Matematik / *Mathematics* **DOI: 10.21597/jist.644794**
Araştırma Makalesi / *Research Article*
Iğdır Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Dergisi, 10(2): 1233-1246, 2020
Journal of the Institute of Science and Technology, 10(2): 1233-1246, 2020
ISSN: 2146-0574, eISSN: 2536-4618

Çok Kriterli Karar Verme Üzerine Dayalı Yamuksal Bulanık Çoklu Sayıların Yeni Bir Benzerlik Fonksiyonu

Vakkas ULUÇAY[1*]

ÖZET: Bu çalışmanın temel amacı, çok kriterli karar vermeye dayalı yamuksal bulanık çoklu sayıları üzerinde yeni bir yöntem sunmaktır. Bu nedenle, yamuksal bulanık çoklu sayıların geliştirilmesi için yamuksal bulanık çoklu sayılar üzerine yeni bir benzerlik fonksiyonu, ağırlıklı yeni bir benzerlik fonksiyonu tanımlanmış ve bu benzerlik fonksiyonlarının temel özellikleri incelenmiştir. Buna ek olarak, sunulan yöntemin pratikliğini ve doğruluğunu teyit etmek için metot sayısal bir örneğe uygulanmaktadır.

Anahtar Kelimeler: Bulanık küme, Yamuksal bulanık çoklu sayılar, Benzerlik fonksiyonu, Çok kriterli karar verme.

A New Similarity Function of Trapezoidal Fuzzy Multi-Numbers Based On Multi-Criteria Decision Making

ABSTRACT: The main aim of this study is to introduce a novel method based on multi-criteria decision making trapezoidal fuzzy multi-number. Therefore, in order to develop trapezoidal fuzzy multi-numbers, a new similarity function and weighted new similarity function on trapezoidal fuzzy multi-numbers have been defined and the basic properties of these similarity functions have been examined. In addition, the method is applied to a numerical example in order to confirm the practicality and accuracy of the submitted method.

Keywords: Fuzzy set, Trapezoidal Fuzzy Multi-Numbers, Similarity function, Multi-criteria decision making.

[1] Vakkas ULUÇAY (**Orcid ID:** 0000-0001-5580-7037), Kilis 7 Aralık Üniversitesi, Fen-Edebiyat Fakültesi Matematik Bölümü, Kilis, Türkiye

*Sorumlu Yazar/Corresponding Author: Vakkas ULUÇAY, e-mail: vulucay27@gmail.com

Geliş tarihi / *Received:* 10-11-2019
Kabul tarihi / *Accepted:* 01-03-2020

GİRİŞ

1965'te Zadeh (Zadeh,1965) bir klasik evren kümesinin bulanık bir alt kümesi olarak şüpheli ve kesin olmayan bilgiyi işlemek ve geliştirmek için bulanık kümeler kavramını öne sürmüştü. Bulanık kümenin tanımı yapıldıktan sonra, bilim ve teknoloji, oyun teorisi, çok değişkenli sistemler, kontrol sistemleri, karar verme ve bunun gibi alanlarda başarılı bir şekilde uygulandı. Bulanık kümelerde, evrensel küme içerisinde [0,1] kapalı aralığında bir üyelik değeri bulunmaktadır; fakat bazı problemlerde tam olarak sonucu elde etmede üyelik değeri yeterli olmayabilir. Çünkü her elemanın farklı bir üyelik değerine sahip olduğu durumlarla karşılaşabiliriz. Bu yüzden, Yager (Yager,1986) bulanık kümelerin farklı bir kombinasyonu olarak çoklu bulanık kümeleri tanımladı. Miyamoto (Miyamoto, 2000; Miyamoto,2004), Maturo (Maturo,2009), Syropoulos (Syropoulos,2010; Syropoulos,2012), Sebastian ve Ramakrishnan (Sebastian ve Ramakrishnan, 2010) ve diğerleri çoklu kümeler üzerinde çeşitli çalışmalarda bulundular. Son zamanlarda, bulanık sayılar üzerinde yoğun bir şekilde araştırmalar olduğu için birçok yazar tarafından ayrıntılı bir şekilde çalışıldı. Örneğin, Thouhida ve Ahmad (Thouhida ve Ahmad, 2009) tarafından bulanık sayılar üzerinde lineer üyelik fonksiyonları ile ilgili metotlar geliştirdiler. Chakrabort ve Guha (Chakrabort ve Guha, 2010) genişletme ilkesini kullanarak genelleştirilmiş bulanık sayılar üzerinde çeşitli aritmetik işlemleri geliştirdiler. Alim ve ark. (Alim ve ark. ,2015) L-R bulanık sayısı üzerinde temel işlemler için bir metot geliştirmiştirler. Roseline ve Amirtharaj (Roseline ve Amirtharaj, 2015) genelleştirilmiş yamuksal bulanık taşıma problemlerinin başlangıç çözümünü bulmak için genelleştirilmiş bulanık Macar metodunu daha ileri aşamalara kadar geliştirilmiş ve genelleştirilmiş yamuksal bulanık sayıların sıralaması için bir formül geliştirdi. Buna ek olarak, Roseline ve Amirtharaj (Roseline ve Amirtharaj, 2014) sıralama, çevre uzunluğu, mod, ıraksaklık ve yayılmaya dayalı genelleştirilmiş yamuksal bulanık sayıların sıralama tekniğini öne sürmüştür. Meng ve ark. (Meng ve ark.,2015) tarafından ortalama alan ölçümü metoduna dayalı olarak yamuksal bulanık sayıların üzerine çalışmıştır. Surapati ve Biswas (Surapati ve Biswas, 2012) bulanık sayılarda tam bilginin yerine belirli olmayan maliyet, zaman ve etkisizliği kullanarak çok amaçlı görev problemini incelemiştir. Wang (Wang, 2015) iki bulanık sayının kıyaslanmasında tercih derecesini temsil eden üyelik fonksiyonlu tercih ilişkisi üzerinde çaba harcamış ve bulanık sayılar kümesinin sıralaması için bulanık tercih ilişkisini tanımladı. Sinova ve ark.(Sinova ve ark., 2015) bulanık sayılarda moment üreten fonksiyonu genişleterek çeşitli rastgele faktörün dağılım kuralını öne sürmüştür. Riera ve Torrens (Riera ve Torrens, 2015) bütün ve bütün olmayan niteliksel bilgiyi örnek alarak ayrık bulanık sayılar üzerinde bir yol geliştirmiştir.

