Uluslararası Ders Kitapları ve Eğitim Materyalleri Dergisi

Using the Method of Square in Calculating the Aproximate Value of Square Root Numbers

Tuğba TUĞ KAROĞLU[1]
The Ministry of Education, Ipekyolu IMKB Science High School, Van, Turkey

Saim İZCİ[2]
The Ministry of Education, Ipekyolu IMKB Science High School, Van, Turkey

ABSTRACT	**ARTICLE INFO**
In this study; it has been aimed to find the size of root numbers in the cirriculum of 9th grade Maths lesson, to make high school students embody the concept of root numbers by envisaging and to perceive better in order to calculate the size of root numbers themselves by developing a method which is appropriate for the level of high school students and will support them to achieve the information by calculating. This study was applied to 9th graders consisting of 90 students who study in a Science High School in the city of Van. The students were demanded to Show the location of their rational numbers √(73,) √1123 and 1-√8 on the number line by calculating the irapproximate value. The students were given enough time and expressed how to calculate the approximate value of the root numbers with the method of square after they answered the questions. After teaching the subject, the students were demanded to answer the same questions all over again. This method used is appropriate for the level of the high school students when they find the size of the root numbers which are in the cirricullum of the 9th grade Maths lesson and it supports students to reach the information by calculating. As a result of the study conducted, it was observed that the students struggked in calculating the approximate value of the root numbers before square method was taught and accordingly they struggked in showing them on the number line. One reason for this might be not being able to visualize the abstract terms in mind. **Key Words:** Square root number, square number, number line	*Received*: 23.03.2020 *Revision received:* 07.05.2020 *Accepted:* 08.05.2020 *Published online:* 20.05.2020

Kareköklü Sayıların Yaklaşık Değerinin Hesaplanmasında Tamkare Yönteminin Kullanılması

Tuğba TUĞ KAROĞLU[1]
Milli Eğitim Bakanlığı, İpekyolu İMKB Fen Lisesi, Van, Türkiye

Saim İZCİ[2]
Milli Eğitim Bakanlığı, İpekyolu İMKB Fen Lisesi, Van, Türkiye

ÖZET

Bu çalışmada 9. Sınıf Matematik dersi müfredatında yer alan köklü sayıların büyüklüklerini bulmak, ortaöğretim öğrencilerinin seviyesine uygun olan ve öğrencilerin hesap yaparak bilgiye ulaşmasını destekleyecek bir yöntem geliştirilerek, lise öğrencilerinin köklü sayı kavramını zihninde canlandırarak somutlaştırması ve köklü sayıların büyüklüklerini kendilerinin hesaplaması doğrultusunda daha iyi idrak edebilmesi amaçlanmıştır. Çalışma, Van ilinde bir Fen Lisesinde okuyan 90 kişiden oluşan 9. Sınıf öğrencilerine uygulanmıştır. Kareköklü bir sayının yaklaşık değerinin hesaplanmasında tam kare ifadelerden yararlanarak, öğrencilerde kareköklü sayıların büyüklüğünü kendi yöntemleriyle bulmaları sağlanmıştır. Böylece öğrencinin bilgiye kendi ulaştığında konu hakimiyetinin de daha güçlendiği görülmüştür. Öğrencilere sırasıyla √(73,) √1123 ve 1-√8 irrasyonel sayılarının yaklaşık değerlerini hesaplayarak sayı doğrusu üzerindeki yerlerini göstermeleri istenmiştir. Öğrencilere yeterince süre verilmiş ve soruları kendi bildikleri yöntemlerle cevaplamaları istenmiştir. Ardından köklü sayıların yaklaşık değerinin tam kare yöntemi ile nasıl hesaplanacağı anlatılarak örnekler verilmiştir. Konu anlatımından sonra öğrencilere yeniden aynı soruları cevaplamaları istenmiştir. Yapılan çalışma sonucunda yöntem öğretilmeden önce öğrencilerin kareköklü sayıların yaklaşık değerlerini hesaplamada ve bu doğrultuda da sayı doğrusu üzerinde göstermede çok güçlük yaşadığı gözlenmiştir. Bunun bir nedeni soyut kavramları zihninde canlandıramama olabilir. Soyut bir kavram olan irrasyonel sayıların sayı doğrusu üzerinde göstermekte zorluk çeken öğrenciler öğretilen yöntemi kullandıklarında sayının kendisine yakın bir tam kare ifadeden faydalanarak yazmaya çalıştıklarında kareköklü sayının yaklaşık değerini daha kolay hesaplayabildikleri ve sayı doğrusu üzerinde daha rahat gösterdikleri tespit edilmiştir.

