www.istatistikciler.org
İstatistikçiler Dergisi:
İstatistik&Aktüerya 6 (2013) 79-85

İstatistikçiler Dergisi:
İstatistik&Aktüerya

Dengesiz deney düzenlerinde sağlam test istatistiklerinin karşılaştırılması

Derya Karagöz

Hacettepe Üniversitesi

Fen Fakültesi, İstatistik Bölümü

06800 Beytepe, Ankara
deryacal@hacettepe.edu.tr

Özet

Bu çalışmada, tek yönlü varyans analizinde varyansların homojenliği ve dağılımın normalliği varsayım bozulumları ele alınmıştır. Aykırı değer içeren normal olmayan Weibull dağılımı için farklı varyanslı gruplarda sağlam Brown-Forsythe (RBF) ve sağlam Geliştirilmiş Brown-Forsythe (RMBF) test istatistiği önerilmiştir. Weibull dağılımı için geliştirilen sağlam test istatistiklerinin davranışı benzetim çalışması yapılarak 1. tip hata olasılıkları bakımından, yüzdelik ve yüzdelik en küçük kareler dayalı sağlam tahmin yöntemine göre grup sayısı k=3, 9 için incelenmiştir. Dengesiz gruplarda, eşit olmayan ortalamalı ve homojen olmayan varyanslı deneme kombinasyonları ele alınmıştır. Önerilen sağlam test istatistiklerinin varsayım bozulumlarına karşı iyi bir performansa sahip olduğu gösterilmiştir.

Anahtar sözcükler: ANOVA, Weibull Dağılımı, Welch, Brown-Forsythe, Geliştirilmiş Brown-Forsythe. Yüzdelik, Yüzdelik En Küçük Kareler.

Abstract

Comparing Robust Test Statistics in Unbalanced Designs

In this study, the violations of the assumptions, heteroscedasticity and non-normality are consedered in the one-way ANOVA. Robust Brown-Forsythe (RBF) and robust modified Brown-Forsythe (RMBF) test statistics are developed for the non-normal data assumed to be Weibull distribution with outliers. In the simulation study, using different experimental designs, type I error risks of the improved robust test statistic for the Weibull distribution are obtained with respect to 2 different robust methods which are quantile and least square quantile. Unbalanced sample sizes with homogeneous and heterogeneous variances are considered for k=3,9 groups. The simulations results show up that the proposed robust tests have a good performance.

Keywords: *ANOVA, Weibull Distribution, Brown-Forsythe, Modified Brown-Forsythe, Quantile, Quantile Least Square.*

1. **Giriş**

Cevap değişkenini etkileyen tek etkenin ikiden fazla kitle ortalamasının eşitliği, tek yönlü varyans çözümlemesi (ANOVA) yöntemi ile araştırılır. ANOVA'da klasik F testinin uygulanabilmesi için gözlemlerin birbirinden bağımsız elde edilmesi, gözlemlerin elde edildiği kitle dağılımlarının normal dağılım göstermesi ve gözlemlerin elde edildiği kitle dağılımlarına ait varyansların homojen olması varsayımlarının sağlanması gerekir. Gözlemlerin elde edildiği kitle dağılımlarının normal dağılım göstermemesi normal olmayan dağılım sorunu olarak adlandırılır. Her bir deneme ile elde edilen gözlemlerin çekildiği kitle varyanslarının homojen olmaması ise farklı varyanslılık (heteroscedasticity) olarak adlandırılır. Farklı varyanslılık sorunu olduğunda karşılaşılan iki temel sorundan ilki F testine ait testin $F_{(k-1,N-k)}$ dağılımına uymaması, ikincisi ise araştırmacı tarafından belirlenen anlam düzeyinin test sonunda korunamamasıdır. Test istatistiğinin varyans farlılıklarına karşı duyarlı olmasından dolayı klasik F -testi çok büyük hata olasılığına sahip olabilir [11].

