



Türkiye zorunlu trafik sigortası dalında toplam hasar rezervi tahminlerinin hata kareler ortalaması

Gülşen Demir Ay

T.C. Başbakanlık Hazine Müsteşarlığı
İnönü Bulvarı No:36 06510
Emek/ANKARA
gulsen.dmr@gmail.com

Murat Büyükyazıcı

Hacettepe Üniversitesi
Fen Fakültesi, Aktüerya Bilimleri Bölümü
06800 Beytepe, Ankara
muratby@hacettepe.edu.tr

Özet

Bu çalışmada, gelecek yıllar boyunca kademeli yapılacak olan hasar ödemeleri ve bu ödemelerin toplamından oluşan hasar rezervleri, zincir merdiven yöntemi ile tahmin edilmiştir. Ayrıca bu yöntem ile elde edilen hasar rezervlerinin hata kareler ortalaması için Wüthrich ve Merz (2008)'in çalışmasında ortaya konan koşullu tahmin edici ile Mack (1993)'in çalışmasında ortaya konan tahmin edici anlatılmıştır. Uygulama kısmında, Türkiye'de zorunlu trafik sigortası dalında hizmet veren 22 sigorta şirketinin 2004 – 2010 yılları için birikimli hasar miktarı gelişim üçgeni verileri kullanılmıştır. 22 şirketin tamamına, söz konusu iki tahmin edici uygulanarak hata kareler ortalamaları hesaplanmış, zorunlu trafik sigortası sektöründeki herhangi bir şirket için toplam rezerv miktarının ortalama değişim katsayısı elde edilmiştir. Bu değer tahmin edilmesiyle, sigorta şirketlerinin zorunlu trafik sigortası hasar rezervi tahminlerine ilişkin stokastik bir değerlendirme yapmalarına olanak sağlanmış olmaktadır.

Anahtar sözcükler: Hasar rezervi tahmini, zincir merdiven yöntemi, hata kareler ortalaması, zorunlu trafik sigortası.

Abstract

Mean Square Error of Total Claims Reserve Prediction in the Mandatory Traffic Insurance of Turkey

In this study, claims payments which will be made over the years gradually in the future and loss reserves which are total of these claims payments will be predicted by using chain ladder method. Also, estimators that were introduced in the studies of Wüthrich and Merz (2008) and Mack (1993) will be given for the mean square error of the ultimate claim reserve. In application part of this study, the cumulative claims triangle data of 22 companies serving in the mandatory traffic insurance for the 2004 – 2010 period are used. Two aforementioned estimators were applied and mean square error predictions and variational coefficients were computed for 22 companies. Finally, average variational coefficient for total claims reserves for any company working in this insurance sector was calculated. Thus, an opportunity will be given to the insurance companies for making a stochastic assessment of the total claim reserve estimate's quality.

Keywords: Prediction of loss reserve, chain-ladder method, mean square error, mandatory traffic insurance.

1. Giriş

Sigortacının hasara ilişkin olarak ödemek zorunda olduğu miktara, hasar miktarı (claim amount ya da loss amount) denir. Toplamda hasar miktarını oluşturan ödemeler ise, hasar ödemeleri olarak bilinmektedir. Hasar ödemeleri, literatürde “claims payments, loss payments, paid claims ya da paid losses” olarak karşımıza çıkabilmektedir [15].

Genellikle, sigorta şirketleri hasarı, 3 ana nedenden dolayı kolaylıkla tespit edememektedir. Bunlar:

1. Hasarın raporlanmasında gecikmeler yaşanabilmektedir. Yani, hasarın meydana gelmesi ile raporlanması arasında geçen süre birkaç yılı bulabilmektedir.
2. Hasar sigortacıya raporlandıktan sonra, hasarın nihai olarak ortaya konmasından önce birkaç yıl geçebilmektedir.
3. Kapanmış bir hasar, yeni gelişmelerden dolayı yeniden açılabilir.

