



## Control of make-to-stock production systems with setup costs

Sinem Özkan<sup>ID</sup>, Önder Bulut\*<sup>ID</sup>

Department of Industrial Engineering, Yaşar University, Bornova Izmir, 35100, Turkey

### Highlights:

- Control of Markovian make-to-stock systems
- Analyses for optimal production and rationing policies
- Proposing easy-to-apply new policies

### Keywords:

- Inventory
- Start-up cost
- Production and inventory control
- Stock rationing
- Multi-production line

### Article Info:

Research Article  
Received: 10.04.2019  
Accepted: 21.12.2019

### DOI:

10.17341/gazimmfd.551684

### Acknowledgement:

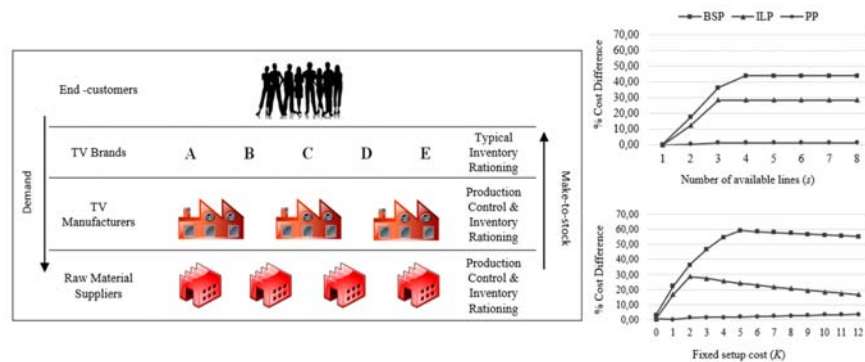
This work was supported by the Scientific and Technological Research Council of Turkey as a part of the project 213M355

### Correspondence:

Author: Önder Bulut  
e-mail:  
onder.bulut@yasar.edu.tr  
phone: +90 232 570 8252

### Graphical/Tabular Abstract

We study the joint production-inventory control problem in a Markovian make-to-stock production environment with fixed start-up cost, multiple identical production lines and several customer classes. The dynamic programming formulation of the problem is developed and it is shown with the numerical examples that the optimal production and stock rationing policies have dynamic structures. We also propose easy-to-apply alternative policies. Left part of Figure A depicts a supply chain example that highlights the role and significance of the problem in practice. The production-inventory control problem can be experienced at almost all the echelons of typical supply chains. As seen from right part of Figure A, the proposed production policy (PP) is near optimal and its performance is robust with respect to the changes in the most important system parameters, which are the number of available lines and the fixed production cost.



**Figure A.** Left part: A supply chain example; Right part: optimal production policy versus alternative policies: *i*. impact of number of available lines (at top right), *ii*. fixed production cost (at bottom right)

**Purpose:** We study the production and inventory control of make-to-stock systems having multiple production lines, production start-up costs and different customer classes. The first aim of the study is to elaborate on the dynamic structure of the optimal production and stock allocation (rationing) policies. Second, we also aim to propose well-performing and easy-to-apply alternative policies.

### Theory and Methods:

The dynamic programming formulation of the M/M/s make-to-stock queue model is developed and the optimal production and rationing policies are numerically studied via Value Iteration Algorithm (VIA). We also impose the structure of the proposed production and rationing policies to the VIA and reuse the algorithm to assess the performances of the proposed policies.

### Results:

Numerical studies reveal that the optimal production and rationing policies are highly dynamic. On the other hand, it is also shown that the proposed easy-to-apply policies are near optimal.

### Conclusion:

We study the joint production-inventory control problem in a make-to-stock production setting with fixed start-up cost, multiple lines and several customer classes. First, the dynamic programming formulation of the M/M/s make-to-stock queue model is developed and the structure of the optimal production and rationing policies are studied. Due to the dynamic nature of the optimal production policy, as a second contribution, we propose a well-performing and easy-to-apply alternative. In addition, a general rationing policy structure is also proposed. This structure has the flexibility to generate the well-known FCFS and static rationing policies as well as a new dynamic policy. We conduct an extensive numerical study and assess the value of rationing as a strategy and the additional gain that the dynamic policy can bring over the static policy. We also measure the optimality gap of the best policy that our structure can generate.



## Hazırlık maliyetli stoğa-üretim sistemlerinin kontrolü

Sinem Özkan<sup>ID</sup>, Önder Bulut\*<sup>ID</sup>

Yaşar Üniversitesi, Mühendislik Fakültesi, Endüstri Mühendisliği Bölümü, 35100, Bornova İzmir Türkiye

### Ö N E Ç İ K A N L A R

- Markov yapılı stoğa-üretim sistemlerinin kontrolü
- Eniyi üretim ve tayınlama politikalarının analizi
- Uygulaması kolay yeni politikaların önerilmesi

#### Makale Bilgileri

Araştırma Makalesi

Geliş: 10.04.2019

Kabul: 21.12.2019

#### DOI:

10.17341/gazimmfd.551684

#### Anahtar Kelimeler:

Envanter,  
hazırlık maliyeti,  
üretim ve envanter kontrolü,  
stok tayınlama,  
çoklu üretim hattı.

#### ÖZET

Bu çalışma, paralel ve özdeş üretim hatları, çeşitli müşteri sınıfları, üretim başlatma, elde stok tutma ve kayıp satış maliyetlerinin mevcut olduğu Markov yapılı stoğa-üretim sistemleri için üretim-envanter ortak kontrolünü ele almaktadır. Üretimin tamamlanması ve müşteri talebi gelmesi olaylarında verilmesi gereken iki tip karar vardır. Birincisi, yeni kaç tane üretim hattının aktive edileceği, ikincisi ise gelen talebin karşılanıp karşılanmayacağıdır. Özellikle, envanter pozisyonunun düşük olduğu sistem durumlarında, düşük önceliğe sahip sınıfların taleplerinin reddedilmesi ve eldeki stoğun daha öncelikli/değerli sınıfların gelecek talepleri için saklanması daha ekonomik olacaktır. Bu çalışma, sabit üretim maliyetleri, birden fazla üretim hattı ve çeşitli müşteri sınıflarını aynı anda ele alması ile stoğa-üretim sistemlerinin kontrolü teknik yazımına katkıda bulunmaktadır. İki boyutlu bir sistem durum vektörü tanımlayarak Markov karar süreci olarak modellediğimiz sistemin dinamik programlama formülasyonu geliştirilmiş ve değer yineleme algoritması kullanılarak eniyi üretim ve stok tayınlama politikalarının dinamik bir yapıya sahip olduğu örneklerle gösterilmiştir. Eniyi politikaların yapısının karmaşık ve dinamik olması nedeniyle, uygulanması kolay ve iyi performans gösteren alternatif politikalar da sunulmuştur. Önerilen üretim politikası teknik yazımda sıkça ele alınan iki-kritik-sayı politikasının genişletilmiş halidir. Önerilen tayınlama politikası ise stok seviyesine ek olarak, yakın gelecekte stoğa eklenecek iş emirlerinin etkisini karara yansıtan dinamik bir politikadır.

## Control of make-to-stock production systems with setup costs

### H I G H L I G H T S

- Control of Markovian make-to-stock systems
- Analyses for optimal production and rationing policies
- Proposing easy-to-apply new policies

#### Article Info

Research Article

Received: 10.04.2019

Accepted: 21.12.2019

#### DOI:

10.17341/gazimmfd.551684

#### Keywords:

Inventory,  
start-up cost,  
production and inventory  
control,  
stock rationing,  
multi-production line

#### ABSTRACT

This study considers the joint control of production and inventory in a Markovian make-to-stock environment with parallel production lines, production start-up costs, several customer classes and lost sales. At the production completion and demand arrival epochs, there are two types of decisions. The first is the determination of the number of lines that should be active (producing) and the second one is whether to satisfy an arriving demand. Especially, at the states where inventory position is low, it would be more economical to reject the arriving demands of lower priority classes and reserve on-hand stock for future demands of more valuable classes. This study contributes to the control literature of make-to-stock systems with the simultaneous consideration of fixed production costs, multiple lines and several customer classes. The dynamic programming formulation of the system, which we model as a Markov Decision Process, is developed by defining a two-dimensional system state vector. The model is solved with the value iteration algorithm. It is shown with the numerical examples that the optimal production and stock rationing policies have dynamic structures. Due to the dynamic nature of the optimal policies, we also propose easy-to-apply and well-performing alternative policies. The proposed production policy is an extended version of the two-critical-number policy, which is frequently considered in the literature. The proposed rationing policy is a dynamic one that considers the value of outstanding production orders in addition to inventory level.

## 1. GİRİŞ (INTRODUCTION)

Üretimi kontrol eden mühendisler, elde tutma, kayıp satış ve üretim maliyetlerini dengelemek için ideal miktarda üretim yapmayı hedeflerler. Günümüzün üretim-envanter sistemlerinin pek çoğu, üretim hızını talebe göre ayarlamak için çoklu/paralel üretim hatlarına sahiptir. Bunun yanında, bu sistemler, farklı kayıp satış maliyetleri ya da hizmet düzeyi gerekliliklerine sahip farklı müşteri sınıflarından talepler almaktadırlar. Bu tür farklı müşteri sınıflarına sahip envanter sistemlerini yönetilmesine stok tayinleme problemleri denmektedir.

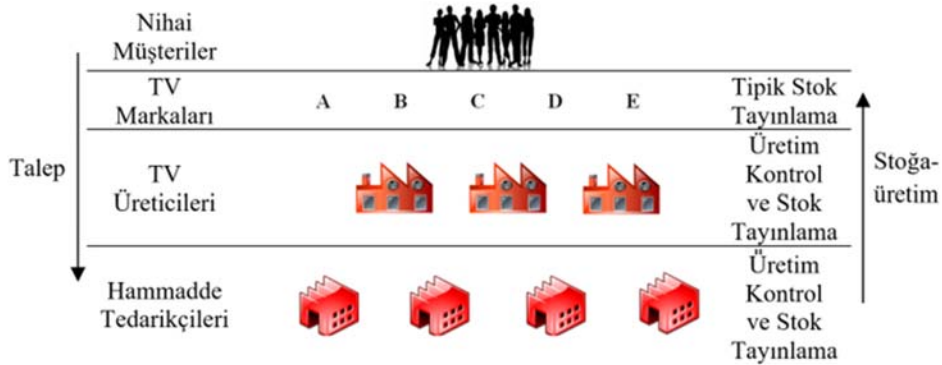
Üretim süreleri ve talepler arası sürelerin rassal değişkenler olması, üretim yapılabilecek birden fazla kanal olması ve eldeki stoğun müşteri önceliklerine göre kullanılabilir olmasından dolayı, üretim ve envanterin birlikte yönetilmesi toplam maliyeti düşürme konusunda büyük bir potansiyele sahiptir. Ancak, pek çok sistem için bu problemin en genel halinin ideal şekilde çözümü ve kontrolü oldukça zordur. Çünkü, sistem-durum vektörü, envanter seviyesinin, aktif hatların indekslerinin (işlem süresi dağılımları her hatta farklılık gösterebilir), henüz tamamlanmamış üretim emirlerinin (siparişlerin) sayısının ve bu emirlerin tümünün yaş veya ne zaman tamamlanacağı bilgilerinin takibini dinamik olarak yapmalıdır. Dolayısıyla, eniyi politikanın bilinmeyen yapısı son derece dinamik ve pratikte uygulanması zor olacaktır. Bu yüzden, kolay uygulanabilir ve iyi performans gösteren alternatif politikaların sunulması hem literatüre hem de endüstriye katkıda bulunacaktır.

