



Filo araç alımında karar ağacı ve değerlendirme ağı kullanımı

Şenay Lezki

Anadolu Üniversitesi
İktisadi ve İdari Bilimler Fakültesi
Yunusemre Kampüsü, Eskişehir
slezki@anadolu.edu.tr

Fikret Er

Anadolu Üniversitesi
Fen Fakültesi
Yunusemre Kampüsü, Eskişehir
fer@anadolu.edu.tr

Özet

Bu çalışmanın amacı, grafiksel karar verme tekniklerinden olan Karar Ağacı ve Değerleme Ağı'nın bir lojistik işletmesinin filo araç temini kararında uygulanmasıdır. Her iki teknik yardımıyla firmanın en iyi kararı vermesi ve bu kararın karar paydaşlarına açıklanması için yardımcı araç olarak karar ağacı ve değerlendirme ağı yaklaşımlarının kullanımının faydaları gösterilmiştir.

Anahtar sözcükler: Karar ağacı, Değerleme ağı, Filo alımı.

Abstract

The usage of decision tree and valuation network to fleet purchasing

The main purpose of this study to pass information about of graphical decision techniques that can be used in business decisions namely Decision Tree and Valuation Network and to investigate the applicability of the techniques to vehicle purchasing behaviour of a logistics firm. In this context, it is also tried to show weak and strong sides of the two graphical decision techniques.

Keywords: Decision tree, valuation network, fleet purchasing.

1. Giriş

Bilimsel karar verme sürecinde, karar problemlerinin modellenmesi ve çözümü için geleneksel çözüm yaklaşımı sonuç matrisinin kullanılmasıdır. Bununla birlikte birden fazla kararın verilmesini gerektiren ardışık karar problemlerinde, sonuç matrisi yetersiz olabileceğinden, grafiksel karar verme yaklaşımları tercih edilebilir. Karar Ağacı tekniği karar problemlerinin modellenmesi ve çözümü amacıyla kullanılan geleneksel grafiksel tekniktir. Karar Ağacı, karar probleminin tüm ayrıntılarını grafik üzerinde gösterir. Problemin grafiksel modelinin oluşturulmasının ardından karar ağacı kendine özgü tekniği ile çözülür. Diğer bir geleneksel grafiksel teknik Etki Diyagramıdır. Karar problemlerinin grafiksel gösterimi için önerilen ve üzerinde çalışmalar sürdürülen daha yeni teknikler ise Değerleme Ağı, Ardışık Karar Diyagramı ve Ardışık Değerleme Ağı olarak sıralanabilir. Değerleme Ağı'nın temelini oluşturan çalışmalar "Değerleme Tabanlı Sistemler Başlığı" altında ilk kez 1992 ve 1993 yıllarında Shenoy tarafından gerçekleştirilmiştir. 1996 yılında yine Shenoy tarafından yapılan bir çalışma ile Değerleme Ağı tekniği geliştirilmiştir.

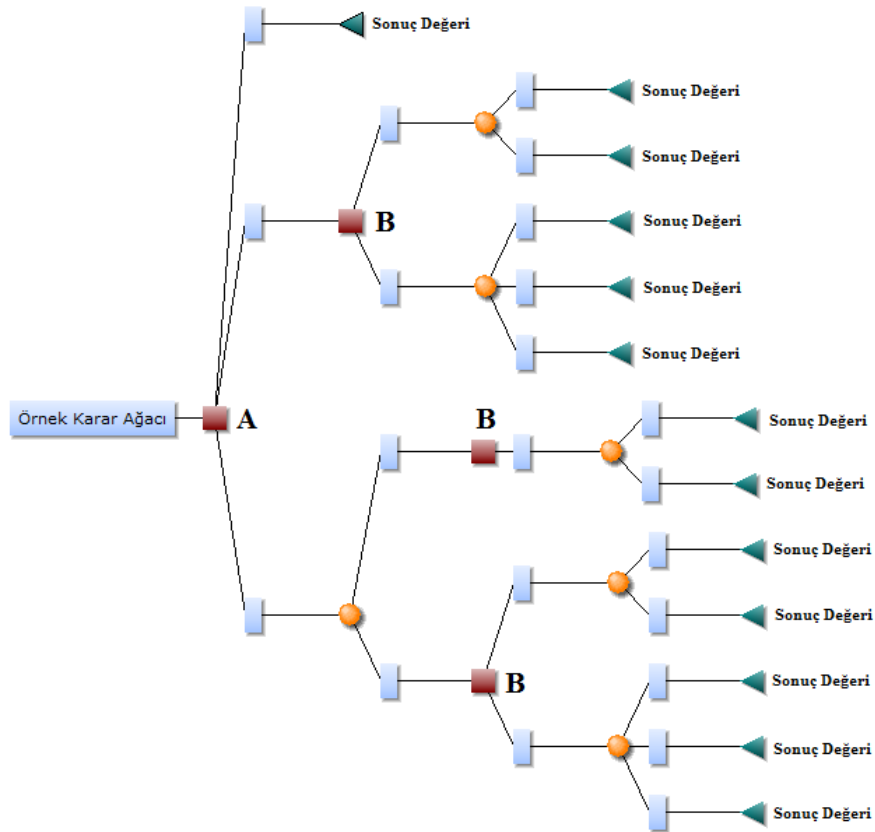
Bu çalışmanın amacı, ardışık karar problemlerinde kullanılan grafiksel tekniklerden Karar Ağacı ve daha az bilinen ve üzerinde çalışmalar sürdürülen yeni bir grafiksel yaklaşım olan Değerleme Ağı'nın genel özelliklerini aktarmak ve bir lojistik işletmesinin filo araç temini kararında uygulanabilirliğini araştırmaktır. Literatürde filo alım çalışmalarında karar ağacı ve etki diyagramı kullanımı yaygın değildir. Dolayısıyla makalenin çözüm bölümünde problemin çözümünün tüm ayrıntılarına yer verilmiştir.

2. Karar ağacı

Karar Ağacı, olası tüm eylem seçeneklerini, bu eylem seçeneklerine etkisi olabilecek tüm olası faktörleri ve tüm bu faktörlere dayanan her bir olası sonucu, verilere bağlı olarak değerlendiren, çizgi, kare, daire gibi geometrik semboller kullanımı yoluyla karar vericiye problemi anlamada kolaylık sağlayan grafiksel bir teknik olarak tanımlanabilir [6]. Karar Ağacı, grafik gösterimi ile problemin tüm yönlerini ayrıntılı olarak ortaya koymaktadır. Herhangi bir karar problemi için kullanılabilen Karar Ağacı tekniği özellikle birden fazla kararın ardışık olarak verilmesini gerektiren ardışık karar problemlerinin gösterimi ve çözümünde çok kullanışlıdır [1].

Karar problemlerinde söz konusu olan diğer bir özellik problemin simetrik ya da asimetric yapıda olmasıdır. Karar problemlerinin karar ağacı gösteriminde, başlangıç düğümünden bitiş düğümüne uzanan her bir yol senaryo olarak adlandırılır. Karar ve şans düğümlerinin ardışıklığı tüm senaryolarda aynı olduklarında karar problemi simetriktir. Buna karşın karar ağacında yer alan farklı senaryolarda karar ve şans düğümlerinin ardışıklığı farklılık gösteriyorsa problem asimetric karar problemidir [3].

Şekil 1’de verilen Karar Ağacı A ve B ile gösterilen iki farklı kararın ardışık olarak alındığı çok aşamalı bir karar problemine ilişkindir. Şekilde, her senaryoda yer alan düğümlerin ardışıklığı aynı olmadığından asimetric bir karar problemi olduğu da gözlenebilmektedir. Herhangi bir karar problemine ilişkin karar ağacı gösteriminin tamamlanmasının ardından, her bir bitiş değeri, şans ve karar düğümlerinin beklenen değerlerinin hesaplanması ile çözülebilir [4,5].



Şekil 1. Ardışık (çok aşamalı) asimetric karar problemine ilişkin karar ağacı

3. Değerleme ağı

Değerleme Ağı, karar problemlerinin gösterimi ve çözümü için Shenoy tarafından önerilen grafiksel bir tekniktir. Değerleme Ağı tekniğinde problemin modellenmesi *grafiksel*, *bağımlılık* ve *sayısal* olmak üzere üç ayrı düzeyde belirlenir. Grafiksel ve bağımlılık düzeylerinde sembolik* ve nitel bilgi yer alırken sayısal düzeyde nicel bilgi yer alır [9].

Grafiksel düzey, problemin “*Değerleme Ağı*” adı verilen bir grafik yardımıyla gösterilmesidir. Değerleme Ağı oluşturulurken temel olarak *değişken* ve *değerleme* düğümü olmak üzere iki tip düğüm kullanılır. Buna ek olarak *değişkenler karar* ya da *şans* değişkeni ve *değerlemeler de gösterge*, *olasılık* ya da *fayda* değerlemeleri olarak sınıflandırılır. Bu nedenle bir Değerleme Ağında karar, şans, gösterge, olasılık veya fayda olmak üzere beş farklı tip düğüm kullanılır [2].

Karar değişkenini temsil eden *karar düğümü* grafiksel düzeyde kare (ya da dikdörtgen) ile gösterilir. *Şans düğümü* rassal değişkenleri temsil eder ve daire ile gösterilir. Bir değişkenin değerler kümesi değişkenin *çerçevesi* olarak adlandırılır. Karar ve şans değişkenlerinin çerçeveleri bağımlılık düzeyinde belirlenir.