Meydana gelmiş ve sigorta şirketine bildirilmiş bir hasara ilişkin olarak ileride ödenmesi muhtemel, ancak henüz tasfiyesi yapılmamış yaklaşık hasar miktarı ise muallak hasarı (outstanding loss) ifade etmektedir. Sigorta şirketleri, her mali yılın sonunda, muallak hasarların toplamı üzerinden, belli yöntemlerle bir karşılık miktarı belirlemektedir. Muhtemel ödeme için ayrılan bu miktara da muallak hasar rezervi denilmektedir.

Hasar rezervleri ya da diğer bir deyişle hasar karşılıkları, şirketlerin geçmiş verilerinden geleceğe yönelik tahminler yapılarak hesaplanır. Sigorta şirketleri, risklerini azaltmak ve kendilerini beklenmeyen hasarlara karşı koruyabilmek için hasar karşılığı miktarını en uygun şekilde belirlemelidir. Hasar karşılığı miktarının doğru belirlenmesi, uygun işletme kararlarının alınabilmesinde ve faaliyet kârının doğru tespit edilebilmesinde önemli rol oynamaktadır.

Zincir merdiven yöntemi (ZMY), en çok kullanılan hasar karşılığı hesaplama yöntemidir. Aynı zamanda, ülkemizde sigorta şirketlerinin teknik karşılık hesaplamada kullandığı ve Hazine Müsteşarlığı'nın 20.09.2010 tarih ve 2010/12 sayılı Genelgesi [6] ile belirlenmiş olan 5 yöntemden bir tanesidir. Bunun en önemli sebebi, yöntemin basit olması, dağılımdan bağımsız olması ve neredeyse hiçbir varsayıma bağlı olmaksızın kullanılabilmesidir. Diğer taraftan, bu yöntem ile tahmin edilen hasar rezervleri nokta tahmini vermektedir ve gerçek değerlerden olası bir sapma da, şirketi zor durumda bırakabilmektedir. Yani, gerçek değer tahmin değerinden çok az farklı olması dahi rezerv tahmininde ciddi sorunlara sebep olmaktadır.

Bu sorunlar ile karşılaşılması sonucunda, rezerv tahminlerine stokastik bir bakış açısıyla yaklaşma ihtiyacı ortaya çıkmıştır. İlk stokastik hasar rezervi modeli muhtemelen, Hachemeister ve Stanard (1975) tarafından literatüre kazandırılmıştır [7]. Bu modelde, birikimli hasar miktarlarının bağımsız ve Poisson dağılımlı olduğu varsayılmış olup, bu varsayımla elde edilen en çok olasılık tahmin edicileri, bize ZMY'deki kestiriciler ile aynı sonuçları vermektedir. Mack'ın 1991 yılındaki çalışmasında da Hachemeister ve Stanard (1975) tarafından elde edilen bu sonuçlar doğrulanmaktadır. Poisson dağılımı varsayımı nedeniyle, bu yöntem hasar miktarları yerine ancak hasar sayılarına uygulanabilmektedir.

Kremer (1982), ZMY için stokastik model geliştirme konusunda bir dönüm noktası olarak görülmektedir [15]. Bu çalışmada, parametreler ile ifade edilmiş model yapısı ile doğrusal istatistiksel modelin birbirinin aynısı olduğuna vurgu yapılmıştır.

Renshaw (1989) ve Renshaw ve Verrall (1998), ZMY'yi doğrudan genelleştirilmiş doğrusal modellerle ilişkilendirmiştir. Verrall'ın (1989) çalışmasında ise, ZMY'nin bir durum uzayı gösterimi verilmiş ve nihai hasarı tahmin etmek için Kalman filtresi kullanılmıştır.

Zincir Merdiven (ZM) algoritmasına dayalı bir diğer önemli modeller ailesi ise, Mack (1993)'in çalışmasında bahsedilen dağılımdan bağımsız ZMY ve Gisler (2006) ile Gisler ve Wüthrich (2007) çalışmalarında sunulan Bayesçi (Bayesian) modellerdir.

