www.istatistikciler.org
İstatistikçiler Dergisi 3 (2010) 17-36

İstatistikçiler Dergisi

Kredibilite kuramında panel veri modelleri ve trafik sigortası için bir uygulama

Aslıhan Şentürk

Hacettepe Üniversitesi
Fen Fakültesi Aktüerya Bilimleri Bölümü
06800-Beytepe, Ankara,Türkiye
aslihans@hacettepe.edu.tr

Cenap Erdemir

Hacettepe Üniversitesi
Fen Fakültesi Aktüerya Bilimleri Bölümü
06800-Beytepe, Ankara,Türkiye
cenap@hacettepe.edu.tr

Özet

Bu çalışmada, kredibilite kuramı ve panel veri regresyon modelleri genel hatlarıyla açıklanmış, kredibilite modelleri ile panel veri modelleri arasındaki bağlantı araştırılmıştır. En fazla kesinlik kredibilite yaklaşımı altında verilen Bühlmann, Bühlmann-Straub ve Jewell'in hiyerarşik kredibilite modelleri, karışık doğrusal modellerin özel durumları olarak incelenmiştir. Trafik sigortasına ilişkin veri kümesi kullanılarak, bu kredibilite modelleri altında, Türkiye'nin tüm illeri için kredibilite primleri hesaplanmıştır.

Anahtar sözcükler : Kredibilite kuramı; Kredibilite modelleri; Kredibilite primi; Panel veri modelleri; Karışık doğrusal modeller; En iyi doğrusal yansız önkestirici.

Abstract

Panel data models in credibility theory and an application for the motor third party liability insurance

In this study, credibility theory and panel data regression models are explained in general terms, the link between the credibility models and panel data models is investigated. Bühlmann, Bühlmann-Straub and Jewell's hierarchical credibility models that are given under greatest accuracy credibility approach, are examined as special cases of mixed linear models. By using data set concerning the motor third party liability insurance, the credibility premiums are calculated under these credibility models for all provinces of Turkey.

Keywords: *Credibility theory; Credibility models; Credibility premium; Panel data models; Mixed linear models; Best linear unbiased predictor.*

1. Giriş

Aktüerya bilimlerinde, kredibilite kelimesi ilk olarak, aktüerin fiyatlandırma yaparken, bir kısım sigortalının deneyimine ne ölçüde güvenmesi gerektiğini belirtmek üzere, güvenin ölçüsü olarak kullanılmıştır [15]. Kredibilite kuramı, geçmiş hasar bilgileri bilinen, benzer risk birimlerinden oluşan bir grupta, herhangi bir birimin gelecek dönemdeki beklenen hasarının kestiriminde kullanılan yöntemleri inceler [8].

Panel, zaman içinde aralıksız olarak gözlemlenen bireylerden oluşan bir grup olarak tanımlanmaktadır. Panel veri regresyon modelleri, bireyler arasındaki heterojenlik kaynağına göre, sabit etkiler modeli ve rassal etkiler modeli olarak iki temel model altında incelenmektedir. Karışık doğrusal modeller (mixed linear models), sabit ve rassal etkileri aynı modelde barındıran esnek modellerdir.

Bu çalışmada, kredibilite kuramı ile panel veri modelleri arasındaki bağlantı incelenmiştir. Kredibilite fiyatlarının kestiriminde en iyi doğrusal yansız önkestiriciler kullanılarak, Bühlmann, Bühlmann-Straub ve Jewell'in hiyerarşik kredibilite modellerinin, karışık doğrusal modellerin özel durumları olarak gösterimine değinilmiştir. Beşinci bölümde, gerçek bir veri kümesi kullanılarak, Bühlmann, Bühlmann-Straub ve Jewell'in hiyerarşik kredibilite modelleri altında, veri kümesindeki tüm birimler için kredibilite primleri elde edilmiştir.

2. Kredibilite kuramı

Bir poliçe sahibinin hasar deneyimi, uygulanan net prim için varsayılandan daha iyi ise, bu poliçe sahibinin, prim indirimi talebinde bulunma olasılığı her zaman vardır. Bir risk grubunda tüm risklerin homojen olduğu varsayılarak risk grubunun beklenen hasarı hesaplanır ve bu net prim olarak gruptaki her bireye uygulanır. Oysa, risk birimleri arasında farklılıkların olması doğaldır. Bu nedenle, bazı poliçe sahipleri, hasar deneyimlerinin varsayılandan daha iyi olmasına rağmen, daha fazla prim ödediklerini düşünerek, prim indirimi talebinde bulunabilirler. Benzer biçimde, sigorta portföyünde, risk primi veya net prim hesabında varsayılandan daha kötü hasar deneyimine sahip poliçe sahipleri de bulunmaktadır ve adil olunması için, bu poliçe sahiplerinin daha fazla prim ödemeleri istenmelidir. Bu durumda sigortacı şu soruyla karşı karşıyadır: Poliçe sahibinin hasar deneyimi, fiyatlandırma yapılırken ne kadar güvenilirdir, ne kadar itibarlıdır?

Bazı yaklaşımlar altında, kredibilite kestiricisi (hasar sayısı, hasar miktarı, risk primi v.b için) C,

$$C = Z\,R + (1 - Z)\,H \tag{1}$$

eşitliğinden hesaplanır.

Eşitlik (1)'deki gibi kredibilite faktörü ile ağırlıklandırılmış biçimde hesaplanan primler, kredibilite primi olarak adlandırılmaktadır [13]. Burada, *R* güncel gözlemlerin ortalamasını, *H* ise önsel ortalamayı gösterir. Z kredibilte faktörü olarak tanımlanır. Z, güncel gözlemlere verilen ağırlığı, $(1-Z)$ ise geçmiş gözlemlere verilen ağırlığı gösterir [10]. Başka bir açıdan bakıldığında *R,* sigorta portföyündeki herhangi sigortalının geçmiş hasar bilgisi ve *H,* portföye ilişkin bilgiye göre hesaplanan ortalama olarak da ifade edilir. $Z=1$ olması durumunda, bir sonraki döneme ilişkin kestirim, tamamen sigortalının hasar deneyimine göre yapılmış olur. Sigortalıya ilişkin gözlem sayısı az ise Z değeri 0'a yaklaşır ve bu durumda, kredibilite kestirimi, tüm portföyün ortalamasına yakın olarak elde edilir. Portföy homojen ise, kişilere yüklenecek net prim, genel ortalama olarak belirlenebilir. Diğer yandan, sigortalıların geçmiş hasar bilgisi yeterince geniş ve portföy heterojen ise, sigortalının bireysel ortalaması prim olarak belirlenebilir [4].

2.1. Kredibilite yaklaşımları

Kredibilite kuramında kullanılan kredibilite yaklaşımları üç temel başlık altında sınıflandırılabilir,

1. Sınırlı Dalgalanmalı Yaklaşım,

2. Bayesci Yaklaşım,

3. En Fazla Kesinlik Yaklaşımı (Greatest Accuracy Approach) [10].

En fazla kesinlik yaklaşımında kredibilite faktörleri, Bayesci bir modelde optimal katsayılar olarak elde edilmektedir. Bu nedenle kredibilite kuramı, sınırlı dalgalanmalı kredibilite kuramı ve en fazla kesinlik kredibilite kuramı olarak iki yöntem altında incelenmektedir [13].

2.1.1. Bayesci yaklaşım

Belli bir risk sınıfındaki her poliçe sahibinin risk seviyesi θ risk parametresi ile tanımlansın fakat θ değeri her poliçe sahibine göre değişsin. θ parametresi var olduğu fakat gözlenemediği için gerçek değerinin hiçbir zaman bilinmediği varsayılır. θ parametresi poliçe sahibine göre değiştiği için, bir olasılık dağılımı vardır. Θ' nın olasılık fonksiyonu $\pi(\theta)$ ile gösterilirse, Θ bir rastlantı değişkeni olmak üzere dağılım fonksiyonu, $\Pi(\theta) = P(\Theta < \theta)$ biçiminde gösterilir.

$T = 1, 2, ..., T, T+1$ dönemi için, Y_t, bir poliçe sahibinin t zaman döneminde gözlenen hasar miktarı veya hasar sayısı olsun ve Y_t' ler birbirinden bağımsız olsun. $\Theta = \theta$ verilmişken, Y_t'nin koşullu olasılık fonksiyonu $f_{Y_t|\Theta}(y_t|\theta)$ olarak gösterilsin. Y_t'ler bağımsız olmalarına rağmen aynı dağılıma sahip olmak zorunda değildir.

Amaç, poliçe sahibinin bir sonraki dönemdeki hasarın önkestirimi bulmaktır. $\Theta = \theta$ koşulu altında Y_{T+1} 'in dağılımı ile ilgilenilir. θ bilinseydi $f_{Y_t|\Theta}(y_t|\theta)$ kullanılabilirdi. θ bilinmediğinde, aynı poliçe sahibi için geçmiş hasar bilgisi, y bilinir. Bu nedenle, θ koşulu yerine y koşulu getirilir ve $Y=y$ verilmişken Y_{T+1}'in koşullu dağılımı elde edilir. Θ kesikli dağılıyor ise hesaplamalar integraller yerine toplamlar ile yapılır. Y_t'ler $\Theta = \theta$ koşulunda birbirinden bağımsız olduğu için,

$$f_{Y,\Theta}(y,\theta) = f(y_1, y_2, ..., y_T|\theta)\pi(\theta) = \left[\prod_{t=1}^{T} f_{Y_t|\Theta}(y_t|\theta)\right]\pi(\theta) \tag{2}$$

yazılır.

Y 'nin bileşik dağılımı,

$$f_Y(y) = \int\left[\prod_{t=1}^{T} f_{Y_t|\Theta}(y_t|\theta)\right]\pi(\theta)\,d\theta \tag{3}$$

biçiminde elde edilir.

