

## Geoit Yüksekliğinin ANFIS ile Adım Adım Hesaplanması

Mehmet YILMAZ<sup>1</sup>, Ersoy ARSLAN<sup>2</sup>

### Özet

GPS ve GLONASS gibi uydu teknolojilerinin jeodezik uygulamalarda kullanılmaya başlanmasıyla, yükseklik sistemleriyle uğraşan jeodeziciler için yeni bir dönem başlamıştır. GPS ölçüleri ile belirlenen ve elipsoit yüksekliği olarak adlandırılan yükseklikler WGS84 elipsoidine göre tanımlanır. Oysa çoğu mühendislik çalışmalarında ortometrik yükseklik olarak isimlendirilen ve geoide göre belirlenen yükseklikler kullanılmaktadır. GPS ile elipsoit yüksekliklerinin, ortometrik yüksekliklere göre daha kısa zamanda ve daha ucuz elde edilmesi, lokal geoit yüksekliğinin yeterli doğrulukta belirlenmesini zorunlu kalmaktadır. Geoit yüksekliği, iki yükseklik arasındaki farktır. Eğer geoit yüksekliği yeterli doğrulukta elde edilebiliyorsa, elipsoit yüksekliklerinden ortometrik yüksekliklerin kolayca elde edilebileceği bilinmektedir. Geoit yüksekliği mevcut verilere göre farklı yöntemlerle belirlenmektedir. Günümüzde, yapay sinir ağları ve bulanık mantık gibi esnek hesaplama yöntemleri ile modellenerek belirlenmesi çalışmaları büyük ölçüde hız kazanmıştır. Bu çalışmada bulanık mantık ve modellemenin ne olduğu, genel bir bulanık sistemin öğeleri açıklanmıştır. Ayrıca verilerin eğitilmesi ve doğruluğu daha yüksek sonuçların elde edilmesi nedeniyle tercih edilen Uyarlanabilir Yapay Sinir – Bulanık Mantık Çıkarım Sistemi (ANFIS - Adaptive-Network-Based Fuzzy Inference Systems,) anlatılmış ve ANFIS ile geoit yüksekliğinin adım adım nasıl hesaplandığı bir örnek çalışma ile gösterilmiştir.

### Anahtar Sözcükler

Geoit yüksekliği, GPS, Bulanık mantık, ANFIS, Matlab

### Abstract

#### Determining Geoid Height with ANFIS in Stepwise Fashion

With the advent of satellite-based techniques such as GPS and GLONASS in geodetic applications, a new era has begun for geodesists dealing with height systems. Ellipsoidal height obtained from GPS is determined with respect to World Geodetic Datum 84 (WGS84) ellipsoid. However, so-called orthometric height measured from the geoid is still used in many engineering projects. The fact that ellipsoidal height can be determined cheaper and quicker with GPS than orthometric height with conventional leveling makes it necessary to determine local geoid height precisely. Geoid height is the difference between two heights values. It is well known that if geoid height is obtained precisely, orthometric height can be obtained easily from ellipsoidal height using various methods, subjected to available data. Recent studies on flexible computation approaches such as neural networks and Fuzzy logic has gained a considerable impetus in modeling geoid height. In this study, it is explained what Fuzzy logic and Fuzzy modeling are and what

components a common Fuzzy model has. Furthermore, Adaptive-Network-Based Fuzzy Inference Systems (ANFIS) are detailed since it is preferred in training data and obtaining more precise results, and also a case study is given to demonstrate how ANFIS progresses to compute geoid height in a stepwise fashion.

### Key Words

Geoid height, GPS, Fuzzy logic, ANFIS, Matlab.

### 1. Giriş

Geoit belirleme, yatay konumu bilinen bir noktada, geoit yüksekliğinin sayısal veya analog olarak elde edilmesini sağlayacak biçimde verilerin modellendirilmesidir. Uydu teknolojilerinin jeodezik ve diğer mühendislik uygulamalarında kullanılmalarının artması geoit belirleme çalışmalarının önemini artırmıştır. Bunun nedeni uydu ölçmelerinden elde edilen yükseklikler ile fiziksel yeryüzü üzerinde ölçülen yüksekliklerin farklı yüzeylerden itibaren ölçümlerinden kaynaklanmaktadır. Elipsoidal yükseklik olarak adlandırılan ve uydu (GPS) ölçmelerinden elde edilen yükseklikler boyutları belirli bir ortalama yer elipsoidine göre belirlenir (SEAGER vd. 1999). Öte yandan fiziksel yeryüzü üzerinde yapılan ölçmelerle belirlenen ortometrik yükseklikler ise geoitten itibaren ölçülür. Bu iki yüzey birbiri ile çakışmaz ve aralarındaki farka geoit yüksekliği (ya da ondülasyonu) denir (KOTSAKIS ve SIDERIS 1999). Elipsoidal ve ortometrik yükseklikler (h ve H) ile geoit yüksekliği arasında ilişki,

$$N = h - H \quad (1)$$

eşitliği ile ifade edilebilir (GILLILAND ve JAKSA 1994, FEATHERSTONE vd. 1998).

### 2. Bulanık Mantık Ve Bulanık Model

1965 yılında Zadeh tarafından ortaya atılan bulanık küme, mantık ve sistem kavramları, bu araştırmacının uzun yıllar boyunca kontrol alanında çalışması ve istediği kontrolü elde edebilmesi için fazlaca doğrusal olmayan denklemlerin işin içine girmesi, yöntemin karmaşıklaşması ve çözümün zorlaşması sonucunda ortaya çıkmıştır (ŞEN 2001). Bulanık mantık ilkelerinin klasik kümelerden temel farkı, bir elemanın herhangi bir kümeye ait olması konusunda verilecek yanıtın klasik kümelerdeki gibi 'evet' ya da 'hayır' gibi keskin olmayıp,

<sup>1</sup>Araş. Gör. Dr., Harran Üniversitesi, Müh. Fak. Jeo. ve Fot. Müh. Şanlıurfa, <sup>2</sup> Doç. Dr., İ.T.Ü. Jeodezi ve Fotogrametri Müh. Maslak, İstanbul

bu elemanın ilgili kümeye ait olma olasılığının 0 ile 1 arasında değerler alabilen sürekli bir üyelik fonksiyonu ile ifade edilmesidir. Herhangi bir elemanın üyelik fonksiyonundan aldığı değer üyelik derecesi olarak adlandırılır. Bulanık küme teorisinde üyelik derecesinin 0 ile 1 arasında değerler alması, sözel bilgilerin, problemlerin çözümü sırasında sayısal verilerle birlikte kullanılmasını mümkün kılmaktadır. Sözel ifadelerin bulanık modellere katılması bulanık mantığın diğer yöntemlerden en büyük farklılığıdır.

Bulanık modeller oluştururken değişik formlarda üyelik fonksiyonları seçilebilir. Yaygın üyelik fonksiyonları olarak üçgen, yamuk, Gauss eğrisi, sigmoid fonksiyonu vb. sayılabilir.