Tüm bu modeller, farklı matematiksel özelliklere sahiptir. Diğer taraftan, bu modeller ile bulunan sonuçlar, ZMY algoritması ile aynı rezerv miktarlarını vermektedir.

Toplam nihai hasar miktarını tahmin etmekte kullanılan hasar rezervi modellerini oluştururken, hasar verilerinin birkaç farklı biçimi kullanılabilir. Örnek olarak, birikimli hasar miktarı verileri, ödenmiş veya gerçekleşmiş hasarların verileri, hasar sayısı verileri vb. verilebilir. ZMY, birikimli ödemeler, gerçekleşmiş hasarlar vb. verilere uygulanabilmektedir. Basit olduğu ve ZM faktörlerinin uygun

tahminleri kullanıldığında, güvenilir hasar rezervleri elde edilebildiği için, uygulamada en çok kullanılan yöntemdir.

Farklı yöntemler ya da farklı özelliğe sahip veri kümeleri ile yapılan hesaplamalar, genellikle farklı sonuçlar üretmektedir. Gelecek yükümlülüklerin yani rezervlerin doğru şekilde tahmin edilebilmesi için hangi veri setinin ve hangi yöntemin göz önüne alınması gerektiğine, ancak tecrübeli bir aktüer karar verebilmektedir ve bu muhtemelen uygulamada karşılaşılan en zor sorun olmaktadır. Bu nedenle, elimizdeki veri kümesine herhangi bir hasar karşılığı tahmin etme yöntemini uygulamadan önce, veri setinin iyi tanınması gerekir. Hasar karşılığı ayırma literatüründe model seçme konusu oldukça sınırlıdır. Örneğin Barnett ve Zehnwirth (2000) ve Venter (1998)'de, hasar rezervi modellerinin uygunluğu araştırılmaktadır. Yine Barnett, Odell ve Zehnwirth'in 2008 yılındaki çalışmalarında, hasar karşılığı modellerinin, verileri doğru şekilde tanımlayıp tanımlamadığının nasıl gösterilebileceği ve doğru tanımlamadığı takdirde, aralık tahminlerinin oldukça hatalı olabileceği ortaya koyulmaktadır. Ancak bu çalışmada hangi yöntemin seçilmesi gerektiği araştırılmayacak, uygulamadaki rezerv tahminleri, ZMY kullanılarak elde edilecektir.

Klasik hasar karşılığı ayırma literatüründe, ZMY ile tahmin edilen hasar rezervinin, ödenmemiş hasar yükümlülükleri için en iyi tahmini sağladığı ifade edilmektedir. Bu en iyi tahmin, bu sayıyı ya da miktarı veren bir algoritma uygulayarak temin edilmektedir. Dolayısı ile ZMY'nin eksikliklerinden kaynaklanan tahminde meydana gelebilecek sapmalar göz ardı edilmektedir. Son yıllarda özellikle yeni Solvency II (mali yeterlilik) rejimi altında, en iyi rezerv tahminlerinin, gelecekte ortaya çıkacak gerçek değerleri ile arasındaki farklardan kaynaklanan potansiyel kayıpların tahmini ile de ilgilenilmektedir. Dolayısıyla araştırmacılar, hasar rezervi algoritmalarının sonuçlarını değerlendirme imkanı veren ve bu algoritmalarındaki belirsizlikleri ölçmekte olan stokastik hasar rezervi modellerine ihtiyaç duymuşlardır. Ancak, stokastik hasar rezervi modelleri, deterministik algoritmaların hatalı tahmin üretmesi durumunda bir çözüm sağlamamakta, bundan ziyade, deterministik hasar rezervi algoritmalarındaki belirsizlikleri ölçmektedir. Bu çalışmada, gelecek yıllar boyunca kademeli yapılacak olan hasar ödemeleri ve bu ödemelerin toplamından oluşan hasar rezervleri, ZMY ile tahmin edilmiştir. Ayrıca bu yöntem ile elde edilen hasar rezervlerinin hata kareler ortalaması (HKO) için Wüthrich ve Merz (2008)'in çalışmasında ortaya konan koşullu tahmin edici ile Mack (1993)'in çalışmasında ortaya konan tahmin edici ifade edilmiştir. Uygulamada ise HKO'ya ilişkin hesaplamalar, Türkiye'de zorunlu trafik sigortası branşında hizmet veren 22 sigorta şirketinin 2004 – 2010 yılları için birikimli hasar miktarı gelişim üçgeni verileri kullanılarak yapılmış, zorunlu trafik sigortası sektöründeki herhangi bir şirket için toplam rezerv miktarının ortalama değişim katsayısı elde edilmiştir. Trafik Sigortasına ilişkin rezerv miktarındaki sapma tahmin edilerek, sigorta şirketlerinin hasar rezervi tahminlerine ilişkin stokastik bir değerlendirme yapmasına olanak sağlanmış olmaktadır.