Anahtar Kelimeler: Kareköklü sayı, Tam kare sayı, sayı doğrusu

MAKALE BİLGİSİ

Alınma Tarihi: 23.03.2020
Düzeltilmiş hali alınma tarihi: 07.05.2020
Kabul Edilme Tarihi: 08.05.2020
Çevrimiçi yayınlanma tarihi: 20.05.2020

[1] Sorumlu yazar iletişim bilgileri:
Dr.
tugkaroglu@hotmail.com
05053144998

Giriş

Matematik eğitimi, problemleri akıl yürüterek çözmeyi, irdelemeyi, analiz etmeyi ve düşündürmeyi hedeflemesi açısından oldukça önemlidir (Ercan, 2010). Buna karşın matematik öğrenme sürecinde öğrenciler, hata ve kavram yanılgısı ile karşılaşabilmekte ve bunun neticesinde de öğrenme güçlükleri yaşayabilmektedir (Bingölbali ve Özmantar, 2009).

Matematik öğrenimi sürecinde öğrencileri birçok konuda zorluk yaşaması çok doğaldır. Önemli olan bu zorlukların tespit edilebilmesi ve yeni yöntemler geliştirerek matematik öğrenimine ve gelişimine katkıda bulunmaktır (Ardahan ve Ersoy, 2003).

Matematik dersinin birçok öğrenci tarafından zor bir ders olarak algılanması nedeniyle, matematik öğretmenlerinin ölçme değerlendirme sürecinde düşük seviyeli kazanımları ölçecek nitelikte düşük bilişsel seviyeli sınavlar hazırlandığı da görülmektedir (Güler ve ark., 2012). Halbuki bu durumun tersine, öğretmenlere öğrencilerin değişik seviyelerden öğrenmelerini belirleyebilecekleri sınav soruları sormaları önerilmektedir (Köğce ve Baki, 2009). Öğrenme ve öğretme sürecinde birçok zorluğun yaşandığı matematik derslerinde öğrencilerin sınıf içi testlerden, yazılılardan almış oldukları puanlar ile yılsonu başarı puanları gibi akademik kararların alınmasında çok belirleyici olması da büyük önem (Özcan ve Delil, 2018).

Matematikte söz konusu güçlüklerin yaşandığı kavramlardan biri irrasyonel sayı kavramıdır. İrrasyonel sayılar, matematikçilerin tarih içerisinde anlatmada ve anlamlandırmakta güçlük çektiği kavramlardır (Sertöz, 2002). Bu kavramlar öğrenciler için öğrenme güçlüklerine sebep olmaktadır (Erdoğan, 2009).

Öğrencilere 8. Sınıfa kadar sayı kavramı sadece rasyonel sayılar olarak ifade edilir. Fakat 8. Sınıfta irrasyonel sayılar ve reel sayılar olmak üzere iki yeni sayı kümesi daha karşılarına çıkar. Bu sayı kümeleri Milli Eğitim Bakanlığı Ortaokul Matematik öğretim programında “Sayılar ve İşlemler” öğrenim alanında “Gerçek sayıları tanır, rasyonel ve irrasyonel sayılarla ilişkilendirir” kazanımıyla yer alır (MEB, 2013a). Milli Eğitim Bakanlığı Ortaöğretim Matematik öğretimi 9. sınıf programında ise “irrasyonel sayılar ve gerçek sayılar kümesini açıklar” kazanımı ile öğrencilerin karşılarına çıkmaktadır (MEB 2013b.)

