



## A two-stage approach for the multi-floor facility layout problem: Benders decomposition algorithm

Hüseyin Karateke\*<sup>ORCID</sup>, Ramazan Şahin<sup>ORCID</sup>

Gazi University, Faculty of Engineering, Industrial Engineering Department, Maltepe, Ankara, 06570, Turkey

### Highlights:

- In this study, multi-floor facility layout problem is examined.
- Benders decomposition algorithm is used to solve the problem
- Better results were found in all of the test problems

### Keywords:

- Facility Layout Problem
- Multi-Floor Facility Layout Problem
- Benders Decomposition Algorithm

### Article Info:

Research Article  
Received: 08.05.2020  
Accepted: 20.11.2020

### DOI:

10.17341/gazimmfd.734297

### Acknowledgement:

This study was produced from the doctoral dissertation of Hüseyin Karateke, which is being carried out at Gazi University, Graduate School of Natural and Applied Sciences.

### Correspondence:

Author: Hüseyin Karateke  
e-mail:  
hsynkarateke89@gmail.com  
phone: +90 541 764 9620

### Graphical/Tabular Abstract

In this study, Benders decomposition algorithm is used to solve the multi-floor facility layout problem (MFLP). There has not been any article which has solved this problem by using Benders decomposition algorithm in the literature so far to the best of author's knowledge.

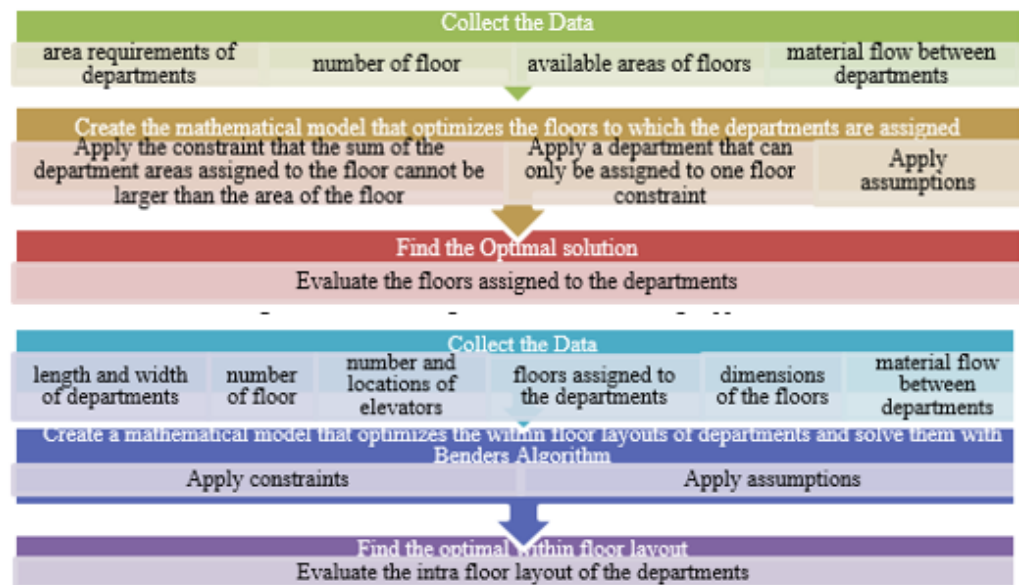


Figure A. The scheme of the two-stage approach

**Purpose:** Originality of this study; The benders decomposition algorithm which has not been found in the MFLP literature was firstly applied to solve the problem in this study.

### Theory and Methods:

The used method in the study consists of two stages. As can be seen in Figure A, in the first stage, while the departments are assigned to the floors, in the second stage, the locations of the departments are determined to minimize the total material handling cost between the department pairs for each floor. At this stage, the mathematical model of the MFLP is divided into two parts, the main problem and the sub-problem, by sticking to the principles of Block Angular Linear Programming (BALP).

### Results:

In order to test the developed Benders decomposition algorithm, a total of eight problems have been solved, five of which are known in the literature, three of which are adapted to the MFLP by us. When the experimental results are evaluated, it has been seen that developed Benders decomposition algorithm has found better results than all five problems which are the best solution in the literature.

### Conclusion:

It is seen that the proposed algorithm is a more effective solution method than the previous methods compared with the objective function values. In this study, three problems were solved for the first time as MFLP and these problems were introduced to the literature as MFLP test problems.



## Çok katlı tesis yerleşim problemi için iki aşamalı yaklaşım: Benders ayrıştırma algoritması

Hüseyin Karateke\*<sup>ID</sup>, Ramazan Şahin<sup>ID</sup>

Gazi Üniversitesi, Mühendislik Fakültesi, Endüstri Mühendisliği Bölümü, Maltepe, Ankara, 06570, Türkiye

### Ö N E Ç İ K A N L A R

- Bu çalışmada çok katlı tesis yerleşim problemi incelenmiştir
- Problemi çözmek için Benders ayrıştırma algoritması kullanılmıştır
- Test problemlerinin hepsi için daha iyi sonuçlar bulunmuştur

### Makale Bilgileri

Araştırma Makalesi

Geliş: 08.05.2020

Kabul: 20.11.2020

### DOI:

10.17341/gazimmfd.734297

### Anahtar Kelimeler:

Tesis yerleşim problemi,  
çok katlı tesis yerleşim  
problemi,  
benders ayrıştırma  
algoritması

### ÖZET

Yüksek arazi maliyetleri ve sınırlı alanlar sebebiyle, çok katlı tesislerin kullanımı günümüzde oldukça yaygındır. Ancak toplam taşıma maliyetleri, kat edilen mesafe ve çalışan hareketleri düşünüldüğünde, tesis içerisindeki bölümlerin hangi kata atanacağı ve kat içerisindeki konumları önem kazanmaktadır. Bölümlerin hangi kata atanacağı ve kat içerisindeki konumlarının belirlendiği problem çok katlı tesis yerleşim problemi (ÇKTYP) olarak adlandırılmaktadır. Asansör sayısı, asansörlerin konumları, kat sayısı, bölüm sayısı vb. karar değişkenleri ÇKTYP'nin karmaşıklığını artırmakta ve çözümünü zorlaştırmaktadır. Bu çalışmada, ÇKTYP'nin çözümü için iki aşamadan oluşan bir yöntem önerilmiştir. Önerilen yöntemin ilk aşamasında bölümlerin katlara atamaları yapılırken, ikinci aşamada ise, bölümler arasındaki toplam taşıma maliyetlerini en küçükleyecek şekilde bölümlerin kat içindeki yerleri belirlemek için Benders ayrıştırma algoritması kullanılmıştır. Çalışmanın literatüre katkısı, ÇKTYP'nin çözümü için Benders ayrıştırma algoritmasının ilk olarak bu çalışmada kullanılmış olmasıdır. Önerilen Benders ayrıştırma algoritması literatürden alınan beş adet problem üzerinde test edilmiştir. Ayrıca bu çalışmada ÇKTYP olarak uyarlanan büyük boyutlu üç adet problemin çözümü yapılmıştır. Sonuçlar incelendiğinde, önerilen Benders ayrıştırma algoritmasının literatürden alınan beş problem için %0,12 ile %7,64 arasında maliyette iyileştirmeler yaptığı görülmüştür.

## A two-stage approach for the multi-floor facility layout problem: Benders decomposition algorithm

### H I G H L I G H T S

- In this study, multi-floor facility layout problem is examined
- Benders decomposition algorithm is used to solve the problem
- Better results were found in all of the test problems

### Article Info

Research Article

Received: 08.05.2020

Accepted: 20.11.2020

### DOI:

10.17341/gazimmfd.734297

### Keywords:

Facility layout problem,  
multi-floor facility layout  
problem,  
benders decomposition  
algorithm

### ABSTRACT

Today, the use of multi-floor facilities is quite common due to the high land costs and limited areas. However, the locations of the departments on the floor and floor to which departments are assigned become important when considering the total material handling costs, distance traveled and employee movements. The problem where the departments are assigned to which floor and their locations within the floor are determined is called as a multi-floor facility layout problem (MFLP). Different decision variables such as the number of elevators, the location of elevator, the number of floors, and the number of departments increase the complexity of the MFLP. In this study, a two-stage approach is proposed for the solution of MFLP. In the first stage of the proposed approach, the departments are assigned to floors, while in the second stage, the Benders decomposition algorithm is used to determine the locations of departments within the floor in a way to minimize the total material handling costs between the departments. The contribution of the study to the literature is that it is the first study which employs the Benders decomposition algorithm to solve the MFLP. The proposed Benders decomposition algorithm was tested on five problems taken from the literature. In addition, in this paper, three large-scale problems adapted as MFLP were solved. When the results are analyzed, it is seen that the proposed Benders decomposition algorithm was conducted cost improvements ranging 0.12% to 7.64% for five problems taken from the literature.

## 1.GİRİŞ (INTRODUCTION)

Tesis yerleşim problemi (TYP) imalat ve hizmet işletmelerinin verimliliğini etkileyen önemli konulardan birisidir. TYP, bir tesis içindeki bölümlerin, üretimi (hizmeti) en iyi destekleyecek şekilde konularının belirlenmesini amaçlamaktadır [1]. İyi bir düzenleme tasarımı ile verimlilik artışı sağlanırken, taşıma maliyetlerinden, kaynaklardan ve zamandan tasarruf edilir. İmalat tesisleri için malzeme taşıma maliyeti, bir düzenlemenin etkinliğinin belirlenmesi için en önemli ölçüdür ve yerleşim seçeneği karşılaştırılmasında en çok kullanılanıdır [2]. Tompkins vd. [3] imalat işletmelerindeki toplam işletme giderlerinin yüzde 20 ila 50'sinin malzeme taşıma maliyetleriyle ilgili olduğunu ve etkili bir tesis yerleşimi ile bu maliyetlerin yüzde 10 ile 30 oranında azaltılabileceğini belirtmişlerdir. Bu nedenle, TYP'nin çözümü, bütün işletmeler açısından stratejik konulardan birisi olarak karşımıza çıkmaktadır. Problemin çözümü ile elde edilen çıktı, tesiste yer alan bölümlerin birbirlerine göre konularının belirleyen blok yerleşim planıdır. Malzeme taşıma sistemleri ve bölümlerin giriş-çıkış noktaları gibi ayrıntıların da belirlenmesiyle detaylı yerleşim planı elde edilebilir [4]. Tesis yerleşim problemi, statik tesis yerleşim problemi [5, 6], dinamik tesis yerleşim problemi [7, 8], eşit alanlı tesis yerleşim problemi [9, 10], eşit olmayan alanlı tesis yerleşim problemi [11, 12], tek sıra tesis yerleşim problemi [1, 13], çok sıra tesis yerleşim problemi [14, 15], tek katlı tesis yerleşim problemi [16], çok katlı tesis yerleşim problemi vb. olmak üzere çok farklı sınıflara ayrılmaktadır. Bu çalışmanın konusu Çok Katlı Tesis Yerleşim Problemi'dir ve ayrıntılı literatür çalışmasına aşağıda yer verilmiştir.

Tesis yerleşim problemi çözümü zor problem sınıfındadır. Çok katlı tesis yerleşimi, tesis yerleşim problemine ek bazı kısıt ve değişkenler içermektedir. Bundan dolayı problem daha zor hale gelmektedir. Fakat çok katlı tesis yerleşiminde tesisler belirli sayıda katlarda bulunabilir, böylece fabrika alanı verimli bir şekilde kullanılabilir. Çok katlı tesis yerleşimi, tesis kurulumunun yapılacağı alanın kısıtlılığı nedeniyle birçok ülkede tercih edilmektedir. Problemin günlük hayatta birçok uygulaması mevcuttur; üretim tesisleri, oteller, alışveriş merkezleri ve hastaneler örnek olarak verilebilir. Tesislerin inşa edileceği alanların yetersizliği ve yüksek maliyetler sebebiyle mühendisler ve tasarımcılar tek katlı yerleşim yerine çok katlı yerleşim planlarını dikkate almaktadırlar [17]. Bunun yanında kırsal alanların maliyetleri yüksek olmasa da ileriki dönemlerde yaşanacak gelişmeler göz önünde bulundurularak tesis inşası için kullanılacak araziden tasarruf sağlamak için çok katlı tesisler inşa edilmektedir [18].