Son zamanlarda çok sayıda yazar (Sahin ve ark.,2015; Sahin ve ark.,2018; Uluçay ve ark.,2018a; Uluçay ve ark.,2018b; Uluçay ve ark.,2018c; Uluçay ve ark.,2018d; Uluçay ve ark.,2019; Uluçay ve ark.,2019a; Uluçay ve ark.,2019b; Bakbak ve ark., 2019a; Bakbak ve ark., 2019b; Bakbak ve Uluçay, 2019a; Bakbak ve Uluçay, 2019b), karar verme, geometrik mesafe, ağırlık merkezleri veya çevre arasındaki mesafe gibi çeşitli tanımlayıcı parametreleri kullanarak iki bulanık sayı arasındaki benzerlik derecesini ölçmek için farklı metotlar önerdiler. Örneğin; bulanık sayıların üçgensel yaklaşımlarının varlığı, tekliği, hesabı ve özellikleri üzerine (Ban ve Coroianu, 2015), üçgensel bulanık sayıların çarpımı ile matris oyunları üzerine (Chandra ve Aggarwal, 2015), acil durum reaksiyonunda, acil karar alıcılar üzerinde (Ruan ve ark., 2015), genel bulanık sayıların durulaştırılması üzerine (Rouhparvar ve Pahani, 2015), ayrık bulanık sayılara dayalı bulanık dilsel model üzerine (Riera ve ark., 2015), bulanık sayısının olasılıksal karakterizasyon işlevi üzerine (Saeidifar, 2015), bulanık sayıların aritmetiğine olasılık yaklaşımı üzerine (Stupnanova, 2015) vb. gibi örnekler verilebilir. Bulanık kümeler ve bulanık çoklu kümeler üzerinde bulanık sayılar ve bulanık çoklu sayılar inşa edilmiş ve birçok teorik ve uygulamalı çalışmalar çeşitli araştırmacılar tarafından artan bir şekilde yapılmaktadır. Fakat yamuksal bulanık çoklu sayılar üzerine böyle çalışmalar yok denecek kadar az olduğundan bu çalışmada da bu konuyu ayrıntılı olarak ele alacağız. Bununla birlikte, bu benzerlik fonksiyonlarının belirli durumlar için dezavantajları vardır. Bu gibi dezavantajların üstesinden gelmeyi amaçlayan yamuksal bulanık çoklu sayılar için yeni bir benzerlik fonksiyonunu öneriyoruz. Bu yeni fonksiyon, ağırlık merkezleri ile geometrik mesafe arasındaki mesafeyi oluşturuyor, ancak bulanık çoklu sayılar arasındaki paylaşılan alana dayalı yeni bir terim de içerir.

Bu çalışmanın ikinci bölümünde bulanık küme, çoklu bulanık kümeler ve yamuksal bulanık çoklu sayılar ile ilgili bazı temel kavramlar verilecektir. Üçüncü bölümünde yamuksal bulanık çoklu sayılar üzerinde yeni bir benzerlik fonksiyonu tanımlanacak ve temel özellikleri incelenecektir. Daha sonra bu benzerlik fonksiyonu için karar verme metodu geliştirilecek ve bir uygulaması verilecektir. Son bölümde ise bu sonuçlar tartışılacaktır.

MATERYAL VE YÖNTEM

Bu bölümde sonraki bölümlerde kullanılacak olan bulanık küme (Zadeh, 1965), bulanık sayılar (Kaufmann ve Gupta, 1988) ve çoklu-bulanık küme (Sebastian ve Ramakrishnan, 2010) ile ilgili bazı temel tanımlar verilecektir.

Tanım 1 (Zadeh, 1965) X boş olmayan bir küme olsun. Her $x \in X$, $0 \le \varphi_F(x) \le 1$ olmak üzere, $\varphi_F : X \to [0,1]$ fonksiyonu ile bir bulanık küme:

$$F = \{\langle x, \varphi_F(\mathrm{x})\rangle : \mathrm{x} \in \mathrm{X}\}$$

kümesi verilir.

Tanım 2 (Zimmermann, 1993) t-normu $[0,1]\times[0,1]$'den $[0,1]$'e birleşmeli, monoton ve değişmeli iki değerli bir fonksiyondur. Bu özellikler aşağıdaki şekilde tanımlanır:

1. $t(0,0) = 0$ ve $t(\varphi_{x_1},(\mathrm{x}),1) = t(1,\varphi_{x_1}(\mathrm{x})) = \varphi_{x_1}(\mathrm{x})$

2. Eğer $\varphi_{x_1}(\mathrm{x}) \le \varphi_{x_3}(\mathrm{x})$ ve $\varphi_{x_2}(\mathrm{x}) \le \varphi_{x_4}(\mathrm{x})$ ise, o zaman $t(\varphi_{x_1}(\mathrm{x}),\varphi_{x_2}(\mathrm{x})) \le \mathrm{t}(\varphi_{x_3}(\mathrm{x}),\varphi_{x_4}(\mathrm{x}))$ olur.

3. $t(\varphi_{x_1}(\mathrm{x}),\varphi_{x_2}(\mathrm{x})) = t(\varphi_{x_2}(\mathrm{x}),\varphi_{x_1}(\mathrm{x}))$,

4. $t(\varphi_{x_1}(\mathrm{x}),\mathrm{t}(\varphi_{x_2}(\mathrm{x}),\varphi_{x_3}(\mathrm{x}))) = t(t(\varphi_{x_1}(\mathrm{x}),\varphi_{x_2})(\mathrm{x}),\varphi_{x_3}(\mathrm{x}))$

Tanım 3 (Zimmermann, 1993) s-normu $[0,1]\times[0,1]$'den $[0,1]$'e birleşmeli, monoton ve değişmeli iki değerli bir fonksiyondur. Bu özellikler aşağıdaki şekilde tanımlanır:

1. $s(1,1) = 1$ ve $s(\varphi_{x_1}(\mathrm{x}),0) = s\left(0,\varphi_{x_1}(\mathrm{x})\right) = \varphi_{x_1}(\mathrm{x})$,

2. Eğer $\varphi_{x_1}(\mathrm{x}) \le \varphi_{x_3}(\mathrm{x})$ ve $\varphi_{x_2}(\mathrm{x}) \le \varphi_{x_4}(\mathrm{x})$ ise, o zaman $s(\varphi_{x_1}(\mathrm{x}),\varphi_{x_2}(\mathrm{x})) \le s(\varphi_{x_3}(\mathrm{x}),\varphi_{x_4}(\mathrm{x}))$ olur.

3. $s(\varphi_{x_1}(\mathrm{x}),\varphi_{x_2}(\mathrm{x})) = s(\varphi_{x_2}(\mathrm{x}),\varphi_{x_1}(\mathrm{x}))$,

4. $s(\varphi_{x_1}(\mathrm{x}),s(\varphi_{x_2}(\mathrm{x}),\varphi_{x_3}(\mathrm{x}))) = s(s(\varphi_{x_1}(\mathrm{x}),\varphi_{x_2})(\mathrm{x}),\varphi_{x_3}(\mathrm{x}))$ t-norm ve t-conorm ikili çiftlerinin özellikleri aşağıda verilmiştir:

1. Sert çarpım: $t_w(\varphi_{x_1}(\mathrm{x}),\varphi_{x_2}(\mathrm{x})) = \begin{cases} \min\{\varphi_{x_1}(\mathrm{x}),\varphi_{x_2}(\mathrm{x})\}, & \max\{\varphi_{x_1}(\mathrm{x}),\varphi_{x_2}(\mathrm{x})\} = 1 \\ 0 & \text{aksi takdirde} \end{cases}$

2. Sert toplam: $s_w(\varphi_{x_1}(\mathrm{x}),\varphi_{x_2}(\mathrm{x})) = \begin{cases} \max\{\varphi_{x_1}(\mathrm{x}),\varphi_{x_2}(\mathrm{x})\}, & \min\{\varphi_{x_1}(\mathrm{x}),\varphi_{x_2}(\mathrm{x})\} = 0 \\ 1 & \text{aksi takdirde} \end{cases}$

3. Sınırlı çarpım: $t_1(\varphi_{x_1}(\mathrm{x}),\varphi_{x_2}(\mathrm{x})) = \mathrm{maks}\{0,\varphi_{x_1}(\mathrm{x})+\varphi_{x_2}(\mathrm{x})-1\}$

