

Matematik Öğretmeni Adaylarının Limit Öğretimlerindeki Matematik Dili Kullanımları*

Semiha KULA ÜNVER¹, Esra BUKOVA GÜZEL²

Özet

Durum çalışması niteliğindeki bu araştırmanın amacı, ortaöğretim matematik öğretmeni adaylarının limit öğretimlerindeki matematik dili kullanımlarını incelemektir. Araştırma ortaöğretim matematik öğretmenliği son sınıfında öğrenim görmekte olan dört öğretmen adayı ile gerçekleştirilmiştir. Araştırmada veriler; katılımcıların limit kavramına yönelik dörder saatlik hazırladıkları ders planlarından, bu derslerin video kayıtlarından ve yarı-yapılandırılmış görüşmelerin ses kayıtlarından derlenmiştir. Katılımcıların matematik dili kullanımlarının limit öğretimlerine yansımaları; cebirsel ifadeyi sözel ifadeye çevirme, sözel ifadeyi cebirsel ifadeye çevirme, sadece cebirsel ifade kullanma ve sadece sözel ifade kullanma olmak üzere dört kategoride ele alınmıştır. Katılımcıların en çok tercih ettiği kullanım şekli cebirsel ifadeyi sözel ifadeye çevirme olmuştur. Katılımcılar zaman zaman matematik dilini yanlış kullanmışlar ve benzer yanlış kullanımlar öğrencilerinde de görülmüştür. Bu nedenle limit öğretiminde cebirsel gösterimin yanında cebirsel ifadelerin sözel olarak ifade edilmesine ilişkin farkındalık oluşturulmasının önemli olduğu düşünülmektedir.

Anahtar Sözcükler: Matematik dili, limit kavramı, matematik öğretmeni adayları.

Reflections of Mathematics Student Teachers' Usage of Mathematical Language on Their Limit Teaching

Abstract

The purpose of this study is to investigate the reflections of the secondary mathematics student teachers' usage of mathematical language on their limit teaching. The participants were four senior secondary mathematics student teachers (three females and one male) who are studying at the department of secondary school mathematics education. The data was obtained from the participants' four hour lessons plans towards the limit concept, video recordings of these lessons, and the voice records of semi-structured interviews. The reflections of the participants' usage of mathematical language on their limit teaching was handled with four categories named translating algebraic expression into verbal phrases, translating verbal phrases into algebraic expression, only use algebraic expression, and only use verbal phrases. The participants mostly used translating algebraic expression into verbal phrases during their lessons. The participants sometimes used mathematical language in a wrong way and similar usages were seen at their students. It is thought to be important giving the information about how to convert the algebraic expression into verbal phrase as well as giving algebraic expression when the limit concept is defined.

Keywords: Mathematical language, limit concept, mathematics student teachers.

* Bu çalışma birinci yazarın ikinci yazar danışmanlığında yürütülen ve Dokuz Eylül Üniversitesi Bilimsel Araştırma Projeleri birimi tarafından desteklenen (No. 2009.KB.EGT.001) "Matematik Öğretmeni Adaylarının Dörtlü Bilgi Modeli ile Alan ve Alan Öğretimi Bilgilerinin İncelenmesi Limit Örneği" isimli yüksek lisans tezinin bir bölümünden oluşturulmuştur.

¹ Dr. Öğr. Üyesi Dokuz Eylül Üniversitesi, Eğitim Fakültesi.

² Prof. Dr. Dokuz Eylül Üniversitesi, Eğitim Fakültesi.

İletişim kurma matematik öğreniminin önemli becerilerinden biri olarak ifade edilmektedir (MEB, 2006). Matematik öğretiminde iletişim kurma günlük konuşma dili, matematiksel sözel dil, sembolik dil, görsel sunum, konuşulmayan fakat paylaşılan varsayımlar ve yarı matematiksel dil olmak üzere altı başlık altında toplanmaktadır (Pirie, 1998 akt. Çalikoğlu Bali, 2003). İletişim kurmanın temel aracı olan dilin (Martinez, 2001 akt. Owens, 2006), düşünceleri ifade etmek ve anlayış oluşturmak için de gerekli olduğu belirtilmektedir (Brodie, 1989). Yaşamımızda iletişim kurmak için dil kullanımı ne kadar önemli ise matematikte de iletişim kurmanın yolu matematik dilini bilmek ve kullanabilmekten geçmektedir. Aynı dili konuştuğumuz sürece karşımızdaki kişilerle bir şekilde iletişim kurabilir ve söylenenleri anlamlandırabiliriz. Matematikte de söylenenleri anlamlandırabilmek ve kavramları doğru yapılandırabilmek için matematik dilini doğru kullanmamız gerekmektedir. Diğer dillerden farklı olarak matematik dilinde, kelimelerin ve sembollerin belli anlamlarının olduğu, bütün kullanıcıların bu kelime ve sembollerden aynı anlamları çıkardığı ve böylece düşüncelerin kolaylıkla ifade edilebildiği (Çalikoğlu Bali, 2003) görülmektedir. Matematik bu yönü, onu evrensel bir dil yapan özelliği olarak düşünülebilir.

Matematik dilinin farklı tanımlamaları mevcuttur. Bu tanımlamalardan birinde, matematik dilinin; kesinlik içeren, ardışık ve yığılmalı kavramların, terimlerin ve ilişkilerin birleşimi olduğu, matematiğin aksiyomatik yapısından türetildiği için değişmez sistematik kurallara sahip olduğu, teknik ya da bilimsel alandaki diğer dillerden farklı bir dil olduğu ve doğa bilimleri başta olmak üzere farklı bilim alanlarında kullanıldığı (Grottke, Jeschke, Natho ve Seiler, 2005) ifade edilmektedir. Matematik dili, matematik yapmak ve matematiksel iletişimi sağlamak için sözel ve sembolik ifadelerden yararlanmayı içermektedir (NCTM, 2000).

Ortaöğretim Matematik Dersi Öğretim Programı'nda öğrencilere matematiği bir iletişim dili olarak kullanabilme becerisinin kazandırılmasının hedeflendiği ve onların matematiksel düşüncelerini açıklamaları ve başkaları ile paylaşmaları için matematik dilini doğru kullanabilmeleri gerektiği belirtilmektedir (MEB, 2011). Benzer şekilde NCTM'nin raporlarında da iletişim kurma becerisine değinilmekte ve matematiksel düşünceleri ifade etmek için matematik dilinin doğru ve tam olarak kullanılması gerektiğine dikkat çekilmektedir (NCTM, 2000). Bir görüşe göre matematik dilini doğru kullanma, matematiksel ifadeleri doğru bir şekilde sözel olarak ifade etme ve yazma (Brown, 1997) anlamına gelmektedir. Bununla birlikte öğrencilerin matematik dilini kullanabilmelerinin en az öğrendikleri matematiksel kavramların uygulamalarını yapabilmeleri kadar önemli olduğu vurgulanmaktadır (Zazkis, 2000).

Barwell (2008) matematik öğrenme ve öğretmenin diğer bilim dallarından farklı olarak daha fazla dile dayalı bir eylem olduğunu ifade etmektedir. Matematiği öğrenmenin, matematik dilini anlama ve kullanmadan etkilendiği bilinmesine rağmen, Zazkis (2000) sınıf içi tartışmalarda öğrencilerin matematik dilini kullanırken zorlandıklarını ifade etmektedir. Matematik dili kullanımındaki bu sıkıntıların ise öğrenme güçlüklerine neden olduğu belirtilmektedir (Moore, 1994). Bu nedenle matematik dili kullanımındaki sıkıntıların belirlenmesi ve bunların giderilmesinin önemli olduğu düşünülmektedir. Öğrencilerin matematik dili kullanımındaki hatalardan yola çıkarak onların kavramsal anlayışlarındaki sıkıntıları ve kavram yanılgılarını da anlamak mümkün olabilir. Bu görüşü destekler biçimde, Martinez (2001) öğrencilerin dil yardımıyla oluşturdukları kavramsal anlayışlarını değerlendirmek için sözel ve matematiksel ifadelerinin incelenmesi gerektiğini vurgulamaktadır (akt. Owens, 2006). Görüldüğü gibi kavramsal anlayış ile matematik dili kullanımı birbiriyle yakından ilişkilidir ve matematik dili kullanımı matematiği öğrenmede anahtar görevi görmektedir. Owens (2006) matematik terimlerine aşinalık ile kavramsal

anlamanın doğrudan ilişkili olduğunu, matematik dilinin öğrencilerin öğrenmeleri için oldukça önemli olduğunu ve öğretmenlerin sınıfta uygun matematik dili kullanımını destekleyerek bu kullanımları değerlendirmeleri gerektiğini ifade etmektedir.

