Osmangazi Üniversitesi
Sosyal Bilimler Dergisi
Cilt: 4 Sayı: 1 Haziran 2003

ORTA ÖĞRETİMDE BİREYLERİN UYUM VE UYUMSUZLUĞU ESAS ALINARAK KESİKLİ DİSKRİMİNANT ÇÖZÜMLEMESİNDE BAHADUR MODELLERİ İLE SINIFLANDIRILMASI

Sema BEHDİOĞLU
Dumlupınar Üniversitesi İ.İ.B.Fak. İşletme Bölümü, Kütahya

ÖZET

İkili değişkenlerden oluşan gözlem vektörlerinin çözümlenmesinde yoğunlaşan çalışmalar yanlış sınıflandırma olasılıklarının minimuma indirgenmesini esas almaktadır. İkili değişkenlerden oluşan gözlem vektörlerinin en az iki grup arasında sınıflandırılması, Kesikli Diskriminant çözümlemesinde birinci derece-ikinci derece-üçüncü derece Bahadur Modellerinin konusunu oluşturmakta ve aynı düşünce etrafında farklı modeller kullanılsa bile hata oranını en aza indirgeyen model tercih edilmektedir.

Bu doğrultuda çalışmanın amacı minimum yanlış sınıflandırma olasılığını ve iki grup arasında en iyi ayırım veya sınıflandırmaya imkan veren, Kesikli Diskriminant çözümlemesinde birinci derece-ikinci derece-üçüncü derece Bahadur Modellerini belirlerken, bireylerin uyum ve uyumsuzluğunu etkileyen faktörlere karşı gelen ikili değişkenlerin oluşturduğu gözlem vektörlerinin gruplara sınıflandırılmasını bir uygulama yardımıyla göstermektir.

ANAHTAR KELİMELER

Kesikli Diskriminant Çözümlemesi, Bahadur Modelleri, Bireylerin Uyum ve Uyumsuzluğu

CLASSIFICATION OF THE INDIVIDUALS WITH BAHADUR MODELS IN DISCRETE DISCRIMINANT ANALYSIS BASED ON THE SOCIAL COMPATIBILITY OF THEM IN SECONDARY EDUCATION

ABSTRACT

Intensive studies focusing on the analysis of observational vectors containing binary variables are based on reducing the probabilities of misclassification to the minimum. The classification of observational vectors containing binary variables into at least two groups provides a topic for first degree, second degree and third degree Bahadur Models in Discrete Discriminant Analysis and, from this point of view, the model which reduces the error rate to the minimum is preferred although many different models can be used.

The aim of studies in this domain is to demonstrate a classification of observational vectors containing binary variables, which include factors affecting social compatibility of individuals, by the help of an application that provides the minimum misclassification probabilities and the best classification or discrimination between two groups, while stating first degree, second degree and third degree bahadur models in Discrete Discriminant Analysis.

KEY WORDS

Discrete Discriminant Analysis, Bahadur Models, Social Compatibility of Individuals,

---

1.GİRİŞ

Kesikli diskriminant çözümlemesinde ikili değişkenlerden oluşan gözlem vektörleri, temel örneklem sınıflandırma kuralları uygulanarak gruplara atanmakta ve yanlış sınıflandırma olasılıkları hesaplanmaktadır. Cochran, Hopkins (1961) ve Hills (1966; 1967) tarafından yapılan çalışmalarla laboratuar testlerinde ve nevropati, miyopati gibi iki çeşit zayıf doku rahatsızlıklarının tespitinde kullanılan ikili değişkenlerden oluşan gözlem vektörlerinin sınıflandırılmasında temel örneklem sınıflandırma kuralları açıklanmıştır (Moore II, 1973, 399; Martin,Bradley,1972, 203-204).

Toplumsal yaşamda büyük rol oynayan bireylerin uyum ve uyumsuzluk kavramlarının duygusal yaşam, sağlık, sosyal uyum ve aile çevresi faktörleri dikkate alınarak ikili değişkenler oluşturulmuş, ikili değişkenlerin 0 veya 1 değerlerini almasıyla elde edilen gözlem vektörlerinin gruplara atanmasıyla bireylerin tutumları belirlenmeye ve grupların genel özelliklerinin açıklığa kavuşturulmasına çalışılmıştır.

2. YANLIŞ SINIFLANDIRMA OLASILIKLARINA GENEL YAKLAŞIM

Kesikli diskriminant çözümlemesinde, X_1,X_2, ..., X_p değişkenlerinden oluşan p-boyutlu S_1,S_2, ... ,S_p sonlu sayıda farklı değerleri kapsayan bir uzayda, çok değişkenli bir dağılıma sahip gözlem vektörünü $\underline{X}=(X_1,X_2,...,X_p)$ ile gösterelim.

$\underline{X}$ gözlem vektörünün elemanları ikili değişkenlerden oluşur. X_j, (j=1,2,...,p) şeklinde tanımlanan değişkenler X_j= 0 veya 1 değerlerini alır.

p-boyutlu örneklem uzayı Ж ,

$$S = \prod_{j=1}^{p} S_j \text{ ....} \quad (1)$$

değerlerinden oluşur.

