

SONLU ELEMANLAR YÖNTEMİ HAKKINDA GENEL BİLGİLER

Mehmet Sami GÜLER^{1*}, Sadri ŞEN²

¹Ordu Üniversitesi,Deniz Bilimleri Fakültesi,Gemi ulaştırma İşletme

Mühendisliği,Fatsa/Ordu

mehmetsamiguler@yandex.com

²Atatürk Üniversitesi,Mühendislik Fakültesi,Makine Mühendisliği

Bölümü,Erzurum

sadrisen@yahoo.com

ÖZET

Sonlu elemanlar yöntemi karmaşık mühendislik problemlerinin çözümüne ayrıca,tıp ve diş hekimliği başta olmak üzere birçok alanlarda mühendislik yaklaşımlarına sonuç arayan sayısal bir metoddur. Bu derlemede sonlu elemanlar yönteminin tarihçesi, yöntemin yapısı ve mantığı, avantaj ve dezavantajları, gerilme analizi için uygulanması geniş bir literatür özeti ile sunulmaya çalışılmıştır.

Anahtar Kelimeler :Sonlu elemanlar yöntemi, gerilme analizi, makine mühendisliği.

GENERAL INFORMATION ABOUT FINITE ELEMENT METHOD

ABSTRACT

Finite element method is a numerical technique utilized in the solutions of complex engineering problems and engineering approaches in many areas, mainly in medical sciences. In this article, the history of the finite element method, the idea and the structure of this method, advantages and the disadvantages and application to the stress analysis are presented by an extensive literature review.

Key Words: Finite element method, stress analysis, mechanical engineering

1.GİRİŞ

Sonlu elemanlar yöntemi "parçadan bütüne gitme" genel prensibine dayanmaktadır. Sonlu eleman; iki veya üç boyutlu yapıların bir parçası veya bir bölgesidir. Bu yöntemin ilk ve en geniş uygulama alanı "gerilme analizi"dir. Sonraları ısı analizi, akışkan analizi, piezoelektrik analizi, elektrik analizi vb. alanlarda da kullanılmıştır [1].

Bu yöntem ilk olarak 1950 yılında uzay mühendisliğinde kullanılmaya başlanmıştır. İlk kullanıcılar Boeing, Bell Aerospace ve Rolls Royce firmaları olmuştur. Yöntemin

ana fikrini oluşturan ilk makale 1956 yılında Turner ve arkadaşları tarafından yayınlanmıştır. Teknolojinin ilerlemesine paralel olarak 1970'lerde olgun hale gelen yöntem günümüzde makine, elektrik, uçak, inşaat, hidrodinamik, atom gibi çeşitli mühendislik alanlarının yanı sıra, tıpta ortopedi, kalp ve damar cerrahisi, estetik cerrahi dallarında da kullanılmaktadır [2].

Diş hekimliğinde sonlu elemanlar gerilme analizi ile ilgili yapılan ilk çalışma Ledley and Huang'ın (1968) yaptıkları araştırmadır. Bu çalışmada, matematik modeli elde edilmiş bir dişe çeşitli yönlerde kuvvetler uygulanmış ve bu kuvvetlerin diş destekleyen kemik dokusunda meydana getirdikleri gerilmeler değerlendirilmiştir [3]. Yöntemin bugünkü anlamıyla diş hekimliğinde uygulanması ise [4]; 1970'li yıllarda Farah ve arkadaşlarının (1974) yaptıkları araştırma ile başlamış, son 20 yıldır da implant, tedavi ve protez alanlarında da kullanılmıştır.