Eşitlik (3)'te, T yerine $T+1$ yazılırsa $Y_1, Y_2, ..., Y_{T+1}$'in bileşik dağılımı elde edilir. $Y=y$ verilmişken, $Y_1, Y_2, ..., Y_T, \Theta$' nin bileşik dağılımından yararlanarak, Θ' nın sonsal yoğunluğu aşağıdaki biçimde elde edilir,

$$\pi_{\Theta|Y}(\theta|y) = \frac{f_{Y,\Theta}(y,\theta)}{f_Y(Y)} = \frac{\left[\prod_{t=1}^{T}\left[f_{Y_t|\Theta}(y_t|\theta)\right]\right]}{f_Y(Y)}\pi(\theta) \tag{4}$$

Eşitlik (4) kullanılarak, Y_{T+1}'in koşullu yoğunluğu,

$$\begin{aligned} f_{Y_{T+1}|Y}(y_{T+1}|y) &= \frac{\int f_{Y_{T+1}|\Theta}(y_{T+1}|\theta)\pi_{\Theta|Y}(\theta|y) f_Y(y)\,d\theta}{f_Y(y)} \\ &= \int f_{Y_{T+1}|\Theta}(y_{T+1}|\theta)\pi_{\Theta|Y}(\theta|y)\,d\theta \end{aligned} \tag{5}$$

biçiminde elde edilmektedir.

Y=y gözlem değerleri üzerinden Y_{T+1} ‘in beklenen değeri kestirilebilir. Eğer θ biliniyorsa $f_{Y_{T+1}|\Theta}(y_{T+1}|\theta)$ fonksiyonundan yararlanılarak, hipotetik (varsayımsal) ortalama veya bireysel prim,

$$\mu_{T+1}(\theta) = \mathrm{E}(Y_{T+1} \mid \Theta = \theta) = \int y_{T+1} f_{Y_{T+1}|\Theta}(y_{T+1} \mid \theta)\, dy_{T+1} \tag{6}$$

biçiminde elde edilir.

Eşitlik (6)’ da θ yerine Θ yerleştirilirse hipotetik ortalamanın beklenen değeri,

$$\mu = \mu_{T+1} = \mathrm{E}(Y_{T+1}) = \mathrm{E}\left[\mathrm{E}(Y_{T+1} \mid \Theta = \theta)\right] = \mathrm{E}\left[\mu_{T+1}(\theta)\right] \tag{7}$$

biçiminde gösterilir.

Eşitlik (7)’den görüldüğü gibi, net prim (pure premium) veya genel prim (collective premium) hipotetik ortalamaların beklenen değeri olarak hesaplanır. Bu yöntem, birey hakkında bir bilgi olmadığında, risk parametresi veya *y* bilinmediğinde kullanılmaktadır.

θ değerinin bilinmemesi durumunda, Y_{T+1} ‘in veya beklenen değerinin kestiriminde izlenecek en iyi yol, *Y=y* gözlem verilerinden yararlanmaktır. Bu durumda, sigortalının, *T+1* zamanındaki Bayesci primi,

$$\mathrm{E}(Y_{T+1} \mid Y = y) = \int y_{T+1} f_{Y_{T+1}|Y}(y_{T+1} \mid y)\, dy_{T+1} \tag{8}$$

veya

$$\mathrm{E}(Y_{T+1} \mid Y = y) = \int \mu_{T+1}(\theta)\, \pi_{\Theta|Y}(\theta \mid y)\, d\theta \tag{9}$$

biçiminde elde edilir [14].

2.1.2. En fazla kesinlik yaklaşımı

Bühlmann, $\mu_{T+1}(\theta) = E(Y_{T+1}|\Theta = \theta)$ olmak üzere, $E\left[\mu_{T+1}(\theta)|Y_1, Y_2, ..., Y_T\right]$ ‘nin kestiriminde, geçmiş hasar bilgisini kullanarak, hata kareler ortalaması en küçük olacak biçimde bir yaklaşım kullanmıştır. Bayesci yaklaşımda verilen varsayımlar altında, $t \in \{1,2,3,...,T\}$ olmak üzere, Y_t, herhangi bir poliçe sahibinin, *t* zaman döneminde oluşan hasar miktarı olsun. Θ koşulu altında, Y_t ’ler birbirinden bağımsız olsun.

Bu yaklaşımda, $\alpha_0 + \sum_{t=1}^{T} \alpha_t Y_t$ doğrusal fonksiyonu kullanılarak $\alpha_0, \alpha_1, ..., \alpha_T$ ‘lerin kestiricileri bulunmaktadır. α değerleri, aşağıdaki karesel hata kayıp (squared error loss) fonksiyonunun beklenen değerini en küçük yapacak değerler almalıdır,

$$Q = E\left\{\left[\mu_{T+1}(\theta) - \alpha_0 - \sum_{t=1}^{T} \alpha_t Y_t\right]^2\right\} \tag{10}$$

Eşitlik (10)'daki fonksiyonun en küçük değer almasını sağlayan α değerleri $\tilde{\alpha}_0, \tilde{\alpha}_1, ..., \tilde{\alpha}_T$ olarak gösterilsin. Bu kestiricilerin elde edilmesiyle birlikte oluşturulan $\tilde{\alpha}_0 + \sum_{t=1}^{T} \tilde{\alpha}_t E(Y_t)$ fonksiyonu, kredibilite primi olarak adlandırılır. Bu nedenle, kredibilite primleri, $E(Y_{T+1}|Y)$ Bayesci primi, Y_{T+1} ve $E(Y_{T+1}|\Theta)$ için en iyi doğrusal yansız kestiricileridir. *Q'* nun en küçük değer alması için α 'lara göre türevi alınır ve sıfıra eşitlenir. Bir dizi işlemlerden sonra *T* sayıda eşitlik elde edilir ve $\tilde{\alpha}_0, \tilde{\alpha}_1, ..., \tilde{\alpha}_T$ için çözümlenir. $E(Y_t) = \mu$ $Var(Y_t) = \sigma^2$ ve ρ korelasyon katsayısı olmak üzere i≠j için $Cov(Y_t, Y_s) = \rho\sigma^2$ varsayılsın. Bu varsayımlar altında, $\tilde{\alpha}_0$ ve $\tilde{\alpha}_t$ aşağıdaki eşitliklerden elde edilir,

$$\tilde{\alpha}_0 = \frac{(1-\rho)\mu}{1-\rho+T\rho} \tag{11}$$

$$\tilde{\alpha}_t = \frac{\rho\tilde{\alpha}_0}{\mu(1-\rho)} = \frac{\rho}{1-\rho+T\rho} \tag{12}$$

Sonuç olarak bireyin kredibilite primi,

$$\begin{aligned} \tilde{\alpha}_0 + \sum_{t=1}^{T} \tilde{\alpha}_t Y_t &= \frac{(1-\rho)\mu}{1-\rho+T\rho} + \sum_{t=1}^{T} \frac{\rho Y_t}{1-\rho+T\rho} \\ &= (1-Z)\mu + Z\bar{Y} \end{aligned} \tag{13}$$

biçiminde elde edilir.

Eşitlik (13)'te $\bar{Y} = T^{-1} \sum_{t=1}^{T} Y_t$ biçiminde ve kredibilite faktörü, *Z = Tρ/(1-ρ+ Tρ)* biçiminde hesaplanır. Bu yaklaşımda kredibilite primi, Θ koşulu altında Y_t'nin ortalama, varyansı ve $Cov(Y_s, Y_t)$'nin varsayımlarına bağlı olarak Bühlmann modeli ve Bühlmann-Straub kredibilite modeli ile hesaplanmaktadır [14].

3. Panel veri analizi

Panel verinin tanımı, bireylerin gözlemlenmesinden gelmektedir. Panel, zaman içinde aralıksız olarak gözlemlenen bireylerden oluşan bir gruptur. Panel veri kümesi, zaman serileri ve yatay kesitlerin (cross section) birleşmesinden oluşan veri kümesidir [9]. Yatay kesitsel regresyon veri kümesi gibi panel veri kümeleri de bireylerin bir yatay kesitinden oluşur ancak bu bireyler zaman üzerinde gözlemlenir. Zaman serileri verisinden farklı olarak, panel veri kümelerinde birçok birey incelenir. Bu tip veri kümeleri kullanılarak, değişkenler arasındaki istatistiksel ilişkilerin kestirilmesi yöntemine, panel veri analizi denir. Panel veri analizi ve panel veri modelleri için yeterince kaynak mevcuttur [11][1][7].

y_{it}, *t* zaman döneminde *i.* birey için bağımlı değişkeni göstersin. Bir panel veri kümesi, her bir $i = 1,2,...,n$ ve $t = 1,2,...,T_i$ değerleri için *i.* bireyin *t* zaman dönemlerinde oluşan gözlem değerlerinden oluşur. T_i , *i.* birey için gözlem sayısını göstermektedir. T_i bireyden bireye değişiyorsa, bu tip veri kümesine, dengeli olmayan (unbalanced) veri kümesi denir. Her bireyin gözlem sayısının eşit olduğu veri kümesine ise, dengeli (balanced) veri kümesi denir [7].

