



## A new interactive approach to multiple criteria sorting problems: An application in energy sector

Ali Özarslan\*<sup>ID</sup>, Gülşah Karakaya<sup>ID</sup>

Middle East Technical University, Faculty of Economics and Administrative Sciences, Department of Business Administration, 06800, Ankara, Turkey

### Highlights:

- An interactive probabilistic algorithm to sort alternatives evaluated on multiple criteria
- Relative entropy based method to estimate uncertainty of assignments
- Application on energy trilemma index problem

### Keywords:

- Multi-criteria sorting problems
- Relative entropy
- Interactive probabilistic method
- Additive utility function
- Energy trilemma index

### Article Info:

Research Article  
Received: 15.05.2020  
Accepted: 23.04.2021

### DOI:

10.17341/gazimmfd.737908

### Correspondence:

Author: Ali Özarslan  
e-mail: oali@metu.edu.tr  
phone: +90 312 210 3333

### Graphical/Tabular Abstract

Multi-criteria sorting problems involve assignments of discrete number of alternatives evaluated on multiple criteria into ordered categories. It is generally cumbersome for the decision maker to place each alternative into a category one by one. In this study, a new interactive approach is proposed to probabilistically assign the alternatives to categories.

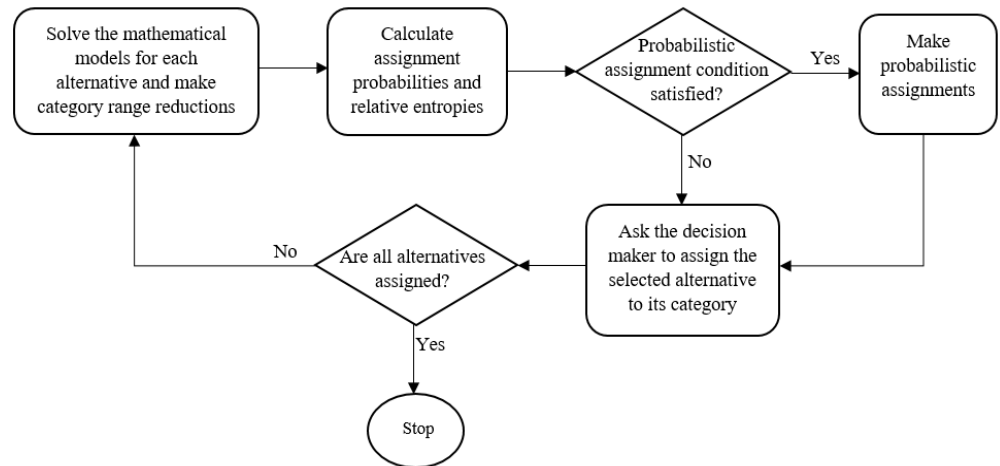


Figure A. General scheme of the interactive probabilistic algorithm

**Purpose:** This study proposes an interactive probabilistic approach to help the decision maker in sorting alternatives to decrease the cognitive burden.

### Theory and Methods:

The mathematical models that are solved for defining the category ranges of the alternatives are used to calculate the relative entropy values of the alternatives. Once the average of relative entropies decreases to a certain level, the alternatives are probabilistically assigned into categories by the algorithm. At each iteration, the alternative with the highest relative entropy is placed into its category by the decision maker. The assignment process continues until there are no alternative left.

### Results:

The proposed algorithm and a benchmark algorithm from the literature are applied in energy trilemma index problem. The results show that the proposed algorithm performs better than the benchmark algorithm in terms of the cognitive burden of the decision maker and the misclassification rates of the alternatives.

### Conclusion:

The mathematical models can provide valuable information regarding the assignment tendency of the alternatives. Probabilistic assignments of the alternatives after obtaining necessary amount of assignment information from the decision maker results in low misclassification rates. Furthermore, the relative entropy measure fits well in measuring the assignment uncertainty of the alternatives.



## Çok kriterli sınıflandırma problemlerine yeni bir etkileşimli yöntem: enerji sektöründe bir uygulama

Ali Özarslan\*<sup>ID</sup>, Gülşah Karakaya<sup>ID</sup>

Orta Doğu Teknik Üniversitesi, İktisadi ve İdari Bilimler Fakültesi, İşletme Bölümü, 06800, Ankara, Türkiye

### Ö N E Ç İ K A N L A R

- Çoklu kriterle değerlendirilen alternatifleri sınıflandırmak için etkileşimli olasılıksal bir algoritma
- Göreceli entropi tabanlı bir yöntem ile atama belirsizliğinin tahmini
- Enerji üçlemi endeksi problemi üzerinde uygulama

#### Makale Bilgileri

Araştırma Makalesi

Geliş: 15.05.2020

Kabul: 23.04.2021

#### DOI:

10.17341/gazimmfd.737908

#### Anahtar Kelimeler:

Çok kriterli sınıflandırma problemleri, göreceli entropi, etkileşimli olasılıksal yöntem, toplamsal fayda fonksiyonu, enerji üçlemi endeksi

#### ÖZ

Bu çalışmanın amacı çok kriterli sınıflandırma problemleri için karar vericiye az sayıda soru soran etkileşimli olasılıksal bir yaklaşım geliştirmektir. İterasyonlar boyunca karar vericiden belirli alternatiflerin kategori bilgisi alınmaktadır. Alternatiflerin atanabilecekleri kategorileri belirlemek için çözülen matematiksel modellerden bilgi toplayarak alternatiflerin kategorilere atanma olasılıkları hesaplanmaktadır. Alternatiflerin atanma belirsizliklerini ölçmek için göreceli entropiden yararlanılmaktadır ve atama belirsizliği en yüksek alternatif karar vericiye sorulmaktadır. Alternatiflerin atanma belirsizlikleri belirli bir seviyenin altına düşünce atanma olasılıkları belirli bir seviyeden yüksek olan alternatifler olasılıksal olarak kategorilere atanmaktadır. Burada amaç karar vericiden yeterli atama bilgisi almadan olasılıksal atama yapmayarak hatalı sınıflandırmaları en aza indirmektir. Literatürde çeşitli etkileşimli yaklaşımlar önerilirken bilindiği kadarıyla alternatifleri atanma olasılıklarına göre sınıflandıran sadece bir çalışma bulunmaktadır. Yaklaşımımız, bahsedilen çalışmadaki yaklaşım ile Dünya Enerji Konseyi tarafından ülkelerin enerji performanslarını değerlendirmek üzere yıllık olarak yayınlanan enerji üçlemi endeksi verisi üzerinde test edilmiştir. 128 ülkenin dört kriterle değerlendirildiği ve dört kategoriye atandığı enerji üçlemi endeksi probleminde yapılan deneyler karar vericinin bilişsel yükünü azaltmada önerilen yaklaşımın başarılı olduğunu göstermektedir.

## A new interactive approach to multiple criteria sorting problems: An application in energy sector

### H I G H L I G H T S

- An interactive probabilistic algorithm to sort alternatives evaluated on multiple criteria
- Relative entropy based method to estimate uncertainty of assignments
- Application on energy trilemma index problem

#### Article Info

Research Article

Received: 15.05.2020

Accepted: 23.04.2021

#### DOI:

10.17341/gazimmfd.737908

#### Keywords:

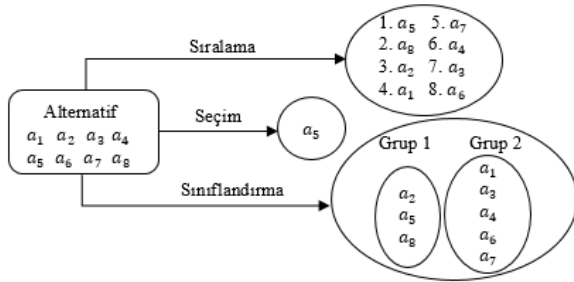
Multi-criteria sorting problems, relative entropy, interactive probabilistic method, additive utility function, energy trilemma index

#### ABSTRACT

This study aims to develop an interactive probabilistic approach that asks small number of questions to the decision maker for multi-criteria sorting problems. Alternatives are assigned to categories by the decision maker through iterations. The assignment probabilities of alternatives are calculated by collecting information from the mathematical models that are solved to determine the possible categories of alternatives. Relative entropy is used to measure the assignment ambiguities of alternatives and the one with the highest uncertainty is asked the decision maker. Alternatives with a certain level of assignment uncertainty are probabilistically assigned to categories. The aim here is to minimize misclassifications by not allowing probabilistic assignments without getting sufficient assignment information from the decision maker. Although several interactive approaches are suggested in literature, there is only one study that classifies the alternatives according to their assignment probabilities. Our approach is tested against it on the energy trilemma index data published annually by the World Energy Council to evaluate the energy performance of countries. Experiments on the problem, in which 128 countries are evaluated on four criteria and assigned to four categories, show that the proposed approach is successful in reducing the cognitive burden of the decision maker.

## 1. GİRİŞ (INTRODUCTION)

Gerek gündelik hayatta gerekse iş hayatında karşılaşılan problemlerin birçoğu çoklu seçenekler veya alternatifler arasında tercih yapmayı gerektirmektedir. Çoğu zaman bu alternatifler birbiriyle çelişen çoklu kriterlere göre değerlendirilmektedir. Örneğin, tedarikçi seçimi probleminde tedarikçileri değerlendirirken kalite ve fiyat gibi kriterler olabilmektedir. Bu iki kriter, kalite ve fiyat, çelişen kriterler olarak değerlendirilebilir. Şöyle ki, genelde kaliteli bir ürünün fiyatının yüksek, daha az kaliteli bir ürünün fiyatının da düşük olması beklenir. Kalitenin enbüyüklemeye fiyatın da endüşüklenmeye çalışıldığı durumda ödünleşim yapmak gerekir. Çelişen kriterler söz konusu olduğunda tek bir en iyi çözüm belirlenemeyeceğinden etkin çözümler üzerinden değerlendirme yapılmaktadır. Bu tür problemler Çok Kriterli Karar Verme (ÇKKV) problemleri olarak bilinmektedir.



Şekil 1. ÇKKV problem çeşitleri [1] (MCDM problem types [1])

Roy [1], ÇKKV problemlerini Şekil 1'de görüldüğü üzere *seçim*, *sıralama* ve *sıralı gruplama/sınıflandırma* problemleri olmak üzere üçe ayırmıştır. Seçim problemlerinde amaç karar verici (KV) için en iyi veya az sayıdaki en iyi alternatifini bulmaktır. Tipik bir örnek şirkette açık bir pozisyon için en uygun adayın belirlenmesidir. Seçim problemlerinde sıklıkla kullanılan yöntemler Analitik Hiyerarşi Süreci (AHP), Çok Nitelikli Fayda Teorisi (MAUT), Toplanabilir Fayda (UTA), Tercih Sıralaması Zenginleştirme Değerlendirme Yöntemi (PROMETHEE), Gerçeği Yansıtan Eleme ve Seçim (ELECTRE), İdeal Çözüme Yakınlığa Göre Tercih Sıralama Tekniği (TOPSIS) ve Veri Zarflama Analizi (DEA) olarak listelenebilir [2]. Karar sürecinde KV ile etkileşim içinde olunan çalışmalarda aşamalı olarak KV'nin tercihleri alınarak en hızlı ve etkili şekilde en iyi alternatife ulaşılmaktadır [3, 4].

Sıralama problemlerinde ise alternatifler en iyiden en kötüye doğru sıralanmaktadır. Sıralama problemlerine örnek olarak performansa dayalı üniversite veya ülke sıralamaları verilebilir. Seçim problemleri için kullanılan yöntemlerin çoğu sıralama problemleri için de kullanılmakta olup Çok Kriterli Optimizasyon ve Uzlaşık Çözüm (VIKOR), ELECTRE II, ELECTRE III ve ELECTRE IV diğer popüler çok kriterli sıralama yöntemleridir [5]. Balcı vd. [6] basınçlı kaplarda kullanılacak malzemeleri sıralamak için TOPSIS, VIKOR ve ELECTRE yöntemlerini kullanan bir karar destek

sistemi geliştirmektedir. Malzemelerin üç yöntemdeki sıralamalarını toplayarak en az puana sahip malzemenin seçilmesini önermektedir. Sıralama problemlerine KV ile etkileşimli bir yaklaşım sunan Tezcaner Öztürk ve Köksalan [7], KV'den başlangıçta bilgi almak yerine aşamalı olarak alternatiflerin ikili karşılaştırmalarını istemektedir. Bu şekilde tercihlerin aşamalı olarak alınmasının başlangıçta tercih bilgisi elde etmekten daha iyi sıralama performansı sağladığı görülmektedir.