Sonlu elemanlar gerilme analizinde gerçek geometrik cismin, tam olarak formüle edilmesinin güçlüğü nedeniyle, bilgisayarda hesaplanması kolay olan elemanlardan oluşturulmaktadır. Daha sonra bilinen bütün fizik kuralları daha basit geometriye sahip olan bu küçük elemanların her birine uygulanmaktadır. Bütün cismin elemanlara bölünebilmesi için bir ağ yapısına ihtiyaç duyulmaktadır. Cismin boyutuna ve geometrisine uygun olarak seçilmiş elemanlara bölünmüş haline sayısal model denilmektedir. Sayısal modeli oluşturan elemanların birbirlerine temas ettiği yüzeylerde düğüm noktaları oluşturulmaktadır. Mümkün olduğunca çok sayıda eleman kullanmak, kuvvet dağılımının daha duyarlı ölçülebilmesi açısından önemlidir. Belirli bir başlangıç noktasına göre tüm düğümlerin x, y, z eksenleri üstündeki koordinatları saptanarak bilgisayara aktarılmaktadır. Ayrıca, geometrik şekli oluşturan tüm elemanların malzeme özelliklerini belirleyen, poisson oranı ve elastisite modülü değerleri bilgisayar programına tanıtılmaktadır. Oluşturulan matematik modelde, düğüm noktalarına dışarıdan en basit dış etken ve sınır şartlarının uygulanmasıyla meydana gelen değişiklik durumları için matrisler oluşmakta, bu matrisler bilgisayar yardımıyla çözülmektedir. Bu yolla her bir elemandaki ve dolayısıyla elemanların oluşturdukları cismin tamamındaki gerilme ve şekil değiştirmeler elde edilmektedir [5-7],[1], [2].

Sonlu elemanlar gerilme analizi uygulanacak olan deney parçasının üç boyutlu katı modelinin oluşturulması için bilgisayarlı tomografi (BT) ve manyetik rezonans (MR) yardımıyla elde edilen görüntü bilgileri, 2 veya 3 boyutlu olarak bilgisayar ortamına aktarılmakta ve ağ yapısı oluşturulmaktadır. Son yıllarda, dijital görüntü tekniklerinin gelişmesiyle daha doğru anatomik modeller elde edilebilmektedir [8].

Sonlu elemanlar gerilme analizi ile problemlerin çözülmesi için bilgisayara verilmesi gerekli olan bilgiler şunlardır [7], [1].

- Cismin geometrik modeli
- Elemanların poisson oranı ve elastisite modülü değerleri
- Başlangıç, sınır ve yükleme koşulları
- Yapılacak olan analizin tipi

Sonlu elemanlar yönteminde kullanılan yazılımlardan birisi ANSYS programıdır. Bu program model üzerinde analiz yapılırken, en yüksek von Mises gerilmesinin elde edilmesine izin verdiği gibi, gerilmelerin yoğunlaşmasını, bulunduğu yerleri ve sebep olduğu yer değişikliklerinin grafiksel olarak gösterilmesini de sağlamaktadır.

Dolgu malzemesi - dış sisteminin karmaşık geometrisi düşünüldüğünde mühendislik dalından dış hekimliği biyomekaniğine adapte edilen sonlu elemanlar yöntemi, gerilme analizi problemlerinin çözümünde en uygun yöntem olarak görünmektedir [8].

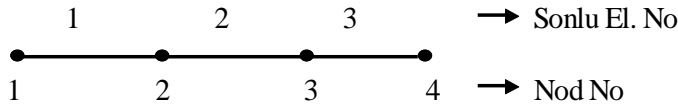
Çözülmesi uzun zaman alan karmaşık problemlerin daha basit ve kısa zamanda çözülmesi için bu problemlere eş değer, ancak daha basit hale getirilmiş problemlerin çözümüne gidilmesi sonlu elemanlar yönteminin temelindeki fikirdir. Genellikle, basitleştirmeye gidilmesi sonucunda doğru sonuç yerine yaklaşık bir sonuç bulunmaktadır. Günümüzde, sonlu elemanlar yönteminin bilgisayarlarda uygulanması sonucunda hemen her problemin istenilen ölçüler arasında yaklaşık sonuçları elde edilmektedir.

Sonlu elemanlar yönteminde, çözüm bölgesi çok sayıda sonlu ve birbirine bağlı elemanlardan oluşmaktadır. Çözüme gidilirken, sonlu elemanların hepsinde çeşitli teoriler kullanılarak, sınır koşul ve denge denklemlerinin tanımlanmasıyla yaklaşık sonuçlar bulunmaktadır.