Matematiksel düşünceler arasında iletişim kurmada ve onları paylaşmada matematik dilinin öğrenci ve öğretmenler için temel unsurlardan biri olduğu (Rowland, 2001) göz önüne alındığında, öğrenci, öğretmen ve öğretmen adaylarının bu yönde kendilerini geliştirmelerinin önemli olduğu düşünülmektedir. Aydın ve Yeşilyurt (2007) matematik öğretmenlerinin matematik dilini doğru ve etkili kullanarak öğrencilerin matematiği anlamalarını kolaylaştırabileceklerini ifade etmektedirler. Bu nedenle öğretmenlerin matematik dilini doğru bir şekilde kullanmaları (Ball, Thames ve Phelps, 2008) önem kazanmaktadır. Zazkis (2000) de matematiği öğretecek olan öğretmen adaylarının matematik dilini doğru bir şekilde kullanmalarının önemli olduğunu belirtmektedir.

Rubenstein (2008), her kademede görev yapan öğretmenlerin; öğrencilere sunulan sembolik ifadelerin zorluklarından haberdar olmalarının ve öğrencilerini akıcı bir matematik dili becerisini kazanmada desteklemelerinin gerektiğini ifade etmektedir. Bunun için, öğretmenlerin matematik dilini bilmeleri ve ders planlarında ve öğretimlerinde doğru şekilde kullanmaları gerekmektedir (Raiker, 2002). Benzer şekilde İngiltere'nin Ulusal Aritmetik Stratejisi'nde (National Numeracy Strategy) matematik dili kullanımının önemine dikkat çekilmekte ve öğretmenlerin matematiksel ifadeleri öğrencilerine tanıtmaya sürecini iyi planlamaları gerektiği belirtilmektedir (Department for Education and Employment [DfEE], 1999). Bunu sağlamak amacıyla, öğrencilerin matematiksel kavramlar üzerine konuşmaları, tahtada problem çözmeleri, problemi veya çözümünü ifade etmeleri ve matematikle ilgili yorumlarda bulunmaları gibi onların matematik dilini kullanma becerilerine katkıda bulunabilecek ortamların tasarlanması önerilmektedir (Aydın ve Yeşilyurt, 2007). Öğretmenlerin böyle bir ortamı tasarlarlarken öğrencilerin matematiksel kavramlar üzerine konuşmalarını sağlayacak ve matematik dili kullanımını teşvik edecek etkinliklerden yararlanmalarının önemli olduğu düşünülmektedir. Busbridge ve Özçelik'in (1997) belirttiği gibi öğrencilerin matematik dili kullanımına alışabilmeleri ve dil hatalarını en aza indirgeyebilmeleri için sınıf içi etkinliklere katılmaları gerekmektedir. Bu bağlamda, "öğretmenlerin sınıf içi kullanabileceği etkinlikler nelerdir?" sorusu akla gelebilir. Orton ve Frobisher (1996) ile Ellerton (1989) matematik dersinde dile ilişkin etkinlikleri sınıf içi diyaloglar, yazılı anlatım ve yazılı ödevler, sembolik anlatım ve matematiksel sözcük kullanımı olarak gruplandırmıştır (akt Dur, 2010). Ayrıca, söz konusu ortamları sağlayacak öğretmenlerin ve henüz meslek hayatına başlamamış olan öğretmen adaylarının, matematik dilini doğru kullanmanın ve öğrencilerini de bu yönde teşvik etmenin öneminden haberdar edilmelerinin gerekli olduğu düşünülmektedir.

Ülkemizde 2008 yılında yayınlanan "Matematik Öğretmeni Özel Alan Yeterlilikleri" ile iletişim becerilerini geliştirmeleri için matematik öğretmenlerinden, öğrencilerin matematiğe özgü sembolleri ve terimleri doğru kullanmalarını desteklemeleri beklenmektedir (MEB, 2008). Bu kullanımın nasıl gerçekleştirilebileceğine ilişkin olarak İngiltere'nin Ulusal Aritmetik Stratejisi'nde matematik dilinde yazılanları sözel olarak ifade etme, sözel ifade edilenleri matematik dilinde yazma, yeni öğrenilen kavramlara ilişkin matematik dilini kullanma ve ders kitaplarında bulunan matematiksel ifadeleri okuma gibi uygulamaların yapılabileceği ifade edilmektedir (DfEE,1999).

Matematik dili kullanımının, matematik öğretimi için gerekli olan öğretim bilgisinin bir bileşeni olarak alınabileceği farklı çalışmalarda (Ball, 2003; Ball ve Sleep, 2007; 2009; Ball, Thames ve Phelps, 2008; Sleep ve Ball, 2009) da belirtilmektedir. Matematik öğretmeni adaylarının alan ve alan öğretimi bilgilerinin değerlendirilmesini ve geliştirilmesini sağlayan bir model olan dörtlü bilgi modelinde de, öğretim sürecinde matematiksel ifadeleri doğru bir

şekilde yazmaya dikkat etmenin ve matematik dilini doğru kullanmanın gerekliliğine dikkat çekilmektedir (Rowland, Turner, Thwaites ve Huckstep, 2009). Modelde öğretmen adaylarının derslerinde ve planlamalarında matematiksel ifadeleri doğru bir şekilde yazmaları ve yazılanları sözel olarak ifade etmeleri gerektiği vurgulanmaktadır. Matematik öğretmeni adaylarının limit öğretim sürecinde matematik dilini nasıl kullandıklarına ilişkin bir çalışmaya rastlanmamıştır. Bu nedenle, matematik öğretmeni adaylarının derslerinde matematiksel ifadeleri yazma ve sözel olarak ifade etme durumlarının incelenmesinin alana katkı sağlayacağı düşünülmektedir. Bu doğrultuda çalışmanın amacı, ortaöğretim matematik öğretmeni adaylarının limit öğretimlerindeki matematik dili kullanımlarını incelemektir.

Yöntem

Araştırmada ortaöğretim matematik öğretmeni adaylarının limit öğretimlerindeki matematik dili kullanımları, ayrıntılı olarak gerçek sınıf ortamlarında incelenmek istendiğinden nitel araştırma yöntemlerinden biri olan durum çalışmasından yararlanılmıştır.

Katılımcılar

Araştırma bir devlet üniversitesindeki ortaöğretim matematik öğretmenliğinde öğrenim gören dört son sınıf matematik öğretmeni adayı ile gerçekleştirilmiştir. Çalışma öncesinde katılımcılara çalışma hakkında bilgi verilmiş ve gönüllü olan öğretmen adayları katılımcı olarak seçilmiştir. Katılımcıların gerçek isimleri gizli tutulmuş, bulgular sunulurken kendilerinin belirlemiş oldukları takma isimler (Deniz, Umay, Can, Alev) kullanılmıştır. Öğretmen adaylarının cinsiyet ve akademik ortalamalarına ilişkin bilgiler Tablo 1’de verilmiştir. Katılımcılar İzmir ilindeki bir Anadolu Lisesi’nin farklı 12. sınıflarında öğretimlerini gerçekleştirmişlerdir. Katılımcıların öğretimlerini yürüttükleri sınıflarında 13-15 öğrenci bulunmuştur. Öğrenciler limit kavramı ile ilk kez karşılaşmışlardır.

Tablo 1. Katılımcılara ilişkin Bilgiler

Öğretmen Adayı	Cinsiyet	Akademik Ortalama
Deniz	Kadın	3.71
Umay	Kadın	3.21
Can	Erkek	2.74
Alev	Kadın	2.69

Veri toplama araçları

Veriler; katılımcılar tarafından limit kavramına ilişkin hazırlanan dörder saatlik ders planlarından, söz konusu derslerin video kayıtlarından ve yarı yapılandırılmış görüşmelerin ses kayıtlarından derlenmiştir. Katılımcıların Ortaöğretim Matematik Dersi Öğretim Programı’nı temel alarak hazırladıkları ders planları ile limit kavramına özgü matematik dili kullanımlarına yer verilip verilmediği ve eğer yer verildi ise doğru bir şekilde ifade edilmediği belirlenmek istenmiştir. Katılımcıların ders işleyişleri araştırmacılar tarafından gözlemlenmiş ve matematik dili kullanımlarını daha sonra ayrıntılı olarak inceleyebilmek amacıyla tüm dersler video kamera ile kaydedilmiştir. Böylelikle veri kaybının önüne geçilmiş ve gerekli görüldükçe izlenerek verilere aşına olma şansı elde edilmiştir. Video çekimlerinden sonra katılımcıların tüm dersleri için tanımlayıcı özetler oluşturulmuştur. Katılımcılar ile yapılan yarı-yapılandırılmış görüşmeler bu tanımlayıcı özetler temel alınarak

gerçekleştirilmiş ve tüm görüşmeler esnasında ses kayıt cihazı kullanılmıştır. Söz konusu görüşmeler katılımcıların öğretimlerinden önce, derslerinden ve öğretimlerinden sonra olmak üzere farklı zaman dilimlerinde gerçekleştirilmiştir. Bu görüşmeler katılımcıların derslerindeki matematik dili kullanımlarına ilişkin bilgi edinmek ve söz konusu matematik dili kullanımını tercih etme nedenlerini belirlemek amacı ile yapılmıştır.

