www.istatistikciler.org
İstatistikçiler Dergisi 2 (2009) 28-36

İstatistikçiler Dergisi

Nadaraya-Watson çekirdek kestiricilerinin yarı parametrik model tahminindeki performansı üzerine bir benzetim çalışması

Özge Akkuş
Muğla Ünv. Fen Edebiyat Fak.
İstatistik Bölümü,48170,
Kötekli, Muğla
ozge.akkus@mu.edu.tr

Serdar Demir
Pamukkale Ünv. İktisadi ve İdari
Bilimler Fak. Ekonometri Bölümü,
20020, Kınıklı, Denizli
sdemir@pau.edu.tr

Hüseyin Tatlıdil
Hacettepe Ünv. Fen Fak.
İstatistik Bölümü,06532,
Beytepe, Ankara
tatlidil@hacettepe.edu.tr

Özet

Bu çalışmada yarı parametrik model tahmini üzerine yoğunlaşılmıştır. Tahmin süreci üç aşamadan oluşmaktadır. İlk aşamada parametreler belirli yarı parametrik tahmin edicilere göre elde edilmekte, ikinci aşamada $x^T\hat{\beta}$ doğrusal indeks değerleri hesaplanmakta ve son aşamada bağımlı değişken Y'nin $x^T\hat{\beta}$ üzerine parametrik olmayan regresyonu uygulanarak gözlemlerin bağımlı değişkende "1" olarak kodlanan düzeye ait olma olasılıkları tahmin edilmektedir. Literatürde yer alan sınırlı sayıdaki çalışmada bu aşama için klasik Nadaraya-Watson (NW) tahmin edicisinin kullanıldığı görülmüştür. Burada, klasik NW tahmin edicisine alternatif olabilecek uyarlanabilir NW tahmin edicisinin yarı parametrik model tahminindeki kullanımı ve bazı istatistiksel kriterlere göre performansı yapılan bir benzetim çalışması ile araştırılmıştır.

Anahtar sözcükler: *Uyarlanabilir Nadaraya Watson çekirdek kestiricisi; Yarı parametrik yaklaşım; Klein ve Spady tahmin edicisi; İki düzeyli bağımlı değişken modeli.*

Abstract

A simulation study on the performance of the Nadaraya-Watson kernel estimators in the semiparametric model estimation

The semi-parametric model estimation is focused in this study. The estimation process is composed of three parts. In the first step, parameters are obtained according to the specific semi-parametric estimators; in the second step, linear index values ($x^T\hat{\beta}$) are calculated and in the last step, probabilities of observations belonging to the category coded as "1" in the dependent variable are estimated by applying the nonparametric regression of Y on $x^T\beta$. It is revealed that the classical Nadaraya-Watson (NW) estimator is used for this step in the limited number of study in the literature. Here, the use of the adaptive NW estimators that may be alternative to the classical NW estimator in the semi-parametric model estimation and the performance of them were assessed according to some statistical criteria based on a simulation study.

Keywords: *Adaptive Nadaraya Watson kernel estimator; Semiparametric approach; Klein and Spady estimator; Binary dependent variable model.*

1. Giriş

Bağımlı değişkenin iki düzeyli olduğu olasılık modellerinde parametre tahmini için üç temel yaklaşım vardır. Bunlar, parametrik, parametrik olmayan ve yarı parametrik yaklaşımlardır. Parametrik yaklaşımda hata terimi ile ilgili bilinen bir dağılım varsayımı yapılırken yarı parametrik alternatifinde böyle bir varsayıma gereksinim duyulmamaktadır. Yapılan dağılım varsayımının hatalı olması durumunda yanıltıcı sonuçlar verebilen parametrik yaklaşımın en önemli avantajı parametre tahminlerinin kolay elde edilebilir olmasıdır. Yarı parametrik yaklaşım ise daha az varsayım gerektirmekte, varsayım bozulumlarında daha doğru tahminler vermekte fakat uygulamada karşılaşılan bazı problemlerden dolayı yaygın olarak kullanılmamaktadır. Her iki yaklaşımda ortak yapılan tek varsayım, açıklayıcı değişkenler arasındaki fonksiyonel yapının doğrusallığıdır ($x^T\beta$). Parametrik olmayan yaklaşımda hiçbir varsayım yapılmamaktadır. Ancak, açıklayıcı değişken sayısının ikiden fazla olması durumunda bu yaklaşımda tahmin ve yorum giderek zorlaşmaktadır.