4. Sınırlı toplam: $s_1(\varphi_{x_1}(\mathrm{x}),\varphi_{x_2}(\mathrm{x})) = \min\{1,\varphi_{x_1}(\mathrm{x})+\varphi_{x_2}(\mathrm{x})\}$

5. Einstein çarpım: $t_{1.5}(\varphi_{x_1}(\mathrm{x}),\varphi_{x_2}(\mathrm{x})) = \dfrac{\varphi_{x_1}(\mathrm{x}).\varphi_{x_2}(\mathrm{x})}{2-[\varphi_{x_1}(\mathrm{x})+\varphi_{x_2}(\mathrm{x})-\varphi_{x_1}(\mathrm{x}).\varphi_{x_2}(\mathrm{x})]}$

6. Einstein toplam: $s_{1.5}(\varphi_{x_1}(\mathrm{x}),\varphi_{x_2}(\mathrm{x})) = \dfrac{\varphi_{x_1}(\mathrm{x})+\varphi_{x_2}(\mathrm{x})}{1+\varphi_{x_1}(\mathrm{x}).\varphi_{x_2}(\mathrm{x})}$

7. Cebirsel çarpım: $t_2(\varphi_{x_1}(\mathrm{x}),\varphi_{x_2}(\mathrm{x})) = \varphi_{x_1}(\mathrm{x}).\varphi_{x_2}(\mathrm{x})$

8. Cebirsel toplam: $s_2(\varphi_{x_1}(\mathrm{x}),\varphi_{x_2}(\mathrm{x})) = \varphi_{x_1}(\mathrm{x})+\varphi_{x_2}(\mathrm{x})-\varphi_{x_1}(\mathrm{x}).\varphi_{x_2}(\mathrm{x})$

9. Hamacher çarpım: $t_{2.5}(\varphi_{x_1}(\mathrm{x}),\varphi_{x_2}(\mathrm{x})) = \dfrac{\varphi_{x_1}(\mathrm{x}).\varphi_{x_2}(\mathrm{x})}{\varphi_{x_1}(\mathrm{x})+\varphi_{x_2}(\mathrm{x})-\varphi_{x_1}(\mathrm{x}).\varphi_{x_2}(\mathrm{x})}$

10. Hamacher toplam: $s_{2.5}(\varphi_{x_1}(\mathrm{x}),\varphi_{x_2}(\mathrm{x})) = \dfrac{\varphi_{x_1}(\mathrm{x})+\varphi_{x_2}(\mathrm{x})-2.\varphi_{x_1}(\mathrm{x}).\varphi_{x_2}(\mathrm{x})}{1-\varphi_{x_1}(\mathrm{x}).\varphi_{x_2}(\mathrm{x})}$

11. Minimum: $t_3(\varphi_{x_1}(\mathrm{x}),\varphi_{x_2}(\mathrm{x})) = \min\{\varphi_{x_1}(\mathrm{x}),\varphi_{x_2}(\mathrm{x})\}$

12. Maksimum: $s_3(\varphi_{x_1}(\mathrm{x}),\varphi_{x_2}(\mathrm{x})) = \mathrm{maks}\{\varphi_{x_1}(\mathrm{x}),\varphi_{x_2}(\mathrm{x})\}$

Tanım 4 (Sebastian ve Ramakrishnan, 2010) X boş olmayan bir küme olsun. Her $x \in X$ ve i$\in$ $\{1,2,...,p\}$ için $\varphi_G^i : X \to [0,1]$ olmak üzere X üzerinde bir G çoklu-bulanık kümesi

$$G = \left\{\left\langle x, \varphi_G^1(\mathrm{x}), \varphi_G^2(\mathrm{x}), ..., \varphi_G^i(\mathrm{x}), ...\right\rangle : x \in X\right\}$$

şeklinde tanımlanır.

Tanım 5 (Uluçay ve ark., 2018) $a,b,c,d \in \mathbb{R}$ ve $a \le b \le c \le d$ olacak şekilde $\eta_A^i \in [0,1]$ (i $\in \{1,2,...,p\}$) olsun. Daha sonra $\mathbb{R}$ reel sayılar kümesi üzerinde özel bir bulanık çoklu küme olan yamuksal bulanık çoklu sayısı (YBÇ sayısı)

$$\varphi_A^i(\mathrm{x}) = \begin{cases} (\mathrm{x}-a_1)\eta_A^i/(b_1-a_1) & a_1 \le x \le b_1 \\ \eta_A^i & b_1 \le x \le c_1 \\ (d_1-\mathrm{x})\eta_A^i/(d_1-c_1) & c_1 \le x \le d_1 \\ 0 & \text{diğer durumlarda} \end{cases}$$

üyelik fonksiyonları ile

$$\tilde{a} = \left\langle (a,b,c,d);\eta_A^1,\eta_A^2,...,\eta_A^p \right\rangle$$

şeklinde tanımlanır.

Not: $\mathbb{R}$ üzerindeki bütün YBÇ sayılarının kümesi Λ ile gösterilir.

Tanım 6 (Uluçay ve ark., 2018) $A = \left\langle (a_1,b_1,c_1,d_1);\eta_A^1,\eta_A^2,...,\eta_A^p \right\rangle$, $B = \left\langle (a_2,b_2,c_2,d_2);\eta_B^1,\eta_B^2,...,\eta_B^p \right\rangle \in \Lambda$ ve $\gamma \neq 0$ herhangi bir reel sayı olsun. Daha sonra bu iki yamuksal bulanık çoklu sayılar arasındaki aritmetik işlemler

1. $A+B = \left\langle (a_1+a_2, b_1+b_2, c_1+c_2, d_1+d_2); s(\eta_A^1,\eta_B^1), s(\eta_A^2,\eta_B^2),..., s(\eta_A^P,\eta_B^P) \right\rangle$

2. $A-B = \left\langle (a_1-d_2, b_1-c_2, c_1-b_2, d_1-a_2); s(\eta_A^1,\eta_B^1), s(\eta_A^2,\eta_B^2),..., s(\eta_A^P,\eta_B^P) \right\rangle$

3. $$A.B = \begin{cases} \left\langle (a_1a_2, b_1b_2, c_1c_2, d_1d_2); \right. \\ \left. t(\eta_A^1,\eta_B^1), t(\eta_A^2,\eta_B^2),..., t(\eta_A^p,\eta_B^p) \right\rangle & (\mathrm{d}_1 > 0, \mathrm{d}_2 > 0) \\ \left\langle (a_1d_2, b_1c_2, c_1b_2, d_1a_2); \right. \\ \left. t(\eta_A^1,\eta_B^1), t(\eta_A^2,\eta_B^2),..., t(\eta_A^p,\eta_B^p) \right\rangle & (\mathrm{d}_1 < 0, \mathrm{d}_2 > 0) \\ \left\langle (d_1d_2, \mathrm{c}_1c_2, b_1b_2, a_1a_2); \right. \\ \left. t(\eta_A^1,\eta_B^1), t(\eta_A^2,\eta_B^2),..., t(\eta_A^p,\eta_B^p) \right\rangle & (\mathrm{d}_1 < 0, \mathrm{d}_2 < 0) \end{cases}$$