Bazı ÇKKV problemlerinde ise alternatiflerin belirli kategorilere atanması gerekmektedir. Kategorilerin tercih sırasına göre belirlendiği bu tür problemler sıralı gruplama ya da sınıflandırma problemi olarak adlandırılmaktadır. Temsili bir örnek bir lisansüstü programa başvuran adayların kabul, yedek ve ret olmak üzere üç kategoriye ayrılması olabilir. Kredi başvuru sahiplerinin geri ödeme risklerine göre sınıflandırılması çok kriterli sınıflandırma (ÇKS) problemlerine bir diğer tipik örnektir. Toplamsal Fayda Diskriminasyonu (UTADIS), Sınıflandırma Problemleri için Gerçeği Yansıtan Eleme ve Seçim (ELECTRE-TRI), Çoğunluk Kuralına göre Sınıflandırma (MR-Sort), Akış Tabanlı Sınıflandırma (FLOWSORT) ve Sınıflandırma Problemleri için Stokastik Çok Kriterli Kabul Edilebilirlik Analizi (SMAA-TRI) gibi yöntemler sınıflandırma problemlerinde kullanılmaktadır [8]. Bu çalışmada ÇKS problemleri için önerilen çeşitli yaklaşımlar ele alınacak olup ilgili literatür taraması Bölüm 1.1'de verilmektedir.

### 1.1. Literatür Taraması (Literature Review)

ÇKS problemlerini çözmek için literatürde KV'nin tercihlerini kullanarak çeşitli yaklaşımlar geliştirilmiştir. KV'nin tercihlerini kullanmanın bir yolu alternatifler arasındaki üstünlük (outranking) ilişkilerini açığa çıkarmaktır [9]. ÇKS problemleri için yaygın olarak kullanılan bir yöntem olan ELECTRE-TRI üstünlük ilişkilerinden faydalanarak alternatifleri sınıflandırmaktadır [10]. Yöntem, KV'nin çeşitli parametreler ve kategoriler için temsili profiller belirlemesini gerektirmektedir. ELECTRE-TRI'nin sadeleştirilmiş bir versiyonu olan MR-Sort'ta KV'nin belirlemesi gereken bazı parametreleri hesaba katmayarak yine üstünlük ilişkilerine göre alternatifler sınıflandırılmaktadır [11]. SMAA-TRI, ELECTRE-TRI'de kriter ağırlıklarının belirsizliğine izin vererek Monte Carlo simülasyonları ile kriter ağırlıklarını tahmin etmektedir [12]. PROMETHEE yönteminin bir varyasyonu olan FLOWSORT ise alternatifler ile kategorilerin sınır değerleri arasında ikili üstünlük ilişkisi kurarak temsili profiller kullanılmaktadır [13].

KV'nin tercihlerinin fayda fonksiyonları ile temsil edilebileceğini varsayan birçok çalışma bulunmaktadır [14, 15]. Bu fonksiyonlardan en yaygını kriter skorlarının aldığı değerlerin toplanmasıyla alternatiflerin nihai değerlerinin hesaplandığı toplamsal fonksiyonlardır. Toplamsal fonksiyonlarda parametrelerin belirlenmesi için KV'den çeşitli tercihlerde bulunması beklenmektedir. Parametre

değerlerini tahmin etmek için matematiksel modeller çözmek literatürde sıklıkla kullanılan bir yaklaşımdır [16]. ÇKS problemlerinde yaygın olarak kullanılan bir yöntem olan UTADIS, Devaud vd. [17] tarafından Jacquet-Lagrez ve Siskos'un [18] sıralama problemleri için geliştirdiği UTA yönteminin uzantısı olarak geliştirilmiştir. UTADIS yönteminde KV'nin tercihlerinin parçalı doğrusal formda olan bir toplamsal fayda fonksiyonu ile temsil edildiği varsayılmaktadır. Böylece bir dizi referans alternatifin kategori bilgileri kullanılarak doğrusal programlama (DP) modelleri ile KV'nin tercih yapısı tahmin edilmektedir. Parçalı doğrusal fonksiyonlarda amaç azalan marjinal ikame prensibi doğrultusunda tercih yapısını temsil etmektedir.

UTADIS, enerji yoğunluğuna dayalı ülke sınıflandırması [19], firmaların finansal sıkıntı tahmini [20] ve tedarikçi sınıflandırması [21] gibi gerçek hayat problemleri için yaygın olarak uygulanmıştır. Ulu ve Atıcı [22] kredi değerlendirme kuruluşlarının verilerini kullanarak risklerine göre ülkeleri sınıflandırmada UTADIS yöntemini kullanmıştır. Zopounidis ve Doumpos [20] ise firmaların finansal sıkıntı yaşayıp yaşamadıklarını UTADIS ile tahmin etmiştir. Çalışma sonucunda UTADIS'in diskriminant analizi, logit ve probit gibi istatistiksel yöntemlerden daha başarılı bir tahmin gücü olduğu ortaya çıkmıştır. UTADIS yönteminde tek bir fayda fonksiyonuna dayalı bir model oluşturulmaktadır. Fakat KV'nin tercihlerini temsil eden fayda fonksiyonunun UTADIS'in tahmin ettiği ile örtüşmediği durumlarda alternatiflerin yanlış kategorilere atandığı görülmektedir [23].

ÇKS problemlerinde yanlış sınıflandırma sorununu çözmek için KV'nin tercihleriyle uyumlu olan tüm fayda fonksiyonlarını dikkate alarak KV ile etkileşimli yaklaşımlar geliştirilmiştir. Etkileşimli yaklaşımlarda KV'nin tercihlerini temsil eden fayda fonksiyonuna ait çözüm uzayı aşamalı olarak KV'den alınan atama bilgisine göre daraltılmaktadır. Bu şekilde KV'ye danışmadan matematiksel modeller aracılığıyla alternatifler sınıflandırılmaktadır. Literatürde ÇKS problemlerine etkileşimli yaklaşımlar geliştiren çalışmalara bakıldığında Ulu ve Köksalan [24] KV'nin tercihlerinin dışbükeyimsi fayda fonksiyonuyla temsil edildiğini varsayarak etkileşimli bir yöntemle alternatifleri iki sınıfa atamaktadır. Çalışmada çözüm uzayını daraltmak için dışbükey kombinasyon ve dışbükey koni yaklaşımı [25] ile alternatifler arasındaki baskınlık ilişkileri kullanılmaktadır. Köksalan ve Ulu [26] bu çalışmayı KV'nin tercihlerinin doğrusal fayda fonksiyonuyla temsil edildiğini varsayarak ikiden fazla kategori olduğu durum için genelleştirmektedir. Ulu ve Köksalan [27] ise dışbükeyimsi fayda fonksiyonları için ikiden fazla kategori olduğunda etkileşimli bir yaklaşım önermektedir.

Parçalı doğrusal fonksiyonlarla KV'nin tercihlerinin temsil edildiği etkileşimli çalışmalardan biri olan Köksalan ve Özpeynirci [23] alternatiflerin atanabilecekleri en iyi ve en kötü kategorileri, yani kategori aralıklarını belirlemek için karma tamsayı programlama (KTP) kullanılmaktadır. KTP

modellerinde kategorisi bilinmeyen alternatifler ikili değişkenler aracılığıyla bir kategoriye atanmaktadır. Her iterasyonda rastgele seçilen bir alternatifin kategori aralığı KTP modelleri aracılığıyla belirlenmektedir. Seçilen alternatifin kategorisi modeller aracılığı ile belirlenmediyse bu alternatif KV'ye sorulmaktadır ve tüm alternatifler kategorilerine atanana kadar süreç devam etmektedir. Alternatiflerin atanabilecekleri kategorileri tanımlamak için matematiksel programların kullanımı, robust sıralı regresyon (ROR) prensibinde genelleştirilmiştir [28]. ROR prensibi, KV'nin tercihleriyle uyumlu tüm parametre setlerini ele almaktadır. Greco vd. [29] parçalı doğrusal fonksiyon yerine genel monoton toplamsal fayda fonksiyonlarını dikkate almaktadır.

Bazı sınıflandırma problemlerinde KV, tercihleri hakkında bilgiler sağlayabilir. Örneğin, insan kaynakları yöneticisi iş başvurularını işe alınmış ve işe alınmamış olarak sınıflandırırken deneyim kriterine eğitim kriterinden daha fazla ağırlık verebilir. Başka bir örnekte bir kredi yöneticisi, kabul edilecek kredi başvurularının sayısına sınırlama getirebilir. Bu tür durumlar Mousseau vd. [30] tarafından Kısıtlı Sınıflandırma Problemleri (KSP) olarak tanımlanmıştır. Kategorilere atanacak alternatif sayıları ile ilgili kısıtlamalar KTP modelleri aracılığı ile eklenmektedir. Özpeynirci vd. [31] KSP için KV ile etkileşimli bir yöntem geliştirmiştir. Kategorilerdeki alternatif sayılarının modellere eklenmesinin KV'nin bilişsel yükünü azaltmada etkili olduğu bulunmuştur.

ÇKS problemlerinde yeni eğilim, alternatifleri sınıflandırmak için olasılıksal yaklaşımlar geliştirmektedir. Kadzinski ve Tervonen [32] alternatifleri farazi olarak sınıflandırmak için Monte Carlo simülasyon tekniğini kullanmaktadır. Çalışmada farazi sınıflandırmaların kategori bazındaki payı, kategori kabul edilebilirlik endeksi (CAI) olarak tanımlanmıştır. Burada CAI, alternatiflerin bir kategoriye atanma olasılığını temsil etmektedir. Olasılık değerleri KV'ye sunulurken alternatifler hakkında bilgi sağlanması amaçlanmaktadır. Bir başka çalışmada Çelik vd. [33] KV'nin tercihlerinin  $L_p$  mesafe fonksiyonu ile temsil edildiğini varsaymaktadır. Çalışmada alternatiflerin ve kategori sınırlarının alabilecekleri minimum ve maksimum değerler için çeşitli dağılım fonksiyonu varsayımı yapılarak nihai sınıflandırmalar yapılmaktadır.

Bir başka olasılıksal yaklaşım olan Buğdacı vd. [34], KV'nin tercihlerinin parçalı doğrusal fonksiyonlarla temsil edildiğini varsayarak alternatifleri sınıflandırmak için etkileşimli bir yaklaşım önermektedir. Çalışmada alternatiflerin fayda değerlerinin kategorilerin sınır değerlerinden büyük olma olasılığı hesaplanmaktadır. Bir alternatif için bu olasılık değerinin KV tarafından belirlenen olasılıksal atama eşik değerinden büyük olması durumunda, alternatif karşılık gelen kategoriye olasılıksal olarak atanmaktadır. Olasılıksal atama kesin atama gibi olmadığından bazı alternatiflerin yanlış sınıflandırılması ile sonuçlanmaktadır. Her iterasyonda mevcut kesin atama bilgileri kullanılarak DP modelleri çözülerek olasılıklar güncellenmektedir. Olasılık

değeri 0,5'e en yakın olan alternatif atama bilgisi alınmak üzere KV'ye sorulmaktadır.

Özarslan ve Karakaya [35] sınıflandırma problemlerine göreceli entropi temelli etkileşimli bir yaklaşım önermektedir. KV'nin tercihlerinin toplamsal fonksiyonlarla temsil edildiğini varsayarak alternatiflerin kesin atanabilecekleri kategorilerini belirlemek için matematiksel modeller çözülmektedir. Bu modeller ve Monte Carlo simülasyon tekniği kullanılarak alternatifler farazi olarak kategorilere atanmaktadır. Farazi atanma eğilimlerine göre alternatiflerin kategorilere atanma olasılıkları ve buna bağlı olarak göreceli entropi değerleri hesaplanmaktadır. Bu değerler KV'ye sorulacak alternatifi belirlemede kullanılmaktadır. Çalışmada olasılıksal atama yapılmamaktadır ve tüm alternatifler doğru olarak sınıflandırılıncaya kadar KV'den aşamalı olarak atama bilgisi alınmaya devam edilmektedir.

Bu çalışmanın amacı alternatifleri sınıflandırmak için KV ile etkileşimli olarak alternatiflerin olasılıksal atandığı bir yöntem geliştirerek KV'ye az sayıda soru sorarak alternatifleri en az hata ile sınıflandırmaktır. İterasyonlar boyunca KV'den alınan atama bilgilerine göre matematiksel modeller çözümlenerek alternatiflerin olası kategorileri belirlenmektedir. Alternatiflerin kategorilere atanma olasılığını bulmak için Özarslan ve Karakaya [35] çalışmasındaki gibi farazi atama yöntemi kullanılmaktadır. Göreceli entropi, KV'ye sunulacak alternatifi belirlemede kullanırken aynı zamanda olasılıksal atama şartı olarak KV'den yeterli atama bilgisi alınıp alınmadığını belirlemede kullanılmaktadır. Bilindiği kadarıyla literatürde olasılıksal sınıflandırma yapan tek çalışma olan Buğdacı vd. [34] çalışmasından farklı olarak bu çalışmada KV'den yeterli atama bilgisi alınmadan olasılıksal atamaya izin verilmemektedir. Burada amaç KV'den yeterli atama bilgisi almadan olasılıksal atamaya izin vermeyerek hatalı sınıflandırmaları en aza indirmektir.