Verilerin analizi

Katılımcıların dersleri izlendikten sonra bire-bir yazıya aktarım için uygun olduğu düşünülen format belirlenmiştir. Bu format katılımcıların ve öğrencilerin ifadelerini, projeksiyon ile yansıtılan sunumlar ile tahtaya yazılanların ekran alıntısı aracı ile alınmış görüntülerini içerecek şekilde oluşturulmuştur. Tüm derslerin video kayıtlarının bire-bir yazıya aktarımı sonucunda 547 sayfalık doküman elde edilmiştir. Çalışmada derslerin transkriptinden elde edilen veriler analiz edilirken katılımcıların matematik dilini kullanma durumları tematik kodlama ile belirlenmiştir. Tematik kodlamada katılımcıların matematik dilini kullanma durumları; cebirsel ifadeyi sözel ifadeye çevirme, sözel ifadeyi cebirsel ifadeye çevirme, sadece cebirsel ifade kullanma ve sadece sözel ifade kullanma kategorileri ele alınmıştır. Elde edilen kategorilere derslerde rastlanma sıklığı içerik analizi kullanılarak belirlenmiş ve tablolara aktarılmıştır. Verileri öncelikle her bir araştırmacı ayrı ayrı analiz etmiş ardından karşılaştırma yapılarak farklı görüş olması durumunda ortak bir karara varılmıştır. Video kayıtlarının ve görüşmelerin transkriptlerinden kesitler alınarak bulgular desteklenmiştir.

Tablolarda her bir katılımcının ismi ÖA sütununda verilmiş olup derslerine ilişkin bulgular her bir ders için D1, D2, D3 ve D4 sütunlarında belirtilmiştir. Derslerde katılımcı ve öğrencilerin matematik dilini doğru ve yanlış (D/Y) kullanımları dikkate alınarak söz konusu kullanımların kaç kez tekrarlandığı ilgili sütunlara yansıtılmıştır. Örneğin, bir fonksiyonun bir noktadaki limiti cebirsel olarak ifade edilirken $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$ gösteriminin doğru bir şekilde yazılmasına dikkat edilmiştir. Söz konusu cebirsel ifade sözel olarak belirtilirken "limit x a 'ya giderken $f(x)$ " şeklinde açık olarak ifade edilmesi durumuna bakılmıştır.

Bulgular

Katılımcıların matematik dili kullanımlarının limit öğretimlerine yansımaları; cebirsel ifadeyi sözel ifadeye çevirme, sözel ifadeyi cebirsel ifadeye çevirme, sadece cebirsel ifade kullanma ve sadece sözel ifade kullanma olmak üzere dört kategori altında ele alınmıştır. Katılımcılar ders planlarında ağırlıklı olarak sadece cebirsel ifadeleri kullanmışlardır. Can hiçbir sözel ifade kullanmazken, Deniz ve Alev birer kez cebirsel ifadeyi sözel ifadeye, Umay bir ve Alev iki kez olmak üzere sözel ifadeyi cebirsel ifadeye çevirmeyi kullanmışlardır. Bunların haricinde ders planlarında sözel ifadeler yer vermemişlerdir. Sözel ifadeleri kullanan katılımcılar, bir fonksiyonun limitinin ve genişletilmiş reel sayıların nasıl ifade edileceğini belirtirken söz konusu ifadelerden yararlanmışlardır. Katılımcıların ders planları incelendiğinde, sözel ve cebirsel ifadeleri belirtirken matematik dilini doğru kullandıkları görülmüştür. Katılımcıların cebirsel ifadeyi sözel ifadeye çevirme bağlamında derslerin frekans analizine ilişkin bulgular Tablo 2'de verilmiştir.

Tablo 2. Cebirsel İfadeyi Sözel İfadeye Çevirme Bağlamında Derslerin Analizi: Katılımcı ve derse ilişkin frekanslar

	ÖA	D/Y	D1	D2	D3	D4
Deniz'in öğretimi	Deniz	D	13	17	9	26
		Y	10	9	7	3
	Öğrencileri	D	6	2	2	7
		Y	28	20	6	1
Umay'ın öğretimi	Umay	D	17	22	3	21
		Y	5	2	1	6
	Öğrencileri	D	1	3	1	2
		Y	-	-	3	7
Can'ın öğretimi	Can	D	6	18	22	13
		Y	2	-	5	-
	Öğrencileri	D	-	4	2	2
		Y	-	2	2	-
Alev'in öğretimi	Alev	D	3	4	3	2
		Y	11	15	11	2
	Öğrencileri	D	1	3	4	-
		Y	7	6	4	-

Katılımcıların cebirsel ifadeleri sözel ifadelere çevirmede sıkıntı yaşadıkları ve yaşadıkları bu sıkıntıların öğrencilerine de yansıdığı görülmüştür. Deniz, özellikle ilk iki dersinde öğrencilerini gruplara ayırarak çalıştırmış ve ardından da tartışma ortamı yaratarak onların düşüncelerini ifade etmelerini sağlamıştır. Deniz'in öğrencileri bu nedenle kendilerini daha fazla ifade etme olanağı bulmuşlar ancak cebirsel ifadeyi sözel ifadeye çevirirken hata yapmışlardır. Bu süreçte Deniz öğrencilerinin sadece iki ifade hatasını düzeltmiş ve diğer yanlış ifadeleri düzeltmediği için öğrenciler matematik dilini yanlış kullanmaya devam etmişlerdir. Örneğin; öğrencileri limiti olmayan bir fonksiyon örneği için "limit değil" ifadesini kullanmış; Deniz de bu ifadeyi düzeltmek yerine kendisi de "ama limit değil" diyerek aynı yanlış ifadeyi kullanarak dersine devam etmiştir. Benzer şekilde, bir öğrenci 2'ye soldan ve sağdan yaklaşım yerine "2'nin eksi ya da artısı" ifadesini ya da "kısmen limit" ifadesini kullandığında Deniz de öğrencinin yanlışını düzeltmek yerine aynı ifadeleri kullanmıştır.

- Öğrenci: Sadece 1 ve 2 hani. 1'in soldan 2'nin soldan değeri için tanımı var. 2'de ise 2'nin sağdan değeri için tanımı var. Ama hem soldan hem sağdan olmadığı için, hani ikisi aynı anda olmadığı için kısmen limit. (*Gülüşmeler*) 2'nin solundan limit...
- Deniz: Kısmen limit.
- Öğrenci: 2'nin solundan limit, 2'nin solundan limit. Bir de 2'nin sağından limit. Ama biz grupta ayrılıyoruz. Kimimiz sağından dedik. Kimimiz solundan dedik. Ama limit değil.
- Deniz: Ama limit değil?
- Öğrenci: Sadece öyle bir tanım. 3, 4, 5. Sadece uyuyor. Sadece oradaki tanıma uyuyor. 2'nin eksi ya da artı olsaydı 1 ya da 2 olacaktı.
- Deniz: Hım mesela burası eksi olsaydı diyorsun ($\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = 1$ olarak yazdığı eşitliği $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = 1$ eşitliğine dönüştürüyor.)

Öğrencilerin cebirsel ifadeleri sözel olarak ifade ederken hatalar yapmaları ve katılımcı tarafından aynı hatalı ifadenin tekrarlanmasına dair sıkıntının bir örneği de Umay'ın dördüncü dersinde görülmüştür.

- Umay: Ve buraya geldik. Şimdi x 'lerim sonsuz artarken, $f(x)$ 'im de sonsuz artıyor. x 'lerim sonsuz artarken, $g(x)$ 'im de sonsuz artıyor.