“İrrasyonel sayılar, a ve b tam sayı ve b≠0 olmak şartıyla a/b şeklinde oranlı yazılamayan sayılardır.” tanımı yapılabilir. Her bir gerçek sayının gerçel sayı ekseninde bir noktaya karşılık geldiği düşünüldüğünde ondalık gösterimden yola çıkarak, “Ondalık kısmı devretmeyen gerçek sayılara irrasyonel sayılar denir” şeklinde de irrasyonel sayılar ifade edilebilir (Zazkis, 2005). Ders kitapları ve defterlerde yer alan irrasyonel tanımları ise şu şekildedir; Karekök dışına çıkamayan kareköklü sayılara irrasyonel sayılar denir (MEB 8. Sınıf Ders Kitabı). Rasyonel olmayan sayılara irrasyonel (rasyonel olmayan) sayılar denir (MEB 9. Sınıf Ders Kitabı).

İrrasyonel sayılar olarak kabul edilen köklü sayılar, günlük hayatla ilgisi olmadığı gerekçesiyle öğrenciler tarafından genel olarak zor, gereksiz ve karışık kavramlar olarak tanımlanmaktadır (Şenay, 2002). Bu olumsuz yargıların sebebi bahsedilen konuların günlük hayatta sıkça kullanılmaması ve öğrencilerin gözünde soyut kalması olabilir. Bu zorluklar genellikle doğal sayılar ve tam sayılarda geçerli olan tüm kuralların köklü sayılara genellenebileceği yanılgısından kaynaklanabilir (Duatepe ve Paksu, 2008).

Köklü Sayılar ders kitaplarında “n∈Z^+,a∈R,n≥2 olmak üzere x^n=a denklemini sağlayan x gerçek sayısına a sayısının n. Dereceden kökü denir ve x=√(n&a) olarak tanımlanır.” Şeklinde açıklanmıştır (MEB 9. Sınıf Ders Kitabı).

Öğrencilerin köklü sayılar ile karşılaştıkları güçlüklerden biri bu sayıların büyüklüklerine karar verememe ve bu sayıları sayı doğrusu üzerinde gösterememedir (Özmantar ve Akkoç., 2008). Birçok öğrencinin ve matematik öğretmeni adayının sayı doğrusu üzerinde bir köklü sayıyı göstermekte güçlük çektiği görülmüştür (Sirotic, 1998).

Karekök hesaplamada teknolojiden yararlanmak belki de en kolay yoldur. Bir hesap makinesine √2 sayısının değerini hesaplattığımızda hızlı bir şekilde 1,414214 yanıtını vereceğini görürüz. Bir hesap makinesinin bu işlemi bu kadar hızlı ve doğru yapmasının nedeni oldukça hızlı bir algoritma kullanmasıdır. Hesap makinesinin karekök tuşuna dokunulduğunda, makine sayısal bir tekrarlama işlemini devreye sokmakta ve sonucu bu doğrultuda bulmaktadır (Karakuş, 2009).

Karekök hesaplama işleminde basit sayısal algoritmalar bulma işinin ilk olarak Babilliler tarafından bulunduğu bilinmektedir (Flannery, 2006). Babil metodu Köklü sayıları hesaplamada bir tekrarlama işlemi ele almaktadır.

Herhangi bir x_0>0 başlangıç değeri için

$$x_{n+1} = \frac{1}{2}\left(x_n + \frac{a}{x_n}\right), \qquad n = 0,1,2,\ldots$$

Tekrarlama algoritmasının oluşturduğu $x_1, x_2, x_3, \ldots$ sayı dizilerinin yaklaştığı sabit sayı a sayısının karekökünü verir şeklinde ifade edilmektedir (Peitgen ve ark., 1991).