Literatürdeki ÇKS yöntemleri genelde alternatifleri kesin olarak (olasılıksız) sınıflandırmak üzerinedir. Bu yöntemlerden bazılarında UTADIS örneğindeki gibi KV'den tek seferde alınan atama bilgisi kullanılarak bir bölümü hatalı da olsa sınıflandırma yapılmaktadır. Etkileşimli olasılıksız yöntemlerde ise atama bilgisi KV'den aşamalı bir şekilde alınarak alternatifler sınıflandırılmaktadır. Bilindiği kadarıyla bir çalışma dışında olasılıksal sınıflandırma yapan etkileşimli bir çalışma bulunmamaktadır. Alternatifleri atanma olasılıklarına göre sınıflandıran o çalışmada ise hatalı sınıflandırmaların yüksek seviyede olduğu gözlemlenmektedir. Bu makalede geliştirilen, KV'den alınacak en az bilgi ve en az sınıflandırma hatası ile karar sürecinin tamamlanmasını hedefleyen, etkileşimli olasılıksal yöntem ile literatürdeki bu açık giderilmeye çalışılmaktadır.

Çalışmanın geri kalanı şu şekilde düzenlenmiştir. Bölüm 2'de matematiksel modeller, önerilen algoritma ve kıyaslama yapılacak çalışma açıklanmaktadır. Bölüm 3'te ise algoritmaların uygulanacağı enerji üçlemi endeksi veri

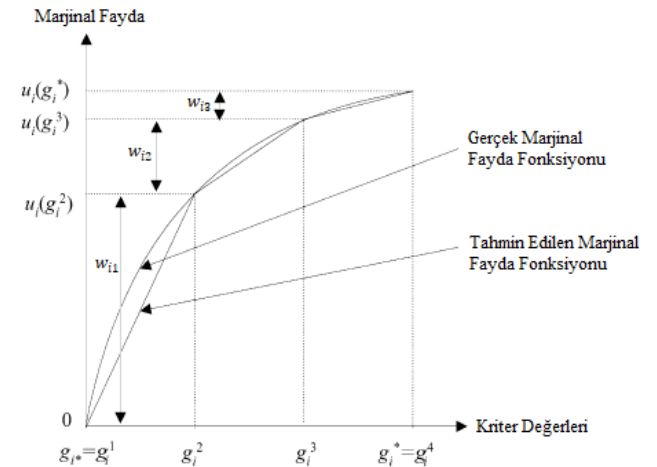
seti tanılandıktan sonra KV'nin tercih yapısı açıklanmaktadır. Olasılıksız ve olasılıksal durumlar için elde edilen bulgular Bölüm 4'te irdelenmektedir. Son olarak Bölüm 5'te sonuçlar ve gelecekte yapılacak çalışmalar ile ilgili öneriler verilmektedir.

## 2. METOT (METHODOLOGY)

Bu bölümde sırasıyla tanımlar, matematiksel modeller, önerilen yaklaşımla ilgili açıklamalar ve analiz kısmında kıyaslama yapılan yöntemle ilgili bilgiler verilmektedir.

### 2.1. Tanımlar (Definitions)

$A$  kümesi her biri  $n$  kriter üzerinden değerlendirilen  $m$  tane alternatifi içermektedir.  $a_j$  alternatifinin  $g_i$  kriterindeki skoru  $g_i(a_j)$  olarak ifade edilirken  $U(a_j)$  ise  $a_j$  alternatifinin toplam fayda değerini göstermektedir. Alternatiflerin kriter bazında marjinal fayda değerleri Şekil 2'deki gibi parçalı doğrusal fonksiyonlarla belirlenmektedir. Genelliği kaybetmeden her kriterde yüksek skorların daha çok fayda getirdiği varsayılmaktadır. Tüm alternatifler göz önüne alınarak bulunan  $g_i^*$  ve  $g_i^*$  değerleri  $g_i$  kriterindeki en düşük ve en yüksek skorları ifade etmektedir. Her kriter için  $[g_i^*, g_i^*]$  aralığı  $b_i$  alt aralığa bölünerek marjinal fayda parçalı doğrusal hale getirilmektedir. Alt aralıklar  $[g_i^p, g_i^{p+1}]$ ,  $p = 1, \dots, b_i$  şeklinde tanımlanmaktadır.



Şekil 2. Marjinal fayda fonksiyonunun doğrusal formu [36] (Linear form of marginal utility function [36])

$u_i(g_i(a_j))$   $a_j$  alternatifinin  $g_i$  kriterindeki marjinal faydasını ifade etmektedir.  $w_{ip}$  ise  $g_i$  kriterinin  $p$  alt aralığındaki marjinal faydasını göstermektedir. Tüm kriterler ve alt aralıklarının marjinal faydalarının toplamı bire eşitlenerek ölçeklendirme yapılmaktadır.  $a_j$  alternatifinin  $g_i$  kriterindeki skorunun hangi alt aralığa denk geldiği  $r_{ji}$  ile ifade edilmektedir. Örneğin,  $a_j$  alternatifi birinci alt aralıkta yer alıyorsa  $r_{ji} = 1$  şeklindedir.  $r_{ji}$  alt aralığına denk gelen skorlar için marjinal fayda  $w_{ir_{ji}}$  olarak ifade edilmektedir. Doğrusal enterpolasyon yoluyla alternatiflerin marjinal ve

toplam fayda değerleri Eş. 1 ve Eş. 2'deki gibi bulunmaktadır.

$$u_i(g_i(a_j)) = \left( \sum_{p=1}^{r_{ji}-1} w_{ip} + \frac{g_i(a_j) - g_i^{r_{ji}}}{g_i^{r_{ji}+1} - g_i^{r_{ji}}} w_{ir_{ji}} \right) \quad (1)$$

$$U(a_j) = \sum_{i=1}^n \left( \sum_{p=1}^{r_{ji}-1} w_{ip} + \frac{g_i(a_j) - g_i^{r_{ji}}}{g_i^{r_{ji}+1} - g_i^{r_{ji}}} w_{ir_{ji}} \right) \quad (2)$$

Sınıflandırma problemi alternatiflerin KV tarafından sayısı belirlenmiş sıralı  $q$  kategoriye atanmasını içermektedir.  $k$  kategorisine atanan alternatiflerin oluşturduğu küme  $C_k$  olarak gösterilmektedir. Burada  $C_1$  en iyi kategoriye ait alternatiflerin kümesini temsil ederken  $C_q$  en kötü olanını göstermektedir. Kategorileri birbirinden ayıran sınır değerleri bulunmaktadır. Bir kategoride yer alan bir alternatifin toplam fayda değerinin en az o kategorinin alt sınır değerine eşit olması gerekmektedir.  $k$  kategorisinin alt sınır değeri  $u_k$  ile gösterilmektedir. Örneğin, en iyi kategori olan  $C_1$ 'deki bir alternatifin değeri en az  $u_1$  kadar olmaktadır. En kötü kategori olan  $C_q$ 'da yer alan bir alternatifin değeri ise bir üst kategorinin alt sınır değeri olan  $u_{q-1}$ 'den düşük olmak zorundadır. Alternatiflerin sınıflandırılması Eş. 3, Eş. 4 ve Eş. 5'teki gibi gerçekleşmektedir:

$$U(a_j) \geq u_1 \Rightarrow a_j \in C_1 \quad (3)$$

$$u_k \leq U(a_j) < u_{k-1} \Rightarrow a_j \in C_k \quad k = 2, \dots, q - 1 \quad (4)$$

$$U(a_j) < u_{q-1} \Rightarrow a_j \in C_q \quad (5)$$

## 2.2. Matematiksel Modeller (Mathematical Models)

Alternatiflerin toplam fayda değerlerinin ve atanabileceği kategorilerin tahmin edilmesi için DP modelleri çözülerek KV'nin tercihleriyle uyumlu  $w_{ip}$  ve  $u_k$  değerleri bulunmaktadır. Eğer bir alternatifin toplam fayda değerinin bir kategorinin sınır değerleri arasında yer almasını sağlayacak  $w_{ip}$  ve  $u_k$  değerleri bulunmuyorsa bu alternatif için belirtilen kategori, olası kategoriler kümesinden çıkarılmaktadır. Bu nedenle çözülecek DP modellerinde alternatiflerin toplam fayda değerleri olan  $U(a_j)$ 'lerin kategori sınır değerleri olan  $u_k$  değerleriyle kıyaslanması gerekmektedir. Bunun bir yolu bu kıyaslamayı bir kısıt olarak ekleyip modellerin olurlu olup olmadığına bakmaktır [23]. Diğer bir yolu ise Buğdacı vd. [34] çalışmasındaki gibi  $U(a_j)$  ile  $u_k$  arasındaki farkı hedef fonksiyonuna koymaktır. Bu makalede ikinci yol izlenerek aşağıdaki  $DP1_{a_t,k}$  ve  $DP2_{a_t,k}$  modellerinde bu değerlerin farkı enbüyükleme ve enküçükleme tipinde kıyaslanmaktadır.

$$\begin{aligned} &\text{Model } (DP1_{a_t,k}) \\ &\text{Min } U(a_t) - u_k \end{aligned} \quad (6)$$

$$U(a_j) = \sum_{i=1}^n \left( \sum_{p=1}^{r_{ji}-1} w_{ip} + \frac{g_i(a_j) - g_i^{r_{ji}}}{g_i^{r_{ji}+1} - g_i^{r_{ji}}} w_{ir_{ji}} \right), \forall a_j \in A \quad (7)$$

$$\sum_{i=1}^n \sum_{p=1}^{b_i-1} w_{ip} = 1 \quad (8)$$

$$U(a_j) \geq u_k, \forall a_j \in C_k, k = 1, \dots, q - 1 \quad (9)$$

$$U(a_j) \leq u_{k-1} - \delta, \forall a_j \in C_k, k = 2, \dots, q \quad (10)$$

$$u_{k-1} - u_k \geq \delta, k = 2, \dots, q - 1 \quad (11)$$

$$u_{q-1} \geq \delta \quad (12)$$

$$u_1 \leq 1 - \delta \quad (13)$$

$$w_{ip} \geq 0, \quad i = 1, \dots, n, p = 1, \dots, b_i \quad (14)$$

Eş. 7 alternatiflerin doğrusal enterpolasyon yoluyla elde edilen marjinal faydalarını toplayarak toplam fayda değerini bulmaktadır. Eş. 8 marjinal faydaların ölçeklendirmesini ifade etmektedir. Eş. 9 ve Eş. 10'da ise KV tarafından atanan alternatiflerin toplam fayda değerlerinin buldukları kategorilerin sınırları içinde olması sağlanmaktadır. Olasılıksal olarak atanan alternatiflerin yanlış sınıflandırılma ihtimalleri olduğu için Eş. 9 ve Eş. 10'a eklenmemektedir. Aksi halde olursuz çözümler elde edilerek olası kategorileri belirlemede sorun çıkabilmektedir. Eş. 11 daha iyi bir kategorinin fayda eşliğinin daha kötü bir kategorininkinden daha yüksek olduğunu garanti etmektedir. Eş. 12 ve Eş. 13 ile kategori sınırlarının alt ve üst sınırları belirlenmektedir. Burada  $\delta$ ,  $10^{-3}$  olarak ayarlanmış küçük bir pozitif sabittir. İkinci model olan  $DP2_{a_t,k}$ 'de ilk modelde olan kısıtlar kullanılarak enbüyükleme modeli, Eş. 15'teki hedef fonksiyonu ile oluşturulmaktadır.

$$\begin{aligned} &\text{Model } (DP2_{a_t,k}) \\ &\text{Maks } U(a_t) - u_k \\ &\text{s. t. (7)-(14)} \end{aligned} \quad (15)$$

$DP1_{a_t,k}$  enküçükleme modeli olduğu için negatif olmayan bir hedef fonksiyonu değeri elde edildiğinde şu sonuç çıkarılmaktadır:  $a_t$ 'nin toplam fayda değeri, KV'nin tercihleriyle uyumlu toplamsal fayda fonksiyonlarına göre  $u_k$  sınır değerinden yüksek olmaktadır. Böylece  $a_t$ 'nin atanabileceği en kötü kategori  $C_k$  olarak güncellenmektedir.  $DP2_{a_t,k}$  ise enbüyükleme modeli olduğu için hedef fonksiyonu değeri negatif olduğunda  $a_t$ 'nin toplam fayda değerinin  $u_k$  sınır değerinden düşük olduğu sonucuna ulaşılmaktadır. Bu da  $a_t$ 'nin  $C_k$ 'da olamayacağını göstermekle birlikte atanabileceği en iyi kategorinin  $C_{k+1}$  olduğu anlamına gelmektedir. Bu şekilde her alternatif için olası en kötü ve en iyi kategoriler belirlenmektedir. Bir alternatif için atanabilecek en kötü ve en iyi kategori aynı ise alternatifin ait olduğu kategori modeller tarafından belirlenmiş olmaktadır.

*Tanım 1.*  $a_x$  ve  $a_y$  farklı iki alternatif olsun. Eğer  $a_y$  her kriterde en az  $a_x$  kadar iyi skora sahipse ve en az bir kriterde  $a_x$ 'ten daha iyi bir skora sahip ise  $a_y$ ,  $a_x$ 'e baskındır.