- Slayt: $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} (x^2) = \infty$ ve $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} (2x^2) = 2 \cdot \lim_{x \rightarrow -\infty} x^2 = 2 \cdot \infty = \infty$
- Umay: Bu ne demek? x 'lerim sonsuz azalıyor demek. Ters tarafa doğru.
- Öğrenci: Hı hı evet. Eksi yönde artıyor yani.
- Umay: Evet, eksi yönde artıyor diyebiliriz. $f(x)$ 'im ne oluyordu? Sürekli artıyordu. Grafiği hatırlıyoruz değil mi? Kolları yukarı doğru. Yine $g(x)$ 'im $2x$ kareydi, x 'lerim eksi sonsuza doğru giderken $g(x)$ 'im de sonsuza gidiyordu. Sonsuz kavramını yeterince konuştuk.
- Umay: Şimdi diğer taraftan 0 'a yaklaşalım. ^{ooo} Ki bunu grafik üzerinde görmüştük. Şimdi tablo üzerinde bir daha görüyoruz. 0 'a giderek yaklaşıyorum. Değerlerimiz negatif yönde giderek artıyor. O zaman x 'lerim 0 'a soldan yaklaşırken $f(x)$ 'im de eksi sonsuza yaklaşır.

Umay dördüncü dersi sonrasında kendisi ile yapılan görüşmede dersinde ifade ettiği eksi yönde artmanın ne anlama geldiğine ilişkin soruya aşağıdaki gibi yanıt vermiştir.

Sanırım burada kullanma amacım benim öğrencilerden gelen ∞ öğrencilerin söyledikleri şeye göre oldu biraz da. Hani böyle bir ifade aslında kullanmamıştım ama öğrencilerden hani bir tanesi “eksi yönde artıyor yani” deyince ben evet eksi yönde artıyor dedim. Onu da şöyle düşündüm. ∞ eksi sonsuza doğru yaklaşıyor. Hani ∞ işaretinden bağımsız olarak artıyor. Eksi sonsuza doğru giderek yaklaşıyor. Sanırım öğrenci o şekilde anlamıştı ve ben de hani onun anladığı şekilde ifade etmeye çalışırken böyle bir ben de bir kavram kargaşasına düştüm. (Umay, Dördüncü Ders Sonu Görüşme)

Bazen öğrenciler matematiksel ifadeleri sözel olarak doğru kullanmış olsalar da katılımcılar Deniz'in dördüncü dersinde olduğu gibi matematiksel ifadeleri sözel olarak ifade etmede yanlışlıklar yapmışlardır.

- Öğrenci: Yani x sıfıra soldan yaklaştığında.
- Deniz: Gittikçe azalan değerler verdiğimizizde.

Alev cebirsel ifadeyi sözel olarak ifade etmede, doğru kullanımı çok az olan, aynı zamanda doğru ifadesinden çok daha fazla yanlış ifadesi olan ve katılımcılar arasında bu anlamda en fazla sıkıntı yaşayan öğretmen adayı olmuştur. Örneğin, Alev ikinci dersinde olduğu gibi, soldan-sağdan yaklaşım olarak ifade etmesi gereken matematiksel ifadeleri genel olarak “negatiften-pozitiften” ya da “eksiden-artıdan” yaklaşma olarak ifade etmiştir.

İlk derste özellikle sağdan, soldan yaklaşıyorum dediğimde ki sağ-sol çok barizdi. Dediğim zaman öğrenciler şöyle tuhaf baktılar bana. Bakın sağdan, bakın eksi taraftan falan filan diye açıklamalar yaptıktan sonra anlaşıldığını gördüm. (Alev, İkinci Ders Sonu Görüşme)

Alev genellikle cebirsel ifadeyi sözel olarak ifade etmek yerine “bu ifade”, “görüldüğü gibi”, “siz okuyun arkadaşlar” vb. şekilde ifadeler kullanmış ve sözel ifadeye dönüştürmemiştir.

- Alev: Şimdi limitin özelliklerini görmüştük değil mi? (*Anlaşılmıyor*) ne yapıyorsun? Şöyle yapmak lazım. 3 üzeri limit x giderken 2'ye negatiften, ne olacak 4 bölü $x - 2$. Şimdi şurasını sezgisel olarak arkadaşlar şöyle bir şeyler olduğunu söyleyebiliyoruz diyelim ki. Tamam. Burasının sonucu eğer şöyle bir şeyse, bu ne olacak? Şunu eksi sonsuz yapmayacak mı, şu ifadeyi. Evet. Şu olmasaydı sonsuz yapacaktı. Bu eksi olduğu için, eksi sonsuz. Tamam. Yani ne olacak? Buradan sonuç 3 üzeri eksi sonsuz. Bu da neye eşit, 0 'a.

Can da birinci dersinden alınan kesitte olduğu gibi, derslerinde, Alev'de görülen cebirsel ifadeyi sözel ifadeye çevirmek yerine “bu taraftan”, “buradan yaklaşalım” gibi ifadeleri nadir olsa da kullanmıştır.

- Can: O halde biz ne diyoruz arkadaşlar? Eğer ben x ekseninde, bu taraftan ve bu taraftan 2'ye yaklaştığımda, bunun karşılığında, buna karşılık gelen y değerleri 1 noktasına yaklaşıyorsa limit x 2'ye giderken $f(x)$ eşittir 1'dir diyoruz.
- Can: 4'tür. Nasıl anlayacağız arkadaşlar? Şimdi ^{ooo} ne dedik? Her zaman çok yaklaşıyoruz dedik, değil mi? Hadi biz 2'ye buradan yaklaşalım. Buna karşılık gelen y değerleri

Öğrenci: gitgide kaçaya yaklaşır?
 Can: 4.
 Can: 4'e yaklaşır değil mi?
 Öğrenci: Evet.
 Can: Peki, bir de bu taraftan yaklaşalım. Buna karşılık gelen y değerleri yine kaçaya yaklaşıyor? 4'e mi yaklaşılıyor?

Can aynı zamanda tüm katılımcılar arasında cebirsel ifadeleri sözel olarak ifade etmede en titiz davranan katılımcı olmuş ve öğrencilerini matematik dilini kullanırken dikkatli olmaya üçüncü dersinden alınan kesitte olduğu gibi yönlendirmiştir.

Can: Bir de 3'e artıdan-eksiden yaklaşmıyor. Sağdan ve soldan yaklaşılıyor. Anlaştık. Var mı arkadaşlar problem? Yok mu? (*Notlarına baktıktan sonra*) Peki devam edelim. $f(x)$ eşittir mutlak değer $x - 2$ olsun.

Katılımcıların sözel ifadeyi cebirsel ifadeye çevirme bağlamında derslerin frekans analizine ilişkin bulgular Tablo 3'de verilmiştir.

Tablo 3. Sözel İfadeyi Cebirsel İfadeye Çevirme Bağlamında Derslerin Analizi: katılımcı ve derse ilişkin frekanslar

	ÖA	D/Y	D1	D2	D3	D4
Deniz'in öğretimi	Deniz	D	-	1	1	2
	Öğrencileri	Y	-	-	-	-
		D	-	-	-	-
Umay'ın öğretimi	Umay	D	-	-	-	-
	Öğrencileri	Y	-	-	-	-
		D	-	-	-	-
Can'ın öğretimi	Can	D	16	3	3	11
	Öğrencileri	Y	4	-	1	-
		D	-	-	-	-
Alev'in öğretimi	Alev	D	-	-	-	4
	Öğrencileri	Y	-	-	2	-
		D	-	1	-	-
		Y	-	-	-	-

Can haricindeki katılımcılar neredeyse sözel ifadeleri cebirsel ifadeye çevirmeye başvurmamışlardır. Can ise matematik dilini sözel olarak ifade edip ardından da söz konusu ifadeyi cebirsel ifadeye çevirerek kullanmayı en çok tercih eden katılımcı olmuştur. Örneğin; Can birinci dersinde "limit $x \rightarrow 2$ 'ye giderken $f(x)$ eşittir 1" şeklinde kullandığı sözel ifadeyi ardından tahtaya cebirsel olarak yazarak da öğrencilerine göstermiştir.

Can: O halde biz ne diyoruz arkadaşlar? Eğer ben x ekseninde, 2'ye yaklaştığımda, bunun karşılığında, y değerleri 1 noktasına yaklaşıyorsa limit $x \rightarrow 2$ 'ye giderken $f(x)$ eşittir 1'dir diyoruz.

Can aşağıda bir kesiti verilen birinci dersinde, öğrencilerinin sağdan ve soldan yaklaşımı kavramaları için, sayı doğrusu üzerindeki bir sayıya yaklaşım yönüne göre bu yaklaşımın sağdan ya da soldan yaklaşım olarak adlandırıldığını anlatmış, ardından sözel ifadelerini cebirsel ifadelerle çevirmiştir. Can'ın bu yaklaşımının öğrencilerinin matematik

dilini doğru ifade edebilmelerinde etkili olduğu düşünülmektedir. Alev de yukarıda bahsi geçen “negatiften yaklaşıyoruz” ifadesini kullanmak yerine Can’ın açıklamasına benzer bir açıklama ile doğru sözel ifadeyi kullanmış olsaydı, öğrencilerinde söz konusu yanlış kullanımın yansımaları olmayabilirdi.