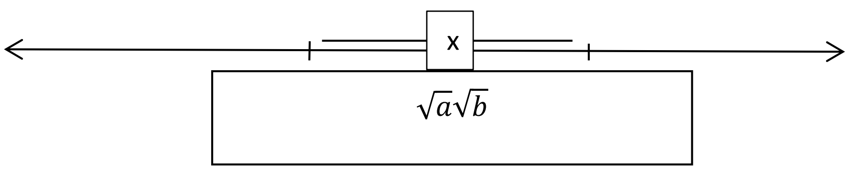
Bu çalışmada 9. Sınıf Matematik dersi müfredatında yer alan köklü sayıların büyüklüklerini bulmak, ortaöğretim öğrencilerinin seviyesine uygun olan ve öğrencilerin hesap yaparak bilgiye ulaşmasını destekleyecek bir yöntem geliştirilerek, lise öğrencilerinin köklü sayı kavramını zihninde canlandırarak somutlaştırması ve köklü sayıların büyüklüklerini kendilerinin hesaplaması doğrultusunda daha iyi idrak edebilmesi amaçlanmıştır.

Yöntem

Köklü sayıların yaklaşık değerini hesaplamada Babiller döneminden sonra da birçok yöntem denenmiştir. Bu çalışmada da kareköklü bir sayının yaklaşık değerinin hesaplanmasında tam kare ifadelerden yararlanarak, öğrencilerde kare köklü sayıların büyüklüğünü kendi yöntemleriyle bulmaları sağlanmıştır. Böylece öğrencinin bilgiye kendi ulaştığında konu hakimiyetinin de daha güçlendiği görülmüştür.

Çalışma, Van ilinde bir Fen Lisesinde okuyan 90 kişiden oluşan 9. Sınıf öğrencilerine uygulanmıştır. Öğrencilere sırasıyla $\sqrt{73}, \sqrt{1123}$ ve $1 - \sqrt{8}$ irrasyonel sayılarının yaklaşık değerlerini hesaplayarak sayı doğrusu üzerindeki yerlerini göstermeleri istenmiştir. Öğrencilere yeterince süre verilmiş ve soruları cevaplamalarının ardından köklü sayının yaklaşık değerinin tam kare yöntemi ile hesaplanması anlatılmıştır. Konu anlatımından sonra öğrencilere yeniden aynı soruları cevaplamaları istenmiştir.

Kullanılan yöntem 9. Sınıf Matematik dersi müfredatında yer alan köklü sayıların büyüklüğünü bulmada ortaöğretim öğrencilerinin seviyesine uygun olabilecek ve öğrencilerin hesap yaparak bilgiye ulaşmalarını destekleyecek bir yöntemdir.



$\sqrt{a}$bir irrasyonel sayı $\sqrt{b}$ ‘de ona en yakın tam kare sayı ve $\sqrt{a}$ ve$\sqrt{b}$ arasındaki uzaklık da x olmak üzere;

$$\sqrt{a} - \sqrt{b} = x$$

Eşitliğin her iki yanının karesini alıp $\sqrt{a}$yı yalnız bıraktığımızda

$$\frac{a + b - x^2}{2\sqrt{b}} = \sqrt{a}$$

Buradan;

$$\frac{a + b}{2\sqrt{b}} - \frac{x^2}{2\sqrt{b}} = \sqrt{a}$$

eşitliği sağlanır ve denklemin $\frac{x^2}{2\sqrt{b}}$ tarafı sıfıra çok yakın bir değer olduğundan dolayı ihmal edildiğinde;

$$\frac{a + b}{2\sqrt{b}} \cong \sqrt{a}$$

Eşitliği bulunur.