Bu çalışmada yarı parametrik model tahmini üzerine yoğunlaşılmıştır. Tahmin süreci üç aşamadan oluşmaktadır. İlk aşamada parametreler belirli yarı parametrik tahmin edicilere göre elde edilmekte, ikinci aşamada $x^T\hat{\beta}$ doğrusal indeks değerleri hesaplanmakta ve üçüncü aşamada bağımlı değişken Y'nin $x^T\hat{\beta}$ üzerine parametrik olmayan ortalama regresyonu uygulanarak gözlemlerin bağımlı değişkende "1" olarak kodlanan düzeye ait olma olasılıkları tahmin edilmektedir. Bu aşama için literatürde sadece sabit bant genişliğini kullanan klasik NW tahmin yöntemi kullanılmaktadır. Bağımlı değişkenin sürekli olması durumunda regresyon fonksiyonlarının tahmininde değişen bant genişliğini kullanan NWU tahmin yöntemi Demir (2005) tarafından incelenmiştir. Bağımlı değişkenin iki düzeyli kategorik bir değişken olması durumunda bu yöntemin yarı parametrik model tahminindeki performansının ortaya çıkarılması ise bu çalışmanın temel amacını oluşturmaktadır [1,4,5,8].

2. Yarı parametrik model tahmini

Bağımlı değişkenin iki düzeyli kategorik bir değişken olması durumunda koşullu ortalama fonksiyonu $E(Y|X=x)$'in modellendiği çalışmalarda aşağıda verilen bir olasılık ifadesine ulaşılır.

$$E(Y|X=x) = P\left[Y=1|X=x\right] = G(x^T\beta) \tag{1}$$

Burada G, hata terimi için bilinen bir dağılım fonksiyonunu; $x^T\beta$ ise açıklayıcı değişkenler arasındaki fonksiyonel ilişkinin doğrusallığını göstermektedir. G için bilinen bir dağılım varsayımı yapılmadan daha doğru tahminler elde edebilmek amacıyla geliştirilen yarı parametrik yaklaşımda sadece açıklayıcı değişkenler arasındaki fonksiyonel yapının $x^T\beta$ biçiminde doğrusal olduğu varsayılmaktadır. Bilinmesi durumunda G ile gösterilen hata teriminin dağılım fonksiyonu bu yaklaşımda bilinmemekte ve "g" ile ifade edilmektedir. İki düzeyli bağımlı değişken için yarı parametrik model,

$$E(Y|X=x) = P\left[Y=1|X=x\right] = g(x^T\beta) \tag{2}$$

biçiminde tanımlanmaktadır. Burada amaç β ve g'nin en iyi tahminlerini elde edebilmektir. $\hat{\beta}$ için literatürde sıklıkla kullanılan yöntem Klein ve Spady (KS) (1993)'nin Yarı Parametrik En Çok Olabilirlik Tahmin Edicisi'dir. Bu yöntem ile ilgili detaylı bilgiye [9] ve [11]'den ulaşılabilir.

3. Klasik ve uyarlanabilir Nadaraya-Watson çekirdek kestiricileri

Yarı parametrik modellemenin son aşamasını oluşturan olasılık tahminleri için parametrik olmayan regresyon fonksiyonu tahmin edicileri kullanılmaktadır. Tahminlerin daha kolay elde edilebilir olmasından dolayı bu tahmin ediciler arasında en sık kullanılanı çekirdek fonksiyonları üzerine kurulu olan NW tahmin edicisidir. Bu yöntemde tüm tahminler için aynı bant genişliği (h) kullanılmaktadır. Ancak bu yöntem bazı durumlarda başarısız olmaktadır. Verilerin sık olduğu bölgelerde yeterli düzleştirme yapan bu yöntem, verilerin seyrek olduğu bölgelerde yeterli düzleştirmeyi yapamamaktadır. Ayrıca, gereğinden büyük bir bant genişliği fazla düzleştirme yapmakta ve dağılımın önemli tepelerini yok edebilmekte, gereğinden küçük bir bant genişliği ise yeterli düzleştirme yapmakta başarısız olmaktadır.