ANOVA'da normallik varsayımı altında, farklı varyanslılık sorunu dikkate alınarak litaretürde yapılan çalışmalarda klasik F testi yerine, KruskalWallis Testi [7], Welch Testi [15], James Testi [5], Box F Testi [3], Brown-Forsythe Testi [4], Geliştirilmiş Brown-Forsyth Testi [6], Yeni χ^2 testi [8] ve bunlara alternatif testlerin kullanılması önerilmiştir. James 1951 [5] ve Welch 1951 [16] grup ortalamalarının eşitliği hipotezi altında test istatistiği dağılımında küçük örneklemler için daha uygun olan geliştirilmiş yaklaşımlar elde etmişlerdir. Kulinskaya ve arkadaşları 2003 [8] alternatif hipotez (grup ortalamaları eşit değil) altında test istatistiğinin dağılımını bulmak için Welch metodunu geliştirip test istatistiği için doğru güç hesaplamaları elde etmişlerdir. Wilcox 1995 [16], Wilcox 1997 [17] , Keselman ve Wilcox 1999 [6] ve birçok araştırmacı kitlenin konum ve ölçek parametrelerinin sağlam tahmin edicilerini kullanarak Welch yöntemi üzerine çalışmalar yapmışlardır.

Şenoğlu ve Tiku 2001 [12] çalısmasında etkileşim terimli iki yönlü klasifikasyon modeli göz önünde bulundurulmuş ve normal dağılıma sahip olmayan hataların konum ölçek ailesine ait olduğu varsayılmıştır. Şenoğlu 2005 [13] çalışmasında, değiştirilmiş olabilirlik yöntemi kulanılarak hata terimi Weibull dağılımlı olan 2^k faktöriyel deney düzenlerinde parametreler için sağ lam ve etkin tahmin ediciler geliştirmiştir. Tiku ve Şenoğlu 2009 [14] çalışmasında normal olmayan hata dağılımı altında dengeli tamamlanmamış blok (BIB) düzenlerinde bilinmeyen parametrelerin değiştirilmiş maximum olabilirlik tahmin edicilerini elde etmişlerdir. Bu tahmin edicilerin klasik en küçük kareler tahmin edicilerine göre daha etkin ve sağlam olduğu gösterilmiştir.

Bu çalışmada normalliğin bozulmuş olduğu aykırı değer içeren 2 parametreli Weibull dağılımı için sağlam yöntemler kullanılarak tek yönlü varyans çözümlemesinde test istatistiğinin geliştirilmesi amaçlanmıştır. Yüzdelik (Q) ve yüzdelik en küçük kareler (QLS) yöntemleri kullanılarak Weibull dağılımlı örneklemlerde sağlam Brown Forsythe (*RBF*) ve sağlam geliştirilmiş Brown Forsythe (*RGBF*) test istatistikleri formülü geliştirilmiştir. Bu test istatistiklerini hesaplayan algoritmalar MATLAB programı kullanılarak yazılmıştır. Geliştirilen sağlam test istatistiklerinin davranışları benzetim çalışması ile incelenmiştir.

İkinci bölümde Weibull dağılımı ele alınmış ve parametre tahminleri hakkında bilgi verilmiştir. Üçüncü bölümde sağlam varyans çözümlemesinde test istatistikleri ele alınmıştır. Dördüncü bölümde ise, Weibull dağılımı için geliştirilen sağlam test istatistiklerini davranışları benzetim çalışması yapılarak incelenmiştir. Son bölümde ise, bu çalışmasının amacı doğrultusunda neler yapıldığı hakkında özet bilgi verilmiştir. Benzetim çalışmasının sonuçları üzerinde durulmuştur.

2. Metodoloji

Weibul dağılımının olasılık yoğunluk fonksiyonu $f_{\lambda,\beta}(x) = \dfrac{\beta}{\lambda}\left(x/\lambda\right)^{\beta-1} \exp[-(x/\lambda)^{\beta}]$, ve dağılım fonksiyonu $F_{\lambda,\beta}(x) = 1-\exp[-(x/\lambda)^{\beta}]$, $x, \lambda, \beta > 0$ biçimindedir.Weibull dağılımında λ parametresi ölçek parametresi, β parametresi ise biçim parametresi olarak adlandırılmaktadır. Weibull dağılımlı rastlantı değişkeninin $(r.d.)$ beklenen değeri $E(X) = \lambda\Gamma(1+1/\beta)$ ve varyansı $Var(X) = \lambda^2[\Gamma(1+2/\beta)-\Gamma^2(1+1/\beta)]$ biçimindedir. Bu dağılımda ortalama ve varyans tahmini dağılımın β biçim ve λ ölçek parametrelerinin birer fonksiyonudur. Weibull dağılımının ölçek ve biçim parametrelerinin sağlam tahminleri elde edildikten sonra, bu dağılıma ait ortalama ve varyans içinde sağlam tahminlere ulaşılabilir.