3.1. Panel veri regresyon modelleri

Bireyler, zaman üzerinde izlenirse bireysel davranışları modellenebilir. Birçok veri kümesinde bireyler birbirinden farklıdır bir diğer deyişle heterojendir. Bu heterojenliğin, modele dahil edilme biçimine göre modeller tanımlanmaktadır. Yatay kesitsel regresyon analizinde,

$$y_{it} = \alpha + x'_{it}\beta + \varepsilon_{it}, \qquad t = 1,2,...,T_i, \quad i = 1,2,...,n \tag{14}$$

modelleri kullanılmaktadır. Burada, α modelin sabit terimini, ε_{it} hata terimini ve x_{it} açıklayıcı değişkenleri temsil eder. Bu modellerde, bireyler arasındaki farklar hata terimi ile açıklanmaktadır. Panel veri, bu farklılığın modellenmesi imkanını vermektedir. Bireyler arasındaki bu heterojenliği içeren temel panel veri modeli aşağıdaki gibi gösterilir,

$$y_{it} = \alpha_i + x'_{it}\beta + \varepsilon_{it}, \qquad t = 1,2,...,T_i, \quad i = 1,2,...,n \tag{15}$$

Yatay kesitsel çalışmalarda, $T_i = 1$ için bu modelin parametreleri kestirilemezken, panel veri kümesinde, $\alpha_1, \alpha_2, ..., \alpha_n$ ve β parametrelerinin kestiriminin yapılması için yeterince gözlem bulunmaktadır. Modelde, α_i gibi bireysel (subject-specific) parametreler ile bireyler arasındaki heterojenliğin kontrol edilmesi sağlanır. $\{\alpha_i\}$ 'ler için iki temel model kullanılmaktadır:

I. $\{\alpha_i\}$ 'lerin sabit bilinmeyen parametre olarak varsayıldığı sabit etkiler (fixed effects) modeli,
II. $\{\alpha_i\}$ 'lerin bilinmeyen bir kitleden geldiği ve rassal olduğunun varsayıldığı rassal etkiler (random effects) modeli [7].

3.1.1. Karışık doğrusal modeller

Karışık doğrusal modeller, hem rastgele etki hem de sabit etkiyi aynı modelde barındıran esnek modellerdir. Panel veri modeli,

$$y_{it} = x_{it}\beta + z_{it}\alpha_i + \varepsilon_{it} \tag{16}$$

biçiminde verilsin.

$i = 1,2,...,n$ ve $T_i \leq T$ (maksimum zaman dönemi sayısı) olmak üzere i bireyi T_i zamanda gözlensin. $x_{it} = \left(x_{it,1}, x_{it,2}, ..., x_{it,K}\right)$ $1xK$ boyutlu gözlenen açıklayıcı değişkenlerin satır vektörü ve $\beta = \left(\beta_1, \beta_2, ..., \beta_K\right)'$ bunlara karşılık gelen bireysel olmayan parametrelerdir. $z_{it} = \left(z_{it,1}, z_{it,2}, ..., z_{it,q}\right)$, $1xq$ boyutlu diğer açıklayıcı değişkenler, bir diğer adıyla göstermelik değişkenlerin satır vektörü ve $\alpha_i = \left(\alpha_{i1}, \alpha_{i2}, ..., \alpha_{iq}\right)'$, bunlara karşılık gelen bireysel parametrelerdir. ε_{it}, modelin hata terimidir.

Bireyler arasında bağımlı değişkenler birbirinden bağımsızdır fakat aralarında özilişki de olabilir. *i.* birey için hata terimlerinin ortalaması, $E\left(\varepsilon_i\right) = 0_{1xT_i}$ biçiminde ve varyans kovaryans matrisi, $Var\left(\varepsilon_i\right) = R_i$ biçiminde gösterilsin. Bireysel etki,$\{\alpha_i\}$ 'ler birbirlerinden bağımsızdır ve *0* ortalama, D_{qxq} ile gösterilen pozitif tanımlı varyans kovaryans matrisi ile aynı dağılır. Bireysel etkiler ile hata terimleri arasında ilişki olmadığı varsayılır :{tüm *i, j, r* ve *t* değerleri için $Cov\left(\alpha_{jr}, \varepsilon_{it}\right) = 0$ }. Bu varsayımlar altında *i.* bireyin varyans kovaryans matrisi aşağıdaki gibi elde edilir,

$$Var\left(y_i\right) = Z_i D Z'_i + R_i = V_i \tag{17}$$

V_i matrisinin tüm i değerleri için tersi alınabilir olduğu varsayılır. Bu matris, varyans bileşenleri olarak adlandırılan τ parametreler vektörüne bağlı olduğu için $V_i(\tau)$ gösterimi kullanılır. Varyans bileşenlerinin bilindiği varsayımı altında, β'nın genelleştirilmiş en küçük kareler (GEKK) kestiricisi,

$$b_{GEKK} = \left(\sum_{i=1}^{n} X_i' V_i^{-1} X_i \right)^{-1} \sum_{i=1}^{n} X_i' V_i^{-1} y_i \tag{18}$$

eşitliği ile verilir [7].

Önkestirim

Bir rastlantı değişkeninin alacağı değerin kestirimine, önkestirim denilmektedir. Sabit etkili doğrusal modellerde varyans kovaryans matrisinin bilindiği varsayımı altında genelleştirilmiş en küçük kareler (GEKK) yöntemi kullanılmaktadır. Ancak, karışık doğrusal modellerde rastgele etkiler bulunmaktadır ve bu etkilerin kestirimi, genelleştirilmiş en küçük kareler yöntemi ile elde edilememektedir. Bu sorun, en iyi doğrusal yansız önkestirici (EDYÖ) ile çözülebilmektedir.

$E(\alpha)=0$ ve λ' bilinen bir matris olarak tanımlansın. $\lambda'\beta$ kestirilebilir bir fonksiyon olmak üzere β ve α'yı birlikte içeren bir rastlantı vektörü, $w=\lambda'\beta+\alpha$ biçiminde tanımlansın. w rastlantı değişkeni de hem rastgele etkiyi hem sabit etkiyi içerdiği için w için yapılan kestirime, önkestirim denir. $\hat{w}$, w'nun en iyi doğrusal yansız önkestiricisi ise aşağıdaki özellikleri sağlamalıdır:

En İyi: $\hat{w}$, $E(\hat{w}-w)'(\hat{w}-w)$ hata kareler ortalamasını en küçük yapan değer olmalıdır.
Doğrusal: $\hat{w}$, y'nin doğrusal bir fonksiyonu olmalıdır.
Yansız: $\hat{w}$, $E(\hat{w}-w)=0$'ı sağlayan bir değer olmalıdır [16].

Eşitlik (16)'deki karışık doğrusal modelde, α_i bireysel etkilerinin önkestirimi yapılmak istenirse, $w=c'\alpha_i$'nin doğrusal kombinasyonları düşünülmelidir. Bu durumda, $E(w)=0$ olduğu için $\lambda=0$ olur. Çeşitli varsayımlar altında ve genel doğrusal önkestirimden yola çıkılarak, w rastlantı değişkeninin en iyi doğrusal yansız önkestiricisi aşağıdaki eşitlikten elde edilir,

$$w_{EDYÖ} = c'DZ_i'V_i^{-1}\left(y_i - X_i b_{GEKK}\right) \tag{19}$$

Yukarıdaki eşitlik tüm c' sabit vektörleri için geçerli olduğundan, α_i 'nin EDYÖ'sü aşağıdaki gibi elde edilir [5],

$$\alpha_{i,EDYÖ} = DZ_i'V_i^{-1}\left(y_i - X_i b_{GEKK}\right) \tag{20}$$

Varyans bileşenlerinin kestirimi

Karışık doğrusal modellerde parametrelerin önkestiriminde en iyi doğrusal yansız önkestirici eşitliğinden yararlanılmaktadır. Ancak bu eşitliğin kullanılması için her bireyin varyans kovaryans matrisinin (V_i) bilinmesi gerekmektedir. V_i bilinmiyor ise $V_i = Z_i D Z_i' + R_i$ eşitliğindeki D ve R_i 'nin kestirilmesi gerekir. Bu iki matrisinin kestirimine varyans bileşenlerinin kestirimi denir. Varyans bileşenlerinin kestiriminde bir takım yöntemler uygulanmaktadır. Bu yöntemlerden bir kısmı normallik varsayımını gerektirirken, bir kısmı gerektirmez. Normallik varsayımı gerektirmeyen yöntemler, varyans analizi yöntemi (analysis of variance, ANOVA), en küçük normlu karesel yansız kestirim yöntemi (minimum norm quadratic unbiased estimation, MINQUE) ve Henderson'nın yöntemleridir. Normallik varsayımı gerektiren yöntemler ise, en çok olabilirlik yöntemi (maximum likelihood, ML) ve sınırlandırılmış en çok olabilirlik (restricted maximum likelihood, REML) yöntemidir. Her iki yöntemde de bir olabilirlik fonksiyonu maksimize edilmekte ve bu yöntemler, hem dengeli hem dengeli olmayan veri kümeleri için kullanılmaktadır. ANOVA yöntemi ise dengeli veri kümeleri için sıklıkla kullanılırken, dengeli olmayan veri kümeleri için tercih edilen bir yöntem değildir. Çünkü, ANOVA yöntemi, dengeli veri kümesi için yansız ve en küçük varyanslı kestirimler verirken, dengeli olmayan veri kümeleri için aynı sonuçları veremeyebilir [16].

4. Bühlmann, Bühlmann-Straub ve Jewell'in hiyerarşik kredibilite modellerinin panel veri modelleri ile yorumlanması

Kredibilite kuramında ilgilenilen, geçmiş gözlem değerlerinden yararlanılarak, gözlenemeyen risk değişkeninin, θ koşulunda bir sonraki dönemdeki beklenen hasarının, $\mu_{T+1}(\theta) = E(Y_{T+1} \mid \Theta = \theta)$ kestirilmesiydi. Dannenburg [4], kredibilite modellerinin, açıklaması zor olan risk parametresi θ koşulunda oluşturulması durumunda, gruplar veya bireyler arasında birden fazla risk parametresi olması nedeniyle analizin zorlaşacağını, bunun yerine risk değişkenlerinin birbirinden bağımsız varyans bileşenlerine ayrılmasının kolaylık sağlayacağını belirtmiştir.

Bir hasar, $E(y_{it} | \alpha_i) = z_{it}\,\alpha_i + x_{it}\,\beta$ biçiminde rastgele bileşenler ve sabit parametrelerin doğrusal kombinasyonu olarak ifade ediliyorsa, kredibilite kestiricileri, en iyi doğrusal yansız önkestiricilere eşittir [6]. Çalışmanın bu bölümünde, en fazla kesinlik kredibilite yaklaşımı altında incelenen Bühlmann, Bühlmann-Straub ve Jewell'in hiyerarşik kredibilite modellerinin, karışık doğrusal modellerin özel durumları olarak gösterimine değinilecek ve bu modellerde, $w = E(y_{i,T_i+1} | \alpha_i) = x_{i,T_i+1}\,\beta + z_{i,T_i+1}\,\alpha_i$ için en iyi doğrusal yansız önkestiricinin elde edilmesi açıklanacaktır.