Böylece irrasyonel bir sayı olan $\sqrt{a}$ sayısının yaklaşık değeri hesaplanmış olur. Hesap makinesi kullanmaya gerek kalmadan hesap makinesinin verdiği değere çok yakın değeri veren bu teknik öğrencilere anlatıldıktan sonra soruları tekrardan çözmeleri istenir.

Bulgu ve Yorumlar

9. Sınıf öğrencilerine kareköklü sayının yaklaşık değerini hesaplamada kullanılan tam kare yöntemi anlatıldıktan sonra hesap makinesi ile karşılaştırma yapılarak irrasyonel sayıların yaklaşık değerleri hesaplanır. Hesap makinesiyle ciddi anlamda yakın değerler çıktığı gösterilir.

Örnek olarak $\sqrt{143}$ sayısının yaklaşık değeri hesaplanmaya çalışıldığında öncelikle hesap makinesi yardımıyla $\sqrt{143}$ sayısının yaklaşık değerinin 11,9582 olduğu gösterilir. Daha sonra ezberden ve hesap makinesine bağımlılıktan uzak olan tam kare yöntemi ile $\sqrt{143}$ değerinin yaklaşık değeri hesaplanır. $\sqrt{143}$ sayısına en yakın tam kare 144 olduğundan

$$\frac{a + b}{2\sqrt{b}} \cong \sqrt{a}$$

Olmak üzere

$$\sqrt{143} = \frac{143 + 144}{2\sqrt{144}} = 11{,}9583$$

hesaplaması yapılır.

Benzer şekilde; $\sqrt{9215}$ sayısının yaklaşık değeri hesaplandığında

$$\sqrt{9215} = \frac{9215 + 10000}{2\sqrt{10000}} = 95{,}994791666 \ldots$$

şeklinde bulunur.

$\sqrt{9215} = 95,9947915253$ ... Hesap makinesi ile bulunan sonuç ile karşılaştırıldığında yapılan işlemin doğruluğu da gösterilmiş olacaktır.

Buna benzer birkaç örnek daha verilerek, öğrencilerin konuyu pekiştirmesi sağlanır (Tablo 1).

Tablo 1. *Kareköklü sayların yaklaşık değerlerinin tam kare yöntemi ve hesap makinesi kullanılarak karşılaştırılması.*

Sayı	En yakın tamkare	Tamkare yöntemi	Hesap makinesi sonucu	Sayı	En yakın tamkare	Tamkare yöntemi	Hesap makinesi sonucu
$\sqrt{8}$	$\sqrt{9}$	2,83	2,82	$\sqrt{7}$	$\sqrt{9}$	2,66	2,64
$\sqrt{80}$	$\sqrt{81}$	8,94	8,94	$\sqrt{73}$	$\sqrt{81}$	8,55	8,54
$\sqrt{143}$	$\sqrt{144}$	11,95	11,95	$\sqrt{133}$	$\sqrt{144}$	11,54	11,53
$\sqrt{1123}$	$\sqrt{1156}$	33,51	33,51	$\sqrt{1155}$	$\sqrt{1156}$	33,98	33,98

Öğrencilerden, sırasıyla $\sqrt{73}, \sqrt{1123}$ ve $1 - \sqrt{8}$ irrasyonel sayılarının yaklaşık değerlerini hesaplayarak sayı doğrusu üzerindeki yerlerini göstermeleri tekrar istenmiştir. Öğrencilere yeterince süre verilmiş, toplanan verilerin değerlendirme amaçlı kullanılmayacağı belirtilerek soruları boş bırakmamaları istenmiştir.