2. Stokastik zincir merdiven yöntemi

Bu çalışmada, $C_{i,j}$ i kaza yılına ait j . gelişim yılına kadar ödenmiş birikimli hasar miktarı rastlantı değişkeninin kestirimi, Mack (1993)'in dağılımdan bağımsız ZM tahmin yöntemine göre f gelişim faktörleri ile aşağıdaki şekilde elde edilmektedir:

$$E[C_{i,j} | C_{i,0}, \dots, C_{i,j-1}] = E[C_{i,j} | C_{i,j-1}] = f_{j-1} C_{i,j-1}$$

Hasar rezerv tahminlerindeki belirsizlikleri ölçebilmek için, dağılımdan bağımsız ZMY ile elde edilen rezerv miktarı tahmin değerlerinin gerçek değerden sapmalarının incelenmesi gerekmektedir. Bu nedenle, hasar miktarı ve hasar rezervi tahmin edicilerinin HKO'ları hesaplanacaktır.

2.1. Hasar rezervinin hata kareler ortalaması

I zamanındaki tüm gözlem değerlerinin kümesi,

$$D_I = \{C_{i,j}; i + j \leq I, 0 \leq j \leq J\}$$

ile gösterilsin.

Wüthrich ve Merz'in (2008) çalışmasında verildiği üzere koşullu süreç varyansı ve koşullu tahmin hatasının toplamından oluşan hasar rezervinin koşullu HKO tahmin edicisi (hko^{WM}), herhangi bir kaza yılı için $i \in \{1, \dots, I\}$ olmak üzere aşağıdaki gibidir:

$$hko^{WM}_{C_{i,j}|D_I}(\hat{C}_{i,J}^{ZM}) = (\hat{C}_{i,J}^{ZM})^2 \sum_{j=I-i}^{J-1} \frac{\hat{\sigma}_j^2 / \hat{f}_j^2}{\hat{C}_{i,J}^{ZM}} + C_{i,I-i}^2 \left(\prod_{j=I-i}^{J-1} \left(\hat{f}_j^2 + \frac{\hat{\sigma}_j^2}{S_j^{[I-j-1]}} \right) - \prod_{j=I-i}^{J-1} \hat{f}_j^2 \right) \quad (1)$$

Mack'in (1993) çalışmasında ortaya konan hasar rezervinin HKO tahmin edicisi (hko^M) ise, $i \in \{1, \dots, I\}$ olmak üzere belli bir kaza yılı için, aşağıdaki tahmin edici ile elde edilmektedir:

$$hko^M_{C_{i,j}|D_I}(\hat{C}_{i,J}^{ZM}) = (\hat{C}_{i,J}^{ZM})^2 \sum_{j=I-i}^{J-1} \frac{\hat{\sigma}_j^2}{\hat{f}_j^2} \left(\frac{1}{\hat{C}_{i,j}^{ZM}} + \frac{1}{S_j^{[I-j-1]}} \right) \quad (2)$$