Can: Eğer aynı sayıya yaklaşmıyorlarsa bu fonksiyonun limiti yok diyeceğim. Şimdi bu taraf, bu taraf deyimi matematikte çok da uygun değil, değil mi? Ben buradan gelirken 2’nin sağında mı solunda mı çalışıyorum? Size göre. Şöyle baktığımızda. 2’nin sol tarafındayız değil mi? O halde 2’den küçük değerlerden 2’ye doğru gidiyorsak, ben limit x 2’ye soldan giderken $f(x)$ dicem. Kaça yaklaşıyormuşum? 1’e yaklaşıyormuşum.

Tahta: $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = 1$

Can: Aynı şekilde ben 2’nin size göre sağından mı yaklaşıyorum? Yani 2’den büyük değerlerden yaklaşıyorum. Eğer bu 2’den büyük değerlerden 2 noktasına doğru yaklaşıyorsam, limit x 2’ye sağdan yaklaşırken $f(x)$ diyem. Bu kaça gidiyormuş?

Tahta: $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = 3$

Öğrencilerin sözel ifadeyi cebirsel ifadeye çevirme durumuna ise sadece bir kez Alev’in ikinci dersinde rastlanmıştır.

T. Öğrenci: İ11 tekrar limit $x - 1$ ’e sağdan yaklaşırken baktığımızda...

Tahta: $\lim_{x \rightarrow -1^-} (-x^2 + 9) = 8$
 $\lim_{x \rightarrow -1^+}$

Katılımcıların sadece cebirsel ifade kullanma bağlamında derslerinin frekans analizine ilişkin bulgular Tablo 4’de verilmiştir.

Tablo 4. Sadece Cebirsel İfade Kullanma Bağlamında Derslerin Analizi: katılımcı ve derse ilişkin frekanslar

	ÖA	D/Y	D1	D2	D3	D4
Deniz’in öğretimi	Deniz	D	-	5	2	-
		Y	-	-	-	-
	Öğrencileri	D	-	-	2	1
		Y	-	-	2	-
Umay’ın öğretimi	Umay	D	-	2	3	3
		Y	-	2	-	-
	Öğrencileri	D	-	-	-	-
		Y	-	-	1	-
Can’ın öğretimi	Can	D	1	-	1	-
		Y	-	-	-	-
	Öğrencileri	D	-	-	-	-
		Y	-	4	2	-
Alev’in öğretimi	Alev	D	-	1	5	-
		Y	1	1	1	1
	Öğrencileri	D	-	9	-	3
		Y	-	9	9	1

Katılımcıların derslerinde sadece cebirsel ifade kullanımına çok fazla rastlanmamıştır. Katılımcıların cebirsel ifadeleri kullandıktan sonra onları sözel ifadelere çevirmelerinin öğrencilerinin matematik dilini öğrenmelerine katkı sağlayacağı düşünülmektedir. Bununla birlikte, öğrencilerin soru çözümü için tahtaya kalktıklarında cebirsel ifadeleri doğru bir

şekilde yazmalarını sağlamak da matematik dili gelişimi açısından önemli görülmektedir. Can bu konuda hassas davranmış, cebirsel ifade ister sadece cebirsel olarak kullanılsın, isterse öncesinde ya da sonrasında sözel olarak ifade edilsin, ifadelerin doğru yazımına özen göstermiştir. Örneğin, Can'ın üçüncü dersinde öğrencisi cebirsel ifadeyi yazarken bazı hatalar yapmış, Can söz konusu hataya dikkat çekerek öğrencilerinin bu hatanın farkına varmalarını sağlamıştır.

Tahta:
$$\left. \begin{array}{l} \lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) \rightarrow \lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{|x-3|}{x-3} = 1 \\ \lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) \rightarrow \lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{3-x}{x-3} = -1 \end{array} \right\} \text{limit yok}$$

Can: Teşekkür ederiz. Yalnız bak öyle ufak ufak çok değişik hatalar yapıyorsunuz. Mesela burası buna nedir?

Öğrenci: Eşit.

Can: Eşittir değil mi, yaklaşmaz.

Tahta:
$$\left. \begin{array}{l} \lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{|x-3|}{x-3} = 1 \\ \lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{3-x}{x-3} = -1 \end{array} \right\} \text{limit yok}$$

Can'ın ikinci dersinde de öğrencilerinin cebirsel ifadeleri yanlış yazdıkları durumlar ortaya çıkmıştır. Can öğrencilerini soruyu çözerken dikkatle izlediği için, matematiksel ifadeleri yanlış yazdıklarında hemen gerekli müdahalede bulunmuş ve öğrencilerini yapılabilecek olası yazım hataları konusunda uyarmıştır.

Tahta:
$$\begin{aligned} &= \lim(5^{8-6}) \\ &= \lim 5^2 \end{aligned}$$

Can: Tamam. Kaça eşit o da?

T. Öğrenci: 25.

Tahta: = 25

Can: 25 eşit.

T. Öğrenci: Evet.

Can: Herhangi bir sınavda olsaydınız sen 25'i işaretleyseydin bu soru doğru kabul edilirdi. Ama sen bu haliyle yazılı kağıdına yazarsan emin ol hoca sıfır puan verecek. (Gülüşmeler) Bir kere x nereye gidiyor?

Can: Bu ne demek? Arada eşittir mi var? Çarpı mı var, bölü mü var?

Tahta:
$$\lim_{x \rightarrow -2} \log_3(x^2 - 4x - 3) =$$

Can: Hıh. Bir de şunun tamamını parantez içine alırsan hani neyin limitini aldığımızı biliriz.

Tahta:
$$\lim_{x \rightarrow -2} [\log_3(x^2 - 4x - 3)] =$$

Can: Tamam. Şimdi daha iyi oldu değil mi? Daha doğru oldu.

Sadece cebirsel ifade kullanımında bazen katılımcılar da yanlışlıklar yapmışlardır. Örneğin; Umay'ın ikinci dersinde ortaya çıkan matematiksel ifadelerin yanlış yazılmasına ilişkin iki örnek aşağıdaki kesitte verilmiştir. Umay söz konusu yanlış yazımlarının farkına varmamış ve dolayısı ile düzeltme yoluna gidememiştir.

Tahta:
$$\lim_{x \rightarrow 2} = 3$$

Tahta:
$$\lim_{x \rightarrow 1} 3f.k - 2.gh = ?$$

Alev, derslerinde cebirsel ifadelerin doğru yazımı konusunda en çok sıkıntı yaşayan katılımcı olmuştur. Benzer sıkıntıların Alev'in öğrencileri tarafından da yaşandığı görülmüştür. Alev özellikle ikinci dersinde öğrencilerinin tahtaya yazdıkları cebirsel ifadelerin doğru ya da yanlış olması ile genel olarak ilgilenmemiştir. Alev, soru çözümü için tahtaya kaldırdığı öğrencilerin çözüm basamaklarını adım adım takip etmemiş, onun yerine öğrenciler çözümlerini bitirdikten sonra tahtada yazılanlara bakmayı tercih etmiştir. Alev'in

bu yaklaşımı, bazen yanlış yazılan cebirsel ifadeleri fark etmemesine, bazen de diğer öğrenciler kendisini uyardıklarında yanlışlığın farkına varmasına neden olmuştur. Örneğin, ikinci dersinde Alev soru çözümü için bir öğrencisini tahtaya kaldırmış ve çözümde onu takip etmeyerek öğrencisi yerine oturduktan sonra çözümün kısa bir açıklamasını yapmıştır. Öğrencisinin yanlış yazdığı cebirsel ifade tahtada kalmış ve bir sonraki soru için tahtaya kalkan öğrencinin söz konusu yanlış yazımı tekrarlamasına neden olmuştur. Alev'in hazırladığı ders planını ilk dersinde bitirmiş olması ve ikinci dersini yürütebilmek için materyali kalmadığından sürekli yanındaki kaynak kitaplardan soru bulmaya çalışması onu dikkatsiz davranmaya ve tahtaya kalkan öğrencisini takip etmemeye yöneltmiştir.