Weibull dağılımına ait biçim ve ölçek parametrelerinin, ortalamanın ve varyansın sağlam tahminleri Weibull dağılımının yüzdeliklerinden elde edilecektir. q_α Weibull dağılımının teorik $\alpha -$ yüzdeliğini ifade etmektedir ve $q_\alpha = \lambda[\log(1-\alpha)]^{\frac{1}{\beta}}$ biçimindedir.

Teorik yüzdelikler q_{α_1} ve q_{α_2}, deneysel yüzdeliklerle $\hat{q}_{\alpha_1}$ ve $\hat{q}_{\alpha_2}$ yer değiştirilerek elde edilen biçim parametresinin Q tahmin edicisi $\hat{\beta}_Q = \dfrac{1}{\log \hat{q}_{\alpha_2}/\hat{q}_{\alpha_1}} \log[-\dfrac{\log(1-\alpha_2)}{\log(1-\alpha_1)}]$ biçimindedir. Ve deneysel yüzdelikler, Weibull dağılımlı $X_1,...,X_n$ gözlemlerinin deneysel α_i, $i=1,2$ yüzdeliklerini gösterir. $0<\alpha<1$ için Q tahmin edicisi $\hat{\lambda}_Q = \hat{q}_\alpha/[-\log(1-\alpha)]^{1/\hat{\beta}_Q}$, biçimindedir [9].

Bu parametre tahminleri göz önünde bulundurularak Weibull dağılımının ortalama ve varyansının Q tahmin edicileri

$$\hat{\mu}_{WQ} = \hat{\lambda}_Q \Gamma(1+1/\hat{\beta}_Q) \tag{1}$$

$$\hat{\sigma}_{WQ} = \hat{\lambda}^2_Q [\Gamma(1+2/\hat{\beta}_Q) - \Gamma^2(1+1/\hat{\beta}_Q)]. \tag{2}$$

elde edilmiştir.

Weibull dağılımında $q_\alpha = F(\alpha)^{-1} = \lambda[-\log(1-\alpha)]^{\frac{1}{\beta}}$ yüzdelik fonksiyonun logaritması alınarak ve teorik yüzdelikler deneysel yüzdelikler ile yer değiştirilerek deneysel $c.d.f$ 'nin tersi $\log \hat{q}_{i/(n+1)} = \log \lambda + \dfrac{1}{\beta}\log(-\log(1-\alpha_i)) + \varepsilon_i$ biçiminde elde edilir. Burada $y_i = \log \hat{q}_{i/(n+1)}$ ve $z_i = \log(-\log(1-\alpha_i)) = G^{-1}(i/(n+1))$ olmak üzere doğrusal regresyon denklemi: $y_i = b_0 + b_1 z_i + \varepsilon_i$. Doğrusal regresyon parametrelerine bağlı olarak Weibull dağılımının ölçek ve biçim parametreleri $\hat{\lambda} = \exp(\hat{b}_0)$ *ve* $\hat{\beta} = 1/\hat{b}_1$ biçimindedir. Regresyon denkleminde b_1 ve b_0 parametre tahminleri için sağlam regresyon tahmin edicileri olan QLS tahmin edicisi kullanılır. Rregresyon denkleminde sabit ve eğim için QLS tahmin edicileri $y_i = \log \hat{q}_{i/(n+1)}$, $z_i = G^{-1}(i/(n+1))$, $0<\tilde{\alpha}<1/2$, $\tilde{n} = n - 2\lfloor \tilde{\alpha} n \rfloor$ olmak üzere