ÇKTYP'nin temel amacı, üretim ve hizmet tesislerini en etkin olarak destekleyecek şekilde bölümlerin katlara ve kat içindeki konularına yerleşimlerini yaparak toplam malzeme taşıma maliyetinin en küçüklenmesini sağlamaktır. Çok katlı tesis yerleşiminde bölümler arasında yatay ve dikey olmak

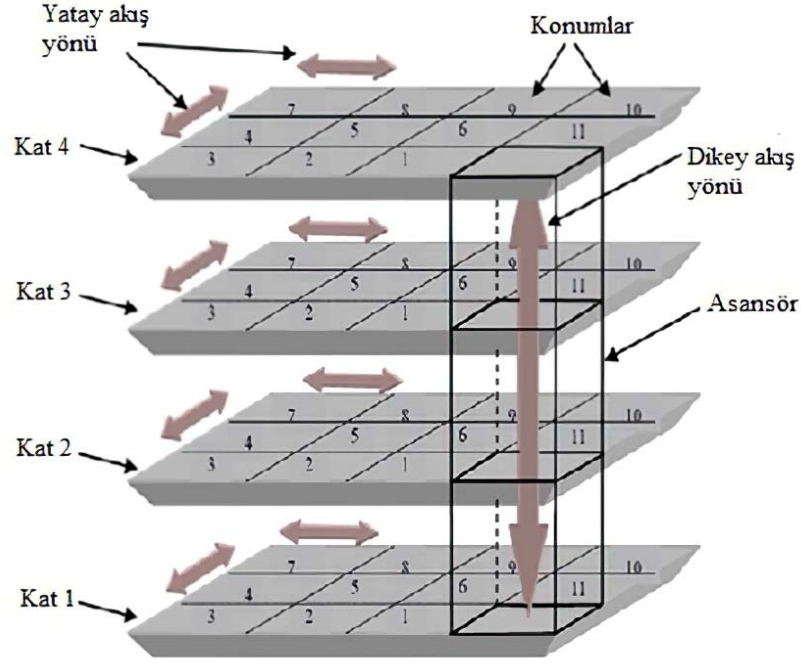
üzere iki çeşit malzeme hareketi bulunmaktadır. Aynı katta bulunan tesisler arasında yatay hareketlerle malzeme taşıma yapılmaktadır. Buna karşılık, farklı katlardaki bölümler arasında hem yatay hem de dikey hareketle malzeme taşıma görülebilir. Genellikle farklı katlarda bulunan iki bölüm arasında malzeme taşınması, asansörler, konveyörler, aktarma boruları vb. ile gerçekleşir. Ancak günümüzde en çok tercih edilen dikey malzeme taşıma yöntemi asansör kullanımınıdır. Çok katlı tesis yerleşim probleminin yapısı ve malzeme hareketleri şematik olarak Şekil 1'de verilmiştir [19]. Tek katlı yerleşime göre problemi daha karmaşık hale getiren karar değişkenleri kat sayısı, bölüm sayısı, asansör sayısı, asansör konumu olarak belirtilebilir. Bu karar değişkenleri probleme yeni kısıtların eklenmesine sebep olmakta ve problemi daha zor hale getirmektedir [4].

Uzun yıllardan beri, stratejik önemi nedeniyle, yerleşim problemi araştırmacıların dikkatini çekmiştir. Web of Science veri tabanı incelendiğinde, tesis yerleşim problemine olan ilginin halen devam ettiği ve arttığı gözlemlenmiştir. Güncel hayatta karşılaşılan ve problemin farklı sınıflarına ait makaleler yayınlanmaya devam etmektedir. TYP'nin sınıflarından birisi olan ÇKTYP modelini çözmek için de kesin çözüm yöntemleri, benzetim modelleri, sezgisel yöntemler ve meta-sezgisel yöntemler başta olmak üzere birçok çalışma bulunmaktadır. Bu çalışmada, kat sayısı belirli olan, her kata hizmet veren belirli sayıdaki asansörden oluşan ve dikdörtgen bölümlerden meydana gelen çok katlı tesis yerleşim problemi ele alınmıştır. Problemin çözümü için literatürde daha önce ÇKTYP'lerin çözümünde kullanıldığına rastlanılmayan Benders ayrıştırma algoritması kullanılarak etkin çözümlere ulaşılması amaçlanmıştır.

Makalenin geri kalan kısmı şu şekilde planlanmıştır. Bir sonraki bölümde ÇKTYP ile ilgili literatüre yer verilmiştir. Üçüncü bölümde ÇKTYP için uyarlanan matematiksel modelin tanıtımı ele alınmıştır. Dördüncü bölüm, modelin çözümü için önerilen Benders ayrıştırma algoritması ve çözüm aşamalarını içermektedir. Beşinci bölümde ise önerilen çözüm metodunun performansının görülmesi için test problemlerinin çözümleri yapılmıştır. Son bölümde çalışma ile ilgili tartışmaya ve gelecekte yapılabilecek araştırmalara yer verilmiştir.

## 2. LİTERATÜR İNCELEMESİ (LITERATURE REVIEW)

Literatür incelendiğinde, TYP ile ilgili farklı sınıflandırmaların yapıldığı çok sayıda çalışma bulunmaktadır. Üretim şekli ve miktarı, kullanılan malzeme taşıma ve akış sistemi, tesisin kaç katlı olduğu ve bölümlerin şekilleri vb. faktörler problemin sınıflandırılmasında etkili olmuşlardır. Drira vd. [20]'ne göre etmen ve tasarım konusu, ortaya çıkarılan problemlerin yapısını birbirinden ayırmaktadır. TYP'nin çeşitleri ve çözüm yöntemleri hakkında detaylı bilgi için [20-22] gözden geçirme makaleleri incelenebilir. Günümüzde en çok tercih edilen yerleşim tipinden birisi çok katlı yerleşimdir. Çok katlı



Şekil 1. Çok Katlı Tesis Yerleşimi Örneği (Multi Floor Facility Layout Example)

tesisler için yerleşim problemi çalışmaları uzun zamandır devam etmektedir. ÇKTYP ile ilgili ilk çalışma Johnson [23] tarafından yapılmıştır. Bu çalışmada problemin çözümü için bilgisayar destekli bir sezgisel metod önerilmiştir. Bozer vd. [4] MULTIPLE adını verdikleri bir yöntem geliştirmişlerdir. Bu yöntemde, eşit alana sahip olmayan bölümlerin yer değiştirmesine izin vermek amacıyla CRAFT yöntemini boşluk doldurma eğrisi yöntemiyle birleştirmişlerdir. Meller ve Bozer [24] ÇKTYP'yi çözmek için bir tavlama benzetimi algoritması önermişlerdir. Bu çalışmada toplam dikey ve yatay malzeme taşıma maliyetlerinin en küçüklenmesi hedeflenmiştir. Meller ve Bozer [25] bir yıl sonra ÇKTYP'nin çözümü için iki aşamalı bir yaklaşım önermişlerdir. İlk aşamada her bir katta yer alacak bölümlerin belirlenmesi için matematiksel model kullanmışlardır. İkinci aşamada ise her kata atanan bölümlerin kat içerisinde yerleşimini belirlemek için bir sezgisel algoritma (modified SABLE) geliştirmişlerdir. Matsuzaki vd. [18] problemin çözümü için tavlama benzetimine dayanan yeni bir iyileştirici alt optimal yöntem geliştirmişlerdir. Çalışmadaki amaç fonksiyonu asansör kapasitesini bir kısıt olarak dikkate alıp asansörlerin kurulum maliyetlerinin en aza indirilmesi olarak belirlenmiştir. Abdinnour-Helm ve Hadley [26] çalışmada iki farklı modeli karşılaştırmıştır. Her iki modelin ilk aşamasında bölümler belirli bir kata tahsis edilmektedir. Birinci modelin ilk aşamasında bir sezgisel algoritma kullanılırken, ikinci modelin ilk aşamasında ise bir matematiksel model kullanılmıştır. İki modelinde ikinci aşamasında ise, kat içi ve katlar arasındaki toplam en az taşıma miktarını bulmak için Tabu arama yöntemi kullanılmıştır. Lee vd. [27] ÇKTYP modelinde içyapı duvarlarını ve geçitlerini dikkate almışlardır. Alan kısıtlılıklarını ve bölümlerin en boy

oranlarını sağlayan bir matematiksel model önermişlerdir. Önerilen modelin çözümü için bir genetik algoritma geliştirmişler ve çok katlı bir gemi yerleşim problemine uygulamışlardır. Chang vd. [28] ÇKTYP için koridor oluşturma sistemini kullanmışlardır. Koridorun şeklini ve konumunu dikkate alan model birçok pratik problem için bazı genetik tabanlı hibrit algoritmalar yardımıyla çözülmüştür. Goetschalckx ve Irohara [29] çalışmalarında asansörleri dikkate alan ÇKTYP'ler için etkili formülasyonlar geliştirmişlerdir. Önerilen modelde asansör sayısı ve pozisyonları karar değişkeni olarak ele alınmıştır. Geliştirilen modeli çözmek için kesin çözüm yöntemlerini kullanmışlardır. Bernardi ve Anjos [30] ÇKTYP için iki çözüm yaklaşımı önermişler ve bunları karşılaştırmışlardır. Birinci çözüm yaklaşımında, her katın yerleşimi diğer katlardan bağımsız olarak çözülmektedir; ancak bu durumda yalnızca tek bir asansör yeri olduğu varsayılmıştır. İkinci çözüm yaklaşımında ise birden fazla asansör konumuna izin verilirken tüm katların yerleşimi eş zamanlı olarak yapılmaktadır. Yapılan değerlendirmede birinci çözüm yaklaşımının ikinci çözüm yaklaşımından daha iyi sonuçlar verdiği gözlemlenmiştir. Ghadikolaei ve Shahanaghi [31] bölümler arası ve asansörlerin malzeme akış miktarlarının zaman içinde değiştiği dinamik ÇKTYP için bir matematiksel model geliştirmişlerdir. Asansör kapasite kısıtı içeren matematiksel modelin çözümü için bir tavlama benzetimi algoritması önermişlerdir. Hathhorn vd. [32] amaç fonksiyonunu toplam malzeme taşıma ve tesis binası maliyetinin en aza indirilmesi olarak belirlemişlerdir. ÇKTYP için tesisteki tüm uzunluklar, kat sayısı, bölümlerin boyutları ve konumları, asansör sayısı ve konumu karar değişkeni olarak modellenmiştir. Kia vd. [33] dinamik yapıya sahip hücreli imalatın yapıldığı ÇKTYP'ni çözmek

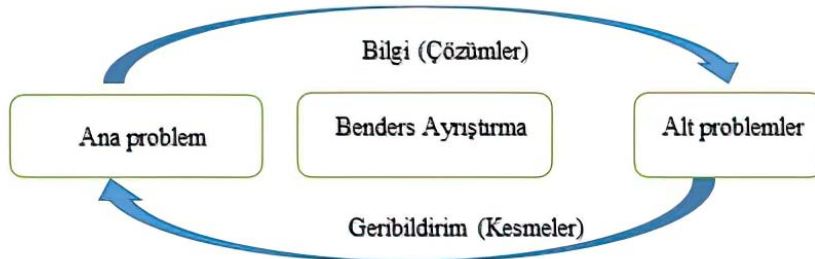
için bir matematiksel model geliştirmişler ve çözümü için bir genetik algoritma önermişlerdir. Amaç fonksiyonu olarak, hücre içi, hücreler arası ve katlar arası malzeme taşıma, makine satın alma, makine işleme, makine ek kapasitesi ve makine yer değiştirme maliyetlerinin toplamını en aza indirmek olarak belirlemişlerdir. Neghabi ve Ghasemmi Tari [34] eşit olmayan alana sahip bölümlerden oluşan ÇKTYP için bir matematiksel model geliştirmişlerdir. Amaç fonksiyonu, aynı ve farklı katlara atanmış bölümler arasındaki faydalı bitişiklik sayısının en büyüklüğü olarak belirlenmiştir. Ahmadi ve Jekar [35] tek katlı ve çok katlı TYP için üç aşamadan oluşan bir matematiksel model önermişlerdir. Birinci aşamada bölümleri katlara atamak için bir karışık tamsayı programlama modeli kullanmışlardır. İkinci aşamada, kat içindeki yerleşimleri belirlemek için doğrusal olmayan programlama modeli önermişlerdir. Üçüncü aşamada ise, asansör yerlerini sabitleyerek tesisin tamamının düzenlenmesini yapmışlardır. Che vd. [36] ÇKTYP için iki amaçlı bir model önermişlerdir. Burada amaçlardan birisi toplam taşıma maliyetinin en küçüklüğü, diğeri ise toplam işgal edilen oda alanının en küçüklüğü olarak ele alınmıştır. Guan vd. [37] iki katlı bir tesis için koridor atama problemini dikkate almışlardır. Problemi bir karma tamsayı programlama modeli olarak ifade etmişler ve çözümü için çiçek tozlaşması algoritması kullanmışlardır.