- Alev: (Öğrenci tahtada çözümü yaparken konuşmuyor. Alev de konuşmuyor, diğer öğrenciler aralarında konuşuyorlar. Bitirince yerine geçiyor.) Nasıl gösteriyorduk arkadaşlar bunu? Limit (yazıyor tahtaya) gösterimlerini de bilin. x giderken 2'ye $f(x)$ eşit değildir, limit x giderken 2'ye sağdan $f(x)$ olduğu için (Öğrenci yerine oturduktan sonra sağ-sol limitin birbirine eşit olmadığını alta ekledi. Öğrenci limit yazısının altına \rightarrow yerine, = koymuştu. ^{ooo} Ona dikkat etmedi.). Tamam.
- T. Öğrenci: Ha tamam o zaman. Limit -3 (diyor ve bu şekilde yazıyor). Böyle miydi?
- Alev: Öyle göstermiyoruz ama değil mi. x , -3 'e yaklaşıyor diye. x giderken.
- T. Öğrenci: Yanlış yapmışım. (bir önceki arkadaşının çözümüne bakarak ki orada da yanlış yazılmıştı, ifadesinde -3 'ün başına $x =$ 'i ekliyor)
- Alev: Hayır.
- T. Öğrenci: Öyle değil mi? (Bir önceki arkadaşının yazdıklarını göstererek.)
- Alev: Ok, ok. Ok işareti yapacağız. (Alev bu arada önceki öğrencinin yazdığı eşittir işaretlerini, ok haline çeviriyor.)
- T. Öğrenci: O da yanlış o zaman.
- Alev: Evet bunlar. Düzeltiyoruz arkadaşlar (Bir önceki öğrencinin yazdıklarını düzeltiyor).

Benzer şekilde Alev'in ikinci dersinde, tahtada soru çözümü yapan bir diğer öğrencisi cebirsel ifadelerin yazımında yanlışlar yapmış ve çözüm süreci Alev tarafından izlenmediğinden dolayı hatalar fark edilip düzeltilmemiştir.

- Alev: Arkadaşlar, 3'e sen gel. (Sınıfta gülüşmeler oluyor.)
- Tahta: $\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = (-x^2 + 9)$
- Alev: (T. Öğrenci yanlış bir eşitlik yazdığı halde Alev müdahale etmez.)
- Tahta: $\lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) = (-x^2 + 9)$
 $= 0$
 $\lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) = (x^2 - 9)$
 $= 0$
- Alev: (Burada da Alev'in herhangi bir müdahalesi söz konusu olmaz ve öğrenci yerine oturur.) Teşekkürler.

Alev ile yapılan görüşmede kendisine yukarıdaki kesitte görülen öğrencinin tahtaya yazdığı cebirsel ifadelerin doğruluğu sorulduğunda, kendisi ilk önce aşağıda görüldüğü gibi bu yazımın doğru olduğunu ifade etmiştir. Alev, araştırmacının öğrenci yanlışlığının nerede olduğuna ilişkin açıklaması sonucunda matematiksel ifadenin yanlış yazıldığını kabul etmiş ve bu süreçteki konuşmalar aşağıdaki gibi gerçekleşmiştir.

- Araştırmacı: Sence bu gösterim doğru mu?
- Alev: Immmm, gösterim tarzı; doğru.
- Araştırmacı: Şuraya limit ifadesi gelmesi gerekmiyor muydu?
- Alev: Aaa evet tabi ki.
- (Alev-İkinci Ders Sonu Görüşme)

Katılımcıların sadece sözel ifade kullanma bağlamında derslerinin frekans analizine ilişkin bulgular Tablo 5'de verilmiştir.

Tablo 5. Sadece Sözel İfade Kullanma Bağlamında Derslerin Analizi: katılımcı ve derse ilişkin frekanslar

	ÖA	D/Y	D1	D2	D3	D4
Deniz'in öğretimi	Deniz	D	-	-	-	-
		Y	-	-	-	-
	Öğrencileri	D	-	-	-	-
		Y	-	-	-	-
Umay'ın öğretimi	Umay	D	1	-	-	-
		Y	-	-	-	-
	Öğrencileri	D	-	-	1	-
		Y	-	-	-	-
Can'ın öğretimi	Can	D	2	1	3	-
		Y	-	-	-	1
	Öğrencileri	D	-	-	-	-
		Y	-	-	-	1
Alev'in öğretimi	Alev	D	-	-	-	-
		Y	-	-	-	-
	Öğrencileri	D	-	-	-	-
		Y	-	-	-	-

Katılımcıların genel olarak sadece sözel ifade kullanarak limit kavramını ifade etmeyi tercih etmedikleri görülmüştür. Umay'ın birinci dersinde sadece sözel ifade kullanmasına ilişkin bir kesit aşağıda verilmiştir.

Umay: Evet, sağdan ve soldan yaklaşıyorum. Limit x a'ya yaklaşırken $f(a)$ değerlerimde L 'ye yaklaşıyorsa, limitim L 'dir derim.

Umay limit kavramını günlük yaşamla ilişkilendirirken öğrencilerine uçurumla ilgili bir animasyon izlettirmiş ve onlardan uçurumun kenarına ne kadar yaklaşabileceklerini tartışmalarını istemiştir. Ayrıca limite giriş amacıyla öğrencilerine kredi kartı limiti, hız limiti ve alkol limiti gibi örnekler vermiştir. Devamında öğrencilerine sorduğu “acaba limit günlük yaşamda nerelerde kullanılıyor?” sorusuna öğrencilerinin verdiği tüm örneklerde, limiti “bilgisayarlar hafızalarının belli kapasitesi var ve onu geçemez”; “Fabrikalar. Günlük üretilenlerin limitini belirliyor. Mesela bir günde sınırlı mal üretilir.”; “Sınavda başarılı olmak için 50'yi geçmek gerekiyor” ifadelerinde olduğu gibi aşılmaması gereken bir sınır ya da en üst değer olarak ele aldıkları görülmüştür. Benzer kullanımlar Alev'in derslerinde de görülmüştür. Alev ve Umay'ın derslerinde kullandıkları bu sözel ifadeler öğrencilerinde kavram yanlışlığı oluşmasına neden olmuştur. Söz konusu yanlışlığın giderilmesinde; limitin günlük dildeki kullanımı ile matematikteki anlamı arasındaki farka değinme veya limitin aşılmaması gereken bir sınır olarak görülmesini engelleyecek örnekleri de verme uygun olacaktır.

Limit kavramına ilişkin bir diğer kavram yanlışlığı oluşturabilecek dil kullanımı da Can'ın dersinde görülmüştür. Can'ın limiti bir süreç olarak görmeye neden olacak sözel ifade kullanımı, öğrencisinin de yanlış ifadeyi tekrarlamasına neden olmuştur. Literatürde belirtilen “limit bir süreç mi belirtir” yoksa “limit bir sayı mı belirtir” şeklindeki öğrencilerin düştüğü yanlışlığın (Güçler, 2013) benzeri Can'ın dördüncü dersindeki sözel ifade kullanımında ortaya çıkmıştır. Can $f: \mathbb{R} - \{0\} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = 1/x$ fonksiyonunun grafiğini tahtaya çizmiş ve ardından öğrencilerine x 0'a yaklaşırken, limit neye yaklaşır? diye sormuştur. Bu ifadesine öğrencileri limit sonsuza yaklaşıyor yanıtını verirken Can tekrar bu söylemini limit artı sonsuza yaklaşıyor ifadesiyle yenilemiştir.

Sonuç, Tartışma ve Öneriler

Dört matematik öğretmeni adayının matematik dili kullanımlarının limit öğretimlerine yansımalarının incelendiği bu çalışmada, matematik dili kullanımlarının; cebirsel ifadeyi sözel ifadeye çevirme, sözel ifadeyi cebirsel ifadeye çevirme, sadece cebirsel ifade kullanma ve sadece sözel ifade kullanma olmak üzere dört kategori altında şekillendiği görülmüştür. Katılımcılar en fazla cebirsel ifadeyi sözel ifadeye çevirme, ondan sonra da sözel ifadeyi cebirsel ifadeye çevirme yaklaşımını sergilemişlerdir. Katılımcılar sadece cebirsel ya da sadece sözel ifadelerin kullanımını çok fazla tercih etmemişlerdir. Katılımcılar söz konusu matematik dili kullanımlarında bazı sıkıntılar yaşamış olsalar da, onların cebirsel ve sözel ifadeleri birbirlerine çevirmeye yönelik yaklaşımlarının önemli olduğu düşünülmektedir. Katılımcıların matematik dilini farklı kategorilerde doğru kullanmaları sayesinde öğrenciler de söz konusu ifadeleri öğrenme ve birbirine dönüştürme şansı yakalamışlardır. Ayrıca öğrencilerin matematik dilini cebirsel olarak doğru bir şekilde yazıp sözel olarak doğru bir şekilde ifade etmeleri sağlanarak matematiksel iletişim becerilerinin gelişmesine de olanak verilmiştir (Brown, 1997; NCTM, 2000).