Genel olarak Π_i (i=1,2) gruplarında $P(\Pi=\Pi_i) = q_i$, (i=1,2) ön olasılıkları gösterir. Π_1 ve Π_2 gruplarında sırasıyla çok değişkenli dağılıma sahip koşullu yoğunluk fonksiyonları $f_1(\underline{X})$, $f_2(\underline{X})$ ve ön olasılıkları q_1, q_2 olsun.

q_1 ve q_2 ön olasılıkları ile $\underline{X}$ gözlem vektörünün $\underline{x}$ değerindeki koşulsuz yoğunluğu,

$$\begin{aligned} g(\underline{x}) &= q_1 f_1(\underline{x}) + q_2 f_2(\underline{x}) \\ &= g_1(\underline{x}) + g_2(\underline{x}) \text{ ....} \quad (2) \end{aligned}$$

$(q_1 > 0,\ q_2 > 0\ ve\ q_1 + q_2 = 1)$ şeklindedir.

g_1 ($\underline{x}$) ve g_2 ($\underline{x}$) diskriminant skorlarını gösterir (Glick, 1973, 243). İki gruplu problemler için D sınıflandırma kuralı p-boyutlu (Ж) örneklem uzayında D=<D_1,D_2> bölgeleri ile tanımlanır. Herhangi bir gözlem birimi $\underline{X}=\underline{x}\in D_i$ (i=1 veya 2) eşitliğini sağlamasıyla Π_1 veya Π_2 grubuna atanır. Yanlış sınıflandırmanın koşullu olasılığı,

$$\begin{aligned} t\left(D \mid \underline{X} = \underline{x} \in D_i\right) &= \sum_D \frac{g_j(\underline{x})}{g(\underline{x})} \\ &= \sum_D \frac{q_j f_j(\underline{x})}{q_1 f_1(\underline{x}) + q_2 f_2(\underline{x})} \quad , \quad i \neq j \text{ ….. } (3) \end{aligned}$$

ve koşulsuz hata oranı,

$$t(D) = E\{t(D \mid \underline{X})\} = \sum_{D_1} g_2(\underline{x}) + \sum_{D_2} g_1(\underline{x})$$

$$= \sum_{D_1} q_2 f_2(\underline{x}) + \sum_{D_2} q_1 f_1(\underline{x})$$

.... (4) şeklinde gösterilir (Dillon, Goldstein, 1978, 306-307).

D_1 ve D_2 olarak iki bölgeye ayırdığımız D sınıflandırma kuralı, yanlış sınıflandırmanın koşulsuz olasılığını minimum veya doğru sınıflandırma olasılığını maksimum yaptığında en iyi sonucu verir.

Bütün bölgeleri kapsayan D tanım kümesinde t bir fonksiyon olup,

$$t(D) = t^* = \inf_{D' \in D} t(D') \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots.. \quad (5)$$

eşitliğini sağlıyorsa D sınıflandırma kuralı optimum sonucu verir (Goldstein, Dillon, 1978, 12-14).

Welch (1939), sınıflandırma problemi için konuya temel oluşturacak en iyi D^* kuralını bulmuş, Hoel ve Peterson (1949)'da yöntem geliştirmeye devam etmişlerdir.

En iyi D^* kuralı,

$$g_1(\underline{x}) > g_2(\underline{x})$$

$$\frac{f_1(\underline{x})}{f_2(\underline{x})} > \frac{q_2}{q_1} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (6)$$

ise $\underline{x} \, \varepsilon \, D^*_1$ veya

$$g_1(\underline{x}) < g_2(\underline{x})$$

$$\frac{f_1(\underline{x})}{f_2(\underline{x})} < \frac{q_2}{q_1} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (7)$$

ise $\underline{x} \, \varepsilon \, D^*_2$ ve

$$g_1(\underline{x}) = g_2(\underline{x})$$

$$\frac{f_1(\underline{x})}{f_2(\underline{x})} = \frac{q_2}{q_1} \quad \text{.............................} \quad (8)$$

ise $\underline{x} \varepsilon D^*_1$ yada $\underline{x} \varepsilon D^*_2$ bölgesine rasgele atanarak tanımlanır (Goldstein, Dillon, 1978, 12).

3. BAHADUR MODELİ

Bahadur (1961)'un önerdiği bu modelde 2^p durum için 2^p-1 tane bağımsız parametre söz konusudur. Ж örneklem uzayında $\underline{X}=(X_1,X_2,...,X_p)$ p-boyutlu gözlem vektörünü göstersin. X_j=0 veya 1 (j=1,2,...,p) değerlerini alır.

$$\alpha_j = P\{X_j = 1\} = E(X_j) \quad , \quad 0 < \alpha_j < 1 \quad , \text{..............} \quad (9)$$

$$1 - \alpha_j = P\{X_j = 0\} \quad , \quad j = 1,2,....,p \quad \text{................} \quad (10)$$

değerlerinin bulunmasıyla parametrik tanımlamalara başlanır. $\alpha_j = E(X_j)$, i'inci gruptan (i=1,2) X_j (j=1,2,...,p) değişkenleri için beklenen değerleri ifade ederler.