Karar ve şans değişkenlerinin birleşik çerçevelerine ilişkin nitel kısıtlamalar olan gösterge değerlemeleri Değerleme Ağında *gösterge düğümleri*yle temsil edilir. Gösterge düğümü sınırları çift çizgili üçgen ile gösterilir. Grafikte yönsüz doğrularla gösterge düğümüne doğrudan birleştirilen diğer düğümlere ilişkin değişkenler kümesi, gösterge değerlemelerinin tanım kümesini oluşturur. Problemdeki asimetriyi göstermek için kullanılan gösterge değerlemesi Değerleme Ağı gösteriminin bağımlılık düzeyinde belirlenir [9]. Fayda değerlemeleri birleşik fayda fonksiyonunun faktörlerini temsil eder ve Değerleme Ağında düzgün dörtgen biçimindeki *fayda düğümleri* ile temsil edilir. Bir fayda düğümüne bir doğru yardımıyla bağlantılı kılınan değişkenler kümesi fayda değerlemesinin tanım kümesini oluşturur [3]. Olasılık değerlemeleri, problemdeki şans değişkenlerinin birleşik olasılık dağılımlarının çarpımsal faktörlerini gösterir ve üçgen biçimli *olasılık düğümleri* ile temsil edilir. Bir olasılık değerlemesi ile doğrudan birleştirilen tüm değişkenler kümesi, olasılık değerlemesinin tanım kümesini oluşturur. Olasılık değerlemesi koşullu ise bu durum olasılık değerlemesine ilişkin düğümden ilgili değişkenlere doğru “yönlendirilmiş doğrular” ile belirtilir. Değerleme Ağında olasılık değerlemelerinin ayrıntıları sayısal düzeyde belirlenir.

Değerleme Ağının grafiksel düzeyinde, karar ve şans düğüm çiftleri arasında yönlendirilmiş yaylar yer almaktadır. Yönlendirilmiş bu yaylar *bilgi kısıtlarını* temsil etmek için kullanılır. Bir başka ifadeyle, karar vericinin hangi noktada neyi bildiği karar ve şans değişkenleri arasındaki yönlü yaylar (\rightarrow) ile belirtilir. R 'nin bir şans değişkeni ve D 'nin de bir karar değişkeni olduğu varsayıldığında $R \rightarrow D$ yayı, karar vericinin D 'nin çerçevesi içinden bir alternatifi seçtiğinde, R 'nin gerçek değerini biliyor olması anlamındadır. $D \rightarrow R$ yayı ise, karar vericinin D 'nin çerçevesi içinden bir alternatifi seçtiğinde, R 'nin gerçek değerini bilmiyor olması gerçeğini yansıtır [12].

Bağımlılık düzeyi de grafiksel düzey gibi sadece nitel (ya da sembolik) bilgi içerir. Yukarıda da belirtildiği gibi her X değişkeninin alabileceği değerler değişkene ilişkin *çerçeveyi* oluşturur. Tüm değişkenlerin sonlu sayıda çerçeveye sahip olduğu varsayılır. Bir karar değişkeninin çerçevesi, karar verici için mümkün alternatiflerden oluşur [7]. Bir şans değişkeninin çerçevesi şans değişkeninin alabileceği tüm değerlerdir.

Bir problemde gösterge değerlemelerini kullanarak, değişkenlerin altkümesi için *etkin çerçeve* tanımlanır. s için etkin çerçeve, s için çerçevenin bir alt kümesidir. Çözüm tekniğinin, hesaplama etkinliği kısmen, bütün çerçeveler üzerinde çalışmak yerine etkin çerçeveler üzerinde çalışmanın sonucunda ortaya çıkmaktadır [9].

* Grafiklerdeki daire, kare, düzgün dörtgen gibi elemanları kastetmek üzere kullanılmıştır.

s 'nin değişkenlerin bir alt kümesi olduğu varsayıldığında s için etkin çerçeve izleyen iki adım ile tanımlanır: Birinci adımda, s 'deki bir değişkeni kapsayan tanım kümesi içindeki gösterge değerlemeleri birleştirilir. İkinci adımda, s içinde olmayan değişkenleri çıkarma amacıyla birleştirme sonuçları marjinalize edilir [8].

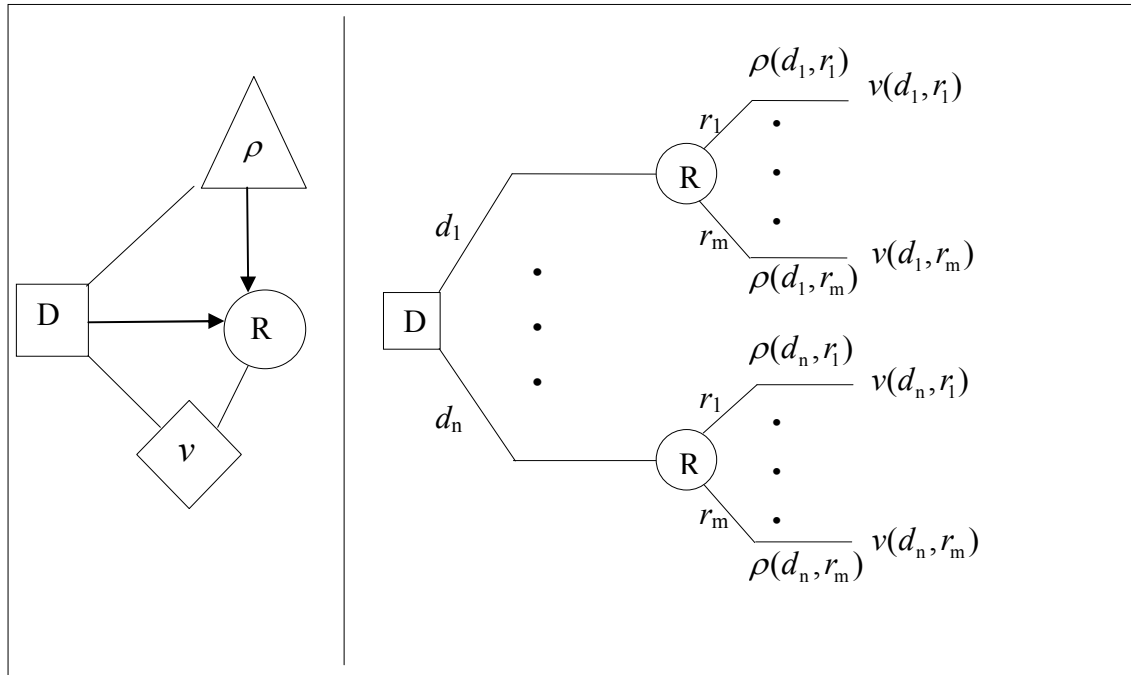
Olasılık ve fayda değerlemelerindeki tüm sayısal bilgi yalnızca etkin çerçeveler için tanımlanır. Ayrıca, çözüm aşamasında, tüm sayısal hesaplamalar etkin çerçeveler üzerinde gerçekleştirilir.

Sayısal düzeyde, fayda ve olasılık değerlemelerinin ayrıntıları belirlenmektedir. \mathcal{X}_D , tüm karar değişkenleri kümesi ve \mathcal{X}_R , tüm şans değişkenleri kümesini göstermek üzere; $\mathcal{X} = \mathcal{X}_D \cup \mathcal{X}_R$ tüm değişkenler kümesini temsil etmek için kullanılmaktadır.

$u \subseteq \mathcal{X}$ olduğu varsayıldığında u için fayda değerlemesi olan v , \mathbb{R} gerçek sayılar kümesi olmak üzere $v: \Omega_u \rightarrow \mathbb{R}$ biçiminde bir fonksiyondur [2]. v 'nin değerleri faydalardır. Eğer v , u için bir fayda değerlemesi ise, u , v 'nin *tanım kümesidir*.

$\Delta_C = \{\{D\}, \{R\}, \{v\}, \{\rho\}, \rightarrow\}$ biçiminde gösterilebilen kanonik Değerleme Ağı, karar değişkeni D , şans değişkeni R , fayda değerlemesi v , olasılık değerlemesi ρ ve bilgi kısıtlarından (öncelik ilişkilerini gösteren oklardan (\rightarrow)) oluşur [7]. Karar değişkeninin sonlu çerçevesi W_D , şans değişkeninin sonlu çerçevesi ise W_R olarak gösterilir. $\{D, R\}$ için bir fayda değerlemesi v iken, ρ , $\{D\}$ bilindiğinde $\{R\}$ için bir koşullu olasılıktır ve $D \rightarrow R$ olarak gösterilen bir öncelik ilişkisi mevcuttur.

Kanonik bir Değerleme Ağına ve buna karşılık gelen bir Karar Ağacına Şekil 2'de yer verilmiştir.