Bu çalışmada tek bir ürünün üretim ve stok tayinleme kontrol problemleri, paralel üretim hatlarına, sabit üretim maliyetine (hazırlık ya da başlangıç maliyeti), çeşitli talep sınıflarına ve kayıp satışlara sahip bir stoğa-üretim sistemi için çalışılmıştır. Bu tür bir sistem için birlikte ele alınması gereken iki önemli karar vardır: *Birincisi*, üretimin ne zaman başlatılacağını ve ne kadar üretim yapılacağını belirleyen üretim kontrol kararıdır. *İkincisi ise* farklı müşteri sınıflarından gelen taleplerin karşılanıp karşılanmayacağıdır.

Ele aldığımız problemin uygulamadaki yerini ve önemini daha iyi anlayabilmemiz için Şekil 1'de bir tedarik zinciri

örneği verilmiştir. Üretim-envanter kontrolü problemi, tipik tedarik zincirlerinin neredeyse her kademesinde görülebilir. Bu örnekte, sabit maliyetler ile aktif hale getirilebilecek paralel üretim hatlarına sahip çok sayıda televizyon üreticisinin olduğunu varsayalım. Ayrıca, her bir TV üreticisinin ara stoğunda tutulmak üzere üretilecek ürünlerin aynı ve yarı işlenmiş halde olduğunu varsayalım. Farklı televizyon özelliklerine göre talepler gelmeye başladığında, bu ara stoktan ürünler çekilerek, müşterilerin taleplerine göre özelleştirmek için işlenir ve böylece farklı markalarda televizyon üretimi tamamlanmış olur. Bir televizyon üreticisinin pek çok farklı müşterisi vardır (farklı TV markalarına gelen talepler) ve bu müşterilerin her biri, kayıp satış maliyetleri ya da sözleşmeye dayalı hizmet seviyesi gerekliliklerine göre önceliklendirilmektedir. Bunun yanında, TV üreticileri üretimi yapabilmek için hammaddelere ya da tamamlayıcı parçalara ihtiyaç duyarlar. Hammade tedarikçilerinden herhangi birini ele alırsak, bu tedarikçinin de birçok televizyon üreticisinin taleplerini karşılamak için kendi üretim ve tayinleme stratejilerinin olması gerektiğini söyleyebiliriz. Öte yandan, tedarik zincirinin en üst basamağındaki nihai müşterilerin talepleri de TV markaları bazında oluşur. Herhangi bir markaya gelen talebin, karşılanıp karşılanmayacağı o talebin öncelik seviyesi ve ondan daha öncelikli talep sınıflarının gelecekteki taleplerinin karşılamama riskleri göz önüne alınarak verilmelidir.

İlgili literatür hem kronolojik hem de kullanılan yöntemlerin farklılığı açısından iki kategori halinde sınıflandırılabilir: 1997 yılında yayınlanan Ha [1] öncesi ve sonrası yapılan çalışmalar. Önceki çalışmalarda Gavish ve Graves [2, 3] ve Graves ve Keilson [4] hazırlık maliyeti olan tek hatlı ve tek talep sınıflı üretim ortamları üzerinden hareket etmiştir. Bu çalışmalar, eniyi üretim politikasının *iki-kritik-sayı politikası* olduğunu göstermektedir: Envanter seviyesi, küçük olan kontrol parametresine ulaştığında üretime başlamak ve envanter seviyesi büyük olan kontrol parametresine ulaşana kadar üretime devam etmek en uygunudur. Bu çalışmalar aslında Heyman [5] ve Sobel'in [6] stoğa-üretim ortamı uzantılarıdır. Heyman [5] ve Sobel [6], *iki-kritik-sayı politikasını* tek sunuculu, hazırlık maliyetli ve genel dağılımlı işlem süreli sistemler için tanımlamıştır. Heyman



Şekil 1. Tedarik zinciri örneği (A supply chain example)

[5] ardışık talepler arası geçen sürelerin Üssel, Sobel [6] ise Genel dağılıma sahip olduğunu kabul ettiği için, ele aldıkları sistemleri sırasıyla M/G/1 ve G/G/1 kuyruk modelleri olarak incelemişlerdir. Tijms [7], Altrok [8], Lee ve Srinivasan [9] ve Lee ve Srinivasan [10], farklı işleme süresi dağılımları ya da toplu talep gelişlerine sahip tek hatlı üretim sistemlerini incelemişlerdir. Adı geçen tüm bu çalışmalar, problemi kuyruk kuramı tekniklerini kullanarak analiz etmiştir.

Ha [1] ile başlayan ikinci akımda stoğa-üretim problemi bir kontrol problemi olarak ele alınıp Markov Karar Süreci olarak formüle edilmiştir. Lee ve Hong'un [11] çalışması hariç, bu konudaki tüm çalışmalarda başlangıç maliyeti sıfır olarak varsayılmıştır. Ancak, bunların çoğu birden fazla müşteri sınıfı olduğunu varsaymış ve stok tayinleme problemine değinmişlerdir. İlk kategori ile paralel olarak ikinci akımdaki çalışmalar da tek üretim hattı olduğunu varsayarak ilerlemiştir. Buradaki tek istisna Bulut ve Fadiloğlu'nun [12] çalışmasıdır. Bizim çalışmamız, Ha [1] öncesi literatürü üretim kanal sayısını artırarak, Ha [1] sonrası literatürü ise her bir aktif üretim hattı başına sabit maliyet ekleyerek genişletmektedir. Bunlara ek olarak, farklı müşteri sınıfları da ele alınarak problemin stok tayinleme parçası da çalışılmıştır.

Kayıp satışı ve sabit maliyetsiz (üretimi başlatmanın sabit maliyetinin olmadığı) tek hatlı sistemini Ha [1], M/M/1 stoğa-üretim kuyruğu olarak modelleyip, eniyi üretim politikasının *temel düzey*, eniyi tayinleme politikasının ise *statik eşik düzeyi politikası* olduğunu kanıtlamıştır. Bu çalışmanın iki müşteri sınıfı için ardışıklamalı ortamda analizi Ha [13]'de yapılmıştır. Ha [13]'ün çok müşteri sınıfına genişletilmiş hali De Véricourt vd. [14] tarafından analiz edilmiştir. Bu çalışma, politika kontrol parametrelerinin eniyi değerlerini hesaplayan bir algoritma da sunmuştur. Erlang üretim zamanlı sistemleri kayıp satış ve ardışıklama ortamlarında inceleyen çalışmalar Ha [15] ve Gayon vd. [16]'dır. Bunların her ikisi de *iş depolama düzeyine* dayalı eşik türü politikaların eniyi olduğunu göstermektedir. Pang vd. [17], bahsedilen tek hatlı önceki çalışmaları yığın taleplere ve faz tipi üretim sürelerine genişletmiştir. Eniyi tayinleme politikalarının zamana bağlı eşik tipli olduğunu göstermiştir.

Lee ve Hong [11] iki aşamalı faz tipi işlem süresi ve sıfırdan farklı üretim başlangıç maliyeti olduğunu varsaymıştır. Bu sistem için *iki-kritik-sayı üretim politikası* ve statik tayinleme altında geliştirilen sürekli zaman Markov zincirinin kararlı durum analizini gerçekleştirmişlerdir. Stoğa-üretim sistemlerini paralel üretim kanalları yapısı altında inceleyen tek çalışma olan Bulut ve Fadiloğlu [12], sistemi M/M/s stoğa-üretim kuyruğu olarak modellemiştir. Sabit üretim maliyeti olmadığı durumda eniyi maliyet fonksiyonu ile eniyi üretim ve tayinleme politikalarının bazı özellikleri bu çalışmada karakterize edilmiştir.

Stoğa-üretim sistemlerinin kontrolü kesikli (periyodik) zamanda da çalışılmıştır. Bunun en yeni örneklerinden biri, Wensing ve Kuhn [18] çalışmasıdır. Bu çalışmada birden

fazla üretim siparişine izin verildiği, ardışıklamalı sistemin hedef düzey politikası altında kesikli zaman analizi yapılmıştır. Stoğa-üretim problemlerinin kontrolü ikame ürünlerin olduğu ortamlarda da çalışılmıştır. İlgilenen okuyucular için, yakın zamanda yapılan bir çalışma olan Lin vd. [19], birbirinin yerine kısmen ikame olarak kullanabilen iki farklı ürün için üretim kontrolü ve kapasite tayinleme politikalarını incelemektedir. Üzerine çalıştığımız stoğa-üretim probleminin yanı sıra, siparişe üretim ve siparişe montaj gibi farklı ortamlarda da kontrol problemleri çalışılmıştır. Problemin bu tür varyantları ile ilgilenen okuyucular için Zhang vd. [20] ve Rafiei vd.'nin [21] güncel çalışmalarını önermekteyiz. Bunlara ek olarak, üretim-envanter sistemlerinin performansına etki eden farklı faktörler de ele alınmıştır. Örneğin, Karaoğlu vd. [22] üretim hatlarının bakım politikaları, Belgin [23] ise hatlarda çalışacak işçi sayılarının eniyilenmesi üzerine çalışmıştır. Problemin stok tayinleme parçası ise klasik envanter sistemlerin için de yoğun olarak çalışılmaktadır. Stok tayinleme probleminin klasik envanter ortamındaki dinamiklerinin ayrıntıları için Fadiloğlu ve Bulut [24, 25] ve Samii'nin [26] çalışmalarını tavsiye ediyoruz.

Bu çalışmanın ilerleyen bölümleri aşağıdaki şekilde düzenlenmiştir: Bölüm-2'de problem formülasyonu ve eniyi üretim ve tayinleme politikaların dinamik davranışları üzerine sayısal çalışmalar sunulmuştur. Bölüm-3'te yeni politikalar önerilmiş ve önerilen politikaların uygulanabilirlikleri ve performansları eniyi politikalarla karşılaştırılmıştır. Son olarak, Bölüm-4'te çalışmanın genel bir özeti sunulmuş ve olası yeni çalışmalar tartışılmıştır.

## 2. SİSTEM MODELİ VE ENİYİ POLİTİKALARLA İLGİLİ SAYISAL ÇALIŞMA

### (THE SYSTEM MODEL AND THE NUMERICAL STUDY ON THE OPTIMAL POLICIES)

#### 2.1. Model Formülasyonu (Model Formulation)

Paralel özdeş üretim hatları olan, tek bir ürün için stoğa-üretim yapan bir tesis ele alınmaktadır. Modelde kullanılan parametreler, sistem durum ve karar değişkenleri Tablo 1'de tanımlanmış olup, varsayımlar ise aşağıda listelenmiştir:

Üretim süreleri bağımsız Üssel rassal değişkenlerdir. Birden çok müşteri sınıfı vardır ve talepler bağımsız Poisson süreçleri uyarınca gelmektedir. Müşteri sınıfları, kayıp satış maliyetine göre önceliklendirilmiştir: Genelliği kaybetmeden,  $c_1 \geq c_2 \geq \dots \geq c_N$  olduğu varsayılmıştır. Herhangi bir hattı aktif hale getirmenin sabit bir başlangıç maliyeti vardır ve siparişin iptaline izin verilmemektedir.