Bulanık sistemler genel olarak, mevcut verilerden seçilen girdi değişkenlerinden çıktı değişkenlerinin elde edilmesini sağlamak amacıyla bulanık küme ilkelerini kullanan sistemlerdir. Bulanık sistemlerin en büyük avantajı insan deneyimlerinin ve sözel verilerin bulanık modele katılması ile çözüme ulaşılmasıdır.

Bulanık model (bulanık çıkarım sistemi), bulanık *Eğer İse* kuralları adı verilen bulanık kurallara dayanan sistemlerdir. Bulanık modelin temeli, bulanık *Eğer İse* kurallarından anlaşılacağı üzere öncül ve soncul kısımlardan oluşmaktadır. Öncül kısımda sonuca sebep olan giriş değişkenleri ve bunlar arasındaki mantıksal ilişkiler, soncul kısımda ise bu giriş değişkenlerine bağlı olarak ortaya çıkan sonuç değişkenleri yer alır. Genel olarak bulanık kurallar aşağıdaki formdadır;

- Kural 1: *Eğer*  $x = A_1$  ve  $y = B_1$  *İse*  $z = N_1$
- Kural 2: *Eğer*  $x = A_2$  ve  $y = B_2$  *İse*  $z = N_2$

Burada  $x$  ve  $y$ , öncül kısımdaki girdi değişkenlerince tanımlanan koşullar,  $z$  ise soncul kısımdaki çıktı değişkenlerince tanımlanan sonuçlardır. Şekil 1'de genel bir bulanık model sisteminin yapısı gösterilmektedir.

**1) Genel Bilgi Tabanı Birimi:** İncelenecek olayın etkilendiği girdi değişkenlerini ve bunlar hakkındaki tüm bilgileri içerir. Genel veri tabanı denmesinin sebebi buradaki bilgilerin sayısal ve/veya sözel olabilmeleridir.

**2) Bulanıklaştırıcı** Sayısal girdi değerlerini sözel olarak nitelendirilmiş bulanık kümelerdeki üyelik derecelerine atayan bir işlemcidir.

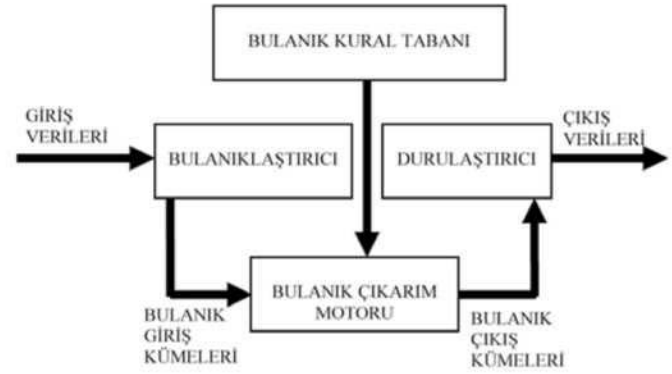
**3) Bulanık Kural Tabanı Birimi:** Veri tabanındaki girişleri çıkış değişkenlerine bağlayan mantıksal EĞER – İSE türünde yazılabilen kuralların tümünü içerir. Bu kuralların yazılmasında sadece girdi verileri ile çıktılar arasında olabilecek tüm ara (bulanık küme) bağlantıları düşünülür. Böylece, her bir kural girdi uzayının bir parçasını çıktı uzayına mantıksal olarak bağlar. İşte bu bağlamların tümü kural tabanını oluşturur.

**4) Bulanık Çıkarım Motoru Birimi:** Bulanık kural tabanında giriş ve çıkış bulanık kümeleri arasında kurulmuş olan ilişkilerin hepsini bir arada toplayarak sistemin bir çıkışlı davranmasını temin eden işlemler topluluğunu içeren bir mekanizmadır. Bu motor her bir kuralın çıkarımlarını bir

araya toplayarak tüm sistemin girdiler altında nasıl bir çıktı vereceğinin belirlenmesine yarar.

**5) Durulaştırıcı :** Bulanık işlemler sonucu elde edilen bulanık çıkarım sonuçlarını keskin sayısal çıkış değerlerine dönüştürür.

**6) Çıktı Birimi:** Bilgi ve bulanık kural tabanlarının bulanık çıkarım motoru vasıtası ile etkileşimi sonunda elde edilen çıktı değerlerinin topluluğunu belirtir.



Şekil 1: Bulanıklaştırma – durulaştırma birimli bulanık sistem

Bulanık mantık ile modellemenin tercih edilmesinin nedenleri özetlenecek olursa (MATHWORKS web p.);

- Bulanık mantığın anlaşılması kolaydır. Bulanık mantığın dayandığı matematiksel teori basittir. Bulanık mantığı çekici kılan şey yaklaşımının doğallığı ve kompleks yada karmaşıklıktan uzak olmasıdır.
- Bulanık mantık esneklerdir.
- Eksik yada yetersiz verilerle işlemler yapılabilir.
- Bulanık mantık karmaşık lineer olmayan fonksiyonları modelleyebilir. ANFIS gibi uyarlanabilir teknikler yardımı ile herhangi bir girdi ve çıktı veri kümelerini eşleştirerek bulanık modeller oluşturulabilir.
- Bulanık mantıkta uzman kişilerin görüş ve tecrübelerinden yararlanılır.
- Bulanık mantık sıradan insanların günlük işlerinde kullandığı dili kullanır. Bu da bulanık mantığın en büyük avantajıdır.

### 3. Uyarlanabilir Yapay Sinir – Bulanık Mantık Çıkarım Sistemi (ANFIS) İle Geoit Yüksekliğinin Hesabı

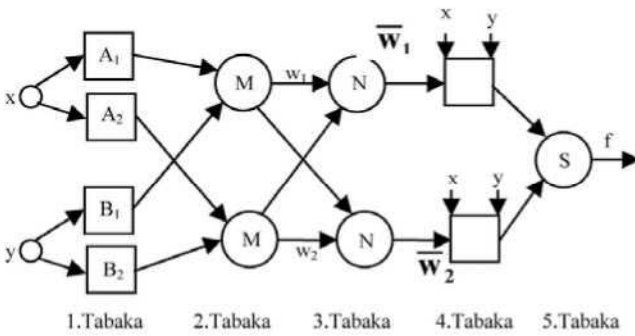
Matlab programının bulanık mantık modülü altında bulunan ANFIS editorü, Takagi – Sugeno yada Sugeno bulanık mantık yöntemine göre modelleme yapılarak çözümler elde edilir. burada ilk önce model oluşturmak için girdi ve çıktılar ve kullanılacak üyelik fonksiyonu belirlenir. Böylece üyelik

fonksiyonları yardımı ile girdiler bulanıklaştırılır. Sugeno tipi bulanık modellemede çıktı üyelik fonksiyonları sadece lineer yada sabittir. Çıktı üyelik fonksiyonları sabit olduğu zaman sıfıncı derece, 1. derece doğru denklemi şeklinde olduğu zaman ise birinci derece Sugeno bulanık model olarak adlandırılırlar (Xzhang web p.). Bir birinci derece Sugeno bulanık model aşağıdaki gibi tanımlanabilir.

ANFIS yapısını göstermek için 2 bulanık kurallı bir Sugeno bulanık modelini (Şekil 2) ele alalım.