ÇKTYP konusunda Ahmadi vd. [38] tarafından bir gözden geçirme makalesi yayımlanmıştır. Probleme ve yapılan çalışmalara ilişkin detaylı bilgiler bu makalede verilmiştir. Bu çalışmada, ÇKTYP'nin çözümü için Benders ayrıştırma algoritması kullanılmıştır. Literatürü incelediğimiz kadarıyla daha önce ÇKTYP'nin çözümünde Benders ayrıştırma algoritması kullanılan herhangi bir çalışmaya rastlanılmamıştır. Literatüre bu konuda katkı sağlamak için bu çalışma hayata geçirilmiştir. Ayrıştırma algoritmaları ile büyük boyutlu problemlere daha iyi çözümler bulunabilmektedir. Aynı zamanda ÇKTYP'ne Benders Ayrıştırma algoritmasını uygularken bu çalışma kapsamında modele yeni kısıtlar ilave edilmiştir. Böylece yeni bir model önerilmiştir. Bunun yanında Benders ayrıştırma algoritmasının ÇKTYP'ne uygulanabilmesi için matematiksel model ana problem ve alt problem olmak üzere ayrıştırılmıştır. Problemin çözümünün gösteriminde çift sıralı gösterim yöntemi kullanılmıştır. Bu kısıtlar ve uygulamalar ile birlikte daha iyi çözümlere ulaşılması

amaçlanmıştır. Sonraki bölümlerde yeri geldikçe bu konular daha detaylı olarak açıklanmıştır. Bir sonraki bölümde Benders ayrıştırma algoritması açıklanacaktır.

### 3. BENDERS AYRIŞTIRMA ALGORİTMASI (BENDERS DECOMPOSITION ALGORITHM)

Doğrusal programlama (DP) problemi bağlayıcı kısıtlara sahip ayrıştırılabilir bir yapıda ise, ikili DP problemi bağlayıcı değişkenlere sahip ayrıştırılabilir bir yapıya sahiptir. Tam tersi olacak şekilde, eğer bir DP problemi bağlayıcı değişkenlerle ayrıştırılabilir bir yapıya sahipse, ikili DP problemi bağlayıcı kısıtlara sahip ayrıştırılabilir bir yapıya sahiptir [39]. Benders ayrıştırma algoritması, Benders [40] tarafından önerilmiştir. Algoritmanın temel amacı, geçici olarak sabitletiğinde, daha basit bir problem oluşturan bağlayıcı değişkenlerle ilgili problemlerin üstesinden gelmektir. Çok sayıda değişkenden kaçınmak için Benders değişkenlerin iki kümeye ayrılmasını önerir. Bunlar; sürekli değişkenler ve bağlayıcı değişkenlerdir. Yöntem, bağlayıcı değişkenleri içeren bir Ana Problemin (MP) ve sürekli değişkenleri içeren bir Alt Problemin (SP) oluşturulmasını gerektirir. Her iterasyonda SP, MP ve MP için çözüm uzayını kısıtlayan kesmeler oluşturmak için DP'nin ikilik teorisi kullanılmıştır ve bağlayıcı değişkenlerin optimal değerlerini tahmin eder ve bunları SP'ye gönderir. Algoritma sınırlı sayıda iterasyon ile yakınsar ve MP, SP'nin bulunduğu üst sınıra eşit veya çok yakın bir çözüme ulaşır. Benders ayrıştırma algoritması, DP problemini değişkenleri bağlayıcı olacak şekilde iterasyon maliyetiyle dağıtılmış olarak çözmeye imkân tanımaktadır. Metodun girdisi bağlayıcı değişkenler ile bir DP problemi ve yakınsamayı kontrol etmek için küçük bir  $\epsilon$  tolerans değeridir. Çıktısı ise Benders ayrıştırma algoritması kullanıldıktan sonra elde edilen DP probleminin çözümüdür [41]. Benders ayrıştırma algoritması, büyük ölçekli karma tamsayı programlama problemleri ile uğraşırken etkili bir yaklaşımdır ve onlarca yıldır birçok optimizasyon probleminde kullanılmıştır. Aynı zamanda bazı zorlukları da bulunmaktadır. Benders ayrıştırma algoritması binlerce iterasyon ile çözüme ulaşması gerekebileceğinden yakınsama için çok yüksek çözüm süreleri gerektirmektedir [42]. Yakınsama için çok sayıda iterasyon gerektirdiğinde, hem MP hem de SP birçok kez çözülmelidir, ayrıca bu problemlerin karmaşıklığı arttıkça çözüm süresi artar. Benders ayrıştırma algoritmasının şematik gösterimi Şekil 2'de verilmiştir.



Şekil 2. Benders ayrıştırma algoritmasının şematik gösterimi (Benders decomposition algorithm schematic representation)



Benders ayrıştırma algoritması, satır (row) üretme tekniğidir ve kaynak tabanlı ayrıştırma algoritması olarak bilinmektedir. Benders ayrıştırma algoritması her iterasyonun sonunda alt problemden ana probleme yeni kesmeler ekleyen iteratif bir yöntem olarak bilinmektedir. En büyük negatif azaltılmış maliyeti veren satırlar problemden ana probleme eklenmektedir. Ana problem önerilen yeni satırları (kesmeleri) da kullanarak yeni maliyet değerleri oluşturmakta ve iterasyonlar devam etmektedir. Ana problem alt probleme yeni bir maliyet katsayı (marjinal değerler) kümesi sağlar ve bu yeni katsayılarla alt problem de çözüme devam etmektedir [42].

DP ilk formu Eş. 1-Eş. 3'te verilmiştir.

$$\text{En küçük } cx \quad (1)$$

$$\text{Kısıtlar } Ax \leq b \quad (2)$$

$$x \in X \equiv \{x: Dx \geq d, x \geq 0\} \quad (3)$$

A : probleme ait kısıt kümesindeki değişkenlerin katsayılar matrisi

b : probleme ait kısıt kümesinin sağ taraf sabitler vektörü

C : probleme ait amaç fonksiyonu sabitler vektörü

Algoritmanın prosedüründe kolaylık olması açısından, X kümesinin boş olmadığı ve sınırlı olduğu varsayılmıştır.

İlk problemin ikili problemi Eş. 4-Eş. 6'da verilmiştir.

$$\text{En büyük } wb + vd \quad (4)$$

$$\text{Kısıtlar } wA + vD \leq c \quad (5)$$

$$w \text{ sınırlandırılmamış, } v \geq 0 \quad (6)$$

w ve v'yi sırasıyla  $Ax = b$  ve  $Dx > d$  kısıtları ile ilişkili ikili değişkenler olarak adlandırılmaktadır. w, rassal bir değere sabitlendiğinde, v değişkenlerinde DP probleminin elde edildiği görülecektir. Özellikle, bu DP'nin özel olarak yapılandırılmış hali veya çözülmesi kolay şekli olabilir [43]. Bunun Benders ayrıştırma algoritmasının anahtarı olduğu varsayılırsa w değişkenlerini aşağıdaki gibi bağlayıcı değişkenler olarak ele alırken ikili problemi kısımlara ayrıştırarak devam edilecektir:

$$= \text{en büyük } \left\{ wb + \text{en küçük}_{x \in X} (c - wA)x \right\} \quad (7)$$

Burada, problemin ikili formu X kümesini belirterek iç optimizasyon problemine yazılmıştır. X kümesinin boş olmadığı ve sınırlı olduğu varsayıldığından, Eş. 7'deki iç en küçükleme problemi en uç nokta optimal çözümüne ulaşır.  $x_1, \dots, x_t$ 'yi X kümesinin köşeleri olduğu belirtildiği üzere, D matrisinin w değişkenin sınırsız değerleri üzerinde Eş. 7'deki eşitlik  $\text{En büyük } \left\{ wb + \text{en küçük}_{t=1, \dots, t} (c - wA)x_j \right\}$  formuna eşdeğer olduğunu söylemek mümkündür [43]. Bu

formülasyon amaç fonksiyonunda z olarak belirtilirse, ana problem Eş. 8-Eş. 10'daki gibi yazılabilir.

$$\text{En büyük } z \quad (8)$$

$$\text{Kısıtlar } z \leq wb + v(c - wA)x_j, j=1, 2, \dots, t \text{ için} \quad (9)$$

$$z, w \text{ sınırlandırılmamış} \quad (10)$$

Ana problemi doğrudan çözmek için elverişsiz olduğuna dikkat edin, çünkü tipik olarak çok fazla kısıtlaması vardır. Bu nedenle, Eş. 9'daki kısıtların sadece birkaçının açıkça korunduğu bir gevşeme stratejisi benimsenebilir. Böyle gevşetilmiş bir ana problem için optimal çözümü elde ettiğimizi varsayalım  $(\bar{z}, \bar{w})$ . Bu durumda  $\bar{z}$  orijinal problemin optimal değeri üzerinde bir üst sınırdır. Ayrıca,  $(\bar{z}, \bar{w})$  Eş. 9'daki tüm kısıtlar için mümkün bir değere sahipse  $(\bar{z}, \bar{w})$  ana problem için optimaldir. Bu nedenle, Eş. 9'da herhangi bir kısıtın ihlal edilip edilmediğini kontrol etmek için, tüm  $j=1, \dots, t$  için  $\bar{z} \leq \left\{ \bar{w}b + \text{en küçük}_{t=1, \dots, t} (c - wA)x_j \right\}$  durumunun kontrol edilmesi gerekmektedir. Ancak, Eş. 7'deki problem DP alt problemine eşdeğerdir:

$$wb + \text{en küçük}_{x \in X} (c - wA)x \quad (11)$$

Eğer  $\bar{z}$ , Eş. 11'deki optimal amaç fonksiyonu değerinden küçük veya eşitse algoritmaya devam edilir. Aksi takdirde,  $x_k$  Eş. 9'daki problemi çözerse,  $\bar{z} > \bar{w}b + (c - wA)x_k$  elde edilmiş olur ve  $z > wb + (c - wA)x_k$  kısıtını oluşturabilir. Elde edilen kısıt mevcut gevşetilmiş ana probleme eklenebilir ve yeniden optimize edilebilir mümkün hale gelir [44]. Bu yeni kısıtın önceki ana problem çözümünü  $(\bar{z}, \bar{w})$  kestiği veya sildiği görülmektedir. Bu işlem, gevşemiş bir ana problemin çözümü  $(\bar{z}, \bar{w})$ , Eş. 11'deki optimal değere eşit olana kadar tekrarlanabilir. X sonlu sayıda köşeye sahip olduğundan bu sonlu sayıda yinelenecektir.

Yukarıdaki prosedür Benders ayrıştırma algoritması olarak bilinmektedir. Eş. 8-Eş. 10'daki problem formu Benders (gevşetilmiş) ana problemi olarak adlandırılır, kısıtları Benders kısıtları veya Benders kesmeleri (önceki ana problem çözümlerini silebildiğinden dolayı) olarak adlandırılır. Eş. 11'deki problem Benders alt problemi olarak bilinir. Benders ayrıştırma algoritması hakkında daha fazla bilgi için [39-44] kaynakları incelenebilir.

Bu çalışmada, Conejo vd. [39] tarafından ayrıntılı olarak adımları verilen Benders ayrıştırma algoritmasının GAMS programı kodları ÇKTYP'ne uyarlanmış ve kullanılmıştır.

#### 4. MATEMATİKSEL MODEL VE PROBLEM TANITIMI (MATHEMATICAL MODEL AND PROBLEM REPRESENTATION)

Bu bölümde, ÇKTYP'nin matematiksel modeli, kullanılan parametreler ve değişkenler ayrıntılı olarak tanımlanacaktır. Matematiksel modelin amaç fonksiyonu katlar arası ve kat içindeki toplam malzeme taşıma maliyetinin en

küçülenmesidir. Verilen modelde yerleşimi yapılacak tüm bölümler dikdörtgen şeklinde ve eşit olmayan alana sahiptirler. Ataması yapılacak bölümler bölünemezler yani her bölüm ancak bir kata atanabilmektedir. Katlara atanan bölümlerin merkez noktaları bulunurken referans olarak katın güney-batı köşesi alınmıştır. Bölümler arasındaki uzaklıklar hesaplanırken bölümlerin merkez noktalarından olan uzaklıklar hesaplanmaktadır ve uzaklık ölçüm yöntemi dik doğrusaldır.

