşamasında, robust uyumsuz ölçüler testlerine benzer bir yol izlenebilir. Böylece her epokta yapılan uyumsuz ölçü testi ile, uyumsuz ölçüler de denetim altına alınmış olacaktır.

Teşekkür

Çalışmada kullanılan verilerin ölçümünü gerçekleştiren Kutlubey Harita Şirketi ve ölçümlerde emeği geçen Şirket çalışanları başta olmak üzere, Kocaeli Büyükşehir Belediyesi ve Harita Dairesi çalışanlarına yardımlaşma anlayışlarından dolayı sonsuz teşekkürlerimi sunarım.

Kaynaklar

- AÇICI E., KURT O., AÇIK M., AKYÜZ Ö.: 2003, **GPS Ölçüleri ile geçerli konum bilgilerinin elde edilmesi**, TMMOB-HKMO I. Ulusal Mühendislik Ölçmeleri Sempozyumu, İstanbul, 30-31 Ekim 2003, 322-335.
- CHANG X. W., YANG X., ZHOU T.: 2005, **MLAMBDA: a modified LAMBDA method for integer least-squares estimation**, Journal of Geo., Volume 79, Issue 9, 552-565.
- DACH R., HUGENTOBLE U., FRIDEZ P., MEINDL, M.: 2007, **Bernese GPS software, version 5.0**, Astronomical Institute, University of Bern, January 2007.
- DAI L., HAN S., RIZOS C.: 1999, **A multiple outlier detection algorithm for instantaneous ambiguity resolution for carrier phase-based GNSS positioning**, Towards Digital Earth-Proceedings of the International Symposium on Digital Earth.
- HOFMANN-WELLENHOF B., LICTENEGGER H. ve COLLINS J.: 1997, **GPS theory and practice**, Fourth Revised Edition, Springer, New York.
- HAN S., RIZOS C.: 1996, **Improving the computational efficiency of the ambiguity function algorithm**, Journal of Geodesy, vol. 70, no 6, pp 330-341.
- HAN S., RIZOS, C.: 1996, **Integrated method for instantaneous ambiguity resolution using new generation GPS receivers**, In Proc. of IEEE PLANS'96, pp.254-261.
- JONGE P.J. ve TIBERIUS C.C.J.M.: 1996, **The LAMBDA method for integer ambiguity estimation: implementation aspects**, Delft Geodetic Computing Center, LGR-srs.no.12,
- KURT O.: 1996, **GPS ölçülerinin değerlendirildiği yermerkezli üç boyutlu jeodezik ağlarda duyarlık ve güven optimizasyonu**, Yüksek Lisans Tezi, KTÜ-FBE.
- KURT O.: 2003, **GPS ile deformasyon belirleme amaçlı jeodezik çalışmalarda başlangıç faz belirsizliği çözüm yönteminin ölçü süresini kısaltmadaki önemi**, Deprem Sempozyumu Kocaeli 2003, 12-13 Mart 2003.
- KURT O.: 2005a, **Başlangıç faz belirsizliği çözümünde geçerlilik testleri**, Deprem Sempozyumu Kocaeli 2005, 23-25 Mart 2005.
- KURT O.: 2005b, **Yapay uydu bazlı alıcılarda çoklu frekansın önemi**, TMMOB-HKMO, 10. Türkiye Harita Bilimsel ve Teknik Kurultayı, 28 Mart-01 Nisan 2005, Ankara.
- KURT, O.: 2010a, **Kısa GNSS bazlarında çoklu frekanslı durağan bağlı konum belirleme yöntemi**, HKMO, 5. Ulusal Mühendislik Ölçmeleri Sempozyumu, 20-22 Ekim 2010, ZKÜ-Zonguldak, 107-121.
- KURT, O.: 2010b, **Mutlak konum belirlemede matematik modeller**, HKMO, 5. Ulusal Mühendislik Ölçmeleri Sempozyumu, 20-22 Ekim 2010, ZKÜ-Zonguldak, 283-294.
- LEICK A.: 1995, **GPS satellite surveying**, Wiley, New York Chichester Brisbane Toronto Singapore.
- ODIJK D.: 2003, **Fast precise GPS positioning in the presence of ionospheric delays**, PhD Thesis, Mathematical Geodesy and Positioning, Delft University of Technology, Netherlands.
- TEUNISSEN P.J.G.: 1995, **The least squares ambiguity decorrelation adjustment: a method for fast GPS integer ambiguity estimation**, Journal of Geo., vol. 70, pp.65-82.
- TEUNISSEN P.J.G., JONGE, P.J., TIBERIUS, C.C.J.M.: 1997, **The least-squares ambiguity decorrelation adjustment: its performance on short GPS baselines and short observation spans**, Jour. of Geo., vol 71, no 10, pp.589-602.
- TEUNISSEN P.J.G. ve KLEUSBERG A.: eds., 1998, **GPS for Geodesy**, ISBN: 3-540-63661-7, Springer-Verlag.
- WANG J.: 2000, **An approach to GLONASS ambiguity resolution**, Journal of Geodesy, vol. 74, no 5, pp 421-430.
- VERHAGEN S.: 2004, **GNSS integer ambiguities. Estimation and validation**, Delft University of Technology, Publications on Geodesy, 58, NGC, Delft, ISBN:90-6132-290-1.