Elastik ve sürekli ortamlara sonlu elemanlar yönteminin uygulanmasında yapının parçalara ayrılması, uygun bir interpolasyon seçimi, direngenlik matrisinin [K] ve yük vektörlerinin, eleman denklemlerinin birleştirilmesiyle toplam denge denklemlerinin elde edilmesi, bilinmeyen düğümsel yer değişimleri için çözüm yöntemlerinin kullanılması ve sonuçların bulunması adımları uygulanır [9].

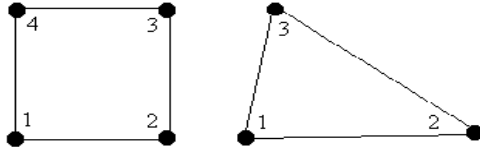
2. SONLU ELEMANLAR YÖNTEMİNDE KARŞILAŞILAN PROBLEM TİPLERİ

Sonlu elemanlar yöntemi eleman tipleri; 1 boyutlu problemler (Şekil 1),



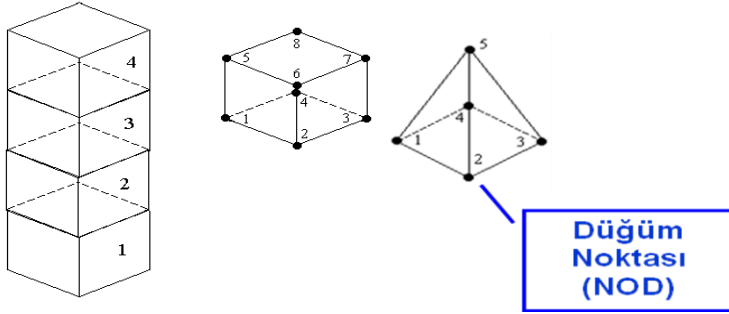
Şekil 1.1 boyutlu problem eleman tipi.

2 boyutlu düzlemsel problemler (Şekil 2),



Şekil 2.2 boyutlu problem eleman tipi.

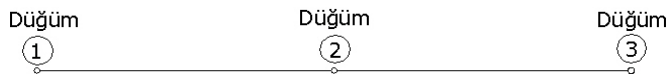
ve 3 boyutlu katı eleman problemleridir (Şekil 3).



Şekil 3.3 boyutlu problem eleman tipi.

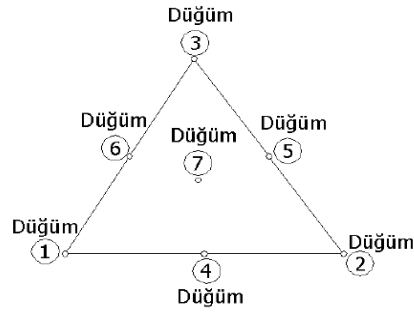
Analizi yapılacak bir parçada doğru sonuçlar alınabilmesi için en uygun bir şekilde sonlu elemanlara bölünmelidir. Sonlu elemanlara bölme işlemi sürekli ortamın boyutuna ve parçanın geometrisine en uygun elemanın şekli seçilmelidir. Sonlu elemanlar probleme göre bir, iki veya üç boyutlu olabilirler. Genelde, sonlu elemanın sınırları düzgün olarak seçilebilir ya da bazı durumlarda eğri sınırlı elemanların da kullanılması gerekebilir [10].

Bir boyutlu bir sonlu eleman (Şekil 4);



Şekil 4.1 boyutlu sonlu eleman.

Birçok problem yaklaşık olarak iki boyutlu sonlu elemanlarla çözülebilir. İki boyutlu eleman tipleri arasında en basiti üçgen tipi sonlu elemanıdır (Şekil 5).



Şekil 5. 2 boyutlu sonlu eleman.