- Kural 1: eğer  $(x=A_1)$  ve  $(y=B_1)$  ise  $f_1=p_1x+q_1y+r_1$
- Kural 2: eğer  $(x=A_2)$  ve  $(y=B_2)$  ise  $f_2=p_2x+q_2y+r_2$

Burada A ve B, x ve y üyelik fonksiyonları için tanımlanmış öncül kısımdaki bulanık kümeler; p, q ve r (r) ise soncul parametrelerdir. Böylece her bir kural için bir çıktı değeri elde edilir. ANFIS yapısı ve 5 farklı tabakada yapılan işlemlerle ilgili detaylar JYH- SHING (1993), AKYILMAZ vd. (2001), AKYILMAZ (2005), YILMAZ ve ARSLAN (2005) ve YILMAZ (2005)'de verilmiştir.



Şekil 2: İki girdi ve bir çıktılı ANFIS yapısı

#### 4. ANFIS İle Geoit Yüksekliğinin Hesaplanması

Matlab yazılımının bulanık mantık modülü altındaki ANFIS editörü kullanılarak Sugeno yöntemi ile geoit yüksekliğinin hesaplanması için izlenecek yol aşağıdaki gibidir.

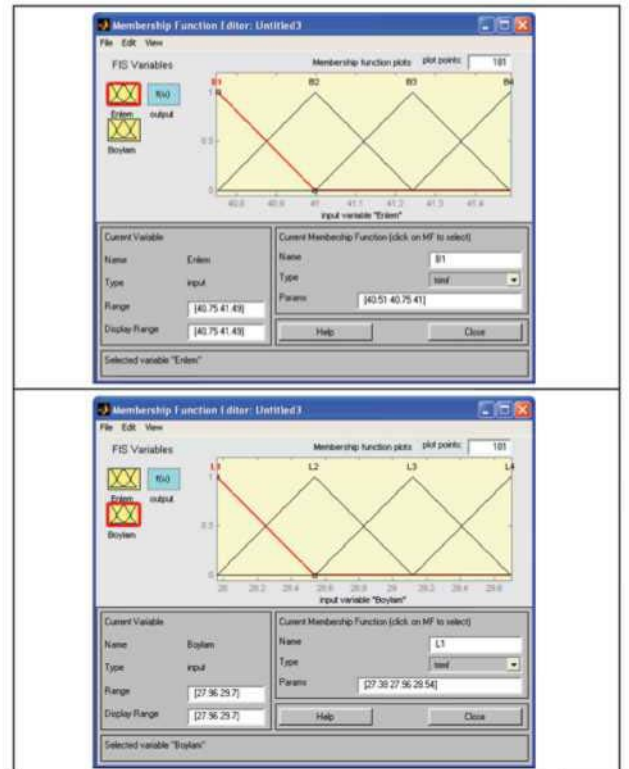
İlk önce mevcut veriler (enlem, boylam ve geoit yükseklikleri) bulanık modeli oluşturmak ve oluşturulan modelin doğruluğunu test etmek için eğitim ve test verileri olarak iki gruba ayrılmalıdır. Genelde test verilerinin sayısı eğitim verilerinin sayısının %10-15'inden daha az olmamalıdır. Burada İGNA projesi kapsamında (AYAN vd. 1999) elde edilen toplam 200 nokta bulanık modelin oluşturulmasında, 50 test noktası ise modelin test edilmesinde kullanılmıştır. İlk önce bulanık model oluşturulurken enlem ve boylam değerlerinin kaç alt bölgeye ayrılacağı ve hangi çeşit üyelik fonksiyonunun (üçgen, yamuk, Gauss eğrisi v.b.) kullanılacağı belirlenmesi gerekir. Burada enlem ve boylam değerleri 4'er alt bölgeye ayrılmış ve üçgen üyelik fonksiyonu kullanılmıştır. Kullanılan üçgen üyelik fonksiyonlarının aralıkları Tablo 1'deki gibi

seçilmiştir. Ayrıca bu aralıklar Şekil 3'de gösterilmiştir.

Tablo 1:Eğitmeden önceki enlem ve boylam aralık değerleri

Enlem(B) (derece)			
Alt Küme	Aralık değerleri		
B1	40.51	40.75	41.00
B2	40.75	41.00	41.24
B3	41.00	41.24	41.49
B4	41.24	41.49	41.73
Boylam(L) (derece)			
L1	27.38	27.96	28.54
L2	27.96	28.54	29.12
L3	28.54	29.12	29.70
L4	29.12	29.70	30.28

Sugeno bulanık mantık yönteminde çıktılar  $f = px + qy + r$  şeklinde bir birinci derece polinom ya da  $f = r$  gibi bir sabit ile ifade edilir. 1.derece polinom (doğrusal yaklaşım) ile daha iyi sonuçlar elde edildiği yapılan uygulamalarla doğrulanmıştır. Bu nedenle uygulamalarda modeller 1. derece polinom katsayıları ile oluşturulmuştur.



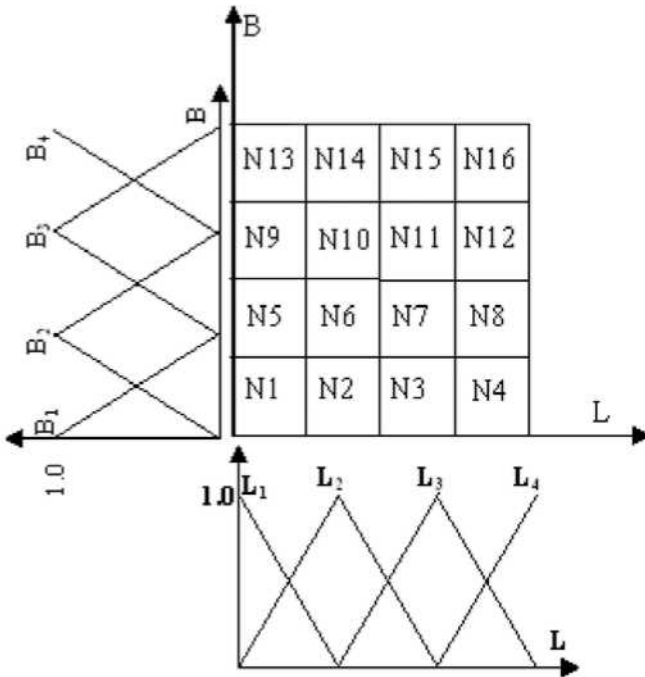
Şekil 3: Eğitimden önceki enlem ve boylam alt küme aralıkları

Enlem ve boylam değerleri 4'er alt kümeye ayrıldığı için toplam  $4 \times 4 = 16$  kural elde edilir. Bu kurallar Şekil 4'de gösterilmiştir. 16 kuraldan bazıları sözel olarak şöyledir:

Eğer enlem B1 ve boylam L1 ise geoit yüksekliği N1  
 Eğer enlem B1 ve boylam L2 ise geoit yüksekliği N2  
 Eğer enlem B2 ve boylam L3 ise geoit yüksekliği N7  
 Eğer enlem B3 ve boylam L4 ise geoit yüksekliği N12  
 Eğer enlem B4 ve boylam L4 ise geoit yüksekliği N16

Yazılan her bir kurala karşı sonuç elde etmek için de bir 1. derece polinom denklemi yazılır. Örneğin yukarıdaki 3 numaralı kural için  $f_7 = p_7B + q_7L + r_7$  (B enlem ve L boylam değerlerini göstermektedir) ve 4 numaralı kural için  $f_{12} = p_{12}B + q_{12}L + r_{12}$  denklemi yazılır. Toplam 16 kuralın her biri için p, q ve r bilinmeyenleri aşağıdaki gibi çözülür.