Alternatifler arasındaki baskınlık ilişkileri matematiksel modelleri çözmeye gerek kalmadan olası kategorileri daraltmak için kullanılmaktadır [24, 27]. İki alternatif üzerinden örnek verilecek olursa eğer  $a_y$ ,  $a_x$ 'e baskın ise ve  $a_x$ 'in atanabileceği en kötü kategori  $C_{k'}$  ise  $a_y$ ,  $C_{k'}$ 'dan daha kötü bir kategoriye atanmamaktadır. Öte yandan  $a_y$ 'nin atanabileceği en iyi kategori  $C_{k'}$  ise  $a_x$ ,  $C_{k'}$ 'dan daha iyi bir kategoriye atanmamaktadır. Bu çalışmada da çözülen model sayısını azaltmak için baskınlık ilişkileri kullanılarak alternatiflerin kategori aralığı daraltılmaktadır.

### 2.3. Alternatif Seçim Yöntemi (Alternative Selection Method)

Kategori daraltma süreçleri KV'ye sorulan alternatifin atanma bilgisi ışığında devam ettiği için KV'ye hangi alternatifin sorulacağı büyük öneme sahiptir. Burada amaç çözüm uzayını en fazla daraltacak alternatifin seçilerek KV'den en az bilgi alınarak karar sürecinin tamamlanmasıdır. KV'ye sorulacak alternatifin seçiminde literatürde farklı yöntemler kullanılmaktadır. Ulu ve Köksalan [24] KV'nin tercihlerini temsil edebilecek parametreleri bulmak için DP modelleri çözmektedir. Bu modeller sonucunda ortaya çıkan parametrelere göre hesaplanan fayda değerlerinden kategorilerin sınırlarına en yakın alternatif KV'ye sorulmaktadır. Buğdacı vd. [34] kategori sınırlarından büyük veya küçük olma olasılığı birbirine yakın olan alternatif KV'ye sormaktadır.

Yukarıda bahsedilen iki çalışma da alternatiflerin atanma belirsizliklerini tahmin ederek en belirsiz olanı KV'ye sormaktadır. Bu makalede KV'ye sorulacak alternatifi belirlemek için göreceli entropi algoritması (GEA) ve kıyas amacıyla minimaks pişmanlık algoritması (MPA) ve alternatiflerin rastgele seçildiği rassal algoritma (RA) kullanılmaktadır. Shannon [37] bilgi kuramı bağlamında olasılıksal değişkenlerin taşıdığı belirsizliği ölçmek için entropiyi Eş. 16'daki gibi tanımlamıştır.

$$H(X) = -\sum_{k=1}^q p(x_k) \log_2 p(x_k) \quad (16)$$

Ayrık rastgele değişken olan  $X$ 'in entropisi  $H(X)$  ile ifade edilmektedir.  $p(x_k)$  ise  $X$ 'in olası değerlerinden  $x_k$ 'nin olasılığını göstermektedir. Burada logaritma fonksiyonunun düşük olasılıklar için daha yüksek değer vermesi düşük olasılıklı değerlerin daha çok bilgi taşınmasıyla doğru orantılıdır. Aynı şekilde olasılığı yüksek bir olayın gerçekleşmesi durumunda daha az bilgi alınmaktadır. Bu şekilde rastgele değişkenlerin taşıdığı belirsizlik ölçülmektedir. Maksimum entropi ise tüm değerlerin aynı olasılığa sahip olduğu durumda gerçekleşmektedir.

Çok kriterli sıralama problemleri için entropi yöntemi kullanılmaktadır. Abbas [38] alternatiflerin von Neumann ve Morgenstern fayda değerlerini tahmin ederek maksimum entropi prensibini kullanarak KV'ye soru sormaktadır. Valkenhoef ve Tervonen [39] ise Abbas'ın [38] çalışmasını KV'nin doğrusal bir fayda fonksiyonuna sahip olduğunu varsayarak alternatifleri sıralamak için genişletmektedir. Ciomek vd. [40] sıralama problemleri için alternatiflerin

alabilecekleri sıraları Monte Carlo simülasyonları ile tahmin etmektedir. Sistemin toplam entropisini en çok düşürecek olan ikili KV'ye kıyaslaması için sorarak etkileşimli bir yöntem önermektedir. Wu vd. [41] ise DEA yöntemiyle sıralama yapmak için entropiyi kullanmaktadır.

Olası değer sayısı farklı olan değişkenlerin belirsizlikleri entropi ile doğru ölçülmeyebilir. Örneğin, dört kategorili bir problemde alternatif 1 ve 2'nin atanabilecekleri olası kategoriler sırasıyla  $\{C_1, C_2\}$  ve  $\{C_1, C_2, C_3, C_4\}$  olsun. Kategorilere atanma olasılıkları ise sırasıyla  $\{0,50, 0,50\}$  ve  $\{0,05, 0,10, 0,15, 0,70\}$  olsun. Alternatif 1 ve 2'nin entropileri sırasıyla 1 ve 1,32 olarak hesaplanmaktadır. Alternatif 1'in daha yüksek belirsizliğe sahip olması beklenmesine rağmen, alternatif 2'nin olası kategorileri daha fazla olduğu için daha yüksek bir entropiye sahiptir.

Shannon [37] farklı sayıda değerlere sahip değişkenler için göreceli entropiyi önermiştir. Eş. 17'de görüldüğü üzere bir alternatifin entropisini aynı sayıda olası kategoriye sahip maksimum entropi değerine bölerek göreceli entropi hesaplanmaktadır.

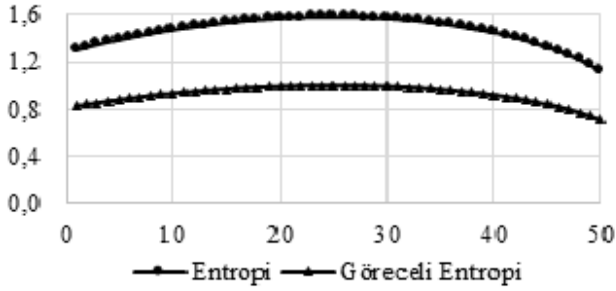
$$H_G(X) = \frac{-\sum_{k=1}^q p(x_k) \log_2 p(x_k)}{\log_2 q} \quad (17)$$

Yukarıdaki örnekte alternatif 1 ve 2'nin göreceli entropileri sırasıyla 1,00 ve 0,66'dır. Bu şekilde farklı sayıda olası değerlere sahip değişkenlerin taşıdıkları belirsizlik açısından kıyaslanması mümkün olmaktadır. Şekil 3'te örnek olarak farklı olasılık değerlerine göre oluşan entropi ve göreceli entropi değerleri verilmiştir. Entropi değerleri yüksek seyrederken göreceli entropi değerlerinin en fazla bir değerini aldığı gözlemlenmektedir. Bu çalışmada Özarslan ve Karakaya [35] çalışmasındaki gibi Eş. 18'de gösterildiği üzere KV'ye maksimum göreceli entropiye ait olan alternatif sorulmaktadır. Eşitlik durumunda ise Özpeynirci vd. [31] çalışmasındaki gibi baskınlık ilişkileri daha fazla olan alternatif seçilmektedir. Burada  $a_t^s$ , KV'ye sorulmak için seçilen alternatifi temsil etmektedir.

$$a_t^s = \arg \max_{a_t \in C_0} H_G(a_t) \quad (18)$$

Savage [42] tarafından ortaya atılan minimaks pişmanlık yaklaşımı ise özellikle yatırım stratejilerinde piyasalarda en kötü senaryo gerçekleştiğinde doğabilecek zararı en aza indirmede kullanılmaktadır. Benabbou vd. [43], çok kriterli seçim, sıralama ve sınıflandırma problemlerinde KV'ye sorulacak alternatifi belirlerken minimaks pişmanlık değeri en yüksek olanı seçmektedir. Alternatiflerin bir kategoriye atanması için gereken fayda değerlerindeki en büyük değişikliği ifade eden maksimum pişmanlık (MP), Eş. 19'daki gibi hesaplanmaktadır. Burada alternatiflerin değerlerinin sınır değerleriyle olan farkının maksimum değeri hâlihazırda  $DP1_{a_t,k}$  ve  $DP2_{a_t,k}$  modelleri ile belirlenmektedir. Alt ve üst sınır değerinden ne kadar uzaklaşabileceği hesaplanarak bu iki değerden fazla olan alınmaktadır.





**Şekil 3.** Entropi ve göreceli entropi örneği  
(Entropy and relative entropy example)

$$MP(a_t, C_k) = \max_{U(a_t), u_k} \max\{u_k - U(a_t), U(a_t) - u_{k-1} + \delta, 0\} \quad (19)$$

$$a_t^s = \arg \max_{a_t \in C_0} \min_{C_k \in [C_t^{EK}, C_t^{EI}]} MP(a_t, C_k) \quad (20)$$

KV'ye sorulmak üzere seçilen alternatif,  $a_t^s$ , Eş. 20'deki gibi belirlenmektedir. Burada  $C_t^{EK}$  ve  $C_t^{EI}$ ,  $a_t$  alternatifinin atanabileceği en kötü ve en iyi kategorileri ifade etmektedir. Bir alternatif için bir kategoride  $MP$  değerinin yüksek olması o alternatifin o kategoriye atanma belirsizliğinin yüksek olduğunu göstermektedir. Tüm kategorilerde yüksek  $MP$  değerlerine sahip olan alternatifler ise diğerlerine göre daha çok belirsizlik taşımaktadır. Bu nedenle bir alternatif için  $MP$  değerlerinin kategoriler arasında minimumunu ifade eden minimaks pişmanlık ölçütü alternatiflerin taşıdıkları belirsizlik açısından karşılaştırılmalarına olanak sağlamaktadır. Eşitlik durumunda yine Özpeynirci vd. [31] çalışmasındaki gibi baskınlık ilişkileri daha fazla olan alternatif seçilmektedir.

#### 2.4. Olasılıksal Yaklaşım (Probabilistic Approach)

$DP1_{a_t,k}$  ve  $DP2_{a_t,k}$  modelleri kategori aralıklarını daraltarak birçok alternatifin KV'ye sorulmadan doğru kategorisine atanmasını sağlamaktadır. Literatürde tüm alternatifleri doğru kategorisine atayan etkileşimli çalışmalara bakıldığında alternatiflerin yarıya yakını KV tarafından atanmaktadır [26, 27]. Bu da KV'nin muhakeme yükünün fazla olmasına sebep olmaktadır. Öte yandan UTADIS gibi etkileşimli olmayan yöntemlerde KV'den toplu olarak birçok referans alternatifin kategori bilgisi alınmaktadır. Bu da KV'nin muhakeme yükünü artırırken birçok alternatifin hatalı sınıflandırılmasına sebep olmaktadır. Bu sebeplerle bu makalede etkileşimli ve olasılıksal bir yöntem geliştirilerek KV'den alınacak en az bilgi ve en az sınıflandırma hatası ile karar sürecinin tamamlanması hedeflenmektedir.

Bu çalışmada alternatiflerin kategorilere atanma eğilimini belirlemek için olasılıksal bir yaklaşım geliştirilmektedir. Kategorisi kesin olarak bilinmeyen  $m$  tane alternatifin  $q$  tane kategoriye atanması probleminde alternatiflerin kategorilere atanma durumunu belirlemek için  $DP1_{a_t,k}$  ve  $DP2_{a_t,k}$  modelleri çözülmektedir. Bu da toplamda  $2 * m * (q-1)$  DP modeli çözüldüğünü göstermektedir. Bir alternatif için

$DP1_{a_t,k}$  modeli çözüldüğünde  $u_k$  sınır değerinin en büyük değeri elde edilirken  $DP2_{a_t,k}$  modeli çözüldüğünde en küçük değeri elde edilmektedir. KV'den bilgi alındıkça en büyük ve en küçük değerler arasındaki farkın azalması ve sınır değerlerin gerçek değerlerine yakınsamaları beklenmektedir. Kategorilerin sınır değerlerinin en büyük ve en küçük değerleri arasında tekdüze dağılım gösterdiği varsayılarak bu iki değerlerin ortalaması alınmaktadır. Kategorisi bilinmeyen alternatifler için her modelde farklı  $w_{ip}$  ve  $U(a_j)$  değerleri bulunmaktadır.  $DP1_{a_t,k}$  ve  $DP2_{a_t,k}$  modelleri çözüldüğünde sınır değerlerinin ortalaması alınırken alternatiflerin de toplam fayda değerlerinin ortalaması alınmaktadır. İki model çözüldüğünde ortalama sınır değerlerine ve alternatiflerin ortalama toplam fayda değerlerine göre farazi sınıflandırma yapılarak bilgi toplanmaktadır [35]. Kategorisi bilinmeyen her alternatif için toplamda  $m * (q-1)$  farazi atama gerçekleştirilmektedir.  $y_{tk}$ ,  $a_t$  alternatifinin  $k$  kategorisine farazi atanma sayısı olsun.  $a_t$ 'nin  $k$  kategorisine atanma olasılığı Eş. 21'deki gibi ifade edilmektedir. Burada  $x_{tk}$ ,  $a_t$  alternatifinin  $k$  kategorisine atanıp atanmadığı bilgisini temsil etmektedir.