3. SONLU ELEMANLAR YÖNTEMİNDE ELEMAN TİPLERİ

Aşağıda bazı eleman tipleri ve bunların kullanılabilceği mühendislik problemleri hakkında bilgi verilmektedir.

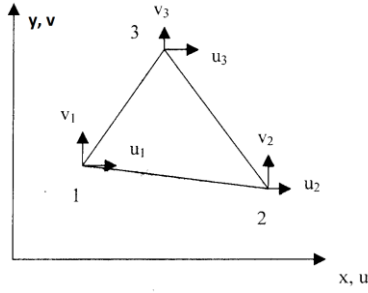
3.1. Üç boyutlu kiriş elemanı

3D kiriş elemanı genel amaçlı bir sonlu eleman tipi olup 3 boyutlu işlemi yapabilmeye özelliğine sahiptir. Bu eleman tipi aynı zamanda uzay kiriş elemanı olarak da adlandırılmaktadır. Eleman uzayda iki adet nod ile tarif edilmektedir. Üçüncü bir nod ise serbestlik derecesine haiz olmayan ve eleman koordinat sistemini tarif etmek amacıyla kullanılmaktadır. Elemanın iki ucunu tespit eden iki adet nod için 12 adet serbestlik derecesi mevcuttur. Her bir nod 3 adet öteleme ve 3 adet dönme serbestliğine sahiptir [11]. Eleman herhangi bir doğrultuda gelen kuvvet ve herhangi bir eksen etrafında dönme zorlamasına direnç gösterecek özelliğe sahiptir. Elemanı tarif etmek için nodların koordinatına, elastisite modülüne (E), kayma modülüne (G), kesit alanına, kesit atalet momenti değerlerine, burulma sabitine (J) ve kiriş eksenine dik doğrultudaki deformasyon faktörlerine ihtiyaç vardır.

3.2. Sabit gerilmeli üçgen eleman (SGU)

SGU elemanı sabit kalınlığı olan, üç nod noktasını birleştiren ve toplam altı serbestlik derecesi ile tarif edilen bir elemandır. Eleman yer değiştirme alanı aşağıdaki gibi tarif edilmektedir (Şekil 6).

$$u = a_1 + a_2x + a_3y$$
$$v = a_4 + a_5 + a_7y$$



Şekil 6. Sonlu eleman yer değiştirme alanı bağıntısı.

Yukarıdaki yer değiştirme bağıntılarından görüldüğü gibi yer değiştirme alanı, eleman içinde ve kenarlar boyunca lineerdir. Eleman sınırları içinde ise gerilme değerleri sabittir. Birbirine bağlı elemanlar arasında yer değiştirme uyumluluğu, bağlı iki nod noktası arasındaki lineer kenar deformasyon (birim şekil değiştirme) karakteristiği dolayısıyla sağlanmaktadır. Yapının bütün olarak kuvvet dengesi ise nod noktalarında sağlanır [12], [9].

SGU elemanı sonlu eleman modellerinde küçük gerilme gradyeni karakteristiğine sahip bölgelerde iyi sonuç verecektir. Diğer durumlarda SGU elemanının kullanılması iyi sonuç vermeyecektir. Örneğin sadece eğilmeye maruz bir yapıyı SGU elemanlarıyla modellemek gerçek problem ile uyumsuz sonuçlar verecektir. SGU elemanlarının bu olumsuzlukları, daha sık bir eleman ağ yapısıyla kısmen giderilebilir.

3.3. Lineer gerilmeli üçgen eleman (LGU)

LGU elemanları SGU tip elemanların aksine, köşe noktalarına ilaveten kenar orta noktalarında birer adet daha nod noktasına sahiptir. Böylece her bir LGU elemanı 6 adet nod noktasına ve toplam olarak 12 nod serbestlik derecesine sahiptir. SGU elemanının aksine gerilme büyüklüğü LGU elemanı içerisinde x ve y koordinatları ile lineer olarak değişmektedir. Sadece eğilmeye maruz yapılar için LGU elemanlarıyla yapılan modellemelerde, deplasman (yer değiştirme) ve gerilme alanları için çok iyi yaklaşımlar elde edilecektir [12], [9].