Burada $\hat{\sigma}_j^2$ ve $S_j^{[I-j-1]}$ parametreleri aşağıdaki şekilde hesaplanmaktadır:

$$\hat{\sigma}_j^2 = \frac{1}{I-j-1} \sum_{i=0}^{I-j-1} C_{i,j} \left(\frac{C_{i,j+1}}{C_{i,j}} - \hat{f}_j \right)^2$$

$$S_j^{[I-j-1]} = \sum_{i=0}^{I-j-1} C_{i,j}$$

2.2. Toplam hasar rezervinin hata kareler ortalaması

Tüm kaza yılları için nihai hasar miktarlarının koşullu HKO tahmin edicisi, Wüthrich ve Merz'in (2008) çalışmasında verildiği üzere aşağıdaki şekilde elde edilmektedir:

$$\begin{aligned} hko^{WM}_{\sum_i C_{i,j}|D_I}(\sum_{i=1}^I \hat{C}_{i,J}^{ZM}) &= \hat{E} \left[\left(\sum_{i=1}^I \hat{C}_{i,J}^{ZM} - \sum_{i=1}^I C_{i,J} \right)^2 \middle| D_I \right] \\ &= \sum_{i=1}^I hko^{WM}_{C_{i,j}|D_I}(\hat{C}_{i,J}^{ZM}) \\ &\quad + 2 \sum_{1 \leq i < k \leq I} C_{i,I-i} \hat{C}_{k,I-i}^{ZM} \left(\prod_{j=I-i}^{J-1} \left(\hat{f}_j^2 + \frac{\hat{\sigma}_j^2}{S_j^{[I-j-1]}} \right) - \prod_{j=I-i}^{J-1} \hat{f}_j^2 \right) \end{aligned} \quad (3)$$

Toplam rezerv miktarı R'nin değişim katsayısının tahmin edicisi,

$$DK_{hko} = \frac{hko_{\sum_i C_{i,j}|D_I}(\sum_{i=1}^I \hat{C}_{i,J}^{ZM})^{1/2}}{R} \quad (5)$$

şeklindedir ve toplam hasar rezervinin HKO'sunun karekökü toplam rezerv miktarına bölünerek, tahmin edilen rezerv miktarının, gerçekte % kaç değişim gösterebileceği bulunmaktadır.

Mack (1993)'in çalışmasında, toplam hasar rezervi için verilen HKO tahmin edicisi ise,

$$hko^M \sum_i C_{i,j} |D_i \left(\sum_{i=1}^I \hat{C}_{i,J}^{ZM} \right) = \sum_{i=1}^I hko^M C_{i,j} |D_i \left(\hat{C}_{i,J}^{ZM} \right) + 2 \sum_{1 \leq i \leq k \leq I} \hat{C}_{i,J}^{ZM} \hat{C}_{k,J}^{ZM} \sum_{j=I-i}^{J-1} \frac{\sigma_j^2 / \hat{f}_j^2}{S_j^{[I-j-1]}} \quad (6)$$

şeklindedir.

3. Zorunlu trafik sigortası dalına ilişkin uygulama sonuçları

Bu bölümde, Türkiye Zorunlu Trafik Sigortası sektörünü temsil ettiği düşünülen 22 sigorta şirketine ait veriler kullanılarak şirketlerin ZMY ile toplam rezerv tahminleri (R) ve tahminlerin her iki yönetime göre HKO'ları (hko^{WM} ve hko^M) ve bunların değişim katsayıları (DK^{WM} ve DK^M) hesaplanmış, ayrıca sektöre ilişkin rezerv miktarı tahminleri için değişim katsayılarının ortalaması belirlenmiştir.