$$p(x_{tk} = 1) = \frac{y_{tk}}{\sum_{r=1}^q y_{tr}} \quad (21)$$

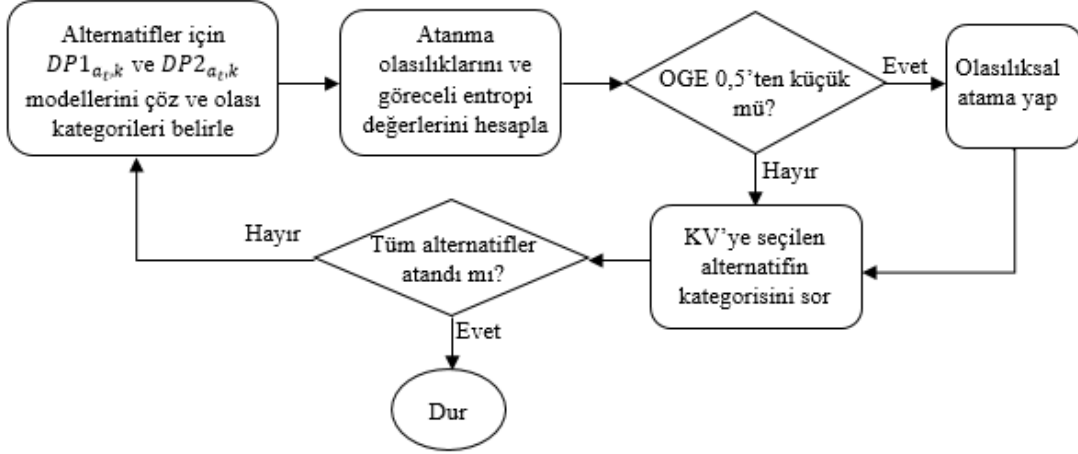
Bir alternatif için bir kategoriye ait atanma olasılığı diğer kategorilere göre çok daha yüksekse (düşükse) bu alternatifin bu kategoriye ait olma ihtimalinin daha yüksek (düşük) olduğu düşünülebilir. Bu tür alternatiflerin KV'ye sorulmadan atanmasına olasılıksal sınıflandırma denmektedir. Bu çalışmada DP modelleri çözüldükten sonra olasılıklar hesaplanarak olasılıksal sınıflandırma yapılmaktadır. KV tarafından belirlenmiş bir kritik değer,  $\tau$ , olasılıksal atamalarda hata payını ifade etmek için tanımlanmaktadır.  $a_t$  alternatifi için eğer  $p(x_{tk} = 1) \geq 1 - \tau$  ise bu alternatif  $k$  kategorisine olasılıksal olarak atanmaktadır. KV'den atama bilgisi almadan olasılıksal atama yapmak, yanlış sınıflandırma oranlarını artıracaktır. Bu sebeple Eş. 22'de ifade edildiği üzere alternatiflerin atanma belirsizliklerini ifade eden göreceli entropi değerlerinin kategorisi bilinmeyen alternatifler için ortalaması alınarak sistemin belirsizliği tahmin edilmektedir. Burada  $C_0$ , kategorisi bilinmeyen alternatiflerin kümesini ifade etmektedir. KV'den atama bilgisi alındıkça göreceli entropi değerlerinin azalma eğiliminde olması beklenmektedir. Ortalama göreceli entropi (OGE) değeri 0,5'in altına düştüğünde olasılıksal atamalara izin verilmektedir.

$$OGE = \frac{\sum_{a_t \in C_0} H_G(a_t)}{|C_0|} \quad (22)$$

#### 2.5. Algoritma (The Algorithm)

Bu bölümde önerilen algoritmanın aşamaları verilmektedir. Şekil 4'te ana hatlarıyla algoritmanın şeması gösterilmektedir. Algoritma dört aşamadan oluşmaktadır: *kategori daraltma*, *olasılıksal atama*, *KV'ye sorulacak alternatifleri belirleme* ve *bitiş*. Birinci aşamada alternatiflerin





Şekil 4. Önerilen algoritmanın şeması (The scheme of the proposed algorithm)

olası kategorileri için  $DP1_{a_t,k}$  ve  $DP2_{a_t,k}$  modelleri çözülerek en kötü ve en iyi kategoriler tanımlanmaktadır. Burada süreci kısaltmak adına en kötü (iyi) kategoriyi tespit ederken alternatiflerin en iyi (kötü) kategorisinden başlanmaktadır. Bir alternatifin kategorisi daraltıldığı zaman baskınlık ilişkileri kullanılarak diğer alternatifler için de kategori daraltma işlemi yapılmaktadır. İkinci aşamada OGE değeri 0,5'ten düşük olduğunda  $\tau$  kritik değerine göre olasılıksal atama yapılmaktadır.

Üçüncü aşamada ise Bölüm 2.3'te açıklanan yöntemler ile KV'ye kategorisi sorulacak bir alternatif seçilmektedir. KV'ye sorulmak üzere seçilen alternatifin kategorisini belirledikten sonra baskınlık ilişkilerini kullanarak diğer alternatiflerin kategori aralıkları daraltılmaktadır. KV'den alınan bilgi DP modellerine eklenerek yeniden birinci aşamaya geçilmektedir. Tüm alternatifler kategorilere yerleştirilene kadar aynı aşamalar uygulanmaktadır. Son aşamada tüm atama bilgileri KV'ye sunulurken algoritma sonlanmaktadır.

$a_t$  alternatifinin en kötü ve en iyi kategorileri  $C_t^{EK}$  ve  $C_t^{EI}$  ile gösterilmektedir.  $DP1_{a_t,k}$  ve  $DP2_{a_t,k}$  modellerinin optimal hedef fonksiyonu değerleri ise  $hf_1^*(a_t, k)$  ve  $hf_2^*(a_t, k)$  ile temsil edilmektedir. Başlangıçta KV'den atama bilgisi alınmadığı için  $C_0 = A$  ve  $C_k = \emptyset$ ,  $k = 1, \dots, q$  olarak algoritma başlanmaktadır. Her  $a_t \in C_0$  için başlangıçta  $C_t^{EK} = q$  ve  $C_t^{EI} = 1$  olarak tanımlanmaktadır. Algoritmanın aşamaları aşağıda verilmektedir.

**Aşama 1 (kategori daraltma):** Her  $a_t \in C_0$  için  $k = C_t^{EI}$  olsun.

1.1.  $DP1_{a_t,k}$  modelini çöz.

- Eğer  $hf_1^*(a_t, k) \geq 0$  ise  $C_t^{EK} = k$  olarak güncelle.  $a_t$ 'ye baskın olan her  $a_{t'} \in C_0$  için  $C_{t'}^{EK} = k$  olarak güncelle.  $C_{t'}^{EK} = C_{t'}^{EI} = k$  ise  $C_k \leftarrow C_k \cup \{a_{t'}\}$  ve  $C_0 \leftarrow C_0 - \{a_{t'}\}$  olarak güncelle.  $C_t^{EK} = C_t^{EI} = k$  ise  $C_k \leftarrow C_k \cup \{a_t\}$  ve  $C_0 \leftarrow C_0 - \{a_t\}$  olarak güncelle ve aşama 1.3'e git. Aksi halde  $k = k - 1$  olsun ve aşama 1.2'ye git.

- Eğer  $hf_1^*(a_t, k) < 0$  ve  $k < C_t^{EK} - 1$  ise  $k = k + 1$  olsun ve aşama 1.1'i tekrar et.
  - Eğer  $hf_1^*(a_t, k) < 0$  ve  $k = C_t^{EK} - 1$  ise aşama 1.2'ye git. 1.2.  $DP2_{a_t,k}$  modelini çöz.
  - Eğer  $hf_2^*(a_t, k) < 0$  ise  $C_t^{EI} = k + 1$  olarak güncelle.  $a_t$ 'nin baskın olduğu her  $a_{t'} \in C_0$  için  $C_{t'}^{EI} = k + 1$  olarak güncelle.  $C_{t'}^{EK} = C_{t'}^{EI} = k + 1$  ise  $C_k \leftarrow C_k \cup \{a_{t'}\}$  ve  $C_0 \leftarrow C_0 - \{a_{t'}\}$  olarak güncelle.  $C_t^{EK} = C_t^{EI} = k + 1$  ise  $C_{k+1} \leftarrow C_{k+1} \cup \{a_t\}$  ve  $C_0 \leftarrow C_0 - \{a_t\}$  olarak güncelle. Aşama 1.3'e git.
  - Eğer  $hf_2^*(a_t, k) \geq 0$  ve  $k > C_t^{EI}$  ise  $k = k - 1$  olarak güncelle ve aşama 1.2'yi tekrar et.
  - Eğer  $hf_2^*(a_t, k) \geq 0$  ve  $k = C_t^{EI}$  ise aşama 1.3'e git.
- 1.3. Eğer  $C_0$ 'daki tüm alternatifler için kategori daraltma aşaması uygulandıysa, aşama 2'ye git. Aksi halde sıradaki  $a_t \in C_0$  ile aşama 1.1'e git.

**Aşama 2 (olasılıksal atama):** Eğer  $OGE < 0,5$  ise her  $a_t \in C_0$  için  $p(x_{tk} = 1) \geq 1 - \tau$  olduğunda  $C_k \leftarrow C_k \cup \{a_t\}$  ve  $C_0 \leftarrow C_0 - \{a_t\}$  olarak güncelle.  $C_0 = \emptyset$  ise aşama 4'e git. Aksi halde aşama 3'e git.

**Aşama 3 (KV'ye sorulacak alternatifi belirleme):** KV'ye sormak için  $a_t^s \in C_0$  alternatifini seç.  $a_t^s$ 'nin KV tarafından atandığı kategori  $C_{k'}$  olsun.  $C_{k'} \leftarrow C_{k'} \cup \{a_t^s\}$  ve  $C_0 \leftarrow C_0 - \{a_t^s\}$  olarak güncelle.  $a_t^s$ 'ye baskın olan her  $a_{t'} \in C_0$  için  $C_{t'}^{EK} = k'$  olarak;  $a_{t'}^s$ 'nin baskın olduğu her  $a_{t'} \in C_0$  için  $C_{t'}^{EI} = k'$  olarak güncelle. Eğer  $C_0 = \emptyset$  ise aşama 4'e git. Aksi halde aşama 1'e git.

**Aşama 4 (bitiş):** Tüm alternatiflerin atama bilgilerini KV'ye bildir ve dur.

## 2.6. Kıyaslama Yapılacak Çalışmanın Yaklaşımı (The Approach of the Benchmark Study)

Bu çalışmada önerilen algoritmanın performansını ölçmek için Buğdacı vd. [34] çalışmasının algoritması (BA) kullanılmaktadır. BA,  $u_k$  ve  $w_{ip}$  değerlerinin uç değerlerini

bulmak için DP modelleri çözmektedir. Bu değerlerin tekdüze dağılım gösterdiği varsayılarak alternatiflerin değerleri ile kategori sınırları arasındaki fark tahmin edilmektedir. Bu farkın normal dağıldığı varsayılarak alternatiflerin değerlerinin kategorilerin sınırlarından büyük olma olasılığı hesaplanmaktadır.  $\tau$  kritik değerine göre aşağıdaki gibi olasılıksal atama yapılmaktadır.

- Eğer  $p(U(a_t) \geq u_1) \geq 1 - \tau$  ise  $a_t C_1$  kategorisine atanmaktadır.
- Eğer  $p(U(a_t) \geq u_k) \geq 1 - \tau$  ve  $p(U(a_t) \geq u_{k-1}) \leq \tau$  ise  $a_t C_k$  kategorisine atanmaktadır.
- Eğer  $p(U(a_t) \geq u_{q-1}) \leq \tau$  ise  $a_t C_q$  kategorisine atanmaktadır.

Her iterasyonda KV'nin atama bilgileri kullanılarak DP modelleri yeniden çözülmekte ve olasılıklar güncellenmektedir. Olasılıksal atama yapıldıktan sonra KV'den bir alternatifin kategori bilgisi istenmektedir. Olasılık değeri 0,5'e en yakın olan alternatif, Eş. 23'teki gibi KV'ye sormak için en belirsiz alternatif olarak kabul edilmektedir. 0,5'e en yakın olasılığa sahip alternatifin seçilmesindeki amaç iki kategori arasında atanma belirsizliği en fazla olanı seçmektir.

$$a_t^s = \arg \min_{a_t \in C_0} \min_k |p(U(a_t) \geq u_k) - 0,5| \quad (23)$$

### 3. UYGULAMALAR (APPLICATIONS)

Dünya Enerji Konseyi (WEC), ülkelerin enerji performansını göstermek için her yıl küresel danışmanlık şirketi olan Oliver Wyman ile iş birliği içinde enerji üçlemi (trilemma) endeksini oluşturmaktadır [44]. Bu endekste 128 ülkenin enerji performansını ölçmek için enerji ile ilgili üç kriter ve enerji dışı genel ülke durumunu temsilen bir kriter olmak üzere toplam dört ana kriter kullanılmaktadır. Bu dört ana kriter değerlerinin oluşturulmasında birçok alt kriter rol oynamaktadır. Birinci kriter olan enerji güvenliğini ölçmek için ithalat bağımlılığı, elektrik üretim çeşitliliği ve enerji depolama kapasitesi ölçütleri kullanılmaktadır. İkinci kriter olan enerji eşitliği ise elektriğe erişim, elektrik fiyatları ile yakıt fiyatları kıstasları kullanılarak ölçülmektedir. Üçüncü kriter olan çevresel sürdürülebilirlikte ise enerji yoğunluğu, düşük karbonlu elektrik üretimi ve kişi başı karbondioksit emisyonu kriterleri kullanılmaktadır. Enerji dışı genel ülke durumunu temsilen makroekonomik istikrar, hükümetin etkinliği ve yenilik yeteneği gibi faktörler baz alınmaktadır.