İlk önce eğitim verilerinden biri ele alınır ve enlem ve boylamlara karşılık üyelik fonksiyon değerleri belirlenir. Bu veri hangi kuralı tetikliyor o kural ya da kuralların ağırlıkları (w) ve normlandırılmış ağırlıklar  $\bar{w}_i$  bulunur. Son olarak normlandırılmış ağırlıklar ile 1. derece polinom denklemi katsayılarının çarpımlarının toplamı geoit yüksekliğini vereceği için bu veriye ait 1. derece polinom katsayıları ile ilgili denklem elde edilir. Yukarıda anlatılan işlem 200 nokta ile enlem ve boylam 4'er alt bölgeye ayrılarak oluşturulan bulanık modelde kullanılan 2 veri için aşağıdaki gibi gösterilebilir.



Şekil 4: Enlem ve boylamın 4'er alt küme ayrıldığı durumda oluşturulan kurallar kümesi

Nokta no:15265, enlem =  $41^{\circ}.155706$ , boylam =  $28^{\circ}.848092$  ve N = 37.0197 m.

İlk önce yukarıdaki noktanın enlem ve boylamlarına karşılık gelen üyelik fonksiyon değerlerinin bulunması gerekir. Enlem değeri alt küme aralıklarından B2 ve B3 aralıklarına düşmektedir ve üyelik fonksiyon değerleri Şekil 5'deki benzer üçgen formüllerinden yararlanılarak hesaplandığında  $\bar{U}_{B2} = 0.351225$  ve  $\bar{U}_{B3} = 0.648775$  bulunur.

Boylam değeri alt küme aralıklarından ikisine düşmektedir. Bunlar L2 ve L3 aralıklarıdır. Boylamın L2 ve L3 aralıklarındaki üyelik fonksiyon değerleri Şekil 6'daki gibi benzer üçgen formüllerinden yararlanarak  $\bar{U}_{L2} = 0.468807$  ve  $\bar{U}_{L3} = 0.531193$  bulunur.

Şimdi bu noktanın hangi kuralları tetiklediğinin bulunması gerekmektedir:

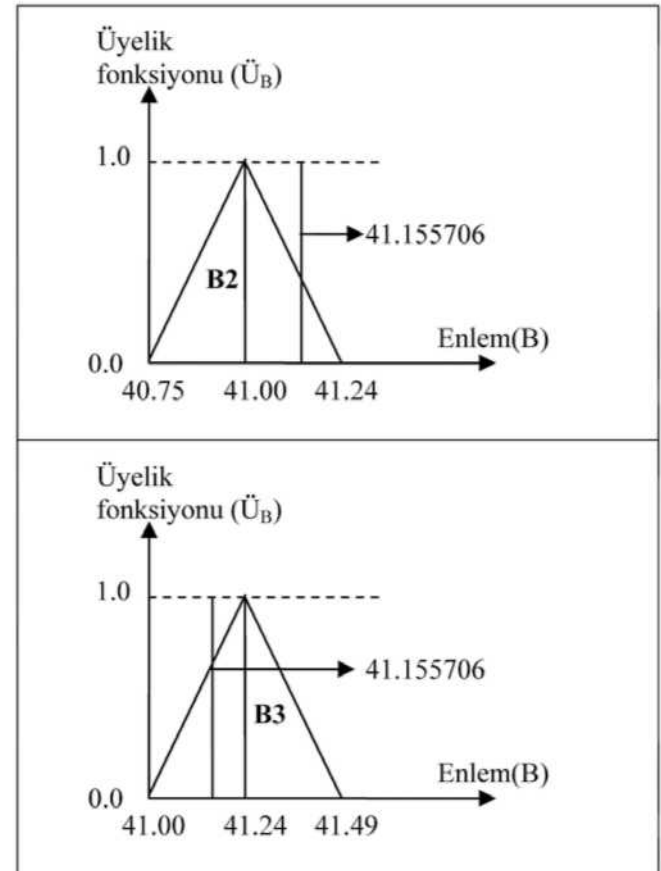
- Enlem B2 ve boylam L2 ise geoit yüksekliği N6
- Enlem B2 ve boylam L3 ise geoit yüksekliği N7.
- Enlem B3 ve boylam L2 ise geoit yüksekliği N10
- Enlem B3 ve boylam L3 ise geoit yüksekliği N11.

Yukarıdaki kuralların ağırlığı ise şöyle bulunur: N6 kuralının ağırlığı  $w_6 = \bar{U}_{B2} * \bar{U}_{L2}$ , N7 kuralının ağırlığı  $w_7 = \bar{U}_{B2} * \bar{U}_{L3}$ , N10 kuralının ağırlığı  $w_{10} = \bar{U}_{B3} * \bar{U}_{L2}$  ve N11 kuralının ağırlığı ise  $w_{11} = \bar{U}_{B3} * \bar{U}_{L3}$  olduğuna göre  $w_6 = 0.164657$ ,  $w_7 = 0.186568$ ,  $w_{10} = 0.304150$  ve  $w_{11} = 0.344625$  çıkar.