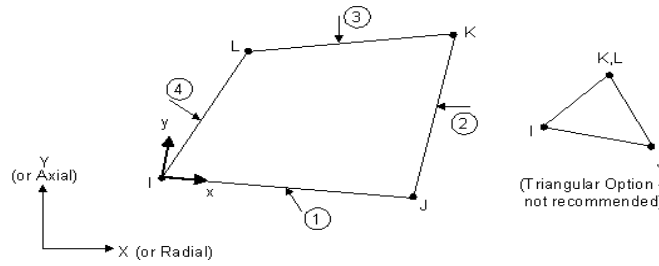
3.3. Çifte lineer dörtgen eleman

2 boyutlu problemler için diğer bir tip eleman, çifte lineer dörtgen elemanlardır. Eleman köşelerinde dört adet nod yer almaktadır ve eleman sekiz nodal serbestlik derecesine sahiptir. Diğer yandan 8 nodlu eleman tipi için ise kenarların orta noktalarında dört adet nod vardır. Dört nodlu eleman için deplasman (yer değiştirme) alanı aşağıdaki bağıntılarda verilmiştir (Şekil 7).

$$u = a_1 + a_2 x + a_3 y + a_4 xy$$
$$v = a_5 + a_6 x + a_7 y + a_8 xy$$

Şekil 7.4 nodlu sonlu eleman deplasman alanı bağıntısı.

Burada elemanın çifte lineer diye isimlendirilmesi u ve v deplasman (yer değiştirme) bağıntılarının iki lineer polinomun çarpımından oluşmasından dolayıdır (Şekil 8), [12], [9].



Şekil 8.Çifte lineer dörtgen eleman deplasman alanı.

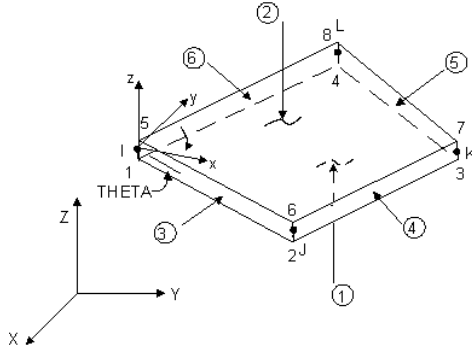
3.4. Kabuk elemanlar

Bir genel kabuk eleman membran ve eğilme etkisini aynı anda temsil edebilmelidir. Örneğin dört nodlu basit bir dörtgen eleman tarif edilebilir. Elemanı tarif eden tüm nodlar aynı düzlem üzerinde olmayabilir. Bu da elemanda çarpılmaya neden olur. Elemanın çarpılması performansını olumsuz yönde etkiler. Ticari paket programlarda küçük miktarlarda çarpılmaya müsaade edilmektedir. Bu dört nodlu elemanın en büyük avantajı formülasyonunun basit olmasıdır. Genellikle az sayıda daha karışık bir eleman tipi kullanılması yerine daha fazla sayıda basit bir eleman tipi kullanılması tavsiye edilmektedir. Dört kabuk elemanın en büyük dezavantajı düzgün eğrisel yüzeylerin düzlem elemanlarla veya az miktarda çarpılmış şekle sahip olan elemanla temsil edilmesidir. Kabuk teorisine dayanarak elde edilen eğrisel yüzeyli elemanlar düzlemsel elemanların yaratmış olduğu problemleri ortadan kaldırmaktadır. Fakat diğer yandan beraberinde başka zorlukları getirmektedir. Eğrisel elemanı tarif etmek için çok daha fazla geometrik bilgiye ihtiyacımız olmaktadır. Elemanın formülasyonu ise düzlemsel elemanlara nazaran çok daha zordur [12], [9].