Bu problemler dikkate alındığında klasik yönteme alternatif yöntemler önerilmiştir. İlk olarak olasılık yoğunluk fonksiyonunun tahmininde kullanılan NWU tahmin edicisi, verilerin sık olduğu bölgeler için küçük bir bant genişliği; seyrek olduğu bölgeler için ise büyük bir bant genişliği kullanılması ilkesine dayanır. Olasılık yoğunluk fonksiyonlarının tahmininde kullanılan bu yöntem, Demir (2005) tarafından bağımlı değişkenin sürekli olduğu regresyon fonksiyonlarının tahminine uyarlanmıştır.

Bu çalışmada ise bağımlı değişkenin iki düzeyli kategorik bir değişken olduğu durum için NW ve NWU tahmin edicilerinin yarı parametrik model tahminindeki performansları araştırılmaktadır.

3.1. Sabit bant genişliğini kullanan klasik Nadaraya-Watson çekirdek kestiricisi

X ve Y, $f(x,y)$ bileşik olasılık yoğunluk fonksiyonuna sahip iki rasgele değişken olsun. Y'nin verilen $X = x$ 'e göre koşullu beklenen değeri,

$$E(Y|X=x) = \int y f(y|x) dy = \int y \frac{f(x,y)}{f_X(x)} dy = m(x) \tag{3}$$

biçiminde ifade edilmektedir. Burada $f(y|x)$, Y'nin, verilen $X = x$ 'e göre koşullu olasılık yoğunluk fonksiyonu, $f_X(x)$ ise X'in marjinal olasılık yoğunluk fonksiyonudur.

Veri kümesindeki her bir x_i için koşullu beklenen değer $m(x_i)$ elde edilir ve toplam n tane ($i = 1,\ldots,n$) değerden oluşan koşullu beklenen değerler kümesi oluşturulur. Böylece, Y ve X'in "ortalama olarak" nasıl ilişkili olduğu ortaya çıkmaktadır. Bu nedenle aşağıda verilen $m(.)$ 'in tahmini regresyonda ilgilenilen temel noktadır.

$$m(x) = E(Y|X=x) = \int y \frac{f(x,y)}{f_X(x)} dy = \frac{\int y\, f(x,y) dy}{f_X(x)} \tag{4}$$

$\{X_i, Y_i\}$, $(i = 1,\ldots,n)$ biçiminde verilen gözlemler için, Eşitlik (4)'de $f(x,y)$ ve $f_X(x)$ bilinmemektedir. Tek bir değişkenin olasılık yoğunluk fonksiyonu olmasından dolayı $f_X(x)$ 'in tahmini kolaydır [2,12]. İki değişken X ve Y'nin bileşik olasılık yoğunluk fonksiyonu olan $f(x,y)$ 'nin tahmini için, "Çarpımsal Çekirdekler ile Çekirdek Yoğunluk Fonksiyonu" özelliği kullanılmaktadır. h ve g sırasıyla X ve Y değişkenlerinin yoğunluklarının tahmininde kullanılan bant genişlikleri (düzleştirme parametreleri) olmak üzere, bu özellik kullanılarak elde edilen yoğunluk fonksiyonu tahmini aşağıdaki biçimde ifade edilmektedir.

$$\hat{f}_{h,g}(x,y) = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} K_h\left(\frac{x - X_i}{h}\right) K_g\left(\frac{y - Y_i}{g}\right) \tag{5}$$

Çekirdek fonksiyonlarının integralinin 1'i verdiği ve 0 etrafında simetrik olduğu bilgisinden yararlanılarak veri kümesindeki herhangi bir x için karşılık gelen Y değerinin NW tahmini, aşağıdaki formül ile yapılmaktadır.

$$\hat{m}_h(x) = \frac{n^{-1}\sum_{i=1}^{n} K_h(x - X_i) Y_i}{n^{-1}\sum_{i=1}^{n} K_h(x - X_i)} \tag{6}$$

Burada tüm tahminler için aynı bant genişliği (h) kullanıldığından dolayı yöntem, klasik NW tahmin yöntemi olarak adlandırılmaktadır. Yarı parametrik tahminde $\hat{m}_h(x)$ değerleri, gözlemlerin bağımlı değişkende "1" olarak kodlanan düzeye ait olma olasılıklarının tahminini vermektedir [6,10,16].