Bu kısımda kredibilite modelleri Eşitlik (16)'daki karışık doğrusal modeller türünden ifade edilmiştir. *i=1,2,..,n* olmak üzere *i.* birey T_i zaman üzerinde gözlensin. Kredibilite kuramında, *i.* bireyin T_i+1. dönemde beklenen hasarının kestirimi ile ilgilenilir. Panel veri bağlamında ise, $w = E(y_{i,T_i+1} | \alpha_i) = x_{i,T_i+1}\,\beta + z_{i,T_i+1}\,\alpha_i$'nin kestirimi ile ilgilenilmektedir. Bu durumda, $\lambda' = x_{i,T_i+1}$ olur ve *w*'nin en iyi doğrusal yansız önkestiricisi, $w_{EDYÖ} = x_{i,T_i+1}\, b_{GEKK} + z_{i,T_i+1}\,\alpha_{i,EDYÖ}$ biçiminde elde edilir [5]. Bu kısımda ilgilenilen modellerde $x_{it} = z_{it} = 1$ olduğu için $w_{EDYÖ} = b_{GEKK} + \alpha_{i,EDYÖ}$ biçiminde elde edilmektedir.

4.1. Bülmann kredibilite modeli

y_{it}'ler *t* zaman döneminde *i.* bireyin ortalama hasar miktarı, hasar oranı veya poliçe başına düşen ortalama hasar miktarını göstersin. Eşitlik (16)'daki karışık doğrusal modelde, *K=q=1*, $x_{it} = z_{it} = 1$ ve $\beta_1 = \mu$ değerlerini aldığında aşağıdaki model elde edilir,

$$y_{it} = \mu + \alpha_i + \varepsilon_{it}, \quad i = 1,2,...,n \;\; ve \;\; t = 1,2,...,T_i \tag{21}$$

Eşitlik (21)'de, $.\mu$, portföydeki herhangi bir poliçe sahibinin ortalama hasarı bir diğer deyişle genel ortalamadır. α_i, *i.* birey için ortalamadan sapma miktarı olarak bireyler arasındaki farkı gösterir. ε_{it}'ler, *t* zaman dönemi için ortalamadan sapmayı gösterir. $E(\alpha_i) = E(\varepsilon_{it}) = 0$'dır. Varyans bileşenleri, I_{T_i}, $T_i x T_i$ boyutlu birim matris olmak üzere, $R_i = Var(\varepsilon_i) = \sigma^2 I_{T_i}$ ve $D = Var(\alpha_i) = \sigma_\alpha^2$ biçiminde gösterilir.

Dannenburg [4], $y_{it} = \mu + \alpha_i + \varepsilon_{it}$, $i = 1,2,...,n$ *ve* $t = 1,2,...,T_i$ modelinde, *i.* birey için, ε_{i,T_i+1} dalgalanmalarını içeren $y_{i,T_i+1} = \mu + \alpha_i + \varepsilon_{i,T+1}$'nin önkestiriminin yapılması yerine, aynı sonucu verecek biçimde risk primi olarak adlandırılan koşullu ortalama, $E\left(y_{i,T_i+1}\middle|\alpha_i\right)=\mu+\alpha_i$'nin kestirimi ile ilgilenmiştir.

Eşitlik (21)'deki model, sabit etkiler modeli ise genel ortalama μ, açık biçimde yazılmayıp α_i'nin içerisinde modele girer. Bu nedenle, *i*. bireyin ortalaması α_i dir. α_i'nin en iyi doğrusal yansız kestiricisi $\bar{y}_i$' dir. Model, rassal etkiler modeli ise $\bar{y}$, μ'nün, $\bar{y}_i-\bar{y}$ ise α_i 'nin istenen özellikleri sağlayan kestiricileridir. Bu durumda, $\bar{y}_i$, $\mu+\alpha_i$'nin yansız kestiricisi olmasına rağmen etkin bir kestirici değildir. Bu kestirici, hata kareler ortalamasını en küçük yapan kestirici olmadığı için, daha küçük hatayı veren kestirici, $\bar{y}_i$ ve $\bar{y}$'nin doğrusal kombinasyonu olarak, $c_1\bar{y}_i+c_2\bar{y}$ biçiminde düşünülebilir. Burada, c_1 ve c_2 sabit değerlerdir ve yansızlığın sağlanması için $c_2=1-c_1$ varsayılır. Hata kareler ortalamasını en küçük yapan c_1,

$$c_1=\frac{T_i\,\sigma_\alpha^2}{\sigma^2+T_i\sigma_\alpha^2} \tag{22}$$

biçiminde elde edilir.

Eşitlik (22)'de σ_α^2 ve σ^2 sırasıyla α_i ve ε_{it}'nin varyansıdır. $\mu+\alpha_i$'nin en iyi doğrusal yansız önkestiricisi $c_1=z_i$ kredibilite faktörü olmak üzere,

$$\left(\mu+\alpha_i\right)_{EDYÖ}=z_i\,\bar{y}_i+\left(1-z_i\right)\bar{y} \tag{23}$$

biçiminde elde edilir [7]. Bu eşitlik, risk priminin Bühlmann kredibilite kestiricisini vermektedir. Eğer, bireylerin gözlem sayısı değişiklik gösteriyorsa, Eşitlik (23)'te $\bar{y}$'nin yerine, μ'nün GEKK kestiricisi,

$$\hat{\mu}_{GEKK}=\frac{\sum_{i=1}^{n}z_i\,\bar{y}_i}{\sum_{i=1}^{n}z_i}$$ yerleştirilir.

4.2. Bülmann-Straub kredibilite modeli

Bülmann&Straub [3], riske maruz kalan birim sayılarının bireylere göre farklılık göstermesi durumunu dikkate alarak, Bühlmann kredibilite modelini genişletmiştir. Bühlmann modelinde olduğu gibi, Eşitlik (16)'da verilen karışık doğrusal modelde *K=q=1*, $x_{it}=z_{it}=1$ ve $\beta_1=\mu$ olsun. Bu varsayımlar altında, *i.* bireyin *t* zaman dönemindeki hasar deneyimi aşağıdaki gibi gösterilsin,

$$y_{it}=\mu+\alpha_i+\varepsilon_{it},\qquad i=1,2,...,n\qquad t=1,2,..,T_i \tag{24}$$

Bu modelde, y_{it}'ler, ortalama hasar miktarı, hasar oranı veya poliçe başına düşen ortalama hasar miktarı olarak tanımlanabilir. y_{it}, w_{it} sayıda rastgele değişkenin ortalaması olarak tanımlanır. Hata terimlerinin ortalaması, $E\left(\varepsilon_i\right)=0_{1xT_i}$ ve varyans kovaryans matrisi, $R_i=Var\left(\varepsilon_i\right)=\sigma^2 köşegen\left(1/w_{i1},...,1/w_{iT_i}\right)$ biçiminde gösterilsin. Bireysel etki $\{\alpha_i\}$ 'ler birbirlerinden bağımsızdır ve *0* ortalama, $D=Var\left(\alpha_i\right)=\sigma_\alpha^2$ varyansı ile aynı dağılıma sahiptir. α_i ve ε_{it} 'lerin birbirlerinden bağımsız oldukları varsayılır. μ, σ_α^2 ve σ^2 parametreleri, portföyün risk yapısını karakterize etmeleri nedeniyle yapısal parametrelerdir [5].

Bühlmann-Straub modelinde, simgesel olarak kolaylık sağlanması açısından bireyler için zaman dönemlerinin eşit olduğu ve en yüksek değerin T olduğu varsayılsın. Kullanılacak olan kredibilite faktörü ve ağırlıklı ortalamalara ilişkin notasyonlar aşağıda verilmektedir [4]:

$$w_{i\Sigma} = \sum_{t=1}^{T} w_{it}, \qquad w_{\Sigma\Sigma} = \sum_{i=1}^{n} w_{i\Sigma} \tag{25}$$

$$z_i = \frac{\sigma_\alpha^2 \, w_{i\Sigma}}{\sigma^2 + \sigma_\alpha^2 \, w_{i\Sigma}}, \qquad z_\Sigma = \sum_{i=1}^{n} z_i \tag{26}$$

$$y_{iw} = \sum_{t=1}^{T} \frac{w_{it}}{w_{i\Sigma}} y_{it}, \qquad y_{ww} = \sum_{i=1}^{n} \frac{w_{i\Sigma}}{w_{\Sigma\Sigma}} y_{iw}, \qquad y_{zw} = \sum_{i=1}^{n} \frac{z_i}{z_\Sigma} y_{iw} \tag{27}$$

Eşitlik (27)'de, y_{iw}' ler ağırlıklı bireysel ortalamalardır. Bu notasyonlar kullanılarak, *i.* birey için Bühlmann Straub kredibilite kestiricisi,

$$z_i \, y_{iw} + \left(1 - z_i\right) \hat{\mu} \tag{28}$$

biçiminde elde edilir.

$\hat{\mu} = y_{zw}$, μ'nün GEKK kestiricisidir. Bu kestirici kullanılarak, α_i 'nin EDYÖ'sü $z_i \left(y_{iw} - y_{zw}\right)$ olarak elde edilir. Böylece, Bühlmann-Straub modelinde $\mu + \alpha_i$ risk priminin kredibilite kestiricisi aşağıdaki biçmde elde edilir [5],

$$\hat{\mu}_{GEKK} + \alpha_{i,EDYÖ} = z_i \, y_{iw} + \left(1 - z_i\right) y_{zw} \tag{29}$$

4.3. Jewell'in hiyerarşik kredibilite modeli

Jewell [12], kredibilite kuramında iki aşamalı hiyerarşik model ile çalışmıştır. Bir portföyün, *i* indisi ile gösterilen *n* sektöre ayrıldığı varsayılsın. Her sektörde de, *j* indisi ile gösterilen toplam J_i hücre olsun. $\left(i, j\right)$ hücresinde *t* indisi ile gösterilen T_{ij} gözlem olsun. *i.* sektörde, *j.* bireyin *t* zaman döneminde gözlenen riski,

$$y_{ijt} = \beta + \mu_i + \gamma_{ij} + \varepsilon_{ijt}, \qquad i = 1, 2, ..., n, \quad j = 1, 2, ..., J_i, \quad t = 1, 2, ..., T_{ij} \tag{30}$$

biçiminde gösterilsin.