3.5. Dört nodlu ve dört kenarlı elastik kabuk eleman

Çoğu ticari programda yer alan bu eleman tipi eğilme ve membran yüklerini taşıyabilme özelliğine sahiptir. Eleman düzlemi içinde ve düzlemine dik doğrultudaki yüklemelere müsaade eder. Her nod, üç tanesi x, y, z doğrultusunda öteleme ve üç tanesi de bu eksenler etrafında dönme serbestliği olmak üzere altı adet serbestlik derecesine sahiptir. Eleman dört nod ile tarif edilmekte ve değişken kalınlığa müsaade

edilebilmektedir. Değişken kalınlıklı elemanlar için kalınlık eleman içerisinde düzgün olarak değişmelidir. Bu eleman tipi plakların olduğu kadar düzgün eğrisel yüzeylerin modellenmesinde de kullanılmaktadır (Şekil 9). Eğrisel yüzeylerde iyi bir yaklaşım elde edebilmek için fazla sayıda bu elemandan kullanılmalıdır. Formülasyonunun basit olması nedeniyle diğer tip elemanlara göre daha avantajlıdır.



Şekil 9.4 nodlu ve 4 kenarlı elastik kabuk eleman.

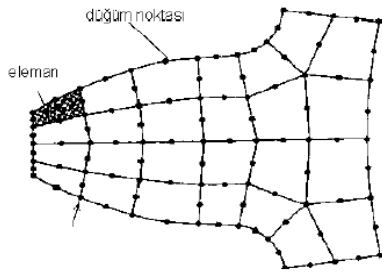
Sonlu elemanlar modelinde aktif olmayan serbestlik dereceleri çözüm işleminden önce sınırlandırılmalıdır. Bu sınırlandırılması gereken serbestlik derecesi modelin sınırdaki veya başka bir bölgesinde olabilir. Örneğin düzlem elemanlar nodlarda düzlem içinde iki doğrultudaki ötelemeye karşı direnç gösterirler. Fakat genel amaçlı bir sonlu elemanlar programı her bir noda üçü öteleme ve diğer üçü de dönme olmak üzere altı serbestlik derecesi atayacaktır. Direngenlikmatrisinde $[K]$, tekillikleri önlemek amacıyla düzlem elemanlar için her noddaki üç dönme serbestliği ve eleman düzlemine dik doğrultudaki öteleme serbestliği kısıtlanmalıdır. Çünkü seçilen eleman tipi bu serbestlik dereceleri için direnç gösteremeyeceğinden, direngenlik matrisinde $[K]$ tekillikler oluşacak, bu da denklemlerin çözümünü zorlaştıracak veya imkansız hale getirecektir. Doğru bir modelleme için düzlem elemanların her bir nodu için üç serbestlik derecesi atanır. Sınır koşulları için ise yine sınırdaki yer alan nodlar için bu serbestlik derecelerinden bazılarının kısıtlanması gerekebilir [12], [9].

Bazı durumlarda gerçek problem için sınır koşulları net olarak anlaşılır olmayabilir. Böyle durumlar için çözümün üst ve alt sınırlarını iki ayrı analizle saptamak fiziksel olarak daha anlamlı olabilir. Örneğin iki ucundan mesnetlenmiş üniform yüklü bir kirişin uçları dönmeye belli olmayan bir dereceye kadar kısıtlanmış olabilir. Böyle bir durum için kirişin uçları bir çözüm için basit mesnetli olarak kabul edilir, diğer bir analiz içinse tamamıyla tespit edilmiş olarak kabul edilerek problem çözülür: İki analizden elde edilen değerler aslında gerçek problem için alt ve üst sınırları göstermektedir.

Ayrıca sonlu elemanlar yöntemi analizinde, hesaplamalar nodlar üzerinde gerçekleştirilirken, bu nodların üzerindeki denklemler oluşturulur. Problemin

büyüklüğüne göre binlerce denklem elde edilir. Bu denklem takımının çözümü ise bilgisayar ile mümkün olmaktadır. Hesaplama sonucunda bulunan değerler sonuçta nodlar üzerinde bulunan değerlerdir. Bu nedenle iyi bir hesaplama için öncelikle iyi bir element yapısı ve ona bağlı olarak nod yapısı önem arzeder.