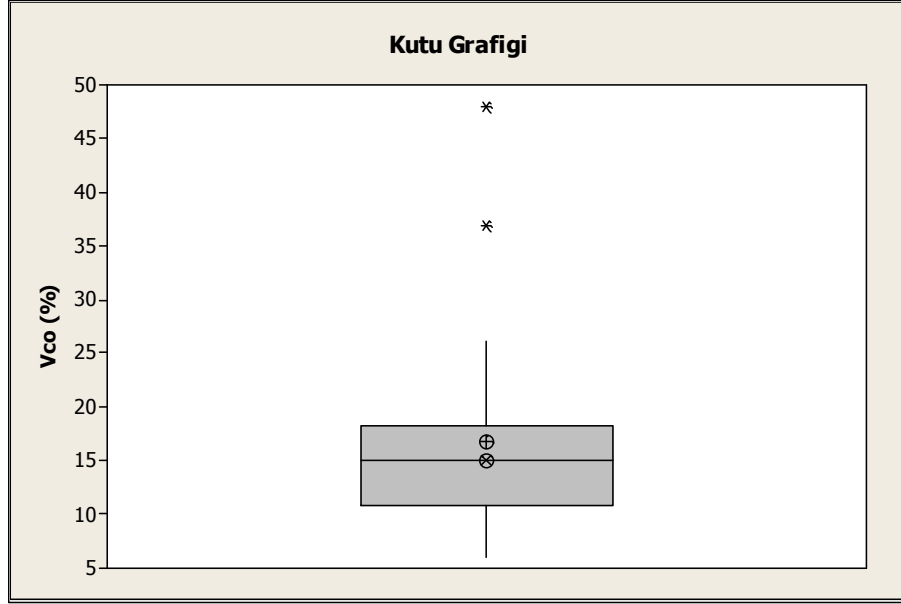
Çizelge 1. 22 şirkete ilişkin rezerv tahminleri, tahminlerin HKO'ları ve ilgili DK'ları

Şirket No	R	hko^{WM}	DK^{WM}	hko^M	DK^M
1	39.555.438	6.930.462	18	6.930.361	18
2	32.661.861	1.946.194	6	1.946.192	6
3	39.245.959	4.477.654	11	4.477.636	11
4	17.005.430	3.512.149	21	3.512.111	21
5	20.172.532	2.254.798	11	2.254.783	11
6	72.242.204	10.807.182	15	10.807.065	15
7	6.028.664	955.676	16	955.668	16
8	572.438	276.096	48	276.090	48
9	55.074.322	4.434.349	8	4.434.339	8
10	8.502.552	886.004	10	885.993	10
11	20.053.561	3.046.758	15	3.046.722	15
12	2.678.275	709.275	26	709.269	26
13	45.503.850	7.907.595	17	7.907.489	17
14	38.114.653	3.331.547	9	3.331.539	9
15	24.011.624	2.052.302	9	2.052.293	9
16	12.674.807	1.897.200	15	1.897.156	15
17	12.038.384	1.373.321	11	1.373.307	11
18	11.006.099	1.688.834	15	1.688.826	15
19	27.163.790	4.309.721	16	4.309.638	16
20	15.106.356	2.619.486	17	2.619.469	17
21	9.768.894	1.896.645	19	1.896.629	19
22	1.680.637	616.413	37	616.395	37

Çizelge 1'de, şirketlere ilişkin rezerv miktarlarının HKO'ları, Wüthrich ve Merz (2008) ve Mack (1993)'in yöntemleri ile elde edilmiştir. Bu iki tahmin edici ile bulunan değerler karşılaştırıldığında, toplam nihai hasar miktarına ilişkin HKO değerlerinin birbirine çok yakın olduğu ve aradaki farkın ihmal edilebileceği görülmektedir. HKO'ların değişim katsayılarının, her iki tahmin edici için aynı çıktığı da çizelgeden görülmektedir.

Sektörü temsil ettiği düşünülen bu 22 şirketin HKO değişim katsayıları bulunarak, Türkiye zorunlu trafik sigortası sektörüne ilişkin yorumlar yapılabilir. DK değerleri incelendiğinde bazı şirketlere ilişkin DK

değerlerinin çok yüksek olduğu görülmektedir. Bu nedenle, verilere aykırı değer (outlier) analizi uygulanmıştır.



Şekil 1. DK değerlerine ilişkin kutu grafiği.