Bu modelde, μ_i ve γ_{ij} 'lerin birbirinden bağımsız olduğu varsayılır. μ_i, *i.* sektördeki bireyler için, β 'dan sapma miktarını, γ_{ij}, *i.* sektördeki *j.* bireyin, koşullu beklenen hasardan sapma miktarını ve ε_{ijt}, y_{ijt} gözlem değerinin $\beta + \mu_i + \gamma_{ij}$ 'den sapma miktarını gösterir. Jewell'in hiyerarşik kredibilite modelinin Eşitlik (16)'da verilen karışık doğrusal model cinsinden gösterimine geçildiğinde, sektörlerdeki birey sayısının en fazla $q = \max\left(J_1, J_2, ..., J_n\right)$ olduğu düşünülsün. *i.* sektör için toplam zaman dönemi sayısı $T_i = \sum_{j=1}^{J_i} T_{ij}$ dir. Yeni bir değişken, $\alpha_{ij} = \mu_i + \gamma_{ij}$ tanımlansın ve $\alpha_i = \left(\alpha_{i1}, \alpha_{i2}, ..., \alpha_{iq}\right)'$ biçiminde gösterilsin. Bu modelde açıklayıcı değişken olmadığı için $X_i = 1$, $T_i x1$ boyutlu bir (1) sayısından oluşan vektör olur. e_k, *k.* elemanı 1 olup, diğer elemanları sıfır (0) sayısından oluşan sütun vektörü ve 1_{rxs}, *r x s* boyutlu 1 sayılarından oluşan matris olmak üzere, $Z_{i1} = \left(e_1 1_{1xT_{i1}}, e_2 1_{1xT_{i2}}, ..., e_{J_i} 1_{1xT_{iJ_i}} \right)'$ biçimimde tanımlansın. Bu tanıma göre, $Z_i = \left(Z_{i1} 0 \right)$ olur. Burada 0, $T_i x \left(q - J_i \right)$ boyutlu 0 sayısından oluşan matristir. $R_i = Var\left(\varepsilon_i \right) = \sigma^2 köşegen\left(1 / w_{i\,jt} \right)$ 'dir. $Var\left(\mu_i \right) = \sigma_\mu^2$ ve $Var\left(\gamma_{ij} \right) = \sigma_\gamma^2$ olarak tanımlandığında, $D = Var\left(\alpha_i \right) = \sigma_\mu^2 1_{qxq} + \sigma_\gamma^2 I_q$ biçiminde elde edilir [5].

Bühlmann-Straub modeline benzer olarak ağırlıklar aşağıdaki gibi elde edilir,

$$w_{i\,j\Sigma} = \sum_{t=1}^{T_{ij}} w_{i\,jt}, \qquad w_{i\Sigma\Sigma} = \sum_{j=1}^{J_i} w_{i\,j\Sigma}, \qquad w_{\Sigma\Sigma\Sigma} = \sum_{i=1}^{n} w_{i\Sigma\Sigma} \tag{31}$$

(i,j) hücresi ve i. sektör seviyesinde kredibilite faktörleri sırasıyla aşağıdaki gibi elde edilir ([4];[5]),

$$z_{i\,j} = \frac{\sigma_\gamma^2 w_{i\,j\Sigma}}{\sigma_\gamma^2 w_{i\,j\Sigma} + \sigma^2} \tag{32}$$

$$z_i = \frac{\sigma_\mu^2 z_{i\Sigma}}{\sigma_\mu^2 z_{i\Sigma} + \sigma_\gamma^2} \tag{33}$$

Poliçeler veya bireyler için ağırlıklı ortalama ve kredibilite faktörü ile ağılıklandırılmış sektör ortalaması aşağıdaki biçimde hesaplanır,

$$y_{i\,jw} = \sum_{t=1}^{T_{i\,j}} \frac{w_{i\,jt}}{w_{i\,j\Sigma}} y_{i\,jt} \tag{34}$$

$$y_{izw} = \sum_{j=1}^{J_i} \frac{z_{i\,j}}{z_{i\Sigma}} y_{i\,jw} \tag{35}$$

Bu gösterimler kullanılarak β parametresinin GEKK kestiricisi,

$$\hat{\beta}_{GEKK} = y_{zzw} = \sum_{i=1}^{n} \frac{z_i}{z_\Sigma} y_{izw} \tag{36}$$

biçiminde elde edilir.

Yukarıda verilen notasyon ve kestiriciler kullanılarak, μ_i ve $\gamma_{i\,j}$ 'nin en iyi doğrusal yansız önkestiricileri,

$$\mu_{i,EDYÖ} = z_i \left(y_{izw} - y_{zzw} \right) \tag{37}$$

$$\gamma_{i\,j,EDYÖ} = z_{i\,j} \left(y_{i\,jw} - z_i\, y_{izw} - \left(1 - z_i \right) y_{zzw} \right) \tag{38}$$

biçimlerinde elde edilir. Eşitlik (37) ve (38) kullanılarak, i. sektör ve (i,j) hücresi için risk priminin kredibilite kestiricileri sırasıyla aşağıdaki gibi elde edilmektedir [5],

$$\beta_{GEKK} + \mu_{i,EDYÖ} = z_i\, y_{izw} + \left(1 - z_i \right) y_{zzw} \tag{39}$$

$$\beta_{GEKK} + \mu_{i,EDYÖ} + \gamma_{i\,j,EDYÖ} = z_{i\,j}\, y_{i\,jw} + \left(1 - z_{i\,j} \right) \left[z_i\, y_{izw} + \left(1 - z_i \right) y_{zzw} \right] \tag{40}$$

5. Uygulama

Çalışmada kullanılan veri kümesi, Trafik Sigortaları Bilgi Merkezinden (TRAMER) alınan, Karayolları Motorlu Araçlar Zorunlu Mali Sorumluluk Sigortası altında otomobil araç grubuna ilişkin veri kümesidir. Yapılan hesaplamalarda, 2006, 2007, 2008 ve 2009 yıllarında, Türkiye'nin 81 ilinde ödenen hasar miktarı, muallak hasar miktarı ve yürürlükteki (meri) poliçe sayılarından yararlanılmıştır.

$y_{it} = \mu + \alpha_i + \varepsilon_{it}$, $i = 1,2,...,n$ *ve* $t = 1,2,...,T_i$ modeli düşünüldüğünde, *i* indisi ile gösterilen birimler/bireyler, illeri temsil etmektedir. İller otomobil plaka kodlarına göre sıralanmıştır. *i.* ilin *t* yılındaki gözlem değeri olan y_{it}'ler, *t* yılında ödenen hasar miktarı ile muallak hasar miktarı toplamının, aylara göre verilen yürürlükteki poliçe sayılarının ortalamasına bölünmesiyle elde edilmiştir. Hesaplanan ortalama poliçe sayıları, o yılda riske maruz kalan birim sayıları olarak varsayılmıştır. Bu poliçe sayıları, Bühlmann-Straub ve Jewell'in hiyerarşik kredibilite modellerinde ağırlıkları oluşturmaktadır. Böylece, veri kümesi, otomobil araç grubu için, 2006, 2007, 2008 ve 2009 yıllarında, 81 ilin yıllık poliçe başına düşen ortalama hasar miktarı ve ağırlıkları temsil eden ortalama poliçe sayılarından oluşmuştur. Veri kümesinde, tüm illere ilişkin bilgiler, dört yıllık zaman dönemi için elde edilmiştir. Tüm iller için zaman dönemi eşit olduğundan, veri kümesi dengeli bir veri kümesidir.

Bireylerin ortalamaları aynı ise; genel ortalamanın kestirimi tüm bireylere prim olarak yüklenir. Bu nedenle, bireylerin grup ortalamalarının $\left(\mu_i = \mu + \alpha_i\right)$ birbirine eşit olup olmadığı test edilmelidir. Tek yönlü varyans analizi, iki veya ikiden fazla sayıda bağımsız gruba ilişkin ortalamaların birbirine eşit olup olmadığının test edilmesinde kullanılan bir yöntemdir. Verilen normal dağıldığı varsayımı altında bu testte hipotezler şöyledir [4]:

$$H_0 = \mu_1 = \mu_2 = ... = \mu_n$$
$$H_1 = En\ az\ bir\ \mu_i\ farklı.$$

Bu test için gruplar arası kareler toplamı (GAKT) ve grup içi kareler toplamı (GİKT) hesaplanır. Bu kareler toplamı, serbestlik derecelerine bölündüğünde gruplar arası ve grup içi ortalama elde edilmiş olur. H_0 hipotezinin test edilmesi için *F* istatistiği aşağıdaki gibi hesaplanır,

$$F = \frac{GAO}{GİO} = \frac{\frac{1}{(n-1)}\sum_{i=1}^{n} T\left(\bar{y}_i - \bar{y}\right)^2}{\frac{1}{n(T-1)}\sum_{i=1}^{n}\sum_{t=1}^{T}\left(y_{it} - \bar{y}_i\right)^2}$$

F istatistiği, (*n-1*) ve *n(T-1)* serbestlik derecesi ile F dağılımına sahiptir. Bu veri kümesinde *n=81* ve *T=4* tür. Yapılan test sonucunda F istatistiği *4,743* bulunmuştur. %95 güven düzeyinde kritik değer *1,333* tür. Hesaplanan *F* değeri, *F-tablo* değerinden büyük olduğu için, H_0 hipotezi, %5 yanılma düzeyinde reddedilir. Sonuç olarak, tüm illerin grup ortalaması birbirine eşit değildir, denilebilir. Bu durumda, illerin etkisinin rassal olduğu varsayılarak, modelde bireysel etkiler (α_i) göz önüne alınabilir.