Şekil 2. Kanonik değerlendirme ağı ve karşılığı olan karar ağacı gösterimi

Kanonik Değerleme Ağında W_D 'nin elemanları alternatifler (seçenekler), W_R 'nin elemanları ise doğal durumlardır. $\{D\}$ bilindiğinde $\{R\}$ için bir koşullu olasılık olan ρ , $\{R\}$ için olasılık dağılımı ailesidir ve her alternatif için $\mathbf{d} \in W_D$ dir. Diğer bir ifadeyle şans değişkeni R 'nin olasılık dağılımı, karar verici

tarafından seçilen \mathbf{d} alternatifi üzerinde koşulludur. $D = \mathbf{d}$ bilindiğinde, $\rho(\mathbf{d}, \mathbf{r})$ olasılığı, $R = \mathbf{r}$ 'nin koşullu olasılığı olarak yorumlanabilir. Bu nedenle $\{D\}$ bilindiğinde $\{R\}$ için bir koşullu olasılık olan ρ ,

$$\rho^{\downarrow\{D\}}(\mathbf{d}) = 1 \quad , \quad \text{tüm } \mathbf{d} \in \mathcal{W}_D \text{ için}$$

biçimindedir.

v fayda değerlemesi, koşullu fayda fonksiyonudur. Karar verici \mathbf{d} alternatifini seçerse ve doğal durum \mathbf{r} hakimse karar verici için fayda $v(\mathbf{d}, \mathbf{r})$ olur. $D \rightarrow R$ biçimindeki öncelik ilişkisinde (\rightarrow) işareti doğal durumun gerçek değerinin yalnızca karar vericinin bir alternatifi seçmesinin ardından ortaya çıkacağını ifade etmektedir [7].

Karar problemlerinin Değerleme Ağı gösterimlerinin çözümünde füzyon algoritması kullanılır [11]. Bu amaçla gerçekleştirilen tüm hesaplamalar yalnızca etkin çerçeveler üzerinde gerçekleştirilmektedir. Bir gösterge değerlemesi, değerleri 0 ya da 1 olan bir fonksiyon olarak ele alındığında, gösterge değerlemelerinin marjinalizasyonu silinen değişkenlerin çerçevesi üzerinde Boolean toplamaya ve gösterge değerlemelerinin birleşimi Boolean çarpmaya eşittir. Marjinalerin hesaplanmasındaki Boolean toplama ve Boolean çarpma, bölgesel hesaplamaya izin vermektedir. Bu nedenle etkin çerçeveleri bulmak için bölgesel hesaplama kullanılabilir. Etkin çerçevelerin hesaplama işlemi Değerleme Ağı çözüm süreci boyunca yapılır. Bu hesaplama, olasılık ve fayda değerlemelerinin sayısal ayrıntıları belirlenmeden önce de yapılabilir.

4. Uygulama

4.1. Karar problemi

Bir lojistik firması araç filosunun bir bölümünü yenileme durumundadır (Ticari kaygılardan dolayı lojistik firması isminin çalışmada kullanılmasını istememiştir). Bu amaçla kararını bilimsel destek yardımıyla vermek istemektedir. İlk aşamada mevcut filo içindeki araç çeşitliliği incelenip ihtiyacın hafif ticari araç kategorisinde yoğunlaştığı saptanmıştır. Öte yandan firma yeni araçların eldeki genel araç portföyüne uygun olmasını istemektedir. Dahası, araçları kasasız alıp firmaya özgü taşımacılık standartlarının sağlanması amacıyla araç kasalarının firma bünyesinde yapılması eğilimindedir. Bu nedenle şasi biçiminde tanımlanan araçlardan edinme firmanın önceliğinde bulunmaktadır. Geçmiş deneyimlere ilişkin kayıtlar incelendiğinde şasi araçların iki farklı tedarikçi firma tarafından sağlanabildiği görülmüştür. Bu bilgilerden hareketle kurulan iletişim sonrasında söz konusu iki tedarikçiden yalnızca birinin şasi seçeneği konusunda destek verebileceği ortaya çıkmıştır. Böylelikle mevcut filo içinde yer alan araçlardan yalnızca birinden (D) marka (model)den araç temin edilebileceği belirlenmiştir. Diğer yandan son yıllarda lojistik sektöründe küçük paket gönderim hacminin arttığı da bilinmektedir. Bu gerçekten hareketle firma yetkilileri, mevcut filo içinde yer almayan küçük boyutlu araç temini fikrini de göz önünde bulundurmaktadır. Ama bu tip araç filolarında mevcut olmadığından böylesi bir aracı zaman içinde deneyip aracın arıza eşliğinin kendilerince kabul edilebilir olduğunu görmek istemektedir. Bu amaçla piyasa araştırması yapıp deneme kullanımına ücretsiz izin veren bir tedarikçi bulunmuştur. Bu tedarikçiden edinilen araç (F olarak adlandırılın) performansı 200000 km boyunca izlenmiş, gerekli bakımlar gerçekleştirilmiş ve bunlar kaydedilmiştir. Araç temini işlemi (F) modelinin 200000 km lik test süresinin bitimine kadar ertelenmiştir. Deneme kullanımı sonunda, filo içi şasi ve filo dışı küçük araç arasında tercih yapılması aşamasına gelinmiştir. Bu noktada, firmanın araç bakım sorumlusu deneme aracına ilişkin verilerin tek bir araca yönelik olduğu gerekçesiyle genellemenin sağlıklı olmayacağını savunup en azından 2 aracın daha denenmesini önermişse de bu öneri tedarikçi firma tarafından kabul görmemiştir.

Firma yetkililerinin probleme ilişkin olarak elde ettikleri istatistikler izleyen kesimde verilmiştir.

a) Geçmiş kayıtlara göre filo içi (D)'nin arıza olasılıkları, Day, "D'de arıza yok", Dav, "D'de arıza var" olmak üzere, $P(\text{Day}) = 0,86$, $P(\text{Dav}) = 0,14$ değerlerine sahiptir.

b) Filo dışı (F)'ye ilişkin arıza olasılıkları;

b1) Denenen bir araç için (F)'nin arıza olasılıkları, Fay, Fka ve Fba sırasıyla "F'de arıza yok", "F'de küçük arıza" ve "F'de büyük arıza" durumlarını göstermek üzere, $P(\text{Fay}) = 0,68$, $P(\text{Fka}) = 0,20$, $P(\text{Fba}) = 0,12$ olarak bulunmuştur.

b2) (F)'yi pazarlayan firma test araçlarının arıza yapma olasılıklarını Tay, Tka ve Tba sırasıyla "Test sonucunda arıza yok", "Test sonucunda küçük arıza var" ve "Test sonucunda büyük arıza var" durumlarını göstermek üzere, $P(\text{Tay}) = 0,80$, $P(\text{Tka}) = 0,15$, $P(\text{Tba}) = 0,05$ olarak vermiştir.

Yukarıda sıralanan bu istatistiklere ek olarak, firma bakım atölyesi yetkilisi (F)'nin 2.bir aracı için test yapma kararı vermeleri halinde, örnek arabanın istatistiklerinden yola çıkarak yeni test sonuçlarının olabirliklerini $P(\text{Tka}|\text{Fay}) = 0,15$, $P(\text{Tay}|\text{Fay}) = 0,85$, $P(\text{Tba}|\text{Fka}) = 0,24$, $P(\text{Tka}|\text{Fka}) = 0,60$, $P(\text{Tay}|\text{Fka}) = 0,16$, $P(\text{Tba}|\text{Fba}) = 0,85$, $P(\text{Tka}|\text{Fba}) = 0,10$, $P(\text{Tay}|\text{Fba}) = 0,05$ olarak belirtmiştir.

Öte yandan test sürecinde büyük arıza ortaya çıktığında (F) marka aracın filoya katılımı gerçekleştirilmeyecektir.

(D) ve (F) marka araçların genel özellikleri farklı olduğundan lojistik firma yetkililerinin araç fiyatlarını karşılaştırma yoluyla sağlıklı bir çözüme ulaşmaları mümkün değildir. Bu nedenle, fayda fonksiyonunun araç fiyatından daha çok memnuniyet konusu üzerinde yoğunlaşmasının akılcı olacağı görüşü ağırlık kazanmıştır. Bu görüş doğrultusunda lojistik firması, araç edinmeden beklediği kazancı en yüksek memnuniyet olarak benimsemiştir. Bu amaçla bakım atölyesi yetkilileri (D) ve (F) marka araçların memnuniyeti için 0 ile 100 arasında değişen bir ölçek geliştirmiştir. Buna göre belirlenen fayda fonksiyonu bileşenleri ve bunların (D) ve (F) araçları için memnuniyet değerleri Çizelge 1'de verilmiştir.

Çizelge 1. Fayda fonksiyonu bileşenlerine karşılık gelen fayda değerleri

	MEMNUNİYET (FAYDA) DEĞERLERİ	
	(D)	(F)
Renk Seçimi	100	100
Lastik kullanımı	20	85
İyi niyet garantisi	40	90
Özel araç alım indirimi	20	80
Yıllık vergi	20	100
Km başına bakım	40	90
Şasi seçeneği	100	0
Yakıt maliyeti	25	75
Ek kasa yapımı	0	100

Çizelge 1'den memnuniyet arttıkça kazancın da arttığı düşünülerek 100'e yakın, memnuniyet azaldıkça kazancın düşeceği varsayımı ile 0'a yakın bir değer atanmış olduğu görülmektedir.

Arıza durumlarının memnuniyet derecesini negatif yönde etkilediği kabul edilerek, 0 ile 100 arasında değişen ölçek arıza durumları için negatif yönde kullanılmıştır. Buna göre firma bakım atölyesi yetkilileri (D) için arıza durumunun memnuniyet derecesinin 50 birim düşüreceğini, (F) için küçük arıza durumunun memnuniyet derecesini 40 birim, büyük arıza durumunun ise 75 birim düşüreceğini belirtmişlerdir.