4. $$A/B = \begin{cases} \left\langle (a_1/d_2, b_1/c_2, c_1/b_2, d_1/a_2); \right. \\ \left. t(\eta_A^1,\eta_B^1), t(\eta_A^2,\eta_B^2),..., t(\eta_A^p,\eta_B^p) \right\rangle & (d_1 > 0, d_2 > 0) \\ \left\langle (d_1/d_2, c_1/c_2, b_1/b_2, a_1/a_2); \right. \\ \left. t(\eta_A^1,\eta_B^1), t(\eta_A^2,\eta_B^2),..., t(\eta_A^p,\eta_B^p) \right\rangle & (d_1 < 0, d_2 > 0) \\ \left\langle (d_1/a_2, c_1/b_2, b_1/c_2, a_1/d_2); \right. \\ \left. t(\eta_A^1,\eta_B^1), t(\eta_A^2,\eta_B^2),..., t(\eta_A^p,\eta_B^p) \right\rangle & (d_1 < 0, d_2 < 0) \end{cases}$$

5. $\gamma A = \left\langle (\gamma a_1, \gamma b_1, \gamma c_1, \gamma d_1); 1-(1-\eta_A^1)^\gamma, 1-(1-\eta_A^2)^\gamma,..., 1-(1-\eta_A^p)^\gamma \right\rangle (\gamma \ge 0)$

6. $A^\gamma = \left\langle (a_1^\gamma, b_1^\gamma, c_1^\gamma, d_1^\gamma); (\eta_A^1)^\gamma, (\eta_A^2)^\gamma,..., (\eta_A^p)^\gamma \right\rangle (\gamma \ge 0)$

şekilinde verilir.

Tanım 7 (Uluçay ve ark., 2018) $A=\left\langle\left(a_1,b_1,c_1,d_1\right):\eta_A^1,\eta_A^2,...,\eta_A^p\right\rangle\in\Lambda$ olsun. O zaman, A'nın normalleştirilmiş YBÇ-sayısı

$$\overline{A}=\left\langle\left(\frac{a_1}{a_1+b_1+c_1+d_1},\frac{b_1}{a_1+b_1+c_1+d_1},\frac{c_1}{a_1+b_1+c_1+d_1},\frac{d_1}{a_1+b_1+c_1+d_1}\right);\eta_A^1,\eta_A^2,...,\eta_A^p\right\rangle$$

olur.

Tanım 8 (Wei ve Chen, 2009) $A=\left\langle\left(a_1,b_1,c_1,d_1\right);\eta_A\right\rangle$, $B=\left\langle\left(a_2,b_2,c_2,d_2\right);\eta_B\right\rangle$ iki genelleştirilmiş yamuksal bulanık sayı olduğunu varsayalım. O halde genelleştirilmiş yamuksal bulanık sayılar A ve B nin $S(A,B)$ benzerlik ölçüsü aşağıdaki şekilde hesaplanır

$$S(A,B)=\left[1-\frac{\sum_{i=1}^{4}\left|a_i-b_i\right|}{4}\right]\times\frac{\min\left\{P(A),P(B)\right\}+\min\left\{\eta_A,n_B\right\}}{\max\left\{P(A),P(B)\right\}+\max\left\{\eta_A,n_B\right\}}$$

öyle ki

$$P(A)=\sqrt{\left(a_1-a_2\right)^2+\left(\eta_A\right)^2}+\sqrt{\left(a_3-a_4\right)^2+\left(\eta_A\right)^2}+\left(a_3-a_2\right)+\left(a_4-a_1\right),$$

benzer şekilde $P(B)$ içinde yazılır. Bu durumda, $i=1,2,...,n$ için $x_i=y_i=0$ olduğunda ölçüm değeri sıfır olsun. Benzerlik ölçümü aşağıdaki özellikleri sağlar.

(P1) $0\le S(A,B)\le 1$;

(P2) $S(A,B)=S(B,A)$,

(P3) $S(A,B)=1$ ancak ve ancak $A=B$, yani $a_i=b_i$ ve $\eta_A=\eta_B$ 'dir. (i=1,2, ... ,n).

BULGULAR VE TARTIŞMA

Yamuksal Bulanık Çoklu Sayılar (YBÇS) ile Çok-Kriterli Karar Vermeye Dayalı Yeni Bir Benzerlik Fonksiyonu

Tanım 9 $A=\left\langle\left(a_1,a_2,a_3,a_4\right);\eta_A^1,\eta_A^2,...,\eta_A^p\right\rangle$, $B=\left\langle\left(b_1,b_2,b_3,b_4\right);\eta_B^1,\eta_B^2,...,\eta_B^p\right\rangle\mathbb{R}$ reel sayılar kümesi üzerinde iki adet YBÇ sayı olsun. O zaman; A ve B yamuksal bulanık çoklu sayıları arasındaki $S(A,B)$ ile gösterilen yeni bir benzerlik fonksiyonu şu şekilde tanımlanır;

$$S(A,B)=\left[1-\frac{\sum_{i=1}^{4}|a_i-b_i|}{4n}\right]\times\frac{\min\left\{P\left(A^i\right),P\left(B^i\right)\right\}+\min\left\{\eta_A^i,\eta_B^i\right\}}{\max\left\{P\left(A^i\right),P\left(B^i\right)\right\}+\max\left\{\eta_A^i,\eta_B^i\right\}}$$

$$P(A)=\sqrt{(a_1-a_2)^2+\left(\eta_A^i\right)^2}+\sqrt{(a_3-a_4)^2+\left(\eta_A^i\right)^2}+(a_3-a_2)+(a_4-a_1),$$

$$P(B)=\sqrt{(b_1-b_2)^2+\left(\eta_B^i\right)^2}+\sqrt{(b_3-b_4)^2+\left(\eta_B^i\right)^2}+(b_3-b_2)+(b_4-b_1).$$

Önerme 10 A ve B yamuksal bulanık çoklu sayıları arasındaki benzerlik fonksiyonu $S(\mathrm{A},\mathrm{B})$ olsun. $S(\mathrm{A},\mathrm{B})$ ile gösterilen benzerlik fonksiyonu aşağıdaki özellikleri sağlamalıdır;

i. $0\le S(\mathrm{A},\mathrm{B})\le 1$

ii. $S(\mathrm{A},\mathrm{B})=S(\mathrm{B},\mathrm{A})$

iii. $S(\mathrm{A},\mathrm{B})=1$ için $A=B$,yani $i=1,2,\ ...\ ,n$ $a_i=b_i$ ve $\eta_A^i=\eta_B^i$ 'dir.

İspat: i**.** Tanım 9'ten açık bir şekilde görülmektedir.

ii. $$S(A,B)=\left[1-\frac{|a_1-b_1|+|a_2-b_2|+|a_3-b_3|+|a_4-b_4|}{4n}\right]$$

$$\times\frac{\min\left\{P\left(A^1\right),P\left(B^1\right),...,P\left(A^n\right),P\left(B^n\right)\right\}+\min\left\{\eta_A^1,\eta_B^1,...,\eta_A^n,\eta_B^n\right\}}{\max\left\{P\left(A^1\right),P\left(B^1\right),...,P\left(A^n\right),P\left(B^n\right)\right\}+\max\left\{\eta_A^1,\eta_B^1,...,\eta_A^n,\eta_B^n\right\}}$$

$$=\left[1-\frac{|b_1-a_1|+|b_2-a_2|+|b_3-a_3|+|b_4-a_4|}{4n}\right]$$

$$\times\frac{\min\left\{P\left(B^1\right),P\left(A^1\right),...,P\left(B^n\right),P\left(A^n\right)\right\}+\min\left\{\eta_B^1,\eta_A^1,...,\eta_B^n,\eta_A^n\right\}}{\max\left\{P\left(B^1\right),P\left(A^1\right),...,P\left(B^n\right),P\left(A^n\right)\right\}+\max\left\{\eta_B^1,\eta_A^1,...,\eta_B^n,\eta_A^n\right\}}$$