Yukarıda sayılan varsayımlar altında kurulan matematiksel modelde kullanılan veriler, parametreler ve değişkenler aşağıda tanımlanmıştır.

#### 4.1. Varsayımlar (Assumptions)

- Bölümler arası akış miktarları belirli ve statiktir.
- Kullanılacak asansör sayısı ve katlardaki konumları önceden belirlenmiştir.
- Tesiste yer alan kat sayısı ve katların boyutları önceden bilinmektedir.
- Dikey doğrultudaki taşımalar için kullanılan asansörler her kata çift yönlü olarak hizmet vermektedir ve asansörlerin kapasitesi ve kapladığı alan ihmal edilmiştir.
- Asansörlere malzeme yükleme ve boşaltma maliyetleri ihmal edilmiştir.

#### 4.2. Model Parametreleri (Model Parameters)

$N$	: Bölüm sayısı
$E$	: Asansör sayısı
$f_{ij}$	: $i$ bölümünden $j$ bölümüne taşınan malzeme miktarı
$XX_e$	: e. asansörün x koordinat konumu
$YY_e$	: e. asansörün y koordinat konumu
$ll_j$	: $j$ . bölümün uzun kenarının uzunluğu
$ls_j$	: $j$ . bölümün kısa kenar uzunluğu
$L$	: katın en uzunluğu
kat(i), kat(j)	: $i$ . ve $j$ . bölümün atandığı kat

#### 4.3. Ana Problem (Master Problem)

Bölüm 3'te bahsedilen Benders ayrıştırma algoritmasına göre, bütün bölümlerin yerleştirilmesi koşulu altında, ÇKTYP ana problemi aşağıdaki amaç fonksiyonu ve kısıtlar yardımı ile çözülebilir:

$$Enk Z = \sum_{k=1}^K \sum_{i \in \{j | kat(i) = k\}}^N [ \sum_{j \in \{j | kat(j) = k\}} f_{ij} d_{ij}^{HS} c_{ij}^{HS} + \sum_{j \in \{j | kat(j) \neq k\}} \sum_{e \in \{e | e = E_{ij}\}} f_{ij} (s x_{eij} + s y_{eij}) c_{ij}^{HD} ] \quad (12)$$

#### Kısıtlar (Constraints)

tüm kat(i)  $\neq$  kat(j) ve  $f_{ij} \neq 0$  olan  $i, j$  için

$$x a_{ej} + y a_{ej} + x a_{en} + y a_{en} \leq L \quad (13)$$

tüm kat(i)  $\neq$  kat(j) ve  $f_{ij} \neq 0$  olan her  $e$  için

$$E_{eij} = E_{eji} \quad (14)$$

$c_{ij}^{HD}$  : eğer farklı katlara atanmışsa,  $i$  bölümünden  $j$  bölümüne birim yükü yatay olarak taşıma maliyeti

$d_{ij}^{HD}$  : eğer farklı katlara atanmışsa,  $i$  bölümünün  $j$  bölümüne yatay uzaklığı

$d_{ij}^{HS}$  : eğer aynı kata atanmışsa,  $i$  ve  $j$  bölümleri arasındaki yatay uzaklığı

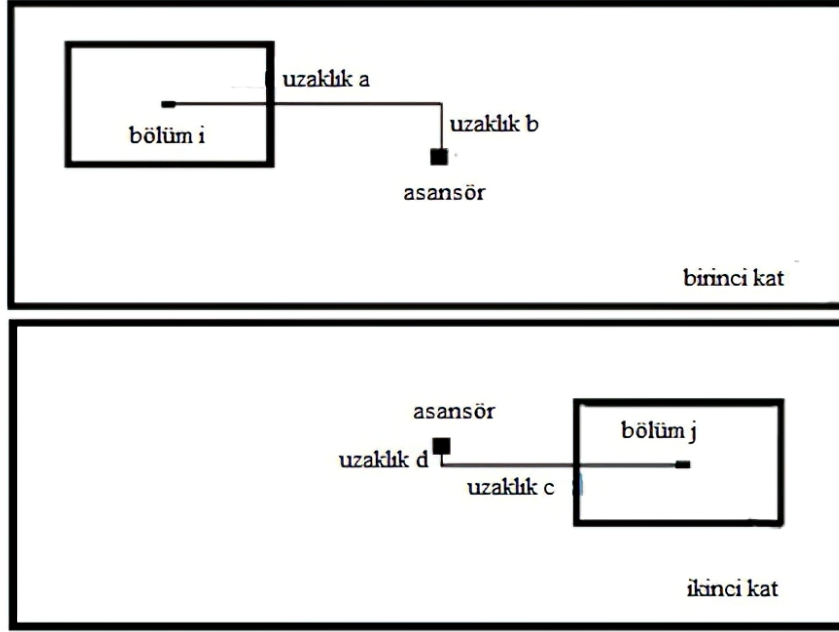
$c_{ij}^{HS}$  : eğer aynı kata atanmışsa,  $i$  bölümünden  $j$  bölümüne birim yükü yatay olarak taşıma maliyeti

$x a_{ej}, x a_{en}$  :  $j$  ve  $n$  bölümlerinin e. asansöre x koordinatı üzerindeki uzaklığı

$y a_{ej}, y a_{en}$  :  $j$  ve  $n$  bölümlerinin e. asansöre y koordinatı üzerindeki uzaklığı

Şekil 3'te görüldüğü üzere  $i$  ve  $j$  bölümleri farklı katlara atanmıştır ve aralarında malzeme akışı mevcuttur. İki bölüm arasındaki malzeme akışı asansör tarafından yapılmaktadır. Şekil 3'te belirtilen a, b, c ve d uzaklıkları sırasıyla  $x a_{ei}$ ,  $y a_{ei}$ ,  $x a_{ej}$  ve  $y a_{ej}$  değişkenleri ile ifade edilmektedirler. Farklı katlara atanan ve aralarında malzeme akışı bulunan  $i$  ve  $j$  bölümlerinin malzeme akışının yapılacağı e. asansöre olan yatay uzaklığı *uzaklık a*, *uzaklık b*, *uzaklık c* ve *uzaklık d*'nin toplamına eşittir.

Eş. 12'deki amaç fonksiyonu, farklı katlara atanan bölümlerin malzeme taşınmasının yapılacağı asansöre olan yatay taşıma maliyeti ile aynı kattaki bölümlerin birbirlerine olan yatay taşıma maliyet toplamının en küçülenmesidir. Benders ayrıştırma algoritmasında ana problem kısıtının alt problemlerin (katların) tümünü içermesi gerekmektedir. Bundan dolayı Eş. 13'deki kısıt, farklı katlara atanan bölümlerin asansöre olan yatay ve dikey uzaklıkları toplamı, katın boyutlarından büyük olamaz olarak belirtilmektedir ve ilk olarak bu çalışmada ana problem kısıtı olarak ÇKTYP matematiksel modeline eklenmiştir. Bölümlerin Eş. 14'te ise farklı katlarda bulunan ve aralarında malzeme akışı olan bölümlerin atandığı asansörün aynı olması gerekliliğini yerine getirmektedir. Farklı katlardaki ilişkili bölümler arasındaki malzeme taşınmasında aynı asansörün kullanılmaması durumunda gerçek hayattaki uygulamalara uygun olmayacaktır. Blok açısız DP ve ayrıştırma prensibine göre ana problemin amaç fonksiyonunun alt problemlerin amaç fonksiyonlarına ayrıştırılabilecek forma sahip olması şartı bulunmaktadır. Yatay uzaklıklar hesaplanırken birim taşıma maliyetleri ilgili alt problemlere ayrıştırılabilir, ancak katlar arasındaki dikey taşıma maliyetinin alt problemlere ayrıştırılması mümkün değildir. İki aşamalı yaklaşım benimsenerek yapılan bu çalışmada, bölümlerin atandığı katlar ( $kat(i)$  ve  $kat(j)$ ) parametre olarak alındığı önceden belirtilmiştir. Farklı katlara atanan bölümler arası dikey uzaklık sabittir ve bölümlerin kat içi yerleşimlerine göre değişmemektedir. Bu sebepten ötürü ana problemin amaç fonksiyonunda dikey taşıma maliyeti yer almamaktadır ve problem çözüldükten sonra sabit bir değer olarak eklenmektedir.



Şekil 3. Farklı katlara atanan bölümler arası yatay uzaklığın belirlenmesi  
(Determination of horizontal distance between departments assigned to different floors)

4.4 Alt Problem (k) (Sub Problem (k))

Ayrıştırma prensibine uygun olarak, her bir alt problemin amaç fonksiyonu, ana problemin amaç fonksiyonundan üretilmiştir. Farklı bir ifadeyle, ana problemin amaç fonksiyonu alt problemlere ayrıştırılmıştır. ÇKTYP için oluşturulan her bir alt problem aşağıda verilen amaç fonksiyonu ve kısıtlardan oluşmaktadır.

$$Enk z = \sum_{k=k} \sum_{i \in \{i | kat(i) = k\}} \sum_{j \in \{j | kat(j) = k\}} f_{ij} d_{ij}^{HS} c_{ij}^{HS} + \sum_{j \in \{j | kat(j) \neq k\}} \sum_{e \in \{e | e = E_{ij}\}} f_{ij} (sx_{eij} + sy_{eij}) c_{ij}^{HD} \quad (15)$$

k. kata atanan her j için

$$xc_j = x_j + \frac{ls_j}{2} \quad (16)$$

k. kata atanan her j için

$$yc_j = y_j + \frac{lj_j}{2} \quad (17)$$

k. kata atanan her j ve i için

$$xd_{ij} = |xc_j - xc_i| \quad (18)$$

k. kata atanan her j ve i için

$$yd_{ij} = |yc_j - yc_i| \quad (19)$$

k. kata atanan her j ve i için

$$d_{ij}^{HS} = xd_{ij} + yd_{ij} \quad (20)$$

k. kata atanan her j için

$$x_j + ll_j \leq W \quad (21)$$

k. kata atanan her j için

$$y_j + ls_j \leq L \quad (22)$$

k. kata atanan her j için

$$x_j \geq ll_j \quad (23)$$

k. kata atanan her j için

$$y_j \geq ls_j \quad (24)$$

$$sx_{eij} > (XAB_{ej}) + (E_{eij} - 1) W \quad (25)$$

$$sy_{eij} > (YAB_{ej}) + (E_{eij} - 1) L \quad (26)$$

$$sx_{eij} < XAB_{ej} \quad (27)$$

$$sy_{eij} < YAB_{ej} \quad (28)$$

$$sx_{eij} < E_{eij} W \quad (29)$$

$$sy_{eij} < E_{eij} L \quad (30)$$

$$sx_{eij} > 0 \quad (31)$$



$$sY_{ej} > 0 \quad (32)$$

$sX_{ej}, sY_{ej}$  :  $i$  ve  $j$  bölümleri farklı katlara atanmışsa,  $j$  bölümünün atanmış olduğu asansöre yatay mesafesi

$xc_i, xc_j$  :  $i$  ve  $j$  bölümün merkezinin x koordinatı değeri

$yc_i, yc_j$  :  $i$  ve  $j$  bölümün merkezinin y koordinatı değeri

$xd_{ij}$  :  $i$  ve  $j$  bölümlerinin x koordinatı üzerindeki uzaklık değeri

$yd_{ij}$  :  $i$  ve  $j$  bölümlerinin y koordinatı üzerindeki uzaklık değeri

$x_j$  :  $j$  bölümün x koordinatı değeri

$y_j$  :  $j$  bölümün y koordinatı değeri

Meller vd. [45]'nin çalışmasında belirtildiği üzere, bölümlerin üst üste binmemesini sağlayan çift sıralı gösterim tekniği kullanılarak üst üste gelmeme kısıtı matematiksel modele eklemiştir. Çift sıralı gösterim vasıtasıyla, kat içinde bölümlerin birbirlerine göre olan konumlarını tanımlamak için iki adet sıra belirlenmektedir. Bu gösterimde kullanılan değişkenlerin tanımları Tablo 1'de verilmiştir.