$$\hat{b}_1\ QLS = \frac{\tilde{n}\sum_{i=\lfloor \tilde{\alpha} n \rfloor+1}^{n-\lfloor \tilde{\alpha} n \rfloor} z_i y_i - \sum_{i=\lfloor \tilde{\alpha} n \rfloor+1}^{n-\lfloor \tilde{\alpha} n \rfloor} z_i \sum_{i=\lfloor \tilde{\alpha} n \rfloor+1}^{n-\lfloor \tilde{\alpha} n \rfloor} y_i}{\tilde{n}\sum_{i=\lfloor \tilde{\alpha} n \rfloor+1}^{n-\lfloor \tilde{\alpha} n \rfloor} z_i^2 - (\sum_{i=\lfloor \tilde{\alpha} n \rfloor+1}^{n-\lfloor \tilde{\alpha} n \rfloor} z_i)^2} \quad \text{ve} \quad \hat{b}_0\ QLS = \frac{1}{\tilde{n}}\sum_{i=\lfloor \tilde{\alpha} n \rfloor+1}^{n-\lfloor \tilde{\alpha} n \rfloor} y_i - \frac{1}{\tilde{n}}\hat{b}_1\ QLS \sum_{i=\lfloor \tilde{\alpha} n \rfloor+1}^{n-\lfloor \tilde{\alpha} n \rfloor} z_i,$$

biçimindedir [2].

Regresyon parametre tahminleri dayalı Weibull dağılımına ait ölçek ve biçim parametreleri için QLS tahmin edicileri $\hat{\lambda}_{QLS} = \exp(\hat{b}_{0QLS})$ *ve* $\hat{\beta}_{QLS} = 1/\hat{b}_{1QLS}$ biçimindedir. QLS sağlam tahmin ediciler göz önünde bulundurularak Weibull dağılımının ortalama ve varyansının QLS tahmin edicileri

$$\hat{\mu}_{WQLS} = \hat{\lambda}_{QLS} \Gamma(1+1/\hat{\beta}_{QLS}) \tag{3}$$

$$\hat{\sigma}_{WQLS} = \hat{\lambda}^2_{QLS} [\Gamma(1+2/\hat{\beta}_{QLS}) - \Gamma^2(1+1/\hat{\beta}_{QLS})] \tag{4}$$

biçiminde elde edilmiştir.

3. Sağlam Varyans Çözümlemesi

Bu bölümde Brown-Forsythe ve Geliştirilmiş Brown-Forsythe test istatistikleri ele alınmıştır. Bu test istatistiklerindeki ortalama ve varyans yerine sağlam yöntemlere dayalı ortalama ve varyans tahminleri kullanılmıştır. Weibull dağılımlı veriler için sağlam tek yönlü varyans çözümlemesinde (RANOVA) bu test istatistikleri aşağıdaki gibi elde edilmiştir.

Sağlam Brown-Forsythe test istatistiği

$$RBF = \frac{\sum_{i=1}^{k} n_i (\hat{\mu}_{ri.} - \hat{\mu}_{r..})^2}{\sum_{i=1}^{k} (1 - n_i/N)\hat{\sigma}_{ri}^2} \tag{5}$$

biçimindedir. RBF test istatistiğinin dağılımı $k-1$ ve v_r serbestlik derecesi

$$v_r = \frac{[\sum_{i=1}^{k} (1 - n_i/N)\hat{\sigma}_{ri}^2]^2}{\sum_{i=1}^{k} (1 - n_i/N)^2 \hat{\sigma}_{ri}^4/(n_i - 1)} \tag{6}$$

ile F_{k-1, v_r} dağılımına sahiptir.

Sağlam Geliştirilmiş Brown-Forsythe testi

$$RMBF = \frac{\sum_{i=1}^{k} n_i (\hat{\mu}_{ri.} - \hat{\mu}_{r..})^2}{\sum_{i=1}^{k} (1 - n_i/N)\hat{\sigma}_{ri}^2} \tag{7}$$

biçimindedir. Mehrotra 1997 [10] yaklaşımı kullanılarak payın serbestlik derecesini v_{r1}

$$v_{r_1} = \frac{[\sum_{i=1}^{k} (1 - n_i/N)\hat{\sigma}_{ri}^2]}{\sum_{i=1}^{k} \hat{\sigma}_{ri}^4 + [\frac{\sum_{i=1}^{k} n_i \hat{\sigma}_{ri}^2}{N}]^2 - 2\frac{\sum_{i=1}^{k} n_i \hat{\sigma}_{ri}^4}{N}} \tag{8}$$

elde edilir. $RMBF$ test istatistiği v_{r1} ve v_r serbestlik dereceleri ile F_{v_{r1}, v_r} dağılımına sahiptir.