Son olarak ikinci bir test aracının ücretsiz olarak verilmemesi ve test yapma kararı verildiğinde araç alımı için beklenen sürenin uzaması gerekçelerinden dolayı test yapma kararının fayda değeri üzerinde 100 birim negatif etki yaratacağı kabul edilmiştir.

Bu verilerden hareketle lojistik firması faydasını en yüksek kılmak amacıyla, test aracı alıp almama (test yapma\test yapmama) ve hangi marka araç alması gerektiğine karar vermek durumundadır.

İzleyen kesimde, ardışık iki kararın söz konusu olduğu bu problem, çalışmada ele alınan grafiksel teknikler yardımıyla çözülmüş ve en yüksek faydayı sağlayacak karar alternatifleri belirlenmiştir. Sayısal hesaplamalar için Microsoft Excel programından yararlanılmış ve bu hesaplamalar çizelgeler biçiminde çözüm sürecine eklenmiştir.

4.2. Problemin karar ağacı çözümü

Lojistik firmasının araç temini kararı, Karar Ağacı yardımıyla alınmak istendiğinde problem öncelikle Karar Ağacı ile gösterilip daha sonra çözülecektir.

4.2.1. Problemin karar ağacı gösterimi

(D) ve (F) marka araçların arıza yapma olasılıkları, F aracı için test yapılması durumunda Test sonuçlarının olasılıkları, Excel programında Çizelge 2’de verilen biçimde düzenlenmiştir. F aracı için test yapılması durumunda ek bilgi elde edileceğinden, test yapıldıktan sonra F marka araca ilişkin olasılıklar Bayes kuralı kullanılarak yeniden hesaplanmış ve hesaplama sonucunda elde edilen olasılık değerleri de Çizelge 2’de verilmiştir.

Çizelge 2. Başlangıç ve Bayes olasılıkları

Başlangıç Olasılıkları		F için Test Olasılıkları		Bayes Olasılıkları	
F için Olasılıklar		P(Tba Fay)	0	P(Fay Tka)	0,44
P(Fay)	0,68	P(Tka Fay)	0,15	P(Fay Tay)	0,94
P(Fka)	0,20	P(Tay Fay)	0,85	P(Fka Tba)	0,32
P(Fba)	0,12	P(Tba Fka)	0,24	P(Fka Tka)	0,51
D için Olasılıklar		P(Tka Fka)	0,60	P(Fka Tay)	0,05
P(Day)	0,86	P(Tay Fka)	0,16	P(Fba Tka)	0,68
P(Dav)	0,14	P(Tba Fba)	0,85	P(Fba Tay)	0,05
F için Test Sonuçlarının Olasılıkları		P(Tka Fba)	0,10	P(Fba Tka)	0,01
P(Tay)	0,80	P(Tay Fba)	0,05		
P(Tka)	0,15				
P(Tba)	0,05				

Bayes olasılıkların hesaplanmasında

$$P(\theta_i | x) = \frac{P(x | \theta_i)P(\theta_i)}{\sum_{i=1}^k P(x | \theta_j)P(\theta_j)}$$

formülü kullanılmıştır [10].

Problemde fayda fonksiyonuna ilişkin olarak verilen bilgilerden yola çıkılarak Karar Ağacının bitiş noktalarında yer alan fayda değerleri hesaplanmış ve Çizelge 3’te verilen biçimde tablolaştırılmıştır.

Çizelge 3'ün sol sütununda, fayda fonksiyonunun bileşenlerine karşılık gelen değerler toplanarak (F) ve (D) için toplam fayda değerleri bulunmuştur. Sağ sütunda ise araçlardaki arıza durumuna göre net fayda değerleri hesaplanmıştır.

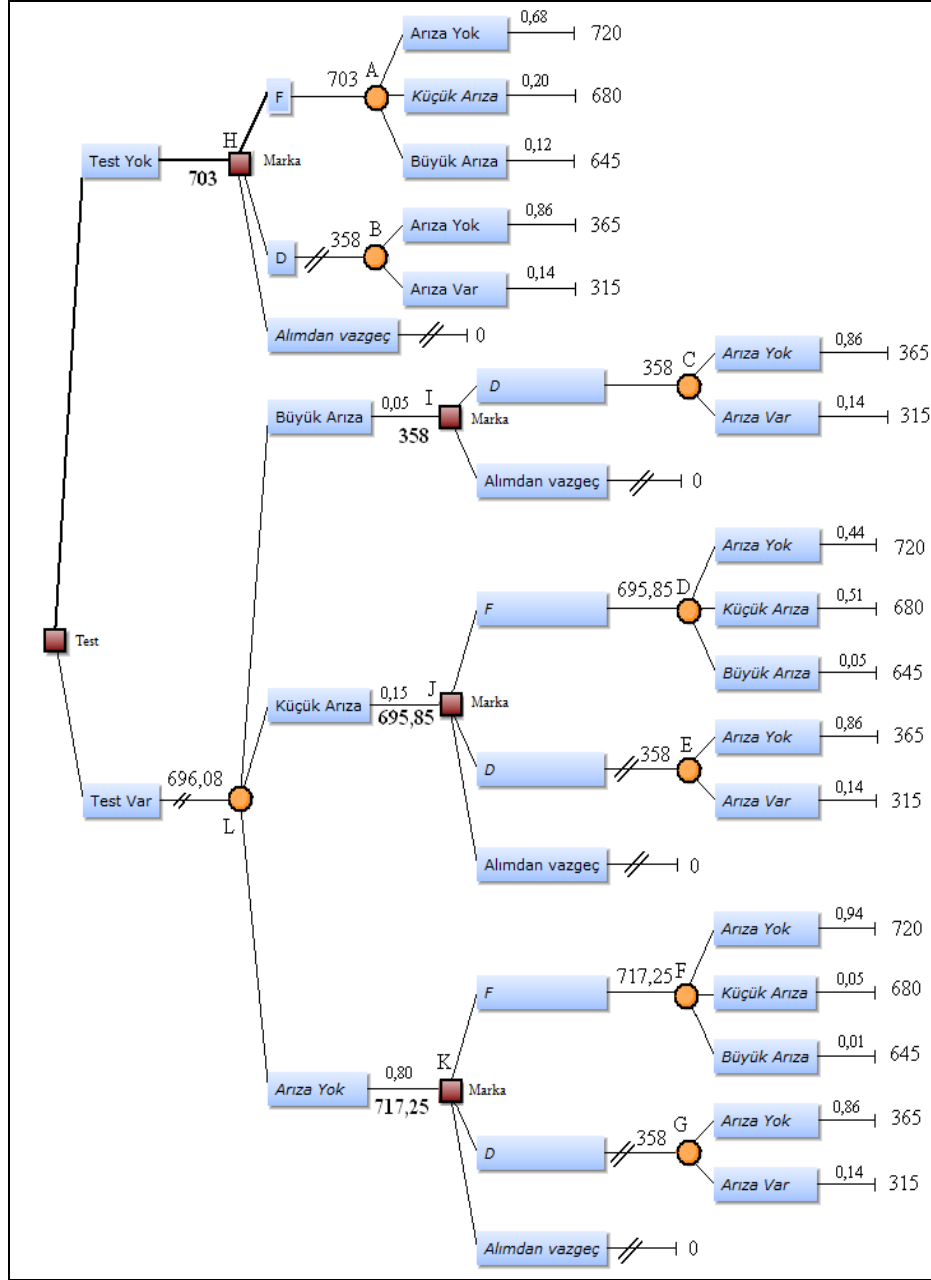
Çizelge 3. Fayda değerleri çizelgesi

Fayda Değerleri			Bitiş Noktalarındaki Net Fayda Değerleri	
	F	D		
İstenen renge boyama	100	100	Fay	720
Lastik kullanımı	85	20	Fka	680
İyi niyet garantisi	90	40	Fba	645
Özel araç alım indirimi	80	20		
Yıllık vergi	100	20	Day	365
Km başına bakım	90	40	Dav	315
Şasi seçeneği	0	100		
Yakıt maliyeti	75	25		
Ek kasa yapımı	100	0		
Toplam fayda değeri	720	365		
Küçük arıza	-40			
Büyük arıza	-75	-50		
Test maliyeti	100			

Net fayda değerlerinin (ya da Karar Ağacındaki sonuçların) hesaplanması sonrası probleme ilişkin Karar Ağacı Şekil 3'te verilen biçimde ortaya çıkmıştır.

4.2.2. Problemin karar ağacı çözümü

Problemin çözümünde öncelikle, bitiş noktalarından geriye doğru beklenen değerler hesaplanır. Bu amaçla Şekil 3'te verilen Karar Ağacında bir şans düğümüne bağlanan bitiş dalları için beklenen değerler; her bir şans dalının sonucu ile bunlara karşılık gelen olasılıklarının çarpımlarının toplamı biçiminde hesaplanmıştır. İlgili şans düğümleri Şekil 4'te verildiği biçimde harfler ile temsil edildiğinde her bir şans düğümünün beklenen değeri aşağıdaki eşitlikler yardımıyla hesaplanmıştır. Böylelikle problemin Karar Ağacı çözümü tamamlanmış olmaktadır. En yüksek beklenen fayda **703** olarak bulunmuş ve bu faydayı sağlayan kararlar **test yapmamak** ve **F markasını almak** biçiminde belirlenmiştir. Çözüm sürecinde en iyi olarak belirlenmiş karar dalları Şekil 3'de verilen biçimde kalın olarak vurgulanmıştır.