$$=S(B,A)$$

iii. $S(A,B)$

$$=\left[1-\frac{|a_1-b_1|+|a_2-b_2|+|a_3-b_3|+|a_4-b_4|}{4n}\right]$$

$$\times\frac{\min\left\{P\left(A^1\right),P\left(B^1\right),...,P\left(A^n\right),P\left(B^n\right)\right\}+\min\left\{\eta_A^1,\eta_B^1,...,\eta_A^n,\eta_B^n\right\}}{\max\left\{P\left(A^1\right),P\left(B^1\right),...,P\left(A^n\right),P\left(B^n\right)\right\}+\max\left\{\eta_A^1,\eta_B^1,...,\eta_A^n,\eta_B^n\right\}}$$

$$S(A,B)=\left[1-\frac{0}{4n}\right]$$

$$\times\frac{\min\left\{P\left(A^1\right),P\left(B^1\right),...,P\left(A^n\right),P\left(B^n\right)\right\}+\min\left\{\eta_A^1,\eta_B^1,...,\eta_A^n,\eta_B^n\right\}}{\max\left\{P\left(A^1\right),P\left(B^1\right),...,P\left(A^n\right),P\left(B^n\right)\right\}+\max\left\{\eta_A^1,\eta_B^1,...,\eta_A^n,\eta_B^n\right\}}=1.$$

Örnek 11 $A=\langle(1,2,3,4);0.3,0.2,0.4,0.6\rangle$, $B=\langle(3,5,7,9);0.2,0.3,0.4,0.5\rangle$ $\mathbb{R}$ reel sayılar kümesinde iki adet YBÇ sayı olsun. O zaman; A ve B yamuksal bulanık çoklu sayıları arasındaki benzerlik fonksiyonu

$$P\left(A^1\right)=\sqrt{(1-2)^2+(0,3)^2}+\sqrt{(3-4)^2+(0,3)^2}+(3-2)+(4-1)=6,08$$

$$P\left(A^2\right)=\sqrt{(1-2)^2+(0,2)^2}+\sqrt{(3-4)^2+(0,2)^2}+(3-2)+(4-1)=6,02$$

$$P\left(A^3\right)=\sqrt{(1-2)^2+(0,4)^2}+\sqrt{(3-4)^2+(0,4)^2}+(3-2)+(4-1)=6,14$$

$$P\left(A^4\right)=\sqrt{(1-2)^2+(0,6)^2}+\sqrt{(3-4)^2+(0,6)^2}+(3-2)+(4-1)=6,332$$

$$P\left(B^1\right)=\sqrt{(3-5)^2+(0,2)^2}+\sqrt{(7-9)^2+(0,2)^2}+(7-5)+(9-3)=12,02$$

$$P\left(B^2\right)=\sqrt{(3-5)^2+(0,3)^2}+\sqrt{(7-9)^2+(0,3)^2}+(7-5)+(9-3)=12,04$$

$$P\left(B^3\right)=\sqrt{(3-5)^2+(0,4)^2}+\sqrt{(7-9)^2+(0,4)^2}+(7-5)+(9-3)=12,08$$

$$P\left(B^4\right)=\sqrt{(3-5)^2+(0,5)^2}+\sqrt{(7-9)^2+(0,5)^2}+(7-5)+(9-3)=12,12$$

$$S(A,B)=\left[1-\frac{|1-3|+|2-5|+|3-7|+|4-9|}{16}\right]\times\frac{6.02+0.2}{12.12+0.6}=0.125375$$

olur.

Tanım 12 $A=\langle(a_1,a_2,a_3,a_4);\eta_A^1,\eta_A^2,...,\eta_A^p\rangle$, $B=\langle(b_1,b_2,b_3,b_4);\eta_B^1,\eta_B^2,...,\eta_B^p\rangle$ $\mathbb{R}$ reel sayılar kümesinde iki adet YBÇ sayı ve $w_i\in[0,1]$ olacak şekilde $\sum_{i=1}^{n}w_i=1$ $i=(1,2,...,n)$, her bir x_i elemanının ağırlığı olsun. O zaman $S_w(\mathrm{A},\mathrm{B})$ ile gösterilen A ve B yamuksal bulanık çoklu sayıları arasındaki yeni bir benzerlik fonksiyonu şu şekilde tanımlanır;

$$S_w(A,B)=\left[1-\frac{\sum_{i=1}^{4}|a_i-b_i|}{4n}\right]\times w_i\times\frac{\min\left\{P\left(A^i\right),P\left(B^i\right)\right\}+\min\left\{\eta_A^i,\eta_B^i\right\}}{\max\left\{P\left(A^i\right),P\left(B^i\right)\right\}+\max\left\{\eta_A^i,\eta_B^i\right\}}$$

$$P(A)=\sqrt{(a_1-a_2)^2+\left(\eta_A^i\right)^2}+\sqrt{(a_3-a_4)^2+\left(\eta_A^i\right)^2}+(a_3-a_2)+(a_4-a_1),$$

$$P(B)=\sqrt{(b_1-b_2)^2+\left(\eta_B^i\right)^2}+\sqrt{(b_3-b_4)^2+\left(\eta_B^i\right)^2}+(b_3-b_2)+(b_4-b_1).$$

Önerme 13 $S_w(\bar{A},\bar{B})$ A ve B normalleştirilmiş YBÇ sayıları arasındaki ağırlıklı yeni benzerlik fonksiyonu olsun. $w_j \in [0,1]$ her bir x_j elemanının ağırlığı $\sum_{j=1}^{n} w_j = 1$ olsun. O zaman A ve B yamuksal bulanık çoklu sayıları arasındaki ağırlıklı yeni benzerlik fonksiyonu;

i. $0 \le S_w(\bar{A},\bar{B}) \le 1$

ii. $S_w(\bar{A},\bar{B}) = S_w(\bar{B},\bar{A})$

iii. $S_w(\bar{A},\bar{B}) = 1$ *for* $\bar{A} = \bar{B}$ i.e. ($\eta_A^1 = \eta_B^1, \eta_A^2 = \eta_B^2$, … , $\eta_A^p = \eta_B^p$) olur.

İspat: i**.** Tanım 12'ten açık bir şekilde görülmektedir.

$$S_w(\bar{A},\bar{B}) = \left[1 - \frac{|a_1-b_1|+|a_2-b_2|+|a_3-b_3|+|a_4-b_4|}{4n}\right] \times w_i$$

ii.