3.2.Değişen bant genişliğini kullanan uyarlanabilir Nadaraya-Watson çekirdek kestiricileri

Daha önce de belirtildiği gibi parametrik olmayan regresyon fonksiyonlarının tahmini genel olarak Eşitlik (4) ile verilen koşullu ortalama fonksiyonu üzerine kuruludur. Nadaraya ve Watson (1964), pay ve paydadaki olasılık yoğunluk fonksiyonlarının tahmininde çekirdek kestirimlerinin kullanılmasını önermiştir. İki değişken durumunda Epanechnikov (1969) tarafından bileşik olasılık yoğunluk fonksiyonunun çekirdek kestirimi,

$$\hat{f}(x,y) = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\frac{1}{h_X h_Y}\ddot{K}\left(\frac{x-X_i}{h_X},\frac{y-Y_i}{h_Y}\right) \tag{7}$$

biçiminde verilmiştir. Burada $\ddot{K}(...)$ iki değişkenli çekirdek fonksiyonunu göstermekte ve aşağıda verilen "Çarpımsal Çekirdek Fonksiyonu" kullanılarak elde edilmektedir.

$$\ddot{K}\left(\frac{x-X_i}{h_X},\frac{y-Y_i}{h_Y}\right) = K_1\left(\frac{x-X_i}{h_X}\right)K_2\left(\frac{y-Y_i}{h_Y}\right) \tag{8}$$

$K_1 = K_2 = K$ olması durumunda iki değişkenli olasılık yoğunluk fonksiyonunun çekirdek kestiricisi aşağıdaki biçimde elde edilir.

$$\hat{f}(x,y) = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\frac{1}{h_X h_Y}K\left(\frac{x-X_i}{h_X}\right)K\left(\frac{y-Y_i}{h_Y}\right) \tag{9}$$

Bu tahmin edici, sabit bant genişlikli NW çekirdek kestiricisinin elde edilmesinde kullanılmaktadır.

n gözlemli $T_1,\ldots,T_q$ (q boyutlu durumda) değişkenleri için Sain (1994) tarafından, sabit bant genişliği yerine değişen bant genişliği kullanılarak çok değişkenli olasılık yoğunluk fonksiyonunun uyarlanabilir (örneklem noktası) çarpımsal çekirdek kestiricisi,

$$\hat{f}_u(t_1,\ldots,t_q) = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\frac{1}{h(T_{1i})\ldots h(T_{qi})}K\left(\frac{t_1-T_{1i}}{h(T_{1i})}\right)\ldots K\left(\frac{t_q-T_{qi}}{h(T_{qi})}\right) \tag{10}$$

biçiminde verilmiştir. İki değişken (x ve y) için Eşitlik (10), aşağıdaki biçime dönüşür.

$$\hat{f}_u(x,y) = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\frac{1}{h(X_i)h(Y_i)}K\left(\frac{x-X_i}{h(X_i)}\right)K\left(\frac{y-Y_i}{h(Y_i)}\right) \tag{11}$$

Eşitlik (4)'de paydadaki kestirici yerine,

$$\hat{f}_u(x) = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\frac{1}{h(X_i)}K\left(\frac{x-X_i}{h(X_i)}\right) \tag{12}$$

biçiminde tanımlanan yoğunluk fonksiyonunun uyarlanabilir çekirdek kestiricisi ve paydaki kestirici yerine, Eşitlik (11) ile verilen kestirici koyulduğunda aşağıda verilen regresyon fonksiyonunun çekirdek kestiricisi elde edilmektedir [3,13,14].

$$\hat{m}_{NWU}(x) = \int \frac{y\hat{f}_u(x,y)}{\hat{f}_u(x)}dy = \frac{\sum_{i=1}^{n} \frac{Y_i}{nh(X_i)} K\left(\frac{x-X_i}{h(X_i)}\right)}{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} \frac{1}{h(X_i)} K\left(\frac{x-X_i}{h(X_i)}\right)} = \frac{\sum_{i=1}^{n} \frac{Y_i}{\lambda_i} K\left(\frac{x-X_i}{h_i\lambda}\right)}{\sum_{i=1}^{n} \frac{1}{\lambda_i} K\left(\frac{x-X_i}{h_i\lambda}\right)} \tag{13}$$

λ_i 'ler yerel bant genişliği çarpanlarıdır ve elde edilmesinde Silverman (1986) tarafından verilen üç aşamalı algoritma kullanılmaktadır.