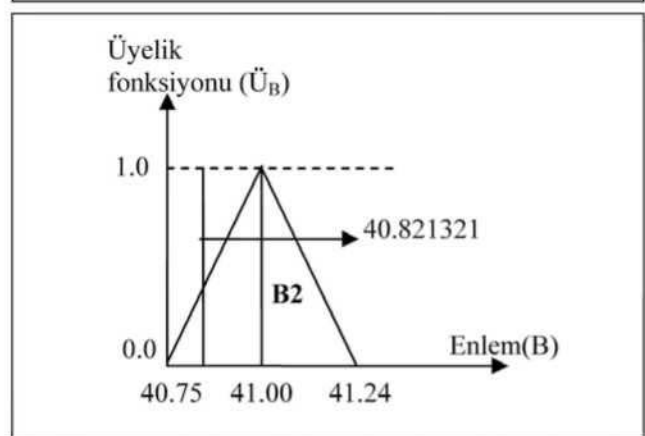
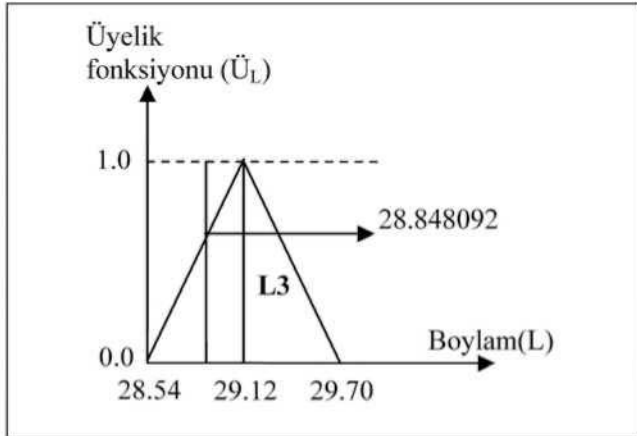
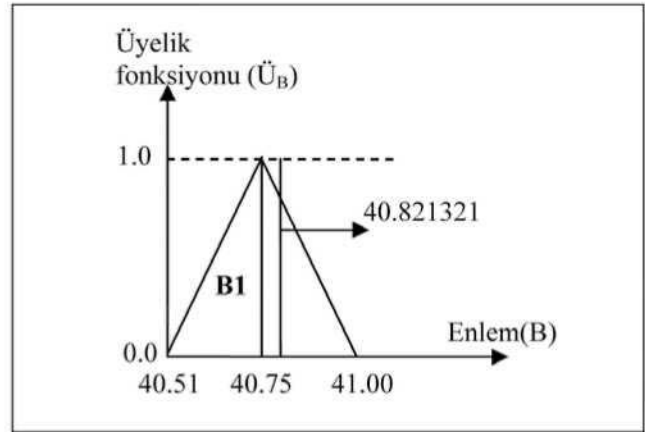
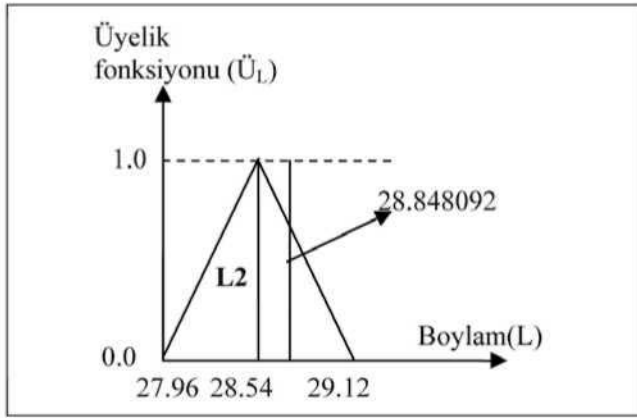
Bundan sonra normlandırılmış ağırlıklar bulunmalıdır. Bunlar,

$$\bar{w}_6 = \frac{w_6}{w_6 + w_7 + w_{10} + w_{11}}, \quad \bar{w}_7 = \frac{w_7}{w_6 + w_7 + w_{10} + w_{11}},$$

$$\bar{w}_{10} = \frac{w_{10}}{w_6 + w_7 + w_{10} + w_{11}} \quad \text{ve} \quad \bar{w}_{11} = \frac{w_{11}}{w_6 + w_7 + w_{10} + w_{11}}$$



Şekil 5. 15265 numaralı noktanın enlem değerinin üyelik derecesinin belirlenmesi.



Şekil 6. 15265 numaralı noktanın boylam değerinin üyelik derecesinin belirlenmesi

Şekil 7. 34328 numaralı noktanın enlem değerinin üyelik derecesinin belirlenmesi.

eşitliklerinden;  $\bar{w}_6 = 0.164657$ ,  $\bar{w}_7 = 0.186568$ ,  $\bar{w}_{10} = 0.304150$  ve  $\bar{w}_{11} = 0.344625$  çıkar. Üçgen üyelik fonksiyonları için eşit aralıklar öngörüldüğünden yukarıdaki  $w_i$  ağırlıkları aynı zamanda normlandırılmış ağırlıklardır ( $\bar{U}_{B2} = 1 - \bar{U}_{B3}$  ve  $\bar{U}_{L2} = 1 - \bar{U}_{L3}$  olduğu görülmektedir).

Geoit yüksekliğini bulmak için normlandırılmış ağırlıklar ilgili kurala ait 1. derece polinom denklemleriyle çarpılarak toplamları oluşturulur; geoit yüksekliği  $N_{16458}$ ;

$$\begin{aligned} \bar{w}_6 f_6 &= 0.164657 [(p_6 \ 41.155706) + (q_6 \ 28.848092) + r_6] \\ \bar{w}_7 f_7 &= 0.186568 [(p_7 \ 41.155706) + (q_7 \ 28.848092) + r_7] \\ \bar{w}_{10} f_{10} &= 0.304150 [(p_{10} \ 41.155706) + (q_{10} \ 28.848092) + r_{10}] \\ \bar{w}_{11} f_{11} &= 0.344625 [(p_{11} \ 41.155706) + (q_{11} \ 28.848092) + r_{11}] \end{aligned} \quad (2)$$

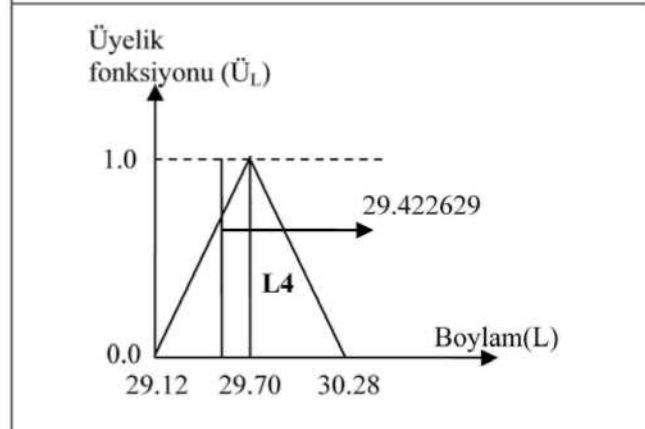
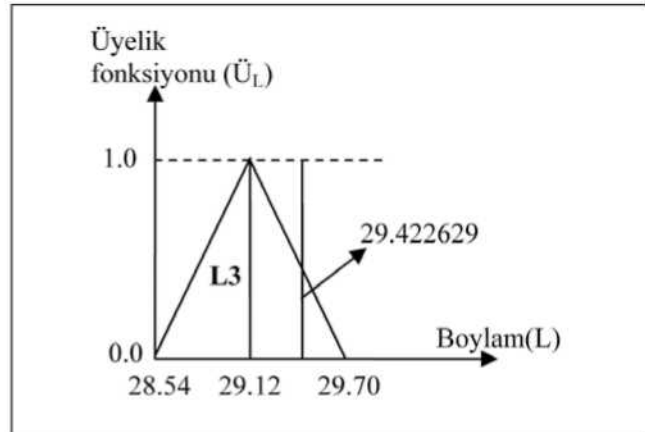
olmak üzere,

$$N_{15265} = \bar{w}_6 * f_6 + \bar{w}_7 * f_7 + \bar{w}_{10} * f_{10} + \bar{w}_{11} * f_{11} \quad (3)$$

elde edilir.

Böylece 15265 numaralı nokta 4 kuralı (N6, N7, N10 ve N11) tetiklediği için bu kurallara ilişkin (2)'deki 1. derece polinom denklemleri elde edilmektedir.

Benzer bir hesaplamayı enlem = 40°.821321, boylam = 29°.422629 ve N= 36.8217 m olan 34328 noktası için yapalım. Enlem değeri B1 ve B2, boylam değeri de L3 ve L4 alt bölgelerine düşmektedir. Bu noktanın tetiklediği kurallar kümesi aşağıdaki gibidir;



Şekil 8. 34328 numaralı noktanın boylam değerinin üyelik derecesinin belirlenmesi

- Enlem B1 ve boylam L3 ise geoit yüksekliği N3,
- Enlem B1 ve boylam L4 ise geoit yüksekliği N4,
- Enlem B2 ve boylam L3 ise geoit yüksekliği N7,
- Enlem B2 ve boylam L4 ise geoit yüksekliği N8.