**Tablo 1.** Tamsayı değişkenlerin ifadesi  
(Expression of integer variables)

$z_{ij}^+$	$z_{ji}^+$	$z_{ij}^-$	$z_{ji}^-$	Durum
1	0	0	0	$i$ bölümü $j$ nin solunda
0	1	0	0	$i$ bölümü $j$ nin sağında
0	0	1	0	$i$ bölümü $j$ nin altında
0	0	0	1	$i$ bölümü $j$ nin üstünde

her  $k$ . kata atanan  $i, j, k$  için

$$z_{ij}^+ + z_{jk}^+ - z_{ik}^+ \leq 1 \quad (33)$$

her  $k$ . kata atanan  $i, j, k$  için

$$z_{ij}^- + z_{jk}^- - z_{ik}^- \leq 1 \quad (34)$$

her  $k$ . kata atanan  $i, j$  için

$$z_{ij}^+ + z_{ji}^+ = 1 \quad (35)$$

her  $k$ . kata atanan  $i, j$  için

$$z_{ij}^- + z_{ji}^- = 1 \quad (36)$$

her  $k$ . kata atanan  $i \neq j$  için

$$x_i + ll_i \leq x_j - ll_j + W * (2 - z_{ij}^+ - z_{ij}^-) \quad (37)$$

her  $k$ . kata atanan  $i \neq j$  için

$$y_i + ls_i \leq y_j - ls_j + L * (1 + z_{ij}^+ - z_{ij}^-) \quad (38)$$

farklı kattaki bölümle akışı olan ve akışı  $e$ . asansörle sağlayan her  $j$  için

$$XAB_{ej} = |xc_j - XX_e| \quad (39)$$

farklı kattaki bölümle akışı olan ve akışı  $e$ . asansörle sağlayan her  $j$  için

$$YAB_{ej} = |yc_j - YY_e| \quad (40)$$

$f_{ij} \neq 0$  olan her  $i, j$  için

$$\sum_e E_{eij} = 1 \quad (41)$$

$z_{ij}^+$  : Eğer  $i$  bölümü birinci sırada  $j$ 'den önce ise 1 değerini almaktadır

$z_{ij}^-$  : Eğer  $i$  bölümü ikinci sırada  $j$ 'den önce ise 1 değerini almaktadır

$XAB_{ej}$  : eğer farklı katlara atanmışsa ve aralarında ilişki varsa,  $j$ . bölüm ile diğer kattaki arasında taşımayı yapan  $e$ . asansöre x koordinatındaki uzaklık değeri

$YAB_{ej}$  :  $j$ . eğer farklı katlara atanmışsa ve aralarında ilişki varsa,  $j$ . bölüm ile diğer kattaki arasında taşımayı yapan  $e$ . asansöre y koordinatındaki uzaklık değeri

Eş. 15'te ana problem amaç fonksiyonundan ayrıştırılan alt problemin amaç fonksiyonu verilmiştir. Burada, farklı katlara atanan ve aralarında malzeme akışı bulunan bölümlerden  $k$ . kattaki bölümün malzeme taşıma için atandığı asansöre olan yatay uzaklık, iki bölüm arasındaki akış miktarı ve yatay uzaklık için birim taşıma maliyetinin çarpımlarının toplamı ile  $k$ . kata atanan bölümlerin birbirlerine olan yatay uzaklık, aralarındaki malzeme akış miktarı ve yatay uzaklık için birim taşıma maliyetinin çarpımlarının toplamının en küçüklenmesidir. Eş. 16 ve Eş. 17,  $j$ . bölümün merkez noktasının  $x$  ve  $y$  koordinatlarını belirler. Her bölümün merkezinin tespiti ile bölümler arasındaki uzaklıkların hesaplanması mümkün olacaktır. Eş. 18 ve Eş. 19,  $i$  ve  $j$  bölümlerinin merkez noktaları arasındaki  $x$  ve  $y$  koordinatlarındaki uzaklıkları hesaplar. Bölümler arası yatay uzaklığın belirlenmesi için gereklidir. Eş. 20'deki kısıt, aynı kata atanan  $i$  ve  $j$  bölümleri arasındaki yatay uzaklıkların toplamı olan  $d_{ij}^{HS}$  değerini bulmaktadır.  $i$  ve  $j$  bölümleri arasındaki  $x$  ve  $y$  koordinatı uzaklıklarının toplamı olarak ifade edilmektedir. Eş. 21 ve Eş. 22 katlara atanan bölümlerin sırasıyla  $x$  ve  $y$  koordinatlarının katın boyutlarından büyük olmamasını, Eş. 23 ve Eş. 24 ise katın boyutlarından küçük olmamasını garanti altına alır. Bu kısıtlar bölümlerin atandıkları katın sınırları içine kalmasını sağlamak için kullanılmaktadır. Eş. 25-Eş. 32 farklı kata atanan bölümlerin atandıkları asansöre olan yatay uzaklıklarının doğrusallaştırma kısıtlarıdır. Farklı katlara atanan ve aralarında akış bulunan bölümlerin aynı asansörü kullanabilmeleri için yazılan kısıtlardır. Eş. 33-Eş. 36 aynı kata atanan bölümlerin birbirlerine göre konumlarını belirlerler ve üst üste çakışmasını sağlarlar. Aynı kata atanan bölümler çakışırsa bölümler birbirine girer ve gerçek hayat uygulamasında imkânsız bir durum ortaya çıkar. Bundan dolayı bölümlerin çakışmaması gerekmektedir. Eş. 37 ve Eş. 38, çalışmada kullanılan çift sıralı gösterimde bölümlerin sırasıyla birinci ve ikinci sıradaki birbirlerine

göre önceliğini ifade etmektedir. Çift sıralı gösterim kullanılarak bölümlerin üst üste gelmemesi sağlanmaktadır. Eş. 39 ve Eş. 40'ta  $j$  bölümünün sırayla katta bulunan taşıma için atanan asansöre olan  $x$  ve  $y$  koordinat uzaklıklarını hesaplamaktadır. Eş. 41'de farklı katlara atanan  $i$  ve  $j$  bölümleri arasındaki malzeme akışında sadece bir asansöre atanabilir şartını sağlamaktadır. Bu çalışmada asansör kapasiteleri dikkate alınmadığından iki bölüm arasındaki malzeme akışı birden fazla asansörle sağlanamaz.

## 5. BENDERS AYRIŞTIRMA ALGORİTMASININ ÇKTYP'NE UYGULAMASI VE DENEYSEL SONUÇLAR

(APPLICATION OF BENDERS DECOMPOSITION ALGORITHM TO MFLP AND COMPUTATIONAL RESULTS)

Bu çalışmada, eşit olmayan alana sahip dikdörtgen bölümlerden oluşan, kat sayısı önceden tespit edilmiş ve her kata hizmet veren belirli sayıda asansörden meydana gelen çok katlı tesis yerleşim problemi ele alınmıştır. Çalışmamızda ÇKTYP çözümü iki aşamalı yaklaşım benimsenerek ele alınmıştır.

Şekil 4'te çözüm yönteminin birinci aşaması verilmiştir. Bu aşamada tesisi meydana getiren bölümlerin hangi katlarda

bulunacağı optimize edilmektedir. İlk aşamanın optimizasyonu için geliştirilen matematiksel model GAMS 23.7 isimli programda kodlanmış ve çözülmüştür. İkinci aşamada ise katlar arası yerleşimi de göz ardı etmeden her bir kata atanan bölümlerin kat içerisindeki yerleşimini bulmak için Benders ayrıştırma algoritması uygulanmıştır. İkinci aşamanın şematik gösterimi Şekil 5'te verilmiştir. ÇKTYP matematiksel modeli Blok Açısız Doğrusal Programlama prensiplerine sadık kalınarak ana problem ve alt problem olmak üzere iki parçaya ayrıştırılmaktadır. Bu çalışmanın literatüre katkılarında birisi de literatürde daha önce rastlanmayan Eş. 13 ve Eş. 14 ana problem kısıtı olarak eklenmiştir.

Problemin çözümü aşamasında, ana problemin ve alt problemin iteratif şekilde çözüm üretebilmesi için başlangıç çözümü algoritma tarafından rassal olarak üretilmektedir. Alt problemlerden elde edilen kesmelerin değerleri ana probleme girdi olarak iletilmektedir. Problemin çözümü için  $f$ ,  $A$  ve  $B$  matrisleri veri olarak GAMS 23.7 programına tanıtılmaktadır.  $f$  matrisi bölümler arası malzeme akış miktarlarını, Bölüm 3'te anlatılan matematiksel modeldeki kısıt kümesindeki değişkenlerin katsayıları  $A$  matrisini, yine modeldeki kısıt kümesinin sağ taraf sabitleri ise  $B$  matrisini



Şekil 4. İki aşamalı yaklaşımın birinci aşamasının şeması (Scheme of the first stage of the two-stage approach)



Şekil 5. İki aşamalı yaklaşımın ikinci aşamasının şeması (Scheme of the second stage of the two-stage approach)

oluşturmaktadır. Geliştirilen matematiksel model ticari bir program olan GAMS 23.7’de kodlanmış ve çözdürülmüştür. Çözümde kullanılan bilgisayar 2.40 GHz 2 işlemci, 64 GB RAM özelliklerine sahiptir.

### 5.1. Deneysel Sonuçlar (Experimental Results)

Yapılan çalışmada iki farklı problem grubu ele alınarak çözümümüz yapılmıştır. Birinci grupta literatürde en iyi çözüm değeri bulunmuş 4 adet test problemine yer verilmiştir. Bahsi geçen problemlerin her biri farklı özelliklere göre ele alındığından, problem bilgileri, amaç fonksiyon değerleri ve karşılaştırmaları aşağıda tek tek anlatılmıştır.

İlk problemimiz Goetschalckx ve Irohara [29] tarafından çözülen ve Irohara11F3 olarak adlandırılan problemidir. Referans kaynakta problem bilgileri 11 bölüm, 2 asansör ve 3 kat olarak verilmiştir. Her bir katın eni ve boyu 4’er m’dir ve katlar arası dikey uzaklık 10 m olarak verilmiştir. Yine bölümlerin boyutları ve akış verileri Goetschalckx ve Irohara [29] tarafından verilmiştir. Birim uzaklık için yatay ve dikey taşıma maliyetleri sırasıyla 1\$ ve 5\$ olarak verilmiştir.

Irohara11F3 problemi için önerilen Benders ayrıştırma algoritması ile bulunan çözüm değeri ve karşılaştırması Tablo 2’te verilmiştir. Elde edilen yerleşim düzeni ise karşılaştırmalı olarak Şekil 6’da görülmektedir.

**Tablo 2.** Irohara11F3 problemi için hesaplama zamanlarının ve toplam maliyetlerin karşılaştırması (Comparison of running times and total costs for Irohara 11F3 problem),

	Amaç Fonksiyonu Değeri	Hesaplama Zamanı (s)
Goetschalckx ve Irohara [29]	123 319,55\$	10998,00 s
Benders	122 872,00\$	0,89 s

Tablo 2’ten görülebileceği gibi bu çalışmada kullanılan yöntem ile problem için bilinen en iyi çözümden daha iyi bir amaç fonksiyon değeri bulunmuştur.

İkinci test problemimiz Bozer15F3 problemi olarak isimlendirdiğimiz Bozer vd. [4] tarafından sunulan ve 15 bölümden ve 3 kattan oluşan bir problemidir. Problem ile

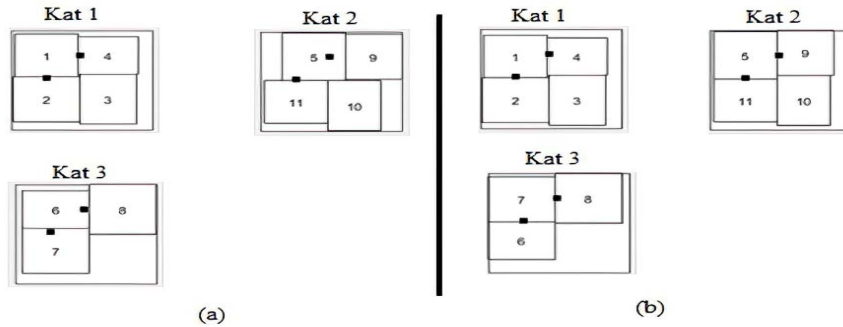
ilgili bilgilerde, katın eni 15 m, boyu 5 m olarak verilmiş ve katlar arası uzaklık 10 m’dir. Konumları önceden belirlenmiş 6 adet asansör mevcuttur. Bozer vd. [4] tarafından verilen problemde bölümler dikdörtgen şekline sahip değildir ve Goetschalckx ve Irohara [29] tarafından dikdörtgen şekle dönüştürülmüştür. Bozer vd. [4] tarafından verilen yerleşim ve çözüm sonucu bu makaledeki varsayımlara uygun olmadığından karşılaştırma imkânı olmamıştır. Bundan dolayı çalışmada, Goetschalckx ve Irohara [29] tarafından hem Bozer vd. [4] için hem de kendi çözüm yöntemleri için verilen yerleşim şekilleri ve çözüm değerleri ile karşılaştırma yapılmıştır. Birim uzaklık için yatay ve dikey taşıma maliyetleri sırasıyla 1\$ ve 5\$ olarak belirtilmiştir. Bölüm 15 alıcı/nakliye bölümü olduğu için Bozer vd. [4] çalışmasında yatay ve dikey uzaklık için taşıma maliyetleri sırasıyla 0,25\$ ve 1,25\$ olarak belirlenmiştir.