4. Benzetim Çalışması

Weibull dağılımı için geliştirilen sağlam test istatistiklerinin davranışı yapılan benzetim çalışması ile eşit ortalamalı + homojen varyanslı (E) ve eşit olmayan ortalamalı + homojen olmayan varyanslı (F) dengesiz gruplar için 2 farklı sağlam tahmin yöntemine göre incelenmiştir. Deneme kombinasyonlarında grup sayısının etkisini araştırmak için grup sayısı $k = 3,9$ olarak alınmıştır. Benzetim çalışması ile farklı sağlam yöntemlere dayalı önerilen sağlam test istatistikleri 1. tip hataları bakımından karşılaştırılmıştır.

İlk indis E: "*Eşit ortalama + homojen varyans*", F: "*Eşit olmayan ortalama + homojen olmayan varyans*" ifade etmektedir. A, B harfleri ile gösterilen ikinci indis denek sayısı büyüklüklerini belirtmektedir:

- EA: Eşit ortalamalı, homojen varyanslı, k=3,9, $n_i = 5,10,15$, $[\beta_j = 1.5, \lambda_j = 1]$

• FA: Eşit olmayan ortalamalı, homojen olmayan varyanslı, k=3,9, $n_i = 5,10,15$ $[\beta_j = 1.5, \cdots 2, 2.5, \lambda_j = 1]$

• EB: Eşit ortalamalı, homojen varyanslı, k=3, 9, $n_i = 10,20,30$, $[\beta_j = 1.5, \lambda_j = 1]$

• FB: Eşit olmayan ortalamalı, homojen olmayan varyanslı, k=3,6,9, $n_i = 10,20,30$ $[\beta_j = 1.5, \cdots 2, 2.5, \lambda_j = 1]$

Benzetim çalışmasında Weibull dağılımı $W(1,\beta)$ gösteren gruplarda Q ve QLS tahmin edicileri kullanılarak önerilen sağlam test istatistikleri ve klasik F için 1. tip hataları 10.000 tekrardan 0.05 yanılma düzeyinde elde edilmiştir. Yüzdelik yöntemlerde $\alpha = \%30$ olarak alınmıştır. Test istatistiklerinin davranışını alt gruplarda bozulumlar olduğunda incelemek amacı ile bozulmuş model ele alınmıştır. Bozulmuş modelde gözlemlerin $\%80$'ni $W(1,\beta)$ dağılımına ait iken $\%20$'si ise aykırı değerdir (0.80 $W(1,\beta)$ + 0.20(100 Uniform(0,1)).

5. Benzetim Çalışması Sonuçları

Benzetim çalışması yukarıda belirtilen deneme kombinasyonları ele alınarak, 2 sağlam yönteme göre sağlam test istatistiklerine ait 1. tip hatalar elde edilmiş ve tablolarda sonuçlar (1.tip hata*100= $\boldsymbol{\tau}$) olarak verilmiştir. Elde edilen 1. tip hataları bakımından sağlam test istatistikleri karşılaştırılacaktır.

Çizelge 1. Sağlam yöntemlere göre test istatistikleri için $\boldsymbol{\tau}$ değerleri

		Deney düzeni	EA		FA		EB		FB	
	RE	Model/Test İst	1	2	1	2	1	2	1	2
k=3	Q	*F*	6.36	28.85	12.32	32.66	6.37	83.61	12.39	83.47
		RBF	12.43	4.95	14.47	10.26	17.23	15.23	16.95	6.11
		RMBF	6.35	4.95	8.78	7.31	9.68	9.15	12.11	10.87
	QLS	*F*	6.23	29.85	12.13	31.96	6.79	82.85	12.55	83.74
		RBF	8.75	6.22	11.80	6.84	15.21	12.05	15.79	13.36
		RMBF	4.42	3.01	8.02	4.46	8.07	6.66	10.89	8.06
		Deney düzeni	EA		FA		EB		FB	
	RE	Model/Test İst	1	2	1	2	1	2	1	2
k=9	Q	*F*	5.98	67.74	13.85	67.95	5.66	87.59	14.46	88.07
		RBF	12.50	7.67	12.26	8.20	25.50	22.52	19.82	19.71
		RMBF	5.93	3.21	7.54	4.44	16.55	10.66	12.24	10.31
	QLS	*F*	13.85	67.67	13.85	68.74	5.79	8.80	13.66	87.42
		RBF	4.17	3.22	4.17	4.77	17.29	14.08	14.09	12.59
		RMBF	4.07	4.01	4.07	4.40	7.16	4.65	7.16	5.22