1. Adım: Tüm i'ler için $\tilde{f}(x) > 0$ olacak biçimde $\tilde{f}(x_i) > 0$ önsel kestirim bulunur. Bu kestirimler için genellikle sabit bant genişlikli çekirdek kestiricisi kullanılır.

2. Adım: g, $\tilde{f}(x_i)$'lerin geometrik ortalaması, $\log g = \frac{1}{n}\sum_i \log \tilde{f}(x_i)$, logaritması, α, $(0 \le \alpha \le 1)$ duyarlılık parametresi olmak üzere, yerel bant genişliği faktörü λ_i tanımlanır.

$$\lambda_i = \left[\frac{\tilde{f}(x_i)}{g}\right]^{-\alpha} \tag{14}$$

Burada, α ne kadar büyük olursa önsel kestirimlere duyarlılık da o kadar artar ve örneklemin farklı bölgelerinde kullanılan bant genişlikleri arasındaki fark da büyür. λ_i'nin bulunmasında geometrik ortalamanın kullanılmasının nedeni, o noktadaki yoğunluğun geometrik ortalamaya göre daha küçük olduğu durum için daha büyük h değeri seçmek; daha büyük olduğu durumda ise daha küçük bir h değerinin seçilmesini sağlamaktır.

3. Adım: $h_i = h\lambda_i$ bant genişliği ile Eşitlik (13) ile verilen uyarlanabilir çekirdek kestiricisi elde edilir [15].

Bu çalışmada, bağımlı değişkenin iki düzeyli kategorik bir değişken olması durumunda sabit bant genişliğini kullanan NW ve geometrik ortalamaya göre yerel bant genişliği çarpanını hesaplayan uyarlanabilir NWU_G'nin farklı örneklem büyüklüklerinde yarı parametrik model tahminindeki performansı araştırılmıştır.

4. Benzetim çalışması

Bu bölümde, yarı parametrik model tahmininin ilk aşamasındaki β parametreler vektörünün tahmini için KS tahmin edicisi kullanılmıştır. İkinci aşamada ise sabit bant genişliğini kullanan NW ve değişen bant genişliğini kullanan NWU_G'nin yarı parametrik model tahminindeki performansı, Ortalama Hata Kareler Ortalaması (OHKO) ve Ortalama Doğru Sınıflama Oranı (ODSO) kriterlerine göre araştırılmıştır.

4.1. Veri

Çalışmada, $n = 25$, $n = 100$, $n = 250$ ve $n = 500$ genişliklerinde örneklemler, Proença (2001) tarafından da kullanılan,

$\text{Indeks} = 1 + X_1 + X_2$ fonksiyonu ve X_1 ~Standart Normal Dağılım; X_2 ~Bernoulli (0.75) dağılımlarına göre türetilmiştir. İndeks değerlerine göre olasılıklar aşağıdaki fonksiyon ile hesaplanmıştır.

$$\text{Olasılık} = \frac{\exp(\text{indeks})}{1 + \exp(\text{indeks})}$$

Bağımlı değişken Y ise, Y ~Bernoulli (Olasılık) dağılımından türetilmiştir. Her bir örneklem genişliği için 1000 tekrar yapılmıştır. İlk aşamasındaki parametre tahminleri için kodlar NLogit yazılımı ile oluşturulmuştur [7]. Çalışmada, Gaussian ve Epanechnikov çekirdek fonksiyonları kullanılmış ve sonuçların farklı çekirdek fonksiyonlarına göre nasıl değişim gösterdiği de araştırılmıştır.

Çizelge 1. Farklı çekirdek fonksiyonlarına göre OHKO Sonuçları

	Gaussian		**Epanechnikov**	
	NW	**NWU_G**	**NW**	**NWU_G**
n=25	**0.0816***	0.0820	**0.0923****	0.0942
n=100	**0.0987***	0.1003	**0.1040****	0.1062
n=250	**0.1147***	0.1161	**0.1170****	0.1186
n=500	**0.1220***	0.1230	**0.1234****	0.1246

* Gaussian çekirdeği için minimum OHKO
** Epanechnikov çekirdeği için minimum OHKO

Çizelge 1 incelendiğinde,

1. Tüm örneklem büyüklükleri ve her iki çekirdek fonksiyonu için yarı parametrik tahminin ikinci aşamasında kullanılan NW'dan elde edilen OHKO'ların, NWU_G'ya oranla daha düşük olduğu görülmektedir. Uygulama kolaylığı da dikkate alındığında, birinci aşaması KS ile tahmin edilen yarı parametrik tahminin ikinci aşamasında, NW tahmin edicisinin kullanılması önerilmektedir.