Stokta tutulan her ürün için, birim zaman başına elde tutma maliyeti vardır. Bu varsayımlar altında, ele alınan üretim-envanter sistemi, hem talep gelişleri hem de üretim süreleri Markov yapılı olduğundan ve  $s$  tane paralel özdeş üretim hattı bulunduğundan M/M/s stoğa-üretim kuyruğu olarak modellenmiştir.

**Tablo 1.** Parametreler ve değişkenler (Parameters and variables)

		Parametreler	
$s$	Paralel özdeş üretim hattı sayısı	$c_i$	Müşteri sınıfı- $i$ 'nin kayıp satış maliyeti
$\mu$	Üretim hızı	$K$	Sabit üretim hazırlık maliyeti
$N$	Müşteri sınıfı sayısı	$h$	Elde tutma maliyeti
$\lambda_i$	Müşteri sınıfı- $i$ 'nin talep hızı	$\alpha$	İskonto oranı
Durum değişkenleri (herhangi bir $t$ anında)		Karar Değişkenleri (herhangi bir $t$ anında)	
$x(t)$	Envanter düzeyi	$u(x(t), y(t))$	Aktif hat sayısı kararı
$y(t)$	Mevcut aktif hat sayısı	$c(x(t), y(t))$	Üretimi sürdürme kararı
		$r_i(x(t), y(t))$	Stok tayınlama kararı

Tek hatlı sistemlerin aksine, çok hatlı sistemlerde herhangi bir andaki envanter yenileme (ikmal) hızını belirlemek için envanter seviyesinin yanı sıra aktif hatların sayısı da takip edilmelidir. Bu yüzden, Tablo 1’de sunulduğu gibi sistem durumu iki değişken ile gösterilmektedir ve durum uzayı Eş. 1’de ifade edilmiştir.

$$SS = \{(x(t), y(t)) \mid x(t), y(t) \in Z^+ \cup \{0\}, y(t) \leq s\} \quad (1)$$

Problemin üretim kontrolü kısmı ile ilgili olarak kontrolör, aynı aktif hat sayısı ile devam mı edeceğine yoksa daha fazla hattı aktif hale mi getireceğine karar vermelidir. Bu üretim kararı  $u(x(t), y(t)) \in \{y(t), y(t) + 1, \dots, s\}$  ile ifade edilmiştir. Sipariş iptaline izin verilmediği için  $u(x(t), y(t)) \geq y(t)$  sağlanmalıdır. Yani,  $u$  ile belirtilen aktif hat sayısı kararı,  $y$  ile belirtilen mevcut aktif hat sayısından büyük eşit olmalıdır. Üretim ile ilgili ikinci karar ise, üretimin tamamlandığı herhangi bir hat için *üretimi sürdürme kararıdır*. Bu karar, mevcut aktif hat sayısı ile mi devam edileceğine yoksa kararın verildiği anda üretimi tamamlamış olan hattı kapatarak bir hat azaltma yoluna mı gidileceğine karar verir. 0-1 tipi bir kararla ifade edilebilecek üretimi sürdürme kararı (1: üretimi sürdür, 0: hattı durdur), Tablo 1’de de olduğu gibi  $c(x(t), y(t))$  ile gösterilmektedir. İlgili teknik yazına bir katkı olarak bu kararın modelimizde bulunmasının sebebi sabit üretim başlangıç maliyetidir. Bu tür sistemlerde, gelecekte hattı yeniden devreye sokmak için ödenmesi gereken başlangıç maliyetinden kaçınmak amacıyla, üretimi henüz tamamlamış olan hatta (sabit maliyeti bir kez daha ödmeden) üretimi sürdürmek eniyi karar olabilir. Bulut ve Fadiloğlu [12] çok hatlı sistemleri ele almış fakat sabit maliyeti sıfır kabul etmiştir. Bu yüzden, ilgili çalışmada üretimi sürdürme kararı ele alınmamıştır.

Üretim dışındaki karar ise gelen taleplerin sınıflarına bağlı olarak karşılanıp karşılanmayacağını belirten karar ise *stok tayınlama kararıdır*. Eğer sınıf- $i$ 'den bir talep gerçekleşirse, kontrolör gelen talebi karşılayıp karşılamayacağına karar verir. Bu ikili karar (0-1 tipi karar)  $r_i(x(t), y(t)), i \in \{1, 2, \dots, N\}$ , ile ifade edilmiştir. Eğer  $r_i(x(t), y(t)) = 1$  ise, gelen sınıf- $i$  talebi karşılanır; aksi halde talep reddedilir. Birden fazla müşteri sınıfı ve üretim hatlarına sahip sistemleri ele alan bu çalışma, tek hatlı ve tek sınıflı Graves ve Keilson [4] çalışmasını bu açılardan genişletmektedir.

Herhangi bir kontrol politikası altında  $\{(x(t), y(t)) \mid t \geq 0\}$  süreci, sürekli zamanda bir rassal süreçtir. Yukarıda bahsedilen varsayımlar altında bu süreç bir Markov sürecidir. Dolayısıyla, bütün zamanlar yerine yalnızca olay gerçekleşme zamanlarına (talep gelişleri ve üretimin tamamlanması) odaklanmak yeterli olacaktır. Ayrıca, Lippman (1975) tarafından sunulan tekdüzeleştirme tekniği kullanılarak, yapısı sürekli-zamanlı olan bu sistemi kesikli zamanda modellemek mümkündür. Kesikli-zaman modeli için tekdüze geçiş hızı, bütün olaylar düşünüldüğünde sistemin tecrübe edebileceği en yüksek hız olan  $v = s\mu + \sum_{i=1}^N \lambda_i$  olarak tanımlanmıştır. Kesikli-zamanda formüle ettiğimiz dinamik programlamanın eniyi maliyet fonksiyon yapısı Eş. 2’dir:

$$J(x, y) = \frac{1}{\alpha + v} \min_{y \leq u \leq s} \{hx + (u - y)K + (s - u)\mu J(x, u) + u\mu \min\{J(x + 1, u - 1), J(x + 1, u)\} + \sum_{i=1}^N T_{R_i}(x, y)\}$$

burada  $T_{R_i}(x, y) = \begin{cases} \lambda_i \min\{J(x - 1, y), c_i + J(x, y)\}, & x > 0, \\ \lambda_i(c_i + J(0, y)), & x = 0 \end{cases}$  dir. (2)

Eş. 2’deki denklem, uzun vade iskontolu maliyetin beklenen değerini en küçüklemektedir. Her  $(x, y)$  durumunda elde tutma maliyeti olan  $hx$  terimine ek olarak, yeni üretim hatlarının devreye sokulmasıyla her bir hat için  $K$  sabit maliyeti ödenir.  $(s - u)\mu J(x, u)$  ile belirtilen ifade tekdüzeleştirme yönteminden gelen kendine geçiş kısmıdır.  $J(x, u)$ ’de  $y$  yerine  $u$  değerinin yazılmasının nedeni,  $u$  kararının anlık olarak aktif makine sayısını etkilemesi ve aktif makine sayısının  $y$ ’den  $u$ ’ya hemen dönüşmesidir.  $u\mu \min\{J(x + 1, u - 1), J(x + 1, u)\}$  terimi, *üretimi sürdürme kararı* içindir. Bu karar yukarıda bahsedilen  $c(x, y)$ ’ye karşılık gelmektedir. Son terimdeki  $T_{R_i}(x, y)$  ise  $i$ -sınıfı için tayınlama operatörü olup sınıfa özgü tayınlama kararını içerir: Sınıf-  $i$ ’den talep geldiğinde o talebi karşılamak eniyi ise envanter seviyesi bir azaltılır, aksi durumda envanter seviyesini aynı kalır ve kayıp satış maliyeti ödenir. Bu karar yukarıda bahsedilen  $r_i(x, y)$ ’ye karşılık gelmektedir. Eğer elde stok yoksa gelen talep karşılanamaz ve kayıp satış maliyeti ödenir.

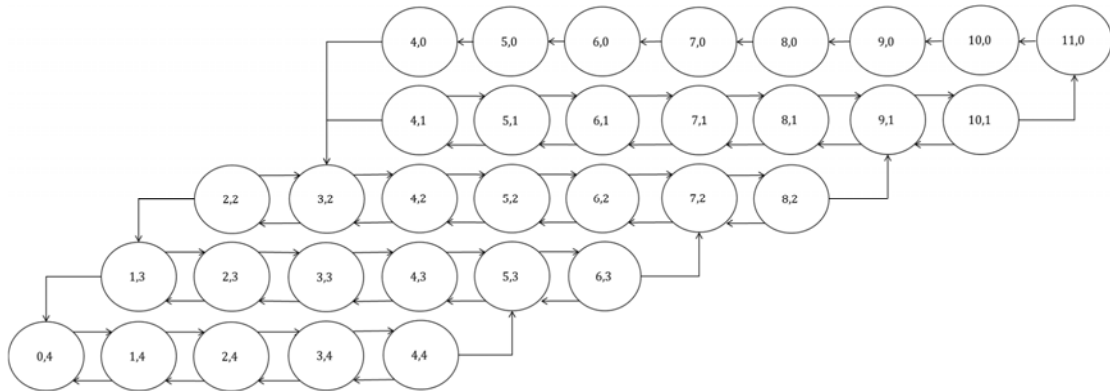
2.2. Eniyi Politikalarla ilgili Sayısal Çalışma  
(The Numerical Study on the Optimal Policies)

Bu bölümde eniyi üretim ve tayinlama politikaları sayısal olarak analiz edilmiştir. Bir önceki bölümde, dinamik programlama (DP) formülasyonu, uzun vade iskonto maliyet kriteri için verilmiştir. Bu formülasyon uyarınca çalıştırdığımız Değer Yineleme Algoritmasının (DYA) her yinelemesinde (iterasyonunda), elde edilen maliyet değerini tamamlanan yineleme sayısına bölerek ortalama sistem maliyeti elde edilmiştir. Analizleri uzun vade ortalama sistem maliyeti altında yapmamız iki ana nedene dayanmaktadır: *i.* Uzun vade ortalama sistem maliyeti başlangıç durumundan bağımsızdır. Ancak, uzun vade iskonto edilmiş maliyet duruma bağlıdır ve bu bağıllık farklı politikaların performanslarının karşılaştırılması ve yorumlanmasını zorlaştırır. *ii.* İskontolu maliyet tabanlı DP formülasyonu sistem dinamiğini doğrudan tasvir eder. Buna karşın, ortalama maliyetli dinamik programlarda, limite sifıra yakınsayan ek bir terim mevcuttur. Çalıştırdığımız DYA, yinelemeli bir algoritmadır. Her adımda, üretim ve tayinlama kararları, maliyet fonksiyonunun o adımdaki değeri ve Eş.2 uyarınca güncellenmektedir. Kararlar güncellendikten sonra maliyet fonksiyonunun yeni değerine ulaşılmaktadır. Her sistem durumu için ardışık adımların maliyet fonksiyonu değerleri arasındaki fark, önceden belirlenen tolerans limitinin (bu çalışmada  $10^{-3}$  alınmıştır) altında düştüğünde, algoritma sonlanır ve çözüme ulaşılır.