Sonuçlar değerlendirildiğinde, 90 kişiden oluşan 9. Sınıf öğrencilerinin 64 tanesi, soruları yöntem öğretilmeden önce eski bilgi birikimleri ile çözmeye çalışmış, $\sqrt{73}, \sqrt{1123}$ ve $1 - \sqrt{8}$ sayıların yaklaşık değerini doğru bulamamış ve sayı doğrusuna da doğru yerleştirememiştir. Yöntem anlatıldıktan sonra ise yaklaşık değerleri doğru hesaplayarak sayı doğrusundaki yerini de doğru olarak göstermiştir. Öğrencilerden 16'sı hem yöntem öncesi hem de yöntem anlatıldıktan sonra sayıları sayı doğrusu üzerinde doğru göstermiş, hesapları yöntem anlatılmadan önce de doğruya çok yakın bir değer olarak bulmayı başarmıştır. 10 öğrenci ise hem yöntem anlatılmadan önce hem de yöntem anlatıldıktan sonra hesaplamaları doğru yapmamış genel olarak işlem hatası yaptıklarından dolayı yanlış çıkan sonuçları da sayı doğrusuna doğru yerleştirememiştir.

Öğrenciler soruları çözerken genelde $\sqrt{73}, \sqrt{1123}$ ifadelerini daha kolay hesaplamış, $1 - \sqrt{8}$ ifadesini hesaplama da daha çok zorlanmışlardır. Bunun nedeni ise devreye negatif sayıların girmesi ve negatif sayıyı sayı doğrusu üzerinde göstermekte daha çok zorlanmış olmalarından kaynaklanmaktadır.

Sonuç ve Tartışma

Yapılan çalışma sonucunda tam kare yöntemi anlatılmadan önce öğrencilerin kareköklü sayıların yaklaşık değerlerini hesaplamada ve bu doğrultuda da sayı doğrusu üzerinde göstermede çok güçlük yaşadığı gözlenmiştir. Bunun bir nedeni soyut kavramları zihninde canlandıramama olabilir.

Soyut bir kavram olan irrasyonel sayıların sayı doğrusu üzerinde göstermekte zorluk çeken öğrenciler sayının kendisine yakın bir tam kare ifadeden faydalanarak yazmaya çalıştıkları zaman sayının yaklaşık değerini daha kolay hesaplayabildikleri ve sayı doğrusu üzerinde daha rahat gösterdikleri tespit edilmiştir.

90 kişiden oluşan 9.sınıf öğrencilerinden 80 tanesi tam kareden faydalanarak köklü sayının yaklaşık değerini doğru şekilde hesaplamış ve sayı doğrusu üzerinde doğru bir şekilde göstermiştir. 10 öğrenci ise işlem hatasından kaynaklı yanlış hesapladıkları sonuçları sayı doğrusu üzerinde de gösterememiştir. Bu durum öğrencilerin dört işlemi yanlış yapmasından ve negatif sayıları sayı doğrusu üzerinde yerleştirme de hata yapmasından kaynaklanmıştır.

Uygulanan tam kare kullanarak kareköklü sayıların yaklaşık değerinin hesaplanması yönteminin çok büyük sayılarda bile sonuç vermesi, öğrencilerin hesap makinesi olmaksızın çözüm yapabilmelerine olanak sağlamış ve irrasyonel bir sayıyı zihninde canlandıramazken yaklaşık değeri hesaplaması öğrencinin zihninde sayının mutlak büyüklüğünü canlandırmasını sağlamıştır.

Kaynakça

Ardahan, H. & Ersoy, Y. (2003). İlköğretim okullarında Kesirlerin Öğretimi 1: Öğrencilerin Öğrenme Güçlükleri ve Ortak Yanlışlıkları. Matematik Derneği, Ankara.

Bingölbali, E. & Özmantar, M. F. (2009). Matematiksel kavram yanılgıları: sebepleri ve çözüm arayışları. Ankara: Pegem Akademi. (s. 1-30).

Duatepe Paksu, A. (2008). Üslü ve köklü sayılar konularındaki öğrenme güçlükleri. Ankara: Pegem Akademi. (s. 9-39).