2. Epanechnikov çekirdeği kullanılarak elde edilen tahminlerin OHKO'sunun tüm örneklem büyüklüklerinde, Gaussian çekirdeğine oranla daha büyük olduğu gözlenmiştir. Ancak sonuçlar birbirinden çok az farklılık göstermektedir. Bu nedenle kolay uygulanabilen herhangi bir çekirdek fonksiyonunun kullanılması önerilmektedir.

Çizelge 2. Farklı çekirdek fonksiyonlarına göre ODSO Sonuçları

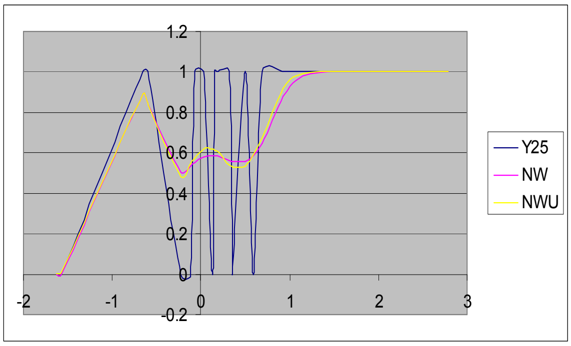
	Gaussian		**Epanechnikov**	
	NW	**NWU**	**NW**	**NWU**
n=25	0.8880	**0.8885***	**0.8753****	0.8727
n=100	**0.8664***	0.8643	**0.8601****	0.8560
n=250	**0.8454***	0.8428	**0.8426****	0.8395
n=500	**0.8352***	0.8329	**0.8333****	0.8305

* Gaussian çekirdeği için maksimum ODSO
** Epanechnikov çekirdeği için maksimum ODSO

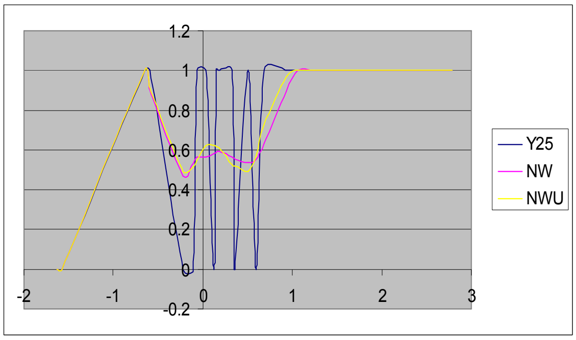
Çizelge 2 incelendiğinde,

Tüm örneklem büyüklüklerinde ODSO'ların yüksek olduğu, ancak yöntemlerin doğru sınıflama oranlarının hem örneklem büyüklüklerine göre hem de kullanılan çekirdek fonksiyonuna göre önemli derecede farklılık göstermediği görülmektedir. Bu nedenle, burada da göreli olarak daha yüksek ODSO'ya sahip olması ve daha kolay uygulanabilir olması bakımından, yarı parametrik tahminin ikinci aşamasında klasik NW tahmin edicisinin kullanılması önerilmektedir.

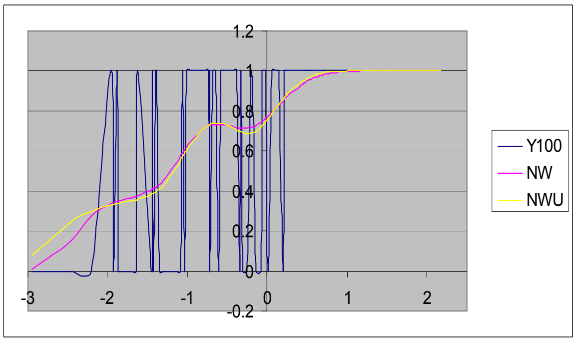
Farklı örneklem büyüklükleri ve farklı çekirdek fonksiyonlarına göre NW ve NWU_G tahminlerinin gerçek değerlerden sapmalarını gösteren grafikler aşağıda verilmektedir.