3.1. BİRİNCİ DERECE-İKİNCİ DERECE-ÜÇÜNCÜ DERECE BAHADUR MODELLERİ

α_j beklenen değerler ve X_j ikili değişkenler ilişkilendirilerek Z_j dönüşüm değerleri aşağıdaki gibi tanımlanır.

$$Z_j = \frac{X_j - \alpha_j}{\sqrt{\alpha_j(1-\alpha_j)}} \quad \text{.............................} \quad (11)$$

P_{C_2}-tane ρ_{jk} parametreleri ikinci-dereceden ilişkileri, P_{C_3}-tane ρ_{jkl} parametreleri üçüncü-dereceden ilişkileri,… ,P_{C_p} -tane $\rho_{jk......p}$ parametreleri p'inci-dereceden ilişkileri ifade eder ve

$$\rho_{jk} = E(Z_j \; Z_k) \quad , \quad j < k \, ;$$

$$\rho_{jkl} = E(Z_j \; Z_k \; Z_l) \quad , \quad j < k < l \quad ,$$

....

....

$$\rho_{jk.......p} = E\left(Z_j \; Z_k ..... \; Z_p\right) .... \quad (12)$$

olarak gösterilir (Bahadur, 1961, 159-161).

Söz konusu ρ_{jk} , ρ_{jkl} , $\rho_{jk......p}$ parametrelerinin toplam sayısı,

$$P_{C_2} + P_{C_3} + ... + P_{C_p} = 2^p\text{-n-1} \quad .... \quad (13)$$

şeklinde hesaplanır.

Marjinal dağılımları aynı olan bağımsız olarak dağılan X_j, (j=1,2,...,p) değişkenleri ile $P_{[1]}\left(X_1, X_2, ..., X_p\right) = P_{[1]}\left(\underline{X}\right)$ birleşik-olasılık (joint-probability) dağılımı aşağıdaki şekilde ifade edilir (Goldstein, Dillon, 1978, 20-21).

$$P_{[1]}\left(X_1, X_2, ..., X_p\right) = \prod_{j=1}^{p} \alpha_j^{X_j} \left(1-\alpha_j\right)^{1-X_j}$$

$$\left(0 < \alpha_j < 1 \quad , \quad j = 1,2,....,p\right) \qquad .... \quad (14)$$

Bahadur (1961), Ж örneklem uzayında $\underline{X}=(X_1,X_2,.........,X_p)$ gözlem vektörü ile 2^n-n-1 tane ilişki parametrelerinin toplamlarından elde edilen P($\underline{X}$) düzeltme faktörünü (correction factor) kullanarak,

$$f\left(\underline{X}\right) = P\left(\underline{X}\right) \; P_{[1]} \; \left(\underline{X}\right) \quad .... \quad (15)$$

eşitliğini önermiştir.

Söz konusu eşitlikteki düzeltme faktörü,

$$P\left(\underline{X}\right) = 1 + \sum_{j<k} \rho_{jk} \; Z_j Z_k + \sum_{j<k<l} \rho_{jkl} \; Z_j Z_k Z_l + ...$$

$$+ \rho_{12....p} \; Z_1 Z_2 ......Z_p \quad .... \quad (16)$$

formülüyle ifade edilir (Bahadur, 1961, 158-159).

3.2. BİRİNCİ DERECE-İKİNCİ DERECE-ÜÇÜNCÜ DERECE BAHADUR MODELLERİNDE SINIFLANDIRMA KURALLARI

X_j=0 veya 1 (j=1,2,...,p) değerlerini alarak, ikili değişkenlerden oluşan $\underline{X}=(X_1,X_2,...,X_p)$ p-boyutlu gözlem vektörünün Π_1 grubuna veya Π_2 grubuna rasgele sınıflandırılması için ikiye ayrılabilir (dichotomous) değişkenler için f($\underline{X}$) kesikli dağılımı,

$$f(\underline{X}) = \prod_{j=1}^{p} \alpha_j^{X_j} (1-\alpha_j)^{1-X_j} \left[1 + \sum_{j<k} \rho_{jk} \; Z_j Z_k + \sum_{j<k<l} \rho_{jkl} \; Z_j Z_k Z_l + ... \right.$$

$$\left. + \rho_{12....p} \; Z_1 Z_2 ......Z_p \right] \text{ .... } (17)$$

şeklinde hesaplanır.

ρ_{jkl} parametrelerinin sıfır eşit olduğunu düşünürsek dağılım fonksiyonu,

$$f'(\underline{X}) = \prod_{j=1}^{p} \alpha_j'^{X_j} (1-\alpha_j')^{1-X_j} \left\{ 1 + \sum_{j<k}^{P} \rho'_{jk} \; Z'_j Z'_k \right\} \text{.......}$$

... (18)

şeklinde bulunur.

İlişki parametreleri ise,

$$\rho'_{jk} = \frac{\sum_{S_{jk}} \frac{n(x)}{n} - \alpha'_j \alpha'_k}{\sqrt{\alpha'_j (1-\alpha'_j) \alpha'_k (1-\alpha'_j)}} \text{ .... } (19)$$

formülüyle hesaplanır.

Burada α'_j, X_j değişkenlerinin (j=1,....,p) beklenen değerleri olup,

$$\alpha'_j = \sum_{S_j} \frac{n(\underline{X})}{n} \text{ .... } (20)$$

ifadesiyle bulunur.