$$\times \frac{\min\left\{P\left(\bar{A}^1\right),P\left(\bar{B}^1\right),\ldots,P\left(\bar{A}^n\right),P\left(\bar{B}^n\right)\right\}+\min\left\{\eta_{\bar{A}}^1,\eta_{\bar{B}}^1,\ldots,\eta_{\bar{A}}^n,\eta_{\bar{B}}^n\right\}}{\max\left\{P\left(\bar{A}^1\right),P\left(\bar{B}^1\right),\ldots,P\left(\bar{A}^n\right),P\left(\bar{B}^n\right)\right\}+\max\left\{\eta_{\bar{A}}^1,\eta_{\bar{B}}^1,\ldots,\eta_{\bar{A}}^n,\eta_{\bar{B}}^n\right\}}$$

$$= \left[1 - \frac{|b_1-a_1|+|b_2-a_2|+|b_3-a_3|+|b_4-a_4|}{4n}\right] \times w_i$$

$$\times \frac{\min\left\{P\left(\bar{B}^1\right),P\left(\bar{A}^1\right),\ldots,P\left(\bar{B}^n\right),P\left(\bar{A}^n\right)\right\}+\min\left\{\eta_{\bar{B}}^1,\eta_{\bar{A}}^1,\ldots,\eta_{\bar{B}}^n,\eta_{\bar{A}}^n\right\}}{\max\left\{P\left(\bar{B}^1\right),P\left(\bar{A}^1\right),\ldots,P\left(\bar{B}^n\right),P\left(\bar{A}^n\right)\right\}+\max\left\{\eta_{\bar{B}}^1,\eta_{\bar{A}}^1,\ldots,\eta_{\bar{B}}^n,\eta_{\bar{A}}^n\right\}}$$

$$= S_w(\bar{B},\bar{A})$$

iii. $S_w(\bar{A},\bar{B})$

$$= \left[1 - \frac{|a_1-b_1|+|a_2-b_2|+|a_3-b_3|+|a_4-b_4|}{4n}\right] \times w_i$$

$$\times \frac{\min\left\{P\left(\bar{A}^1\right),P\left(\bar{B}^1\right),\ldots,P\left(\bar{A}^n\right),P\left(\bar{B}^n\right)\right\}+\min\left\{\eta_{\bar{A}}^1,\eta_{\bar{B}}^1,\ldots,\eta_{\bar{A}}^n,\eta_{\bar{B}}^n\right\}}{\max\left\{P\left(\bar{A}^1\right),P\left(\bar{B}^1\right),\ldots,P\left(\bar{A}^n\right),P\left(\bar{B}^n\right)\right\}+\max\left\{\eta_{\bar{A}}^1,\eta_{\bar{B}}^1,\ldots,\eta_{\bar{A}}^n,\eta_{\bar{B}}^n\right\}}$$

$$S_w(\bar{A},\bar{B}) = \left[1 - \frac{0}{4n}\right] \times w_i$$

$$\times \frac{\min\left\{P\left(\bar{A}^1\right),P\left(\bar{B}^1\right),\ldots,P\left(\bar{A}^n\right),P\left(\bar{B}^n\right)\right\}+\min\left\{\eta_{\bar{A}}^1,\eta_{\bar{B}}^1,\ldots,\eta_{\bar{A}}^n,\eta_{\bar{B}}^n\right\}}{\max\left\{P\left(\bar{A}^1\right),P\left(\bar{B}^1\right),\ldots,P\left(\bar{A}^n\right),P\left(\bar{B}^n\right)\right\}+\max\left\{\eta_{\bar{A}}^1,\eta_{\bar{B}}^1,\ldots,\eta_{\bar{A}}^n,\eta_{\bar{B}}^n\right\}} = 1.$$

Örnek 14 $A = \langle (2,3,5,6);0.2,0.5,0.6,0.9 \rangle$, $B = \langle (1,2,4,5);0.3,0.4,0.5,0.7 \rangle$ $\mathbb{R}$ reel sayılar kümesinde iki adet yamuksal bulanık çoklu sayı ve w_i, $i = (1,2)$ her bir x_i elemanının ağırlığı $w_1 = 0.6$, $w_2 = 0.4$ olsun. O zaman A ve B yamuksal bulanık çoklu sayıları arasındaki yeni benzerlik fonksiyonu;

$$P(A)=\sqrt{(a_1-a_2)^2+(\eta_A^i)^2}+\sqrt{(a_3-a_4)^2+(\eta_A^i)^2}+(a_3-a_2)+(a_4-a_1),$$

$$P(A^1)=\sqrt{(2-1)^2+(0,2)^2}+\sqrt{(5-6)^2+(0,2)^2}+(5-3)+(6-2)=8.04$$

$$P(A^2)=\sqrt{(2-1)^2+(0,5)^2}+\sqrt{(5-6)^2+(0,5)^2}+(5-3)+(6-2)=8.24$$

$$P(A^3)=\sqrt{(2-1)^2+(0,6)^2}+\sqrt{(5-6)^2+(0,6)^2}+(5-3)+(6-2)=8.334$$

$$P(A^4)=\sqrt{(2-1)^2+(0,9)^2}+\sqrt{(5-6)^2+(0,9)^2}+(5-3)+(6-2)=8.7$$

$$P(B)=\sqrt{(b_1-b_2)^2+(\eta_B^i)^2}+\sqrt{(b_3-b_4)^2+(\eta_B^i)^2}+(b_3-b_2)+(b_4-b_1).$$

$$P(B^1)=\sqrt{(1-2)^2+(0,3)^2}+\sqrt{(4-5)^2+(0,3)^2}+(4-2)+(5-1)=8.1$$

$$P(B^2)=\sqrt{(1-2)^2+(0,4)^2}+\sqrt{(4-5)^2+(0,4)^2}+(4-2)+(5-1)=8.16$$

$$P(B^3)=\sqrt{(1-2)^2+(0,5)^2}+\sqrt{(4-5)^2+(0,5)^2}+(4-2)+(5-1)=8.24$$

$$P(B^1)=\sqrt{(1-2)^2+(0,7)^2}+\sqrt{(4-5)^2+(0,7)^2}+(4-2)+(5-1)=8.44$$

$$\begin{aligned}S_w(A,B)&=\left[1-\frac{|2-1|+|3-2|+|5-4|+|6-5|}{16}\right]\times 0.4\\&\times\frac{8.04+0.2}{8.7+0.9}+\left[1-\frac{|2-1|+|3-2|+|5-4|+|6-5|}{16}\right]\times 0.6\times\frac{8.04+0.2}{8.7+0.9}\\&=0.378+0.252=0.63\end{aligned}$$

Çok Kriterli Karar Vermeye Dayalı YBÇ-sayısı

Bu bölümde, yamuksal bulanık çoklu sayılar için yeni vektör benzerlik fonksiyonuna dayalı YBÇS-çok kriterli karar verme metodu tanımlanmıştır.

Tanım 15 $U=(u_1,u_2,\ldots,u_m)$ alternatiflerin kümesi, $A=(a_1,a_2,\ldots,a_n)$ kriterlerin kümesi, a_j $(j=1,2\ldots,n)$'nin $w=(w_1,w_2,\ldots,w_n)^T$'de $w_j\geq 0$ ve $\sum_{i=1}^n w_i=1$ olacak şekilde ağırlık vektörü olsun. Eğer $b_{ij}=\langle(a_{ij},b_{ij},c_{ij,}d_{ij});\eta_{ij}^1,\eta_{ij}^2,\ldots,\eta_{ij}^p\rangle$ YBÇS ise

$$[b_{ij}]_{m\times n}=\begin{array}{c}\\ u_1\\ u_2\\ \vdots\\ u_m\end{array}\begin{array}{c}\begin{array}{cccc}a_1 & a_2 & \cdots & a_n\end{array}\\ \begin{pmatrix}b_{11} & b_{12} & \cdots & b_{1n}\\ b_{21} & b_{22} & \cdots & b_{2n}\\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots\\ b_{m1} & b_{m2} & \cdots & b_{mn}\end{pmatrix}\end{array}$$