Bozer 15F3 probleminin çözümü sonucunda bulunan değer ve sonuçların karşılaştırılması Tablo 3’te verilmiştir. Yine Şekil 7’de bulunan yerleşim düzeni ve karşılaştırılması sunulmuştur. Tablo 3’ten görülebileceği gibi çalışma kapsamında bulunan amaç fonksiyon değeri diğer yöntemlerin amaç fonksiyon değerlerinden daha düşüktür.

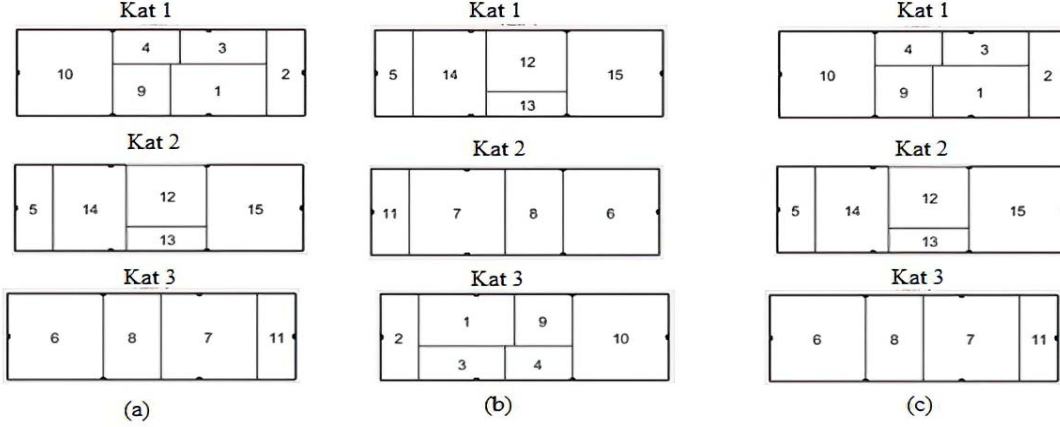
**Tablo 3.** Bozer15F3 problemi için hesaplama zamanlarının ve toplam maliyetlerin karşılaştırması (Comparison of running times and total costs for Bozer 15F3 problem)

	Amaç Fonksiyonu Değeri	Hesaplama Zamanı (s)
Bozer vd. [4]	167 308,00\$	Belirtilmemiştir
Goetschalckx ve Irohara [29]	121 419,00\$	3911,00 s
Benders	121 269,15\$	126,00 s

AnjosBozer15F3 problemi Bernardi ve Anjos [30]’den alınmıştır. Bozer vd. [4] çalışmasında AnjosBozer15F3 olarak adlandırdığımız problem hiçbir şekil kısıtlaması olmadan (en ve boy uzunluğu verilmeden) çözmüştür. Katlar arası uzaklık 10 m’dir. Bernardi ve Anjos [30]’de ve bu çalışmada bölümler arası akış miktarı olarak Bozer vd. [4]’te yer alan Bozer15F3 problemindeki değerler kullanılmıştır. Bölümler arası yatay ve dikey birim uzaklıklar için maliyetler sırasıyla 1\$ ve 5\$ olarak belirtilmiştir. 15 numaralı bölüm, alıcı/nakliye bölümü olduğu için Bozer vd.



**Şekil 6.** Irohara11F3 problemi için (a) Benders yerleşim düzeni ve (b) Goetschalckx ve Irohara [29] yerleşim düzeni ((a) Benders layout and (b) Goetschalckx and Irohara [29] layout for Irohara 11F3 problem)



**Şekil 7.** Bozer15F3 problemi için (a) Benders yerleşim düzeni, (b) Bozer vd. [4] yerleşim düzeni ve (c) Goetschalckx ve Irohara [29] yerleşim düzeni ((a) Benders layout, (b) Bozer vd. [4] layout and (c) Goetschalckx and Irohara [29] layout for Bozer 15F3 problem)

[4] çalışmasında yatay ve dikey birim uzaklık maliyetleri sırasıyla 0,25\$ ve 1,25\$ olarak belirlenmiştir. AnjosBozer15F3 problemi, Bernardi ve Anjos [30] tarafından 8 farklı şekilde çözülmüştür. Her çözümde bölümlerin her birinin en-boy oranları (aspect ratio) farklı alınmıştır. Farklı çözümlerin her biri için bölümlerin tamamına ait en-boy oranları verilmemiş, sadece her kattaki en büyük en-boy oranına sahip bölümün değeri verilmiştir. Bölümlerin boyutları verilmediğinden bu çalışmada çözümlerin hepsinin karşılaştırılması mümkün olamamıştır. Sadece 126 936,07\$ amaç fonksiyonu değerine sahip ve Bozer vd. [46] tarafından önerilen MULTIPLE yöntemi ile bulunan çözümden %1 daha iyi çözüm değerine sahip olan yerleşimin şekli verilmiştir. Verilen şekildeki bölümlerin en ve boy uzunlukları kullanılarak problem, geliştirilen Benders ayrıştırma algoritması ile çözülmüştür. Çözüm sonucunda elde edilen değerler ve karşılaştırma sonuçları Tablo 4'te, bölümlerin katlara atanmış hali ise Şekil 8'de sunulmuştur. Sonuçlardan görülebileceği gibi geliştirilen Benders ayrıştırma algoritması ile daha düşük bir amaç fonksiyon değeri bulunmuştur.

**Tablo 4.** AnjosBozer15F3 problemi için hesaplama zamanlarının ve toplam maliyetlerin karşılaştırması (Comparison of running times and total costs for AnjosBozer 15F3 problem)

	Amaç Fonksiyonu Değeri	Hesaplama Zamanı (s)
Bernardi ve Anjos [30]	126 936,07\$	0,93 s
Benders	121 164,68\$	22,00 s

Literatürdeki karşılaştırmalı olarak çözülen son problemimiz Anjos40F4 problemidir. Problem ilk olarak Meller ve Bozer [47] tarafından kullanılmıştır. Problem 40 bölüm, 4 kat ve 3 asansör içermektedir ve verileri Meller ve Bozer [47]'nin çalışmasından alınmıştır. Ancak daha sonra problemin varsayımları Bernardi ve Anjos [30] tarafından değiştirilerek tekrar kullanılmıştır. Problem ÇKTYP sınıfı için büyük boyutlu bir problem olarak düşünülebilir. Anjos40F4 problemi Bernardi ve Anjos'un [30] çalışmasında, her bölüm

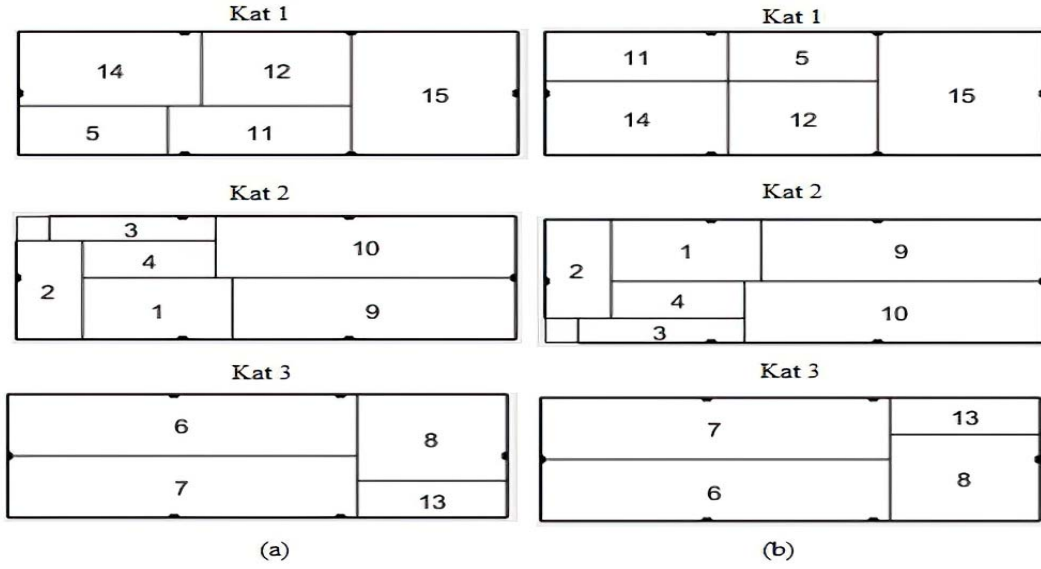
için farklı en-boy oranları dikkate alınarak 6 farklı çözüm elde edilmiştir. Fakat hiçbir problem için bölümlerin en-boy oranları verilmediğinden, bölümlerin en ve boy uzunlukları belirlenememiştir. Bernardi ve Anjos [30] çalışmasında bu problem için bulunduğu 6 çözümden sadece iki tanesi için bölümlerin yerleşimini (Figure 3 ve Figure 4) vermiştir. Verilen bu şekillerden her bölümün eni ve boyu tespit edilmiş ve bu değerlere göre çözümlere karşılaştırma yapılabilmıştır. İlk olarak problem Bernardi ve Anjos'un [30] Figure 3'te verdiği yerleşim için çözüm yapılmış ve elde edilen çözüm sonucu ve karşılaştırması Tablo 5'te verilmiştir. Aynı şekilde Benders ayrıştırma algoritması ile bulunan ve Bernardi ve Anjos [30] tarafından verilen yerleşimler Şekil 9'da görülmektedir. Sonuçlardan görülebileceği gibi bu çalışmada bulunan çözüm, Bernardi ve Anjos [30] tarafından bulunan sonuçtan %7,64 daha iyidir.

**Tablo 5.** Anjos40F4-Figure3 problemi için hesaplama zamanlarının ve toplam maliyetlerin karşılaştırması (Comparison of running times and total costs for Anjos40F4-Figure3 problem)

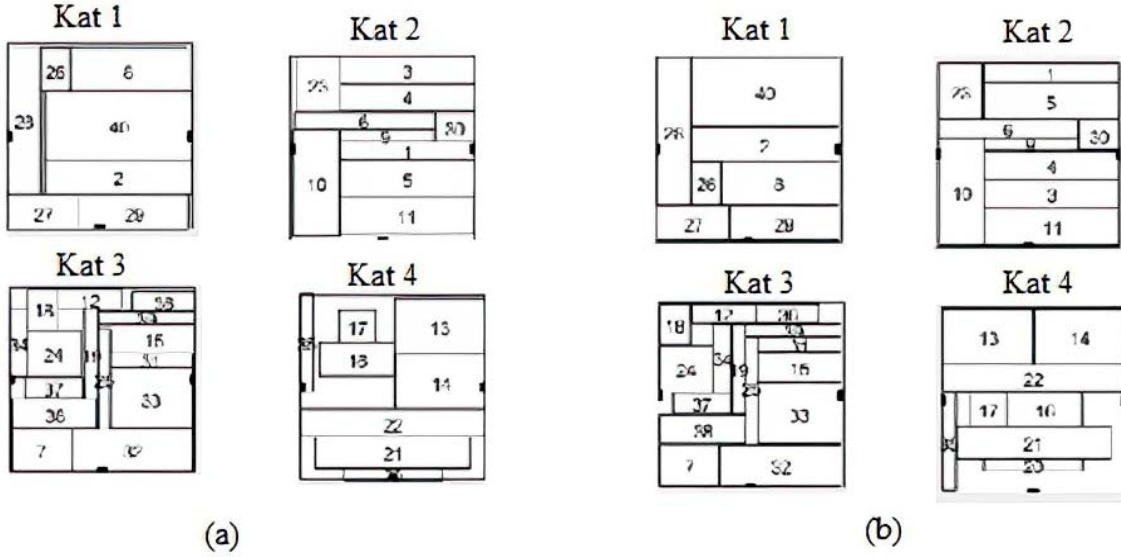
	Amaç Fonksiyonu Değeri	Hesaplama Zamanı (s)
Bernardi ve Anjos [30]	20 446,32\$	2,51 s
Benders	18 885,00\$	267,00 s

İkinci olarak problem Bernardi ve Anjos'un [30] Figure 4'te verdiği yerleşim için çözüm yapılmıştır. Elde edilen çözüm sonucu ve karşılaştırması Tablo 6'da verilmiştir. Aynı şekilde Benders ayrıştırma algoritması ile bulunan ve Bernardi ve Anjos [30] tarafından verilen yerleşimler Şekil 10'da görülmektedir. Sonuçlardan görülebileceği gibi bu çalışmada bulunan çözüm Bernardi ve Anjos [30] tarafından bulunan sonuçtan %5,34 daha iyidir.