En temel şekliyle sonlu elemanlar yönteminde sistem temel olarak aşağıdaki matris formuna dönüştürülür ($[K] \cdot [D] = [R]$). Burada; $[D]$ büyüklük alanının nodlardaki bilinmeyen değerlerini temsil eden vektör (vektor matrisleri sütun şeklindedir), $[R]$ bilinen yük vektörü ve $[K]$ ise bilinen sabitler matrisidir. Daha basite indirirsek R sınır şartlarını (dışarıdan etkiyen yükler gibi), K sistemin yapısını (katı, akışkan, gaz vb özellikleri) ve D ise aranan nodlar üzerindeki değerlerdir (gerilme, kuvvet vb). Buradan anlaşılacağı üzere; D matrisinin bulunabilmesi için sistemi temsil eden büyüklüklerin (K matrisi) verilmesi gerekir ayrıca dışarıdan etkiyen sınır şartlarında (R matrisi) bilinmesi gerekmektedir. Sonlu elemanlar modelinin oluşturulabilmesi için öncelikle geometrik modeli oluşturmak gerekir. Ardından mesh işlemi ile eleman ve node (düğüm noktaları) oluşturulur [12], [9]. Modellerdeki eleman ve düğüm noktaları gösterilmiştir (Şekil 10).



Şekil 10. Modelde düğüm noktası ve eleman gösterimi [13].

4. SONLU ELEMANLAR YÖNTEMİNİN AVANTAJ VE DEZAVANTAJLARI

Sonlu elemanlar yönteminin avantajları genel olarak;

- Düşünce esnekliği sağlar. Mühendislik ya da matematik açıdan ele alınabilir.
- Uygulamada verimlidir ve elde edilen sonuçların hassaslığı kontrol edilebilir.
- Sonlu elemanlar yöntemi belirli şartlar için kullanılabilen bir yöntem değildir. Ortam geometrisinin düzensiz ve heterojen oluşu bu yöntem için bir engel değildir ve çeşitli tipteki sınır şartlarının probleme dahil edilmesine imkan verir [14]. Bütün nümerik analiz yöntemleri gibi sonlu elemanlar yöntemi de bilgisayar kullanımı gerektirmektedir. Bilgisayarın temini ve kullanılması için bir maliyet gerekmesi sonlu elemanlar yönteminin ekonomik dezavantajıdır.

Sonlu elemanlar yönteminin dezavantajları ise;

- a) Sonlu elemanlar yöntemi kullanılan esas teori kadar doğrudur. Malzemenin fiziksel verilerinin ve eleman verilerinin temininde ve bilgisayara yüklenmesinde yapılan hatalar sonuca olumsuz yönde etki edecektir.
- b) Daha kesin sonuçlar, daha küçük eleman boyutları ile elde edilecektir. Eleman boyutlarının küçülmesi ise daha büyük bilgisayar hafızası gerektirir. Buna göre bilgisayar hafızasının sınırlı oluşu çözümün hassasiyetine bir sınırlama getirecektir[14].

5. SONLU ELEMANLAR YÖNTEMİNİN FAYDALARI

Örneğin, gerçek hayatta bir bisiklet tasarlarken üretilecek bisikletlerin her biri için prototip modeller imal edip testlerinin yapılması gerekir. Tasarımda yapılacak her bir değişiklikte de tüm testlerin tekrar edilmesi gerekir. Bu da maliyet, işçilik ve zaman demektir. Oysaki bilgisayarda tek bir sonlu eleman modeliyle istediğiniz kadar test yapabilirsiniz, böylece maliyet, işçilik ve zamandan tasarruf edilecektir. Belki burada bisiklet örneği basit bir örnek ve ekonomik olmayabilir fakat bu tür programlar daha çok otomotiv sanayi, uçak/uzay sanayi, savunma sanayi, makine sanayi gibi kompleks ve maliyeti oldukça yüksek makineler üreten sanayilerde kaçınılmaz olarak kullanılmaktadır. Çünkü bir uçağın üretim maliyetini ve bunun test maliyetini düşündüğünüzde, butestlerin bilgisayar ortamında yapılmasının avantajları saymakla bitmez [15].