Bu noktanın enlem ve boylamının üyelik fonksiyon değerleri Şekil 7 ve Şekil 8 'deki üçgenlerin benzerliğinden faydalanarak hesapladığında  $\bar{U}_{B1}=0.714716$ ,  $\bar{U}_{B2}=0.285284$ ,  $\bar{U}_{L3}=0.478226$  ve  $\bar{U}_{L4}=0.521774$  olarak bulunur. Her bir kuralın ağırlığı  $w_i = \bar{U}_{B_i} * \bar{U}_{L_i}$  şeklinde hesaplanır. Sonuçta,

- $w_3 = \bar{U}_{B1} * \bar{U}_{L3} = 0.744716 * 0.478284 = 0.341796$ ,
- $w_4 = \bar{U}_{B1} * \bar{U}_{L4} = 0.744716 * 0.521774 = 0.372920$ ,
- $w_7 = \bar{U}_{B2} * \bar{U}_{L3} = 0.285284 * 0.478284 = 0.136430$ ,
- $w_8 = \bar{U}_{B2} * \bar{U}_{L4} = 0.285284 * 0.521774 = 0.148854$ ,

elde edilir.

Şimdi de normlandırılmış ağırlıkların bulunması gerekmektedir. Üçgen üyelik fonksiyonları için yine eşit aralıklar öngörüldüğünden yukarıdaki ağırlıklar aynı zamanda normlandırılmış ağırlıklardır ( $\bar{w}_i = \bar{w}_i$ ). Geoit yüksekliğini bulmak için normlandırılmış ağırlıkların ilgili kurala ait 1.derece polinom denklemleriyle çarpımlarının toplamı oluşturulmalıdır. Yani;

$$N_{34328} = \bar{w}_3 f_3 + \bar{w}_4 f_4 + \bar{w}_7 f_7 + \bar{w}_8 f_8 \quad (4)$$

$$\begin{aligned} \bar{w}_3 f_3 &= 0.341796 [(p_3, 40.821321) + (q_3, 29.422629) + r_3] \\ \bar{w}_4 f_4 &= 0.372920 [(p_4, 40.821321) + (q_4, 29.422629) + r_4] \\ \bar{w}_7 f_7 &= 0.136430 [(p_7, 40.821321) + (q_7, 29.422629) + r_7] \\ \bar{w}_8 f_8 &= 0.148854 [(p_8, 40.821321) + (q_8, 29.422629) + r_8] \end{aligned} \quad (5)$$

dir. Böylece 34328 noktasının enlem ve boylam değerleri 4 kuralı tetiklediği için bu noktada 1. derece polinom katsayıları ile ilgili 4 denklem elde edilmiştir.

Kalan 198 nokta için aynı işlemler tekrarlanarak her bir noktanın tetiklediği kurallar, kuralların normlandırılmış ağırlıkları ve kurallara ilişkin 1.derece polinom denklemleri kümesi elde edilir. Sonuçta katsayılar matrisi  $A_{m \times p}$  ( $m$ =toplam veri sayısı (200),  $p$ = kurallar toplamının 3 katı (48), çünkü her bir kural için 3 bilinmeyen;  $p, q, r$  var), bilinmeyenler vektörü ve yalın terimler vektörü olmak üzere  $A =$  gibi bir denklem sistemi elde edilir. Yalın terimler vektörü her bir noktaya ait geoit yükseklik değerlerinden oluşmaktadır. Buradan bilinmeyenler vektörü en küçük kareler yöntemine göre çözümlenerek her bir kurala ilişkin doğrusal denklem katsayıları bulunur (HINES 1997).

Bu doğrusal denklem katsayıları yardımıyla oluşturulan model ile noktanın geoit yüksekliği belirlenir. Modele göre belirlenen geoit yüksekliği ile gerçek geoit yüksekliği arasındaki fark model hatasıdır. Bu hata yapay sinir ağları ile geriye doğru dağıtılarak alt küme aralıkları (öncül parametreler) değiştirilir ve işlem bir kez daha yapılır. Yineleme işlemleri hata miktarı istenen bir sınır değerinden küçük kalıncaya dek sürdürülür. Sonuçta alt küme aralıkları başlangıçtakine göre

biraz değişir ve her bir kural için (o kuralın geçerli olduğu bölgede yeterli sayıda veri varsa) 1. derece polinom katsayıları elde edilir. 200 noktanın enlem ve boylam değerlerinin 4'er alt kümeye ayrıldığı durumda veriler eğitildikten sonraki alt küme aralıkları Tablo 2'de verilmiş ve Şekil 9'da gösterilmiştir.

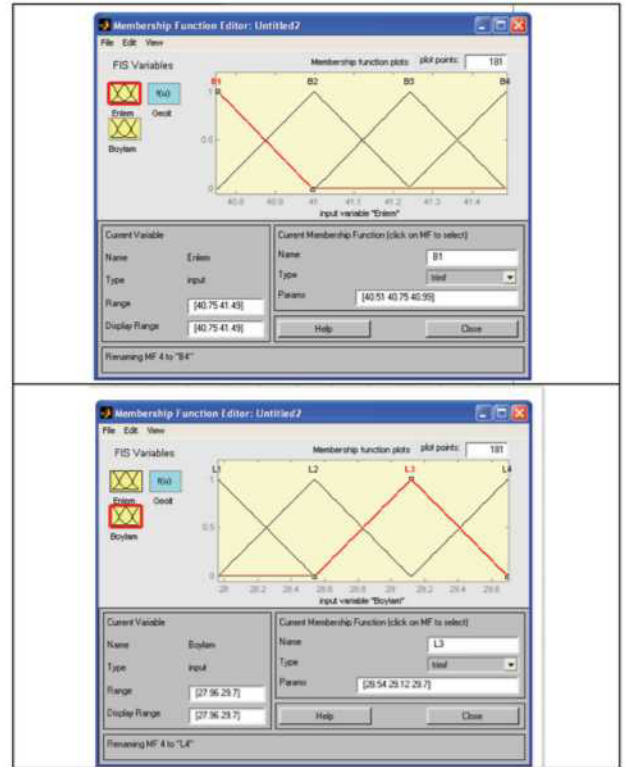
Tablo 2: Eğitimden sonraki enlem ve boylam aralık değerleri

Enlem(B) (derece)			
Alt Küme	Aralık değerleri		
B1	40.51	40.75	40.99
B2	40.75	41.00	41.24
B3	41.00	41.24	41.49
B4	41.24	41.49	41.73
Boylam(L) (derece)			
L1	27.38	27.96	28.54
L2	27.96	28.54	29.11
L3	28.54	29.12	29.70
L4	29.12	29.70	30.28

16 kural için bulunmuş olan 1. derece polinom katsayıları Tablo 3'de verilmiştir.