S_j, X_j= 1 değerini kapsayan gözlem vektörlerinin, S_{jk} ise X_j= 1 ve X_k=1 değerini kapsayan gözlem vektörlerinin kümesini gösterir (Goldstein, Dillon, 1978, 21-22).

$f_1(\underline{X})$ ve $f_2(\underline{X})$ olasılık dağılımları ve ön olasılıklar dikkate alındığında, gruplara sınıflandırma aşağıdaki gibi yapılabilir (Bahadur, 1961, 182-183).

$$\frac{f_1(\underline{X})}{f_2(\underline{X})} > \frac{q_2}{q_1} \quad \text{ise,} \qquad (21)$$

$\underline{X}$ Π_1 grubuna,

$$\frac{f_1(\underline{X})}{f_2(\underline{X})} < \frac{q_2}{q_1} \quad \text{ise,} \qquad (22)$$

$\underline{X}$ Π_2 grubuna ve

$$\frac{f_1(\underline{X})}{f_2(\underline{X})} = \frac{q_2}{q_1} \quad \text{ise,} \qquad (23)$$

$\underline{X}$ Π_1 veya Π_2 grubuna, rasgele sınıflandırılır. Sınıflandırma işleminde önemli olan gözlem vektörlerinin en az hata ile gruplara atanmasıdır. En iyi model veya modelleri belirlemede herhangi bir gözlem birimi üzerinde yapılan gözlemlere dayanarak elde edilen gözlem vektörlerinin sınıflandırılmasında yanlış sınıflandırma olasılığının minimum olması gereklidir.

4. UYGULAMA

Kesikli diskriminant çözümlemesinde gözlem vektörlerinin, minimum yanlış sınıflandırma olasılığı ile gruplara sınıflandırılarak, Bahadur Modellerinin karşılaştırılıp incelenmesi amacıyla 1993 yılında tamamlanan yüksek lisans tez çalışmasından yararlanılmıştır (Behdioğlu, 1993, 58-71). Bu çalışmada, orta öğretimde bireylerin kişilik uyum ve uyumsuzluğu esas alınarak 1993 yılında kredi ders geçme sistemine geçmemiş olan Kütahya Lisesi son sınıf öğrencilerine Sosyal Uyum Envanteri uygulanmıştır. Bireylerin kişilik uyum ve uyumsuzluğunu etkileyen faktörler dikkate alınarak ikili değişkenlerden oluşturulan gözlem vektörlerinin minimum yanlış sınıflandırma olasılığı ile gruplara sınıflandırılmasında en iyi sınıflandırmayı veren Bahadur Modellerinin karşılaştırılarak belirlenmesine ve sınıflandırma sonuçlarına göre kız ve erkek gruplarının genel özelliklerinin açıklığa kavuşturulmasına çalışılmıştır.

Bireylerin uyum ve uyumsuzluğunu etkileyen, Sosyal Uyum Envanteri'nin bölümlerini oluşturan, belirleyici nitelik taşıyan faktörler dikkate alınarak oluşturulan ikili değişkenler şu şekildedir.

X_1 : Duygusal Yaşam
1.Uyumlu
2.Uyumsuz

X_3 : Sosyal Uyum
1.Uyumlu
2.Uyumsuz

X_2 : Sağlık
1.Uyumlu
2.Uyumsuz

X_4 : Aile Çevresi
1.Uyumlu
2.Uyumsuz

X_1, X_2, X_3, X_4 ikili değişkenlerin $2^p=2^4$ durumu için oluşturulan gözlem vektörlerine karşılık gelen, Π_1 ve Π_2 gruplarındaki oransal sıklık dağılımları aşağıdaki (Tablo 1)'de verilmektedir.

Tablo 1: Kız ve Erkek Grupları İçin Birey Sayıları ve Oransal Sıklık Dağılımları

Gözlem Vektörü				KIZ (Π_1)		ERKEK (Π_2)	
(X_1	X_2	X_3	X_4)	Birey Sayısı	Oransal Sıklık	Birey Sayısı	Oransal Sıklık
1	1	1	1	18	0.15789	15	0.12931
1	1	1	0	4	0.03508	5	0.04310
1	1	0	1	4	0.03508	10	0.08620
1	1	0	0	3	0.02631	14	0.12068
1	0	1	1	4	0.03508	4	0.03448
1	0	1	0	3	0.02631	4	0.03448
1	0	0	1	3	0.02631	7	0.06034
1	0	0	0	2	0.01754	4	0.03448
0	1	1	1	7	0.06140	6	0.05172
0	1	1	0	6	0.05263	4	0.03448
0	1	0	1	13	0.11403	12	0.10344
0	1	0	0	10	0.08771	10	0.08620
0	0	1	1	10	0.08771	4	0.03448
0	0	1	0	8	0.07017	9	0.07758
0	0	0	1	10	0.08771	5	0.04310
0	0	0	0	9	0.07894	3	0.02586
				114		**116**	

Bahadur Modellerinin çözümlemesinde gruplardaki birey sayıları birbirine çok yakın olduğu için q_1 ve q_2 ön olasılıkları eşit kabul edilerek temel örneklem sınıflandırma kuralları uygulanmış ve yanlış sınıflandırma olasılıkları buna göre hesaplanmıştır.