Bu çalışmadaki kullanılan DYA, tüm sayısal analizler için MATLAB ortamında kodlanmıştır. Öncelikle, eniyi üretim politikasına odaklanacağız. Üretimi başlatmanın sabit maliyeti olduğu sistemlerde eniyi üretim politikası, tam olarak, eniyi aktif hat sayısı ve üretimi sürdürme kararlarının ikisiyle birlikte tanımlanabilir. Sayısal çalışmada kullanılan temel örnek problemimizin parametre vektörü  $(K, s, h, \mu, \lambda_1, \lambda_2, c_1, c_2) = (2, 5, 1, 1, 3, 1, 4, 1)$  olarak tanımlanmış ve bu örnek için eniyi üretim politikası Tablo 2'de gösterilmiştir. Tablo 2'nin sol kısmında her  $(x, y)$  durumuna karşılık gelen değer eniyi aktif hat sayısı  $u^*(x, y)$ 'dir. Bu değer  $y$  ile (mevcut aktif hat sayısı) ve  $s$  (toplam kullanılabilir hat sayısı) arasındadır. Eniyi politika, 5 hattan en fazla 4'ünü devreye sokmaktadır. Envanter seviyesi 3'ün üzerine çıktığında da yeni hatların devreye sokulmaması en iyidir. Tablo 2'nin sağ kısmında,  $(x, y)$  durumunda üretimin tamamlanmasının hemen ardından alınmış olması gereken eniyi sürdürme kararı  $c^*(x, y)$  gösterilmektedir. Bu tabloda 1 değeri, üretimi biten hattı kapatmayarak aynı sayıda ( $y$ ) aktif hat ile üretime devam etmeye; 0 ise işlemini henüz tamamlamış hattın kapatılmasına ve geriye kalan  $(y - 1)$  sayıda aktif hattın üretimi sürdürmesine karşılık gelmektedir. Hâlihazırda hiçbir hatta üretim yapılmadığı durumlar için sürdürme kararı geçerli –tanımlı– olmayıp tabloda GD ile gösterilmiştir. En fazla 4 hattın aktive edilmesine karşın, sürdürme kararları nedeniyle envanter seviyesi 11'e kadar ulaşmaktadır. Şekil 2, eniyi politikanın uzun vade

**Tablo 2.** Temel örnek problemi için eniyi üretim politikası (Optimal production policy for the base setting)

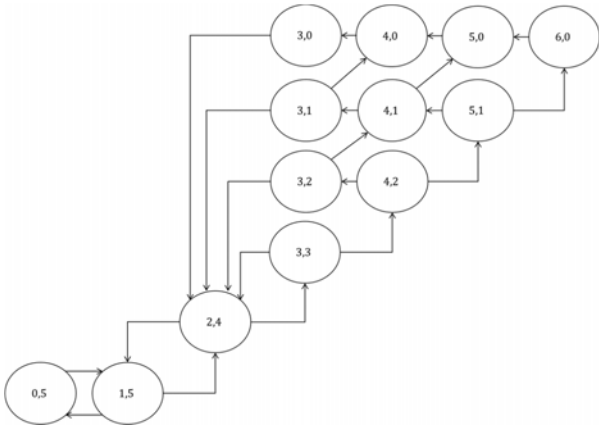
$u^*(x, y)$						$c^*(x, y)$							
$x$	0	1	2	3	4	5	$x$	0	1	2	3	4	5
0	4	4	4	4	4	5	0	GD	1	1	1	1	1
1	3	3	3	3	4	5	1	GD	1	1	1	1	1
2	2	2	2	3	4	5	2	GD	1	1	1	1	1
3	2	2	2	3	4	5	3	GD	1	1	1	1	0
4	0	1	2	3	4	5	4	GD	1	1	1	0	0
5	0	1	2	3	4	5	5	GD	1	1	1	0	0
6	0	1	2	3	4	5	6	GD	1	1	0	0	0
7	0	1	2	3	4	5	7	GD	1	1	0	0	0
8	0	1	2	3	4	5	8	GD	1	0	0	0	0
9	0	1	2	3	4	5	9	GD	1	0	0	0	0
10	0	1	2	3	4	5	10	GD	0	0	0	0	0



**Şekil 2.** Eniyi politika altında tekrarlanan durumları gösteren geçiş diyagramı  
(The transition diagram for the recurrent states under the optimal policy)

tekrarlanan (recurrent) durumlarını ve geçiş yapısını göstermektedir. Bu diyagramda sağa ve yukarıya dönük oklar üretimin tamamlanması nedeniyle ortaya çıkan geçişleri, sola ve aşağı dönük oklar ise karşılanan taleplerden doğan geçişleri göstermektedir.

Tablo 2 ve Şekil 2 birlikte incelendiğinde,  $u^*(x, 0)$  elde  $x$  kadar stok olduğunda en az,  $\max\{y: c^*(x - 1, y) = 1\}$  ise en fazla aktif hat sayısını ifade etmektedir. Ayrıca, bütün durumlar düşünüldüğünde sistemin kullandığı en fazla hat sayısı  $u^*(0,0)$ 'dır. Eniyi üretim politikasının dinamik (duruma-bağlı) yapısını ortaya koyan başka bir örnek incelemek istediğimizde temel örnek problemimizi bu kez  $K = 0$  olduğu durumda ele alabiliriz. Bu problem için sistemin durağan durum geçiş diyagramı Şekil 3'te verilmiştir. Burada ilginç olan, rassal olayların meydana geliş sırasına bağlı olarak üretimin farklı envanter seviyelerinde (4, 5, ya da 6) tamamlanmasıdır.



**Şekil 3.** Temel örnek problemi için  $K = 0$  iken eniyi politika altında tekrarlanan durumlar için geçiş diyagramı  
(The transition diagram for the recurrent states under the optimal policy for the base setting when  $K = 0$ )

Yukarıda değinilen örnekler gibi farklı parametrelere sahip pek çok farklı örnek problem üzerinde yaptığımız gözlemlere dayalı olarak, eniyi üretim politikasının dinamik yapısı – açıklamaları ile birlikte-- aşağıdaki gibi olduğu öngörülmektedir:

Tüm  $(x, y)$  durumlarında,

- $u^*(x + 1, y) \leq u^*(x, y)$ . Aktif hat sayısının eniyi değeri, envanter seviyesindeki artış ile değişmez ya da azalır. Yani, sistem, eldeki stok arttıkça daha az sayıda hattı devreye sokma eğilimindedir. Bunun yanında, stok seviyesindeki bir birim artış bazı durumlar için aktif hat sayısında birden fazla azalmaya neden olur (Tablo 2).
- $S_x = x + u^*(x, 0)$ . Her  $x$  envanter seviyesi için,  $S_x$  ile ifade edilebilecek bir üretim hedef seviyesi vardır. Fakat bu seviye  $x$  üzerinden monoton değildir;  $S_x$ ,  $x$ 'in artması ile düşebilir (Tablo 2).
- $u^*(x, y) = \begin{cases} u^*(x, 0) & , y < u^*(x, 0) \\ y & , y \geq u^*(x, 0) \end{cases}$ . Aktif olan hatların sayısı, hedef seviyeye erişmek için gerekli olan sayıdan ( $u^*(x, 0)$ 'dan) az ise,  $(x, y)$  durumu için eniyi karar aktif hat sayısını  $u^*(x, 0)$ 'a çıkarmaktır. Aksi durumda, sipariş iptali mümkün olmadığı için hâlihazırdaki aktif hat sayısı olan  $y$  eniyi karardır.
- $c^*(x + 1, y) \leq c^*(x, y)$  ve  $c^*(x, y + 1) \leq c^*(x, y)$ . Envanter seviyesi veya aktif hat sayısı arttıkça, eniyi politika işlemini tamamlamış daha fazla hatta üretime "devam etmemeyi" tercih eder.
- $K = 0$  iken  $c^*(x, y) = 0$ . Üretimi başlatmanın sabit maliyet yoksa, üretimi tamamlamış olan hattı kapatmak ve ihtiyaç duyulduğunda maliyet ödemeksizin yeniden devreye sokmak en iyidir.

Üretim politikasından sonra eniyi tayınlama politikasının yapısına odaklanılmıştır. Her örnek problemde elde stok olduğu sürece sınıf-1'in taleplerini karşılamının eniyi olduğu ve temel örnek problemimizde iki sınıf bulunduğu için, sadece sınıf-2'nin stok tayınlama kararları sunulmuştur.

Temel örnek problemimiz için Tablo 3'te görüldüğü gibi envanter seviyesi ya da aktif hat sayısı arttıkça, gelen sınıf-2 talebi karşılama isteği de artmaktadır (1: karşılama, 0:karşılama). Daha belirgin bir ifadeyle, sınıf-2 talepleri için stok tayınlama seviyesi (eldeki stok bu seviyenin üstündeyse sınıf-2 talebi karşılanır), aktif hat sayısı arttıkça artmamakta ya da değişmemektedir. Aktif hat sayısı tayınlama eşiği de stok seviyesinin azalmayan bir fonksiyonudur. Örneğin  $y = 3$  iken stok tayınlama seviyesi 2,  $y = 4$  iken ise 1'dir. Benzer şekilde,  $x = 1$  iken aktif hat sayısı tayınlama eşiği 7,  $x = 2$  iken ise 3'tür. Bu gözlemler, M/M/s stoğa-üretim sistemlerini sabit maliyetin olmadığı durumlarda inceleyen

**Tablo 3.**  $r_2^*(x, y)$ : Sınıf-2 için eniyi tayınlama politikası ( $r_2^*(x, y)$ : Optimal rationing policy for class 2)

	y										
x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1
2	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1
3	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
4	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1

Bulut ve Fadiloğlu [12] çalışmasının gözlemleriyle paraleldir.

**2.3. Sistem Parametrelerinin Eniyi Politikalar üzerindeki Etkisi**  
(The Impact of the System Parameters on the Optimal Policies)

Bu bölümde, sistem parametrelerindeki değişikliklerin eniyi üretim ve tayınlama politikalarını nasıl etkilediği incelenmiştir. Böyle bir analiz için en önemli parametreler sabit üretim maliyeti ( $K$ ) ve mevcut hat sayısıdır ( $s$ ). Tablo 4, sabit maliyet ( $K$ ) değiştiğinde eniyi üretim (eniyi aktif hat sayısı ve üretimi sürdürme kararları) ve tayınlama politikalarının değişimini göstermektedir. Başlangıç maliyeti düşük olduğunda özellikle düşük envanter seviyelerinde tüm mevcut hatları devreye almak eniyidir. Ancak,  $K$  arttıkça mevcut hatların hepsini (var olan kapasiteyi tamamen) kullanmak ekonomik değildir. Öte yandan,  $K$ 'nın yüksek olduğu örneklerde üretimi daha fazla sistem durumunda sürdürmek eniyidir. Sabit maliyet artarken sürdürme kararlarının uzaması sistemin ulaşacağı en yüksek stok seviyesinin artmasına da sebep olmaktadır. Ayrıca, sabit maliyet arttıkça ortalama sistem maliyeti de

beklendiği üzere artar. Tablo 4'ün son bölümü sınıf-2 tayınlama kararları içindir. Hazırlık maliyeti arttıkça, gelen sınıf-2 talepler yalnızca envanter pozisyonunun yüksek olduğu sistem durumlarında karşılanır. Böyle olmazdı, envanter daha hızlı azalır ve başlangıç maliyetleri ödeyerek yeni hatların devreye alınması gerekirdi.