şeklinde verilen matrise karar matrisi denir. Aynı zamanda; r^+, $[b_{ij}]_{m\times n}$karar matrisinin pozitif ideal yamuksal bulanık çoklu sayılarının (YBÇS) çözümü olur ve şu şekilde gösterilir:

$$r^+ = \langle(1,1,1,1);1,1,\dots,1\rangle.$$

Algoritma:

Adım 1. Karar için $[b_{ij}]_{m\times n}$karar verme matrisini inşa et;

Adım 2. Pozitif ideal (veya negaif ideal) r^+ YBÇS çözümü ve $u_i = \langle(a_i, b_i, c_i, d_i); \eta_A^1, \eta_A^2, \dots, \eta_A^p\rangle$, $(i = 1,2,\dots,m)$ arasındaki ağırlıklı yeni vektör benzerliğini F_i hesapla.

$$S_w(A,B) = \left[1 - \frac{\sum_{i=1}^{4}|a_i - b_i|}{4n}\right] \times w_i \times \frac{\min\{P(A^i), P(B^i)\} + \min\{\eta_A^i, \eta_B^i\}}{\max\{P(A^i), P(B^i)\} + \max\{\eta_A^i, \eta_B^i\}}$$

Adım 3. $F_i = S_{w_i}(u_i, r^+)$ $(i = 1,2,\dots,m)$, $(j = 1,2,\dots,n)$ artmayan derecesi belirle.

Adım 4. En iyi alternatifi seç.

Şimdi, aşağıda nümerik bir örnek verelim;

Örnek 16 Xu and Cia (Syropoulos, 2010) den uyarladığımız karar verme problemi üzerinde düşünelim. Köklüce Medikal firması sedye almak istesin. Dört çeşit sedye(alternatif) $u_i (i = 1, 2, 3, 4)$ mümkün bulunmaktadır. Müşteri alternatifleri değerlendirmek için dört özelliği dikkate almaktadır; a_1 =katlanabilir sedye; a_2 =makaralı sedye; a_3 =hamak sedye ve yukarıdaki dört özellik altında dört olası alternatifi u_i (i = 1, 2, 3, 4) hesaplamak için YBÇS değerleri kullanılmıştır. Aynı zamanda, a_j $(j = 1,2,3,4)$'nin ağırlık vektörü $\omega = (0.2,0.5,0.1,0.2)^T$ olur. O zaman,

Algoritma

Adım 1. Köklüce Medikal tarafından sağlanan karar matrisini şu şekilde oluşturalım;

Tablo 1: Medikal tarafından verilen karar matrisi;

	a_1	a_2	a_3
u_1	⟨(0.3, 0.5, 0.7, 0.9); 0.4, 0.5,0.3,0.6⟩	⟨(0.6, 0.7, 0.8, 0.9); 0.8, 0.9,0.6,0.3⟩	⟨(0.1, 0.3, 0.5, 0.8); 0.2, 0.5,0.2,0.1⟩
u_2	⟨(0.2, 0.3, 0.4,0.5); 0.8,0.1,0.4,0.2⟩	⟨(0.5, 0.6, 0.8, 0.9); 0.1, 0.9,0.3,0.7⟩	⟨(0.2, 0.5, 0.8, 0.9); 0.7, 0.7,0.1,0.3⟩
u_3	⟨(0.1, 0.5, 0.6, 0.7); 0.2, 0.6,0.2,0.5⟩	⟨(0.4, 0.6, 0.7, 0.9); 0.2, 0.9,0.1,0.8⟩	⟨(0.5, 0.6, 0.7, 0.8); 0.8, 0.8,0.5,0.1⟩
u_4	⟨(0.3, 0.4, 0.6, 0.8); 0.6, 0.9,0.1,0.2⟩	⟨(0.2, 0.3, 0.7, 0.8); 0.8, 0.3,0.2,0.4⟩	⟨(0.1, 0.5, 0.6, 0.8); 0.2, 0.3,0.1,0.3⟩

Adım 2. Pozitif ideal YBÇ-sayılarının çözümünü şu şekilde hesapla;

$$r^+ = \langle(1,1,1,1);1,1,\dots,1\rangle$$

Adım 3.Ağırlıklı yeni vektör benzerlik fonksiyonlarını $F_i = S_{w_i}(\mathrm{u}_i, r^+)$ hesaplanmıştır;

Tablo 2: $F_i = S_{w_i}(\mathrm{u}_i, r^+)$ hesaplaması

Önerilen metot	Ölçüm değeri	Sıralama
$F_i = S_{w_i}(\mathrm{u}_i, r^+)$	$S_{w_i}(\mathrm{u}_1, r^+) = 0,1302$ $S_{w_i}(\mathrm{u}_2, r^+) = 0,3341$ $S_{w_i}(\mathrm{u}_3, r^+) = 0,0685$ $S_{w_i}(\mathrm{u}_4, r^+) = 0,1197$	$F_2 > F_1 > F_4 > F_3$

Adım 4. Bu yüzden Köklüce Medikal u_2 sedyesini seçer. Bir takım nedenlerden dolayı eğer onlar u_2'yi seçmek istemezlerse onların ikinci seçimi u_1 olacaktır.

Önerilen karar verme yaklaşımının fizibilitesini ve etkinliğini doğrulamak için, bulanık çoklu sayılar karar yöntemini kullanan bir karşılaştırma analizi (Meng ve ark. 2015, Wang 2015 ve Uluçay ve ark. 2018), bölüm 3'tekiyle aynı açıklayıcı örneğe dayanarak aşağıdaki tablo da verilmiştir ve aynı sonuç elde edilmiştir.

Tablo 3:

Önerilen metot	Sıralama	En iyi karar
Meng ve ark. 2015	$\mathrm{u}_2 > \mathrm{u}_3 > \mathrm{u}_1$	u_2
Wang 2015	$\mathrm{u}_2 > \mathrm{u}_1 > \mathrm{u}_3$	u_2
Uluçay ve ark. 2018	$\mathrm{u}_2 > \mathrm{u}_1 > \mathrm{u}_3$	u_2
Önerilen metot	$\mathrm{u}_2 > \mathrm{u}_1 > \mathrm{u}_3$	u_2

SONUÇ

Bu çalışmada, yamuksal bulanık çoklu sayılar üzerinde yeni vektör benzerlik fonksiyonu ve ağırlıklı yeni vektör benzerlik fonksiyonu tanımlandı. Verilen bu vektör benzerlik fonksiyonlarının özellikleri incelendi. Daha sonra ağırlıklı yeni vektör benzerlik fonksiyonuna dayalı yamuksal bulanık çoklu sayısı için çok kriterli karar verme metodu geliştirildi ve önerilen metodun doğruluğu ve pratikliğini onaylamak için nümerik bir örneğe uygulanmıştır. Yamuksal bulanık çoklu sayılar ilerleyen zamanlarda birçok belirsizlik içeren olayları modellemek ve çözmek için çok daha fazla alana uygulanabilir. Gelecek dönemlerde bu çalışma, sezgisel bulanık çoklu kümeler ve neutrosophic çoklu kümelerde değişik uygulamalar ve teknikler kullanılarak genişletilebilir.

KAYNAKLAR

Alim A, Johora F T, Babu S, Sultana A, 2015. Elementary operations on LR fuzzy number. Adv Pure Math 5(03):131

Bakbak D, Uluçay V, Şahin M, 2019a. Neutrosophic soft expert multiset and their application to multiple criteria decision making. Mathematics, 7(1), 50.