4.1. EN UYGUN BAHADUR MODELLERİNİN BELİRLENMESİ

Bahadur modelde ikili değişkenlerin 2^p durumu için 2^p-1 parametre bulunmasıyla durum olasılıkları hesaplanmıştır. Bunun için önce,

$$X_j = 1 \quad (j = 1,..., p) \quad için, \quad \alpha_j^{'} = \sum \frac{n(x)}{n} \qquad .... (24)$$

formülü ile beklenen değerler elde edilmiştir.

Örneğin Π_1 grubunda X_2 değişkeninin 1 değerini aldığında $\alpha_2^{'}$ beklenen değeri 0.570175438 olarak hesaplanmıştır. $\alpha_1^{'}$, $\alpha_3^{'}$, $\alpha_4^{'}$ beklenen değerlerde aynı yöntemlerle hesaplanmışlar, daha sonra bu değerler yardımıyla bulunan $\rho_{jk}^{'}$, $\rho_{jkl}^{'}$, $\rho_{jklm}^{'}$ ilişki parametreleri (Tablo 2)'de gösterilmiştir.

Tablo 2: $\alpha_j^{'} = P\{\ X_j = 1\ \} = E(X_j)$ **, ve** $\rho_{jk}^{'}$, $\rho_{jkl}^{'}$, $\rho_{jklm}^{'}$ **İlişki Parametreleri**

Parametreler	Grup (Π_1)	Grup(Π_2)
$\alpha_1^{'}$	0.35964912	0.54310344
$\alpha_2^{'}$	0.57017543	0.65517241
$\alpha_3^{'}$	0.52631578	0.43965517
$\alpha_4^{'}$	0.60526315	0.54310344
$\rho_{12}^{'}$	0.20761080	0.09918410
$\rho_{13}^{'}$	0.27167175	0.01052005
$\rho_{14}^{'}$	0.15647112	0.06199461

ρ'_{23}	0.02801658	-0.12474312
ρ'_{24}	0.09635119	0.06277475
ρ'_{34}	0.09647574	0.04538653
ρ'_{123}	0.16428441	0.16956238
ρ'_{124}	0.08352530	-0.07324289
ρ'_{134}	0.09584907	0.16109491
ρ'_{234}	0.06435680	0.07181787
ρ'_{1234}	0.00653119	0.00003250

ρ'_{jk}, ρ'_{jkl}, ρ'_{jklm} parametrelerinin elde edilmesiyle $f(\underline{X})$ durum olasılıkları bulunmuştur. (Tablo 3)'de gösterildiği gibi birinci ve ikinci gruplardaki durum olasılıklarının olabilirlik oranının q_2/q_1 değerinden büyük olması halinde Π_1 grubuna, aksi takdirde Π_2 grubuna sınıflandırma yapılmıştır.

Tablo 3 : Bahadur Modeli İçin Durum Olasılıkları ve Sınıflandırma Sonuçları

Gözlem Vektörü (X_1 X_2 X_3 X_4)				$f'(\underline{X}=\underline{x}\mid\Pi_1)$,	$f'(\underline{X}=\underline{x}\mid\Pi_2)$,	$\frac{f'(\underline{X}=\underline{x}\mid\Pi_1)}{f'(\underline{X}=\underline{x}\mid\Pi_2)}$	Sınıflandırılan Grup
1	1	1	1	0.15174	0.10689	1.41948	Π_1
1	1	1	0	0.04124	0.07598	0.54273	Π_2
1	1	0	1	0.04124	0.08674	0.47541	Π_2
1	1	0	0	0.02016	0.11995	0.16808	Π_2
1	0	1	1	0.04199	0.03767	1.11459	Π_1
1	0	1	0	0.02016	0.03767	0.53512	Π_2
1	0	0	1	0.02016	0.05502	0.36642	Π_2
1	0	0	0	0.02369	0.04148	0.48606	Π_2
0	1	1	1	0.06755	0.05645	1.19672	Π_1
0	1	1	0	0.04647	0.03638	1.27739	Π_1

0	1	0	1	0.11006	0.10665	1.03194	Π_1
0	1	0	0	0.09462	0.06868	1.37781	Π_1
0	0	1	1	0.08156	0.03501	2.32961	Π_1
0	0	1	0	0.07701	0.08175	0.94195	Π_2
0	0	0	1	0.09387	0.03019	3.10088	Π_1
0	0	0	0	0.07279	0.03231	2.25276	Π_1

Üçüncü derece, ikinci derece ve birinci derece Bahadur modelleri, ρ'_{jklm}, ρ'_{jkl}, ρ'_{jk} ilişki parametrelerinin sırasıyla sıfıra eşit sayılmalarıyla bulunmuştur. Söz konusu modellerde, hesaplanan durum olasılıklarının olabilirlik oranının, q_2/q_1 değerinden büyük veya küçük olması halinde bulunan sınıflandırma sonuçları (Tablo 4), (Tablo 5) ve (Tablo 6)'da sunulmuştur.