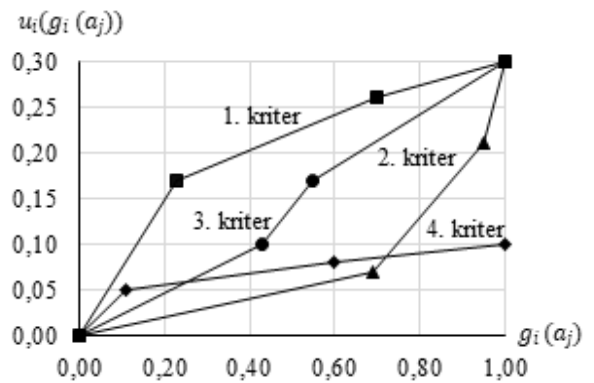
Ülkelerin dört ana kriterdeki skorları, kriterlerin barındırdıkları alt kriterlerin ağırlıklı ortalamaları alınarak hesaplanmaktadır. Ardından enerji ile alakalı her bir kriter %30 ağırlık, genel ülke durumu kriterine ise %10 ağırlık verilerek her ülke için toplam ağırlıklı ortalama skoru hesaplanmaktadır. Hesaplanan skorlara göre 128 ülkenin sıralaması yapılmaktadır. WEC ayrıca ülkeleri dört kategoriye ayırarak sınıflandırma yapmaktadır. Birinci kategoride enerji skorları en yüksek olan ülkeler yer alırken dördüncü kategoride en düşük enerji performansına sahip

ülkeler bulunmaktadır. Bu makalede önerilen ve karşılaştırma yapılacak algoritmaları uygulamak için 11 Eylül 2019'da WEC tarafından yayımlanan dört kriter, dört kategori ve 128 alternatifli enerji üçlemi endeksi verisi kullanılmaktadır. Kriterlerdeki en düşük ve en yüksek skorlara bakıldığında enerji güvenliğinde [30, 79] aralığında skorlar varken enerji eşitliği kriterinde skorlar [5, 100] aralığındadır. Tüm kriterlerde en düşük skor sıfır, en yüksek skor bir olacak şekilde kriter skorları [0, 1] aralığına getirilerek ölçekleme yapılmaktadır.

**Tablo 1.** KV'nin tercihlerini temsil eden  $w_{ip}$  değerleri ( $w_{ip}$  values that represent the preferences of the DM)

i	p		
	1	2	3
1	0,17	0,09	0,04
2	0,07	0,14	0,09
3	0,10	0,07	0,13
4	0,05	0,03	0,02

UTADIS yönteminde kriterlerin alt aralıklarının sayısını belirlerken çeşitli yollar kullanılmaktadır [45]. Bu makalede literatürde yaygın olarak kullanılan üç alt aralık ile alternatiflerin kriterlerdeki marjinal faydaları belirlenmektedir. Tablo 1'de KV'nin tercih yapısını temsil eden  $w_{ip}$  değerleri verilmiştir. Enerji ile ilgili olan her bir kriterde  $w_{ip}$  değerlerinin toplamı %30, dördüncü kriterde ise %10 olarak ayarlanmıştır.  $w_{ip}$  değerleri, enerji ile ilgili olan kriterlerde farklı alt aralıkların marjinal faydaları daha yüksek olacak şekilde belirlenmiştir. Örneğin birinci kriterde birinci alt aralığın değeri daha yüksekken ikinci kriterde ikinci alt aralık daha yüksektir.



**Şekil 5.** KV'nin tercihlerini temsil eden fayda fonksiyonu (Utility function that represent the preferences of the DM)

Şekil 5'te KV'nin tercihlerine göre alternatiflerin kriter bazında alacakları marjinal faydalar gösterilmektedir. Alternatiflerin ait oldukları kategorileri bulmak için kategori sınır değerleri  $u_1 = 0,73$ ,  $u_2 = 0,60$  ve  $u_3 = 0,47$  olarak belirlenmiştir.  $w_{ip}$  ve  $u_k$  değerleri KV'den alınacak atama bilgisini simüle etmek için kullanılmakta olup bu değerler DP modelleri aracılığıyla tahmin edilmektedir. Tablo 2'de ülkelerin performans sıralamasının iyiden kötüye doğru

gittiği kategorileri verilmektedir. Örneğin İsviçre, birinci kategorinin en iyi enerji performansına sahip ülkesi iken Avustralya birinci kategoride enerji performansında son sırada yer almaktadır. Tablo 2'deki sınıflandırmalar, karar vericinin Şekil 5'teki tercih fonksiyonuna göre oluşturulmuştur. Bu çalışmada algoritmaları enerji üçlemi endeks verisi üzerinde uygulamak için Intel(R) Core(TM) i7-8550U @ 1,80 GHz, 8 GB RAM Microsoft Windows 10 işletim sistemine sahip bir bilgisayar kullanılmıştır. Algoritmalar C programlama dilinde çalıştırılıp DP modelleri CPLEX 12.5 çözücü ile çözülmüştür.

#### 4. SONUÇLAR VE TARTIŞMALAR (RESULTS AND DISCUSSIONS)

Bölüm 4.1'de algoritmalar olasılıksal atamalara izin verilmeyen olasılıksız durum için çalıştırılmıştır. Bölüm 4.2'de ise olasılıksal durumda algoritmalar uygulanmış ve sonuçlar verilmiştir. Son olarak Bölüm 4.3'te eşik değerinin olmadığı durum için göreceli entropi temelli bir yöntem uygulanarak tartışılmıştır.

##### 4.1. Olasılıksız Durum (Non-probabilistic Case)

Tüm alternatiflerin doğru kategorilerine atanması gereken durumda algoritmanın ikinci aşaması es geçilerek olasılıksal atamaya izin verilmemektedir. Bu durum gözetilerek

önerilen algoritma (*GEA*) ve kıyaslama yapılan algoritmalar (*MPA*, *RA* ve *BA*) enerji üçlemi endeks verisi üzerinde uygulanmıştır ve sonuçlar Tablo 3'te raporlanmıştır. *RA* için 100 rastgele örneklemin ortalaması rapor edilmiştir. *KV*'ye sorulacak alternatifin rastgele seçildiği *RA*'da modeller tarafından diğer algoritmalara göre daha az atama gerçekleşmiştir. Bu da *KV*'den alınan atamaların sayısının yüksek olmasına sebep olmuştur. *BA* ise rastgele seçime göre daha iyi performans göstermiştir. Fakat çözülen model sayısı diğer algoritmalara göre yaklaşık %50 daha fazladır. *GEA* ve *MPA*, *BA*'ya göre daha az model çözerken *KV*'den daha az atama bilgisi almıştır. *MPA*, *KV*'ye *GEA*'dan iki alternatif daha fazla sormuştur. İki algoritmanın çözdüğü model sayısı birbirine yakın seyretmiştir. Göreceli entropiye göre *KV*'ye sorulacak alternatif seçiminde alternatiflerin kategori aralıkları dikkate alınmaktadır ve *GEA*, *MPA*'ya göre daha çok dar aralıktan seçip *KV*'ye sormuştur. Bu açıdan da *GEA*'nın daha iyi bir atama performansına sahip olduğu görülmektedir. Holloway ve White [46] ve Branke vd. [47] çalışmalarındaki *KV*'den alınan bilginin karar sürecini önemli şekilde etkilediği sonucu bu uygulamada da doğrulanmaktadır.

Şekil 6'da olasılıksız durumda *GEA*'nın iterasyonlar boyunca OGE değerleri verilmektedir. İlk turda 0,73'e yakın bir skora sahip olan OGE, *KV*'den alınan üç atama bilgisiyle

**Tablo 2.** Ülkelerin enerji performansına göre sınıflandırılmaları (Country sortings based on energy performance)

Kat.	Ülkeler	Sayı
$C_1$	İsviçre, Lüksemburg, Danimarka, İsveç, İngiltere, Avusturya, Fransa, Norveç, Hollanda, Finlandiya, İzlanda, Slovenya, Yeni Zelanda, Almanya, Amerika Birleşik Devletleri, İrlanda, İtalya, İspanya, Kanada, Uruguay, Çek Cumhuriyeti, Macaristan, Belçika, İsrail, Slovakya, Hırvatistan, Hong Kong, Avustralya	28
$C_2$	Letonya, Arjantin, Japonya, Portekiz, Romanya, Malta, Estonya, Singapur, Kore, Litvanya, Kosta Rika, Bulgaristan, Brezilya, Meksika, Yunanistan, Venezuela, Birleşik Arap Emirlikleri, Rusya, Katar, Panama, Ekvador, Şili, Kıbrıs, Mauritius, Kolombiya, Brunei, Umman, Polonya, Kuveyt, Azerbaycan, Malezya, Peru, Ermenistan	33
$C_3$	El Salvador, Bahreyn, Karadağ, Paraguay, Türkiye, Kazakistan, Suudi Arabistan, Ukrayna, Namibya, Tayland, Kuzey Makedonya, Sri Lanka, Trinidad ve Tobago, Gürcistan, İran, Endonezya, Sırbistan, Tunus, Filipinler, Çin, Guatemala, Arnavutluk, Fas, Bolivya, Bosna Hersek, Angola, Lübnan, Cezayir, Kenya, Myanmar, Mısır, Botswana, Gabon, Gana, Vietnam, Irak	36
$C_4$	Zambiya, Tacikistan, Honduras, Nikaragua, Güney Afrika, Ürdün, Esvatini, Fildişi Sahili, Kamboçya, Madagaskar, Malavi, Kamerun, Pakistan, Mozambik, Hindistan, Zimbabve, Moritanya, Tanzanya, Moldova, Bangladeş, Etiyopya, Moğolistan, Jamaika, Dominik Cumhuriyeti, Senegal, Nijerya, Benin, Çad, Kongo, Nepal, Nijer	31

**Tablo 3.** Algoritmaların enerji verisi üzerinde performansları – olasılıksız durum  
(The performances of the algorithms in energy data – non-probabilistic case)

Algoritma	Modellerin atamaları	KV'nin atamaları			Çözülen model sayısı
		2 kategori aralığından	3 kategori aralığından	4 kategori aralığından	
<i>RA</i>	48,4	56	15,3	8,3	16474
<i>BA</i>	59	50	12	7	25231
<i>MPA</i>	65	41	16	6	15642
<i>GEA</i>	67	48	9	4	15369

0,53'e düşmüştür. 0,63'e ani bir çıkış yaptıktan sonra yeniden düşüş eğilimine başlamıştır. 15. iterasyona gelindiğinde OGE'nin 0,50'nin altına indiği görülmektedir. 0,45-0,50 bandında hareket ettikten sonra azalma eğilimine girerek 49. iterasyonda sıfır seviyesine ulaşmıştır. Sonraki iterasyonlarda daha önce atanan alternatiflerin bilgisi ışığında kalan alternatifler için sadece bir kategoriye modeller tarafından farazi atama yapılmaktadır. Bu da OGE'nin sıfır seviyesinde kalmasını sağlamaktadır.



**Şekil 6.** GEA için iterasyonlar boyunca OGE değerleri (OGE values throughout the iterations in GEA)

#### 4.2. Olasılıksal Durum (Probabilistic Case)

Alternatiflerin hesaplanan olasılıklara göre önceden belirlenen bir eşik değeri olan  $\tau$ 'ya göre kategorilere atandığı olasılıksal durumda GEA ve BA, farklı  $\tau$  değerleri için enerji verisi üzerinde uygulanmıştır. Olasılıksız durumda GEA, MPA ve RA'dan daha iyi bir atama performansı gösterdiği için olasılıksal durum MPA ve RA üzerinde uygulanmamıştır. Tablo 4'te  $\tau = 0,05$  iken GEA'nın enerji verisi üzerinde iterasyonları verilmiştir. Olasılıksal olarak atanan alternatifler italik yazı tipiyle verilmiştir. Her iterasyon için OGE değerleri verilmiştir. Olasılıksal olarak atanan alternatifler (Alt.) kategori aralıkları (Ar.) ve ait oldukları kategorilerle (Kat.) birlikte verilmiştir.