Tablo 2'de verilen alt küme aralıkları ve Tablo 3'de gösterilen 1. derece polinom katsayıları yardımıyla bir model ve bir test noktasının geoit yüksekliklerinin nasıl hesaplanacağı aşağıda (Tablo 4) açıklanmaktadır.

İlk önce 34343 noktasının enlem ve boylamının üyelik fonksiyon değerleri  $\bar{U}_{B2}=0.667397$ ,  $\bar{U}_{B3}=0.330490$ ,  $\bar{U}_{L1}=0.679861$  ve  $\bar{U}_{L2}=0.320789$  bulunur. Bu noktanın tetiklediği kurallar ve Tablo 3'e göre 1. derece polinom katsayıları aşağıdaki gibidir:



Şekil 9: Eğitimden sonraki enlem ve boylam alt küme aralıkları

Tablo 3. Veriler eğitildikten sonra 16 kural için elde edilen 1. derece polinom katsayıları

Katsayılar			
Kural No	p	q	r
N1	0.5552	0.3789	0.0136
N2	1.5069	-0.9592	0.2272
N3	-1.3437	1.7123	41.3054
N4	0.4993	1.8386	-37.9500
N5	-2.9025	3.6695	53.8877
N6	-1.8757	5.5196	-43.5898
N7	-2.2332	5.8193	-41.154
N8	-3.7708	5.1761	37.4836
N9	-5.7631	9.9970	-4.3300
N10	-4.9749	8.6065	-3.0055
N11	-5.3057	8.3249	12.6007
N12	-4.6311	7.7478	-4.2299
N13	-7.1566	13.4586	-40.9703
N14	-8.4981	11.9694	47.5036
N15	-6.9664	11.2792	-5.6622
N16	0.0000	0.0000	0.0000

Enlem B2 ve boylam L1 ise geoit yüksekliği N5(-2.9025, 3.6695, 53.8877)

Enlem B2 ve boylam L2 ise geoit yüksekliği N6(-1.8757, 5.5196, -43.5898)

Enlem B3 ve boylam L1 ise geoit yüksekliği N9(-5.7631, 9.9970, -4.3300)

Enlem B3 ve boylam L2 ise geoit yüksekliği N10(-4.9749, 8.6065, -3.0055)

Tablo 4: ANFIS editöründe bulanık mantık ilkelerine göre çözümün yapılmışına ait örnekte kullanılan noktalara ilişkin veriler.

	Nokta No	
	34343	34318
Enlem (derece)	41.080361	41.274060
Boylam(derece)	28.145852	28.861362
N <sub>GPS/Niv.</sub> (m)	37.4703	36.6080
N <sub>ANFIS Program</sub> (m)	37.4459	36.6263
Nokta Türü	Test Noktası	Model Noktası

34343 noktasının tetiklediği kuralların ağırlıkları ( $w_i = \bar{U}_{B_i} * \bar{U}_{L_i}$ ):

$$w_5 = \bar{U}_{B2} \bar{U}_{L1} = 0.667397 * 0.679861 = 0.453737$$

$$w_6 = \bar{U}_{B2} \bar{U}_{L2} = 0.667397 * 0.320789 = 0.214093$$

$$w_9 = \bar{U}_{B3} \bar{U}_{L1} = 0.330490 * 0.679861 = 0.224687$$

$$w_{10} = \bar{U}_{B3} \bar{U}_{L2} = 0.330490 * 0.320789 = 0.106017$$

Normlandırılmış ağırlıklar:  $\bar{w}_i = \frac{w_i}{w_5 + w_6 + w_9 + w_{10}}$  den;

$$\bar{w}_5 = \frac{w_5}{w_5 + w_6 + w_9 + w_{10}} = 0.454403,$$

$$\bar{w}_6 = \frac{w_6}{w_5 + w_6 + w_9 + w_{10}} = 0.214407,$$

$$\bar{w}_9 = \frac{w_9}{w_5 + w_6 + w_9 + w_{10}} = 0.225017,$$

$$\bar{w}_{10} = \frac{w_{10}}{w_5 + w_6 + w_9 + w_{10}} = 0.106173$$

$\bar{w}_i f_i$  çarpımları:

$$\bar{w}_6 f_6 = 0.454403 * [(-2.9025 * 41.080361) + (3.6695 * 28.145852) + 53.8877] = 17.2369$$

$$\bar{w}_9 f_9 = 0.214407 * [(-1.8757 * 41.080361) + 5.5196 * 28.145852) + (-43.5898)] = 7.4420$$

$$\bar{w}_{10} f_{10} = 0.225017 * [(-5.7631 * 41.080361) + (9.9970 * 28.145852) + (-4.3300)] = 9.0668$$

$$\bar{w}_5 f_5 = 0.106173 * [(-4.9749 * 41.080361) + (8.6065 * 28.145852) + (-3.0055)] = 3.7013.$$

34363 noktasının geoit yüksekliği N:

$$N = \bar{w}_5 f_5 + \bar{w}_6 f_6 + \bar{w}_9 f_9 + \bar{w}_{10} f_{10} = 37.4470 \text{ m}$$

34343 numaralı noktanın geoit yüksekliği 200 nokta ile enlem ve boylam 4'er alt bölgeye ayrılarak oluşturulan bulanık modele göre Matlab yazılımı kullanılarak doğrudan  $N_{\text{model}34343} = 37.4459 \text{ m}$  bulunmuştur. Sonuç parametrelere ilişkin 1. derece polinom katsayıları kullanılarak hesaplanan geoit yüksekliği (37.4470 m) ile aynı noktanın  $N_{\text{GPS/niv}}$  yüksekliği (37.4703 m) arasında - 2.33 cm, Matlab yardımıyla doğrudan hesaplanan geoit yüksekliği (37.4459 m) ile aynı noktanın  $N_{\text{GPS/niv}}$  yüksekliği arasında ise - 2.44 cm fark bulunmuştur. Adım adım geoit yüksekliği hesabı ile doğrudan hesaplama sonuçları arasındaki fark 1.1 mm dir.

Şimdi de bulanık modelde kullanılan 34318 numaralı noktanın geoit yüksekliğinin hesaplanmasını açıklayalım. Bu noktanın enlem ve boylamının üyelik fonksiyon değerleri;  $\bar{U}_{B3} = 0.869911$ ,  $\bar{U}_{B4} = 0.154528$ ,  $\bar{U}_{L2} = 0.440118$  ve  $\bar{U}_{L3} = 0.555088$  dir. Tetiklenen kurallar ve 1. derece polinom katsayıları şöyledir:

Enlem B3 ve boylam L2 ise geoit yüksekliği N10 (-4.9749, 8.6065, -3.0055)

Enlem B3 ve boylam L3 ise geoit yüksekliği N11 (-5.3057, 8.3249, 12.6007)

Enlem B4 ve boylam L2 ise geoit yüksekliği N14 (-8.4981, 11.9694, 47.5036)

Enlem B4 ve boylam L3 ise geoit yüksekliği N15 (-6.9664, 11.2792, -5.6622)