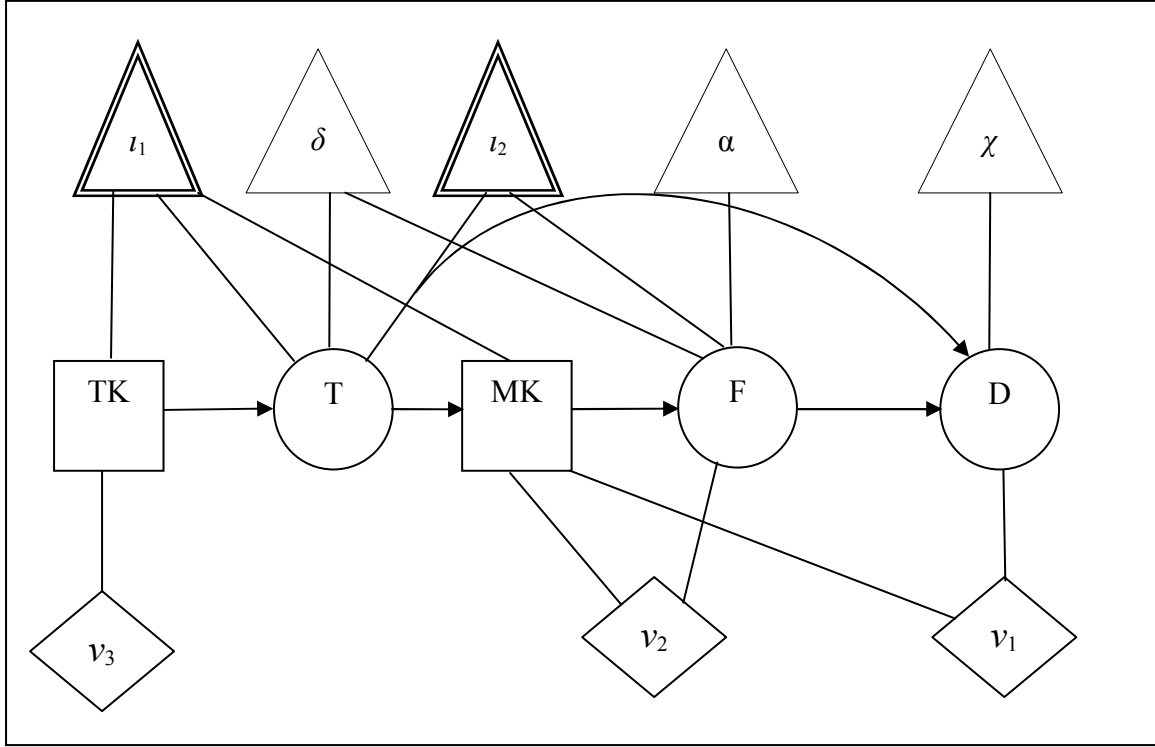
Şekil 3. Problemin karar ağacı çözümü

4.3. Problemin değerlendirme ağı gösterimi

Problemin Değerleme Ağı çözümünde problem öncelikle Değerleme Ağı ile gösterilip daha sonra çözülmüştür.

Problemin Değerleme Ağı ile gösterimi grafiksel, bağımlılık ve sayısal olmak üzere üç düzey biçiminde düzenlenmektedir.

Grafiksel düzeyde problem “Değerleme Ağı” adı verilen bir grafik yardımıyla betimlenmektedir. Araç edinme problemine ilişkin Değerleme Ağı Şekil 4’de verilmiştir.



Şekil 4. Problemin değerlendirme ağı ile gösterimi

Şekil 4'de yer alan Değerleme Ağındaki düğümlerin temsil ettiği değişken ve değerlemeler izleyen kısımda açıklanmıştır:

Karar düğümleri: Grafikte, karar değişkenlerini temsil etmek üzere TK ve MK ile gösterilen iki karar düğümü bulunmaktadır.

TK: Test kararını

MK: Marka kararını

temsil etmektedir.

Şans düğümleri: Şekil 4'de verilen Değerleme Ağında rassal değişkenleri temsil etmek üzere, T, F ve D ile temsil edilen üç şans düğümü yer almaktadır.

T: Testin olası sonuçlarını

F: F marka aracın olası arıza durumlarını

D: D marka aracın olası arıza durumlarını

temsil etmektedir.

Bilindiği gibi değişkenlerin farklı durumlarda alacağı değerler çerçeve olarak adlandırılmakta ve grafik üzerinde gösterilmeyip bir sonraki inceleme düzeyi olan bağımlılıkta belirlenmektedir.

Gösterge düğümleri: Grafikte gösterge değerlemelerini temsil eden l_1 ve l_2 biçiminde iki gösterge düğümü bulunmaktadır. Yönsüz doğrularla gösterge düğümüne doğrudan birleştirilen düğümler, gösterge

değerlemelerinin tanım kümesini oluşturduğundan Şekil 4'den izlenebildiği gibi ι_1 düğümünün tanım kümesi $\{TK, T, MK\}$ iken ι_2 gösterge düğümünün tanım kümesi $\{T, F\}$ 'dir.

Gösterge düğümleri karar ve şans değişkenlerinin birleşik çerçevelerine ilişkin nitel kısıtlamaları temsil ettiklerinden,

ι_1 gösterge değerlemesinin temsil ettiği nitel kısıtlama: Test sonuçları yalnızca “Test yapılınsın” kararı verildiğinde elde edilebilir ve MK düğümündeki seçenekler TK düğümündeki seçeneklere ve test sonuçlarına bağlıdır.

ι_2 gösterge değerlemesinin temsil ettiği nitel kısıtlama: F marka araçta gerçekte “arıza yok” iken, test sonucunun “büyük arıza” olması olasılığı 0'dır.

Olasılık düğümleri: Problemdaki şans değişkenlerinin olasılık dağılımlarını göstermektedir. Şekil 4'de δ , α ve χ ile temsil edilen üç olasılık düğümü bulunmaktadır. Olasılık düğümlerinden şans düğümlerine çizilen doğrular olasılık düğümlerinin tanım kümelerini belirtmektedir. Söz konusu doğruların yönlü olmasının olasılığın koşullu olduğunu gösterdiği de bilinmektedir. Şekil 4'de değişkenler ile olasılık düğümleri arasına çizilen tüm doğrular yönsüz olduğundan ilgili olasılıkların koşullu olasılık olmadıkları açıktır. δ olasılık düğümünün tanım kümesinin $\{T, F\}$, α olasılık düğümünün tanım kümesinin $\{F\}$ ve χ olasılık düğümünün tanım kümesinin $\{D\}$ olduğu Şekil 4'den anlaşılmaktadır.

Fayda düğümleri: Değerleme Ağında fayda değerlemelerini temsil eden v_1 , v_2 ve v_3 biçiminde üç fayda düğümü yer almaktadır. v_1 'in tanım kümesi $\{MK, D\}$, v_2 'nin tanım kümesi $\{MK, F\}$ ve v_3 'ün tanım kümesi $\{TK\}$ 'dir.

Bilgi kısıtları: Karar ve şans düğüm çiftleri arasındaki yönlü yaylar bilgi kısıtları olarak karar vericinin hangi noktada neyi bildiğini yansıttığına göre $TK \rightarrow T$ yayı, karar vericinin TK'nın çerçevesinden bir alternatif seçtiğinde T'nin gerçek değerini bilmediğini gösterir. $T \rightarrow MK$ yayı ise, karar vericinin MK çerçevesi içinden bir alternatif seçtiğinde T'nin gerçek değerini biliyor olacağını göstermektedir. Değerleme Ağındaki diğer karar ve şans düğümleri arasındaki yönlü yaylar da benzer şekilde yorumlanır.

Bilindiği gibi, bilgi kısıtları çözüm aşaması boyunca silinecek değişkenlerin silinme sırasının belirlenmesinde de kullanılmaktadır. Daha önce de belirtildiği gibi, karar düğümünden şans düğümüne yönlendirilmiş bir yol var ise şans düğümü karar düğümünden önce silinmelidir. Tersine şans düğümünden karar düğümüne yönlendirilmiş yol var olduğunda karar düğümü şans düğümünden önce silinmelidir.