Katılımcıların en çok tercih ettikleri matematik dili kullanımı olan cebirsel ifadeyi sözel ifadeye çevirmede zaman zaman sıkıntı yaşadıkları ve yaşadıkları bu sıkıntıların öğrencilerine de yansıdığı görülmüştür. Bir katılımcının özellikle ilk iki dersinde, öğrencilerinin cebirsel ifadeyi sözel ifadeye çevirmede çok fazla sıkıntı yaşadığı görülmüştür. Bu sıkıntı, söz konusu derslerde katılımcının limit kavramını tartışma ortamı yaratarak öğrencilerine kavratmak istemesi ancak bu aşamada öğrencilerin limite ilişkin terminolojiyi öğrenmemiş olmaları matematik dilini yanlış kullanmaları ile sonuçlanmıştır. Şüphesiz matematik derslerinde tartışma ortamlarının yaratılmasının ve öğrencilerin kavramlar hakkında tartışmalarının kavramsal öğrenme açısından önemli olduğu ve yapılması gerektiği düşünülmektedir. Bu gibi durumlar için öğrencilerin bu süreçte yanlışlar yapabileceğinin farkında olunması ve söz konusu yanlışların ilerleyen aşamalarda düzeltilip doğru şekilde ifade edilmesine dikkat edilmesi önerilmektedir. Öğrenciler, onlar için yeni bir kavram olan limitin daha önceden cebirsel ve sözel ifadelerini bilmedikleri için limite ilişkin matematik dili bilgisi kendilerine verinceye kadar nasıl ifadeler kullanacaklarına karar verememişlerdir. Bu nedenle öğrenciler limit kavramı ile tanışılırken kullanılan dilin titizlikle seçilmesinin önemli olduğu düşünülmektedir. Bununla birlikte iki katılımcı, limite günlük konuşma dilinde yüklenen anlam ile matematikte limitin anlamının farklılaştığını (Jaffar ve Dindyal, 2011) göz önünde bulundurmadıkları için öğrencilerinde kavram yanlışlığı oluşumuna neden olmuşlardır. Literatürde limit kavramında hakkında edindikleri ön kavrayışları içeren kavram yanlışlığı biçiminde ifade edilen kavram yanlışlığının (Cornu, 1991; Szydlik, 2000; Williams, 1989) öğrenciler tarafından da limitin, en üst değer ve aşılması gereken bir sınır olarak algılanması ile bu çalışmada da katılımcıların matematik dilini yanlış kullanmaları nedeniyle ortaya çıktığı görülmüştür. Cornu (1991), Monaghan (1991) ve Frid (1994) de limit öğretiminde öğretmenlerin kullandıkları matematik dilinin, öğrencilerde kavram yanlışlığı oluşmasına neden olabileceğini ifade etmektedirler. Bu doğrultuda öğrencilerde limit kavramına ilişkin yanlışların oluşmaması için günlük yaşam örnekleri seçilirken ve sınıf ortamında sunulurken kullanılan matematik dilinin söz konusu kavram yanlışlığına neden olmayacak şekilde verilmesi önerilmektedir.

Zazkis (2000) matematiksel kavramların informal olarak ifade edildiğinde matematik diline ilişkin doğru ve yeterli bir anlayışın gelişemediğini belirtmektedir. Grottko ve arkadaşları (2005) ise yeni kavramların tanımlar yardımıyla tanıtılmasını matematik dilinin

temel yapıtaşlarından biri olarak ifade etmektedirler. Bu açıdan bakıldığında, yeni kavramlar tanıtılırken formal tanımların verilmesi ile öğrencilerin doğru bir matematik diline sahip olabilecekleri düşünülmektedir. Tanım verilirken cebirsel ifadesinin verilmesinin yanında, sözel ifadeye nasıl dönüştürüleceğine ilişkin de bilginin verilmesinin önemli olduğu düşünülmektedir. Böylelikle öğrenciler yeni öğrendikleri kavramların hem cebirsel hem de sözel olarak ifade edilmesinde doğru bir matematik dili kullanımına sahip olabileceklerdir. Benzer şekilde Rubenstein (2008) da yeni bir kavramın öğretiminde; kavramın cebirsel ifadesi yazılırken ve kullanılırken dikkatli olunması ve öğrencilerin kavramı cebirsel olarak yazmalarına ve sözel olarak ifade etmelerine şans verilmesi gerektiğini vurgulamaktadır.

Katılımcılar bazen öğrencilerinin cebirsel ifadeyi sözel ifadeye çevirirken kullandıkları yanlış dili tekrarlamışlar, bazen de öğrencileri doğru ifade etmiş olsalar bile kendileri yanlış ifadeler kullanmışlardır. Katılımcıların matematik dilini yanlış kullanmalarının, öğrencilerin matematik dilini doğru kullanmalarını olumsuz yönde etkilediği ve belki de katılımcıların bu yanlış kullanımlardan ötürü öğrencilerinde de yanlış kullanımların belirdiği düşünülmektedir. Örneğin, kimi katılımcılar, limiti aranan noktaya “soldan-sağdan yaklaşım” olarak ifade etmesi gereken matematiksel ifadeleri “negatiften-pozitiften” ya da “eksiden-artıdan” olarak ifade etmiş ve dersin ilerleyen zamanlarında öğrencilerinde de benzer yanlış kullanımlar ortaya çıkmıştır. Katılımcıların bu ifadelerinin öğrencilerde reel sayıların negatiflik-pozitiflik durumlarına ilişkin hatalara yol açabileceği düşünülmektedir. Öğrencilerin doğru bir matematik dili kullanımına sahip olabilmeleri için, öğretmen adaylarının cebirsel ifadeyi sözel ifadeye doğru bir şekilde çevirmenin önemini farkına varmalarının sağlanması gerekmektedir. Aksi halde matematik dili kullanımındaki yetersizliklerin, öğrencilerin öğrenme güçlükleri yaşamasına neden olabileceği belirtilmektedir (Moore, 1994). Benzer şekilde söz konusu yanlış ya da eksik kullanımlar öğrencilerin “limit bir süreçtir” mi yoksa “limit bir sayıdır” mı olduğu yönünde bir kavram yanlışlığına düşmelerine sebep olabilecektir. Özellikle bir katılımcı, cebirsel ifadeyi sözel ifadeye çevirmek yerine “bu ifade”, “görüldüğü gibi”, “siz okuyun arkadaşlar” gibi ifadeleri sıkça kullanmıştır. Kimi katılımcıların zaman zaman cebirsel ifadeyi sözel olarak ifade etmemesi, öğrencilerinin limiti sözel olarak nasıl ifade edeceklerini bilememelerine ve sürekli olarak yanlış matematik dili kullanmalarına neden olmuştur. Tüm katılımcıların öğrencileri dikkate alındığında, söz konusu katılımcının öğrencilerinin matematik dilindeki yanlış kullanımları, doğru kullanımlarından çok daha fazla olmuştur. Bu nedenle öğretmen adaylarının cebirsel ifadeleri sözel ifadelere çevirme konusunda, hem öğrencilerini desteklemelerinin (Rubenstein, 2008), hem de kendilerinin dikkatli olmalarının önemli olduğu düşünülmektedir. Yalnızca bir katılımcı cebirsel ifadeleri sözel ifadeye çevirmede diğer katılımcılara göre daha titiz davranmış ve öğrencilerini de dikkatli olmaları konusunda teşvik etmiştir.

Moore (1994) matematik veya matematik eğitimi okuyan üniversite öğrencileri ile yaptığı çalışmada, onların matematik dili kullanımında sıkıntı yaşadıklarını belirtmektedir (akt. Sarı, Altun ve Aşkar, 2007). Benzer şekilde bu çalışmanın katılımcıları da zaman zaman bu yönde sıkıntı yaşamışlardır. Bunun yanında matematik dili kullanımındaki sıkıntıların öğrencilerde de yansımaları görülmüştür. Bu nedenle öğretmen adaylarının doğru bir matematik dili kullanımına sahip olmalarının önemli olduğu düşünülmektedir. Böylelikle öğrencilerin de doğru bir matematik dili kullanımına sahip olmaları sağlanmış olacak ve sonraki konular için bir zemin oluşturarak matematikteki gelişimleri olumlu yönde etkilebilecektir (Doğan ve Güner, 2012). Bu nedenle öğretmen adaylarının matematik dilini doğru bir şekilde kullanma konusunda bilgilendirilmesinin önemli olduğu düşünülmektedir. Bunun yanında öğretmen adayları, yeni bir matematiksel ifadeyi öğrencilerine tanıtmaya sürecini iyi planlamaları gerektiğine (DfEE, 1999) ve öğretimlerinde öğrencilerinin matematiksel kavramlarla ilgili konuşmalarını, tahtada problem çözüp, çözümünü ifade

etmelerini vb. sağlayacak (Aydın ve Yeşilyurt, 2007) ortamların tasarlanmalarının önemli olduğuna ilişkin bilgilendirilmelidirler. Öğretmen eğitiminde, öğretmen ve öğrenciler tarafından matematik dili kullanımının önemine ilişkin farkındalık sağlanmalıdır.