Ercan, B. (2010). İlköğretim 7. Sınıf Öğrencilerinin Tam Sayı Kavramı İle İlgili Bilgilerinin Değerlendirilmesi. (Yüksek Lisans Tezi). Çukurova Üniversitesi/Sosyal Bilimler Enstitüsü, Adana.

Erdoğan, A. (2009). Matematiksel nesneler, sorunlu şeyler! Necatibey Eğitim Fakültesi Elektronik Fen ve Matematik Eğitimi Dergisi, 3(1), 156-173.

Flannery, D. (2006). The Square Root of 2 A Dialogue Concerning a Number and a Sequence. New York: Copernicus Books.

Güler, G., Özdemir, E. & Dikici, R. (2012). İlköğretim matematik öğretmenlerinin sınav soruları ile SBS matematik sorularının Bloom taksonomisi'ne göre karşılaştırmalı analizi. Erzincan Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 14(1), 41-60.

Karakuş F., (2009). Matematik Tarihinin Matematik Öğretiminde Kullanılması: Karekök Hesaplamada Babil Metodu. Necatibey Eğitim Fakültesi Elektronik Fen ve Matematik Eğitimi Dergisi 3(1), 195-206.

Köğce, D. & Baki, A. (2009). Matematik öğretmenlerinin yazılı sınav soruları ile ÖSS sınavlarında sorulan matematik sorularının Bloom taksonomisine göre karşılaştırılması. Pamukkale Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 26(26), 70-80.

Milli Eğitim Bakanlığı (MEB)., (2013a). Ortaokul Matematik Dersi (5, 6, 7 ve 8. sınıflar) Öğretim Programı.Ankara: MEB Yayınları.

Milli Eğitim Bakanlığı (MEB)., (2013b). Ortaöğretim Matematik Dersi (9, 10, 11 ve 12. sınıflar) Öğretim Programı.Ankara: MEB Yayınları.

Milli Eğitim Bakanlığı, MEB (2010). İlköğretim (5-8. Sınıflar) Matematik Ders Kitabı. Milli Eğitim Bakanlığı Talim ve Terbiye Kurulu Başkanlığı, Devlet Kitapları Müdürlüğü Basım Evi. Ankara.

Milli Eğitim Bakanlığı, MEB (2011). Ortaöğretim (9-12. Sınıflar) matematik ders kitabı. Milli Eğitim Bakanlığı Talim ve Terbiye Kurulu Başkanlığı, Devlet Kitapları Müdürlüğü Basım Evi, Ankara.

Milli Eğitim Bakanlığı, MEB (2019). Ortaöğretim Fen Lisesi Matematik 9 Ders Kitabı. Ankara: Korza.

Özcan, B.N. & Delil, A. (2018). İlköğretim Matematik Öğretmenlerinin Hazırladıkları Testlerin Öğretim Programı Kazanımları Açısından Bir Analizi. Kastamonu Education Journal. 26 (6), 1910-1917.

Özmantar, M. F. & Akkoç, H., (2008). Matematiksel kavram yanılgıları ve çözüm önerileri. Ankara: Pegem Akademi.

Peitgen, H-O., Jurgens, H., & Saupe, D. (1991). Fractals for The Classroom Part 1: Introduction to Fractals and Chaos. Springer, Verlag.

Sertöz, S. (2002). Matematiğin aydınlık dünyası. Ankara: Tübitak.

Sirotic, N. (1998). Prospective secondary mathematics teachers' understanding of irrationality. (Yayınlanmamış Doktora Tezi). Simon Fraser Üniversitesi, Kanada.

Şenay, C. S., (2002). Üslü ve Köklü Sayıların Öğretiminde Öğrencilerin Yaptıkları Hatalar ve Yanılgılar Üzerine Bir Araştırma. (Yüksek Lisans Tezi,) Selçuk Üniversitesi/Fen Bilimleri Enstitüsü, Konya.

Zazkis, R. (2005). Representing numbers: prime and irrational. International Journal of Mathematical Education in Science and Technology. 36(2-3), 207-217.