Bağımlılık düzeyinde tüm değişkenlerin çerçeveleri ile gösterge değerlemelerinin ayrıntıları belirlenmektedir. Olasılık ve fayda değerlemelerindeki tüm sayısal bilgi yalnızca etkin çerçeveler için tanımlanacağından ve çözüm aşamasında tüm sayısal hesaplamalar etkin çerçeveler üzerinde gerçekleştirileceğinden bağımlılık düzeyinde değişkenlerin etkin çerçeveleri belirlenecektir. Buna göre karar ve şans değişkenlerinin etkin çerçeveleri;

TK karar düğümü için,

$\sim t$: test yapmama kararı, t : test yapma kararı

olmak üzere $\Omega_{TK} = \{\sim t, t\}$;

MK karar düğümü için,

h : hiçbir araç almama kararı, d : D marka araç alma kararı, f : F marka araç alma kararı

olmak üzere $\Omega_{MK} = \{h, d, f\}$;

T şans düğümü için,

Tsy: Test sonucunun elde edilmemesi durumu

Tba: Test sonucunda büyük arıza gözlenmesi durumu

Tka: Test sonucunda küçük arıza gözlenmesi durumu

Tay: Test sonucunda arıza gözlenmeme (arıza yok) durumu

olmak üzere $\Omega_T = \{Tsy, Tba, Tka, Tay\}$;

F şans düğümü için,

Fay: F marka araç alındığında, aracın arıza yapmama durumu

Fka: F marka araç alındığında, aracın küçük arıza yapma durumu

Fba: F marka araç alındığında, aracın büyük arıza yapma durumu

olmak üzere $\Omega_F = \{Fay, Fka, Fba\}$;

D şans düğümü için,

Day: D marka araç alındığında, aracın arıza yapmama durumu

Dav: D marka araç alındığında, aracın arıza yapma durumu

olmak üzere $\Omega_D = \{Day, Dav\}$ biçimdedir.

Gösterge değerlemelerinin ayrıntıları; t_1 için

$\Omega_{t_1} = \{(\sim t, Tsy, h), (\sim t, Tsy, d), (\sim t, Tsy, f), (t, Tba, h), (t, Tba, d), (t, Tka, h), (t, Tka, d), (t, Tka, f), (t, Tay, h), (t, Tay, d), (t, Tay, f)\}$;

ve t_2 için

$\Omega_{t_2} = \{(Fay, Tsy), (Fay, Tka), (Fay, Tay), (Fka, Tsy), (Fka, Tba), (Fka, Tka), (Fka, Tay), (Fba, Tsy), (Fba, Tba), (Fba, Tka), (Fba, Tay)\}$,olar

ak belirlenir.

t_1 gösterge değerlemesinin test yapılması ve test sonucunda “büyük arıza” olması durumunda F marka aracın alınmayacağı koşulunun problemde yarattığı asimetriyi yansıtmak üzere (t, Tba, f) durumunu içermediği görülmektedir.

t_2 gösterge değerlemesi ise F marka araçta gerçekte “arıza yok” iken, test sonucunun “büyük arıza” olması olasılığının 0 olduğunu yansıtmak üzere (Fay, Tba) durumunu içermemektedir.

Son olarak sayısal düzeyde fayda ve olasılık değerlemelerinin sayısal ayrıntıları belirlenmektedir. Problemden yer alan fayda değerlemelerine ilişkin ayrıntılar Çizelge 4'te olasılık değerlemelerine ilişkin ayrıntılar ise Çizelge 5'te verilmiştir.

Çizelge 4. Değerleme ağı fayda değerlemeleri çizelgesi

$\Omega_{(MK,D)}$		ν_1	$\Omega_{(MK,F)}$		ν_2
MK	D		MK	F	
h	Day	0	h	Fay	0
h	Dav	0	h	Fka	0
d	Day	365	h	Fba	0
d	Dav	315	d	Fay	0
f	Day	0	d	Fka	0
f	Dav	0	d	Fba	0
			f	Fay	720
			f	Fka	680
			f	Fba	645

$\Omega_{(TK)}$	ν_3
TK	
~t	0
t	-100

Çizelge 5. Değerleme ağı olasılık değerlemeleri çizelgesi

$\Omega_{(D)}$	γ	$\Omega_{(F,T)}$		δ
D		F	T	
Day	0,86	Fay	Tsy	1
Dav	0,14	Fay	Tka	0,15
		Fay	Tay	0,85
		Fka	Tsy	1
		Fka	Tba	0,24
		Fka	Tka	0,60
		Fka	Tay	0,16
		Fba	Tsy	1
		Fba	Tba	0,85
		Fba	Tka	0,10
		Fba	Tay	0,05

$\Omega_{(F)}$	α
F	
Fay	0,68
Fka	0,20
Fba	0,12

4.4. Problemin değerlendirme ağı çözümü

Değerleme Ağının çözümünde kullanılan füzyon algoritmasında bir değişken, değişkenle ilgili tüm değerlendirme (fayda, olasılık, gösterge) kümeleri üzerinde füzyon (eritme) işleminin uygulanması ile silinmektedir. Daha önceden belirtildiği biçimde tüm hesaplamalar etkin çerçeve üzerinde gerçekleştirilmektedir.

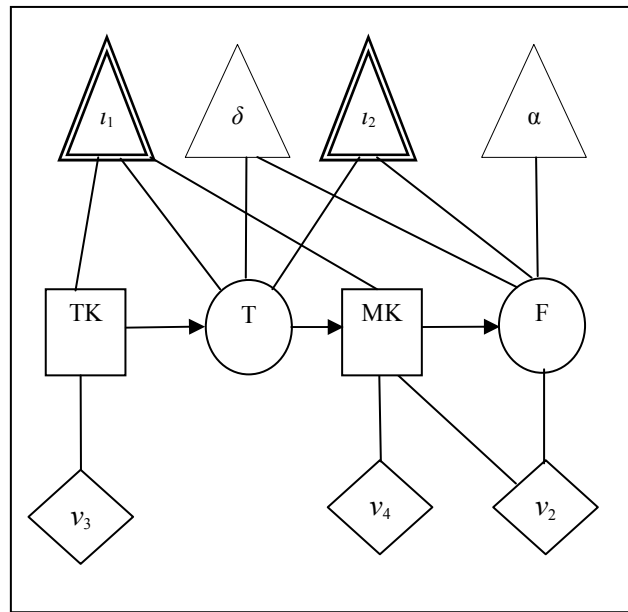
Bilgi kısıtlarına göre, Şekil 4’de verilen Değerleme Ağındaki değişkenlerin silinme sırası D, F, MK, T ve TK biçimindedir.

Problemdeki karar ve şans değişkenleri ile ilgili füzyon işlemleri aşağıda verilmiştir.

D düğümü ile ilgili füzyon: İlk olarak $\{t_1, t_2, v_2, v_3, (v_1 \otimes \chi)^{\downarrow MK}, \alpha, \delta\}$ değerlemeleri içinden D düğümü ile ilgili olan değerlemeler eritilecektir. Bu amaçla $\chi^{\downarrow \emptyset}$ 1’e özdeş olduğu için

$Fus_D = \{t_1, t_2, v_1, v_2, v_3, \chi, \alpha, \delta\} = \{t_1, t_2, v_2, v_3, (v_1 \otimes \chi)^{\downarrow MK}, \alpha, t_1\}$ olarak yazılır.

$v_4, (v_1 \otimes \chi)^{\downarrow MK}$, y1 göstermek üzere, D düğümü ile ilgili füzyon sonucu grafiksel olarak Şekil 5’de verilmektedir.



Şekil 5. D Düğümü ile ilgili füzyon işlemi sonrası değerlendirme ağı

Füzyon işlemine ilişkin sayısal hesaplamalar ise Çizelge 6’den izlenebilir.

Çizelge 6. D Düğümü ile ilgili füzyon işleminin sayısal hesaplamaları

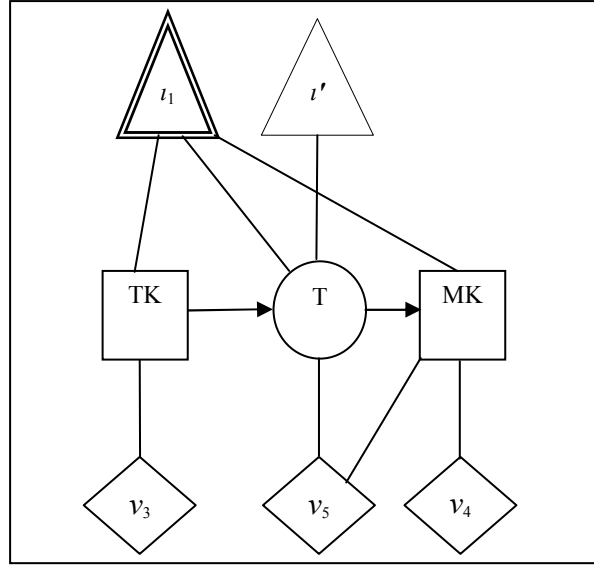
$\Omega_{(MK,D)}$					
MK	D	v_1	χ	$v_1 \otimes \chi$	$(v_1 \otimes \chi)^{\downarrow (MK)} = v_4$
h	Day	0	0,86	0	0
h	Dav	0	0,14	0	
d	Day	365	0,86	313,9	358
d	Dav	315	0,14	44,1	
f	Day	0	0,86	0	0
f	Dav	0	0,14	0	

F düğümü ile ilgili füzyon: $\{l_1, l_2, v_2, v_3, v_4, \alpha, \delta\}$ değerlemeleri içinden F düğümü ile ilgili olan değerlemeler eritilecektir. Füzyon formülü,

$$Fus_F = \{l_1, l_2, v_2, v_3, v_4, \alpha, \delta\} = \{l_1, v_3, v_4, (v_2 \otimes (\alpha \otimes \delta \otimes l_2) / (\alpha \otimes \delta \otimes l_2))^{\downarrow T} \downarrow_{\{MK, T\}}, (\alpha \otimes \delta \otimes l_2)^{\downarrow T}\}$$

olarak yazılır.