Grup sayısı küçük olduğunda k=3 sağlam yöntemlere göre test istatistikleri için $\boldsymbol{\tau}$ değerleri Çizelge 1'de verilmiştir. Bu çizelgeye göre bozulmuş modelde QLS yöntemlerinden elde edilen *RMBF*, test istatistiğinin iyi bir performansa sahip olduğu ve *RBF* test istatistiklerine alternatif olduğu söylenebilir.

Varyanslar homojen olmadığında ve grup genişlikleri eşit olmadığında k=3 için Q, QLS sağlam yöntemlerine göre *RBF* test istatistiğinin temiz model için 1. tip hatalarının arttığı ve bu modellerde iyi sonuç vermediği söylenebilir.

Grup sayısı büyük olduğunda bozulmuş modellerde en iyi performansa sahip olan test istatistiği *RMBF*'dir. Bozulmuş modelde klasik F 'in bozulduğu görülmektedir. Sonuçlara bakıldığında bozulmuş modellerde sağlam test istatistikleri arasında *RMBF* test istatistiği optimaldir. Varyanslar homojen olmadığında hem temiz örneklem modelinde hemde bozulmuş örneklem modellerinde *QLS* yöntemine dayalı *RMBF* test istatistiğinin en iyi performansa sahiptir.

Varyanslar homojen olduğunda, temiz örneklemlerde klasik F testinin 1. tip hata olasılığının kabuledilebilir düzeyde olduğu söylenebilir. Fakat bozulmuş modelde klasik F testinin ciddi oranda bozulduğu görülmektedir.

Varyanslar homojen olmadığında klasik F testinin tüm modeller için bozulduğu görülmektedir. Grup sayısı küçük olduğunda QLS yöntemlerine göre elde edilen *RMBF* test istatistiği istenen 1. tip hataya sahiptir. Grup sayısı büyük olan denemelerde (k=9 için) QLS yöntemine göre elde edilen *RMBF* test istatistiğinin 1. tip hatası istenen düzeydedir.

6. Sonuç ve öneriler

Bu çalışmada Weibull dağılımı için sağlam yöntemler kullanılarak ANOVA'da test istatistikleri geliştirildi. Bu dağılıma ilişkin ortalama ve varyans tahmin edicileri 2 sağlam yönteme göre elde edildi. Sağlam yöntemlere dayalı ortalama ve varyans tahmin edicileri kullanılarak farklı varyanslılık sorunu başlığı altında önerilen *RBF* ve *RMBF* test istatistikleri elde edildi. Bu test istatistiklerini hesaplayan algoritmalar MATLAB programı kullanılarak yazıldı.

Weibull dağılımı için geliştirilen sağlam test istatistiklerinin davranışı 10.000 tekrarlı benzetim çalışması yapılarak, 2 farklı sağlam tahmin yöntemine göre; Eşit-eşit olmayan ortalamalı ve homojen-homojen olmayan varyanslı dengesiz gruplar için deneme kombinasyonları incelendi. Bu deneme kombinasyonlarında grup sayısının etkisini araştırmak için grup sayısı $k = 3,9$ olarak alındı. Benzetim çalışması ile farklı sağlam yöntemlere dayalı önerilen sağlam test istatistikleri 1. tip hataları bakımından karşılaştırdı. Elde edilen sonuçlar karşılaştırılarak, Weibull dağılımı altında ANOVA'da sağlam test istatistiklerinin performansının iyi olduğu gösterildi.