Tablo 5, mevcut hat sayısının eniyi kararlar üzerindeki etkisini göstermektedir. Eğer mevcut üretim hattı sayısı görece az ise ( $s = 1,2$  veya  $3$ ), eniyi üretim politikası, düşük stok seviyelerinde bütün hatları kullanmaya çalışmaktadır. Bu tür örneklerde, eniyi tayınlama politikası da var olan hatlar genelde çalıştırıldığı ve dolayısıyla envanter görece hızlı yenilediği için çoğu durumda sınıf-2 taleplerini karşılama yönünde karar alır. Bunlara karşın, belli bir mevcut hat sayısı değerinden sonra (Tablo 5'teki örnek için bu sayı 4'tür) sistem kapasite kısıtı olmayan bir sistem gibi davranmaya başlayarak, daha fazla elde tutma maliyeti ve sabit maliyet ödememek için, mevcut hat sayısından ( $s$ ) daha az sayıda hattı aktive eder. Bu eşik  $s$  değeri aşıldığında eniyi üretim politikası çoğu durumda üretimi sürdürmeme yönünde de karar alır ve tayınlama kararları da değişmez. Mevcut hat sayısı eşik değere kadar artarken ortalama

**Tablo 4.** Sabit maliyetin eniyi kararlar üzerindeki etkisi (The impact of the fixed cost on optimal decisions)

$u^*(x, y)$	$K = 1$					$K = 3$					$K = 5$					$K = 7$								
	$y$					$y$					$y$					$y$								
$x$	0	1	2	3	4	5	0	1	2	3	4	5	0	1	2	3	4	5	0	1	2	3	4	5
0	5	5	5	3	5	5	4	4	4	4	4	5	3	3	3	3	4	5	3	3	3	3	4	5
1	3	3	3	3	4	5	3	3	3	3	4	5	3	3	3	3	4	5	3	3	3	3	4	5
2	2	2	2	2	4	5	2	2	2	3	4	5	2	2	2	3	4	5	2	2	2	3	4	5
3	1	1	2	2	4	5	2	2	2	3	4	5	2	2	2	3	4	5	2	2	2	3	4	5
4	0	1	2	1	4	5	1	1	2	3	4	5	1	1	2	3	4	5	1	1	2	3	4	5
5	0	1	2	0	4	5	0	1	2	3	4	5	0	1	2	3	4	5	0	1	2	3	4	5
$c^*(x, y)$	$K = 1$					$K = 3$					$K = 5$					$K = 7$								
	$y$					$y$					$y$					$y$								
$x$	0	1	2	3	4	5	0	1	2	3	4	5	0	1	2	3	4	5	0	1	2	3	4	5
0	GD	1	1	1	1	1	GD	1	1	1	1	1	GD	1	1	1	1	1	GD	1	1	1	1	1
1	GD	1	1	1	1	1	GD	1	1	1	1	1	GD	1	1	1	1	1	GD	1	1	1	1	1
2	GD	1	1	1	1	1	GD	1	1	1	1	0	GD	1	1	1	1	0	GD	1	1	1	1	0
3	GD	1	1	1	1	0	GD	1	1	1	1	0	GD	1	1	1	1	0	GD	1	1	1	1	0
4	GD	1	1	1	0	0	GD	1	1	1	1	0	GD	1	1	1	1	0	GD	1	1	1	0	0
5	GD	1	1	0	0	0	GD	1	1	1	0	0	GD	1	1	1	0	0	GD	1	1	1	0	0
6	GD	1	0	0	0	0	GD	1	1	1	0	0	GD	1	1	1	0	0	GD	1	1	1	0	0
7	GD	1	0	0	0	0	GD	1	1	0	0	0	GD	1	1	1	0	0	GD	1	1	1	0	0
8	GD	0	0	0	0	0	GD	1	1	0	0	0	GD	1	1	0	0	0	GD	1	1	1	0	0
9	GD	0	0	0	0	0	GD	1	0	0	0	0	GD	1	1	0	0	0	GD	1	1	0	0	0
10	GD	0	0	0	0	0	GD	1	0	0	0	0	GD	1	1	0	0	0	GD	1	1	0	0	0
11	GD	0	0	0	0	0	GD	1	0	0	0	0	GD	1	0	0	0	0	GD	1	1	0	0	0
12	GD	0	0	0	0	0	GD	0	0	0	0	0	GD	1	0	0	0	0	GD	1	0	0	0	0
13	GD	0	0	0	0	0	GD	0	0	0	0	0	GD	1	0	0	0	0	GD	1	0	0	0	0
14	GD	0	0	0	0	0	GD	0	0	0	0	0	GD	1	0	0	0	0	GD	1	0	0	0	0
15	GD	0	0	0	0	0	GD	0	0	0	0	0	GD	0	0	0	0	0	GD	1	0	0	0	0
16	GD	0	0	0	0	0	GD	0	0	0	0	0	GD	0	0	0	0	0	GD	1	0	0	0	0
17	GD	0	0	0	0	0	GD	0	0	0	0	0	GD	0	0	0	0	0	GD	0	0	0	0	0
$r_2^*(x, y)$	$K = 1$					$K = 3$					$K = 5$					$K = 7$								
	$y$					$y$					$y$					$y$								
$x$	0	1	2	3	4	5	0	1	2	3	4	5	0	1	2	3	4	5	0	1	2	3	4	5
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2	0	0	0	1	1	1	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	1	1
3	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1



**Tablo 5.** Mevcut hat sayısının eniyi karar üzerindeki etkisi (The impact of number of available lines on optimal decisions)

$u^*(x, y)$	$s = 1$		$s = 2$			$s = 3$			$s = 4$				$s = 5$							
	$y$		$y$			$y$			$y$				$y$							
$x$	0	1	0	1	2	0	1	2	3	0	1	2	3	4	0	1	2	3	4	5
0	1	1	2	2	2	3	3	3	3	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	5
1	1	1	2	2	2	3	3	3	3	3	3	3	3	4	3	3	3	3	4	5
2	1	1	2	2	2	2	2	2	3	2	2	2	3	4	2	2	2	3	4	5
3	1	1	2	2	2	2	2	2	3	2	2	2	3	4	2	2	2	3	4	5
4	1	1	2	2	2	1	1	2	3	0	1	2	3	4	0	1	2	3	4	5
5	1	1	1	1	2	0	1	2	3	0	1	2	3	4	0	1	2	3	4	5
6	1	1	0	1	2	0	1	2	3	0	1	2	3	4	0	1	2	3	4	5
7	1	1	0	1	2	0	1	2	3	0	1	2	3	4	0	1	2	3	4	5
8	1	1	0	1	2	0	1	2	3	0	1	2	3	4	0	1	2	3	4	5
9	0	1	0	1	2	0	1	2	3	0	1	2	3	4	0	1	2	3	4	5

$c^*(x, y)$	$s = 1$		$s = 2$			$s = 3$			$s = 4$				$s = 5$							
	$y$		$y$			$y$			$y$				$y$							
$x$	0	1	0	1	2	0	1	2	3	0	1	2	3	4	0	1	2	3	4	5
0	GD	1	GD	1	1	GD	1	1	1	GD	1	1	1	1	GD	1	1	1	1	1
1	GD	1	GD	1	1	GD	1	1	1	GD	1	1	1	1	GD	1	1	1	1	1
2	GD	1	GD	1	1	GD	1	1	1	GD	1	1	1	1	GD	1	1	1	1	1
3	GD	1	GD	1	1	GD	1	1	1	GD	1	1	1	1	GD	1	1	1	1	0
4	GD	1	GD	1	1	GD	1	1	1	GD	1	1	1	0	GD	1	1	1	0	0
5	GD	1	GD	1	1	GD	1	1	1	GD	1	1	1	0	GD	1	1	1	0	0
6	GD	1	GD	1	1	GD	1	1	0	GD	1	1	0	0	GD	1	1	0	0	0
7	GD	1	GD	1	1	GD	1	1	0	GD	1	1	0	0	GD	1	1	0	0	0
8	GD	1	GD	1	1	GD	1	0	0	GD	1	0	0	0	GD	1	0	0	0	0
9	GD	1	GD	1	1	GD	1	0	0	GD	1	0	0	0	GD	1	0	0	0	0
10	GD	1	GD	1	0	GD	0	0	0	GD	0	0	0	0	GD	0	0	0	0	0
11	GD	1	GD	1	0	GD	0	0	0	GD	0	0	0	0	GD	0	0	0	0	0
12	GD	1	GD	0	0	GD	0	0	0	GD	0	0	0	0	GD	0	0	0	0	0
13	GD	1	GD	0	0	GD	0	0	0	GD	0	0	0	0	GD	0	0	0	0	0
14	GD	0	GD	0	0	GD	0	0	0	GD	0	0	0	0	GD	0	0	0	0	0

$r_2^*(x, y)$	$s = 1$		$s = 2$			$s = 3$			$s = 4$				$s = 5$							
	$y$		$y$			$y$			$y$				$y$							
$x$	0	1	0	1	2	0	1	2	3	0	1	2	3	4	0	1	2	3	4	5
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	1
3	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
4	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
5	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
6	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
7	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1

maliyet ekstra üretim kapasitesinin kullanılması nedeniyle düşer. Fakat eşik değer aşıldıktan sonra ekstra üretim kapasitesi kullanılmaz ve eniyi kararlar ve ortalama maliyet değişmez.

Sistemin diğer parametrelerdeki değişikliklere nasıl tepki verdiği de aşağıda özetlenmiştir:

- $h$  arttıkça, sistem yüksek elde tutma maliyetlerinden kaçınmak için daha az aktif hat ile çalışır, çoğu durumda üretimi sürdürmeme kararı alır ve eşik tayinleme seviyeleri düşer.
- $\mu$  arttıkça ya da  $\lambda = \lambda_1 + \lambda_2$  azaldıkça ( $\lambda_1/\lambda$  sabit tutularak), sistemin trafik yoğunluğu azalır. Böylelikle, daha az sayıda hattın devreye alınması, yüksek stok seviyelerinde üretime devam edilmemesi ve daha fazla sınıf-2 talebinin karşılanması eniyidir.

- $\lambda$  sabit tutulurken  $\lambda_1$  artarsa kayıp satış maliyeti yüksek olan talep artmakta bundan dolayı da daha fazla hattı aktif hale getirmek, daha yüksek stok seviyelerinde üretime devam etmek ve daha az sınıf-2 talebi karşılamak eniyidir.
- $(c_1 - c_2)$  artarken, sistem  $\lambda$  'nın sabit olup  $\lambda_1$  'in arttığı durumlar ile aynı şekilde tepki gösterir.

### 3. ÖNERİLEN POLİTİKALAR (PROPOSED POLICIES)

Bir önceki bölümde gösterildiği üzere eniyi politikalar, endüstriyel uygulamalarda değerlerini düşürecek derecede dinamikdir (duruma bağlıdır). Uygulayıcılar açısından bakıldığında, en fazla iki ya da üç parametre ile yönetilebilen, örneğin tek bir hedef üretim düzeyi ile tek bir üretim tetikleme seviyesine sahip üretim politikaları en fazla tercih edilen politikalar olacaktır. Dolayısıyla, maliyet performansları eniyi politikalarınkine yakın olan ve aynı zamanda uygulanması kolay alternatif politikaların

önerilmesi, ilgili yazına ve sanayiye önemli katkı sağlayacaktır. Bu bölümde, tüm bu özelliklere sahip bir üretim politikası önerilmiştir.