Bu çalışmada öğretmen adaylarının matematik dili kullanımlarının öğretimlerine yansımaları sadece limit kavramının öğretim süreci incelenerek belirlenmeye çalışılmıştır. Farklı matematik konuları için de öğretmen adaylarının matematik dili kullanmalarının öğretimlerine yansıma durumlarının incelenmesi önerilmektedir. Öğretmen adaylarının yanlış matematik dili kullanımlarının üzerine gidilerek, matematik dilini doğru bir şekilde kullanımlarının sağlanmasına yönelik çalışmalar yapılmasının da önemli olduğu düşünülmektedir. Bunun yanında öğretmen adaylarında yaşanan matematik dili kullanımındaki sıkıntıların matematik öğretmenlerinde olup olmadığı da incelenerek, söz konusu sıkıntıların öğrencilerdeki yansımalarına ve ortadan kaldırılmasına yönelik çalışmaların da yapılması önerilmektedir.

Kaynakça

- Aydın, S. & Yeşilyurt, M. (2007). Matematik öğretiminde kullanılan dile ilişkin öğrenci görüşleri. *Elektronik Sosyal Bilimler Dergisi*, 6(22), 90-100.
- Ball, D. L. & Sleep, L. (2007). What is knowledge for teaching, and what are features of tasks that can be used to develop MKT? Presentation Made at the Center for Proficiency in Teaching Mathematics (CPTM) Pre-session of The Annual Meeting of The Association of Mathematics Teacher Educators (AMTE), Irvine, CA, January 25, 2007.
- Ball, D. L. (2003). What mathematical knowledge is needed for teaching mathematics? Remarks prepared for the Secretary's Summit on Mathematics, U.S. Department of Education, Washington, D.C. <http://www.erusd.k12.ca.us/ProjectALPHAweb/index_files/MP/BallMathSummitFeb03.pdf> erişim tarihi 26.11.2010.
- Ball, D. L., Thames, M. H. & Phelps, G. (2008). Content knowledge for teaching: What makes it special? *Journal of Teacher Education*, 59(5), 389-407.
- Barwell, R. (2008). Discourse, mathematics and mathematics education, (Eds. Martin-Jones, M., de Mejia, A-M & Hornberger, N.) *Encyclopedia of Language and Education (2nd edition)*, Vol. 3: *Discourse and Education*, pp. 317-328. New York: Springer.
- Brodie, K. (1989). Learning mathematics in a second language. *Educational Review*, 41:1.
- Brown, T. (1997). *Mathematics education and language: Interpreting hermeneutics and post-structuralism*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
- Busbridge, J. & Özçelik, D.A. (1997). *İlköğretim Matematik Öğretimi*. Türkiye Yüksek Öğretim Kurumu, Ankara.
- Cornu, B. (1991). Limits. In Tall, D. (Ed.), *Advanced Mathematical Thinking* (pp. 153-166). Boston: Kluwer.
- Çalikoğlu Bali, G. (2003). Matematik öğretmen adaylarının matematik öğretiminde dile ilişkin görüşleri. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 25(19-25), 19-25.
- DfEE (1999). *Mathematical Vocabulary*. London: DfEE.
- Doğan, M. & Güner, P. (2012). İlköğretim Matematik Öğretmen Adaylarının Matematik Dilini Anlama ve Kullanma Becerilerinin İncelenmesi, *X.Ulusal Fen Bilimleri ve Matematik Eğitimi Kongresi*. Niğde, Türkiye.

- Dur, Z. (2010). *Öğrencilerin Matematiksel Dili Hikaye Yazma Yoluyla İletişimde Kullanabilme Becerlerinin Farkı Değişkenlere Göre İncelenmesi*. Yüksek Lisans Tezi. Hacettepe Üniversitesi, Ankara.
- Frid, S. (1994). Three approaches to undergraduate calculus instruction: Their nature and potential impact on students' language use and sources of conviction. In A. Schoenfeld, J. Kaput, & E. Dubinsky (Eds.), *Research in collegiate mathematics education I* (pp. 69-100). Providence, RI: American Mathematical Society.
- Grottke, S., Jeschke, S, Natho, N., Seiler, R. (2005). mArachna: A Classification Scheme for Semantic Retrieval in eLearning Environments in Mathematics. *Proceedings of the 3rd International Conference on Multimedia and ICTs in Education*, June 7-10, 2005, Cáceres/Spain, 2005.
- Güçler, B. (2013). Examining the discourse on the limit concept in a beginning-level calculus classroom. *Educational Studies in Mathematics*, 82(3), 439-453.
- Jaffar, S. M., Dindyal, J. (2011). Language-related misconceptions in the study of limits. In J. Clark, B. Kissane, J. Mousley, T. Spencer, & S. Thornton (Eds.) *Proceedings of the AAMT-MERGA Conference* (pp. 390-397). Adelaide, Australia: Australian Association of Mathematics Teachers.
- MEB, (2006). *Ortaöğretim Matematik Dersi Öğretim Programı*. Ankara: MEB Basımevi.
- MEB (2008). *Matematik öğretmeni özel alan yeterlikleri*. Ankara: Milli Eğitim Bakanlığı.
- MEB (2011). *Matematik dersi öğretim programı ve kılavuzu*. Ankara: MEB Yayınları.
- Monaghan, J. (1991). Problems with the language of limits. *For the Learning of Mathematics*, 11(3), 20-24.
- Moore, R. C. (1994). Making the transition to formal proof. *Educational Studies in Mathematics*, 27(3), 249-266.
- NCTM (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, VA: NCTM.
- Owens, B. (2006). *The Language of Mathematics: Mathematical Terminology Simplified for Classroom Use*. Master thesis. East Tennessee State University.
- Pirie, S. E. B. (1998). Crossing the gulf between thought and symbol: Language as (slippery) stepping-stones. In H. Steinbring, M. G. B. Bussi & A. Sierpiska (Eds.), *Language and communication in the mathematics classroom* (pp. 7-29). Reston: National Council of Teachers of Mathematics.
- Raiker, A. (2002). Spoken language and mathematics. *Cambridge Journal of Education*, 32(1),45- 60.
- Rowland, T. (2001). Language in mathematics. In L. Haggarty (Ed.) *Aspects of Teaching Secondary Mathematics: Perspectives on Practice*. London: Routledge Falmer.
- Rowland, T., Turner, F., Thwaites, A. & Huckstep, P. (2009). *Developing primary mathematics teaching*. Thousand Oaks, California: Sage.
- Rubenstein, R. N. (2008). Mathematical symbolization. Challenges Across Levels. Retrieved on November 28, 2012, at <http://tsg.icme11.org/tsg/show/32>.
- Sarı, M., Altun, A. & Aşkar, P. (2007). Üniversite öğrencilerinin analiz dersi kapsamında matematiksel kanıtlama süreçleri: Örnek olay çalışması. *Ankara Üniversitesi Eğitim Bilimleri Fakültesi Dergisi*, 40(2), 295-319.

- Sleep, L. & Ball, D. L. (2009). What mathematical demands will tomorrow's teachers face? <<http://www.pearsonschool.com/index.cfm?locator=PSZkWo>> erişim tarihi 26.11.2010.
- Szydlik, J. E. (2000). Mathematical beliefs and conceptual understanding of the limit of a function. *Journal for Research in Mathematics Education*, 31(3), 258-276.
- Williams, S. (1989). *Understanding of The Limit Concept in College Calculus Students*. Doctoral Dissertation. The University of Wisconsin, Madison.
- Yeşildere, S. (2007). İlköğretim matematik öğretmen adaylarının matematiksel alan dilini kullanma yeterlilikleri. *Boğaziçi Üniversitesi Eğitim Dergisi*, 24(2), 61-70.
- Zazkis, R. (2000) Using Code-switching as a tool for learning mathematical language. *For the Learning of Mathematics*, 20(3). 38-43.