34318 noktasının tetiklediği kuralların ağırlıkları ( $w_i = \bar{U}_{B_i} * \bar{U}_{L_i}$ ):

$$w_{10} = \bar{U}_{B3} \bar{U}_{L2} = 0.869911 * 0.440118 = 0.382863$$

$$w_{11} = \bar{U}_{B3} \bar{U}_{L3} = 0.869911 * 0.555088 = 0.482877$$

$$w_{14} = \bar{U}_{B4} \bar{U}_{L2} = 0.154528 * 0.440118 = 0.068011$$

$$w_{15} = \bar{U}_{B4} \bar{U}_{L3} = 0.154528 * 0.555088 = 0.085777$$

Normlandırılmış ağırlıklar:

$$\bar{w}_{10} = 0.375530, \bar{w}_{11} = 0.473628, \bar{w}_{14} = 0.066708,$$

$$\bar{w}_{15} = 0.084134$$

$\bar{w}_i f_i$  çarpımları:

$$\bar{w}_{10} f_{10} = 0.375530 * [(-4.9749 * 41.274060) + (8.6065 * 28.861362) + (-3.0055)] = 15.04203$$

$$\bar{w}_{11} f_{11} = 0.473628 * [(-5.3057 * 41.274060) + (8.3249 * 28.861362) + 12.6007] = 16.04694$$

$$\bar{w}_{14} f_{14} = 0.066708 * [(-8.4981 * 41.274060) + (11.9694 * 28.861362) + 47.5036] = 2.81546$$

$$\bar{w}_{15} f_{15} = 0.084134 * [(-6.9664 * 41.274060) + (11.2792 * 28.861362) - (5.6622)] = 2.72083$$

34318 noktasının geoit yüksekliği N:

$$N = \bar{w}_{10} * f_{10} + \bar{w}_{11} * f_{11} + \bar{w}_{14} * f_{14} + \bar{w}_{15} * f_{15} = 36.6253 \text{ m}$$

34318 numaralı noktanın geoit yüksekliği, 200 nokta ile enlem ve boylam 4'er alt bölgeye ayrılarak oluşturulan bulanık modele göre Matlab yazılımı kullanılarak doğrudan  $N_{\text{model}34318} = 36.6263 \text{ m}$  bulunmuştur. Soncul parametrelere ilişkin 1.derece polinom katsayıları kullanılarak hesaplanan geoit yüksekliği (36.6253 m) ile aynı noktanın  $N_{\text{GPS/niv}}$  yüksekliği arasında + 1.73 cm, doğrudan hesaplanan geoit yüksekliği ile aynı noktanın  $N_{\text{GPS/niv}}$  yüksekliği arasında ise +1.83 cm fark bulunmuştur. Adım adım yapılan geoit yüksekliği hesabı ile doğrudan hesaplama sonuçları arasındaki farkın 1 mm olduğu görülmektedir.

## 5. Sonuçlar ve Öneriler

Geoit yüksekliği uydu teknolojilerinin rasyonel kullanımını sağlayan bilgisidir. Bu nedenle yüksek doğrulukla ve kolayca belirlenebilmesi gerekir. ANFIS, verilerin eğitilmesine olanak vermesi ve bulanık modelin kolayca oluşturulması nedeniyle tercih edilmektedir. ANFIS ile geoit yüksekliği hesabında noktaların enlem ve boylam değerleri girdi olarak alınmış, öte yandan GPS/nivelman yöntemine göre belirlenmiş geoit yükseklikleri de çıktı olarak alınmış, böylece iki girdi ve bir çıktılı bir bulanık model oluşturulmuştur. Bulanık modelde öncül ve soncul parametrelerin bulunması ve verilerin eğitilmesi açıklanmış bir noktanın geoit yüksekliğinin nasıl hesaplanacağı sayısal örneklerle adım adım gösterilmiştir. Sayısal uygulama sonuçları, Matlab yazılımı yardımıyla doğrudan bulunan geoit yükseklik değerleri ile adım adım hesaplananlar arasındaki farkların çok küçük olduğunu; bölge için oluşturulan bir bulanık modele ilişkin kurallar ve 1 derece polinom katsayıları

ya da bir bulanık model ve Matlab yazılımı kullanılarak enlem ve boylam değerleri bilinen bir noktanın geoit yüksekliğinin hesaplanabileceğini göstermektedir.

## Kaynaklar

- AKYILMAZ O.: **Esnek Hesaplama Yöntemlerinin Jeodezide Uygulamaları**, Doktora tezi, İ.T.Ü. Fen Bilimleri Enstitüsü, İstanbul, 2005
- AKYILMAZ O., AYAN T. ve ÖZLÜDEMİR T.: **Geoid surface approximation by using Adaptive Network Based Fuzzy Inference Systems**, Allgemeine Vermessungsnachrichten–AVN 8-9, 22-27, Wichmann, Hüthig
- HINES J.W.: **MATLAB supplement to Fuzzy and neural approaches in engineering**, John Wiley & Sons Inc, ISBN:0471192473 New York, 1997
- ŞEN Z.: **Bulanık mantık ve modelleme ilkeleri**, Bilge Yayıncılık, ISBN:975-8509-23-3 İstanbul, 2001
- AYAN T., AKSOY A., ÇELİK R.N., DENİZ R., ARSLAN E., ÖZŞAMLI C., DENLİ H.,EROL S., ÖZÖNER B.: **İstanbul GPS Nirengi Ağı (İGNA) Teknik Rapor**, İstanbul Teknik Üniversitesi İnşaat Fakültesi Jeodezi Anabilim Dalı, İstanbul, Kasım, 1999
- JYH- SHING R. J.: **ANFIS: adaptive – network based fuzzy inference system**, IEEE Transactions on systems, man, and sybernetic, 23, No:3, s. 665-685, 1993
- FEATHERSTONE W.E., DENTITH M.C. KIRBY J.F.: **Strategies for accurate determination of orthometric heights from GPS**, Survey Review, 34, 267, 278-296, 1998
- GILLILAND J. R. ve JAKSA D. S.: **GPS – A tool for orthometric height determinations**, Survey Review, 32, 251, 265-272, 1994
- KOTSAKIS C, SIDERIS M.G.: **On the adjustment of combined GPS/levelling/geoid networks**. J Geod, 73, 412–421, 1999
- SEAGER J., COLLIER P, KIRBY J., **Modelling geoid undulations with an artificial neural network**, IEEE, International Joint Conference on Volume 5, 10-16 July, s:3332 – 3335, ISBN: 0-7803-5529-6 Washington, DC, USA 1999
- YILMAZ M. ve ARSLAN E.: **Nokta yoğunluğunun geoit hesabına etkisi**, 10. Türkiye Harita Bilimsel ve Teknik kurultayı, 28 Mart- 1 Nisan 2005, ODTÜ Kültür ve Kongre Merkezi, HKM Ankara. 2005
- YILMAZ M.: **İstanbul Metropolitan Alanında Geoit Araştırması**, Doktora tezi, İ.T.Ü. Fen Bilimleri Enstitüsü, İstanbul, 2005
- Mathworks Web P.: <http://www.mathworks.com/access/helpdesk/help/toolbox/fuzzy/>, 25 Nisan 2006
- Xzhang Web P.: <http://www.cems.uwe.ac.uk/~xzhang/PDF/MSc/Fuzzy%20Logic.pdf>, 02 Mayıs 2006