Ayrıca, farklı dinamik politikalar ile teknik yazında çokça çalışılan statik ve ilk gelen ilk alır (İGİA) tayınlama politikalarını da içeren bir tayınlama politikası yapısı da sunulmuştur. Bu politika yapısı, aynı anda çok sayıda alternatif politikanın performansını değerlendirmemizi sağlamaktadır. Önerilen yapı, stok seviyesi ve tamamlanmamış üretim emirleri bilgilerinden faydalanmaktadır. Üretim süreleri Üssel olarak dağıldığı için (hafızasız), tamamlanmamış üretim emirlerinin yaşları (veya kalan zamanları) tayınlama kararlarını zaten değiştirmeyecektir.

### 3.1. Önerilen Üretim Politikası (Proposed Production Policy)

Tek üretim hatlı stoğa-üretim sistemlerinde eniyi üretim politikası Gavish ve Graves [2] tarafından tanımlanan *iki-kritik-sayı politikasıdır*: Envanter, küçük olan kontrol seviyesine düştüğünde üretime başlamak ve büyük olan kontrol seviyesine çıkana dek üretime devam etmek eniyidir. Ancak, çok hatlı bir M/M/s stoğa-üretim kuyruğu için verilecek karar, yalnızca üretim tetikleme noktasını belirlemek değil, aynı zamanda her seviyede aktif hale getirilmesi gereken hat sayısını belirlemek için de alınmalıdır. Bölüm 2.2'de gösterildiği gibi, eniyi politika altında,  $S_x = x + u^*(x, 0)$  hedef üretim düzeyi farklı  $x$  envanter seviyeleri için farklılık göstermektedir (örneğin Temel Düzey (Base-Stock) politikası için  $S_x = S$  sabittir). Ayrıca, eniyi politika takip edildiğinde, rassal olayların meydana geliş sırasına bağlı olarak, üretimi farklı envanter seviyelerinde bitirmek de mümkündür (Şekil 3). Bütün bunlar, eniyi politikanın yapısının, temel düzey politikası gibi pratikte kullanılanların aksine, büyük ölçüde duruma bağlı (dinamik) olduğunu açıkça göstermektedir ki bu da uygulamada istenilen bir özellik değildir.

Bu bölümde, çok hatlı sistemler için yeni bir üretim politikası önerilmiştir. Önerilen üretim politikasının (ÖÜP)  $KS_1$  ve  $KS_2$ , öyle ki  $KS_2 > KS_1$ , olarak gösterilen iki kontrol seviye parametresi mevcuttur.  $KS_1$  üretimi tetiklemek ve aynı zamanda aktif hale getirilecek hat sayısını belirlemek için kullanılır.  $KS_2$  ise maksimum envanter seviyesidir. Her  $(x, y)$  durumunda, ÖÜP,  $(x + y)$  olan envanter pozisyonunu kontrol eder ve aktif olması gereken üretim hattı sayısına karar verir. Eğer envanter pozisyonu  $KS_1$ 'den küçük ya da eşit ise, politika envanter pozisyonunu  $(KS_1 + 1)$  seviyesine yükseltmeye çalışır. Yani, herhangi bir  $(x, y)$  durumunda eniyi aktif hat sayısı aşağıdaki gibidir:

$$u(x, y) = \begin{cases} mi n((KS_1 + 1) - x, s) & (x + y) \leq KS_1 \\ y & (x + y) > KS_1 \end{cases} \quad (3)$$

Herhangi bir hatta üretimin tamamlandığı anda belirlenecek olan üretimi sürdürüp sürdürmeme kararı ise ÖÜP uyarınca aşağıdaki gibidir:

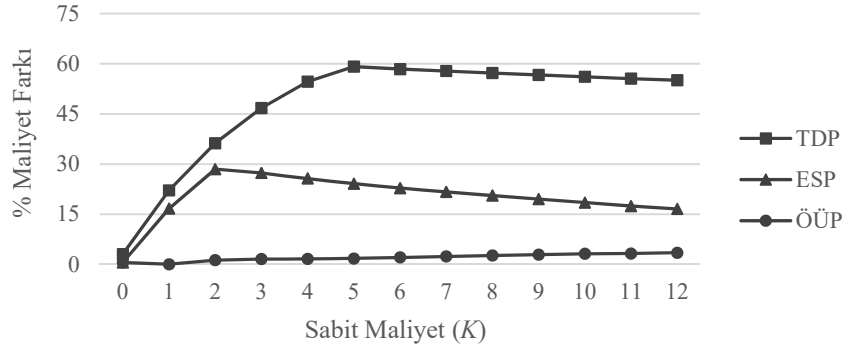
$$(x, y) \text{ durumunda üretimin tamamlanmasından hemen sonraki durum} \\ = \begin{cases} (x + 1, y) & (x + y) < KS_2 \\ (x + 1, y - 1) & (x + y) \geq KS_2 \end{cases} \quad (4)$$

Eğer üretimin tamamlanmasından hemen önceki envanter pozisyonu,  $(x + y)$ , maksimum envanter düzeyi olan  $KS_2$ 'den düşük ise, ÖÜP, işlemini henüz bitirmiş hatta (sabit maliyet ödemedi) üretimi sürdürme kararı alır ve envanteri 1 arttırarak mevcut aktif hat sayısını korur. Aksi takdirde üretimi tamamlamış olan hat kapatılır ve ileride tekrar açılacaksa sabit maliyet ödenir.

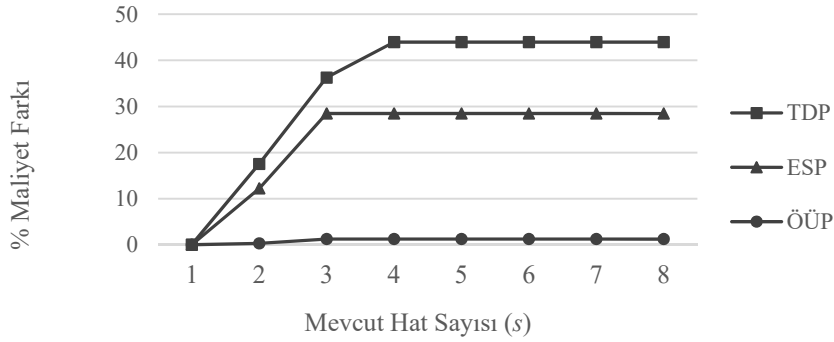
ÖÜP yerine, envanter pozisyonu  $KS_1$ 'e düştüğünde, pozisyonu  $(KS_1 + 1)$ 'e değil de  $KS_2$ 'ye çıkaracak kadar hattın aktive edildiği bir politika da düşünülebilir. Bu tür bir politikanın düşünülmesinin temel sebebi de klasik envanter sistemlerinde sipariş politikalarının bu yapıya benzemesi olacaktır. Fakat sayısal çalışmamızda bu politikanın da performansı ölçülmüş ve özellikle görece büyük mevcut hat sayısı ve üretim başlangıç maliyetine sahip sistemler için uygun olmadığı görülmüştür. Bunun temel sebebi,  $(x + y) \leq KS_1$  durumunda  $mi n((KS_1 + 1) - x, s)$  yerine çoğu durumda daha büyük bir sayı olan  $mi n(KS_2 - x, s)$  kadar hattın aktive edilmesi ile toplam sabit üretim maliyetinin artmasıdır. Bu dezavantajı engellemek için Eş. 3 ve Eş.4 ile tanımlanan üretim politikası önerilmiştir. ÖÜP'nin performansının eniyi politikaninkine çok yakın olduğu da aşağıda gösterilmiştir.

ÖÜP'nin performansını, eniyi, envanter seviyesi (ESP) ve temel düzey politikalarının (TDP) performansları ile farklı örneklerde karşılaştırdık. Burada ESP, yapısı ÖÜP ile aynı olan ancak kontrol değişkeninin envanter pozisyonu değil envanter seviyesi olduğu politikayı ifade etmektedir. Yani, ESP tamamlanmamış üretim emirlerini dikkate almamaktadır. Böyle bir politikanın düşünülmesinin temel sebebi, tek hatlı sistemler için ÖÜP ve ESP'nin eniyi üretim politikasına yakınsamasıdır. Ancak, bahsedilen bu politikalar birden çok üretim hattına sahip ortamlarda yaklaşık sonuç veren politikalarlardır. Dolayısıyla, birden çok üretim hattına sahip sistemler için ESP'nin performansının değerlendirilmesi, aktif hat sayısı olan ikinci durum değişkeninin etkisini görebilmek açısından faydalı olacaktır. TDP, maksimum envanter seviyesine karşılık gelen tek bir parametresi vardır ve  $KS_1 = KS_2 - 1$  seçildiğinde, ÖÜP, TDP'ye dönüşmektedir. Tek hatlı ve sabit üretim maliyetinin olmadığı durumlarda ÖÜP ve ESP gibi TDP de eniyi üretim politikasını vermektedir.

Şekil 4 ve Şekil 5'te sırasıyla  $K$  ve  $s$  artarken yukarıda belirtilen tüm politikalar ile eniyi politika arasındaki yüzde maliyet farkları, temel örnek problem olan  $(K, s, h, \mu, \lambda, c) = (2, 5, 1, 1, 3, 4)$  için sunulmuştur. İlk aşamada sadece üretim politikalarının analizine odaklanılacağı için, örnek problem tayınlama etkisini ortadan kaldırmak amacıyla tek bir müşteri sınıfı için tanımlanmıştır. Şekil 4'te görüldüğü üzere, ÖÜP'nin performansı, tüm  $K$  değerleri için eniyi politika



**Şekil 4.** ÖÜP, ESP ve TDP'nin eniyi politika ile kıyası: Sabit maliyetin etkisi  
(Optimal production policy versus alternative production policies: Impact of fixed cost)



**Şekil 5.** ÖÜP, ESP ve TDP'nin eniyi politika ile kıyası: Mevcut hat sayısının etkisi  
(Optimal production policy versus alternative policies: Impact of number of available lines)

performansına çok yakındır.  $K$  arttıkça, ÖÜP ve eniyi politika arasındaki farkta hafif bir artış olmasına rağmen, bu artış ileriki bir  $K$  değerinde duracak ve aradaki fark daha büyük  $K$  değerlerinde azalacaktır. Çünkü belirli bir sabit maliyet değerinin ötesinde hatların devreye alınması herhangi bir politika altında ekonomik olmayacaktır. En iyi ikinci alternatif ESP olmasına karşın ÖÜP'ye göre performansı oldukça kötüdür. Bu da demektir ki, sabit maliyete sahip çok hatlı sistemlerde yalnızca envanter seviyesinin dikkate alınması maliyette ciddi artışlara neden olmaktadır. TDP ise tek bir parametre ile hareket ettiği ve her yeni talep için yeni bir hat aktifleştirdiği için sabit maliyet arttıkça görece performansı kötüleşmektedir. Şekil 5 için örnek problemde sabit maliyet 2 olarak belirlenerek mevcut üretim hattı sayısı değiştirilmektedir. Tek hatlı ( $s = 1$ ) sistemler için ÖÜP ve ESP eniyi politikaya yakınsamakta TDP ise az da olsa eniyiden sapmaktadır. Bunun sebebi  $s = 1$  ve  $K > 0$  iken eniyi politikanın *iki-kritik-sayı politikası* olmasıdır. İkinci önemli gözlem ise ÖÜP'nin farklı üretim kapasitelerine sahip tüm ortamlarda iyi performans gösterdiği,  $s$  arttıkça diğer politikaların performansları gittikçe kötüleşmektedir. Ancak, belli bir  $s$  seviyesinden (örnekte bu seviye 3'tür) sonra maliyet farklılıkları sabitleşmektedir; çünkü bu bölgelerde politikalar mevcut tüm üretim hatlarını kullanmamaktadır. Şekil 4 ve 5'te görüldüğü gibi uygulaması kolay olan ÖÜP, dinamik yapıya sahip eniyi üretim politikası için oldukça iyi bir alternatiftir.