$v_5, (v_2 \otimes (\alpha \otimes \delta \otimes l_2) / (\alpha \otimes \delta \otimes l_2))^{\downarrow T} \downarrow_{\{MK, T\}}$ 'yi, $l', (\alpha \otimes \delta \otimes l_2)^{\downarrow T}$ 'yi göstermek üzere, F düğümü ile ilgili füzyonun sonucu grafiksel olarak Şekil 6'da verildiği gibidir.



Şekil 6. F Düğümü ile ilgili füzyon işlemi sonrası değerlendirme ağı

$$l' = (\alpha \otimes \delta \otimes l_2)^{\downarrow T} \text{ olduğundan } v_5 = (v_2 \otimes (\alpha \otimes \delta \otimes l_2) / l')^{\downarrow_{\{MK, T\}}}$$

olarak yazılır.

F düğümü ile ilgili füzyon işlemine ilişkin sayısal hesaplamalar Çizelge 7 ve Çizelge 8'de verilmiştir.

Çizelge 7. F Düğümü ile ilgili füzyon işleminin sayısal hesaplamaları (1)

$\Omega_{(T,F)}$		α	$\delta \otimes l_2 = l$	$\alpha \otimes l$	$(\alpha \otimes l)^{\downarrow T} = l'$	$(\alpha \otimes l) / (\alpha \otimes l)^{\downarrow T}$
T	F					
Tsy	Fay	0,68	1	0,68	1	0,68
Tsy	Fka	0,20	1	0,2		0,2
Tsy	Fba	0,12	1	0,12		0,12
Tba	Fka	0,20	0,24	0,048	0,15	0,32
Tba	Fba	0,12	0,85	0,102		0,68
Tka	Fay	0,68	0,15	0,102	0,234	0,44
Tka	Fka	0,20	0,60	0,12		0,51
Tka	Fba	0,12	0,10	0,012		0,05
Tay	Fay	0,68	0,85	0,578	0,616	0,94
Tay	Fka	0,20	0,16	0,032		0,05
Tay	Fba	0,12	0,05	0,006		0,01

Çizelge 8. F Düzümü ile ilgili füzyon işleminin sayısal hesaplamaları (2)

$\Omega_{(T,MK,F)}$						
T	MK	F	v_2	$(\alpha \otimes z)/(\alpha \otimes z)^{\downarrow T}$	$v_2 \otimes (\alpha \otimes z)/(\alpha \otimes z)^{\downarrow T=v'}$	$(v')^{\downarrow (T,MK)} = v_5$
Tsy	h	Fay	0	0,68	0	0
Tsy	h	Fka	0	0,2	0	0
Tsy	h	Fba	0	0,12	0	0
Tsy	d	Fay	0	0,68	0	0
Tsy	d	Fka	0	0,2	0	0
Tsy	d	Fba	0	0,12	0	0
Tsy	f	Fay	720	0,68	489,6	703
Tsy	f	Fka	680	0,2	136	
Tsy	f	Fba	645	0,12	77,4	
Tba	h	Fka	0	0,32	0	0
Tba	h	Fba	0	0,68	0	0
Tba	d	Fka	0	0,32	0	0
Tba	d	Fba	0	0,68	0	0
Tka	h	Fay	0	0,44	0	0
Tka	h	Fka	0	0,51	0	0
Tka	h	Fba	0	0,05	0	0
Tka	d	Fay	0	0,44	0	0
Tka	d	Fka	0	0,51	0	0
Tka	d	Fba	0	0,05	0	0
Tka	f	Fay	720	0,44	313,85	695,64
Tka	f	Fka	680	0,51	348,72	
Tka	f	Fba	645	0,05	33,08	
Tay	h	Fay	0	0,94	0	0
Tay	h	Fka	0	0,05	0	0
Tay	h	Fba	0	0,01	0	0
Tay	d	Fay	0	0,94	0	0
Tay	d	Fka	0	0,05	0	0
Tay	d	Fba	0	0,01	0	0
Tay	f	Fay	720	0,94	675,58	717,19
Tay	f	Fka	680	0,05	35,32	
Tay	f	Fba	645	0,01	6,28	

Tüm hesaplamaların etkin çerçeveler üzerinde gerçekleştirildiğinden, MK düğümüne ilişkin füzyon öncesinde $\{T, MK, F\}$ 'nin etkin çerçevesinin belirlenmesi gerekmektedir. $\{T, MK, F\}$ 'nin etkin çerçevesi $i_1^{\downarrow (T,MK)} \otimes i_2$ olarak hesaplanır.

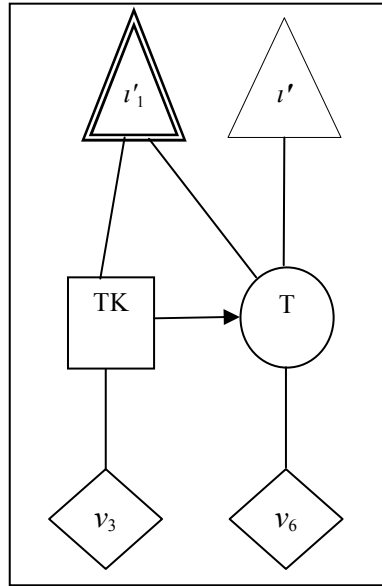
Etkin çerçeve üzerinde çalışmanın yararı, $T = Tba$, $MK = f$, $F = Fay$ vb. gibi mümkün olmayan senaryolar için fayda hesaplaması yapılmaması biçiminde özetlenebilir.

MK düğümü ile ilgili füzyon: $\{i_1, v_3, v_4, v_5, i'\}$ değerlemeleri içinden MK düğümü ile ilgili olan değerlemeler eritilecektir. MK düğümü ile ilgili füzyon

$$Fus_{MK} = \{i_1, v_3, v_4, v_5, i'\} = \{(i_1 \otimes \xi_{MK})^{\downarrow (TK,T)}, v_3, (v_4 \otimes v_5)^{\downarrow T}, i'\}$$

MK için karar fonksiyonunun gösterge değerlemesi ξ_{MK} ile gösterilir. ξ_{MK} değeri $(v_4 \otimes v_5)^{\downarrow (T)}$ 'nin hesaplanması sırasında bulunmuştur.

v_6 , $(v_4 \otimes v_5)^{\downarrow T}$ 'yi ve $l_1' \{l_1 \otimes \xi_{MK}\}^{\downarrow \{TK, T\}}$ 'yi göstermek üzere, MK düğümü ile ilgili füzyon sonucu grafiksel olarak Şekil 7'de verildiği gibidir.



Şekil 7. MK Düğümü ile ilgili füzyon işlemi sonrası değerlendirme ağı

MK düğümü ile ilgili füzyon işlemine ilişkin sayısal hesaplamalar da Çizelge 9'da verilmiştir.

Çizelge 9. MK Düğümü ile ilgili füzyon işleminin sayısal hesaplamaları

$\Omega_{\{T, MK\}}$						
T	MK	v_4	v_5	$v_4 \otimes v_5$	$(v_4 \otimes v_5)^{\downarrow T} = v$	Ψ_{MK}
Tsy	h	0	0	0	703	f
Tsy	d	358	0	358		
Tsy	f	0	703	703		
Tba	h	0	0	0	358	d
Tba	d	358	0	358		
Tka	h	0	0	0	695,64	f
Tka	d	358	0	358		
Tka	f	0	695,64	695,641		
Tay	h	0	0	0	717,19	f
Tay	d	358	0	358		
Tay	f	0	717,19	717,1916		

l_1' ilişkin hesaplamalar sembolik olarak izleyen biçimde gösterilebilir. MK için karar fonksiyonunun etkin çerçevesi $\Omega_{\xi_{MK}}$,

$\Omega_{\xi_{MK}} = \{(Tsy, d), (Tba, d), (Tka, d), (Tay, f)\}$ biçimindedir.

l_1 daha önce tanımlanmakla birlikte, $l_2 \otimes \xi_{MK}$ 'nin etkin çerçevesi,

$\Omega_{t_2 \otimes \xi_{MK}} = \{(\sim t, Tsy, d), (t, Tba, d), (t, Tka, d), (t, Tay, f)\}$ olarak yazılır.

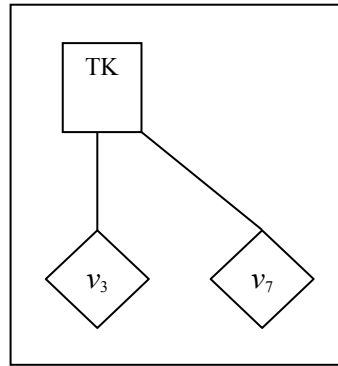
Son olarak $t_1' = (t_1 \otimes \xi_{MK})^{\downarrow\{TK, T\}}$ nin etkin çerçevesi,

$\Omega_{t_1'} = \{(\sim t, Tsy), (t, Tba), (t, Tka), (t, Tay)\}$ biçimindedir.

T düğümü ile ilgili füzyon: $\{t_1', v_3, v_6, t'\}$ değerlemeleri içinden T düğümü ile ilgili olan değerlemeler eritilir. Tek şans düğümü olarak kaldığı için füzyon formülü,

$Fus_T = \{t_1', v_3, v_6, t'\} = \{v_3(t' \otimes t_1' \otimes v_6)^{\downarrow TK}\}$ olarak yazılır.