Bakbak D, Uluçay V, 2019a. Chapter Eight Multiple Criteria Decision Making in Architecture Based on Q-Neutrosophic Soft Expert Multiset. NEUTROSOPHIC TRIPLET STRUCTURES, 90.

Bakbak D, Uluçay V, 2019b. Multicriteria Decision-Making Method Using the Cosine Vector Similarity Measure Under Intuitionistic Trapezoidal Fuzzy Multi-Numbers in Architecture. 6th International Multidisciplinary Studies Congress (Multicongress'19) Gaziantep, Türkiye.

Bakbak D, Uluçay V, and Şahin, M, 2019b. Intuitionistic Trapezoidal Fuzzy Multi-Numbers and Some Arithmetic Averaging Operators with Their Application in Architecture. 6th International Multidisciplinary Studies Congress (Multicongress'19) Gaziantep, Türkiye.

Ban AI, Coroianu L, 2015.Existence, uniqueness, calculus and properties of triangular approximations of fuzzy numbers under a general condition. Int. J ApproxReason 62:1–26

Chandra S, Aggarwal A, 2015. On solving matrix games with pay-offs of triangular fuzzy numbers: certain observations and generalizations. Eur. J.Oper. Res. 246(2):575–581

Chakraborty D, Guha D, 2010. Addition two generalized fuzzy numbers. Int. J Ind. Math 2(1):9–20

Hassan N, Uluçay V, Şahin M, 2018. Q-neutrosophic soft expert set and its application in decision making. International Journal of Fuzzy System Applications (IJFSA), 7(4), 37-61.

Kaufmann A, Gupta MM, 1988. Fuzzy mathematical models in engineering and management science. Elsevier Science Publishers ,Amsterdam

Miyamoto S, 2001. Fuzzy multi-sets and their generalizations. Multi-set processing, Lecture notes in computer science, vol 2235.Springer,Berlin, pp 225–235

Miyamoto S, 2004. Data structure and operations for fuzzy multi-sets. Transactions on rough sets II, Lecture notes in computer science, vol 3135. Springer, Berlin, pp 189–200

Maturo A, 2009. On some structures of fuzzy numbers. Iran J Fuzzy Syst 6(4):49–59

Meng Y, Zhou Q, Jiao J, Zheng J, Gao D, 2015. The ordered weighted geometric averaging algorithm to multiple attribute decision making with in triangular fuzzy numbers based on the mean area measurement method1. Appl. Math Sci., 9(43):2147–2151

Wang YJ, 2015. Ranking triangle and trapezoidal fuzzy numbers based on the relative preference relation. Appl. Math model, 39(2):586–599

Rouhparvar H, Panahi A, 2015. A new definition for defuzzification of Generalized fuzzy numbers and its application. Appl Soft Comput., 30:577–584

Rezvani S., 2015. Ranking generalized exponential trapezoidal fuzzy numbers based on variance. Appl Math Comput., 262:191–198

Riera JV, Massanet S, Herrera-Viedma , Torrens J, 2015. Some interesting properties of The fuzzy linguistic model based on discrete fuzzy number stoma age hesitant fuzzy linguistic information. Appl. Soft Comput., 36:383–391

Riera JV, Torrens J, 2015. Using discrete fuzzy numbers in the aggregation of İn complete qualitative information. Fuzzy Sets Syst. 264:121–137

Roseline S, Amirtharaj S, 2015. Improved ranking of generalized trapezoidal fuzzy numbers. Int. J Innov. Res Sci. Eng. Techno l4:6106–6113

Roseline S, Amirtharaj S, 2014. Generalized fuzzy hungarian method for eneralized trapezoidal fuzzy transportation problem with ranking of Generalized fuzzy numbers. Int. J Appl. Math Stat. Sci. (IJAMSS) 1(3):5–12

Ruan J, Shi P, Lim CC, Wang X, 2015. Relief supplies allocation and optimization by interval and fuzzy number approaches. Inf.Sci.,303:15–32.

Surapati P, Biswas P , 2012. Multi-objective assignment Problem with generalized trapezoidal fuzzy numbers. Int J Appl Inf Syst 2(6):13–20

Sebastian S, Ramakrishnan TV, 2010. Multi-fuzzy sets. Int Math Forum 5(50):2471–2476

Syropoulos A, 2012. On generalized fuzzy multisets and their use in computation. Iranian Journal of Fuzzy Systems Vol. 9, No. 2, pp. 113-125.

Syropoulos A, 2010. On non-symmetric multi-fuzzy sets. Crit. Rev IV:35–41

Saeidifar A, 2015. Possibilistic characteristic functions. Fuzzy Inf. Eng. 7(1):61–72

Sinova B, Casals MR, Gil M A, Lubiano MA , 2015. The fuzzy characterizing function of The distribution of a random fuzzy number. Appl. Math Model 39(14):4044–4056

Stupnanova A, 2015. A probabilistic approach to the arithmetics of fuzzy numbers. Fuzzy Sets Syst 264:64–75

Şahin M, Uluçay V, Acıoglu H, 2018. Some weighted arithmetic operators and geometric operators with SVNSs and their application to multi-criteria decision making problems. Infinite Study.

Şahin M, Alkhazaleh S, Ulucay V, 2015. Neutrosophic soft expert sets. Applied Mathematics, 6(1), 116.

Thowhida A, Ahmad SU, 2009. A computational method for fuzzy arithmetic operations. Daffodil Int. Univ. J SciTechnol.,4(1):18–22

Uluçay V, Deli I, Şahin M, 2018a. Trapezoidal fuzzy multi-number and its application to multi-criteria decision-making problems. Neural Computing and Applications, 1-10.

Uluçay V, Deli I, Şahin M, 2018b. Similarity measures of bipolar neutrosophic sets and their application to multiple criteria decision making. Neural Computing and Applications, 29(3), 739-748.

Ulucay V, Sahin M, Olgun N, 2018c. Time-neutrosophic soft expert sets and its decision making problem. Matematika, Volume 34, Number 2, 245–260.

Uluçay V, Şahin M, Hassan N, 2018d. Generalized neutrosophic soft expert set for multiple-criteria decision-making. Symmetry, 10(10), 437.

Ulucay V, Kılıç A, Şahin M, Deniz H, 2019a. A New Hybrid Distance-Based Similarity Measure for Refined Neutrosophic sets and its Application in Medical Diagnosis. MATEMATIKA: Malaysian Journal of Industrial and Applied Mathematics, 35(1), 83-94.

Uluçay V, Deli I, Şahin M, 2019b. Intuitionistic trapezoidal fuzzy multi-numbers and its application to multi-criteria decision-making problems. Complex & Intelligent Systems, 5(1), 65-78.

Wei SH, Chen SM, 2009. A new approach for fuzzy risk analysis based on similarity measures of generalized fuzzy numbers. Expert Syst. Appl. 36, 589-598.

Ye J, 2012a, Multi criteria decision-making method using the Dice similarity measure based on the reduce intuitionistic fuzzy sets of interval-valued intuitionistic fuzzy sets, Applied Mathematical Modelling, 36, 4466–4472.

Ye J, 2012b. Multi-criteria group decision-making method using vector similarity measures for trapezoidal intuitionistic fuzzy numbers, Group Decision and Negotiation, 21, 519–530.

Yager RR, 1986. On the theory of bags. Int J Gen Syst. 13:23–37

Zadeh LA, 1965 Fuzzy sets. Inf Control 8:338–353

Zimmermann HJ, 1993. Fuzzy set theory and its applications. Kluwer Academic Publishers, Berlin.