### 3.2. Önerilen Stok Tayınlama Politikaları (Proposed Stock Rationing Policies)

Çeşitli müşteri sınıflarından talep alan sistemler için stok tayınlama, daha değerli sınıfların gelecek talepleri için ne kadar stok rezerve edileceğine karar veren bir envanter kontrol stratejisidir. Literatürde ve uygulamada çok sayıda alternatif tayınlama politikaları mevcuttur ve bu politikalar her bir talep sınıfı için altına düşüldüğü takdirde taleplerin karşılanmadığı bir kritik tayınlama seviyesi tanımlanmaktadır. Bu seviyeler statik ya da dinamik olabilirler. *Statik tayınlama politikalarında* kritik seviyeler sadece stok seviyesi üzerinden tanımlı eşiklerdir. Yani, eğer stok seviyesi herhangi bir talep sınıfının kritik seviyesinde veya üzerinde ise, o sınıftan gelen talep karşılanır. Aksi takdirde, talep karşılanamaz. Öte yandan, *dinamik tayınlama politikaları* diğer durum değişkenleri değiştikçe (bizim çalışmamızda aktif üretim hattı sayısı) sınıfa özgü kritik tayınlama seviyelerini değiştiren politiklardır.

Çoğu örnek problem için eniyi tayınlama politikalarının tam olarak karakterize edilmesi zordur. Sistem durumu, tamamlanmamış üretim emirlerinin, aktif üretim hatlarının indekslerinin (üretim süresi dağılımları her hat için farklı olabilir) ve tüm bu rassal olan sipariş sayılarının yaş bilgilerini dinamik olarak takip etmelidir.  $M/M/s$  stoğa-üretim sistemleri için yaş bilgisi hafızasızlık özelliğinden dolayı önemsiz olsa da, eniyi tayınlama politikasının yapısı

bu sistem için bile hala tam olarak bilinmemektedir. Bu bölümde, M/M/s stoğa-üretim sistemlerinin eniyi tayınlama politikasının performansına yakın, fonksiyonel bir genel forma sahip dinamik bir politika yapısı önerilmiştir. Önerilen yapının iki parametresi mevcuttur: Tamamlanmamış bir üretim emrinin eldeki envanter cinsinden değerini gösteren  $a \in [0,1]$  ve kritik tayınlama eşiği olan  $R > 0$ .  $a$  ve  $R$  parametreleri dikkate alındığında, aşağıdaki 0-1 karar yapısı sınıf-2 için önerdiğimiz tayınlama politikası yapısını göstermektedir:

$$r_2(x,y) = \begin{cases} 1, & \text{if } (x + ay) \geq R \text{ ve } x > 0 \\ 0, & \text{aksi halde.} \end{cases} \quad (5)$$

Buradaki temel düşünce,  $x$  envanter seviyesini,  $ay$  olarak gösterilen üretimi tamamlanmamış olan tüm iş emirlerinin bağıl değeri ile arttırmaktır. Böylece yakın gelecekte stoğa eklenecek iş emirlerinin etkisi dinamik olarak karara yansıtılacaktır. Bu dinamik politika yapısı, iyi bilinen statik tayınlama (sadece stok seviyesine bağlı) ve İGİA politikalarını oluşturmak için de yeterince esnekler:  $a = 0, R \in Z^+$  statik,  $a = 0, R = 1$  ise İGİA politikalarını tarif eder. Önerilen yapı yoluyla elde edilebilen eniyi politikanın (ÖTP) performansı ile genel/küresel eniyi (EP), statik (SP) ve İGİA politikalarının performanslarını karşılaştırmak için, mevcut hat sayısı ( $s$ ), trafik yoğunluğu ( $\rho = \frac{\lambda}{s\mu}$  öyle ki  $\lambda = \lambda_1 + \lambda_2$ ) ve sabit maliyet ( $K$ ) değerlerinin değiştiği 40 farklı durum ile sayısal bir çalışma gerçekleştirdik. Geri kalan sistem parametreleri, genelliği kaybetmeden  $(h, \mu, c_1, c_2) = (1, 1, 4, 1)$  olarak belirlendi. Bireysel talep hızlarının her ikisi de toplam talep hızının yarısına, yani  $\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda/2$  olarak ayarlandı. Toplam talep hızının talep sınıflarına eşit dağıtılmasının nedeni tayınlamanın bir strateji olarak

değerinin bu durumlarda daha belirgin olmasıdır (Bulut ve Fadiloglu [24]). Farklı tayınlama politikalarını kıyaslayacağımız sayısal çalışmada üretim kararları her politika için ayrı ayrı eniyilenmiştir.

Tayınlama politikaları ile ilgili sayısal çalışmaların sonuçları Tablo 6 ve Tablo 7'de tablolar halinde sunulmuştur. Ek C, sabit maliyetin olmadığı durumlar içindir. Bu tablo,  $s = 1$  veya  $s = 6$  iken çoğu  $\rho$  değerinde yüzde maliyet farklarının tüm kıyaslar (ÖTP'nin EP'den yüzde maliyet farkı, SP'nin ÖTP'den yüzde maliyet farkı ve İGİA'nın SP'den yüzde maliyet farkı) için sıfıra yakın olduğunu göstermektedir. Buradaki tek istisna,  $s = 6$  iken, trafik yoğunluğunun yüksek olduğu durumlarda Statik bir politikayla da olsa tayınlama yapmanın değerini gösteren %1,65 ve %5,95 değerindeki maliyet farklarıdır. Bu gözlemin arkasında yatan mantık iki nedene dayandırılmıştır: *i.*  $s = 1$  ve  $\rho$  az olduğunda eniyi üretim kararı tayınlama politikasından bağımsız olarak üretim yapmamaktır. Bu durumlarda tayınlamadan da bahsedilemez (bu durumlar tabloda GD –geçerli değil– olarak gösterilmiştir). *ii.*  $s = 1$  veya  $s = 6$  iken  $\rho$  arttıkça daha yoğun trafik nedeniyle üretim hatlarının aktive edilmesi eniyidir. Ancak bu durumlarda da, görece az olan üretim kapasitesi, sınıf-1 taleplerini karşılamak için bile tam olarak yeterli değildir. Alternatif tayınlama politikalarının performanslarının ayrışması için sistemde yeterli esneklik bulunmamaktadır. Dolayısıyla, ele alınan tüm tayınlama politikalarının maliyetleri hemen hemen eniyi politikanınkiyle aynıdır.

Görece olarak daha çok sayıda hattın olduğu, yani kapasitenin daha fazla olduğu,  $s = 11$  veya  $s = 16$  örneklerinde  $p$  arttıkça stok tayınlamanın değeri hiç

**Tablo 6.**  $K = 0$  iken ÖTP, Statik ve İGİA politikaları: Mevcut üretim hattı sayısı ve trafik yoğunluğunun etkisi (The Proposed, Static and FCFS policies when  $K = 0$ : Impact of number of available servers and traffic intensity)

s	$\rho$	EP		ÖTP (eniyilenmiş $a$ ve $R$ )		SP ( $a=0$ ve eniyilenmiş $R$ )		İGİA ( $a=0, R=1$ )	%Maliyet Farkı			
		Maliyet		$a^*$	$R^*$	Maliyet	$R^*$	Maliyet	Maliyet	ÖTP - EP Kıyası	SP - ÖTP Kıyası	İGİA - SP Kıyası
1	0,1	0,26		GD	GD	0,26	GD	0,26	0,26	0,00	0,00	0,00
1	0,3	0,86		GD	GD	0,86	GD	0,86	0,86	0,00	0,00	0,00
1	0,5	1,08		0	1	1,08	1	1,08	1,08	0,00	0,00	0,00
1	0,7	1,31		0	1	1,31	1	1,31	1,31	0,00	0,00	0,00
1	0,9	1,59		0	1	1,59	1	1,59	1,59	0,00	0,00	0,00
6	0,1	1,19		0	1	1,19	1	1,19	1,19	0,00	0,00	0,00
6	0,3	2,27		0	1	2,27	1	2,27	2,27	0,00	0,00	0,00
6	0,5	2,92		0	1	2,92	1	2,92	2,92	0,00	0,00	0,00
6	0,7	3,56		0	2	3,57	2	3,57	3,63	0,28	0,00	1,65
6	0,9	4,26		0	2	4,27	2	4,27	4,54	0,23	0,00	5,95
11	0,1	1,71		0	1	1,71	1	1,71	1,71	0,00	0,00	0,00
11	0,3	3,07		0,1	1	3,07	1	3,07	3,07	0,00	0,00	0,00
11	0,5	3,91		0,1	1,9	3,91	2	3,91	3,93	0,00	0,00	0,51
11	0,7	4,66		0,1	2,3	4,67	2	4,670	4,84	0,21	0,00	3,51
11	0,9	5,74		0,2	3,7	5,76	2	5,76	6,29	0,35	0,00	8,43
16	0,1	2,11		0	1	2,11	1	2,11	2,11	0,00	0,00	0,00
16	0,3	3,68		0,1	1,7	3,68	1	3,68	3,68	0,00	0,00	0,00
16	0,5	4,64		0	2	4,65	2	4,65	4,71	0,22	0,00	1,27
16	0,7	5,54		0,1	2,8	5,57	2	5,57	5,82	0,54	0,00	4,30
16	0,9	7,00		0,1	3,6	7,06	2	7,08	7,84	0,85	0,28	9,69

**Tablo 7.**  $K = 2$  iken ÖTP, Statik ve İGİA politikaları: Mevcut üretim hattı sayısı ve trafik yoğunluğunun etkisi  
(The Proposed, Static and FCFS policies when  $K = 2$ : Impact of number of available servers and traffic intensity)