Dört yıllık toplam poliçe sayıları dikkate alındığında, en yüksek sayıda poliçe kesilen ilk on ilin sırasıyla; İstanbul (34), Ankara (6), İzmir (35), Antalya (7), Bursa (16), Konya (42), Adana (1), İçel (33), Kayseri (38) ve Muğla (48) olduğu görülmüştür. Son on il ise sondan başlayarak; Tunceli (62), Ardahan (75), Hakkari (30), Şırnak (73), Bayburt (69), Iğdır (76), Bingöl (12), Kilis (79), Siirt (56) ve Gümüşhane (29)'dir.

$y_{it} = \mu + \alpha_i + \varepsilon_{it}$, $i = 1,2,...,n$ *ve* $t = 1,2,...,T_i$ modelinde, risk primi olarak adlandırılan, $E\left(y_{i,T_i+1} \middle| \alpha_i\right) = \mu + \alpha_i$'nin kestirimi ile ilgilenilmektedir. Herhangi bir dönemdeki risk primi genel olarak;

o döneme ilişkin hasar sıklık oranının (toplam hasar sayısı / riske maruz kalan birim sayısı), ortalama hasar miktarı (toplam hasar miktarı / toplam hasar sayısı) ile çarpılmasından elde edilmektedir. Bu çalışmada, 2006, 2007, 2008 ve 2009 yılları için her ilde oluşan toplam hasar miktarı, ortalama poliçe sayılarına bölünerek poliçe başına düşen ortalama hasar miktarı bulunmuştur. R 2.9.2 açık yazılım sistemi kullanılarak sırasıyla, Bühlmann, Bühlmann-Straub ve Jewell'in hiyerarşik modellerinde, her il için, 2010 yılı risk primi olarak varsayılan poliçe başına düşen ortalama hasar miktarının kredibilite kestirimleri (kredibilite primi) elde edilmiştir.

5.1. Bühlmann kredibilite modelinde risk priminin kestirimi

$y_{it} = \mu + \alpha_i + \varepsilon_{it}$, $i = 1,2,...,81$, $t = 2006,...,2009$ modelinde y_{it}'ler, *i.* ilde *t* yılında poliçe başına düşen ortalama hasar miktarını temsil ederler. 2006, 2007, 2008 ve 2009 yılları için poliçe başına düşen ortalama hasar miktarı verilmişken, risk priminin ($E\left(y_{i,T+1} | \alpha_i\right) = \mu + \alpha_i$) kredibilite kestiricisi aşağıdaki gibi elde edilmektedir,

$$\left(\mu + \alpha_i\right)_{EDYÖ} = z\,\bar{y}_i + \left(1 - z\right)\bar{y}$$

Çizelge 1'de, iller bazında bireysel ortalama, kredibilite faktörü ve kredibilite primi verilmektedir.

Çizelge 1. Bühlmann kredibilite modelinde iller bazında; bireysel ortalama, kredibilite faktörü ve kredibilite primi.

Araç plaka koduna göre iller	Bireysel ortalama $\left(\bar{y}_i\right)$	Kredibilite faktörü $\left(z\right)$	Kredibilite primi (TL.)
1	88,063	0,78914	87,152
2	76,512	0,78914	78,036
3	69,282	0,78914	72,331
4	100,153	0,78914	96,693
5	68,939	0,78914	72,060
6	127,489	0,78914	118,265
7	92,742	0,78914	90,845
8	82,244	0,78914	82,560
9	66,380	0,78914	70,041
10	67,623	0,78914	71,022
11	82,727	0,78914	82,941
12	144,465	0,78914	131,661
13	99,242	0,78914	95,974
14	64,083	0,78914	68,228
15	47,255	0,78914	54,949
16	112,144	0,78914	106,155
17	65,519	0,78914	69,361
18	85,012	0,78914	84,744
19	86,691	0,78914	86,069
20	82,056	0,78914	82,412
21	128,693	0,78914	119,215
22	63,104	0,78914	67,455
23	85,488	0,78914	85,120
24	72,401	0,78914	74,792
25	107,022	0,78914	102,114
26	87,746	0,78914	86,902
27	96,218	0,78914	93,587
28	105,147	0,78914	100,634
29	90,729	0,78914	89,256
30	75,800	0,78914	77,475
31	69,284	0,78914	72,333
32	68,258	0,78914	71,523
33	82,171	0,78914	82,502
34	154,468	0,78914	139,555

35	108,887	0,78914	103,585
36	68,925	0,78914	72,050
37	53,121	0,78914	59,578
38	90,880	0,78914	89,375
39	49,621	0,78914	56,816
40	71,429	0,78914	74,026
41	121,058	0,78914	113,190
42	76,250	0,78914	77,830
43	57,910	0,78914	63,357
44	88,426	0,78914	87,439
45	61,925	0,78914	66,525
46	75,778	0,78914	77,457
47	88,757	0,78914	87,699
48	71,503	0,78914	74,084
49	106,903	0,78914	102,020
50	61,110	0,78914	65,882
51	69,671	0,78914	72,638
52	106,351	0,78914	101,584
53	95,159	0,78914	92,752
54	99,674	0,78914	96,315
55	100,688	0,78914	97,115
56	128,293	0,78914	118,900
57	62,327	0,78914	66,843
58	83,301	0,78914	83,394
59	79,127	0,78914	80,100
60	69,972	0,78914	72,875
61	98,221	0,78914	95,168
62	60,674	0,78914	65,538
63	82,028	0,78914	82,390
64	71,164	0,78914	73,817
65	100,031	0,78914	96,596
66	84,505	0,78914	84,345
67	76,957	0,78914	78,388
68	71,721	0,78914	74,256
69	71,413	0,78914	74,013
70	53,681	0,78914	60,020
71	79,543	0,78914	80,429
72	119,060	0,78914	111,613
73	96,900	0,78914	94,125
74	53,389	0,78914	59,789
75	65,134	0,78914	69,058
76	97,441	0,78914	94,553
77	93,549	0,78914	91,481
78	70,641	0,78914	73,403
79	35,862	0,78914	45,958
80	60,223	0,78914	65,183
81	98,811	0,78914	95,634

Bühlmann kredibilite modelinde genel ortalamanın kestirimi, $\overline{y} = 83.74$ TL olarak elde edilmiştir. Veri kümesi dengeli olduğu için kredibilite faktörleri tüm iller için aynıdır. Çizelge 1'e bakıldığında, bireysel ortalaması genel ortalamanın kestiriminden düşük olan illerin kredibilite primleri, bireysel ortalamalarına göre artış göstermiş; bireysel ortalaması genel ortalamanın kestiriminden yüksek olan illerin kredibilite primleri ise bireysel ortalamalarına göre azalış göstermiştir. Bu durum, ne tam homojen ne de tam heterojen olacak kadar geniş hasar deneyimine sahip olmayan birimlerden oluşan bir portföyde, kredibilite primlerinin hesaplanmasına örnek teşkil etmektedir.

Veri kümesine bakıldığında, bazı illerin yıllık poliçe başına düşen ortalama hasar miktarlarının yüksek olması nedeniyle bireysel ortalamalarının da yüksek olduğu görülmektedir. Bu iller genellikle trafik yoğunluğunun ve poliçe sayısının yüksek olduğu, büyük nüfusa sahip illerdir (İstanbul (34), Ankara (6), İzmir (35) v.b). Bu illerin dışında, Batman (72), Bingöl (12), Siirt (56) gibi trafik yoğunluğunun ve poliçe sayısının düşük olduğu, az nüfusa sahip bazı illerde yıllık poliçe başına düşen ortalama hasar miktarlarının yüksek olduğu ve dolayısıyla kredibilite primlerinin de yüksek değerlerde olduğu görülmüştür. Bu durum hakkında, bu illerde poliçe sayısının düşük olması ve gerçekleşen yüksek miktarlardaki hasarların az sayıda poliçeye yayılması yorumu yapılabilir.

5.2. Bühlmann-Straub kredibilite modelinde risk priminin kestirimi

Bu modelde, gözlem değerleri, y_{it} 'lerin, w_{it} sayıda rastlantı değişkeninin ortalaması olduğu varsayılmakta ve ortalama poliçe sayıları, modelde ağırlıkları (w_{it}) oluşturmaktadır. $y_{it} = \mu + \alpha_i + \varepsilon_{it}$, $i = 1,2,...,81$, $t = 2006,...,2009$ modelinde, y_{it}, *i.* ilde *t* yılında poliçe başına düşen ortalama hasar miktarıdır. 2006, 2007, 2008 ve 2009 yılları için poliçe başına düşen ortalama hasar miktarları ve ağırlıklar verilmişken, risk priminin ($E\left(y_{i,T+1} | \alpha_i\right) = \mu + \alpha_i$) kredibilite kestiricisi aşağıdaki gibi elde edilmektedir,

$$\left(\mu + \alpha_i\right)_{EDYÖ} = z_i\, y_{iw} + \left(1 - z_i\right) y_{zw}$$

Çizelgede 2'de iller bazında; ağırlıklı ortalama, toplam poliçe sayısı (ağırlık), kredibilite faktörü ve kredibilite primi verilmektedir.

Çizelge 2. Bühlmann-Straub kredibilite modelinde iller bazında; ağırlıklı ortalama, ağırlık, kredibilite faktörü ve kredibilite primi.