İkinci olarak çalışma kapsamında daha büyük boyutlu problemlerde önerilen Benders ayrıştırma algoritmasının performansını görmek için ÇKTYP literatüründe daha önceden çözülmemiş problemler ele alınmıştır. Ele alınan



Şekil 8. AnjosBozer15F3 problemi için (a) Benders yerleşim düzeni ve (b) Bernardi ve Anjos [30] yerleşim düzeni  
((a) Benders layout and (b) Bernardi and Anjos [30] layout for AnjosBozer 15F3 problem)



Şekil 9. Anjos40F4-Figure3 problemi için (a) Benders yerleşim düzeni ve (b) Bernardi ve Anjos [30] yerleşim düzeni  
((a) Benders layout and (b) Bernardi and Anjos [30] layout for Anjos40F4-Figure3 problem)

problemler eşit olmayan alanlı TYP literatüründe yer alan problemlerdir. Bu problemlere ait veriler kullanılarak ÇKTYP'ne uygun örnekler haline getirilmiştir. Problemlere ilişkin bu çalışmada belirlenen veriler Tablo 7'de verilmiştir.

**Tablo 6.** Anjos40F4-Figure4 problemi için hesaplama zamanlarının ve toplam maliyetlerin karşılaştırması  
(Comparison of running times and total costs for Anjos40F4-Figure4 problem)

	Amaç Fonksiyonu Değeri	Hesaplama Zamanı (s)
Bernardi ve Anjos [30]	22 503,68\$	2,47 s
Benders	21 302,31\$	21,00 s

**Tablo 7.** Değiştirilmiş problemlere ait veriler  
(Data for modified problems)

Problemin Adı	Bölüm sayısı	Kat sayısı	Kat boyutu (m)	Katlar arası mesafe (m)
Ingole40F5	40	5	20 x 20	3
Ingole50F7	50	7	40 x 40	3
Planopt100F13	100	13	100 x 100	3

Ingole40F5 olarak adlandırılan problem, Ingole ve Singh [48] çalışmasından alınmıştır. Bölüm boyutları ve malzeme akış miktarları Ingole ve Singh [48] tarafından verilen değerler aynen kullanılmıştır. Katların boyutları, kat sayısı ve bölümlerin atandığı katlar çalışma kapsamında

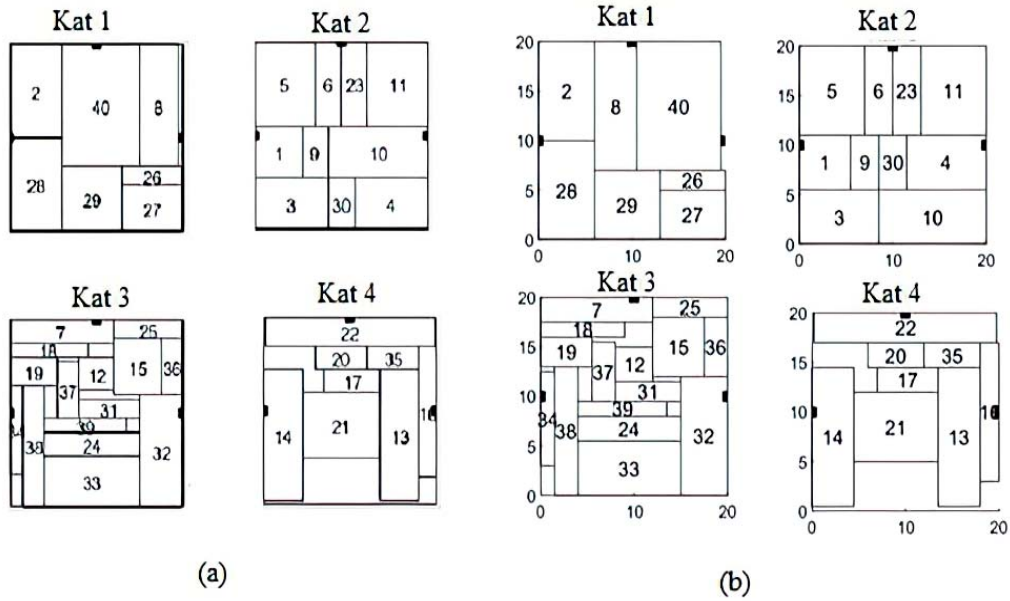


belirlenmiştir. Katlar arasında hizmet veren bir adet asansör tanımlanmış ve katların tam ortasına yerleştirilmiştir. Her bir kata 8'er bölümün yerleşimi gerçekleştirilmiştir. Bu veriler altında çözülen probleme ait yerleşim planı Şekil 11'de verilmiştir. Bu yerleşim planına ait toplam taşıma maliyeti ise 668 984,50\$ olarak bulunmuştur.

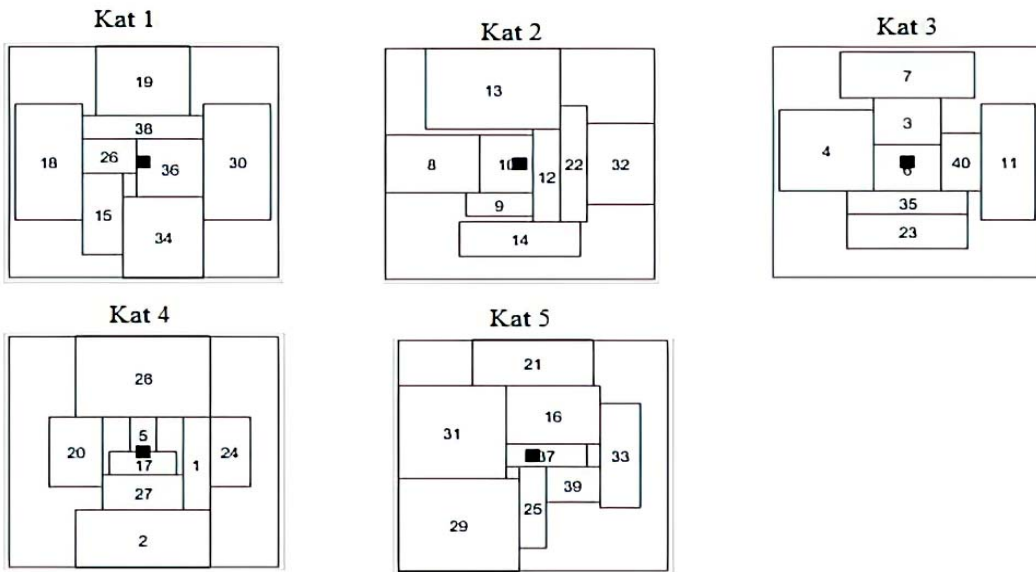
Ingole50F7 problemi de Ingole ve Singh [48] çalışmasından alınmıştır. Bölüm boyutları ve malzeme akış miktarları olarak yine makalede verilen değerler aynen kullanılmıştır. Bu problemde her kata farklı sayıda bölümün yerleşimine izin verilmiştir. Bu veriler altında çözülen probleme ait yerleşim planı Şekil 12'de görülmektedir. Bu yerleşim

planına ait toplam taşıma maliyeti ise 1 853 857,00\$ olarak bulunmuştur. PLANOPT100F13 problemi Engineering Optimization Software [49] tarafından rassal olarak üretilen bir problemdir ve 100 bölümden oluşmaktadır. Bölüm boyutları ve malzeme akış miktarları aynen kullanılmıştır. Bu problemde her kata farklı sayıda bölümün yerleşimine izin verilmiştir. Bu veriler altında çözülen probleme ait yerleşim planı Şekil 13'te verilmiştir. Bu yerleşim planına ait toplam taşıma maliyeti 3 258 823,05\$ olarak bulunmuştur.

ÇKTYP literatürüne kazandırılan büyük boyutlu üç probleme ait Benders ayrıştırma algoritması ile bulunan çözüm değerlerine ait veriler Tablo 8'de sunulmuştur.



Şekil 10. Anjos40F4-Figure4 problemi için (a) Benders yerleşim düzeni ve (b) Bernardi ve Anjos [30] yerleşim düzeni ((a) Benders layout and (b) Bernardi and Anjos [30] layout for Anjos40F4-Figure4 problem)

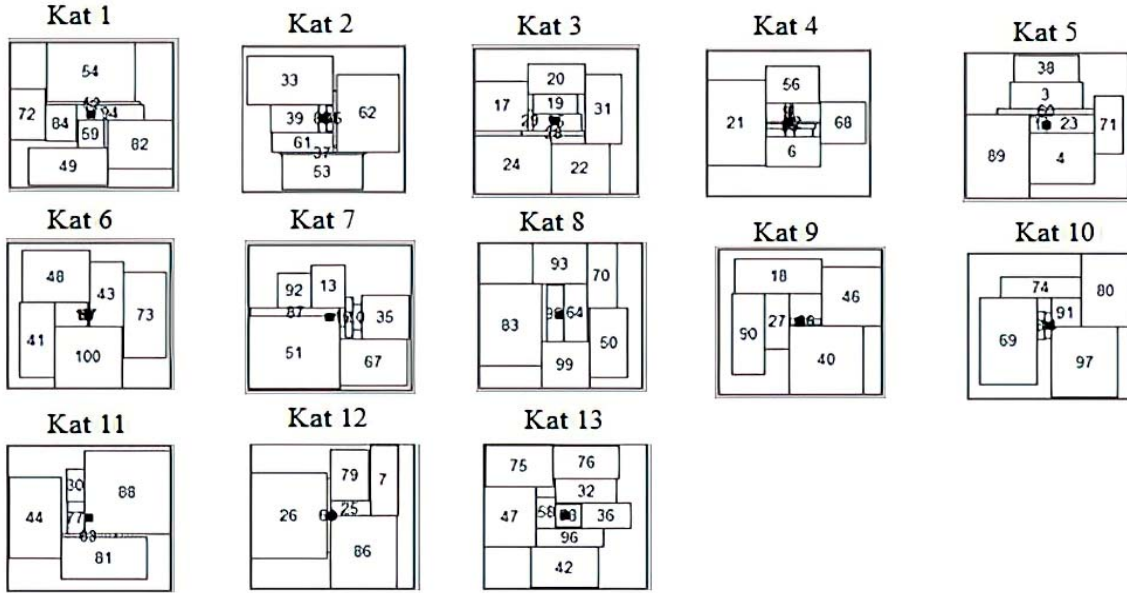


Şekil 11. Ingole40F5 problemi için bulunan yerleşim düzeni (Obtained layout for Ingole40F5 problem)





Şekil 12. Ingole50F7 problemi için bulunan yerleşim düzeni (Obtained layout for Ingole50F7 problem)



Şekil 13. PLANOPT100F13 problemi için bulunan yerleşim düzeni (Obtained layout for PLANOPT100F13 problem)

**Tablo 8.** Benders ayrıştırma algoritması ile büyük boyutlu problemlere bulunan çözüm değerleri (Solution values for large-sized problems with the Benders decomposition algorithm)

Problemin Adı	Amaç Fonksiyonu Değeri	Hesaplama Zamanı (s)
Ingole40F5	668 984,50\$	1200 s
Ingole50F7	1 853 857,00\$	250 s
Planopt100F13	3 258 823,05\$	3700 s

## 6. SONUÇLAR VE TARTIŞMALAR (RESULTS AND DISCUSSIONS)

TYP işletmelerin önemle ele alması gereken bir karar problemidir. Günümüzde alan yetersizliği ve yüksek arazi maliyetleri gibi sebeplerden dolayı çok katlı yerleşimlere olan talep artmaktadır. Bu çalışmada ÇKTYP literatüründe daha önce çalışılmamış olan Benders ayrıştırma algoritması ÇKTYP'nin çözümü için kullanılmıştır. Problemin çözümü için iki aşamalı bir yöntem kullanılmıştır. İlk aşamada bölümlerin katlara ataması yapılmış, ikinci aşamada ise yeni kısıtların ilave edilmesiyle oluşturulan matematiksel model Benders ayrıştırma algoritması kullanılarak çözülmüştür.