$s$	$\rho$	EP		ÖTP (enişilenmiş $a$ ve $R$ )		SP ( $a=0$ ve enişilenmiş $R$ )		İGİA ( $a=0, R=1$ )		%Maliyet Farkı		
		Maliyet		$a^*$	$R^*$	Maliyet	$R^*$	Maliyet	Maliyet	ÖTP - EP Kıyası	SP - ÖTP Kıyası	İGİA - SP Kıyası
1	0,1	0,26		GD	GD	0,26	GD	0,26	0,26	0,00	0,00	0,00
1	0,3	0,86		GD	GD	0,86	GD	0,86	0,86	0,00	0,00	0,00
1	0,5	1,25		GD	GD	1,25	GD	1,25	1,25	0,00	0,00	0,00
1	0,7	1,75		GD	GD	1,75	GD	1,75	1,75	0,00	0,00	0,00
1	0,9	2,04		0,1	1,1	2,04	1	2,07	2,07	0,00	1,45	0,00
6	0,1	1,50		GD	GD	1,50	GD	1,50	1,50	0,00	0,00	0,00
6	0,3	3,03		0,1	1,2	3,03	2	3,03	3,15	0,00	0,00	3,81
6	0,5	4,04		0,1	1,4	4,04	2	4,04	4,20	0,00	0,00	3,81
6	0,7	4,86		0,1	2,1	4,87	0	4,87	5,08	0,21	0,00	4,13
6	0,9	5,55		0,1	2,2	5,55	2	5,55	5,86	0,00	0,00	5,29
11	0,1	2,25		0,1	1,1	2,25	1	2,26	2,26	0,00	0,44	0,00
11	0,3	4,27		0,1	1,4	4,27	2	4,27	4,41	0,00	0,00	3,17
11	0,5	5,61		0,1	2,3	5,62	2	5,62	5,95	0,18	0,00	5,55
11	0,7	6,72		0,1	2,6	6,73	2	6,74	7,23	0,15	0,15	6,78
11	0,9	7,67		0,2	3,7	7,68	2	7,71	8,34	0,13	0,39	7,55
16	0,1	2,82		0,1	1,2	2,82	2	2,82	2,87	0,00	0,00	1,74
16	0,3	5,21		0,1	2,2	5,22	2	5,22	5,56	0,19	0,00	6,12
16	0,5	6,88		0,1	2,7	6,89	2	6,90	7,43	0,15	0,14	7,13
16	0,7	8,23		0,1	2,9	8,25	3	8,27	8,98	0,24	0,24	7,91
16	0,9	9,70		0,2	4,7	9,73	3	9,74	11,06	0,31	0,10	11,93

tayınlama yapmamaya göre artmaktadır (bkz. İGİA-SP Kıyası). Çünkü tayınlama, sınıf-2 taleplerini reddederek dolaylı olarak sistem kapasitesini arttırmakta ve böylece gelecekteki sınıf-1 talepleri için daha fazla stok tutma imkanı sağlamaktadır. Bu durumlarda yine ÖTP, eniyi tayınlama politikasının performansına çok yakın bir performans göstermiştir. ÖTP'nin kontrol parametreleri uzayında eniyilenmiş hali ve EP (genel/küresel eniyi politika) arasındaki yüzde maliyet farkı, Tablo 6'da verilmiş olan tüm durumlarda %1'in altındadır. Ancak, önerdiğimiz yapının özel bir durumu olan Statik Politika - SP'de oldukça iyi performans göstermiştir. EP'nin dinamik bir yapısı olmasına rağmen, SP, M/M/s stoğa-üretim sistemleri için son derece iyi bir alternatiftir. Bunun nedeni, üretim sürelerinin hafızasız oluşudur. Dinamik politikalar, hafızası olan üretim süresi dağılımları için değerli olan, aktif hatlardaki üretimin ne kadar zamandır sürdüğü bilgisini kullanan politikalarlardır. Bizim sistemimizde, dinamik politikanın kullandığı tek ek bilgi aktif hat sayısıdır. Fakat bu bilgi SP'nin performansını önemli ölçüde arttırmamıştır.

Son olarak Tablo 7, sabit maliyetin olduğu ( $K = 2$ ) durumlar içindir. Bu durumlarda ÖTP ve SP M/M/s stoğa-üretim sistemlerinin tayınlama stratejileri için son derece iyi alternatifler iken (yüzde maliyet farkları tüm örneklerde %1'in altındadır) İGİA politikasının performansının kötüleştiği görülmüştür. Esasen klasik envanter sistemlerini düşündüğümüzde sabit maliyet arttıkça tayınlamanın değer kazandığını gözlemlemek ilginçtir. Tayınlama temelde elde tutma ve kayıp satış maliyetleri arasındaki ödünleşmeden (tradeoff) faydalanmaktadır.  $K$  artarken, tayınlamanın değerinin düşeceği beklenebilir çünkü sabit maliyet elde tutma-kayıp satış ödünleşmesine baskın gelir. Bulut ve Fadiloglu'nun [24] çalışmasında da belirtildiği üzere, bu

durum sabit maliyetin sipariş-parti başına ödendiği klasik envanter sistemleri için geçerlidir. Buna karşın, üretim ortamında sabit maliyet, aktif hale getirilmiş her hat başına ödenir. Bu nedenle  $K$  arttıkça sistem daha az sayıda hatta üretim yapar ve dolayısıyla daha az stok tutulur ve kayıp satış riski artar. Bütün bunlardan mülahem, sistem kayıp satış maliyetinin artmasından kaçınmak için stok tayınlama yaparak talebi kısar.

#### 4. SONUÇLAR (CONCLUSIONS)

Bu makalede, sabit başlangıç maliyetine ve birden çok müşteri sınıfına sahip, çok-hatlı stoğa-üretim sistemlerinde üretim-envanter ortak kontrolü çalışılmıştır. M/M/s stoğa-üretim kuyruğu modelinin dinamik programlama formülasyonu geliştirilerek eniyi üretim ve tayınlama politikalarının dinamik bir yapıya sahip olduğu gözlenmiştir. Eniyi üretim politikasının sanayi için kolay uygulanabilir olmaması nedeniyle uygulanması kolay ve performansını iyi alternatif bir politika sunulmuştur. Ayrıca, Markov özellikli sistemlerin doğasına uygun genel bir tayınlama politika yapısı da önerilmiştir. Bu yapı, teknik yazında ve uygulamada iyi bilinen İlk-Gelen-İlk-Alır (İGİA) ve Statik tayınlama politikaları ile yeni bir dinamik politikayı oluşturabilecek esnekliğe sahiptir. Kapsamlı bir sayısal çalışma gerçekleştirilmiş ve bir strateji olarak stok tayınlamanın değeri incelenmiştir. Ayrıca, önerilen dinamik politikanın eniyi politikadan sapma miktarı da ölçülmüş ve yakın-eniyi olduğu gösterilmiştir.

Bu çalışma, birden fazla ürün, toplu üretim veya toplu talep içeren sistemler için genişletilebilir. Çok ürünli sistemler için, ne zaman ve ne kadar üretim yapılacağı kararlarına ek olarak üretim sırasının da belirlenmesi gerekecektir. Bunun

yanında, üretim sürelerinin dağılımlarındaki Üssel varsayımı kaldırmak için Coxian ve Erlang gibi faz tipi dağılımlar kullanılarak MDP modelleri geliştirilebilir. Bu tür modeller genel üretim sürelerine sahip sistemler için de yaklaşık sonuçlar üretecektir.

#### TEŞEKKÜR (ACKNOWLEDGEMENT)

Bu çalışma, 213M355 numaralı projenin bir parçası olarak Türkiye Bilimsel ve Teknolojik Araştırma Kurumu tarafından desteklenmiştir.

#### KAYNAKLAR (REFERENCES)

1. Ha A.Y., Inventory rationing in a make-to-stock production system with several demand classes and lost sales, *Management Science*, 43 (8), 1093-1103, 1997.
2. Gavish B., Graves S.C., A one-product production/inventory problem under continuous review policy, *Operations Research*, 28 (5), 1228-1236, 1980.
3. Gavish B., Graves S.C., Production/Inventory Systems with a Stochastic Production Rate under a Continuous Review Policy, *Computers & Operations Research*, 8 (3), 169-183, 1981.
4. Graves S.C., Keilson J., The compensation method applied to a one-product production/inventory problem, *Mathematics of Operations Research*, 6 (2), 246-262, 1981.
5. Heyman D.P., Optimal Operating Policies for Stochastic Service Systems, *Operations Research*, 16, 362-382, 1968.
6. Sobel M.J., Optimal average cost policy for a queue with start-up and shut-down costs, *Operations Research*, 17 (1), 145-162, 1969.
7. Tijms H.C., An Algorithm for Denumerable State Semi-Markov Decision Problems with Application to Controlled Production and Queuing Systems, Academic Press, 145-162, 1980.
8. Altıok T., (R,r) Production/Inventory Systems, *Operations Research*, 37 (2), 266-276, 1989.
9. Lee H.S., Srinivasan M.M., The Continuous Review (s,S) Policy for Production/Inventory Systems with Poisson Demands and Arbitrary Processing Times, Technical Report, 87-33, 1989.
10. Lee H.S., Srinivasan M.M., Random Review Production/Inventory Systems with Compound Poisson Demands and Arbitrary Processing Times, *Management Science*, 37 (7), 813-833, 1991.
11. Lee J.E., Hong M.M., A stock rationing policy in a (s,S)-controlled stochastic production system with 2-phase coxian processing times and lost sales, *International Journal of Production Economics*, 83 (3), 299-307, 2003.
12. Bulut Ö., Fadıloğlu M.M., Production control and stock rationing for a make-to-stock system with parallel production lines, *IIE Transactions*, 43 (6), 432-450, 2011.
13. Ha A.Y., Stock rationing policy for a make-to-stock production system with two priority classes and backordering, *Naval Research Logistics*, 43, 458-472, 1997.
14. De Véricourt F., Karaesmen F. and Dallery Y., Optimal stock allocation for a capacitated supply system, *Management Science*, 48 (11), 1486-1501, 2002.
15. Ha A.Y., Stock Rationing in an M/E<sub>k</sub>/1 make-to-stock queue, *Management Science*, 46 (1), 77-87, 2000.
16. Gayon J.P., De Véricourt F., and Karaesmen F., Stock rationing in an M/E<sub>k</sub>/1 multi-class make-to-stock queue with backorders, *IIE Transactions*, 41 (12), 1096-1109, 2009.
17. Pang Z., Shen H., and Cheng T.C.E., Inventory Rationing in a Make-to-Stock System with Batch Production and Lost Sales, *Production and Operations Management*, 23 (7), 1243-1257, 2014.
18. Wensing T., Kuhn H., Analysis of production and inventory systems when orders may cross over, *Annals of Operations Research*, 231 (1), 265-281, 2015.
19. Lin B., Chen S., Feng Y., Xu J., The Joint Stock and Capacity Rationings of a Make-To-Stock System with Flexible Demand, *Asia-Pacific Journal of Operational Research*, 35 (1), 1-27, 2018.
20. Zhang D., Li X., Li X., Li S., and Qian Q., An Optimal Decision Model of Production-Inventory with MTS and ATO Hybrid Model Considering Uncertain Demand, *Mathematical Problems in Engineering*, 2015, 1-12, 2015.
21. Rafiei H., Rabbani M., Vafa-Arani H., and Bodaghi G., Production-inventory analysis of single-station parallel machine make-to-stock/make-to-order system with random demands and lead times, *International Journal of Management Science and Engineering Management*, 12 (1), 33-44, 2016.
22. Karaoğlan İ., Altıparmak F., Dengiz B., Analysis of maintenance policies in just in time production system, *Journal of the Faculty of Engineering and Architecture of Gazi University*, 22 (1), 181-190, 2007.
23. Belgin Ö., Hybrid approach in a production line for multi-objective simulation optimization, *Journal of the Faculty of Engineering and Architecture of Gazi University*, 34 (4), 1847-1859, 2019.
24. Bulut Ö., Fadıloğlu M.M., A dynamic rationing policy for continuous-review inventory systems, *European Journal of Operational Research*, 202 (3), 675-685, 2010.
25. Fadıloğlu M.M., Bulut Ö., An embedded Markov chain approach to stock rationing under batch orders, *Operations Research Letters*, 47 (2), 92-98, 2019.
26. Samii A.B., Impact of the nested inventory allocation policies in a newsvendor setting, *International Journal of Production Economics*, 181 (A), 247-256, 2016.