Araç plaka koduna göre iller	Ağırlıklı ortalama $\left(y_{iw}\right)$	Ağırlık $\left(w_{it}\right)$	Kredibilite faktörü $\left(z_i\right)$	Kredibilite primi (TL)
1	88,398	612.825	0,95251	88,223
2	77,020	81.205	0,72663	79,128
3	70,207	156.203	0,83641	72,583
4	100,933	24.852	0,44857	91,998
5	70,069	96.771	0,76005	73,587
6	128,593	3.051.415	0,99009	128,158
7	93,475	925.219	0,96804	93,195
8	82,115	28.869	0,48585	83,459
9	66,733	337.967	0,91710	68,225
10	68,587	378.195	0,92526	69,793
11	83,598	54.420	0,64046	84,005
12	146,116	13.010	0,29866	103,063
13	98,897	18.613	0,37860	90,094
14	64,768	93.171	0,75307	69,697
15	47,862	109.321	0,78158	55,914
16	112,995	891.707	0,96687	112,058
17	66,184	148.687	0,82955	69,345
18	87,793	24.107	0,44105	86,081
19	88,375	149.728	0,83053	87,757
20	82,531	378.494	0,92531	82,695
21	129,835	104.133	0,77317	119,603
22	63,572	124.436	0,80288	67,743
23	86,260	119.261	0,79607	85,948
24	73,329	52.055	0,63016	77,546
25	107,466	117.433	0,79355	102,772
26	88,401	326.284	0,91438	88,086
27	96,449	357.191	0,92121	95,526
28	106,370	67.178	0,68739	99,605
29	92,925	16.586	0,35187	87,614
30	78,133	8.254	0,21270	83,327
31	69,107	335.413	0,91652	70,411
32	69,362	163.268	0,84237	71,785
33	82,787	465.650	0,93843	82,907

34	155,088	6.256.944	0,99514	154,747
35	109,471	1.647.497	0,98179	109,020
36	69,554	23.158	0,43118	78,186
37	54,150	110.818	0,78389	60,759
38	92,012	451.183	0,93658	91,550
39	50,326	101.091	0,76792	58,310
40	72,080	63.637	0,67564	76,183
41	122,657	373.496	0,92439	119,790
42	77,065	642.993	0,95464	77,413
43	58,421	209.143	0,87254	61,774
44	89,171	158.132	0,83808	88,452
45	62,372	375.387	0,92474	64,055
46	77,062	196.584	0,86549	78,094
47	89,024	41.558	0,57632	87,204
48	71,858	388.174	0,92704	72,798
49	106,898	17.978	0,37046	92,942
50	61,693	82.721	0,73029	67,907
51	70,342	68.576	0,69180	74,777
52	107,167	130.614	0,81044	102,914
53	96,091	56.236	0,64798	92,092
54	100,768	233.852	0,88445	98,914
55	101,566	311.250	0,91062	100,061
56	128,396	14.878	0,32750	99,031
57	63,294	52.506	0,63217	71,179
58	84,421	144.686	0,82566	84,475
59	80,187	188.481	0,86052	80,820
60	70,115	138.797	0,81960	72,752
61	98,868	169.282	0,84712	96,706
62	62,811	5.253	0,14671	81,514
63	81,879	192.409	0,86298	82,270
64	71,857	119.488	0,79638	74,478
65	100,592	73.197	0,70553	95,921
66	87,094	82.250	0,72916	86,454
67	77,434	201.593	0,86840	78,394
68	72,844	96.800	0,76010	75,696
69	72,060	11.486	0,27323	81,268
70	55,017	68.610	0,69190	64,172
71	81,849	51.834	0,62917	82,917
72	122,058	33.813	0,52534	104,340
73	96,463	11.023	0,26515	87,841
74	54,498	52.435	0,63185	65,628
75	67,730	6.155	0,16769	81,879
76	97,643	12.773	0,29482	88,537
77	95,183	48.041	0,61127	91,119
78	71,063	84.733	0,73499	74,685
79	36,215	14.664	0,32431	68,996
80	61,205	120.574	0,79784	65,961
81	100,463	82.894	0,73070	96,226

Bühlmann-Straub kredibilite modelinde genel ortalamanın kestirimi, $\hat{\mu}_{GEKK} = y_{zw}$=84,73 TL olarak elde edilmiştir. Bu modelde illerin kredibilite primlerine bakıldığında yine poliçe başına düşen ortalama hasar miktarı ve poliçe sayısı yüksek olan illerin kredibilite primlerinin diğer illere göre yüksek çıktığı görülmektedir. Bühlmann modelinin sonuçları ile karşılaştırıldığında, trafik yoğunluğu ve nüfusu az olup, poliçe başına düşen ortalama hasar miktarı yüksek olan illerin kredibilite primlerinin bu modelde daha makul seviyelere gerilediği, genel ortalamanın kestirimine daha çok yaklaştığı görülmüştür. Bu durum, ağırlıkların modele etkisinin bir sonucu olarak yorumlanabilir.

5.3. Jewell'in hiyerarşik kredibilite modelinde risk priminin kestirimi

Bu modelde iller, Türkiye'deki coğrafi bölgelere göre ayrılmıştır. *i.* coğrafi bölgede, *j.* ilin *t* yılındaki ağırlığını (w_{ijt}) ortalama poliçe sayıları temsil etmektedir. $y_{i\,jt}$, *i.* coğrafi bölgede, *j.* ilin *t* yılında poliçe başına düşen ortalama hasar miktarını temsil etmektedir. Türkiye'de yedi adet coğrafi bölge olduğu için hiyerarşik model aşağıdaki gibi ifade edilir,

$$y_{i\,jt} = \beta + \mu_i + \gamma_{i\,j} + \varepsilon_{i\,jt}, \qquad i = 1,2,...,7, \quad j = 1,2,...,J_i, \quad t = 2006,...,2009$$

i. coğrafi bölge ve *i.* coğrafi bölgedeki *j.* il için risk priminin kredibilite kestiricileri sırasıyla,

$$\left(\beta + \mu_i\right)_{EDYÖ} = z_i\, y_{izw} + \left(1 - z_i\right) y_{zzw}$$

$$\left(\beta + \mu_i + \gamma_{i\,j}\right)_{EDYÖ} = z_{i\,j}\, y_{i\,jw} + \left(1 - z_{i\,j}\right)\left(\beta + \mu_i\right)_{EDYÖ}$$

$$= z_{i\,j}\, y_{i\,jw} + \left(1 - z_{i\,j}\right)\left[z_i\, y_{izw} + \left(1 - z_i\right) y_{zzw}\right]$$

biçiminde elde edilmektedir.

Coğrafi bölgeler, Çizelge 3'te gösterildiği gibi numaralandırılmıştır.

Çizelge 3. Türkiye'nin coğrafi bölgeleri ve numaraları.

Numara	Coğrafi Bölge
1	Marmara
2	Ege
3	Akdeniz
4	İç Anadolu
5	Doğu Anadolu
6	Güneydoğu Anadolu
7	Karadeniz

Çizelge 4'te Jewell'in hiyerarşik kredibilite modelinde bölgeler bazında elde edilen; ağırlıklı ortalama, kredibilite faktörü ve kredibilite primi verilmektedir.

Çizelge 4. Jewell'in hiyerarşik kredibilite modelinde bölgeler bazında; ağırlıklı ortalama, kredibilite faktörü ve kredibilite primi.

Coğrafi Bölge	Ağırlıklı Ortalama $\left(y_{izw}\right)$	Kredibilite Faktörü $\left(z_i\right)$	Kredibilite Primi (TL)
3	95,145	0,02738	85,600
6	75,293	0,02245	85,106
2	75,620	0,02178	85,120
5	84,700	0,02795	85,314
7	93,296	0,01522	85,452
4	96,338	0,01361	85,481
1	82,732	0,03276	85,246

Bölgelerin kredibilite primlerinin birbirine yakın çıkmasının nedeni olarak, farklı bölgeler arasındaki heterojenliğin ölçüsü olan varyans bileşeninin ($\hat{\sigma}_\mu^2$) kestiriminin 1,6315 gibi küçük bir sayı olarak elde edilmesi; bölgeler bazında kredibilite faktörlerinin düşük çıkması ve kredibilite primlerinin kestiriminde, büyük ağırlığın genel ortalamanın kestirimine verilmesi gösterilebilir.

Çizelgede 5'te coğrafi bölgelere göre ayrılan iller bazında; ağırlıklı ortalama, ağırlık, kredibilite faktörü ve kredibilite primi verilmektedir.

Çizelge 5. Jewell'in hiyerarşik kredibilite modelinde coğrafi bölgelere göre ayrılan iller bazında; ağırlıklı ortalama, ağırlık, kredibilite faktörü ve kredibilite primi.