Geliştirilen algoritmanın deneysel çalışmaları için literatürden ele edilen sekiz adet problemin çözümü yapılmıştır. Bu problemlerden beş tanesi önceden çözümü yapılan yöntemlerle karşılaştırılmış ve bütün problemler için daha iyi çözümler bulunmuştur. Karşılaştırma yapılan beş problemde bilinen en iyi sonuçlarda yaklaşık %0,12 ile %7,64 arasında iyileştirmeler yapılmıştır. Çözüm süreleri anlamında ise önerilen algoritma biraz yavaş kalmaktadır. Bunun nedeni verilen kısıtlar altında bütün alt problemlerin çözümünün yapılmasıdır. Önerilen Benders ayrıştırma algoritmasının ele alınan test problemleri için karşılaştırılan yöntemlerden daha etkin bir çözüm yöntemi olduğu görülmüştür. Çözümü yapılan diğer üç problem ise, ilk olarak bu çalışmada ÇKTYP olarak çözülmüştür ve bundan sonra test problemi olarak kullanılması imkânı sağlanmıştır.

Ayrıştırma algoritmaları karmaşık ve çözümü zor problemleri daha küçük alt problemlere ayırarak probleme iyi çözümler bulmaya çalışırlar. Bunu yaparken, değişken sayısı ve bilgisayar çözüm zamanı artmasına karşılık, daha iyi sonuçlar bulması beklenir. Bu çalışmada ele alınan problem çözümü zor (NP-zor) problem sınıfındadır. Ayrıştırma algoritmalarından beklendiği gibi bu çalışmada elde edilen sonuçlar, Benders ayrıştırma algoritmasının çözümü zor olan karmaşık problemler için daha büyük çözüm zamanı vermesine karşılık, literatürdeki yöntemlerden daha iyi çözüm sonuçları vermiştir. Gerçek hayat problemlerinin karmaşıklığı dikkate alındığında, ayrıştırma prensiplerine uygun problemlerde Benders ayrıştırma algoritması ile daha iyi çözümlerin bulunmasında kullanılabilir.

Gelecek çalışmalarda, literatürde yer alan farklı kısıtlara sahip ÇKTYP modelleri için Benders ayrıştırma algoritması yardımıyla çözümü yapılabilir. Aynı şekilde önerilen çözüm algoritması uygun diğer optimizasyon problemlerine uyarlanabilir. ÇKTYP modeli ve literatürde yer alan farklı kısıtlara sahip ÇKTYP modellerinin çözümünde farklı ayrıştırma algoritmaları ile çözümleri yapılabilir. Gelecek çalışmalar için kapsam genişletir ve konu gelecek vaat etmektedir.

#### TEŞEKKÜR (ACKNOWLEDGEMENT)

Bu çalışma Gazi Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü'nde yürütülmekte olan Hüseyin Karateke'nin doktora tezinden üretilmiştir.

#### KAYNAKLAR (REFERENCES)

1. Durmaz E.D., Şahin R., NSGA-II and goal programming approach for the multi-objective single row facility layout problem, *Journal of the Faculty of Engineering and Architecture of Gazi University*, 32 (3), 941-955, 2017.
2. Şahin R., A simulated annealing heuristic for the dynamic facility layout problem, *Journal of the Faculty of Engineering and Architecture of Gazi University*, 23 (4), 863-870, 2008.
3. Tompkins J.A., White J.A., Bozer Y.A. ve Tanchoco, J. M., *Facilities Planning*, John Wiley & Sons, ABD., 2010.
4. Bozer Y.A., Meller R.D., Erlebacher S.J., An Improvement-Type Layout Algorithm for Single and Multiple-Floor Facilities. *Manage. Sci.*, 40 (7), 918–932, 1994.
5. Öztürkoğlu O., Hoşer D., A new warehouse design problem and a proposed polynomial-time optimal order picking algorithm, *Journal of the Faculty of Engineering and Architecture of Gazi University*, 33 (4), 1569-1588, 2018.
6. Niroomand S., Hadi-Vencheh A., Şahin R., Vizvári B., Modified migrating birds optimization algorithm for closed loop layout with exact distances in flexible manufacturing systems, *Expert Syst. Appl.*, 42 (19), 6586-6597, 2015.
7. Pourvaziri H., Naderi B., A hybrid multi-population genetic algorithm for the dynamic facility layout problem, *Appl. Soft Comput.*, 24, 457-469, 2014.
8. Vitayasak S., Pongcharoen P., Hicks C., A tool for solving stochastic dynamic facility layout problems with stochastic demand using either a Genetic Algorithm or modified Backtracking Search Algorithm, *Int. J. Prod. Econ.*, 190, 146-157, 2017.
9. Şahinkoç M., Bilge Ü., Facility layout problem with QAP formulation under scenario-based uncertainty, *INFOR: Information Systems and Operational Research*, 56 (4), 406-427, 2018.
10. Tosun U., Dökeroğlu T., Coşar A., A robust island parallel genetic algorithm for the quadratic assignment problem, *Int. J. Prod. Res.*, 51 (14), 4117–4133, 2013.
11. Akça M., Şahin R., Multi objective mixed integer facility layout problem and application at military facility, *Pamukkale University Journal of Engineering Sciences*, 24 (1), 117-123, 2018.
12. Palomo-Romero J.M., Salas-Morera L., Garcia-Hernandez L., An island model genetic algorithm for unequal area facility layout problems, *Expert Syst. Appl.*, 68, 151-162, 2017.
13. Amaral A.R.S., Letchford A.N., A polyhedral approach to the single row facility layout problem, *Math. Program.*, 141 (1-2), 453-477, 2013.
14. Hungerländer P., Anjos M.F., A semidefinite optimization-based approach for global optimization of multi-row facility layout, *Eur. J. Oper. Res.*, 245 (1), 46-61, 2015.
15. Safarzadeh S., Koosha H., Solving an extended multi-row facility layout problem with fuzzy clearances using GA, *Appl. Soft Comput.*, 61, 819-831, 2017.
16. Besbes M., Zolghadri M., Affonso R.C., Masmoudi F., Haddar M., A methodology for solving facility layout problem considering barriers: genetic algorithm coupled with A\* search, *J. Intell. Manuf.*, 31 (3), 615-640, 2020.
17. Izadinia N., Eshghi K., Salmani M.H., A robust model for multi-floor layout problem. *Comput. Ind. Eng.*, 78, 127–134, 2014.
18. Matsuzaki K., Irohara T., Yoshimoto K., Heuristic algorithm to solve the multi-floor layout problem with

- the consideration of elevator utilization. *Comput. Ind. Eng.*, 36 (2), 487–502, 1999.
19. Khaksar-Haghani F., Kia R., Mahdavi I., Kazemi M., A genetic algorithm for solving a multi-floor layout design model of a cellular manufacturing system with alternative process routings and flexible configuration. *Int. J. Adv. Manuf. Technol.*, 66 (5–8), 845–65, 2013.
  20. Drira A., Pierreval H., Hajri-Gabouj S., Facility layout problems: A survey. *Annu. Rev. Control*, 31 (2), 255–267, 2007.
  21. Singh S.P., Sharma R.R.K., A review of different approaches to the facility layout problems. *Int. J. Adv. Manuf. Technol.*, 30 (5–6), 425–433, 2006.
  22. Anjos M.F., Vieira M.V.C., Mathematical optimization approaches for facility layout problems: The state-of-the-art and future research directions. *Eur. J. Oper. Res.*, 261 (1), 1–16, 2017.
  23. Johnson R.V., SPACECRAFT for multi-floor layout planning. *Manage. Sci.*, 28 (4), 407–417, 1982.
  24. Meller R.D., Bozer Y.A., A new simulated annealing algorithm for the facility layout problem. *Int. J. Prod. Res.*, 34 (6), 1675-1692, 1996.
  25. Meller R.D., Bozer Y.A., Alternative approaches to solve the multi-floor facility layout problem. *J. Manuf. Syst.*, 16 (3), 192–203, 1997.
  26. Abdinnour-Helm S., Hadley S.W., Tabu Search Based Heuristics for Multi-floor Facility Layout. *Int. J. Prod. Res.*, 38 (2), 365–383, 2000.
  27. Lee K.Y., Roh M.I., Jeong H.S., An Improved Genetic Algorithm for Multi-floor Facility Layout Problems Having Inner Structure Walls and Passages. *Comput. Oper. Res.*, 32 (4), 879–899, 2005.
  28. Chang C.H., Lin J.L., Lin H.J., Multiple-floor facility layout design with aisle construction. *Ind. Eng. Manage. Syst.*, 5 (1), 1–10, 2006.
  29. Goetschalckx M., Irohara T., Efficient formulations for the multi-floor facility layout problem with elevators. *Optim. Online*, 1–23, 2007.
  30. Bernardi S., Anjos M.F., A two-stage mathematical-programming method for the multi-floor facility layout problem. *J. Oper. Res. Soc.*, 64 (3), 352–364, 2013.
  31. Ghadikolaei Y.K., Shahanaghi K., Multi-floor Dynamic Facility Layout: A Simulated Annealing-based Solution. *Int. J. Oper. Res.*, 16 (4), 375–389, 2013.
  32. Hathhorn J., Şişikoglu E., Sir M.Y., A Multi Objective Mixed-integer Programming Model for a Multi-floor Facility Layout. *Int. J. Prod. Res.*, 51 (14), 4223–4239, 2013.
  33. Kia R., Khaksar-Haghani F., Javadian N., Tavakkoli-Moghaddam R., Solving a Multi-floor Layout Design Model of a Dynamic Cellular Manufacturing System by an Efficient Genetic Algorithm. *J. Manuf. Syst.*, 33 (1), 218–232, 2014.
  34. Neghabi H., Ghassemi Tari F., An optimal approach for maximizing the number of adjacencies in multi floor layout problem. *Int. J. Prod. Res.*, 53 (11), 3462-3474, 2015.
  35. Ahmadi A., Jokar M.R.A., An efficient multiple-stage mathematical programming method for advanced single and multi-floor facility layout problems.” *Appl. Math. Modell.*, 40, 5605-5620, 2016.
  36. Che A., Zhang Y., Feng J., Bi-objective optimization for multi-floor facility layout problem with fixed inner configuration and room adjacency constraints. *Comput. Ind. Eng.*, 105, 265-276, 2017.
  37. Guan C., Zhang Z., Li Y., A flower pollination algorithm for the double-floor corridor allocation problem. *Int. J. Prod. Res.*, 57 (20), 6506–6527, 2019.
  38. Ahmadi A., Pishvae M.S., Jokar M.R.A., A Survey on Multi-floor Facility Layout Problem. *Comput. Ind. Eng.*, 107, 158-170, 2017.
  39. Conejo, A.J., Castillo, E., Minguéz, R., Garcia-Bertrand, R. *Decomposition Techniques in Mathematical Programming*. Springer-Verlag Berlin Heidelberg, Germany, 2006.
  40. Benders J.F., Partitioning procedures for solving mixed-variables programming problems. *Numerische Mathematik*, 4 (1), 238–252, 1962.
  41. Rahmaniani R., Crainic T.G., Gendreau M., Rei W., The Benders decomposition algorithm: A literature review. *Eur. J. Oper. Res.*, 259 (3), 801–817, 2017.
  42. You F., Grossmann I.E., Multicut Benders decomposition algorithm for process supply chain planning under uncertainty. *Ann. Oper. Res.*, 210, 191–211, 2013.
  43. Bazaraa, M.S., Jarvis, J.J. ve Sherali, H.D., *Linear Programming and Network Flows (4th Edition)*, John Wiley & Sons, New York, A.B.D., 2010.
  44. Winston, W.L., *Oper. Res., Applications and Algorithms (3rd Edition)*, Belmont: Duxbury Press, California, A.B.D., 1994.
  45. Meller R.D., Chen W., Sherali H.D., Applying the sequence-pair representation to optimal facility layout designs. *Oper. Res. Lett.*, 35, 651–659, 2007.
  46. Bozer Y.A., Meller R.D., Erlebacher S.J., An improvement type layout algorithm for multiple-floor facilities. Technical Report 91-11, Department of Industrial & Operations Engineering, University of Michigan, 1991.
  47. Meller R.D., Bozer Y.A., Solving the facility layout problem with simulated annealing. Technical Report 91-20, Department of Industrial & Operations Engineering, University of Michigan, 1992.
  48. Ingole S., Singh D., Unequal-area, fixed-shape facility layout problems using the firefly algorithm, *Eng. Optim.*, 49 (7), 1097-1115, 2017.
  49. *Engineering Optimization Software, PLANOPT User’s Manual (Ver. 1.50)*. Deltona, Florida, 1996.