Tablo 4: Üçüncü Derece Bahadur Modeli İçin Durum Olasılıkları ve Sınıflandırma Sonuçları (*)

Gözlem Vektörü $(X_1\ X_2\ X_3\ X_4)$				$f'(\underline{X}=\underline{x}\mid\Pi_1)$,	$f'(\underline{X}=\underline{x}\mid\Pi_2)$,	$\dfrac{f'(\underline{X}=\underline{x}\mid\Pi_1)}{f'(\underline{X}=\underline{x}\mid\Pi_2)}$	Sınıflandırılan Grup
1	1	1	1	0.15136	0.10689	1.41594	Π_1
1	1	1	0	0.04161	0.07598	0.54771	Π_2
1	1	0	1	0.04161	0.08674	0.47975	Π_2
1	1	0	0	0.01978	0.11995	0.16493	Π_2
1	0	1	1	0.04161	0.04215	0.98735	Π_2
1	0	1	0	0.01978	0.01645	1.20216	Π_1
1	0	0	1	0.01978	0.05502	0.35956	Π_2
1	0	0	0	0.02407	0.04628	0.04628	Π_2
0	1	1	1	0.06793	0.05645	1.20342	Π_1
0	1	1	0	0.04610	0.04965	0.92838	Π_2
0	1	0	1	0.10750	0.13620	0.78928	Π_2
0	1	0	0	0.09500	0.06868	1.38324	Π_1
0	0	1	1	0.08118	0.03501	2.31882	Π_1
0	0	1	0	0.07670	0.06212	1.23465	Π_1
0	0	0	1	0.09425	0.67779	0.13905	Π_2

0	0	0	0	0.07241	0.03230	2.24132	Π_1

(*) $\rho'_{jklm} = 0$ için gruplara ait durum olasılıkları;

$$f'(\underline{X}) = \prod_{j=1}^{P} \alpha'^{x_j}_j (1-\alpha'_j)^{1-x_j} [1 + \sum_{j<k} \rho'_{jk} Z_j Z_k + \sum \rho'_{jkl} Z_j Z_k Z_l]$$

şeklinde hesaplanır.

Tablo 5 : İkinci Derece Bahadur Modeli İçin Durum Olasılıkları ve Sınıflandırma Sonuçları (*)

Gözlem Vektörü (X_1 X_2 X_3 X_4)				$f'(\underline{X}=\underline{x}\mid\Pi_1)$	$f'(\underline{X}=\underline{x}\mid\Pi_2)$	$\dfrac{f'(\underline{X}=\underline{x}\mid\Pi_1)}{f'(\underline{X}=\underline{x}\mid\Pi_2)}$	Sınıflandırılan Grup
1	1	1	1	0.13706	0.10935	1.25335	Π_1
1	1	1	0	0.04822	0.06836	0.70549	Π_2
1	1	0	1	0.05801	0.14246	0.40722	Π_2
1	1	0	0	0.02287	0.04258	0.53713	Π_2
1	0	1	1	0.05649	0.03547	1.59251	Π_1
1	0	1	0	0.02440	0.02738	0.89119	Π_2
1	0	0	1	0.01461	0.03188	0.45835	Π_2
1	0	0	0	0.00975	0.02750	0.35483	Π_2
0	1	1	1	0.08625	0.05314	1.62316	Π_1
0	1	1	0	0.04726	0.05642	1.83763	Π_2
0	1	0	1	0.09888	0.07204	1.37248	Π_1
0	1	0	0	0.08414	0.08320	0.01124	Π_1
0	0	1	1	0.07409	0.04254	1.74146	Π_1
0	0	1	0	0.06431	0.05035	1.27727	Π_1
0	0	0	1	0.09164	0.04490	2.04105	Π_1
0	0	0	0	0.09450	0.05953	1.58753	Π_1

(*) $\rho'_{jkl} = 0$ için gruplara ait durum olasılıkları;

$$f'(\underline{X}) = \prod_{j=1}^{P} \alpha_j'^{x_j} (1-\alpha_j')^{1-x_j} [1 + \sum_{j<k} \rho'_{jk} Z_j Z_k]$$

şeklinde hesaplanır.

Tablo 6 : Birinci Derece Bahadur Modeli İçin Durum Olasılıkları ve Sınıflandırma Sonuçları (*)

Gözlem Vektörü (X_1 X_2 X_3 X_4)				$f'(\underline{X}=\underline{x} \mid \Pi_1)$	$f'(\underline{X}=\underline{x} \mid \Pi_2)$	$\dfrac{f'(\underline{X}=\underline{x} \mid \Pi_1)}{f'(\underline{X}=\underline{x} \mid \Pi_2)}$	Sınıflandırılan Grup
1	1	1	1	0.06532	0.08496	0.76885	Π_2
1	1	1	0	0.04260	0.07147	0.59603	Π_2
1	1	0	1	0.05879	0.10828	0.54293	Π_2
1	1	0	0	0.03834	0.09109	0.42089	Π_2
1	0	1	1	0.04924	0.04471	1.10123	Π_1
1	0	1	0	0.03211	0.03762	0.85357	Π_2
1	0	0	1	0.04432	0.05699	0.77764	Π_2
1	0	0	0	0.02890	0.04794	0.60284	Π_2
0	1	1	1	0.11631	0.07147	1.62722	Π_1
0	1	1	0	0.07585	0.06013	1.26147	Π_1
0	1	0	1	0.10567	0.09109	1.16005	Π_1
0	1	0	0	0.06882	0.07663	0.89079	Π_2
0	0	1	1	0.08767	0.03761	2.33069	Π_1
0	0	1	0	0.05718	0.03164	1.80681	Π_1
0	0	0	1	0.07891	0.04794	1.64582	Π_1
0	0	0	0	0.05146	0.04033	1.27588	Π_1

(*) $\rho'_{jk} = 0$ için gruplara ait durum olasılıkları;

$$f'(\underline{X}) = \prod_{j=1}^{P} \alpha'^{x_j}_j (1-\alpha'_j)^{1-x_j}$$

şeklinde hesaplanır.