Algoritmanın başında kategorisi bilinmeyen 128 alternatif ve kategorileri birbirinden ayıran üç sınır olduğu için ilk iterasyonda  $DP1_{a,\tau,k}$  ve  $DP2_{a,\tau,k}$  modellerinden toplam 768 ( $128*3*2$ ) model çözülmüştür. Bu da her alternatifin 384 kez farazi olarak kategorilere atanmasını sağlamıştır. İlk iterasyonda alternatif 3 kategorilere farazi olarak sırasıyla 84, 111, 153 ve 36 kez atanmıştır ve 0,92'lik göreceli entropi skoruyla en yüksek göreceli entropi derecesine sahip olmuştur. KV alternatif 3'ü üçüncü kategoriye atanmıştır. Bu bilgi ikinci iterasyonda modellere eklenerek kategori aralıkları güncellenmiştir. İkinci iterasyonda KV'ye sorulan alternatif 32'nin olası kategorilerinden dördüncü kategorinin elendiği görülmektedir. Bunun sebebi alternatif 32'nin ilk iterasyonda üçüncü kategoriye atanan alternatif 3'e baskın olmasıdır. Yani alternatif 3 üçüncü kategoriye atandığına göre ona baskın olan alternatif 32'nin atanabileceği en kötü kategori 3 olarak güncellenmiştir. İlk iterasyonlarda kategori aralıkları daraltılsa da dokuzuncu iterasyona kadar modeller tarafından bir atama yapılamamıştır. Dokuzuncu iterasyonda

bir alternatif birinci kategoriye atanırken iki alternatif de dördüncü kategoriye modeller tarafından atanmıştır. Yine 14. iterasyonda bir alternatif birinci kategoriye atanmıştır. 15. iterasyonda OGE'nin ilk kez 0,5'in altına düştüğü görülmektedir. Bu da olasılıksal atama yapmak için gerekli şartın sağlandığını göstermektedir.  $\tau = 0,05$  olduğu için bir kategoriye atanma olasılığı 0,95'in üzerinde olan alternatifler olasılıksal olarak atanmaktadır. Birinci kategoriye sekiz; ikinci kategoriye bir; dördüncü kategoriye ise on alternatif olasılıksal olarak doğru bir şekilde atanmıştır. Bu 19 alternatifin OGE'si 15. iterasyonda 0,12 civarında olduğu için bu alternatiflerin sınıflandırılarak sistemden kaldırılması bir sonraki iterasyonda OGE'nin yükselmesine sebep olmuştur. 28, 37, 40 ve 43. iterasyonlarda olasılıksal sınıflandırmalar yapılmaya devam etmiştir. 40. iterasyonda alternatif 49 olasılıksal olarak ikinci kategoriye atanmıştır, fakat alternatif 49'un ait olduğu kategori birinci kategori olduğu için yanlış sınıflandırılma gerçekleşmiştir. Aynı şekilde 43. iterasyonda alternatif 45 üçüncü kategoriye ait olmasına rağmen olasılıksal olarak dördüncü kategoriye atanmıştır. Tablo 5 ve Tablo 6'da sırasıyla BA ve GEA algoritmalarının  $\tau$  değeri 0,05'ten 0,50'ye kadar değiştiği durumlar için enerji verisi üzerindeki atama performansları verilmektedir. Olasılıksal durumla olasılıksız durumu kıyaslamak için en üst satırda Tablo 3'te verilen olasılıksız algoritmanın atama sayıları verilmiştir. Modellerin atama sayıları ile olasılıksal atananların sayıları ayrı sütunlarda verilmiştir. Hata sayılarının sağında olasılıksal olarak yanlış sınıflandırılan alternatiflerin gerçek kategorilerinin toplam sayıları verilmiştir. Son olarak olasılıksal atamaların kaç tanesinin ve yüzde kaçının doğru olarak atandığını gösteren doğru sayısı ve doğru yüzdesi verilmiştir. Tablo 5'e göre BA algoritması  $\tau$  değeri 0,05 iken olasılıksız duruma göre KV'den altı alternatif daha az atama bilgisi istenmektedir.  $\tau$  değeri 0,10 ve 0,15 olduğunda hatasız atamalara devam edilerek KV'den daha az atama bilgisi alınmaktadır.  $\tau$  değeri 0,20 olduğunda alternatiflerin yarısından çoğu olasılıksal olarak atanırken üç alternatif yanlış kategorilere atanmıştır.  $\tau$  değeri arttıkça olasılıksal atama sayılarıyla beraber hata sayıları da artmaktadır.  $\tau = 0,35$  durumunda olasılıksal olarak atanan 105 alternatiften 91'i doğru kategorilerine atanmıştır.  $\tau$  değeri 0,40 ve 0,45 olduğunda ise ikinci kategorideki alternatifler birinci kategoriye atanmaya devam etmiştir. BA, alternatiflerin toplam fayda değerlerinin kategorilerin sınır değerlerinden büyük olma olasılığını hesapladığından her alternatif için en az bir kategoriye atanma olasılığı 0,50'den büyük olmaktadır. Bu sebeple  $\tau = 0,50$  olduğunda KV'ye atama bilgisi sormadan tüm alternatifler olasılıksal olarak sınıflandırılmıştır. Olasılık değerlerine göre 79 alternatif birinci kategoriye atanırken kalan 59 alternatif dördüncü kategoriye atanmıştır. Bu da ikinci ve üçüncü kategorideki tüm alternatiflerin yanlış sınıflandırılmasıyla sonuçlanmıştır.  $\tau$  değeri arttıkça çözülen model sayısının azaldığı görülmektedir.

Tablo 6'da GEA'nın farklı  $\tau$  değerlerine göre atama performansı bulunmaktadır.  $\tau = 0,05$  iken olasılıksız duruma göre KV'den 18 alternatif daha az atama bilgisi

**Tablo 4.** GEA'nın enerji verisi üzerindeki atamaları,  $\tau = 0,05$  (Assignments of GEA on energy data,  $\tau = 0,05$ )

İter. No.	Modeller tarafından ve olasılıksal atamalar				KV'nin atamaları			
	$C_1$	$C_2$	$C_3$	$C_4$	OGE	Alt.	Ar.	Kat.
1					0,73	3	1-4	3
2					0,67	32	1-3	1
3					0,61	22	1-4	4
4					0,54	121	1-4	2
5					0,63	67	1-4	3
6					0,56	84	3-4	4
7					0,58	101	1-3	2
8					0,55	69	1-2	1
9	113			12, 88	0,55	52	2-4	4
10					0,54	33	2-4	4
11					0,54	1	2-4	3
12					0,53	94	2-3	2
13					0,55	51	1-2	1
14	112				0,51	124	1-2	1
15	7, 40, 41, 44, 58, 85, 86, 108, 122	16		10, 26, 39, 77, 78, 89, 93, 104, 115, 128	0,49	107	1-2	1
16					0,58	24	2-4	3
17					0,52	9	2-4	3
18					0,52	92	2-3	2
19					0,51	65	2-3	2
20			35		0,51	55	3-4	3
21					0,51	5	2-3	2
22					0,52	28	1-2	1
23	50				0,52	66	1-2	2
24					0,51	37	1-2	2
25	123	18, 25, 76			0,56	57	1-2	1
26	56		118		0,55	62	2-3	3
27			54		0,55	19	3-4	4
28	30, 91, 110	8, 17, 23, 29, 34, 46, 64, 75, 98, 100, 125	2, 13, 105, 117	20, 59, 74	0,48	4	1-2	2
29					0,62	116	2-3	3
30					0,60	61	3-4	4
31					0,58	6	1-2	1
32					0,53	42	3-4	3
33					0,52	102	2-3	2
34					0,52	119	2-3	3
35			90		0,55	96	2-3	2
36			14		0,53	60	1-2	2
37	21	27, 68, 73, 106	43, 47, 53, 80, 97, 103, 111	38, 81	0,47	79	2-3	3
38					0,62	63	3-4	3
39					0,50	114	3-4	4
40	11	49, 72	82, 95, 120, 126	48, 71, 87	0,37	99	1-2	2
41					0,74	36	2-3	3
42					0,63	127	3-4	4
43			83	31, 45, 70, 109	0,31	15	3-4	3

istenmektedir. BA ile kıyaslandığında daha çok alternatifini doğru olarak sınıflandırırken iki alternatifini yanlış kategorilerine atamıştır.  $\tau$  değeri 0,10 ile 0,20 arasında değişirken GEA'nın KV'den alınan atama bilgisi ve hata sayıları benzerlik göstermektedir.  $\tau$  değeri 0,25 ve 0,30

olduğunda KV'den alınan bilgidaki azalmaya karşın hata sayısı beş ve altı ile sınırlı kalmıştır.  $\tau$  değeri 0,40 ve 0,45 olduğunda KV'den alınan bilginin artmasıyla hata sayısı dört ve beş ile sınırlı kalmıştır. Algoritmanın olasılıksal olarak en çok doğru atama yaptığı  $\tau = 0,50$  durumunda OGE değeri

**Tablo 5.** BA'nın enerji verisi üzerinde atama performansı (The assignment performance of BA in energy data)

$\tau$	Modeller	Olasılıksal	KV	Hata sayısı	Hataların Dağılımı				Doğru sayısı	Doğru yüzdesi	Model sayısı
					$C_1$	$C_2$	$C_3$	$C_4$			
olasılıksız	59	-	69	-	-	-	-	-	-	-	25231
0,05	29	36	63	0	0	0	0	0	36	100,0	21863
0,10	14	54	60	0	0	0	0	0	54	100,0	20218
0,15	17	57	54	0	0	0	0	0	57	100,0	17642
0,20	8	71	49	3	2	1	0	0	68	95,8	16061
0,25	8	81	39	8	2	2	4	0	73	90,1	10540
0,30	3	91	34	10	5	3	2	0	81	89,0	9119
0,35	0	105	23	14	0	7	7	0	91	86,7	6350
0,40	0	114	14	27	0	21	3	3	87	76,3	2941
0,45	0	122	6	37	0	33	4	0	85	69,7	1318
0,50	0	128	0	69	0	33	36	0	59	46,1	798

**Tablo 6.** GEA'nın enerji verisi üzerinde atama performansı (The assignment performance of GEA in energy data)

$\tau$	Modeller	Olasılıksal	KV	Hata sayısı	Hataların Dağılımı				Doğru sayısı	Doğru yüzdesi	Model sayısı
					$C_1$	$C_2$	$C_3$	$C_4$			
olasılıksız	67	-	61	-	-	-	-	-	-	-	15369
0,05	21	64	43	2	1	0	1	0	62	96,9	13860
0,10	14	74	40	3	0	1	0	2	71	95,9	13050
0,15	18	69	41	4	0	1	1	2	65	94,2	13158
0,20	12	76	40	4	0	0	3	1	72	94,7	13061
0,25	7	93	28	5	2	2	1	0	88	94,6	10580
0,30	6	94	28	6	1	3	1	1	88	93,6	10404
0,35	6	104	18	9	0	5	3	1	95	91,3	9782
0,40	6	100	22	4	3	0	1	0	96	96,0	9621
0,45	6	99	23	5	1	0	4	0	94	94,9	9337
0,50	5	108	15	10	1	2	7	0	98	90,7	8904

0,5'in altına düşer düşmez tüm alternatifler olasılıksal olarak atanmıştır. KV'den yeterli bilgi almadan olasılıksal atamama kuralı sayesinde hata sayısının on ile sınırlı kaldığı görülmektedir. Model sayısı  $\tau$  değeri arttıkça azalsa da OGE kuralı nedeniyle belirli bir seviyede kalmıştır.

Genel olarak bakıldığında 128 alternatifli enerji üçlemi endeksi probleminde önerilen algoritma sayesinde KV'den yaklaşık 20 alternatifin atama bilgisi alındığında geri kalan alternatiflerin büyük çoğunlukla doğru sınıflandırıldığı gözlemlenmektedir. Olasılıksal atamalara izin verilmediği durumda ise alternatiflerin yaklaşık yarısını KV'nin atanması gerekmektedir. Buğdacı vd. [34] çalışmasındaki gibi alternatiflerin olasılıksal olarak sınıflandırılmasının KV'nin bilişsel yükünü azaltmada büyük rol oynadığı ortaya çıkmaktadır. Son olarak Buğdacı vd. [34] çalışmasına kıyasla alternatifleri doğru bir şekilde sınıflandırma konusunda önerilen algoritma daha başarılıdır.

#### 4.3. $\tau$ Eşik Değerinin Olmadığı Durumda Olasılıksal Sınıflandırma

(Probabilistic Sorting in Case of no  $\tau$  Threshold Value)

Bir önceki bölümde alternatiflerin kategorilere atanma olasılığının belirli bir  $\tau$  değerinden yüksek olması

durumunda olasılıksal atama yapılmıştır. Hangi  $\tau$  değerinin seçileceğiyle ilgili ise KV'nin karar vermesi beklenmektedir. Eğer KV en az atama bilgisiyle sürecin ilerlemesini istiyorsa  $\tau = 0,5$  durumu daha uygundur. Başka bir durumda ise KV en az hata ile atamaların yapılmasını isteyebilir ve bu durumda sifıra yakın bir  $\tau$  değeri seçilebilir. Bazı sınıflandırma problemlerinde ise KV herhangi bir  $\tau$  değeri belirlemeyebilir. Bu çalışmada bu tür durumlar için atama belirsizliğini ölçen göreceli entropi değerleri kıstas olarak kullanılmaktadır. OGE 0,5'in altına düştüğü zaman göreceli entropisi en düşük alternatif ya da alternatifler olasılıksal olarak atanmaktadır.