$v_7, (t' \otimes t_1' \otimes v_6)^{\downarrow TK}$ yi göstermek üzere, T düğümü ile ilgili füzyon sonucu grafiksel olarak Şekil 8'de verildiği gibidir.



Şekil 8. T Düğümü ile ilgili füzyon işlemi sonrası değerlendirme ağı

T düğümü ile ilgili füzyon işlemine ilişkin sayısal hesaplamalar Çizelge 10'da verilmiştir.

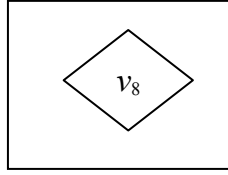
Çizelge 10. T Düğümü ile İlgili Füzyon İşleminin Sayısal Hesaplamaları

$\Omega_{\{TK, T\}}$					
TK	T	$t_1' \otimes t'$	v_6	$t_1' \otimes t' \otimes v_6$	$(t_1' \otimes t' \otimes v_6)^{\downarrow T} = v_7$
$\sim t$	Tsy	1	703	703	703
t	Tba	0,05	358	17,9	696
t	Tka	0,15	695,64	104,35	
t	Tay	0,80	717,19	573,75	

TK düğümü ile ilgili füzyon: TK düğümü ile ilgili olan $\{v_3, v_7\}$ değerlemeleri eritilir. TK bir karar düğümü olduğu için füzyon formülü,

$Fus_{TK} = \{(v_3 \otimes v_7)^{\downarrow \emptyset}\}$ olarak yazılır.

$v_8, (v_3 \otimes v_7)^{\downarrow \emptyset}$ yi göstermek üzere, TK düğümü ile ilgili füzyon sonucu grafiksel olarak Şekil 9'da verildiği gibidir.



Şekil 9. TK Düğümü ile ilgili füzyon işlemi sonrası değerlendirme ağı

TK düğümü ile ilgili füzyon işlemine ilişkin sayısal hesaplamalar Çizelge 11’de verilmiştir.

Çizelge 11. TK Düğümü ile ilgili füzyon işleminin sayısal hesaplamaları

Ω_{TK}					
TK	v_7	v_3	$v_7 \otimes v_3$	$(v_7 \otimes v_3)^{\downarrow \oplus} (\oplus)$	$\Psi_{TK}(\oplus)$
$\sim t$	703	0	703	703	$\sim t$
t	696	-100	596,00		

MK karar düğümü için Çizelge 9 ve TK karar düğümü için Çizelge 11 incelendiğinde optimal politikanın **test yapmamak** ($\sim t$), ve **F marka aracı almak** (f) biçiminde olduğu görülmektedir. Bu politika uygulandığında elde edilecek fayda değeri **703** olarak ortaya çıkacaktır.

5. Sonuç

Karar teorisinde, karar problemlerinin modellenmesi ve çözümü için geleneksel çözüm yaklaşımı sonuç matrisinin kullanılmasıdır. Bununla birlikte birden fazla kararın ardışık olarak verilmesini gerektiren karar problemlerinde, sonuç matrisi yetersiz kaldığından bunun yerine grafiksel karar verme yaklaşımları tercih edilmektedir.

Bu çalışmada, grafiksel karar tekniklerinden *Karar Ağacı* ve daha az bilinen ve üzerinde çalışmalar sürdürülen yeni bir grafiksel yaklaşım olan *Değerleme Ağının* genel özellikleri aktarılmış ve her iki teknik, bir lojistik işletmesinin filo araç temini kararında uygulanmıştır.

Uygulama bölümünde verilen problemin modelleme ve çözüm sürecinden izlenebildiği gibi, Karar Ağacı bir karar probleminin yapısını tüm ayrıntılarıyla ve kronolojik olarak göstermektedir. Bu açıdan karar probleminin anlaşılmasını ve çözümünü kolaylaştırmaktadır. Asimetrik yapıları problemlerde, asimetriyi göstermek için doğrudan senaryoları kullandığından, modele yapay durumlar ve değişkenler eklenmesine gerek kalmamaktadır. Bir değişken senaryo ile ilgili değilse, Karar Ağacı gösterimi bu değişkeni içermeyecektir.

Yukarıda sıralanan güçlü yanlarına karşın karar problemindeki değişken sayısı arttığında, buna bağlı olarak Karar Ağacının boyutunun da büyüyeceği ve Karar Ağacı gösteriminin karmaşıklaşacağı açıktır. Karar Ağacının boyutu büyüdüğünde, bu olumsuzluğu ortadan kaldırma amacıyla ortak senaryoları birleştirme işlemi uygulanabilse de, bu işlemin kolaylıkla gerçekleştirilemeyeceği göz önünde bulundurulmalıdır. Çünkü bu işlem, birleşmemiş ağacın tamamını oluşturmayı ve sonrasında tekrarlanan alt ağaçların belirlenerek birleştirilmesini gerektirmektedir. Bu da Karar Ağacı gösteriminin temel darboğazı olarak kabul edilip, Karar Ağacı tekniğini küçük karar problemlerinin gösterimi için kullanmakla sınırlandırır. Problemlerde yer alan bazı olasılıkların yeniden hesaplanabilmesine olanak sağlayan ek bilgi olduğunda, olasılıklar Karar Ağacı oluşturulmadan önce Bayes kuralı ile yeniden hesaplanır. Olasılıklar üzerinde bu şekilde ön işlem yapılması, ayrı bir hesaplama gayreti gerektirir.

Diğer yandan Değerleme Ağı, problemin gösterimi için karar ağacından daha öz bir grafik kullanmakta ve değişkenler arasındaki bağımlılık ilişkilerine olasılık modelinde yer vermektedir. Karar Ağacında olduğu

gibi olasılıklar için ön işlem yapılması gerekmez, her olasılık modeli doğrudan gösterilebilir. Olasılık modelinin doğrudan gösterimi için sadece her bir şans değişkenine ilişkin birleşik olasılık dağılımının faktörlere ayrılması gereklidir. Problemdaki asimetri gösterge değerlemeleri yardımıyla yansıtılır. Gösterge değerlemeleri asimetriyi parça parça ve tekrarlama olmaksızın yansıtmaktadır. Gösterge değerlemeleri aynı zamanda etkin çerçevelerin tanımlanmasında da kullanılır ve etkin çerçeve, ilgili olduğu değişkenlere ilişkin tüm asimetri bilgisini içerir. Bu özellik, gösterimi basitleştirme katkısı sağlamaktadır. Tüm hesaplamaların etkin çerçeveler üzerinde gerçekleştirilmesi ise çözüm tekniğini daha da etkin kılmaktadır. Problem simetrik olduğunda Karar Ağacının çözüm tekniğinden de daha etkin olacaktır. Ancak problem asimetrik olduğunda çözüm aşamasında asimetriyi yansıtabilmek için yapay durumlar kullanma ihtiyacı ortaya çıkmaktadır.

Öte yandan Değerleme Ağında koşullu olasılıklar kolay anlaşılabilir değildir. Fazla düğüm içermesi değişken sayısı arttıkça buna bağlı olasılık ve gösterge düğümlerini de arttırabileceğinden gösterimin anlaşılmasını da güçleştirebilir.

Teşekkür

Bu çalışmada kullanılan istatistik verilerin derlenmesinde görüşlerini ve veri tabanlarını bizimle paylaşan, bizleri tesislerinde misafir eden, ancak ticari kaygılardan dolayı isimlerinin makale de yer almasını istemeyen, üniversite sanayi işbirliğini her aşamada destekleyen ve lojistik şirketi ve yöneticilerine yazarlar olarak teşekkür ederiz.

Kaynaklar

- [1] S.C. Albright, W.L. Winston, C. Zappe, 2006, *Data Analysis&Decision Making*, Third Edition, Thomson South-Western, USA, 311.
- [2] C. Bielza, P.P. Shenoy, 1999, A Comparison of graphical techniques for asymmetric decision problems, *Management Science*, 45/11, 1552-1569.
- [3] R. Demirer, P.P. Shenoy, 2006, Sequential valuation networks for asymmetric decision problems, *European Journal of Operational Research*, 169/1, 286-309.
- [4] G.Gordon, I.Pressman, 1983, *Quantitative Decision-Making For Business*, Second Edition, Prentice Hall International, Inc., USA, 110-122.
- [5] F.V. Jensen, 2001, *Bayesian Networks and Decision Graphs*, Springer, USA, 122-128.
- [6] H.K. Sezen, 2004, *Yöneylem Araştırması*, Ekin Kitabevi, Bursa, 4-5.
- [7] P.P. Shenoy, 1992, Valuation-based systems for bayesian decision analysis, *Operations Research*, 40/3, 463-484.
- [8] P.P. Shenoy, 1997, Binary join trees for computing marginals in the Shenoy-Shafer architecture, *International Journal of Approximate Reasoning*, 17/2-3, 239-263.
- [9] P.P. Shenoy, 2000, Valuation network representation and solution of asymmetric decision problems, *European Journal of Operational Research*, 121, 581-608.
- [10] A.F. Yüzer, 1996, *Olasılık ve İstatistik*, Anadolu Üniversitesi Yayınları, 24.
- [11] http://fisher.osu.edu/~butler_267/DAPresent/SanAntonio/SA02-3.pdf (Erişim tarihi: 28.11.2007).
- [12] <http://www.few.vu.nl/stagebureau/werkstuk/werkstukken/werkstuk-braun.doc> (Erişim tarihi: 12.09.2008).