Kesikli diskriminant çözümlemesinde en uygun Bahadur Model(ler)i yanlış sınıflandırma olasılıklarının bulunmasıyla belirlenmektedir. (Tablo 3), (Tablo 4), (Tablo 5) ve (Tablo 6)'da sunulan ve temel örneklem sınıflandırma kurallarının uygulanması ile elde edilen sınıflandırma sonuçlarına göre, her model için yanlış sınıflandırma olasılıkları hesaplanmıştır. (Tablo 7) 'de gösterildiği gibi minimum yanlış sınıflandırma olasılığı Bahadur Modeli'nin uygulanmasıyla bulunmuştur. Birinci derece-ikinci derece-üçüncü derece Bahadur Modellerinde yanlış sınıflandırma olasılıkları artan bir eğilim izlemektedir.

Tablo 7 : Uygulanan Modellerin Yanlış Sınıflandırma Olasılıkları

Kesikli Diskriminant Çözümlemesinde Bahadur Modelleri	Yanlış Sınıflandırma Olasılıkları
Bahadur modeli	0.389935
Birinci derece Bahadur modeli	0.408685
İkinci derece Bahadur modeli	0.402715
Üçüncü derece Bahadur modeli	0.434700

Tablo 1'deki sıklık dağılımlarından yararlanarak Bahadur Modeli için yanlış sınıflandırma olasılıkları hesaplaması şu şekildedir.

Yanlış Sınıflandırma Olasılığı: $\sum_{D_1} g_2(\underline{x}) + \sum_{D_2} g_1(\underline{x})$

$$t(D) = \frac{1}{2}(0.12931 + 0.03508 + 0.03508 + 0.02631 + 0.03448 + 0.02631$$

$$+ 0.02631 + 0.01754 + 0.05172 + 0.03448 + 0.10344 + 0.08620$$

$$+0.03448+0.07017+0.04310+0.02586)$$

$$=\frac{1}{2}(0.77987)=0.389935$$

Maksimum yanlış sınıflandırma olasılığı üçüncü derece Bahadur Modelinden elde edilmiştir. Çalışmamızda kullanılan veriler için minimum yanlış sınıflandırma olasılığını veren Bahadur Model'in, en iyi sınıflandırma sonuçlarını verdiğini söyleyebiliriz.

SINIFLANDIRMA SONUÇLARINA GÖRE KIZ VE ERKEK BİREYLERDE UYUM VE UYUMSUZLUĞUN YORUMLANMASI

Çalışmamızda Kütahya Lisesi son sınıf öğrencilerine uyguladığımız Sosyal Uyum Envanteri sonuçlarından elde edilen verilere kesikli diskriminant çözümlemesi Bahadur Modelleri uygulanmıştır. Envanterdeki kişilik uyum ve uyumsuzluğunu etkileyen faktörlerin oluşturduğu bölümlere karşı gelen dört ikili değişkenin değişik durumlarını kapsayan gözlem vektörleri kullanılarak minimum yanlış sınıflandırma olasılığı, Bahadur Modelinden elde edilmiştir. Bu modelin çözümlenmesiyle bulunan gruplara sınıflandırma sonuçları kız ve erkek bireylerin tutumları hakkında bilgi vermektedir. Bu tutumları rast gele seçeceğimiz (1 1 1 1), (1 0 1 1), (1 0 0 0) ve (0 0 1 0) gözlem vektörleri üzerinde açıklayabiliriz.

(1 1 1 1) gözlem vektörü Π_1 grubuna sınıflandırılmıştır. Kız bireyler duygusal yaşam, sağlık, sosyal uyum ve aile çevresi ilişkilerinde tam uyumlu görülmektedir.

(1 0 1 1) gözlem vektörü Π_1 grubuna sınıflandırılmıştır. Kız bireyler duygusal yaşamla uyumlu görünürken, sağlık sorunları bulunmakta ve sosyal uyumlu, aile çevresi ilişkilerinde uyumlu oldukları görülmektedir.

(1 0 0 0) vektörü Π_2 grubuna sınıflandırılmıştır. Erkek bireyler duygusal yaşamla uyumlu görülürken, sağlık sosyal uyum ve aile çevresi ilişkilerinde uyumsuzluk problemleriyle karşılaşmaktadırlar.

(0 0 1 0) vektörü de Π_2 grubuna sınıflandırılmıştır. Erkek bireyler sosyal uyum problemlerini çözümleyebilirlerken duygusal yaşam, sağlık ve aile çevresi ilişkilerinde uyumsuzluk problemleri göstermektedirler. Bu sonuçlar söz konusu vektörleri oluşturan sorulara cevap veren bireylerin tutumlarını belirtmekle beraber orta öğretim dönemi bireyleri hakkında bilgiler yansıtmaktadırlar.