Önerilen yöntem enerji üçlemi endeksi veri seti üzerinde uygulanmıştır. KV'den 43 alternatifin atama bilgisi istenirken bir alternatif hatalı olarak sınıflandırılmıştır. Toplam 14423 model çözülmüştür. Olasılıksal atanan alternatiflerin sayısı 65 olurken 20 alternatif modeller tarafından atanmıştır. Olasılıksal atanan 65 alternatiften 63'ü sadece bir kategoriye farazi olarak atanarak sıfır göreceli entropi değeri ve bir olasılık değeri ile atanmıştır. Diğer iki alternatifin kategoriye atanma olasılıkları 0,98 ve 0,99 olarak gerçekleşmiştir. Bu da şunu göstermektedir ki bu yöntem için eğer  $\tau$  kıstası getirilecek olursa 0,02'den büyük  $\tau$  değerleri için aynı atamalar gerçekleşecektir.

## 5. SONUÇLAR (CONCLUSIONS)

Belirli sayıdaki alternatiflerin sıralı kategorilere atıldığı ÇKS problemlerinde KV ile etkileşimli bir süreç yürütmek KV'nin bilişsel yükünü azaltmak açısından önemlidir. Bu çalışmada KV'den aşamalı olarak alınan atama bilgilerine dayanarak çoklu kriterlerle değerlendirilen alternatiflerin sınıflandırılması için olasılıklı bir yaklaşım tasarlanmıştır. Alternatiflerin kategorilere atanma olasılıkları hesaplandıktan sonra göreceli entropi yöntemiyle alternatiflerin atanma belirsizlikleri hesaplanmaktadır. Hata payını en aza indirmek için literatürden farklı olarak KV'den belirli sayıda atama bilgisi almadan olasılıksal atamalara izin verilmemektedir. Tüm alternatifler sınıflandırılana kadar KV'den atama bilgisi alarak modeller çözülmeye ve olasılıksal atamalar yapılmaya devam edilmektedir. Bilindiği kadarıyla Buğdacı vd. [34] dışında olasılıksal sınıflandırma yapan etkileşimli bir çalışma bulunmamaktadır. Buğdacı vd. [34] çalışmasında ise alternatiflerin daha çok hatalı sınıflandırıldığı görülmektedir. Bu makalede az sayıda hatalı sınıflandırma ile alternatiflerin olasılıksal atamalarının sağlanacağı bir yaklaşım geliştirilerek literatürdeki bu açık giderilmektedir.

Önerilen yöntemin performansını değerlendirmek için literatürden olasılıklı ve etkileşimli bir yöntem ile enerji üçlem endeksi verisi üzerinde deneyler yapılmıştır. 128 alternatif, dört kriter ve dört kategorili bir sınıflandırma problemünde algoritmalar uygulanarak kıyaslanmıştır. Genel olarak önerilen algoritmanın KV'den daha az bilgi alarak daha çok alternatifi doğru şekilde sınıflandırıldığı görülmüştür. Kıyaslama yapılan BA algoritmasının yüksek  $\tau$  değerlerinde çok fazla hata yaptığı gözlemlenirken önerilen GEA algoritmasında KV'den belirli seviyede bilgi almadan olasılıksal atamama kuralı sayesinde hatalar sınırlı seviyede kalmıştır. DP modellerinden edinilen bilgiler ışığında kategorilere atanma olasılığının hesaplanmasıyla KV'ye sorulacak alternatifin seçiminde kullanılan göreceli entropi yönteminin KV'nin muhakeme yükünü azaltmada başarılı olduğu gözlemlenmektedir. Önerilen algoritma, tedarikçilerin sınıflandırılması ya da lisansüstü öğrencilerin kabulü gibi birçok probleme uygulanabilir. Gelecek çalışmalarda yarı içbükey fonksiyonları gibi farklı toplamsal fonksiyon çeşitleri için algoritma geliştirilebilir. Ayrıca KV'nin tercihlerinin varsayılan fonksiyonlarla tutarlı olmadığı durumlar için tutarsızlıkları en aza indirecek olasılıksal bir algoritma geliştirilebilir. Son olarak birden çok KV'nin olması durumunda grup olarak karar verme süreci için olasılıksal bir yaklaşım geliştirilebilir.

## KAYNAKLAR (REFERENCES)

- Roy B., Paradigm and challenges, Multiple Criteria Decision Analysis: State of the Art Surveys, Springer, Berlin, 19–39, 2016.
- Yıldırım F. ve Önder E., Çok Kriterli Karar Verme Yöntemleri, Dora Yayınları, Bursa, 2014.
- Karakaya G. ve Tuncer Şakar C., An interactive ranking-based multi-criteria choice algorithm with filtering: applications to university selection, ODTÜ Gelişme Dergisi, 46 (Haziran), 17–46, 2019.
- Özpeynirci Ö., Özpeynirci S. ve Kaya A., An interactive approach for multiple criteria selection problem, Comput. Oper. Res., 78, 154–162, 2017.
- Ishizaka A. ve Nemery P., Multi-Criteria Decision Analysis Methods and Software, John Wiley & Sons Ltd., Chichester, 2013.
- Balcı A., İç Y. ve Yurdakul M. Development of a decision support system to select materials for pressure vessels, Journal of the Faculty of Engineering and Architecture of Gazi University, 33 (1), 115–125, 2018.
- Tezcaner Öztürk D. ve Köksalan M., An interactive algorithm for multiobjective ranking for underlying linear and quasiconcave value functions, Int. Trans. Oper. Res., 0, 1–23, 2019.
- Doumpos M. ve Zopounidis C., Preference disaggregation and statistical learning for multicriteria decision support: A review, Eur. J. Oper. Res., 209 (3), 203–214, 2011.
- Roy B., The outranking approach and the foundations of Electre methods, J. Theory Decis., 31, 49–73, 1991.
- Yu W., ELECTRE TRI: Aspects methodologiques et manuel d'utilisation, document du LAMSADE, 74, Université de Paris-Dauphine, Paris, 1992.
- Leroy A., Mousseau V. ve Pirlot M., Learning the parameters of a multiple criteria sorting method, ADT 2011, LNCS, 6992, Editörler: Brafman R.I., Roberts F.S., Tsoukias A., Springer, Heidelberg, 219–233, 2011.
- Tervonen T., Lahdelma R., Dias J.A., Figueira J. ve Salminen P., SMAA-TRI: A Parameter Stability Analysis Method for ELECTRE-TRI, Environmental Security in Harbors and Coastal Areas, Editörler: Kiker G.A. ve Linkov I., Springer, Berlin, 217–231 2009.
- Nemery P. ve Lamboray C., FlowSort: a flow-based sorting method with limiting or central profiles, TOP, 16 (1), 90–113, 2008.
- Tuncer Şakar C. ve Karakaya G., An interactive approach with filtering to find a preferred solution of a decision maker, Journal of the Faculty of Engineering and Architecture of Gazi University, 34 (4), 1987-2006, 2019.
- Köksalan M., Mousseau V. ve Özpeynirci S., Multi-Criteria Sorting with Category Size Restrictions, Int. J. Inf. Tech. Decis., 16 (1), 5-23, 2017.
- Tuncer Şakar C. ve Yet B., A Mathematical Modeling-based Method to Estimate Utility Function Weights in Multiple Criteria Decision Making Problems, Uludağ University Journal of the Faculty of Engineering, 23 (1), 379-402, 2018.
- Devaud J.M., Groussaud G. ve Jaquet-Lagrange E., UTADIS: Une méthode de construction de fonctions d'utilité additives rendant compte de jugements globaux, Proceedings of the European working group on MCDA, Bochum, Germany, 1980.
- Jaquet-Lagrange E. ve Siskos, Y., Assessing a set of additive utility functions for multicriteria decision making: The UTA method, Eur. J. Oper. Res., 10, 151–164, 1982.



19. Diakoulaki D., Zopounidis C., Mavrotas, G. ve Doumpos M., The use of a preference disaggregation method in energy analysis and policy making, *Energy*, 24 (2), 157–166, 1999.
20. Zopounidis C. ve Doumpos M., Business failure prediction using the UTADIS multicriteria analysis method, *J. Oper. Res. Soc.*, 50 (11), 1138–1148, 1999.
21. Manshadi E. D., Mehregan M. R., Safari H., Supplier Classification Using UTADIS Method Based on Performance Criteria, *Int. J. Acad. Res. Bus. Soc. Sci.*, 5 (2), 31–45, 2015.
22. Ulucan A. ve Atıcı K.B., A multiple criteria sorting methodology with multiple classification criteria and an application to country risk evaluation, *Technol. Econ. Dev. Econ.*, 19 (1), 93–124, 2013.
23. Köksalan M. ve Özpeynirci S., An interactive sorting method for additive utility functions, *Comput. Oper. Res.*, 36 (9), 2565–2572, 2009.
24. Ulu C. ve Köksalan M., An interactive procedure for selecting acceptable alternatives in the presence of multiple criteria, *Nav. Res. Logist.*, 48 (7), 592–606, 2001.
25. Korhonen P., Wallenius J. ve Zionts S., Solving the discrete multiple criteria problem using convex cones, *Manage. Sci.*, 30 (11), 1336–1345, 1984.
26. Köksalan M. ve Ulu C., An interactive approach for placing alternatives in preference classes, *Eur. J. Oper. Res.*, 144 (2), 429–439, 2003.
27. Ulu C. ve Köksalan M., An interactive approach to multicriteria sorting for quasiconcave value functions, *Nav. Res. Logist.*, 61, 447–457, 2014.
28. Greco S., Mousseau V. ve Słowiński, R., Ordinal regression revisited: Multiple criteria ranking with a set of additive value functions, *Eur. J. Oper. Res.*, 191, 415–435, 2008.
29. Greco S., Mousseau V. ve Słowiński, R., Multiple criteria sorting with a set of additive value functions, *Eur. J. Oper. Res.*, 207 (3), 1455–1470, 2010.
30. Mousseau V., Dias L. C. ve Figueira J., On the notion of category size in multiple criteria sorting models, *Cahier du LAMSADE 205*, Université Paris-Dauphine, Paris, 2003.
31. Özpeynirci S., Özpeynirci Ö. ve Mousseau V., An interactive algorithm for multiple criteria constrained sorting problem, *Ann. Oper. Res.*, 267 (1), 447–466, 2018.
32. Kadzinski M. ve Tervonen T., Stochastic ordinal regression for multiple criteria sorting problems, *Decision Support Systems*, 55, 55–66, 2013.
33. Çelik B., Karasakal E. ve İyigün C., A probabilistic multiple criteria sorting approach based on distance functions. *Expert Syst. Appl.*, 42 (7), 3610–3618, 2015.
34. Buğdacı A.G., Köksalan M., Özpeynirci S. ve Serin Y., An interactive probabilistic approach to multi-criteria sorting, *IIE Trans.*, 45, 1048–1058, 2013.
35. Özarslan, A. ve Karakaya G., An Interactive Approach to Multiple Criteria Sorting Problems: An Entropy-Based Question Selection Method, *Yayımlanmamış metin*, Erişim adresi: <https://www.researchgate.net/publication/343255819>, 2020.
36. Doumpos M. ve Zopounidis C., Developing sorting models using preference disaggregation analysis: An experimental investigation, *Eur. J. Oper. Res.*, 154 (3), 585–598, 2004.
37. Shannon C., The mathematical theory of communication, *Bell Labs Tech. J.*, 27 (3), 379–423, 1948.
38. Abbas A., Entropy methods for adaptive utility elicitation, *IEEE T. Syst. Man Cy. A.*, 34 (2), 169–178, 2004.
39. Valkenhoef G. ve Tervonen T., Entropy-optimal weight constraint elicitation with additive multi-attribute utility models. *Omega* 64 (1), 1–12, 2016.
40. Ciomek K., Kadziński M. ve Tervonen T., Heuristics for prioritizing pair-wise elicitation questions with additive multi-attribute value models, *Omega*, 71, 27–45, 2017.
41. Wu J., Sun J., Liang L. ve Zha Y., Determination of weights for ultimate cross efficiency using shannon entropy, *Expert Syst. Appl.*, 38 (5), 5162–5165, 2011.
42. Savage L.J., The theory of statistical decision, *J. Am. Stat. Assoc.*, 46 (253), 55–67, 1951.
43. Benabbou N., Perny P. ve Viappiani P., Incremental elicitation of Choquet capacities for multicriteria choice, ranking and sorting problems, *Artif. Intell.*, 246, 152–180, 2017.
44. World Energy Council, World Energy Trilemma Index 2019 Full Report, [https://www.worldenergy.org/assets/downloads/WETrilemma\\_2019\\_Full\\_Report\\_v4\\_pages.pdf](https://www.worldenergy.org/assets/downloads/WETrilemma_2019_Full_Report_v4_pages.pdf), Yayın tarihi Eylül 11, 2019. Erişim tarihi Mart 20, 2020.
45. Doumpos M. ve Zopounidis C., Developing sorting models using preference disaggregation analysis: An experimental investigation, *Fuzzy Sets in Management, Economy and Marketing*, Editörler: Zopounidis C., Pardalos P.M., Baourakis G., World Scientific, Singapore, 51–67, 2001.
46. Holloway H.A. ve White C.C., Question selection for multi-attribute decision-aiding, *Eur. J. Oper. Res.*, 148, 525–33, 2003.
47. Branke J., Corrente S., Greco S. ve Gutjahr W., Efficient pairwise preference elicitation allowing for indifference, *Comput. Oper. Res.*, 88, 175–186, 2017.