Yüzdelik yöntem her deneme kombinasyonu için iyi bir performansa sahip değildir. Fakat, basit ve anlaşılması kolay bir yöntem olmasından dolayı bozulmuş modelde, grup genişliği çok büyük deney kombinasyonları dışında kullanılabilir. Gruplardaki denek sayısı az ve n küçük olduğunda klasik F model bozulumdan etkilenmemiştir. Fakat n ve k arttıkça klasik F çok ciddi oranda bozuluma uğramıştır. QLS yöntemine göre elde edilen test istatistikleride iyi sonuç vermektedir. Gruplardaki denek sayısı az olduğunda *RBF* test istatistiği *RMBF*'ye alternatif olarak kullanılabilir. *RMBF* test istatistiği tüm deneme kombinasyonlarında ve tüm yöntemlere göre en iyi performansa sahip test istatistiğidir. Gruptaki denek sayısı fazla olduğunda diğer tüm test istatistiklerinin bozuluma uğramasına rağmen bozulmamıştır ve çok iyi bir performansa sahiptir.

Bundan sonraki çalışmalarda Gamma, Lognormal dağılım gibi farklı çarpık dağılımlar RANOVA'da incelenebilir. İki yönlü varyans çözümlemesinde sağlam test istatistikleri çalışılabilir. Farklı deney düzenleri için sağlam varyans çözümlemesi yapılabilir.

Kaynaklar

[1] J. Adrover, R.A. Maronna, and V.J. Yohai, 2004, Robust regression quantiles, *Journal of Statistical Planning and Inferenc,* 122, 187–202.
[2] K. Boudt, D. Caliskan, and C. Croux, 2011, Robust explicit estimators of Weibull parameters, *Metrika*, 73, 187-209.
[3] G.E.P. Box, 1953, Nonnormality and tests on variances, *Biometrika*, 40, 318-335.
[4] M.B. Brown, and A.B. Forsythe, 1974, The small sample behavior of some statistics which test the equality of several means, *Technometrics*, 16, 129-132.
[5] G.S. James, 1951, The comparasion of several groups of observations when the ratios of the population variances are unkown, *Biometrika*, 38, 324-329.
[6] H.J. Keselman, R.R. Wilcox, 1999, The 'improved' Brown and Forsythe test for mean equality: some things can't be fixed, *Communications in Statistics - Simulation and Computation*, 28,687-698.
[7] W.H. Kruskal and W.A. Wallis, 1952, Use of ranks in one criterion variance analysis, *JASA*, 47, 583-621.
[8] E.Kulinskaya, ,R.G. Staudtev and H. Gao, 2003, Power approximations in testing for unequal means in a One-Way ANOVA weighted for unequal variances, *Communications in Statistics Theory and Methods*, 32,2353-2371.
[9] N.B. Marks, 2005, Estimation of Weibull parameters from common percentiles, *Journal of Applied Statistics*, 32, 17-24.
[10] D.V. Mehrotra, 1997, Improving the Brown-Forsythe solution to the Generalized Behrens Fisher problem, *Communications in Statistics Simulation and Computation*, 26, 1139-1145.
[11] A.F. Özdemir, and S. Kurt, 2006, One Way Fixed Effect Analysis Of Variance Under Variance Heterogeneity And A Solution Proposal, *Selçuk Journal of Applied Mathematics*, 7, 81-91.
[12] B. Şenoğlu, and M.L. Tiku, 2001, Analysis of variance in experimental design with nonnormal error distribution, *Communication Statistics-Theory Method*, 30, 1335-1352.
[13] B. Şenoğlu, 2005, Robust 2^k Factorial Design with Weibull Error Distributions, *Journal of Applied Statistics,* 32, 1051-1066.
[14] M.L. Tiku, and B. Şenoğlu, 2009, Estimation and hypothesis testing in BIB design and robustness, *Computational Statistics and Data Analysis*, 53, 3439-3451.
[15] B.L. Welch, 1951, On the comparison of several mean values. *Biometrika*, 38, 330-336.
[16] R.R. Wilcox, 1995, The practical importance of heteroscedastic methods, using trimmed means versus means, and designing simulation studies, *British J. Math.Statist.Psych.,*48, 99-114.
[17] Wilcox, R.R., 1997, Introduction to Robust Estimation and Hypothesis Testing, Academic Press, New York.