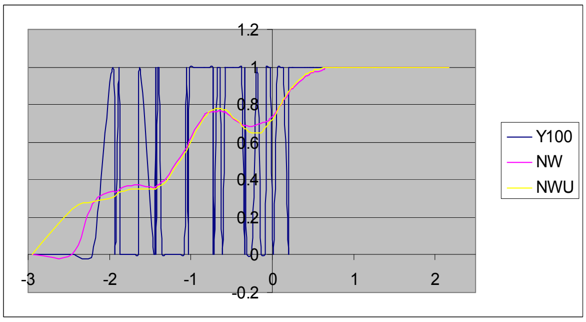
Şekil 1. n=25 Gaussian çekirdeği.



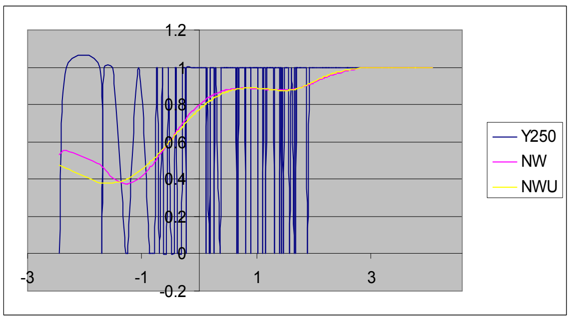
Şekil 2. n=25 Epanechnikov çekirdeği.



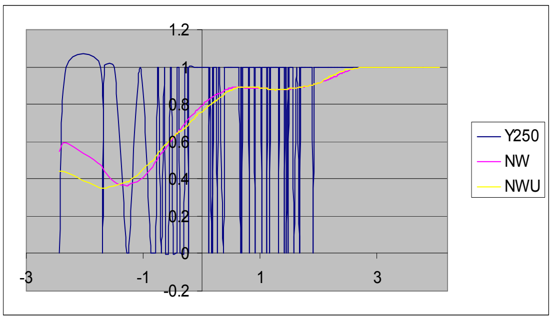
Şekil 3. n=100 Gaussian çekirdeği.



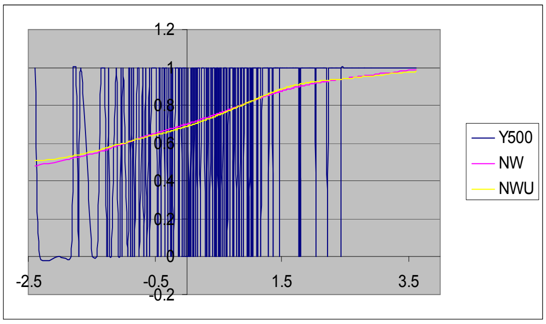
Şekil 4. n=100 Epanechnikov çekirdeği.



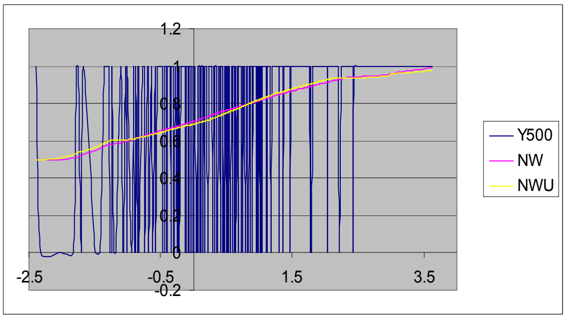
Şekil 5. n=250 Gaussian çekirdeği



Şekil 6. n=250 Epanechnikov çekirdeği



Şekil 7. n=500 Gaussian çekirdeği.



Şekil 8. n=500 Epanechnikov çekirdeği.

Şekiller incelendiğinde de her iki çekirdek fonksiyonu için elde edilen sonuçların birbirinden önemli derecede farklılık göstermediği ve NW sonuçlarının NWU_G‘ya yakın olduğu görülmektedir.