6. SONUÇLAR

Sonlu elemanlar yöntemi günümüzdeki bilimsel ilerlemeler ve teknolojiye bu baş döndürücü gelişmelerin sonucu olarak imalat aşamasında çok gerekli ve faydalı olacaktır. Tasarım ve imalat safhalarında bize istediğimiz kadar deneme yapma şansı sunarak maliyet, işçilik ve zaman tasarrufu yapılmasını sağlayacaktır. Ülkemizde, sonlu elemanlar yöntemi ve uygulayıcı bilgisayar programlarını konu alan Türkçe eserler fazla bulunmamaktadır. Sonlu elemanlar yöntemi ile ilgili bu çalışmamız bir nebze olsun bu konudaki farkındalığı arttırmak ve yeni eserlerin ortaya çıkmasında bir katkı sağlamak amacı ile oluşturulmuştur.

KAYNAKLAR

- [1] Liu, G.R., Quek, S.S., The Finite Element Method: a Practical Course, Ed: Liu G.R. and Quek S.S. Butterworth Heinemann, Oxford, 1-11, (2003).
- [2] Fish, J., Belytschko, T., A First Course in Finite Elements. John Wiley & Sons, Chichester, England, 1-9, (2007).
- [3] Ledley, R.S., Huang, H.K. Linear Model of Tooth Displacement by Applied Forces. J Dent Res., 47, 427-432., (1968).
- [4] Farah, J.W., Craig, R.G., Finite Element Stress Analysis of a Restored Axisymmetric First Molar. J Dent Res., 53, 859-866, (1974).

- [5] Cook, R.D., Finite Element Modeling for Stress Analysis. New York, Wiley, 1-15, (1995).
- [6] Sonugelen, M., Artunç, C., Ağız Protezleri ve Biyomekanik. *Ege Üniversitesi Diş Hekimliği Fakültesi Yayınları*, İzmir, 1-11, (2002).
- [7] Craig, R.G., Powers, J.M., Restorative Dental Materials, *11th ed. St. Louis*, Mosby, 287-327, (2002).
- [8] Geng, J.P., Tan, K.B., Liu, G.R., Application of Finite Element Analysis in Implant Dentistry: a Review of the Literature. *J Prosthet Dent*, 85, 585-598, (2001).
- [9] Güler M.S., Doktora Tezi, Atatürk Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Erzurum, (2013),
- [10] Asmussen, E., Peutzfeldt, A., Class I and Class II Restorations of Resin Composite: an FEM Analysis of the Influence of Modulus of Elasticity on Stresses Generated by Occlusal Loading. *Dent Mater.*, 24, 600-605, (2008).
- [11] Arıkan M.A.S., Sonlu Elemanlar Metodunun Mühendislikte Uygulamaları, Orta Doğu Üniversitesi, Makine Mühendisliği Bölümü.
- [12] Balaban H., Beyaz Eşya Sektöründe Uygulana Düşürme Testlerinin Bilgisayarda Simülasyonu. *Yüksek Lisans Tezi*, Gebze İleri teknoloji Enstitüsü Mühendislik ve Fen Bilimleri Enstitüsü, Tasarım ve İmalat Mühendisliği Anabilim Dalı, Gebze, (2006).
- [13] Özdemir N.Ö., Sonlu Elemanlar Yöntemi ile Yorulma Mekanikliği ve Uygulamaları, KTÜ, Mühendislik Fakültesi, Bitirme Çalışması, Trabzon, (2009).
- [14] İren M., Sonlu Elemanlar Yöntemi ve Bu Yöntemin Sınır Değer Problemlerine Uygulanması.
- [15] Çayıroğlu İ., Bilgisayar Destekli Tasarım ve Analiz (Ansys), Karabük Üniversitesi Mühendislik Fakültesi, Karabük.