Genel olarak bu tutumları özetleyecek olursak kız bireylerin erkek bireylere göre duygusal yaşamla ilgili uyumlarında sorunlarla karşılaştıklarını söyleyebiliriz. Sağlık konusunda tüm bireyler uyumludurlar.

Sosyal uyumla ilgili olan tutum ve davranışlarda, erkek bireylerde uyumsuzluk göze çarparken kız bireylerin daha uyumlu oldukları gözlenmektedir. Aile çevresi ilişkilerinde ise kız bireyler, erkek bireylere göre uyumludurlar. Özellikle orta öğretim döneminin son yıllarında bireylerin yetişkinlik çağına girmeleri, hayata atılmaları, aile oluşturmaları tutum ve davranışlar üzerinde değişik sorunlar yaratmaktadır. Okul , aile işbirliği ile gerçekleştirilebilecek psikolojik danışmanlık ve rehberlik hizmetleri uyum ve uyumsuzluk problemlerine çözümler önermektedirler. Çok iyi örgütlenmiş bu yardım hizmetleri kız ve erkek bireylerin her yaş döneminde, özellikle topluma kazandırılmalarında etkili olmaktadır (Pressey, Robinson, 1991, 2-3; Sorenson, H. 1968, 56-60).

SONUÇ

Sınıflandırma sonuçlarına göre yanlış sınıflandırma olasılıkları hesaplanmış ve minimum yanlış sınıflandırma olasılığını veren Bahadur Modeli en uygun kesikli diskriminant çözümlemesi modeli olarak belirlenmiştir. Birinci derece-ikinci derece-üçüncü derece Bahadur Modellerinin uygulanmasıyla elde edilen yanlış sınıflandırma olasılıklarına göre üçüncü derece Bahadur Modelinden maksimum yanlış sınıflandırma olasılığı hesaplanmıştır. Bahadur Modeli'nde ikili değişkenlerin, 2^p durumu için oluşturulan 16 gözlem vektöründen 9'zu kız bireylerden oluşan grupta, diğerleri ise erkek bireylerden oluşan gruplarda sınıflandırılmıştır. Envanteri cevaplayan 114 kız bireyden 87' sinin uyum ve uyumsuzluk problemleri (1 1 1 1), (1 0 1 1), (0 1 1 1), (0 1 1 0), (0 1 0 1), (0 1 0 0), (0 0 1 1), (0 0 0 1), (0 0 0 0), vektörlerine göre, 116 erkek bireyde 53'ünün uyum ve uyumsuzluk problemleri de (1 1 1 0), (1 1 0 1), (1 1 0 0), (1 0 1 0), (1 0 0 1), (1 0 0 0), (0 0 1 0) vektörlerine göre açıklanabilir.

Sonuç olarak vurgulamak gerekirse kız bireyler, erkek bireylere göre X_1 ikili değişkeninde uyumsuz, X_2, X_3, ve X_4 ikili değişkenlerinde uyumlu, erkek bireyler ise kız bireylere göre X_1 ve X_2 ikili değişkenlerinde uyumlu, X_3, ve X_4 ikili değişkenlerinde uyumsuz tutum ve davranışlar göstermektedirler. Ayrıca bireylerin uyum ve uyumsuzluğunu araştırma konusu alınarak belirlediğimiz, en iyi sınıflandırmayı veren Bahadur Modeli ikili değişkenlerin gözlem vektörleri ile değerlendirildiği diğer bilimsel araştırmalarda da, en az iki gruba sınıflandırma yapmak amacıyla başvurulabilecek kesikli diskriminant çözümlemesi modelidir.

KAYNAKÇA

Bahadur,R.R.(1961). A Representation of the Joint Distridution of Responses to n Dichotomous Items, *Studies in Item Analysis and Prediction,* stanford University Press., California, 158-159, 182.

Behdioğlu, Sema.(1993). *Kesikli Diskriminant Analizi Modelleri ve Bir Uygulama Denemesi,* Anadolu Ü. Fen Bilimleri Enst: (Basılmamış Yüksek lisans tezi)

Dillon,W.;Goldstein,M.(1978).On the Performance of Some Multinomial Claasification Rules, *Jouurnal of the American Statistical Association,* V. 73, N.362, 306

Glick,N.(1973). Sample Based Multinomial Classifica-Tion, *Biometrics* ,67, 243.

Goldstein, M.;Dillon, R. (1978).*Discrete Discrimi-nant Analysis,* John Wiley and Sons, Inc., New York., 12, 20-21.

Martin, D.C.; Bradley, R. A. (1972). Probability Models estimation and Classification for Multivariate Dichotomaus Populations, *Biometrics, 28, 230-204.*

Moore II Dan H.(1973). Evaluation of Five Discrimination Procedures for Binary Variables, *Journal of the American Statistical Association,* Vol. 68, No. 342, 399.

Pressey Sindey L, Robinson Francis P. (1991). (Çev. Hasan TAN), *Psikolojik ve Yeni Eğitim I*, Milli Eğitim Basımevi, İstanbul, 2-3.

Sorenson, Herbert. (1968). (Çev.Gültekin YAZGAN), *Eğitim Psikolojisi,* Milli Eğitim Basımevi, İstanbul,56-60.