5. Sonuç ve öneriler

Bu çalışmada, iki düzeyli bağımlı değişken modelinde yarı parametrik tahminin ilk aşamadaki parametreler vektörü Klein ve Spady (KS) tahmin edicisi kullanılarak elde edilmiştir. NW ve NWU_G tahmin edicilerinin yarı parametrik model tahminindeki performansları ise farklı örneklem büyüklükleri için yapılan bir benzetim çalışması ile Ortalama Hata Kareler Ortalaması (OHKO) ve Ortalama Doğru Sınıflama Oranları (ODSO) kriterlerine göre karşılaştırılmıştır. Tahminler, Gaussian ve Epanechnikov çekirdek fonksiyonlarına göre ayrı ayrı incelenmiştir. Benzetim çalışması sonuçları her iki çekirdek fonksiyonuna göre ayrı ayrı grafiklenmiştir. Tüm örneklem büyüklükleri ve her iki çekirdek fonksiyonu için NW’dan elde edilen OHKO’ların, NWU_G’ya oranla daha düşük olduğu görülmüştür. Uygulama kolaylığı da dikkate alındığında, birinci aşaması KS ile tahmin edilen yarı parametrik modelin ikinci aşamasında, NW tahmin edicisinin kullanılması önerilmiştir.

Epanechnikov çekirdeği kullanılarak elde edilen tahminlerin OHKO’sunun tüm örneklem büyüklüklerinde, Gaussian çekirdeğine oranla daha büyük olduğu gözlenmiştir. Ancak sonuçlar birbirinden çok az farklılık gösterdiğinden dolayı, kolay uygulanabilen herhangi bir çekirdek fonksiyonunun kullanılması önerilmiştir. Ayrıca, tüm örneklem büyüklüklerinde ODSO’ların yüksek olduğu, ancak yöntemlerin doğru sınıflama oranlarının hem örneklem büyüklüklerine göre hem de kullanılan çekirdek fonksiyonuna göre önemli derecede farklılık göstermediği görülmüştür. Bu nedenle, burada da göreli olarak daha yüksek ODSO’ya sahip olması ve daha kolay uygulanabilir olması bakımından yarı parametrik tahminde sabit bant genişliğini kullanan klasik NW tahmin edicisinin kullanılması önerilmiştir.

Kaynaklar

[1] Ö. Akkuş, (2008), Tek İndeks Modellerinde Yarı Parametrik Yaklaşımlar, Basılmamış Doktora Tezi, Hacettepe Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Ankara, 98s.

[2] S. Demir, (2005), Regresyon Fonksiyonlarının Uyarlanabilir Nadaraya-Watson Çekirdek Kestirimleri, Basılmamış Doktora Tezi, Hacettepe Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Ankara, 101s.

[3] V.K. Epanechnikov, (1969), Non-parametric Estimation of a Multivariate Probability Density, *Theory of Probability and its Applications*, 14, 153-158.

[4] M. Gerfin, (1996), Parametric and Semiparametric Estimation of the Binary Response Model of Labour Market Participation, *Journal of Applied Econometrics*, 11, 321-339.

[5] W. Hardle, M. Müller, S. Sperlich, A. Werwatz, (2004), Nonparametric and Semiparametric Models, Springer-Verlag, New York., 299p.

[6] M.L. Hazelton, (2007), Bias Reduction in Kernel Binary Regression, *Computational Statistics and Data Analysis*, 51, 4393-4402.

[7] J.M. Hilbe, (2006), A Review of LIMDEP 9.0 and NLogit 4.0, *The American Statistician*, 60, 187-202.

[8] J.L. Horowitz, (1998), Semiparametric Methods in Econometrics, Springer-Verlag, New York, 204p.

[9] W. Klein, R.H. Spady, (1993), An Efficient Semiparametric Estimator for Binary Response Models, *Econometrica*, 61, 387-421.
[10] E.A. Nadaraya, (1964), On Estimating Regression, *Theory of Probability and Its Applications*, 10, 186-190.
[11] I. Proença, S. Silva, 2001, Parametric and Semiparametric Specification Tests for Binary Choice Models: A Comparative Simulation Study, *Econometrics*, Econ WPA, No: 0508008.
[12] M. Rosenblatt, (1956), Remarks on some nonparametric estimates of a density function. *Annals Math. Statistics*, 27, 832-837.
[13] S.R. Sain, (1994), Adaptive Kernel Density Estimation. Ph.D. Dissertation, Department of Statistics, Rice University.
[14] S.R. Sain, D.W. Scott, (1996), On Locally Adaptive Density Estimation, *Journal of the American Statistical Association*, 91, 1525-1534.
[15] B.W. Silverman (1986), Density Estimation for Statistics and Data Analysis, London: Chapman and Hall.
[16] G. S. Watson, (1964), Smooth Regression Analysis*, Sankhya*, Series A, 26, 359-72.