Şekil 1 ve Çizelge 1 birlikte incelendiğinde, Şirket 8 ve Şirket 22'ye ilişkin DK değerlerinin, aykırı değerler olduğu görülmektedir. Verilerin betimsel istatistiklerine bakıldığında ise, HKO'ların DK ortalamasının %17, ortanca değerinin ise %15 olduğu görülmektedir. Aykırı değerler atılıp betimsel istatistikler tekrar hesaplanmıştır. Sonuçta DK değerlerinin ortalaması %14 olarak bulunmuştur. Ortanca değer ise %15 olarak elde edilmiştir.

4. Sonuç ve öneriler

Bu çalışmada Türkiye'de zorunlu trafik sigortası sektöründe hizmet vermekte olan şirketlerin, geçmiş kaza yıllarına ait henüz ödenmemiş hasarlar için ayıracakları rezerv miktarlarının, deterministik bir yöntemle yapılan tahmin değerinden ortalama %14 oranında değişim gösterebileceğini göz önünde bulundurması gerektiği sonucu elde edilmiştir. Böylelikle, şirketlerin kar-zarar durumunu bu belirsizliği de dikkate alarak daha gerçekçi analiz edebileceği söylenebilir. Ayrıca, toplam nihai hasar miktarı tahminin HKO'su, Solvency-II'deki rezerv risk miktarını belirlemede alternatif bir yol olarak görülebilir.

Kaynaklar

- [1] G. Barnett, B. Zehnwirth, 2000, Best Estimates for Reserves, *Proceedings of Casualty Actuarial Society*, Vol.LXXXVII, Part 2, No.167, 245-321.
- [2] G. Barnett, D. Odell, B. Zehnwirth, 2008, Meaningful Intervals, *Casualty Actuarial Society E-Forum*, Fall 2008.
- [3] A. Gisler, 2006, The Estimation Error in the Chain Ladder Reserving Method:A Bayesian Approach. *Astin Bulletin* 36/2, 554-565.
- [4] A. Gisler, M.V. Wüthrich, 2007, Credibility for the Chain Ladder Reserving Method. Conference Paper, 37th. *Astin Colloquium 2007, Orlando, USA*.
- [5] C.A. Hachemeister, J.N. Stanard, 1975, IBNR Claims Count Estimation with Static Lag Functions. *Astin Colloquium 1975, Portimão, Portugal*.
- [6] Hazine Müsteşarlığı'nın Aktüeryal Zincirleme Merdiven Metoduna İlişkin 20.09.2010 tarih ve 2010/12 sayılı Genelgesi.

<http://www.hazine.gov.tr/irj/portal/anonymous?NavigationTarget=navurl://3c71afc847262b8a5d4568ffc28d0df&LightDTNKnobID=1890605360>.

- [7] A. Ludwig, K.D. Schmidt, 2010, Gauss-Markov Loss Prediction in a Linear Model. *Casualty Actuarial Society E-Forum, Fall 2010*.
- [8] T. Mack, 1991, A Simple Parametric Model for Rating Automobile Insurance or Estimating IBNR Claims Reserves. *Astin Bulletin* 21/1, 93-109.
- [9] T. Mack, 1993, Distribution-free calculation of the Standard Error of Chain Ladder Reserve Estimates, *Astin Bulletin* 23/2, 213-225.
- [10] A.E. Renshaw, 1989, Chain Ladder and Interactive Modelling (Claims Reserving and GLIM). *J.Institute Actuaries* 116, 559-587.
- [11] A.E. Renshaw, R.J. Verrall, 1998, A Stochastic Model Underlying the Chain Ladder Technique. *British Actuarial J.* 4/4, 903-923.
- [12] R. Schnieper, 1991, Separating True IBNR and IBNER Claims. *Astin Bulletin* 21/7, 111-127.
- [13] G.G. Venter, 1998, Testing the Assumptions of Age-to-age Factors. *Proc. CAS, Vol. LXXXV*, 807-847.
- [14] R.J. Verrall, 1989, A State Space Representation of the Chain Ladder Linear Model. *J.Institute Actuaries* 116, 589-609.
- [15] M.V. Wütrich, M. Merz, 2008, *Stochastic Claims Reserving Methods in Insurance*, 1-90.