Coğrafi bölge	Araç plaka koduna göre iller	Ağırlıklı ortalama $\left(y_{i\,jw}\right)$	Ağırlık $\left(w_{i\,jt}\right)$	Kredibilite faktörü $\left(z_{i\,j}\right)$	Kredibilite primi (TL)
3	1	88,398	612.825	0,89264	88,046
6	2	77,020	81.205	0,52421	81,046
2	3	70,207	156.203	0,67942	74,984
5	4	100,933	24.852	0,25216	89,356
7	5	70,069	96.771	0,56766	76,631
4	6	128,593	3.051.415	0,97642	127,572
3	7	93,475	925.219	0,92622	92,859
7	8	82,115	28.869	0,28145	84,365
2	9	66,733	337.967	0,82096	70,022
1	10	68,587	378.195	0,83690	71,362
1	11	83,598	54.420	0,42475	84,750
5	12	146,116	13.010	0,15003	94,554
5	13	98,897	18.613	0,20162	88,163
7	14	64,768	93.171	0,55833	73,813
3	15	47,862	109.321	0,59730	62,865
1	16	112,995	891.707	0,92366	110,903
1	17	66,184	148.687	0,66858	72,619
4	18	87,793	24.107	0,24647	85,925
7	19	88,375	149.728	0,67013	87,343
2	20	82,531	378.494	0,83701	82,951
6	21	129,835	104.133	0,58555	111,452
1	22	63,572	124.436	0,62802	71,766
5	23	86,260	119.261	0,61805	85,952
5	24	73,329	52.055	0,41393	80,434
5	25	107,466	117.433	0,61439	98,977
4	26	88,401	326.284	0,81574	87,832
6	27	96,449	357.191	0,82895	94,573
7	28	106,370	67.178	0,47684	95,319
7	29	92,925	16.586	0,18370	86,657
5	30	78,133	8.254	0,10071	84,715
3	31	69,107	335.413	0,81985	71,992
3	32	69,362	163.268	0,68898	74,263
3	33	82,787	465.650	0,86335	83,106
1	34	155,088	6.256.944	0,98836	154,279
2	35	109,471	1.647.497	0,95718	108,428
5	36	69,554	23.158	0,23908	81,651
7	37	54,150	110.818	0,60057	66,571
4	38	92,012	451.183	0,85958	91,071
1	39	50,326	101.091	0,57834	65,200
4	40	72,080	63.637	0,46335	79,182
1	41	122,657	373.496	0,83519	116,550
4	42	77,065	642.993	0,89716	77,914
2	43	58,421	209.143	0,73942	65,374
5	44	89,171	158.132	0,68209	87,989
2	45	62,372	375.387	0,83588	66,103
3	46	77,062	196.584	0,72731	79,259
6	47	89,024	41.558	0,36055	86,758
2	48	71,858	388.174	0,84043	73,972
5	49	106,898	17.978	0,19609	89,658
4	50	61,693	82.721	0,52882	72,823
4	51	70,342	68.576	0,48198	78,098
7	52	107,167	130.614	0,63927	99,259
7	53	96,091	56.236	0,43278	89,940
1	54	100,768	233.852	0,76036	97,133
7	55	101,566	311.250	0,80854	98,441
6	56	128,396	14.878	0,16796	92,689
7	57	63,294	52.506	0,41602	76,113

4	58	84,421	144.686	0,66251	84,722
1	59	80,187	188.481	0,71889	81,708
7	60	70,115	138.797	0,65316	75,363
7	61	98,868	169.282	0,69667	94,736
5	62	62,811	5.253	0,06653	83,946
6	63	81,879	192.409	0,72304	82,877
2	64	71,857	119.488	0,61850	76,912
5	65	100,592	73.197	0,49827	92,996
4	66	87,094	82.250	0,52740	86,253
7	67	77,434	201.593	0,73228	79,526
4	68	72,844	96.800	0,56773	78,234
7	69	72,060	11.486	0,13483	83,468
4	70	55,017	68.610	0,48210	70,708
4	71	81,849	51.834	0,41289	83,883
6	72	122,058	33.813	0,31449	96,984
6	73	96,463	11.023	0,13010	86,910
7	74	54,498	52.435	0,41569	72,464
5	75	67,730	6.155	0,07708	84,086
5	76	97,643	12.773	0,14770	87,253
1	77	95,183	48.041	0,39461	89,381
7	78	71,063	84.733	0,53481	77,661
6	79	36,215	14.664	0,16594	77,306
3	80	61,205	120.574	0,62063	70,278
7	81	100,463	82.894	0,52934	93,301

Jewell'in hiyerarşik kredibilite modelinde genel ortalamanın kestirimi, $\hat{\beta}_{GEKK} = y_{zzw} = 85{,}33$ TL olarak elde edilmiştir. Çizelge 5'ten, bölgelere göre ayrılmış illerin kredibilite primlerine bakıldığında aynı şekilde, toplam poliçe sayısı ve poliçe başına düşen ortalama hasar miktarı yüksek olan İstanbul, Ankara gibi büyük şehirlerin kredibilite primlerinin diğer illere oranla daha yüksek çıktığı görülmektedir. Ayrıca, daha önce de değinilen poliçe başına düşen ortalama hasar miktarı yüksek olup, ortalama poliçe sayısı düşük olan Bingöl, Batman gibi illerin kredibilite primlerinin Bühlmann-Straub modeline kıyasla daha da gerilediği, daha makul seviyelere düştüğü görülmektedir. Burada, illerin, coğrafi bölgelere göre ayrılmasının etkisi görülmüştür.

6. Sonuç ve öneriler

Bu çalışmada, kredibilite modelleri ile panel veri modelleri arasındaki bağlantı incelenmiş, kredibilite modelleri, panel veri modelleri bağlamında yorumlanmıştır.

En fazla kesinlik kredibilite yaklaşımı altında verilen Bühlmann, Bühlmann-Straub ve Jewell'in hiyerarşik kredibilite modelleri, karışık doğrusal modellerin özel durumları olarak incelenmiştir.

Gerçek bir veri kümesi kullanılarak yapılan uygulama ile, Bühlmann, Bühlmann-Straub ve Jewell'in hiyerarşik kredibilite modelleri altında, veri kümesindeki her birim için 2010 yılı kredibilite primleri elde edilmiştir. Kullanılan veri kümesi, Karayolları Motorlu Araçlar Zorunlu Mali Sorumluluk Sigortası altında otomobil araç grubuna ilişkin veri kümesidir. Gözlem birimleri, Türkiye'deki 81 ildir. İllerin, 2006, 2007, 2008 ve 2009 yıllarında poliçe başına düşen ortalama hasar miktarı ve ortalama poliçe sayılarına ilişkin bilgilerden yararlanılmıştır.

Öncelikle tüm illere ilişkin grup ortalamalarının birbirine eşit olup olmadığı tek yönlü varyans analizi ile test edilmiştir. Bu test sonucunda, tüm illerin grup ortalamalarının birbirine eşit olduğuna dair yokluk hipotezi %5 yanılma düzeyinde reddedilmiştir. İller bazında, risk priminin kredibilite kestirimlerinin elde edilmesi amacıyla kullanılan modellerde illerin etkisinin rassal olduğu varsayılmış ve Bühlmann, Bühlmann-Straub kredibilite modelleri altında, her il için kredibilite primi hesaplanmıştır. Ayrıca, Jewell'in hiyerarşik kredibilite modelinde, iller, coğrafi bölgelere ayrılmış, hem bölgeler bazında hem bölgelere ayrılan iller bazında kredibilite primleri elde edilmiştir.

Kestirim sonuçlarına göre, kredibilite primlerinin, poliçe başına düşen ortalama hasar miktarlarının yüksek olduğu illerde yüksek, poliçe başına düşen ortalama hasar miktarlarının düşük olduğu illerde ise daha düşük olduğu görülmüştür. İllerin kredibilite primlerinin beklendiği gibi, bireysel ortalama veya ağırlıklı bireysel ortalamaları ile genel ortalamanın kestirimi arasında bir değer aldığı gözlenmiştir. Diğer iller ile karşılaştırıldığında ortalama poliçe sayılarının düşük olduğu bazı illerde, yıllık poliçe başına düşen ortalama hasar miktarının yüksek olduğu ve dolayısıyla kredibilite primlerinin yüksek çıktığı görülmüştür. Bu sorunun giderilmesi için, iller, coğrafi bölgeler yerine hasar sıklıkları ve trafik yoğunluklarına göre gruplandırılabilir ve bu gruplara göre prim fiyatlandırması yapılabilir.

Uygulamada verilen modeller düşünüldüğünde, kullanılan veri kümesinde açıklayıcı değişken bulunmaması nedeniyle sadece bağımlı değişkenle ilgili bilgiden yararlanılmıştır. Bu sebeple, sigorta portföyüne ilişkin açıklayıcı değişkenlerin de bulunduğu bir panel veri kümesi kullanılarak uygun modelin oluşturulması ve kredibilite kestirimlerinin elde edilmesi için yeni bir çalışmanın yapılması araştırmacılara önerilebilir [17].

Kaynaklar

[1] B. H. Baltagi, (2001) Econometric Analaysis of Panel Data, Second Edition, Wiley, New York.
[2] H. Bühlmann, (1967), Experience Rating and Credibility, ASTIN Bulletin, 4:199-207.
[3] H. Bühlmann, E. Straub, (1970), Glaubwürdigkeit für Schadensätze, Mitteilungen der Vereinigung, Schweizerischer Versicherungsmathematiker, 70 (1):111-133.
[4] D. R. Dannenburg, R. Kaas, M. J. Goovaerts, (1996), Practical Actuarial Credibility Models, Institute of Actuarial Science and Econometrics, University of Amsterdam, The Netherlands.
[5] E. W. Frees, V. R. Young, Y. Lou, (1999), A Longitudinal Data Analysis Interpretation of Credibility Models, Insurance: Mathematics and Economics, 24: 229-247.
[6] E. W. Frees, V. R. Young, Y. Lou, (2001), Case Studies Using Panel Data Models, North American Actuarial Journal.
[7] E. W. Fress, (2004), Longitudinal and Panel Data: Analysis and the Applications in the Social Sciences, Cambridge University Press, U.K.
[8] E. W. Frees, P. Wang, (2005), Credibility Using Copulas, North American Actuarial Journal, 9 (2), pp.31–48.
[9] W. H.Greene, (2003), Econometric Analysis, New York University.
[10] T. L. Herzog, (1999), Introduction to Credibility Theory, third adition, ACTEX. Abington.
[11] C. Hsiao, (2002), Analysis of Panel Data, Second Edition, Cambridge University Press.
[12] W.S. Jewell, (1975), The Use of Collateral Data in Credibility Theory: a Hierarchical Model, Giornale dell'Istituto Italiano degli Attuari, 38, 1-16.
[13] R. Kaas, M. Goovaerts, J. Dhaene, M. Denuit (2001), Modern Actuarial Risk Theory, Kluwer Academic Publisher, Dordrecht, The Netherlands.
[14] S. Klugman, H. Panjer, G. Willmot, (2004), Loss Models from Data to Decisions. Willey, New York.
[15] L.H. Longley-Cook, (1962), An Introduction to Credibility Theory, Proceeding of the Casualty Actuarial Society 49, 194-221.
[16] S.R. Searle, G. Casella, C. E. McCulloch, (1992), Variance Components, New York.
[17] A. Şentürk, (2010), Kredibilite Teorisinde Panel Veri Modelleri, Yüksek Lisans Tezi, Hacettepe Üniversitesi, Ankara.